



آزمون هدف‌گذاری

۱۰ اسفند ۱۴۰۲

دوازدهم ریاضی (نظام جدید)

دروس اختصاصی

پاسخ‌گویی به تمام سؤالات این آزمون اجباری است.

مدت پاسخ‌گویی (دقیقه)	شماره سؤالات	تعداد سؤال	مواد امتحانی	ردیف
۱۵	۱ - ۱۰	۱۰	حسابان ۲	۱
۱۵	۱۱ - ۲۰	۱۰	هندسه ۳	۲
۱۵	۲۱ - ۳۰	۱۰	ریاضیات گسسته	۳
۱۵	۳۱ - ۴۰	۱۰	فیزیک ۳	۴
۱۰	۴۱ - ۵۰	۱۰	شیمی ۳	۵
۷۰	۱ - ۵۰	۵۰	مجموع	

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳



وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

حسابان ۲: مشتق و کاربردهای مشتق: صفحه‌های ۷۱ تا ۱۱۹

۱- آهنگ متوسط تغییر مساحت یک دایره نسبت به محیط آن، وقتی شعاع دایره از r_0 به $r = 6r_0$ افزایش می‌یابد، برابر ۵ است.آهنگ لحظه‌ای تغییر مساحت این دایره نسبت به شعاعش، وقتی شعاع r_0 است، کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۸ (۳) 4π (۴) 8π

۲- مشتق تابع $y = \frac{\tan x(1 - \tan^2 x)}{(1 + \tan^2 x)^2}$ در $x = \frac{\pi}{24}$ چند برابر $\sqrt{3}$ است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{1}{4}$

۳- مشتق تابع $f(x) = \sin^3(\pi\sqrt{x})$ در $x = \frac{1}{9}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\pi}{8}$ (۲) $\frac{\pi}{4}$ (۳) $\frac{2\pi}{8}$ (۴) $\frac{27\pi}{16}$

۴- نمودار توابع $f(x) = x^4 + 2x^3 + ax^2 + bx + 1$ و f' در نقطه $x = 1$ بر هم عمودند. حاصل $12b - a$ کدام است؟

- (۱) ۲۹ (۲) ۱۷ (۳) ۲۳ (۴) ۱۹

۵- تابع $f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x+2}}$ مفروض است. مقدار $f''(2)$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{15}{64}$ (۲) $-\frac{121}{128}$ (۳) $-\frac{15}{128}$ (۴) $-\frac{21}{64}$

۶- اگر مساحت مثلث حاصل از وصل کردن نقاط بحرانی تابع $f(x) = ||x-1|-m|$ به یکدیگر، برابر ۴ باشد، مقدار $f(m)$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۷- تعداد نقاط بحرانی توابع $f(x) = \left[\frac{1}{x^2+1}\right] + x$ و $g(x) = (2x-a)|x-3|$ برابر است. مقدار $g(a)$ کدام است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

- (۱) ۶ (۲) ۱۸ (۳) ۹ (۴) ۱۲

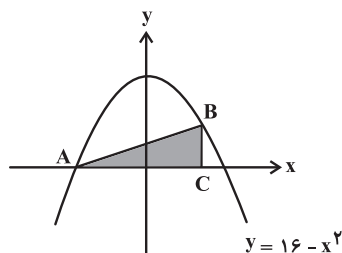
۸- اگر مجموع مقادیر ماکزیمم و مینیمم مطلق تابع $f(x) = x^4 - 8x^2 + k$ در بازه $[-3, 1]$ برابر صفر باشد، مقدار k کدام است؟

- (۱) $\frac{4}{3}$ (۲) $\frac{3}{5}$ (۳) ۸ (۴) $\frac{7}{2}$

۹- نقاط A و B اکسترمم‌های نسبی نمودار تابع $f(x) = \sqrt{2-[x]^2} |x-1|$ هستند. فاصله این دو نقطه کدام است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

- (۱) ۲ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) $\sqrt{3}$ (۴) ۱

۱۰- مخروطی با حجم ماکزیمم توسط دوران مثلث ABC حول محور x ها ایجاد شده است. شعاع قاعده مخروط کدام است؟



- (۱) $\frac{384}{25}$
(۲) $\frac{384}{15}$
(۳) ۴
(۴) ۷

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

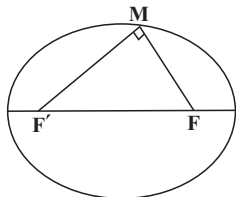
هندسه ۳: آشنایی با مقاطع مخروطی، بردارها: صفحه‌های ۴۷ تا ۶۸

- ۱۱- یک بیضی که قطر بزرگ آن موازی محور x ها است، در نقاط $(4, 0)$ و $(0, 2)$ به محورهای مختصات مماس است. اگر کانون‌های این بیضی را با F و F' و دو سر قطر کوچک آن را با B و B' نشان دهیم، اندازه زاویه $\widehat{FBF'}$ چند درجه است؟
- (۱) ۶۰ (۲) ۹۰ (۳) ۱۲۰ (۴) ۱۵۰

۱۲- خط هادی سهمی $y = x^2 + 3x$ کدام است؟

- (۱) ۲- (۲) $-\frac{5}{2}$ (۳) $-\frac{9}{4}$ (۴) $-\frac{7}{4}$

- ۱۳- در شکل زیر نقاط F و F' کانون‌های بیضی هستند و طول قطر بزرگ و کوچک بیضی به ترتیب برابر ۶ و ۲ است. طول پاره خط MF کدام است؟



- (۱) $2 - \sqrt{2}$ (۲) $3 - \sqrt{2}$ (۳) $4 - 2\sqrt{2}$ (۴) $3 - 2\sqrt{2}$

۱۴- دو پرتوی نور که به موازات محور x ها بر سهمی به معادله $y^2 + 2y - 6x + 4 = 0$ می‌تابند، پس از بازتاب در کدام نقطه یکدیگر را قطع می‌کنند؟

- (۱) $(1, -1)$ (۲) $(2, -1)$ (۳) $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ (۴) $(\frac{1}{2}, 0)$

- ۱۵- رأس و کانون سهمی $y^2 = 4(2x + y + 1)$ منطبق بر کانون‌های یک بیضی هستند به طوری که وترهای کانونی این دو بر هم منطبق و با هم برابر هستند. خروج از مرکز بیضی کدام است؟

- (۱) $2 - \sqrt{3}$ (۲) $\sqrt{5} - 2$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $\frac{1}{2}$

- ۱۶- قرینه نقطه $A = (4, 5, a)$ نسبت به صفحه xy نقطه $B = (b, c, -3)$ است. اگر تصویر نقطه B روی صفحه yz نقطه $C = (f, d, e)$ باشد، مجموع مختصات نقطه C کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) -۸ (۴) -۹

۱۷- معادلات $\begin{cases} y = 2 \\ z = 1 \end{cases}$ ، کدام یک از موارد زیر را در فضا مشخص می‌کند؟

- (۱) خطی موازی با محور x ها (۲) خطی موازی با صفحه yz
 (۳) صفحه‌ای موازی با محور x ها (۴) صفحه‌ای موازی با صفحه yz
 ۱۸- نقاط $P = (1, 0, 1)$ ، $Q = (0, -1, -2)$ و $R = (3, 0, -1)$ در فضا مفروض‌اند. مثلث PQR چگونه است؟
 (۱) متساوی‌الاضلاع (۲) قائم‌الزاویه غیر متساوی‌الساقین
 (۳) متساوی‌الساقین غیر قائم‌الزاویه (۴) قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین

۱۹- اگر نقاط $A = (-1, 0, 0)$ ، $B = (2, 0, \sqrt{7})$ و $C = (3, \sqrt{2}, \sqrt{7})$ سه رأس مثلث ABC باشند، طول میانه AM کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{87}}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{63}}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{55}}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{79}}{2}$

۲۰- اگر $A = (1, -1, 2)$ ، $B = (2, 2, 4)$ و $C = (-2, 0, 1)$ سه رأس از متوازی‌الاضلاع $ABCD$ باشند، آنگاه طول قطر BD کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) $5\sqrt{2}$ (۳) $5\sqrt{3}$ (۴) ۱۰

ریاضیات گسسته: گراف و مدل‌سازی، ترکیبات: صفحه‌های ۴۳ تا ۶۱ / ریاضی ۱: شمارش، بدون شمردن: صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۴۰ وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

۲۱- در یک گراف از مرتبه ۸ که دارای یک ۷- مجموعه با اندازه ۱ باشد، حداکثر تعداد اعضای یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال کدام است؟

- ۵ (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴)

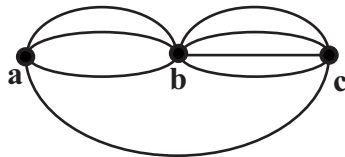
۲۲- کدام یک از گراف‌های زیر، هیچ مجموعه احاطه‌گر مینیمال غیر مینیممی ندارد؟

- C_6 (۱) C_7 (۲) C_8 (۳) C_9 (۴)

