

دوازدهم ریاضی

دفترچه شماره ۱ (از ۲)

از ساعت ۸ تا ۹:۵۰ صبح



آزمون ۱۸ اسفند ۱۴۰۲

آزمون اختصاصی

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	حسابان ۲	۱۰	۱	۲۰
		۱۰		
۲	ریاضی پایه	۱۰	۲۱	۳۰
۳	هندسه ۳	۱۰	۳۱	۵۰
		۱۰		
۴	زوج کتاب	۱۰	۵۱	۶۰
		۱۰	۶۱	۷۰
۵	ریاضیات گسسته	۱۰	۷۱	۹۰
		۱۰		

تابلو نوری

- تابلو نوری را به یکی از ۳ روش زیر دریافت کرده و حتماً آن را تکمیل کنید.
- ۱- از دفتر نمایندگی شهر خود
 - ۲- از داخل مجله آزمون
 - ۳- از سایت کانون



آزمون «۱۸ اسفند ۱۴۰۲»

اختصاصی دوازدهم ریاضی

مدت زمان کل پاسخ‌گویی سوالات عادی و سریع: ۱۱۰ دقیقه

از ساعت ۸ تا ۹:۵۰ صبح

تعداد کل سوالات: ۹۰ سؤال

(۵۰ سؤال اجباری + ۴۰ سؤال اختیاری)

فجره سوال

شماره سؤال	تعداد سؤال	نام درس
۱-۲۰	۱۰	حسابان ۲
	۱۰	
۲۱-۳۰	۱۰	ریاضی پایه
۳۱-۵۰	۱۰	هندسه ۳
	۱۰	
۵۱-۶۰	۱۰	آمار و احتمال
۶۱-۷۰	۱۰	آمار و احتمال
۷۱-۹۰	۱۰	ریاضیات گسسته
	۱۰	

پدیدآورندگان

نام طرحان	نام درس	اختصاصی
کاظم اجلائی-مسعود برملا-شاهین پروازی-سعید تن‌آرا-میلاذ چاشمی-عادل حسینی-طاهر دادستانی-محمد رضا راسخ علی شهبازی-رضا طاری حمید علیزاده-کامیار علییون-حامد معنوی-جهانبخش نیکنام	حسابان ۲ و ریاضی پایه	
علی ایمانی-سیدمحمد رضا حسینی-فرد-مهدیار راشدی-سوگند روشنی-فرشاد صدیقی-فر-هومن عقیلی-احمد رضا فلاح-مهرداد ملوندی	هندسه	
اسحاق اسفندیار-علی ایمانی-فرزاد جوادی-سیدمحمد رضا حسینی-فرد-افشین خاصه‌خان-کیوان دارابی-مصطفی دیداری-مهدیار راشدی-سوگند روشنی-احمد رضا فلاح-مهرداد ملوندی	آمار و ریاضیات گسسته	

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی پایه	هندسه	آمار و ریاضیات گسسته
گزینشگر	عادل حسینی	محمد صحت کار	امیرحسین ابومحبوب کیوان دارابی
گروه ویراستاری	سعید خان بابایی محمد رضا راسخ	مهرداد ملوندی امیر محمد کریمی	مهرداد ملوندی امیرمحمد کریمی
ویراستاری رتبه های برتر	پارسا نوروزی منش	پارسا نوروزی منش	پارسا نوروزی منش
مسئول درس مستند سازی	عادل حسینی سمیه اسکندری	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب سرژ یقیا زاریان تبریزی

گروه فنی و تولید

مهرداد ملوندی	مدیر گروه
نرگس غنی زاده	مسئول دفترچه
مدیر گروه: محیا اصغری ویراستاران: علیرضا زارعی-امیر قلی پور-امیرمحمد موحدی	گروه مستندسازی
فرزانه فتح اله زاده	حروف نگار
سوران نعیمی	ناظر چاپ

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

حسابان ۲: مشتق + کاربردهای مشتق: صفحه‌های ۷۱ تا ۱۱۹

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۱- تابع $y = |x+1|$ در کدام نقطه مشتق ناپذیر است؟

(۲) $x = 1$

(۱) $x = -1$

(۴) $x = -2$

(۳) $x = 0$

۲- وضعیت اکسترم‌های نسبی تابع $f(x) = \begin{cases} 1-x^2 & ; |x| \leq 1 \\ x & ; |x| > 1 \end{cases}$ کدام است؟

(۲) فقط مینیمم نسبی دارد.

(۱) فقط ماکزیمم نسبی دارد.

(۴) اکسترم نسبی ندارد.

(۳) یک ماکزیمم و یک مینیمم نسبی دارد.

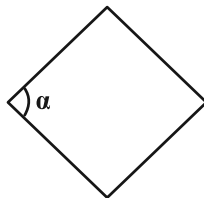
۳- طول ضلع لوزی زیر برابر ۲ است. آهنگ لحظه‌ای تغییر مساحت آن نسبت به α وقتی $\alpha = \frac{2\pi}{3}$ کدام است؟

(۱) -۱

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) -۲

۴- مشتق تابع $f(x) = \frac{x^2 + \frac{1}{x^2} + 3}{x + \frac{1}{x}}$ در $x = 2$ کدام است؟

(۲) ۰/۶۴

(۱) ۰/۶۳

(۴) ۰/۶۶

(۳) ۰/۶۵

۵- تابع $f(x) = (ax + b\sqrt{2x+2})(3x-2)$ در $x = 2$ مشتق پذیر است. حاصل $a-2b$ کدام است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

(۲) ۵

(۱) -۳

(۴) صفر

(۳) -۴

محل انجام محاسبات

۶- اگر $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(1-x) - g(1-x)}{x + x^2} = 2$ باشد، مشتق تابع $y = f(2x) - g(2x)$ در $x = \frac{1}{2}$ کدام است؟

(۱) ۲

(۲) -۲

(۳) ۴

(۴) -۴

۷- تابع $y = x\sqrt{x^2} - 5\sqrt{x}$ در محدوده x های مثبت چند نقطه بحرانی دارد؟

(۱) ۳

(۲) ۲

(۳) ۱

(۴) صفر

۸- برد تابع $f(x) = \frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} - x^2$ با دامنه $[-2, 2]$ بازه $[a, b]$ است. حاصل $b - a$ کدام است؟

(۱) ۴

(۲) $\frac{16}{3}$

(۳) $\frac{11}{3}$

(۴) ۶

۹- سیمی به طول l را به قطاعی از یک دایره تبدیل می کنیم. بیشترین مساحت قطاع چند برابر l^2 است؟

(۱) $\frac{1}{2}$

(۲) $\frac{1}{16}$

(۳) $\frac{1}{8}$

(۴) $\frac{1}{4}$

۱۰- مجموع مقادیر ماکزیمم مطلق و مینیمم مطلق تابع $f(x) = \sin^2 x + \cos x + m$ در بازه $[0, \pi]$ برابر $\frac{13}{4}$ است. مقدار m کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2}$

(۲) $\frac{3}{2}$

(۳) ۲

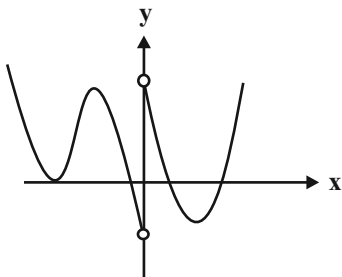
(۴) $\frac{5}{2}$

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

حسابان ۲: کاربردهای مشتق: صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۴۴

🔔 دانش آموزانی که خود را برای کنکور مرحله اول آماده می‌کنند، باید به این دسته سؤالات (پیشروی سریع) نیز، پاسخ دهند.

۱۱- نمودار تابع f روی \mathbb{R} پیوسته است و نمودار مشتق آن در شکل زیر رسم شده است. نمودار تابع f چند نقطه عطف دارد؟



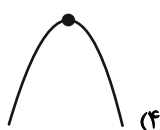
۲ (۱)

۳ (۲)

۴ (۳)

۵ (۴)

۱۲- نمودار تابع $f(x) = x^5 - 6x^3 - 2x^2$ در همسایگی نقطه $x = 0$ به کدام صورت است؟



(۴)



(۳)



(۲)



(۱)

۱۳- چند عبارت از عبارتهای زیر در مورد تابع $y = \frac{x}{1+x}$ درست است؟

(ا) جهت تقعر نمودار تابع همواره رو به پایین است.

(ب) نقطه $(1, 1)$ مرکز تقارن نمودار تابع است.

(پ) تابع در هر بازه از دامنه‌اش اکیداً صعودی است.

۴ صفر

۱ (۳)

۲ (۲)

۳ (۱)

۱۴- روی کدام بازه تقعر نمودار تابع $y = \frac{x^2}{4} + 32\sqrt{x+1}$ رو به بالاست؟

(۴) $(0, +\infty)$ (۳) $(3, +\infty)$ (۲) $(-1, 3)$ (۱) $(-1, 0)$

۱۵- جدول تغییرات رفتار تابع $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ به صورت زیر است. مقدار ماکزیمم نسبی تابع، کدام است؟

x	-۱	۰	۱
f'	+	۰	-
f''	-	-	+
f	↗	↘	↗

۴ (۱)

۳ (۲)

۲ (۳)

۱ (۴)

محل انجام محاسبات

۱۶- تابع $f(x) = \sin 2x + \cos x$ در بازه $(-\pi, 0)$ چند نقطه عطف دارد؟

- (۱) ۴
 (۲) ۳
 (۳) ۲
 (۴) ۱

۱۷- اگر $(\sqrt[3]{a}, 2)$ نقطه عطف تابع $y = \frac{b}{x^3 - 1}$ باشد، مقدار b کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) -۳
 (۲) $-\frac{1}{4}$
 (۳) $-\frac{1}{2}$
 (۴) $-\frac{3}{2}$

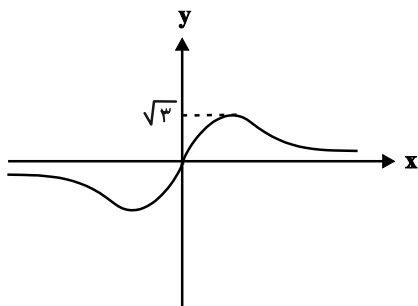
۱۸- شیب خط مماس بر نمودار تابع $f(x) = x\sqrt{x^2 + 1}$ در نقطه عطف آن کدام است؟