۲۳- عدد احاطه‌گری گرافی از مرتبه ۵ برابر ۲ است. اختلاف کمترین و بیشترین اندازه این گراف کدام است؟

- ۶ (۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴)

۲۴- در شکل زیر به چند طریق می‌توان از a به c رفت و سپس به a برگشت به طوری که مسیر رفت و برگشت دقیقاً یکسان نباشد؟



۱۴۴ (۱)

۱۵۶ (۲)

۱۶۸ (۳)

۱۸۲ (۴)

۲۵- چهار زوج می‌خواهند که در دو ردیف صندلی که هر ردیف شامل ۵ صندلی است، بنشینند. در چند حالت هیچ زوجی جدا از هم نیستند؟

- ۹۶۰۰ (۱) ۲۴۰۰ (۲) ۸۰۰۰ (۳) ۱۰۸۰۰ (۴)

۲۶- با حروف کلمه **engineer** چند کلمه ۸ حرفی می‌توان ساخت. به طوری که حروف e همگی کنار هم نباشند؟

- ۳۰۰۰ (۱) ۳۳۶۰ (۲) ۳۷۲۰ (۳) ۴۰۸۰ (۴)

۲۷- چند عدد پنج رقمی زوج با ارقام ۲, ۲, ۲, ۵, ۶, ۷ می‌توان ساخت؟

- ۱۰۲ (۱) ۷۶ (۲) ۹۶ (۳) ۸۰ (۴)

۲۸- به چند طریق می‌توان ۸ شاخه گل را در ۴ گلدان قرار داد، به طوری که در هیچ گلدانی بیش از سه شاخه گل نباشد؟

- ۴۰ (۱) ۸۴ (۲) ۳۵ (۳) ۷۰ (۴)

۲۹- معادله $x_1 + x_2 + 10x_3 = 20$ ، چند جواب صحیح و نامنفی دارد؟

- ۲۱ (۱) ۲۸ (۲) ۳۲ (۳) ۳۳ (۴)

۳۰- معادله $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 12$ چند جواب صحیح و مثبت دارد به شرط آنکه $x_5 = 2$ و $x_1 > 3$ باشد؟

- ۲۰ (۱) ۳۵ (۲) ۵۶ (۳) ۸۴ (۴)

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۳: نوسان و موج، برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۶۹ تا ۱۱۴

۳۱- نوسانگر ساده‌ای که نقطه تعادل آن منطبق بر $x = 0$ است، از دامنه خود شروع به نوسان می‌کند. در صورتی که بسامد این نوسانگر $\frac{3}{4\pi}$ هرتز باشد، در لحظه ثانیه، نوسانگر دارای انرژی جنبشی بیشینه می‌باشد و در لحظه ثانیه، انرژی جنبشی، نصف انرژی مکانیکی نوسانگر است. (به ترتیب از راست به چپ).

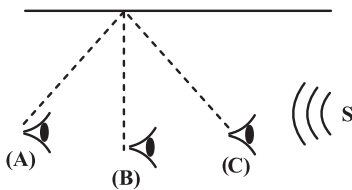
$$(1) \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4} \quad (2) \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3} \quad (3) \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3} \quad (4) \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{6}$$

۳۲- پنج آونگ ساده به طول‌های 80 cm ، 180 cm ، 240 cm و 360 cm از میله‌ای آویزان شد. میله با بسامد زاویه‌ای در گستره $2\frac{\text{rad}}{\text{s}}$ و $5\frac{\text{rad}}{\text{s}}$ به‌طور افقی به نوسان درمی‌آید. دامنه کدام آونگ‌ها از بقیه آونگ‌ها بیشتر است؟ ($g = 10\frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

$$(1) 80 \text{ و } 180 \text{ سانتی‌متری} \quad (2) 180 \text{ و } 240 \text{ سانتی‌متری}$$

$$(3) 240 \text{ و } 360 \text{ سانتی‌متری} \quad (4) 360 \text{ و } 500 \text{ سانتی‌متری}$$

۳۳- شخصی روی یک آونگ از نقطه A به نقطه C می‌رود و صوت ناشی از چشمه صوتی S را دریافت می‌کند. اگر f_S بسامد چشمه صوت و f_A ، f_B و f_C بسامد دریافتی شخص در نقاط خواسته شده باشد، کدام گزینه درست است؟ (A و C انتهای مسیر است.)



$$(1) f_S > f_B > f_C$$

$$(2) f_B > f_A > f_S$$

$$(3) f_S = f_A = f_C$$

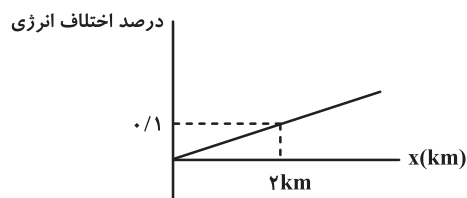
(4) نمی‌توان اظهارنظر کرد.

۳۴- جسمی به جرم 600 g توسط فنری به ضریب سختی $2/4\frac{\text{N}}{\text{cm}}$ در راستای قائم نوسان می‌کند. اگر طول عادی فنر (قبل از وصل

وزنه) 15 cm و بیشترین طول فنر در حین نوسان وزنه 25 cm باشد حداکثر سرعت وزنه حین نوسان کدام است؟ ($g = 10\frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

$$(1) 2 \quad (2) 1/5 \quad (3) 1 \quad (4) 50$$

۳۵- یک منبع صوت در مبدأ محور x در فضای باز قرار دارد و نمودار درصد انرژی اتلافی (نسبت به منبع) برحسب مکان مطابق نمودار زیر می‌باشد. اختلاف تراز شدت صوت نقاط $x_1 = 2\text{ km}$ و $x_2 = 4\text{ km}$ کدام گزینه است؟ ($\log 2 = 0.3$ و $\log 3 = 0.5$)



$$(1) 2\text{ dB}$$

$$(2) 7\text{ dB}$$

$$(3) 4\text{ dB}$$

$$(4) 14\text{ dB}$$

محل انجام محاسبات

۳۶- شخصی در مقابل یک دیوار بلند ایستاده است. این شخص به وسیله بلندگویی، صوتی با بسامد ثابت به سمت دیوار ارسال می‌کند و بعد، پژواک صوت را می‌شنود. اگر فاصله دیوار از شخص 40m و طول موج صوت ایجاد شده توسط شخص 2cm باشد، بسامد صوت چند کیلوهرتز است؟

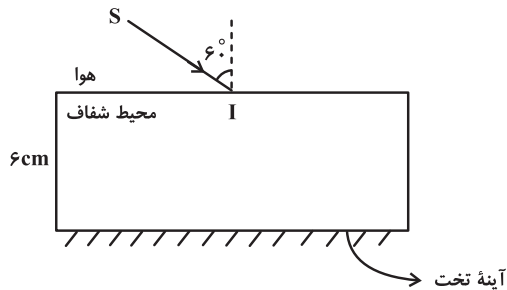
۱۶ (۴)

۸ (۳)

۳ (۲)

۶۴ (۱)

۳۷- مطابق شکل زیر، پرتو تک رنگ SI از هوا وارد محیط شفاف با ضریب شکست $\sqrt{3}$ می‌شود و پس از بازتاب از آینه‌ای که در کف آن نصب شده است، از آن خارج می‌شود. فاصله بین دو نقطه ورود و خروج از محیط شفاف چند سانتی‌متر است؟

 $4\sqrt{3}$ (۱) $12\sqrt{3}$ (۲) $6\sqrt{3}$ (۳) $2\sqrt{3}$ (۴)

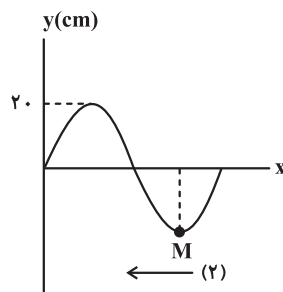
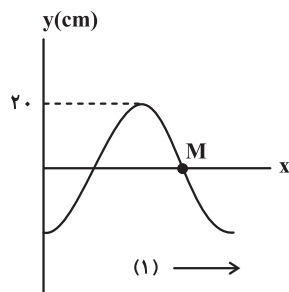
۳۸- تعداد گره‌ها در یک لوله صوتی با دو انتهای باز که مد دوم در آن تشکیل شده است چند برابر تعداد شکم‌ها در یک لوله صوتی یک انتها باز است که مد سوم در آن تشکیل شده است؟

 $\frac{3}{4}$ (۴)

۱ (۳)

 $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۱)

۳۹- نمودار جابه‌جایی - مکان دو موج سینوسی با دوره یکسان T که در خلاف جهت یکدیگر و در یک راستا در حال انتشارند در $t = 0$ مطابق شکل است. جابه‌جایی نقطه M از وضع تعادل در موج برابند در لحظه $t = \frac{T}{4}$ بر حسب سانتی‌متر کدام گزینه است؟



۱۰ (۱)

-۱۰ (۲)

۲۰ (۳)

-۲۰ (۴)

۴۰- طول تار یک گیتار، یک متر و جرم آن 5g است. اگر بسامد هماهنگ پنجم در این تار 150Hz از بسامد هماهنگ دوم بیشتر باشد، این تار تحت چه کششی بر حسب نیوتون قرار دارد؟

۲۰۰ (۴)

۱۵۰ (۳)

۱۰۰ (۲)

۵۰ (۱)

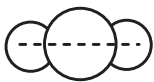
شیمی ۳: شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری + شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر: صفحه‌های ۶۷ تا ۱۰۲ وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

۴۱- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) سیلیس افزون بر خاک‌های رس، یکی از سازنده‌های اصلی بسیاری از سنگ‌ها، صخره‌ها و نیز شن و ماسه می‌باشد.
- (۲) عنصرهای اصلی سازنده جامدهای کووالانسی در طبیعت همان دو عنصر نخست گروه ۱۴ جدول دوره‌ای هستند.
- (۳) مولکول‌های چهار اتمی برخلاف مولکول‌های سه اتمی: CO_2 ، HCN و SCO نمی‌توانند شکل خطی داشته باشند.
- (۴) در بین ترکیب‌های یونی LiF ، MgO ، MgF_2 و KF آنتالپی فروپاشی شبکه MgO بیشتر از سایرین است.

۴۲- کدام گزینه درست است؟

- (۱) تاکنون هیچ نوع یونی شامل عناصر C و Si شناخته نشده است.
 - (۲) در ساختار ترکیب NH_4NO_3 هم پیوند کووالانسی و هم پیوند یونی وجود دارد.
 - (۳) فلزات عناصر دسته d همگی فلزاتی سخت و مستحکم هستند.
 - (۴) اگر آرایش الکترونی آخرین لایه عناصر A ، B و C به ترتیب $3s^1$ ، $3s^2$ و $4p^5$ باشد، آنتالپی فروپاشی AC بیشتر از BC است.
- ۴۳- با توجه به مولکول‌های (آ) و (ب) که شکل هندسی دو مولکول متفاوت را نشان می‌دهند، چند مورد از عبارات‌های زیر درباره آن‌ها درست است؟ (اتم‌ها و مولکول‌ها در شکل‌ها فرضی می‌باشند.)



(ب)



(آ)

- رفتار دو مولکول همواره در میدان الکتریکی متفاوت است.
- مولکول (آ) می‌تواند به H_2O یا SO_2 مربوط باشد.
- اگر (ب) مربوط به کربن دی‌اکسید باشد اتم مرکزی در نقشه پتانسیل الکتروستاتیکی به رنگ آبی خواهد بود.
- در مولکول (آ) همواره اتم‌ها یکسان‌اند.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

۴۴- چند مورد از عبارات‌های زیر نادرست است؟

- نقشه پتانسیل الکتروستاتیکی دو ترکیب CH_3^- و PH_3 تقریباً یکسان است.
- دو ترکیب آمونیاک و گوگرد تری‌اکسید، ساختارهای یکسانی دارند و اتم مرکزی آن‌ها دارای بار جزئی منفی است.
- هر مولکول سه اتمی که بر روی اتم مرکزی جفت الکترون ناپیوندی نداشته باشد، خطی است.
- در هر دو مولکول کربونیل سولفید و کربن دی‌سولفید تراکم بار الکتریکی بر روی اتم مرکزی کمتر بوده و در میدان الکتریکی جهت‌گیری نمی‌کنند.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

۴۵- چند مورد از موارد زیر نادرست می‌باشد؟

- آنتالپی فروپاشی NaCl از KF بیشتر است.
- جاذبه بسیار قوی میان هسته اتم‌های فلز و الکترون‌های دریای الکترونی باعث می‌شود که هسته اتم‌های فلز در جای خود ثابت بمانند.
- در آلیاژ نیتینول تمام اتم‌ها دارای ۸ الکترون با $I = 0$ می‌باشند.
- عنصر اصلی سازنده قوطی حلبی یک فلز بوده که برخی از رفتارهای فیزیکی و شیمیایی آن با مدل دریای الکترونی توجیه می‌شود.

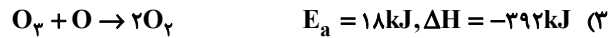
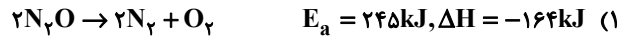
۳ (۴)

۴ (۳)

۱ (۲)

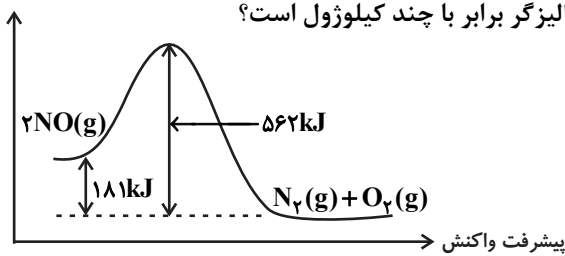
۲ (۱)

۴۶- کدام یک از واکنش‌های داده شده مربوط به واکنش گرماگیری است که با سرعت بیشتری نسبت به دیگر واکنش‌ها انجام می‌شود؟ (شرایط انجام واکنش‌ها را یکسان در نظر بگیرید.)



۴۷- نمودار زیر مربوط به واکنش $2\text{NO}(g) \rightarrow \text{N}_2(g) + \text{O}_2(g)$ در غیاب کاتالیزگر است. اگر انرژی فعال‌سازی این واکنش در همان

دما در حضور کاتالیزگر به $\frac{1}{3}$ کاهش یابد، مقدار E_a در حضور این کاتالیزگر برابر با چند کیلوژول است؟



۱۲۷ (۱)

۱۹۰/۵ (۲)

۲۴۷ (۳)

۳۸۱ (۴)

۴۸- کدام یک از موارد زیر درست است؟

- (۱) هر کاتالیزگر می‌تواند به همه واکنش‌ها سرعت ببخشد.
- (۲) بر روی سطح مبدل کاتالیستی فلزهای طلا، پلاتین و پالادیم نشانده شده است.
- (۳) کارایی مبدل‌های کاتالیستی پس از مدتی کاهش می‌یابد.
- (۴) کاتالیزگرها در شرایط واکنش، پایداری شیمیایی کمی از خود نشان می‌دهند.

۴۹- چند مورد از موارد زیر صحیح می‌باشد؟

- در سطح سرامیک‌های درون مبدل کاتالیستی، توده‌های فلزی با قطر ۲ تا ۱۰ میکرومتر وجود دارند.
- بر روی سطح سرامیکی مبدل کاتالیستی فلزهای پلاتین (Pt)، پالادیم (Pd) و رودیم (Rd) می‌نشانند.
- مبدل‌های کاتالیستی برای مدت طولانی کار می‌کنند اما پس از مدتی کارایی آن کاهش می‌یابند.
- در خروجی مبدل کاتالیستی گونه‌ای با گشتاور دوقطبی مثبت وجود ندارد.

۳ (۴)

۱ (۳)

۲ (۲)

۴ (۱)

۵۰- چند مورد از موارد زیر نادرست می‌باشد؟ ($H=1, N=14: \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

- در واکنش سوختن هیدروژن، ایجاد جرقه در مخلوط باعث کاهش E_a واکنش و در نتیجه واکنش انفجاری می‌شود.
- در واکنش انجام شده در مبدل‌های کاتالیستی خودروهای دیزلی، گونه‌های اکسنده، رادیکال می‌باشند.
- برای گونه شیمیایی با فرمول مولکولی $\text{C}_7\text{H}_6\text{O}$ ، تنها می‌توان یک طیف فرسرخ در نظر گرفت.
- در واکنش انجام شده مبدل کاتالیستی خودروهای دیزلی، به ازای مصرف ۱/۷ g گونه کاهنده $1/806 \times 10^{23}$ الکترون مبادله می‌شود.