- (۱) صفر
 (۲) $\frac{1}{2}$
 (۳) $\sqrt{2}$
 (۴) ۱

۱۹- بر نمودار تابع $f(x) = \sqrt[3]{x^3 + ax} - 1$ فقط یک خط مماس قائم می‌توان رسم کرد. حدود a کدام است؟

- (۱) $a > -\frac{3}{\sqrt[3]{4}}$
 (۲) $a > -\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$
 (۳) $a > -\frac{1}{2}$
 (۴) $a \geq 0$

۲۰- شکل زیر نمودار تابع $f(x) = \frac{ax^2 + bx}{x^2 + b}$ را نشان می‌دهد. مقدار b کدام است؟



- (۱) ۱۸
 (۲) ۴
 (۳) ۶
 (۴) ۱۲

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضی پایه: ریاضی ۱: مثلثات: صفحه‌های ۲۸ تا ۴۶ / حسابان ۱: مثلثات، حد و پیوستگی: صفحه‌های ۹۱ تا ۱۵۱

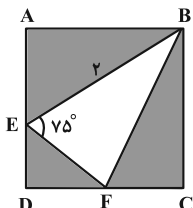
۲۱- زاویه‌ای که خط $x - y = 2$ با قسمت مثبت محور x ها می‌سازد، چند درجه است؟

۱۳۵ (۴)

۱۲۰ (۳)

۳۰ (۲)

۴۵ (۱)

۲۲- چهارضلعی ABCD یک مربع است. اگر $AE = FC$ باشد، مساحت قسمت سایه‌خورده کدام است؟ ($\widehat{BEF} = 75^\circ$ و $BE = 2$) $\frac{3}{2}$ (۱)

۲ (۲)

 $\frac{5}{2}$ (۳)

۳ (۴)

۲۳- حاصل عبارت $A = \frac{\cos 70^\circ \cos 10^\circ + \cos 80^\circ \cos 20^\circ}{\cos 68^\circ \cos 8^\circ + \cos 82^\circ \cos 22^\circ}$ کدام است؟

۲ (۴)

 $\frac{3}{2}$ (۳)

۱ (۲)

 $\frac{1}{2}$ (۱)۲۴- اگر $1 + \cot^2 x = \frac{1}{\cos 2x}$ باشد، حاصل $\sin^2(x - \frac{\pi}{2}) + \cot^2(2\pi + x)$ کدام است؟ $\frac{7}{3}$ (۲) $\frac{4}{3}$ (۱) $\frac{8}{3}$ (۴)

۲ (۳)

۲۵- اگر $3 \sin(\theta + \frac{\pi}{6}) = \cos \theta$ باشد، مقدار $\cos 2\theta$ کدام است؟ $-\frac{3\sqrt{3}}{14}$ (۲) $\frac{2\sqrt{21}}{14}$ (۱) $-\frac{5}{14}$ (۴) $\frac{13}{14}$ (۳)

محل انجام محاسبات

۲۶- تنها نقاط ناپیوسته تابع $f(x) = (x-3a)[\sqrt{x}]$ در بازه $(1, 25)$ ، نقاط به طول $x=9$ و $x=16$ هستند. مقدار a کدام است؟

([]، نماد جزء صحیح است.)

$$\frac{4}{3} \quad (1) \quad \frac{16}{3} \quad (2)$$

$$4 \quad (3) \quad 3 \quad (4)$$

۲۷- اگر $f(x) = [-x]x^2 + x$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 2^-} f\left(\frac{1}{x-1}\right)$ کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

$$1 \quad (2) \quad \text{صفر} \quad (1)$$

$$-1 \quad (4) \quad -\frac{1}{2} \quad (3)$$

۲۸- حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{\tan^2 3x}$ کدام است؟

$$6 \quad (2) \quad \frac{2}{9} \quad (1)$$

$$3 \quad (4) \quad \frac{2}{3} \quad (3)$$

۲۹- تابع $f(x) = \frac{|\sqrt{x} - \sqrt[3]{x}|}{4x+m}$ مفروض است. اگر $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = n$ باشد، حاصل mn کدام است؟ ($n \neq 0$)

$$-\frac{97}{24} \quad (2) \quad -4 \quad (1)$$

$$\frac{97}{16} \quad (4) \quad \frac{1}{6} \quad (3)$$

۳۰- تابع $f(x) = \begin{cases} 9x-1 & ; x \leq a \\ \frac{3x^2-2x-1}{x-a} & ; x > a \end{cases}$ در $x=a$ پیوسته است. حاصل $a-f(a)$ کدام است؟

$$\frac{4}{3} \quad (2) \quad -\frac{14}{3} \quad (1)$$

$$\frac{8}{3} \quad (4) \quad \frac{11}{3} \quad (3)$$

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

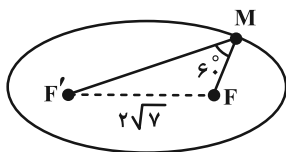
هندسه ۳: آشنایی با مقاطع مخروطی - بردارها: صفحه‌های ۴۷ تا ۶۸

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۳۱- چند مثلث مانند ABC می‌توان رسم کرد به طوری که $BC = 12$ و ارتفاع $AH = 9$ و محیط مثلث برابر ۳۲ باشد؟

(۱) هیچ (۲) ۱

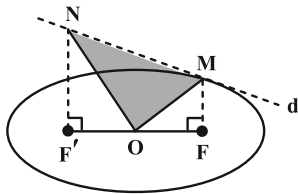
(۳) ۲ (۴) ۴

۳۲- در شکل زیر، F و F' کانون‌های بیضی و M نقطه‌ای واقع بر بیضی است. اگر $MF' = 2MF$ ، $FF' = 2\sqrt{7}$ و $\widehat{FMF'} = 60^\circ$ باشند، خروج از مرکز بیضی چقدر است؟(۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{7}}{3}$ (۴) $\frac{\sqrt{7}}{4}$ ۳۳- در یک بیضی، A یکی از دو سر قطر بزرگ و B یکی از دو سر قطر کوچک و F کانون نزدیک به A است. اگر $AB = 4$ و $AF = 1$ باشند، فاصله کانونی بیضی چقدر است؟(۱) $2\sqrt{2} - 2$ (۲) $4\sqrt{2}$ (۳) $6\sqrt{2} - 4$ (۴) $2\sqrt{3}$

محل انجام محاسبات

۳۴- در بیضی شکل زیر، خط d در M بر منحنی مماس است و F' و F کانون‌های بیضی هستند. نقطه O مرکز بیضی، $MF \perp FF'$ و

$F'N$ موازی با FM رسم شده است. اگر طول قطرهای بیضی برابر ۸ و $2\sqrt{7}$ باشند، آن‌گاه مساحت مثلث OMN چقدر است؟



۱۸ (۱)

۲۰ (۲)

۱۲ (۳)

۱۵ (۴)

۳۵- مرکز دایره $x^2 + y^2 - 2x = 2$ بر کانون سهمی $(y+b)^2 = 2(x+a)$ منطبق است. معادله خط هادی سهمی کدام است؟

$$y = -\frac{1}{2} \quad (۲)$$

$$x = -\frac{1}{2} \quad (۱)$$

$$y = 0 \quad (۴)$$

$$x = 0 \quad (۳)$$

۳۶- به ازای کدام مقدار k ، خط هادی سهمی $2y^2 - x + 4y = -k$ برابر $x = -\frac{1}{8}$ است؟

$$-2 \quad (۲)$$

$$2 \quad (۱)$$

$$-4 \quad (۴)$$

$$4 \quad (۳)$$

۳۷- در آینه سهموی به معادله $x^2 = 4y$ پرتو نوری به معادله $x = 2$ به داخل آینه می‌تابد، عرض از مبدأ پرتو بازتاب کدام است؟

$$1 \quad (۲)$$

$$2 \quad (۱)$$

(۴) محور y ها را قطع نمی‌کند.

صفر (۳)

محل انجام محاسبات

۳۸- اگر پرتوهای نوری از نقطه $M(1, -1)$ بر بدنه آینه‌ای یک سهمی به معادله $y^2 = 4x$ بتابد، کدام گزینه پرتوهای تابشی را به

درستی رسم کرده است؟



۳۹- می‌دانیم خطی که از دو نقطه $A(a, 2, 4)$ و $B(1, b, c)$ می‌گذرد موازی یکی از محورهای دستگاه \mathbb{R}^3 بوده و نقطه M روی

این خط به فاصله ۳ از مبدأ مختصات قرار دارد. مجموع مختصات نقطه M کدام می‌تواند باشد؟

(۱) ۵

(۲) -۴

(۳) ۳

(۴) -۲

۴۰- وجوه یک مکعب مستطیل قسمتهایی از صفحات به معادلات $x=1$ ، $x=3$ ، $y=1$ ، $y=4$ ، $z=-2$ و $z=2$ است. طول قطر

مکعب مستطیل و معادله یکی از یال‌هایی که به موازات محور y ها است، به ترتیب کدام‌اند؟

(۲) $\begin{cases} x=3 \\ z=-2 \end{cases}$ ، $\sqrt{13}$

(۱) $\begin{cases} x=2 \\ z=1 \end{cases}$ ، $\sqrt{29}$

(۴) $\begin{cases} x=1 \\ z=-2 \end{cases}$ ، $\sqrt{29}$

(۳) $\begin{cases} x=1 \\ z=2 \end{cases}$ ، $\sqrt{13}$

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۳: بردارها: صفحه‌های ۷۷ تا ۸۴

🔔 دانش آموزانی که خود را برای کنکور مرحله اول آماده می‌کنند، باید به این دسته سوالات (پیشروی سریع) نیز، پاسخ دهند.

۴۱- حاصل ضرب داخلی دو بردار $\vec{a} = m\vec{i} + 2m\vec{j} + 3\vec{k}$ و $\vec{b} = 3\vec{i} - \vec{j} + 2m\vec{k}$ مساوی ۷ است. اندازه زاویه بین دو بردار \vec{a} و \vec{b} چند

درجه است؟

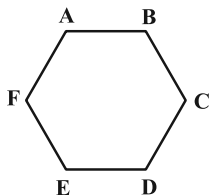
۱۲۰° (۴)

۱۵۰° (۳)

۳۰° (۲)

۶۰° (۱)

۴۲- اگر در شش ضلعی منتظم شکل زیر، $F = (-3, 2, 1)$ و $C = (2, -3, 1)$ است، حاصل $|\vec{AC} \cdot \vec{AD}|$ کدام است؟



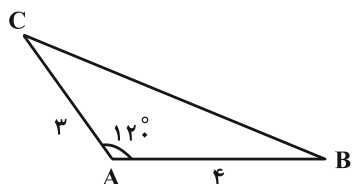
۳۵ (۱)

۳۷/۵ (۲)

۷۵ (۳)

۲۰√۳ (۴)

۴۳- در شکل زیر، $\vec{AB} \cdot \vec{BC}$ کدام است؟



-۱۰ (۱)

-۲۲ (۲)

-۶(√۳+۱) (۳)

-۶√۳-۱۶ (۴)

محل انجام محاسبات

۴۴- اگر \vec{a} و \vec{b} دو بردار در فضای \mathbb{R}^3 باشند طوری که $|\vec{b}|=3$ ، $\vec{a}+\vec{b}=(-1, 0, 3)$ و $\vec{a}' = -\frac{4}{9}\vec{b}$ در این صورت طول بردار \vec{a}

کدام است؟ (\vec{a}' بردار تصویر قائم \vec{a} بر امتداد بردار \vec{b} است).

۴ (۲)

۲ (۱)

۳ (۴)

 $2\sqrt{3}$ (۳)

۴۵- بردار \vec{a} به طول ۴ بر محور x ها و بردار $(1, 2, -2)$ عمود است. طول تصویر قائم \vec{a} در امتداد محور z ها چقدر است؟

 $\frac{4}{3}$ (۲) $\sqrt{2}$ (۱) $\frac{8}{3}$ (۴) $2\sqrt{2}$ (۳)

۴۶- اگر $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{0}$ و $|\vec{a}\times\vec{b}|=k$ باشد طول بردار $\vec{a}\times\vec{b}+2\vec{c}\times\vec{a}+3\vec{c}\times\vec{b}$ کدام است؟

۲k (۲)

صفر (۱)

۶k (۴)

۴k (۳)

محل انجام محاسبات

۴۷- اگر بردار $\vec{c} = (m, 5, 2m)$ بر هر دو بردار $\vec{a} = 3\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$ و $\vec{b} = (m, 1, n)$ عمود باشد، آن گاه مساحت مثلثی که روی دو

بردار \vec{a} و \vec{b} بنا می شود چقدر است؟

(۲) $3\sqrt{5}$

(۱) $\sqrt{30}$

(۴) $2\sqrt{10}$

(۳) $2\sqrt{5}$

۴۸- نقاط $A(1, -1, 1)$ ، $B(2, 1, -1)$ و $C(1, 2, 1)$ رؤس مثلث ABC هستند. اندازه ارتفاع وارد از رأس C بر ضلع AB چقدر است؟

(۲) $\sqrt{3}$

(۱) $\sqrt{2}$

(۴) $\sqrt{5}$

(۳) ۲

۴۹- اگر $\vec{c} \times \vec{b} = -\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$ و $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ باشند، حاصل $(\vec{c} \times 2\vec{a}) \cdot 3\vec{b}$ کدام است؟

(۲) ۶

(۱) -۶

(۴) ۱۸

(۳) -۱۸

۵۰- حجم متوازی السطوح ساخته شده بر بردارهای \vec{a} ، \vec{b} و \vec{c} برابر ۳ است. حجم متوازی السطوح ساخته شده بر بردارهای $\vec{a} + 2\vec{b}$ ،

$\vec{b} + 2\vec{c}$ و $\vec{c} + 2\vec{a}$ کدام است؟

(۲) ۱۵

(۱) ۹

(۴) ۲۷

(۳) ۲۱

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

آمار و احتمال: آمار استنباطی: صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۲۷ / ریاضی ۱: آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۵۲ تا ۱۷۰

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سوالات آمار و احتمال (۵۱ تا ۶۰) و (۶۱ تا ۷۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۵۱- از یک جامعه با ۱۰۰۰۰ عضو برای تقریب زدن پارامتر M (میانگین جامعه)، یکصد بار نمونه‌گیری کرده‌ایم و فقط ۵ درصد مواردبازۀ به دست آمده شامل M نیست، طول این بازه کدام است؟

$$\frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \quad (۴)$$

$$\frac{\sigma}{4\sqrt{n}} \quad (۳)$$

$$\frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \quad (۲)$$

$$\frac{\sigma}{2\sqrt{n}} \quad (۱)$$

۵۲- چه تعداد از گزاره‌های زیر درست است؟

(الف) در نمونه‌گیری سیستماتیک (سامانمند) شماره‌هایی که انتخاب می‌شوند تشکیل دنباله حسابی می‌دهند.

(ب) در نمونه‌گیری سیستماتیک اندازه طبقات حتماً باید مساوی باشند.

(ج) در نمونه‌گیری غیراحتمالی، همه اعضا شانس انتخاب شدن دارند، اما احتمال انتخاب شدن‌شان مساوی نیست.

(د) نمونه‌گیری خوشه‌ای یک روش احتمالی است که احتمال انتخاب خوشه‌ها با هم برابر است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۵۳- در یک جامعه آماری به صورت $\{n, \dots, 6, 5, 4\}$ ، اگر دقیقاً ۱۰ نمونه دو عضوی وجود داشته باشد که واریانس را $\frac{9}{4}$ برآورد

کنند، تعداد عضوهای مجموعه کدام است؟

۱۴ (۴)

۱۳ (۳)

۱۲ (۲)

۱۱ (۱)

۵۴- اگر میانگین و انحراف معیار نمونه تصادفی ۲۵ تایی به ترتیب \bar{x} و ۲۵ باشند، برآورد نقطه‌ای واریانس میانگین نمونه‌ها کدام است؟

۲۵ (۴)

۵ (۳)

۱ (۲)

 $\frac{1}{5}$ (۱)۵۵- جدول زیر قسمتی از نمونه‌گیری تصادفی ساده به اندازه ۳ از جامعه $\{2, 5, 3, 0, 1, 4\}$ است. حاصل $m - n$ کدام است؟

۲/۷ (۱)

نمونه	...	$\{1, 3, 5\}$, $\{0, 4, 5\}$, $\{2, 3, 4\}$...
\bar{x}		m	
احتمال		n	

۲/۸ (۲)

۲/۸۵ (۳)

۲/۹۵ (۴)

محل انجام محاسبات

۵۶- چه تعداد از گزاره‌های زیر صحیح است؟

- در نمونه‌گیری طبقه‌ای، برعکس نمونه‌گیری خوشه‌ای، افراد درون یک گروه از نظر ویژگی مورد بررسی همگن هستند.
- پارامتر، مشخصه جامعه است و همیشه مقدار ثابتی است و تغییر نمی‌کند و آماره مشخصه نمونه است و ممکن است از یک نمونه به نمونه دیگر تغییر کند.
- از روی آماره، پارامتر را برآورد می‌کنیم.

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۵۷- طول بازه اطمینان ۹۵ درصد در نمونه‌ای به اندازه ۱۰۰ و میانگین ۵ برابر ۲ است. اگر تعداد اعضای نمونه ۲۵ برابر شود بازه اطمینان ۹۵ درصد کدام است؟

(۱) $[4/8, 5/2]$ (۲) $[4/4, 5/6]$

(۳) $[4/2, 5/8]$ (۴) $[4/5, 5/5]$

۵۸- در یک نمونه‌گیری سیستماتیک از یک جامعه آماری، دو عضو با شماره‌های ۱۷ و ۴۵ انتخاب شده‌اند. اگر بدانیم شماره ۵ انتخاب نشده، چقدر احتمال دارد شماره ۱۰ انتخاب شده باشد؟

(۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{3}$

(۳) $\frac{2}{5}$ (۴) شماره ۱۰ انتخاب نمی‌شود.

۵۹- در نمونه‌گیری به روش سامانمند از ۲۲۰ نفر اگر شماره انتخابی از دسته اول، دوم و هشتم به ترتیب $m+3$ ، $m+4$ و

$20m+42$ باشند نفر انتخاب شده، از دسته آخر چه شماره‌ای دارد؟

(۱) ۲۰۴ (۲) ۲۱۴ (۳) ۱۹۴ (۴) ۱۸۴

۶۰- از بین اعداد ۱، ۳، ۵، ۷، ...، $2N-1$ اعداد ۱، ۳، ۹، ۷ به تصادف انتخاب شده است. برآورد نقطه‌ای N با استفاده از میانگین کدام است؟

(۱) ۱۱ (۲) ۹ (۳) ۷ (۴) ۵

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

آمار و احتمال: احتمال: صفحه‌های ۳۹ تا ۷۲ / ریاضی ۱: آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۵۱

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سوالات آمار و احتمال (۶۰ تا ۶۱) و (۷۰ تا ۷۱) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۶۱- دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. می‌دانیم عدد رو شده در یکی از تاس‌ها دو برابر دیگری است. با کدام احتمال مجموع دو عدد رو

شده اول است؟

(۲) $\frac{1}{3}$

(۱) $\frac{1}{6}$

(۴) $\frac{2}{3}$

(۳) $\frac{1}{2}$

۶۲- ۵ نفر می‌خواهند در سالن‌های با شماره ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ قرار بگیرند. چقدر احتمال دارد حداقل یک نفر در سالن ۵ قرار بگیرند؟

(۲) $\frac{2625}{3125}$

(۱) $\frac{960}{1024}$

(۴) $\frac{690}{1024}$

(۳) $\frac{2101}{3125}$

۶۳- سکه‌ای را پرتاب می‌کنیم. اگر «رو» آمد یک تاس و در غیر این صورت دو تاس پرتاب می‌کنیم. احتمال مشاهده حداقل یک بار

عدد ۶ چقدر است؟

(۲) $\frac{17}{72}$

(۱) $\frac{1}{4}$

(۴) $\frac{11}{36}$

(۳) $\frac{1}{6}$

محل انجام محاسبات

۶۴- جعبه‌ای دارای ۴ مهره آبی و ۶ مهره قرمز است. دو مهره بدون رؤیت از جعبه خارج کرده و کنار می‌گذاریم. مهره دیگری خارج