۴ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۱ (۱)



دفترچه پاسخ

آزمون هدف گذاری

۱۰ اسفند ۱۴۰۲

اختصاصی دوازدهم ریاضی (نظام جدید)

طراحان

نام طراحان (به ترتیب حروف الفبا)	نام درس
شاهین پروازی - سهیل تقی زاده - افشین خاصه خان - طاهر دادستانی - محمدرضا راسخ - فرشاد صدیقی فر - حمید علیزاده - کیان کریمی خراسانی	حسابان ۲
امیرحسین ابومحسوب - عادل حسینی - مهید خالتي - محمد خندان	هندسه ۳
امیرحسین ابومحسوب - عادل حسینی - مهید خالتي - کیوان دارابی - نوید مجیدی - نیلوفر مهدوی	ریاضیات گسسته
خسرو ارغوانی فرد - بابک اسلامی - سعید شرق - عرفان عسکریان چایجان - پوریا علاقمند - محسن قندچلر - مصطفی کیانی - علیرضا گونه	فیزیک ۳
محمدرضا پورجاوید - کامران جعفری - مرتضی خوش کیش - ماهان زواری - محمدرضا زهره وند - میلاد شیخ الاسلامی خیای - محمد عظیمیان زواره - محمدحسن محمدزاده مقدم	شیمی ۳

گروه علمی

نام درس	حسابان ۲	هندسه ۳ و ریاضیات گسسته	فیزیک ۳	شیمی ۳
گزینگر	سهیل تقی زاده	مهید خالتي	مبین مغانلو	ماهان زواری
گروه ویراستاری	عادل حسینی	عادل حسینی	زهره آقامحمدی	امیررضا حکمت نیا
مسئول درس	سهیل تقی زاده	مهید خالتي	مبین مغانلو	ماهان زواری
مسئول درس مستندسازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	احسان صادقی	امیرحسین مرتضوی

گروه فنی و تولید

مهرداد ملوندی	مدیر گروه
عادل حسینی	مسئول دفترچه
مسئول دفترچه: الهه شهبازی	گروه مستندسازی
مدیر گروه: محیا اصغری	حروف نگار و صفحه آرا
فرزانه فتح الله زاده	

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

حسابان ۲

گزینه «۴» -۱

(عمید علیزاده)

$$\frac{\Delta(\text{مساحت})}{\Delta(\text{محیط})} = \delta \Rightarrow \frac{\pi r^2 - \pi r_0^2}{2\pi r - 2\pi r_0} = \delta$$

$$\Rightarrow \frac{\pi(r-r_0)(r+r_0)}{2\pi(r-r_0)} = \delta \Rightarrow \frac{r+r_0}{2} = \delta$$

$$\xrightarrow{r=6} \frac{6+r_0}{2} = \delta \Rightarrow r_0 = 4$$

حال آهنگ لحظه‌ای تغییر را پیدا می‌کنیم:

$$S = \pi r^2 \Rightarrow S' = 2\pi r \xrightarrow{r_0=4} S'(4) = 8\pi$$

(حسابان ۲- مشتق، صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۶)

گزینه «۲» -۲

(غرشاد صریقی‌فر)

$$y = \frac{\tan x}{1 + \tan^2 x} \times \frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x}$$

$$y = \frac{1}{2} \sin 2x \times \cos 2x = \frac{1}{4} \sin 4x$$

$$\Rightarrow y' = \cos 4x \xrightarrow{x=\frac{\pi}{24}} y' = \cos 4\left(\frac{\pi}{24}\right) = \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

(حسابان ۲- مشتق، صفحه‌های ۹۴ تا ۹۶)

گزینه «۴» -۳

(افشین فاضلان)

$$f'(x) = 3 \sin^2(\pi\sqrt{x}) \left(\frac{\pi}{2\sqrt{x}}\right) \cos(\pi\sqrt{x})$$

$$\Rightarrow f'\left(\frac{1}{9}\right) = 3 \sin^2\left(\frac{\pi}{3}\right) \frac{\pi}{2} \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = 3\left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{\pi}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{27\pi}{16}$$

(حسابان ۲- مشتق، صفحه‌های ۹۴ تا ۹۶)

گزینه «۱» -۴

(سویل تقی‌زاده)

برای این که دو نمودار تابع g و h در نقطه $x = \alpha$ بر هم عمود باشند، می‌بایست:

$$\begin{cases} h(\alpha) = g(\alpha) \\ h'(\alpha)g'(\alpha) = -1 \end{cases}$$

با توجه به نکته‌ای که بالاتر ذکر شد، داریم:

$$f'(x) = 4x^2 + 6x^2 + 2ax + b$$

$$f''(x) = 12x^2 + 12x + 2a$$

$$\begin{cases} f(1) = f'(1) \Rightarrow 4 + a + b = 4 + 6 + 2a + b \Rightarrow a = -6 \\ f'(1) \cdot f''(1) = -1 \Rightarrow (10 + 2a + b)(24 + 2a) = -1 \\ \Rightarrow (b - 2)(12) = -1 \Rightarrow b = \frac{23}{12} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 12b - a = (12)\left(\frac{23}{12}\right) - (-6) = 23 + 6 = 29$$

(حسابان ۲- مشتق، صفحه ۹۳)

گزینه «۲» -۵

(سویل تقی‌زاده)

$$f(x) = \left(\frac{x-1}{x+2}\right)^{\frac{1}{2}} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2} \frac{3}{(x+2)^2} \left(\frac{x-1}{x+2}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

$$\Rightarrow f''(x) = -\frac{3}{2(x+2)^3} \left(\frac{x-1}{x+2}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\Rightarrow f''(2) = -\frac{21}{128}$$

(حسابان ۲- مشتق، صفحه‌های ۹۴، ۹۵ و ۹۸)

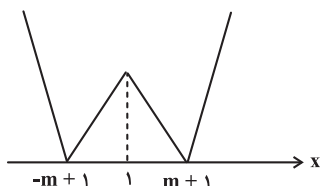
گزینه «۱» -۶

(محمدرضا راسخ)

چون شکل به دست آمده از وصل کردن نقاط بحرانی مثلث است، باید تابع f دارای ۳ نقطه بحرانی باشد، در نتیجه $m > 0$. ریشه‌های ساده درون قدرمطلق‌ها نقاط بحرانی‌اند:

$$|x-1| = m \Rightarrow \begin{cases} x = m+1 \\ x = -m+1 \end{cases}$$

بنابراین نمودار تابع به شکل زیر است:

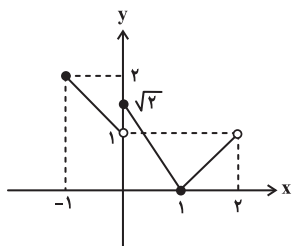


مساحت مثلث حاصل برابر است با:

$$S = \frac{2m \times f(1)}{2} = \frac{2m^2}{2} = m^2 = 4 \Rightarrow m^2 = 4 \xrightarrow{m>0} m = 2$$

با توجه به دامنه f رفتار قدرمطلق و جزء صحیح را در بازه‌های مختلف بررسی کرده و نمودار تابع را رسم می‌کنیم:

$$f(x) = \begin{cases} 1-x & ; -1 \leq x < 0 \\ \sqrt{2} - \sqrt{2}x & ; 0 \leq x < 1 \\ x-1 & ; 1 \leq x < 2 \end{cases}$$



نقاط $(0, \sqrt{2})$ و $(1, 0)$ به ترتیب ماکزیمم نسبی و مینیمم نسبی نمودار تابع‌اند.

$$\Rightarrow d = \sqrt{(1-0)^2 + (0-\sqrt{2})^2} = \sqrt{3}$$

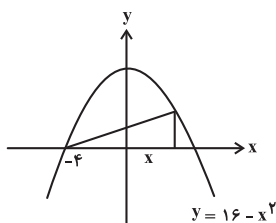
(مسئله ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۶)

(شاهین پروازی)

۱۰. گزینه «۱»

با توجه به فرمول حجم مخروط $(V = \frac{1}{3}\pi r^2 h)$ ، داریم:

$$r = 16 - x^2 \text{ و } h = x + 4$$



$$\Rightarrow V(x) = \frac{1}{3}\pi(16-x^2)^2(x+4)$$

$$\Rightarrow V'(x) = \frac{1}{3}\pi(2(16-x^2)(-2x)(x+4) + (16-x^2)^2)$$

$$\xrightarrow{V'=0} (16-x^2)(-4x^2 - 16x + 16 - x^2) = 0$$

$$\xrightarrow{x \neq \pm 4} 5x^2 + 16x - 16 = 0$$

$$(\Delta x - 4)(x + 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{4}{5} & \text{ق ق} \\ x = -4 & \text{غ ق} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{شعاع قاعده مخروط: } r = 16 - x^2 = 16 - \left(\frac{16}{25}\right) = \frac{384}{25}$$

(مسئله ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۱۸ و ۱۱۹)

بنابراین ضابطه تابع f به صورت $f(x) = |x-1| - 2$ است و داریم:

$$f(m) = f(2) = 1$$

(مسئله ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه ۱۱۷)

۷- گزینه «۲» (کیان کریمی فراسانی)

ابتدا توجه کنید که $f(x) = \begin{cases} 1 & ; x = 0 \\ x & ; x \neq 0 \end{cases}$ ، پس تابع f تنها در $x = 0$

نقطه بحرانی دارد، در نتیجه تابع g هم یک نقطه بحرانی دارد.

$$g(x) = \begin{cases} 2x^2 - (a+6)x + 3a & ; x \geq 3 \\ -2x^2 + (a+6)x - 3a & ; x < 3 \end{cases}$$

توجه کنید که تابع g در $x = 3$ و $x = \frac{a+6}{4}$ نقطه بحرانی دارد. پس

برای این که فقط یک نقطه بحرانی داشته باشد، باید $\frac{a+6}{4} = 3$ شود، پس

$a = 6$ و داریم:

$$g(x) = 2(x-3)|x-3| \Rightarrow g(a) = g(6) = 18$$

(مسئله ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه ۱۱۷)