می‌کنیم. اگر این مهره آبی باشد احتمال آن که دو مهره اول غیرهمرنگ باشند کدام است؟

$$\frac{1}{3} \quad (۱)$$

$$\frac{1}{4} \quad (۲)$$

$$\frac{3}{8} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{2} \quad (۴)$$

۶۵- در پرتاب یک تاس سالم احتمال آن که در n پرتاب، k بار عدد زوج ظاهر شود n برابر آن است که در n پرتاب در بار آخر برای

$k-1$ امین بار، عدد فرد ظاهر شود، n کدام می‌تواند باشد؟

$$۳۴ \quad (۱)$$

$$۲۵ \quad (۲)$$

$$۳۶ \quad (۳)$$

$$۳۷ \quad (۴)$$

۶۶- ۴ دانش‌آموز با معدل‌های ۲۰، ۱۹، ۱۸ و ۱۷ از کلاس A و ۴ دانش‌آموز با معدل‌های ۲۰، ۱۹، ۱۸ و ۱۷ از کلاس B در اختیار

داریم. اگر به تصادف دو دانش‌آموز انتخاب کنیم به طوری که میانگین معدل آن‌ها $18/5$ باشد، به چه احتمالی آن دو دانش‌آموز

هم کلاس نبوده‌اند؟

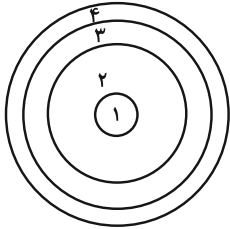
$$\frac{1}{2} \quad (۱)$$

$$\frac{2}{3} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{3} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{4} \quad (۴)$$

۶۷- اگر احتمال اصابت به ناحیه k ام در دارت زیر از رابطه $P(k) = \frac{\binom{6}{k}}{a(k-1)!}$ به دست آید، احتمال اصابت به ناحیه دوم چقدر



بیشتر از ناحیه سوم است؟

$$\frac{15}{67} \quad (2)$$

$$\frac{30}{67} \quad (1)$$

$$\frac{5}{67} \quad (4)$$

$$\frac{10}{67} \quad (3)$$

۶۸- اگر $P(A \cap B') = \frac{2}{5}$ و $P(A' \cap B) = \frac{1}{5}$ باشند، حداقل مقدار $\frac{P(B)}{P(A)}$ کدام است؟

$$\frac{1}{4} \quad (2)$$

$$\frac{1}{5} \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} \quad (4)$$

$$\frac{1}{3} \quad (3)$$

۶۹- کیسه‌ای شامل ۴ مهره آبی و k مهره قرمز است. دو مهره پی در پی و بدون جاگذاری از کیسه انتخاب می‌کنیم. احتمال آبی

بودن مهره اول و قرمز بودن مهره دوم برابر $\frac{1}{2}$ باشد، مجموع مقادیر قابل قبول برای k کدام است؟

$$13 \quad (4)$$

$$12 \quad (3)$$

$$6 \quad (2)$$

$$5 \quad (1)$$

۷۰- اگر $P(B) = \frac{1}{4}$ و $P(A-B) = \frac{1}{3}$ باشد، حاصل $P(A' | B')$ کدام است؟

$$\frac{3}{7} \quad (4)$$

$$\frac{1}{3} \quad (3)$$

$$\frac{2}{3} \quad (2)$$

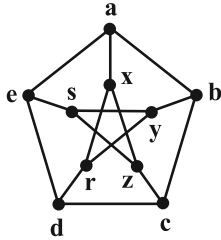
$$\frac{1}{2} \quad (1)$$

محل انجام محاسبات

ریاضیات گسسته: گراف و مدل سازی - ترکیبیات: صفحه‌های ۴۳ تا ۶۱ / ریاضی ۱: شمارش بدون شمردن: صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۴۰ وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۷۱- گراف زیر چند γ -مجموعه شامل رأس a دارد؟



۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

۷۲- در گراف G با مجموعه رأس‌های $V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ، مجموعه $D = \{1, 2, 3\}$ یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال است.

می‌دانیم G رأس تنها ندارد، در این صورت: (الف) مجموعه $C = \{1, 2\}$ ، مجموعه احاطه‌گر: (ب) مجموعه

$E = \{4, 5, 6, 7\}$ مجموعه احاطه‌گر

(۲) است- نیست

(۱) است- است

(۴) نیست- نیست

(۳) نیست- است

۷۳- تعداد مجموعه‌های احاطه‌گر دو عضوی گراف \bar{C}_m کدام است؟

۹ (۲)

۸ (۱)

۱۲ (۴)

۱۰ (۳)

۷۴- چند عدد طبیعی سه رقمی مضرب ۵ با ارقام متمایز وجود دارد که مجموع ارقام آن عددی فرد باشد؟

۶۰ (۲)

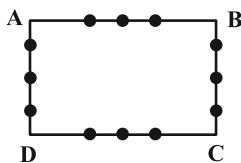
۵۶ (۱)

۷۲ (۴)

۶۸ (۳)

۷۵- ۱۲ نقطه مطابق شکل روی اضلاع یک مستطیل قرار دارند. چند مثلث با رئوس این نقاط می‌توان ساخت که هیچ دو رأسی روی

یک ضلع مستطیل نباشند؟



۲۲۰ (۱)

۱۰۸ (۲)

۸۱ (۳)

۱۴۴ (۴)

محل انجام محاسبات

۷۶- به چند طریق می توان سه عدد از مجموعه $A = \{1, 2, \dots, 12\}$ انتخاب کرد طوری که مجموع آن ها بر ۳ بخش پذیر باشد؟

(۲) ۶۴

(۱) ۷۶

(۴) ۱۲

(۳) ۳۶

۷۷- حروف کلمه «مماشات» را به چند طریق می توان در یک ردیف با ۸ خانه قرار داد؟ (دو تا از خانه ها خالی می مانند).

(۲) ۷!

(۱) ۸!

(۴) $\frac{7!}{4}$

(۳) $\frac{8!}{4}$

۷۸- تعداد جواب های صحیح و نامنفی دستگاه معادلات زیر کدام است؟

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 5 \\ x_1 + x_2 + x_3^2 + x_4 + x_5 = 11 \end{cases}$$

(۴) ۹۶

(۳) ۹۰

(۲) ۸۴

(۱) ۷۸

۷۹- گل فروشی تمام حالت های ممکن دسته گل های ۷ شاخه ای از ۴ نوع گل را درست کرده است. دسته گلی به تصادف انتخاب

می کنیم، با کدام احتمال از همه انواع گل ها در دسته گل وجود دارد؟

(۲) $\frac{3}{5}$

(۱) $\frac{1}{6}$

(۴) $\frac{3}{10}$

(۳) $\frac{4}{7}$

۸۰- چند عدد طبیعی ۴ رقمی وجود دارد که همه ارقام آن فرد بوده و مجموع ارقام آن برابر با ۱۲ باشد؟

(۲) ۲۸

(۱) ۴۲

(۴) ۵۶

(۳) ۳۵

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضیات گسسته: ترکیبات: صفحه‌های ۷۳ تا ۸۴

🔔 دانش آموزانی که خود را برای کنکور مرحله اول آماده می‌کنند، باید به این دسته سؤالات (پیشروی سریع) نیز، پاسخ دهند.

۸۱- در چند عدد چهاررقمی با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ هر دو رقم ۴ و ۵ وجود دارند؟

(۱) ۱۱۳ (۲) ۱۶۴ (۳) ۱۹۴ (۴) ۲۲۳

۸۲- رمز یک کیف پول دیجیتال ۴ کاراکتری است و از حروف کوچک یا بزرگ a, b, c, d و ارقام ۰ و ۱ تشکیل می‌شود. این رمز،

وقتی امنیت قابل قبول دارد که همزمان هم دارای حرف بزرگ و هم حرف کوچک و هم رقم در آن به کار رفته باشد. چند رمز با

امنیت قابل قبول ممکن است وجود داشته باشد؟

(۱) ۶۱۶۰ (۲) ۵۹۲۰ (۳) ۴۰۸۰ (۴) ۳۸۴۰

۸۳- با مجموعه رأس‌های $V = \{a, b, c, d, e\}$ چند گراف ساده ساخته می‌شود به طوری که هیچ کدام از رأس a, b یا c از درجه

۴ نباشند؟

(۱) ۸۵۴ (۲) ۸۷۶ (۳) ۵۱۲ (۴) ۵۷۶

۸۴- چه تعداد تابع یک به یک از مجموعه $X = \{a, b, c, d, e\}$ به مجموعه $Y = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ وجود دارد که هیچ کدام از

زوج‌های مرتب (۵, a) و (۶, b) را ندارد؟

(۱) ۴۸۰ (۲) ۵۰۴ (۳) ۵۴۸ (۴) ۶۴۰

۸۵- به چند حالت ۳ داور می‌توانند ۵ فیلم a, b, c, d و e را داوری کنند به طوری که (۱) هر فیلم را فقط یک نفر داوری کند، (۲)

هر داور حداقل یک فیلم را داوری کرده باشد و (۳) داور دو فیلم a و e، یکی باشد؟

(۱) ۳۶ (۲) ۸۴ (۳) ۱۵۰ (۴) ۱۴۲

۸۶- ۱۷ مرد و ۴ زن می‌خواهند، در یک ردیف با هم، عکس یادگاری بگیرند. به هر حالتی که بایستند حداقل m مرد کنار هم قرار

می‌گیرند. حداکثر مقدار m کدام است؟

(۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

محل انجام محاسبات

۸۷- کدام گزینه، جاهای خالی را به درستی پر می‌کند؟

«درون یک مستطیل ۴×۶ ، نقطه قرار دارند. حداقل دو نقطه در بین این نقاط وجود دارد که فاصله آنها از هم، کمتر از است.»