۸- گزینه «۴» (ظاهر دارستانی)

برای محاسبه ماکزیمم و مینیمم مطلق توابع پیوسته، باید ابتدا نقاط بحرانی و نقاط ابتدا و انتهای دامنه را بیابیم و عرض آن‌ها را به دست آوریم. از بین آن‌ها ماکزیمم و مینیمم به دست می‌آید:

$$f'(x) = 4x^3 - 16x \xrightarrow{f'(x)=0} x = 0, x = 2, x = -2$$

$$\xrightarrow{x \in (-3, 1)} x = 0, x = -2$$

نقطه بحرانی $(0, k)$ نقطه بحرانی $(-2, k-16)$

نقطه انتها $(1, k-7)$ نقطه ابتدا $(-3, k+9)$

پس ماکزیمم تابع $k+9$ و مینیمم آن $k-16$ است. در نتیجه داریم:

$$k-16+k+9=0 \Rightarrow k = \frac{7}{2}$$

(مسئله ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۶)

۹- گزینه «۳» (شاهین پروازی)

ابتدا دامنه تابع را محاسبه می‌کنیم:

$$2 - [x]^2 \geq 0 \Rightarrow [x]^2 \leq 2 \Rightarrow |x| \leq \sqrt{2} \Rightarrow -\sqrt{2} \leq [x] \leq \sqrt{2}$$

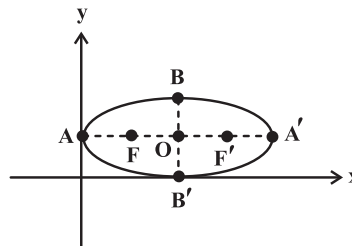
$$\Rightarrow -1 \leq x < 2$$

هندسه ۳

گزینه «۳» ۱۱

(معیار فالتی)

ابتدا این بیضی را رسم می‌کنیم:



طبق فرض $4 = AO = OA'$ و $2 = BO = OB'$ از طرفی می‌دانیم

که $OA' = BF' = BF = AO$ در نتیجه $BF = 4$. حال توجه کنید

که در مثلث قائم‌الزاویه OBF ، OB نصف وتر است در نتیجه

$\hat{BFO} = 30^\circ$ و $\hat{FBO} = 60^\circ$ از طرفی داریم که $\hat{FBO} = \hat{F'BO}$

در نتیجه داریم: $\hat{F'BF} = \hat{FBO} + \hat{F'BO} = 2\hat{FBO} = 120^\circ$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۷ تا ۴۹)

گزینه «۲» ۱۲

(عادل حسینی)

$$x^2 + 3x = y \Rightarrow \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 = y + \frac{9}{4}$$

در این سهمی $S\left(-\frac{3}{2}, -\frac{9}{4}\right)$ رأس سهمی و $a = \frac{1}{4}$ فاصله کانونی آن

است. در نتیجه خط $y = -\frac{9}{4} - \frac{1}{4} = -\frac{5}{2}$ خط هادی آن است.

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۵۳ تا ۵۵)

گزینه «۴» ۱۳

(امیرحسین ابومصوب)

$$2a = 6 \Rightarrow a = 3 \Rightarrow \text{طول قطر بزرگ}$$

$$2b = 2 \Rightarrow b = 1 \Rightarrow \text{طول قطر کوچک}$$

$$c^2 = a^2 - b^2 = 9 - 1 = 8 \Rightarrow c = 2\sqrt{2} \Rightarrow FF' = 2c = 4\sqrt{2}$$

مجموع فواصل نقطه M از دو کانون بیضی برابر طول قطر بزرگ بیضی

است. با فرض $MF = x$ داریم:

$$MF + MF' = 2a = 6 \Rightarrow MF' = 6 - x$$

$$\Delta MF'F: MF'^2 + MF^2 = FF'^2 \Rightarrow x^2 + (6-x)^2 = (4\sqrt{2})^2$$

$$\Rightarrow x^2 + 36 - 12x + x^2 = 32 \Rightarrow 2x^2 - 12x + 4 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 6x + 2 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{6 \pm \sqrt{16}}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 + 2\sqrt{2} \\ x = 3 - 2\sqrt{2} \end{cases}$$

با توجه به شکل، $MF = 3 - 2\sqrt{2}$ است.

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۷ و ۴۸)

گزینه «۲» ۱۴

(عادل حسینی)

ابتدا معادله سهمی را به صورت متعارف در می‌آوریم:

$$y^2 + 2y - 6x + 4 = 0 \Rightarrow y^2 + 2y + 1 = 6x - 3$$

$$\Rightarrow (y+1)^2 = 6\left(x - \frac{1}{2}\right) \Rightarrow \begin{cases} \text{رأس سهمی: } A\left(\frac{1}{2}, -1\right) \\ 4a = 6 \Rightarrow a = \frac{3}{2} \end{cases}$$

دهانه سهمی رو به راست است. پس داریم:

$$\text{کانون سهمی: } F(a+h, k) = \left(\frac{3}{2} + \frac{1}{2}, -1\right) = (2, -1)$$

چون محور تقارن سهمی موازی محور x ها است. پس پرتوهای نوری که

موازی با محور x ها به سهمی می‌تابند. پس از بازتاب از کانون سهمی یعنی

نقطه $F(2, -1)$ عبور می‌کنند.

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۵۰ تا ۵۶)

گزینه «۲» ۱۵

(عادل حسینی)

معادله سهمی را به صورت متعارف زیر می‌نویسیم:

$$y^2 - 4y + 4 = 8x + 8 \Rightarrow (y-2)^2 = 8(x+1)$$

رأس این سهمی $S(-1, 2)$ و چون $a = 2$ است. نقطه $F(1, 2)$ کانون

آن است. در نتیجه کانون‌های بیضی $F(1, 2)$ و $F'(-1, 2)$ است. پس

$$2c = 2 \Rightarrow c = 1$$

در بیضی داریم:

وتر کانونی در سهمی برابر $4a = 8$ و وتر کانونی در بیضی برابر $\frac{2b^2}{a}$ است.

$$\Rightarrow \frac{2b^2}{a} = 8 \Rightarrow b^2 = 4a$$

با توجه به تساوی $|PQ| = |QR|$ ، مثلث PQR متساوی‌الساقین است،

ولی طول اضلاع مثلث PQR در رابطه فیثاغورس صدق نمی‌کند، پس این

مثلث قائم‌الزاویه نیست.

(هنر سه ۳- بردارها؛ صفحه ۶۶ و ۶۷)

(امیرسین ابومحبوب)

۱۹- گزینه «۴»

نقطه M وسط پاره‌خط BC است، بنابراین داریم:

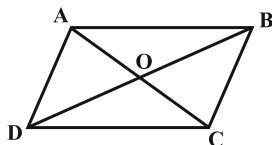
$$M = \frac{B+C}{2} = \left(\frac{5}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, \sqrt{7}\right)$$

$$AM = \sqrt{\left(\frac{5}{2}+1\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}-0\right)^2 + (\sqrt{7}-0)^2} = \sqrt{\frac{49}{4} + \frac{2}{4} + 7} = \frac{\sqrt{79}}{2}$$

(هنر سه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۶۴ تا ۶۷)

(امیرسین ابومحبوب)

۲۰- گزینه «۳»



قطرها در متوازی‌الاضلاع منصف یکدیگرند. بنابراین داریم:

$$O = \frac{A+C}{2} = \frac{(1, -1, 2) + (-2, 0, 1)}{2} = \left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$$

$$OB = \sqrt{\left(2 + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(2 + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(4 - \frac{3}{2}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2} = \frac{5}{2}\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow DB = 2OB = 2 \times \frac{5}{2}\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$$

(هنر سه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۶۴ و ۶۵)

حال در بیضی داریم:

$$a^2 = b^2 + c^2 \xrightarrow{b^2=4a, c=1} a^2 = 4a + 1$$

$$\Rightarrow a^2 - 4a - 1 = 0 \xrightarrow{a>0} a = 2 + \sqrt{5}$$

پس خروج از مرکز بیضی برابر $\sqrt{5} - 2$ است.

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۸ تا ۵۰)

۱۶- گزینه «۱» (معبود فالتی)

$$A(4, 5, a) \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به صفحه } xy} A'(4, 5, -a)$$

$$A' = B \Rightarrow -a = -3 \Rightarrow a = 3 \Rightarrow A(4, 5, 3)$$

$$A(4, 5, 3) \xrightarrow{\text{تصویر روی صفحه } yz} C(0, 5, 3)$$

$$C \text{ مجموع مختصات نقطه } = 0 + 5 + 3 = 8$$

(هنر سه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۶۴ تا ۶۷)

۱۷- گزینه «۱» (مهمر فتران)

معادلات $z = 1$ و $y = 2$ به ترتیب به صفحاتی عمود بر محور Y ها (موازی

صفحه XZ) و عمود بر محور Z ها (موازی صفحه XY) تعلق دارند. بنابراین از

تلاقی این دو صفحه، خطی حاصل می‌شود که بر محورهای Y و Z عمود است،

یعنی با محور X ها موازی است.

(هنر سه ۳- بردارها؛ صفحه ۶۷)

۱۸- گزینه «۳» (عادل سینی)

با توجه به رابطه فاصله دو نقطه از یکدیگر در R^3 داریم:

$$|PQ| = \sqrt{(0-1)^2 + (-1-0)^2 + (-2-1)^2} = \sqrt{11}$$

$$|PR| = \sqrt{(3-1)^2 + (0-0)^2 + (-1-1)^2} = \sqrt{8}$$

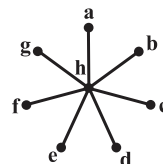
$$|QR| = \sqrt{(3-0)^2 + (0+1)^2 + (-1+2)^2} = \sqrt{11}$$

ریاضیات گسسته

-۲۱ گزینه «۳»

(کیوان درایی)

چون گراف دارای یک 7 -مجموعه با اندازه یک است، پس قطعاً رأسی در گراف وجود دارد که با تمام رئوس دیگر گراف مجاور باشد. حال اگر هیچ دو رأس دیگری در گراف مجاور یکدیگر نباشند، آنگاه مطابق شکل، مجموعه $A = \{a, b, c, d, e, f, g\}$ یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال برای این گراف است، یعنی حداکثر تعداد اعضای چنین مجموعه‌ای برابر 7 است.

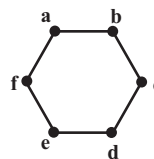


(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۴۳ تا ۵۴)

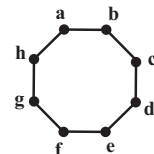
-۲۲ گزینه «۲»

(امیرمسین ابومصوب)

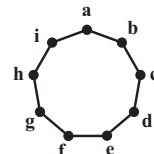
گزینه «۱»: عدد احاطه‌گری گراف C_6 ، برابر 2 است ولی مطابق شکل مجموعه $A = \{a, c, e\}$ یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال برای این گراف است.



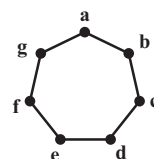
گزینه «۳»: عدد احاطه‌گری گراف C_8 ، برابر 3 است ولی مطابق شکل مجموعه $B = \{a, c, e, g\}$ یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال برای این گراف است.



گزینه «۴»: عدد احاطه‌گری گراف C_9 ، برابر 3 است ولی مطابق شکل مجموعه $C = \{a, d, f, h\}$ یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال برای این گراف است.



گزینه «۲»: عدد احاطه‌گری گراف C_7 ، برابر 3 است و هر مجموعه احاطه‌گر مینیمال این گراف دقیقاً دارای 3 عضو است.



(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

(عادل حسینی)

-۲۳ گزینه «۳»

در حالت زیر، گراف کمترین تعداد یال را دارد:



و در حالت زیر بیشترین تعداد یال را دارد:

پس اختلاف مورد نظر برابر $4 = 7 - 3$ است.

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۴۴ و ۴۵)

(نیلوفر مهدوی)

-۲۴ گزینه «۲»

تعداد مسیرهای موجود از a به c برابر است با:

$$\left. \begin{array}{l} a \xrightarrow{3} b \xrightarrow{4} c : \text{مسیر } 12 \\ a \xrightarrow{1} c : \text{مسیر } 1 \end{array} \right\} + \Rightarrow \text{مسیر } 13$$

برای رفتن از a به c ، 13 مسیر وجود دارد، که یکی از این مسیرها برای رفت طی می‌شود، پس برای برگشت از c به a ، 12 مسیر موجود است و در نتیجه طبق اصل ضرب، تعداد مسیرهای رفت و برگشت برابر است با:

$$13 \times 12 = 156$$

(ریاضی ۱ - شمارش برون‌شماردن: صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶)

(عادل حسینی)

-۲۵ گزینه «۱»

دقت کنید که در هر ردیف یک صندلی باید خالی بماند.

برای رسیدن به مطلوب مسئله، ابتدا از هر ردیف یک صندلی خالی را انتخاب می‌کنیم که به $25 = 5^2$ حالت امکان‌پذیر است. سپس دو زوج را برای ردیف اول و طبیعتاً دو زوج باقی‌مانده هم برای ردیف دوم انتخاب می‌کنیم

که به $6 = \binom{4}{2}$ حالت می‌توانیم این کار را انجام دهیم. سپس از 4 زوج

در جاهای خودشان به $64 = 2^6 = 2! \cdot 2! \cdot (2!)^2$ حالت جابه‌جا می‌شوند.

در نهایت تعداد کل حالت‌های مطلوب برابر است با:

$$25 \times 6 \times 64 = 9600$$

(ریاضیات گسسته - شمارش، برون‌شماردن: صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۴۰)



۲۶- گزینه «۱»

(معیار فالتی)

ابتدا تعداد کل جایگشت‌های ممکن را حساب می‌کنیم:

$$\frac{8!}{3!2!} = 3360$$

حال تعداد جایگشت‌هایی را حساب می‌کنیم که حروف e کنار هم باشند و سپس این تعداد را از تعداد حالت‌های کل کم می‌کنیم تا تعداد حالت‌های مطلوب به دست آید. برای حساب کردن تعداد این جایگشت‌ها eee را یک شیء در نظر می‌گیریم. حال تعداد این جایگشت‌ها برابر است با:

$$\frac{6!}{2!} = 360$$

$$3360 - 360 = 3000 = \text{تعداد حالت‌های مطلوب}$$

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات: صفحه‌های ۵۸ و ۵۹)

۲۷- گزینه «۴»

(عادل مسینی)

با ارقام مجموعه‌های $A_1 = \{2, 2, 5, 6, 7\}$, $A_2 = \{2, 2, 2, 5, 7\}$ و $A_3 = \{2, 2, 2, 5, 6\}$ $A_4 = \{2, 2, 2, 6, 7\}$ باید عدد مورد نظر را بسازیم. تعداد اعدادپنج‌رقمی زوجی که با ارقام مجموعه A_1 می‌توان نوشت برابر است با:

$$\frac{4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 2}{2!} = 36$$

$$\frac{4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 2}{3!} = 12$$

و برای ارقام مجموعه A_2 داریم:برای هر کدام از ارقام مجموعه‌های A_3 و A_4 نیز داریم:

$$\frac{4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 4}{3!} = 16$$

در نهایت تعداد کل اعداد پنج رقمی زوج برابر است با:

$$36 + 12 + 32 = 80$$

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات: صفحه‌های ۵۸ و ۵۹)

۲۸- گزینه «۳»

(عادل مسینی)

باید معادله سیاله زیر را حل کنیم:

$$\sum_{i=1}^4 x_i = 8$$

که در آن $x_i \leq 3$ است. پس قرار می‌دهیم $x_i = 3 - x'_i$ و در نتیجه

$$x_i = 3 - x'_i \text{ پس داریم:}$$

$$\sum_{i=1}^4 (3 - x'_i) = 12 - \sum_{i=1}^4 x'_i = 8 \Rightarrow \sum_{i=1}^4 x'_i = 4$$

که این معادله در مجموعه اعداد صحیح و نامنفی $\binom{7}{3} = 35$ جواب دارد.

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات: صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

۲۹- گزینه «۴»

(نوید میری)

با توجه به اینکه متغیر x_3 در این معادله، ضریب غیر یک دارد، برای حل معادله کافی است حالت‌های ممکن برای این متغیر را دسته‌بندی کنیم.

$$1) x_3 = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = 20 \Rightarrow \text{تعداد جواب‌ها} = \binom{20+2-1}{2-1} = \binom{21}{1} = 21$$

$$2) x_3 = 1 \Rightarrow x_1 + x_2 = 10 \Rightarrow \text{تعداد جواب‌ها} = \binom{10+2-1}{2-1} = \binom{11}{1} = 11$$

$$3) x_3 = 2 \Rightarrow x_1 + x_2 = 0 \Rightarrow \text{تعداد جواب‌ها} = \binom{0+2-1}{2-1} = \binom{1}{1} = 1$$

$$\text{تعداد جواب‌های معادله} = 21 + 11 + 1 = 33$$

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات: صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

۳۰- گزینه «۱»

(امیرمسین ایومنیوب)

$$x_1 > 3 \Rightarrow x_1 = y_1 + 3; y_1 \geq 1$$

$$2 \leq i \leq 4: x_i \geq 1 \Rightarrow x_i = y_i; y_i \geq 1$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 12$$

$$\Rightarrow (y_1 + 3) + y_2 + y_3 + y_4 + 2 = 12$$

$$\Rightarrow y_1 + y_2 + y_3 + y_4 = 7$$

تعداد جواب‌های معادله صورت سؤال با شرایط داده شده برابر تعداد

جواب‌های طبیعی معادله اخیر است. پس داریم:

$$\text{تعداد جواب‌ها} = \binom{7-1}{4-1} = \binom{6}{3} = 20$$

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات: مشابه کار در کلاس صفحه ۶۱)