(۱) پنج / $\sqrt{۱۰}$ واحد

(۲) چهار / $\sqrt{۱۷}$ واحد

(۳) هفت / $۲\sqrt{۲}$ واحد

(۴) شش / ۳ واحد

۸۸- ظرفی شامل ۵ مهره سفید، ۹ مهره سیاه و ۱۲ مهره سبز است. حداقل چند مهره از ظرف خارج کنیم تا مطمئن باشیم تعداد مهره‌های سفید خارج شده از تعداد هر یک از مهره‌های سیاه و سبز کمتر است؟

(۴) ۲۳

(۳) ۲۰

(۲) ۱۷

(۱) ۱۴

۸۹- ۵ کارت داریم که روی آنها اعداد ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ نوشته شده است. هر بار سه تا از این کارت‌ها خارج می‌کنیم و آنها را به ترتیب صعودی کنار هم قرار می‌دهیم تا به یک عدد سه رقمی برسیم. حداقل چند بار این آزمایش را انجام دهیم تا مطمئن باشیم عدد سه رقمی وجود دارد که ۳ بار یا بیشتر ساخته شده است؟

(۴) ۹۱

(۳) ۶۱

(۲) ۳۱

(۱) ۲۱

۹۰- کدام مورد دربارهٔ مجموعه $A = \{1, 2, \dots, 10\}$ درست است؟

(۱) در بین هر ۶ عدد از مجموعه A ، مجموع دو عدد برابر ۱۰ است.

(۲) در بین هر ۶ عدد از مجموعه A ، مجموع دو عدد برابر ۹ است.

(۳) در بین هر ۶ عدد از مجموعه A ، تفاضل دو عدد برابر ۱ است.

(۴) در بین هر ۶ عدد از مجموعه A ، تفاضل دو عدد برابر ۲ است.

دوازدهم ریاضی

دفترچه شماره ۲ (از ۲)

از ساعت ۹:۵۰ تا ۱۱ صبح



آزمون ۱۸ اسفند ۱۴۰۲

آزمون اختصاصی

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	عادی	۱۰	۹۱	۱۱۰
	پیشروی سریع	۱۰		
۲	زوج کتاب	۱۰	۱۱۱	۱۲۰
		۱۰	۱۲۱	۱۳۰
۳	عادی	۱۰	۱۳۱	۱۵۰
	پیشروی سریع	۱۰		
۴	زوج کتاب	۱۰	۱۵۱	۱۶۰
		۱۰	۱۶۱	۱۷۰

تابلو نوروزی

تابلو نوروزی را به یکی از ۳ روش زیر دریافت کرده و حتماً آن را تکمیل کنید.

۱- از دفتر نمایندگی شهر خود

۲- از داخل مجله آزمون

۳- از سایت کانون



آزمون «۱۸ اسفند ۱۴۰۲»

اختصاصی دوازدهم ریاضی

مدت زمان کل پاسخ‌گویی سوالات عادی و سریع: ۷۰ دقیقه

از ساعت ۹:۵۰ تا ۱۱ صبح

تعداد کل سوالات: ۸۰ سؤال

(۴۰ سؤال اجباری + ۴۰ سؤال اختیاری)

زنگنه سؤال

شماره سؤال	تعداد سؤال	نام درس
۹۱-۱۱۰	۱۰	عادی
	۱۰	فیزیک ۳
۱۱۱-۱۲۰	۱۰	فیزیک ۲
۱۲۱-۱۳۰	۱۰	فیزیک ۱
۱۳۱-۱۵۰	۱۰	شیمی ۳
	۱۰	شیمی ۲
۱۵۱-۱۶۰	۱۰	شیمی ۱
۱۶۱-۱۷۰	۱۰	شیمی ۱

پدیدآورندگان

نام طراحان	نام درس	اختصاصی
کامران ابراهیمی-مهران اسماعیلی-عباس اصغری-علی برزگر-علیرضا جباری-دانیال راستی-فراز رسولی-محمدجواد سورچی معصومه شریعت‌ناصری-محمد رضا شریفی-پوریا علاقه‌مند-آراس محمدی-محمد کاظم منشادی-محمود منصور امیراحمد میرسعید-سیده ملیحه میرصالحی-حسام نادری-مجتبی نکوئیان-محمد نهاوندی مقدم	فیزیک	
محمد رضا پورجوید-امیر حاتمیان-پیمان خواجوی‌مجد-حمید ذبحی-روزبه رضوانی-امیرحسین طیبی-محمد عظیمیان‌زواره امیرمحمد کنگرانی-علیرضا کیانی‌دوست-رضا مسکن-امیرحسین مسلمی-هادی مهدی‌زاده-میلاد میرحیدری	شیمی	

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	فیزیک	شیمی
گزینشگر	حسام نادری	امیرحسین مسلمی
گروه ویراستاری	زهره آقامحمدی	محمدحسن محمدزاده مقدم امیرحسین مسلمی میلاد میرحیدری
ویراستاری رتبه‌های برتر	حسین بصیر ترکمبور	علی رضایی احسان پنجه‌شاهی مهدی سهامی
مسئول درس	حسام نادری	پارسا عیوض‌پور
مستند سازی	علیرضا همایون‌خواه	امیرحسین مرتضوی

گروه فنی و تولید

مهرداد ملوندی	مدیر گروه
نرگس غنی‌زاده	مسئول دفترچه
مدیر گروه: محیا اصغری ویراستاران: پویا عربی-امیرحسین توحیدی-محسن دستجردی-حسین شاهسواری	گروه مستندسازی
فرزانه فتح‌اله‌زاده	حروف‌نگار
سوران نعیمی	ناظر چاپ

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

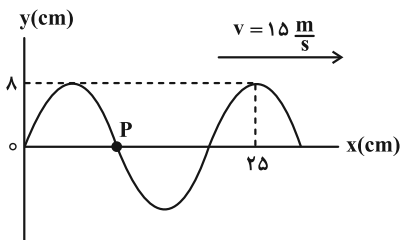
وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۳: نوسان و موج - برهم کنش های موج: صفحه های ۶۹ تا ۱۱۴

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش آموزان اجباری است.

۹۱- در لحظه $t = 0$ نقش یک موج عرضی در طنابی به صورت زیر است. چند ثانیه طول می کشد تا ذره P برای دومین بار به مکان

۸ cm - برسد؟



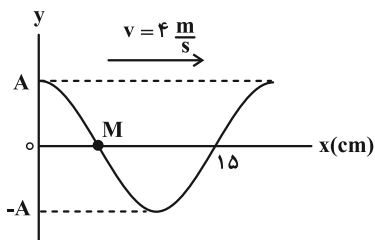
(۱) $\frac{1}{100}$

(۲) $\frac{1}{50}$

(۳) $\frac{7}{300}$

(۴) $\frac{7}{150}$

۹۲- شکل زیر، تصویری از یک موج عرضی را در یک ریسمان کشیده شده در لحظه $t = 0$ نشان می دهد. در بازه زمانی $t_1 = 0.075$ s

تا $t_2 = 0.09$ s نوع حرکت ذره M چگونه است؟

(۱) پیوسته تندشونده

(۲) پیوسته کندشونده

(۳) ابتدا کندشونده و سپس تندشونده

(۴) ابتدا تندشونده و سپس کندشونده

۹۳- در یک موج طولی فاصله یک تراکم بیشینه (وسط ناحیه تراکم) از انبساط بیشینه (وسط ناحیه انبساط) مجاورش برابر با ۱۲ cm

است. اگر حداکثر جابه جایی ممکن برای ذرات محیط برابر با ۱۰ cm باشد، حداکثر تندی ممکن برای یک ذره چند متر بر ثانیه

است؟ (تندی انتشار موج طولی $\frac{1}{2}$ m/s است.)

(۴) π

(۳) $\frac{\pi}{2}$

(۲) $\frac{\pi}{3}$

(۱) $\frac{\pi}{4}$

محل انجام محاسبات

۹۴- شدت صوتی در فاصله ۲ از یک چشمه صوتی برابر با $100 \frac{W}{m^2}$ است. اگر با دو برابر شدن فاصله، ۲۰ درصد از انرژی صوت تلف

شود، تراز شدت صوت چند برابر می‌شود؟ ($I_0 = 10^{-12} \frac{W}{m^2}$ و $\log 2 = 0.3$)

$$\frac{12}{25} \quad (4)$$

$$\frac{20}{19} \quad (3)$$

$$\frac{19}{20} \quad (2)$$

$$\frac{25}{13} \quad (1)$$

۹۵- کدام گزینه درست است؟

(۱) ارتفاع صوت، شدتی است که گوش انسان از صوت درک می‌کند.

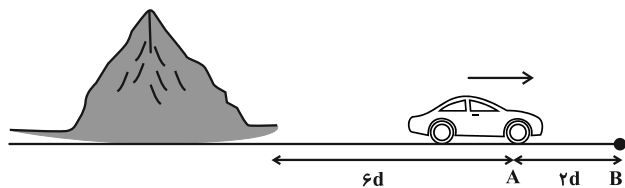
(۲) بیشترین حساسیت گوش انسان به بسامدهایی در گستره ۲۰۰۰ Hz تا ۵۰۰۰۰ Hz است.

(۳) وقتی دو شنونده در حال نزدیک شدن به یک چشمه صوت ساکن هستند، طول موج صدای دریافتی آن‌ها با هم برابر است.

(۴) وقتی یک چشمه نور از ناظر دور می‌شود، انتقال به آبی رخ می‌دهد.

۹۶- خودرویی با تندی ثابت در حال دور شدن از یک صخره است. اگر راننده، در نقطه A بوق ماشین را به صدا درآورد و در نقطه B

صدای بوق را بشنود، تندی صوت چند برابر تندی خودرو است؟



$$4 \quad (1)$$

$$7 \quad (2)$$

$$10 \quad (3)$$

(۴) اطلاعات مسئله کافی نیست.

۹۷- در شکل زیر، پرتو نور تک رنگی به سطح آینه‌ای می‌تابد. اگر زاویه α ، ۵ برابر زاویه بازتابش باشد، زاویه بین پرتو تابش و پرتو

بازتابش چند درجه است؟



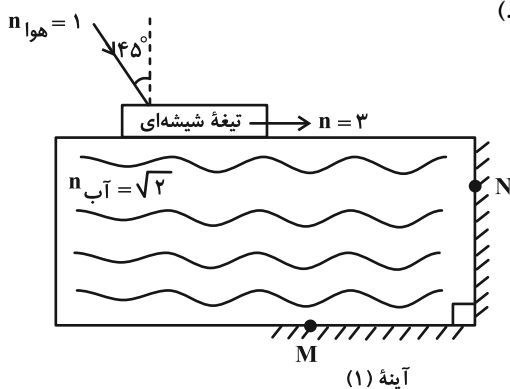
$$67/5 \quad (1)$$

$$120 \quad (2)$$

$$22/5 \quad (3)$$

$$45 \quad (4)$$

۹۸- در شکل زیر، زاویه بین پرتوی خروجی از آب با پرتوی ورودی به آب چند درجه است؟ (پرتو پس از ورود به آب در نقطه M به



آینه (۱) برخورد می کند و پس از آن در نقطه N به آینه (۲) می رسد.