گزینه ۳

گزینه ۲» ۳۱-

(مسئله فکری)

انرژی جنبشی نوسانگر، در نقطه تعادل بیشینه است و مدت زمانی که طول

می‌کشد تا نوسانگر از نقطه $x = A$ به نقطه $x = 0$ برسد، برابر $\frac{T}{4}$ است:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{4\pi}{3} \Rightarrow t = \frac{T}{4} = \frac{\pi}{3} \text{ s}$$

از نقطه $x = \frac{\sqrt{2}}{2} A$ ، انرژی جنبشی و پتانسیل کشسانی نوسانگر با یکدیگر

برابر می‌باشند و هر کدام، نصف انرژی مکانیکی هستند. مدت زمانی که طول

می‌کشد تا نوسانگر از نقطه $x = A$ به $x = \frac{\sqrt{2}}{2} A$ برسد، برابر $\frac{T}{8}$

$$t = \frac{T}{8} = \frac{4\pi}{8 \cdot 3} = \frac{\pi}{6} \text{ s}$$

است:

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۶۳ و ۶۴)

گزینه ۲» ۳۲-

(مسئله ارغوانی فرد)

از فرمول $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$ گستره طول آونگ‌هایی که با بسامد زاویه‌ای $\frac{2}{5} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ تا $\frac{2}{5} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ دچار تشدید می‌شوند را حساب می‌کنیم.

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{g}{l_1}} = \sqrt{\frac{10}{l_1}} = 2 \Rightarrow l_1 = 2/5 \text{ m} = 250 \text{ cm}$$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{g}{l_2}} \Rightarrow 2/5 = \sqrt{\frac{10}{l_2}} \Rightarrow l_2 = 1/6 \text{ m} = 160 \text{ cm}$$

پس آونگ‌هایی که طولشان در محدوده $160 \text{ cm} < l < 250 \text{ cm}$ است

دچار تشدید می‌شوند.

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۶۸ و ۶۹)

گزینه ۳» ۳۳-

(پوریا علاقه‌مند)

چون در نقاط A و C که انتهای مسیر است متحرک تندی ندارد و ساکن

است بنابراین طبق اثر دوپلر بسامد این نقاط با چشمه برابر است:

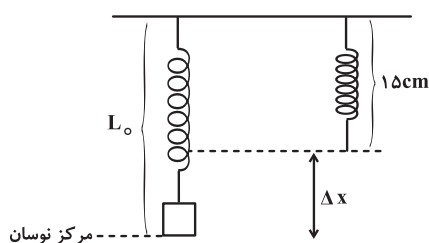
$$f_S = f_A = f_C$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۸۱ تا ۸۳)

گزینه ۲» ۳۴-

(سعید شرق)

طول عادی فنر ۱۵ cm است. باید ببینیم طول فنر پس از اتصال وزنه به چند سانتی‌متر می‌رسد.



$$mg = k\Delta x$$

$$0.6 \times 10 = 2/4 \times \Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{6}{2/4} = 2/5$$

$$L_s = 15 + 2/5 = 17/5 \text{ cm}$$

$$A = 25 - 17/5 = 7/5 \text{ cm}$$

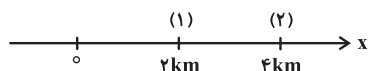
$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{2/4 \times 100}{0.6}} = 20 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$v_{\text{max}} = A\omega = (7/5 \times 10^{-2}) \times 20 = 1/5$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۶۳ تا ۶۷)

گزینه ۲» ۳۵-

(سعید شرق)



$$\beta_1 - \beta_2 = 10 \log \frac{I_1'}{I_2'}$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 = \left(\frac{4}{2}\right)^2 = 4$$

$$\begin{cases} I_1' = I_1 \times 0.9 \\ I_2' = I_2 \times 0.8 \end{cases}$$

$$\frac{I_1'}{I_2'} = \frac{I_1 \times 0.9}{I_2 \times 0.8} = \frac{I_1}{I_2} \times \frac{9}{8} = 4 \times \frac{9}{8} = \frac{9}{2}$$

$$\beta_1 - \beta_2 = 10(\log \frac{9}{2}) = 10(\log 9 - \log 2)$$

$$= 10(2 \log 3 - \log 2) = 10(1.0 - 0.3) = 7$$

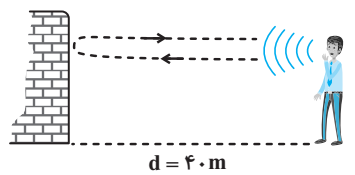
$$\Rightarrow \beta_1 - \beta_2 = 7 \text{ dB}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

۳۶- گزینه «۴»

(مصطفی کیانی)

چون تندی صوت ثابت است، ابتدا با استفاده از رابطه زیر، تندی صوت را می‌یابیم. دقت کنید، مسیری که صوت در رفت و برگشت طی می‌کند تا به گوش شخص برسد، برابر $\ell = 2d$ است. بنابراین می‌توان نوشت:



$$v = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{2d}{\Delta t} = \frac{2 \times 40}{0.25} = 320 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

اکنون، بسامد صوت شخص را پیدا می‌کنیم:

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{320}{16000} = 0.02 \text{ m} = 2 \text{ cm}$$

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه‌های ۹۲ و ۹۳)

۳۷- گزینه «۱»

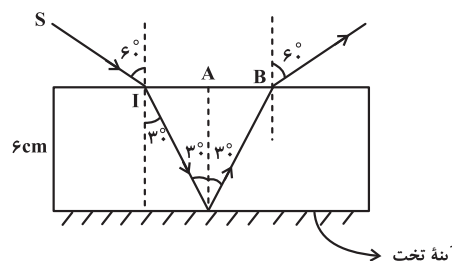
(علیرضا کونه)

ابتدا زاویه شکست را با استفاده از قانون شکست اسنل به دست می‌آوریم:

$$n_1 \sin \hat{i} = n_2 \sin \hat{r} \quad n_1=1, \hat{i}=6^\circ \rightarrow \sin 6^\circ = \sqrt{3} \sin \hat{r}$$

$$\Rightarrow \hat{r} = 3^\circ$$

حالا می‌توانیم با استفاده از قانون بازتاب عمومی ادامه مسیر پرتو SI را رسم کنیم:



با توجه به شکل می‌توانیم بنویسیم:

$$\tan 30^\circ = \frac{IA}{6} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{IA}{6} \Rightarrow IA = 2\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$IA = AB = 2\sqrt{3} \text{ cm}$$

بنابراین فاصله I تا B برابر با $4\sqrt{3} \text{ cm} = (2 \times 2\sqrt{3})$ است.

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه‌های ۹۳، ۹۴، ۹۷ و ۹۸)

۳۸- گزینه «۱»

(بابک اسلامی)

در یک لوله صوتی با دو انتهای باز که مد دوم در آن تشکیل شده است، تعداد گره‌ها برابر با ۲ است.

در یک لوله صوتی با یک انتهای باز که مد سوم در آن تشکیل شده است،

تعداد شکم‌ها برابر با ۳ است. بنابراین نسبت مورد نظر برابر با $\frac{2}{3}$ است.

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه ۱۰۸)

۳۹- گزینه «۳»

(فسرو ارغوانی فرر)

هر نقطه از محیط، حرکت نقطه قبل خود را تکرار می‌کند. بنابراین در $\frac{T}{4}$

ثانیه پس از $t=0$ در موج (۱) نقطه M در مسیر $y=+20$ و در موج

(۲) نقطه M در $y=0$ قرار می‌گیرد، خواهیم داشت:

$$y \text{ برآیند} = y_1 + y_2 = 20 + 0 = 20$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج- برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه‌های ۷۲، ۷۳ و ۱۰۳)

۴۰- گزینه «۱»

(عرفان عسکریان‌پایان)

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{F}{\frac{m}{L}}} = \sqrt{\frac{FL}{m}}$$

$$f_n = \frac{nv}{2L}, \quad f_1 = \frac{v}{2L} \Rightarrow f_n = nf_1$$

$$\left. \begin{aligned} f_5 &= 5f_1 \\ f_2 &= 2f_1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta f = 5f_1 - 2f_1 = 150 \text{ Hz} \Rightarrow f_1 = 50 \text{ Hz}$$

$$f_1 = \frac{v}{2L} \Rightarrow v = 2Lf_1 = 2 \times 1 \times 50 = 100 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v = \sqrt{\frac{FL}{m}} \Rightarrow 100 = \sqrt{\frac{F \times 1}{5g}} \Rightarrow \frac{F}{5g} = (100)^2 = 10^4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$F = 5 \times 10^{-3} \times 10^4 = 50 \text{ N}$$

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه ۱۰۷)

شیمی ۲

۴۱- گزینه «۳»

(ماهان زواری)

مولکول‌های چهار اتمی نیز می‌توانند شکل خطی داشته باشند به عنوان مثال مولکول اتین (C_2H_2) ساختاری خطی دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) درست

(۲) درست؛ عنصرهای اصلی سازنده جامدهای کووالانسی در طبیعت همان کربن و سیلیسیم هستند که به ترتیب عنصر اول و دوم گروه ۱۴ جدول دوره‌ای می‌باشند.