(۱) 60°

(۲) 90°

(۳) 180°

(۴) 0°

۹۹- حاصل جمع بسامدهای چهار هماهنگ اول یک تار دو سر بسته، 400 Hz است. اگر طول تار 10 cm و نیروی کشش تار 128 N و

سطح مقطع تار 2 cm^2 باشد، چگالی تار چند $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ می باشد؟

(۲) 8000

(۱) 12000

(۴) 2500

(۳) 10000

۱۰۰- چند مورد از عبارتهای زیر درست است؟

(الف) در پدیده پراش هر چه نسبت طول موج به پهنای شکاف بیشتر باشد، پراش بارزتر است.

(ب) تداخل، ترکیب دو یا چند موج است که همزمان از یک منطقه عبور می کنند.

(پ) در آزمایش یانگ، نوارهای روشن در اصل نقاط با تداخل ویرانگر هستند.

(ت) در نقش تداخلی آزمایش یانگ، پهنای هر نوار روشن یا تاریک با فرکانس نور متناسب است.

(ث) وقتی آب را داخل یک لیوان یا پارچ می ریزیم، صدایی که می شنویم رفته رفته زیرتر می شود.

(۴) ۱

(۳) ۲

(۲) ۳

(۱) ۴

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۳: آشنایی با فیزیک هسته‌ای: صفحه‌های ۱۳۷ تا ۱۵۶

 دانش‌آموزانی که خود را برای کنکور مرحله اول آماده می‌کنند، باید به این دسته سوالات (پیشروی سریع) نیز، پاسخ دهند.

 ۱۰۱- اگر در عنصر ${}^95_{m}X$ عدد نوترونی برابر ۴۸ باشد، در عنصر ${}^m_{25}Y$ عدد نوترونی چند است؟

- | | |
|--------|---------|
| ۷۳ (۱) | ۷۰ (۲) |
| ۲۲ (۳) | ۱۴۳ (۴) |

۱۰۲- چه تعداد از گزاره‌های زیر صحیح است؟

الف) نیروی هسته‌ای کوتاه‌برد است و تنها در فاصله‌ای کوچک‌تر از ابعاد هسته اثر می‌کند.

ب) نیروی هسته‌ای مستقل از بار الکتریکی است.

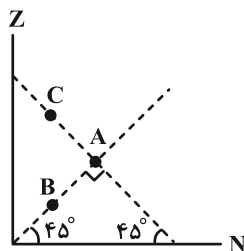
 پ) هسته پایدار با بیشترین تعداد پروتون ($Z = 92$) متعلق به اورانیوم می‌باشد.

 ت) هرگاه کاستی جرم هسته را در مربع تندی نور (c^2) ضرب کنیم انرژی بستگی هسته به دست می‌آید.

ث) نوکلئون‌های درون هسته می‌توانند هر انرژی دلخواهی را اختیار کنند.

- | | |
|-------|-------|
| ۱ (۱) | ۲ (۲) |
| ۳ (۳) | ۴ (۴) |

 ۱۰۳- در شکل زیر، بار هسته A، $4/8 \times 10^{-18} C$ و بار هسته B، $2/4 \times 10^{-18} C$ است. اختلاف عدد جرمی هسته‌های B و C کدام

 است؟ ($e = 1/6 \times 10^{-19} C$ و مقیاس روی محورها یکسان است).


- | |
|--------|
| ۱۵ (۱) |
| ۳۰ (۲) |
| ۶۰ (۳) |
| ۹۰ (۴) |

محل انجام محاسبات

۱۰۴- سه نوکلئون A، B و C در اختیار داریم. اگر نیروی خالص بین نوکلئون‌های A و B، F_{AB} و بین نوکلئون‌های B و C، F_{BC} و بین نوکلئون‌های A و C، F_{AC} باشد، A، B و C به ترتیب از راست به چپ کدام‌اند؟
(فاصله نوکلئون‌ها با هم یکسان است.)

- (۱) نوترون- پروتون- پروتون
(۲) پروتون- نوترون- نوترون
(۳) نوترون- پروتون- نوترون
(۴) پروتون- نوترون- پروتون

۱۰۵- برای آن که عنصر ${}_{52}^{83}X$ در اثر واپاشی هسته‌ای به عنصر ${}_{47}^{75}Y$ تبدیل شود، باید چه ذراتی را از هسته خود تابش کند؟

- (۱) ۲ ذره آلفا و یک ذره پوزیترون
(۲) ۲ ذره آلفا و یک ذره الکترون
(۳) ۴ ذره آلفا و ۴ ذره پوزیترون
(۴) ۴ ذره آلفا و ۴ ذره الکترون

۱۰۶- عدد جرمی هسته X برابر $A = 65$ است. طی یک بار واپاشی β^+ ، تعداد نوترون‌های هسته دختر ۷ عدد بیشتر از تعداد

پروتون‌های آن می‌شود. بار هسته مادر چند کولن است؟ ($e = 1.6 \times 10^{-19} C$)

- (۱) $9/6 \times 10^{-19}$
(۲) $4/8 \times 10^{-18}$
(۳) $4/64 \times 10^{-18}$
(۴) $9/6 \times 10^{-18}$

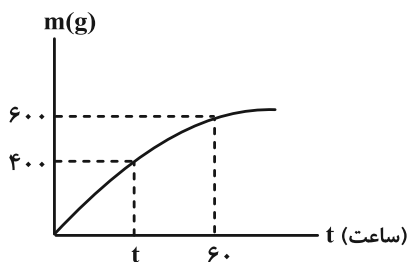
۱۰۷- $1600g$ از ماده پرتوزای A و $6000g$ از ماده پرتوزای B داریم. بعد از گذشت زمان Δt ، جرم فعال باقی‌مانده از B، برابر جرم

واپاشیده شده A می‌شود. در این مدت چند گرم از ماده B واپاشیده شده است؟ (نیمه عمر B، دو برابر نیمه عمر A است.)

- (۱) ۱۰۰
(۲) ۱۵۰۰
(۳) ۳۰۰۰
(۴) ۴۵۰۰

۱۰۸- نمودار جرم واپاشیده شده بر حسب زمان برای یک ماده رادیواکتیو به صورت زیر است. t بر حسب دقیقه کدام گزینه است؟ (جرم

اولیه ۸۰۰ گرم است.)



- (۱) ۳۰
(۲) ۱۸۰۰
(۳) ۶۰
(۴) ۴۶۰۰

۱۰۹- چه تعداد از جملات زیر صحیح است؟

(الف) از آب معمولی به عنوان کندساز نوترون‌ها در واکنش‌های شکافت هسته‌ای استفاده می‌شود.

(ب) انرژی جنبشی نوترون برای واکنش هسته‌ای، حدود $0.04eV$ است.

(پ) هسته مرکب ${}_{92}^{236}U^*$ در کمتر از $10^{-12} s$ واپاشیده می‌شود.

(ت) در فرایند شکافت هسته‌ای اورانیوم در هر شکافت بین ۲ تا ۵ نوترون آزاد می‌شود.

(ث) انرژی آزاد شده در هر شکافت، 10^8 برابر انرژی آزاد شده به ازای هر مول سوختن بنزین است.

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

۱۱۰- کدام یک از عبارتهای زیر درست است؟

(الف) در واکنش گداخت، به دلیل همجوشی هسته‌ها، مجموع جرم محصولات فرایند بیشتر از مجموع جرم هسته‌های اولیه است.

(ب) محصولات گداخت هسته‌های دوتریم و تریتیم، هسته هیدروژن و یک نوترون است.

(پ) در واکنش ${}_{92}^{235}U \rightarrow {}_{50}^{133}Sn + {}_{42}^{101}Mo + x{}_0^1n$ ، تعداد نوترون‌ها (x) ، ۲ تا است.

(ت) افزایش غلظت ${}^{238}U$ در یک نمونه اورانیوم را غنی‌سازی می‌گویند.

(ث) میله‌های کنترل در یک راکتور هسته‌ای، از جنس گرافیت هستند.

(۱) الف و پ

(۲) الف، ب و ت

(۳) پ و ث

(۴) فقط پ

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۲: القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۳۰

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤال فیزیک ۲ (۱۱۱ تا ۱۲۰) و فیزیک ۱ (۱۲۱ تا ۱۳۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۱۱۱- یک قاب مربع شکل، عمود بر خطوط میدان مغناطیسی یکنواختی قرار دارد و شار مغناطیسی ۱۲ وبر از آن عبور می‌کند. اگر این قاب را به دو حلقه دایره‌ای شکل هم‌اندازه تبدیل کرده و حلقه‌ها را به هم بچسبانیم و در همان میدان مغناطیسی عمود بر

خطوط قرار دهیم، شار عبوری از آن چند وبر می‌شود؟ ($\pi = 3$)

۴ (۱)

۶ (۲)

۸ (۳)

۱۲ (۴)

۱۱۲- حلقه‌ای مستطیل شکل به ابعاد $20\text{ cm} \times 10\text{ cm}$ در میدان مغناطیسی یکنواخت به اندازه 10^3 G به گونه‌ای قرار گرفته است که

خطوط میدان با خط عمود بر حلقه زاویه 37° ساخته‌اند، اگر در مدت 2 ms اندازه میدان به $6 \times 10^3\text{ G}$ برسد و حلقه طوریبچرخد که زاویه بین خطوط میدان و سطح حلقه به 30° برسد، اندازه نیروی محرکه القایی متوسط در حلقه در این بازه زمانیچند ولت خواهد بود؟ ($\cos 37^\circ = 0.8$)

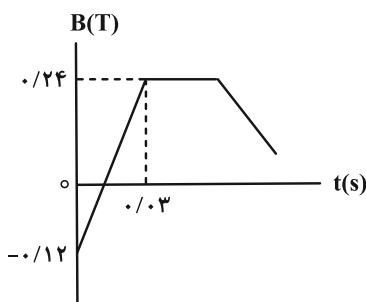
۲/۲ (۱)

۱/۸ (۲)

۳/۹ (۳)

۵/۴ (۴)

۱۱۳- نمودار زیر تغییرات میدان مغناطیسی را بر حسب زمان نشان می‌دهد. با سیمی به طول $4/5$ متر، پیچیده‌ای با حلقه‌هایی به شعاع

 5 cm می‌سازیم. اگر سطح حلقه بر میدان عمود باشد، توان تولیدی این پیچیده در این میدان از لحظه صفر تا 0.3 s چند mW است؟ ($\pi = 3$ و مقاومت هر متر سیم $5\ \Omega$ است.)

۲۷ (۱)

۸۱ (۲)

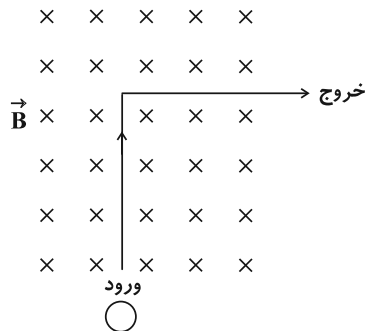
۱۶۲ (۳)

۱۳۵ (۴)

محل انجام محاسبات

۱۱۴- مطابق شکل، حلقه‌ای رسانا در مسیر نشان داده شده وارد یک میدان مغناطیسی یکنواخت درون سو شده و از سمت راست

میدان، خارج می‌گردد. جهت جریان القایی هنگام ورود و خروج از میدان به ترتیب از راست به چپ چگونه است؟



(۱) ساعتگرد- ساعتگرد

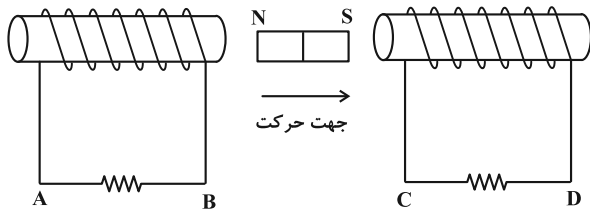
(۲) پادساعتگرد- پادساعتگرد

(۳) ساعتگرد- پادساعتگرد

(۴) پادساعتگرد- ساعتگرد

۱۱۵- در شکل زیر، آهنربا را به سمت راست حرکت می‌دهیم. جهت جریان القایی در مقاومت‌های AB و CD به ترتیب از راست به

چپ چگونه است؟



(۱) از A به B، از C به D

(۲) از A به B، از D به C

(۳) از B به A، از C به D

(۴) از B به A، از D به C

۱۱۶- با استفاده از دو سیم هم جنس و هم طول دو سیملوله ساخته‌ایم. اگر محیط هر حلقه سیملوله (۲)، ۲ برابر محیط هر حلقه سیملوله (۱) و ضریب القاوری سیملوله (۲)، ۳ برابر ضریب القاوری سیملوله (۱) و جریان عبوری از سیملوله (۱)، ۳ برابر جریان

عبوری از سیملوله (۲) باشد، قطر مقطع سیم (۱) چند برابر قطر مقطع سیم (۲) و انرژی ذخیره شده در سیملوله (۲) چند برابر

انرژی ذخیره شده در سیملوله (۱) است؟ (فرض کنید حلقه‌های هر سیملوله به همدیگر چسبیده‌اند).

(۲) $\frac{3}{2}$ و ۳

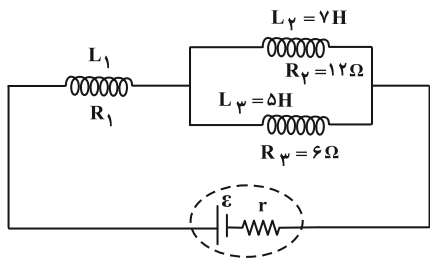
(۱) $\frac{1}{3}$ و $\frac{2}{3}$

(۴) $\frac{2}{3}$ و ۳

(۳) $\frac{1}{3}$ و $\frac{3}{2}$

محل انجام محاسبات

۱۱۷- در مدار شکل زیر، اگر انرژی ذخیره شده در سیملوله (۱)، سه برابر مجموع انرژی ذخیره شده در سیملوله‌های (۲) و (۳) باشد،



L_1 چند هانری است؟

۹ (۱)

۱۷ (۲)

۳ (۳)

۱۱ (۴)

۱۱۸- از سیملوله‌ای به ضریب القاوری 20 mH جریان متناوبی می‌گذرد که معادله آن در SI به صورت $I = 6 \sin(10\pi t)$ است. در لحظه

$t = \frac{19}{60} \text{ s}$ انرژی ذخیره شده در سیملوله چند میلی‌ژول است و از لحظه $t = 0$ تا این مدت چند بار جهت جریان عوض می‌شود؟

۳، ۲۷۰ (۴) بار

۲، ۲۷۰ (۳) بار

۳، ۹۰ (۲) بار

۲، ۹۰ (۱) بار

۱۱۹- مبدل آرمانی زیر توسط مولد جریان متناوب با تابع $\varepsilon = 2 \sin(50\pi t)$ در SI تغذیه می‌شود. بیشینه ولتاژ دو سر مقاومت R چند

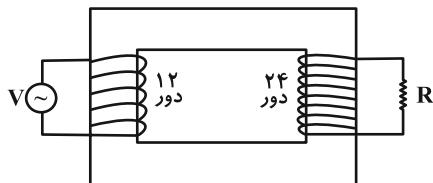
ولت است؟

۶ (۱)

۲۴ (۲)

۱۴ (۳)

۴ (۴)



۱۲۰- چند مورد از موارد زیر نادرست است؟

(الف) در یک مولد جریان متناوب در لحظه‌ای که شار عبوری از قاب عبوری از قاب بیشینه است، جریان القایی صفر است و سطح قاب موازی خطوط میدان مغناطیسی است.

(ب) در مولدهای صنعتی جریان متناوب، پیچه‌ها ساکن‌اند و آهنربای الکتریکی در آن‌ها می‌چرخند.

(پ) افزایش یا کاهش ولتاژ dc بسیار آسان‌تر از ac است.

(ت) در یک مولد جریان متناوب، در لحظه‌ای که سطح پیچه با خطوط میدان مغناطیسی یکنواخت زاویه 60° می‌سازد، اندازه ولتاژ القایی نصف ولتاژ القایی بیشینه است.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۱: ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۴۹

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤال فیزیک ۲ (۱۱۱ تا ۱۲۰) و فیزیک ۱ (۱۲۱ تا ۱۳۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۱۲۱- مطابق شکل، مقداری گاز کامل در داخل سیلندر به دام افتاده است. به گاز گرما می‌دهیم تا دما برحسب درجه سلسیوس، دو برابر شود. مشاهده می‌شود که حجم گاز داخل سیلندر ۴۰٪ افزایش می‌یابد. دمای اولیه گاز چند کلوین بوده است؟ (بیستون می‌تواند آزادانه حرکت کند).



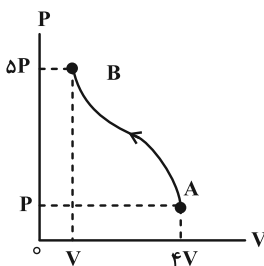
۹۱ (۱)

۱۸۲ (۲)

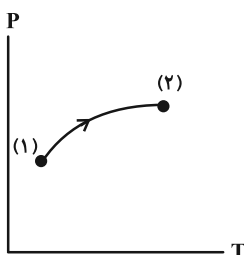
۳۶۴ (۳)

۴۵۵ (۴)

۱۲۲- مقداری گاز کامل فرایند AB را طی می‌کند. در این فرایند (W کار محیط روی دستگاه و ΔU تغییرات انرژی درونی گاز است).

W > 0 , $\Delta U > 0$ (۱)W < 0 , $\Delta U > 0$ (۲)W > 0 , $\Delta U < 0$ (۳)W < 0 , $\Delta U < 0$ (۴)

۱۲۳- نمودار فشار برحسب دمای یک فرایند مطابق شکل زیر است. کدام یک از موارد زیر در مورد این فرایند درست است؟



الف) در طی این فرایند کار گاز بر روی محیط منفی است.

ب) در طی این فرایند چگالی گاز کاهش می‌یابد.

پ) در طی این فرایند گاز متراکم می‌شود.

ت) در طی این فرایند گاز از محیط گرما می‌گیرد.

(۱) الف، پ

(۲) ب، پ و ت

(۴) ب و ت

(۳) الف، ب و ت

۱۲۴- در یک فرایند هم‌حجم بر روی مقداری گاز کامل، فشار آن را از $1/2 \text{ atm}$ به $3/8 \text{ atm}$ می‌رسانیم. اگر در این فرایند 3900 J

گرما مبادله شده باشد، انرژی درونی اولیه گاز چند ژول بوده است؟

۹۰۰ (۴)

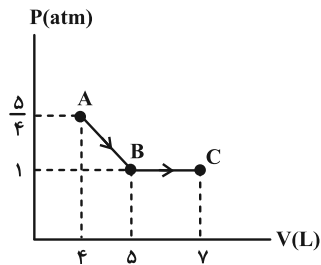
۱۲۳۰ (۳)

۵۷۰۰ (۲)

۱۸۰۰ (۱)

محل انجام محاسبات

۱۲۵- نمودار $P-V$ مربوط به مقدار معینی گاز کامل مطابق شکل زیر است. اگر در فرایند BC تغییر انرژی درونی گاز برابر $300J$ باشد، گرمایی که گاز در فرایند ABC با محیط مبادله می‌کند چند ژول است؟



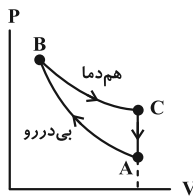
(۱) ۴۸۷/۵

(۲) ۳۵۰

(۳) ۶۱۲/۵

(۴) ۸۵۰

۱۲۶- یک گاز آرمانی چرخه‌ای مطابق شکل زیر را طی می‌کند. اگر در مسیر AB ، $600J$ کار روی دستگاه انجام شده باشد، در مسیر



CA دستگاه ژول گرما است.