(۴) درست؛ با توجه به چگالی بار بیشتر یون‌ها در MgO آنتالپی فروپاشی شبکه آن بیشتر است.

 $MgO > MgF_2 > LiF > KF$: آنتالپی فروپاشی شبکه

(شیمی ۳- شیمی، پلوه‌ای از هنر، زیبایی و مانرگاری؛

صفحه‌های ۶۹ تا ۷۱ و ۷۵ تا ۸۳)

۴۲- گزینه «۲»

(میلاد شیخ‌الاسلامی فیاوی)

بررسی گزینه‌ها:

(۱) نادرست؛ تاکنون هیچ یون تک اتمی پایداری از این دو عنصر شناخته نشده است اما در ساختار یون‌های چند اتمی مانند CO_3^{2-} و SiO_4^{4-} عنصر کربن و سیلیسیم وجود دارد.

(۲) درست؛ در ترکیبات یونی که هم کاتیون و یا آنیون آن چند اتمی هستند، پیوند بین کاتیون و آنیون از نوع یونی و پیوندهای درون اتم‌های سازنده کاتیون و آنیون از نوع کووالانسی است.

(۳) نادرست؛ جیوه فلزی از دسته d بوده که حالت آن مایع است.

(۴) نادرست؛ A و B به ترتیب عناصری از گروه ۱ و ۲ جدول هستند، چون آنیون (C^-) ثابت است، هر چه چگالی بار کاتیون بیشتر باشد، آنتالپی فروپاشی ترکیب یونی حاصل بیشتر خواهد بود. می‌دانیم در یک دوره، چگالی بار کاتیون فلزات گروه ۲ بیشتر از گروه ۱ است. پس آنتالپی فروپاشی BC_2 بیشتر است.

(شیمی ۳- شیمی، پلوه‌ای از هنر، زیبایی و مانرگاری؛ صفحه‌های ۷۹ تا ۸۳)

۴۳- گزینه «۳»

(کامران جعفری)

موارد دوم و سوم درست می‌باشند.

بررسی موارد:

مورد اول؛ مولکول (آ) به دلیل شکل هندسی خمیده، همواره قطبی است اما مولکول (ب) می‌تواند قطبی باشد.

مورد سوم؛ اتم کربن به دلیل خاصیت نافلزی کمتر در نقشه پتانسیل الکترواستاتیکی به رنگ آبی خواهد بود.

مورد چهارم؛ همواره این گونه نیست، به عنوان مثال مولکول O_3 ساختاری مانند شکل (آ) دارد.

(شیمی ۳- شیمی، پلوه‌ای از هنر، زیبایی و مانرگاری؛ صفحه‌های ۷۴ تا ۷۷)

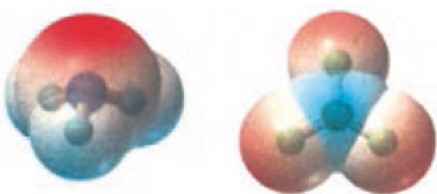
۴۴- گزینه «۳»

(مرتضی شوش‌کیش)

عبارت‌های دوم و چهارم نادرست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت دوم؛ با توجه به شکل زیر، ساختارهای دو ترکیب آمونیاک (NH_3) و گوگرد تری‌اکسید (SO_3)، یکسان نمی‌باشند و در ترکیب گوگرد تری‌اکسید برخلاف آمونیاک، اتم مرکزی دارای بار جزئی مثبت است.



عبارت چهارم؛ در هر دو مولکول کربونیل سولفید (SCO) و کربن دی‌سولفید (CS_2) تراکم بار الکتریکی بر روی اتم مرکزی کمتر بوده و در نقشه پتانسیل الکترواستاتیکی با رنگ آبی نمایش داده می‌شوند اما ترکیب کربن دی‌سولفید برخلاف کربونیل سولفید، ناقطبی است و در میدان الکتریکی جهت‌گیری نمی‌کند.

(شیمی ۳- شیمی، پلوه‌ای از هنر، زیبایی و مانرگاری؛ صفحه‌های ۷۴ تا ۷۷)

۴۵- گزینه «۴»

(ماهان زواری)

تنها مورد سوم درست می‌باشد.
بررسی گزینه‌ها:

مورد اول: طبق نمودار صفحه ۸۲ کتاب درسی آنتالپی فروپاشی KF از NaCl بیشتر می‌باشد.

مورد دوم: در اتم جامدهای فلز هسته اتم‌ها می‌توانند روی هم سر خورده و خاصیت چکش‌خواری را به وجود آورند.

مورد سوم: درست؛ هر دو اتم تیتانیم و نیکل ۸ الکترون با $I = 0$ می‌باشند.

مورد چهارم: قلع یک فلز بوده و مدل دریای الکترونی تنها می‌تواند برخی از رفتارهای فیزیکی آن را توجیه کند.

(شیمی ۳- شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و مانترگاری: صفحه‌های ۸۲ تا ۸۵ و ۸۸)

۴۶- گزینه «۴»

(مهم‌رضا پوریاوید)

با توجه به گرماگیر بودن، واکنش باید $\Delta H > 0$ باشد. از طرفی هرچه E_a واکنش کمتر باشد، سرعت انجام آن بیشتر است. بنابراین بین دو واکنش گرماگیر در گزینه‌های «۲» و «۴»، واکنش آخر با داشتن E_a کمتر، سریع‌تر انجام می‌شود.

(شیمی ۳- شیمی راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر: صفحه‌های ۹۶ تا ۹۹)

۴۷- گزینه «۱»

(مهم‌رسن مهم‌زاده‌مقدم)

ابتدا انرژی فعال‌سازی واکنش در غیاب کاتالیزگر را تعیین می‌کنیم:

$$E_{a1} = 562 - 181 = 381 \text{ kJ}$$

حال انرژی فعال‌سازی در حضور کاتالیزگر $\frac{1}{3}$ این مقدار است. بنابراین:

$$E_{a2} = \frac{E_{a1}}{3} = \frac{381}{3} = 127 \text{ kJ}$$

(شیمی ۳- شیمی راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر: صفحه‌های ۹۶ تا ۹۹)

۴۸- گزینه «۳»

(مهم‌رضا زهره‌وند)

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: هر کاتالیزگر یک یا شمار معدودی واکنش را سرعت می‌بخشد.

گزینه «۲»: بر روی سطح مبدل‌های کاتالیستی فلزهای رودیم، پالادیم و پلاتین نشانه شده است.

گزینه «۴»: کاتالیزگر در شرایط انجام واکنش، باید پایداری شیمیایی و گرمایی مناسبی داشته باشد.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر: صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۲)

۴۹- گزینه «۳»

(ماهان زواری)

تنها مورد سوم درست می‌باشد.
بررسی موارد نادرست:

مورد اول: در سطح سرامیک‌های درون مبدل کاتالیستی، توده‌های فلزی با قطر ۲ تا ۱۰ نانومتر وجود دارند.

مورد دوم: دقت شود که نماد فلز رودیم به صورت Rh می‌باشد.

مورد چهارم: یکی از گونه‌های شیمیایی خروجی از مبدل کاتالیستی H_2O می‌باشد که گونه‌ای قطبی است.

(شیمی ۳- شیمی راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر: صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۲)

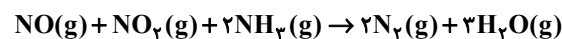
۵۰- گزینه «۳»

(ماهان زواری)

تنها موارد دوم و چهارم درست می‌باشند.
بررسی موارد:

مورد اول: نادرست؛ ایجاد جرقه تنها انرژی فعال‌سازی واکنش را تأمین می‌کند و تأثیری بر مقدار E_a نخواهد داشت.

مورد دوم: درست؛ در واکنش انجام شده در مبدل کاتالیستی خودروه‌های دیزلی، دو گونه NO و NO_2 اکسندده بوده که هر دو رادیکال می‌باشند.



مورد سوم: نادرست؛ برای ماده‌ای با فرمول مولکولی C_7H_6O می‌توان دو ساختار در نظر گرفت (اتانول و دی متیل اتر) پس این ماده دو طیف فرسرخ می‌تواند داشته باشد.

مورد چهارم: درست؛ طبق واکنش در مورد دوم داریم:

$$\frac{1}{17} \text{ g } NH_3 \times \frac{1 \text{ mol } NH_3}{17 \text{ g } NH_3} \times \frac{3 \text{ mol } e^-}{1 \text{ mol } NH_3} \\ \times \frac{6.02 \times 10^{23} e^-}{1 \text{ mol } e^-} = \frac{1}{8.5} \times 10^{23} e^-$$

(شیمی ۳- شیمی راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر: صفحه‌های ۹۹ تا ۱۰۲)