(۱) ۶۰۰، گرفته

(۲) ۶۰۰، از دست داده

(۳) ۱۲۰۰، گرفته

(۴) ۱۲۰۰، از دست داده

۱۲۷- به ازای سوخت یکسان و در بازه‌های زمانی مساوی، انرژی گرمایی تلف شده در ماشین گرمایی B، به اندازه ۲۰ درصد کمتر از

ماشین گرمایی A است. اگر بازده ماشین گرمایی A، ۲۵ درصد باشد، بازده ماشین گرمایی B چند درصد خواهد بود؟

(۴) ۴۰٪

(۳) ۳۵٪

(۲) ۳۰٪

(۱) ۲۷/۵٪

۱۲۸- کدام یک از عبارات زیر صحیح هستند؟

(الف) ممکن نیست دستگاه چرخه‌ای را ببیماید که در طی آن مقداری گرما را از منبع دما بالا جذب و تمام آن را به کار تبدیل کند.

(ب) امکان تبدیل کامل مقداری گرما به کار وجود ندارد.

(پ) اگر در چرخه یک ماشین گرمایی، تمام گرمای گرفته شده از منبع دما بالا به کار تبدیل شود قانون اول ترمودینامیک هم نقض می‌شود.

(ت) ممکن نیست گرما از جسم با دمای پایین‌تر به جسم با دمای بالاتر منتقل شود.

(۴) الف و ب

(۳) الف، ب و ت

(۲) پ و ت

(۱) الف

۱۲۹- در گزینه‌های زیر، کدام یخچال قانون دوم ترمودینامیک را نقض کرده ولی قانون اول ترمودینامیک برای آن صادق است؟

(۲) $Q_L = 90J$ ، $W = 0$ ، $Q_H = -100J$ (۱) $Q_L = 100J$ ، $W = 100J$ ، $Q_H = 200J$ (۴) $Q_L = 0$ ، $W = 100J$ ، $Q_H = -100J$ (۳) $Q_L = 100J$ ، $W = 0$ ، $Q_H = -100J$

۱۳۰- کدام یک از عبارتهای زیر نادرست است؟

(۱) در فرایند تراکم بی‌دررو، انرژی درونی گاز افزایش می‌یابد.

(۲) ماشین‌های نیوکامن و ماشین بخار، برون‌سوز هستند.

(۳) در مرحله ضربه قدرت در یک موتور بنزینی، یک تراکم بی‌دررو رخ می‌دهد.

(۴) نمودار $V-T$ برای فرایند هم‌فشار یک گاز آرمانی، خط راستی گذرا از مبدأ مختصات است.

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۳: شیمی جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری + شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر
 (تا انتهای انرژی فعال‌سازی در واکنش‌های شیمیایی): صفحه‌های ۶۷ تا ۱۰۲

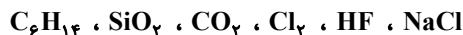
پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۱۳۱- کدام موارد از مطالب زیر نادرست است؟

(آ) سیلیس ماده‌ای است که در حالت خالص و تراش خورده، شفاف، زیبا و سخت بوده و یخ نیز همانند آن ساختاری بلوری دارد.
 (ب) مولکول‌های آب در ساختار یخ در یک آرایش منظم و سه بعدی از طریق تشکیل پیوندهای اشتراکی ساختاری با حلقه‌های شش گوشه با استحکام ویژه پدید می‌آورند.

(پ) در ساختار یک جامد کووالانسی میان همه اتم‌ها پیوندهای کووالانسی وجود داشته و چنین موادی دیرگداز هستند.

(ت) در بین مواد زیر برای توصیف چهار ترکیب می‌توان از واژه‌های رایج مانند ماده مولکولی، فرمول مولکولی و نیروهای بین مولکولی استفاده کرد.



(ث) آنتالپی تبخیر و نقطه جوش یک ترکیب مولکولی به حالت مایع به‌طور عمده به جفت الکترون‌های پیوندی و جفت الکترون‌های ناپیوندی موجود در مولکول وابسته است.

(۱) آ، ب، پ (۲) ب، ت، ث (۳) آ، پ، ت (۴) ب، ث

۱۳۲- کدام گزینه عبارت زیر را به درستی تکمیل می‌کند؟

«در ساختار مولکول همانند مولکول اتم مرکزی دارای بار جزئی منفی است و این مولکول برخلاف مولکول در

میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کند.»



۱۳۳- در یک آزمایش ۱۹/۵ گرم فلز روی به‌طور کامل با ۵۰۰ میلی‌لیتر از محلول ۰/۴ مولار وانادیم (V) نیترات واکنش داده است. اگر

همه مواد استفاده شده در واکنش خالص باشند و تمام واکنش‌ها با بازدهی ۱۰۰٪ انجام شوند، رنگ محلول نهایی کدام است؟

($Zn = 65 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

(۱) آبی (۲) بنفش (۳) زرد (۴) سبز

محل انجام محاسبات

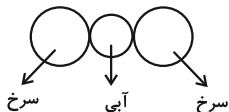
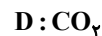
۱۳۴- کدام گزینه درباره شبکه یونی سدیم کلرید نادرست است؟

- (۱) انرژی حاصل از فروپاشی شبکه یونی سدیم کلرید و تبدیل آن به یون‌های گازی برابر $787 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$ است.
- (۲) در شبکه یونی سدیم کلرید هر یون سدیم با ۶ یون کلر و هر یون کلر با ۶ یون سدیم احاطه شده است.
- (۳) در ساختار آن نیروهای جاذبه میان یون‌های $\text{Na}^+ \dots \text{Cl}^-$ بر نیروهای دافعه میان یون‌های $\text{Na}^+ \dots \text{Na}^+$ و $\text{Cl}^- \dots \text{Cl}^-$ غالب است.
- (۴) در واکنش تهیه سدیم کلرید از سدیم و کلر، فرآورده‌ها پایدارتر از واکنش‌دهنده‌ها هستند.

۱۳۵- چند مورد از موارد زیر، در تیتانیم نسبت به فولاد بیشتر است؟

- | | | |
|-------------------|------------------------|-------------------------------------|
| • نقطه ذوب | • حجم یک گرم از آن | • واکنش با ذره‌های موجود در آب دریا |
| • تمایل به خوردگی | • مقاومت در برابر سایش | |
| ۱ (۱) | ۲ (۲) | ۴ (۴) |
| | | ۳ (۳) |

۱۳۶- چند مورد از مطالب زیر درباره ترکیب‌های داده شده درست است؟



- در مولکول‌های A و B، بار جزئی اتم‌های مرکزی مشابه است.

- نقشه پتانسیل الکترواستاتیکی ترکیب D به صورت مقابل است.

- مولکول‌های C نسبت به مولکول‌های D در حالت گازی آسان‌تر به مایع تبدیل می‌شوند.

- توزیع الکترون در مولکول‌های A و D برخلاف مولکول‌های B و C یکنواخت و متقارن است.

- | | | | |
|-------|-------|-------|-------|
| ۴ (۴) | ۳ (۳) | ۲ (۲) | ۱ (۱) |
|-------|-------|-------|-------|

۱۳۷- دو واکنش گرماگیر و گرماده مفروض هستند. اگر انرژی فعال‌سازی برگشت این دو واکنش برابر باشند و تغییرات آنتالپی واکنش

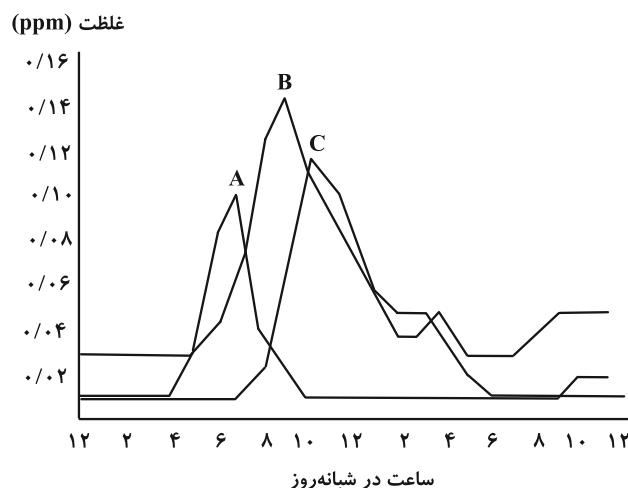
گرماگیر و گرماده به ترتیب a و b کیلوژول و انرژی فعال‌سازی رفت واکنش گرماگیر و گرماده به ترتیب c و d کیلوژول

باشد، کدام گزینه درست است؟

- | | | | |
|--------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| c = -a + b + d (۴) | c = a + b - d (۳) | c = a - b + d (۲) | c = a + b + d (۱) |
|--------------------|-------------------|-------------------|-------------------|

۱۳۸- کدام گزاره درباره واکنش هیدروژن با اکسیژن درست است؟

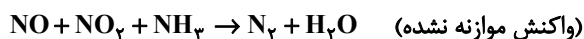
- (۱) حضور پودر روی همانند ایجاد جرقه سبب انجام واکنش به صورت انفجاری می شود.
 - (۲) در حضور توری پلاتینی همانند حضور پودر روی انرژی فعال سازی واکنش کاهش می یابد.
 - (۳) آنتالپی واکنش با تغییر نوع کاتالیزگر کاهش می یابد.
 - (۴) با افزودن کاتالیزگر مناسب، انرژی فعال سازی واکنش و سطح انرژی فراورده به یک اندازه کاهش می یابد.
- ۱۳۹- با توجه به نمودار زیر، چند مورد از عبارات‌های زیر درست است؟



- الف) آلاینده B با دومین گاز فراوان هواکره واکنش می دهد و در حضور نور خورشید آلاینده C و A را تولید می کند.
 - ب) از بین سه آلاینده A، B و C در ساختار لوویس همگی پیوند دوگانه وجود دارد.
 - پ) آلاینده A و B جزو آلاینده های خروجی خودروهای دیزلی هستند.
 - ت) مولکول A قطبی است و در حالت گازی، انحلال پذیری کمتری از مولکول کربن دی اکسید در آب دارد.
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۴۰- در واکنش زیر، با مبادله $1/806 \times 10^{24}$ الکترون بین گونه های اکسند و کاهنده، تفاوت جرم فراورده های واکنش چند گرم خواهد

بود؟ ($H = 1$, $N = 14$, $O = 16$: $g \cdot mol^{-1}$)



- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۰/۵ (۴) ۴

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۳: شیمی، راهی به سوی آینده‌های روشن‌تر: صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۲۳

 دانش‌آموزانی که خود را برای کنکور مرحله اول آماده می‌کنند، باید به این دسته سوالات (پیشروی سریع) نیز، پاسخ دهند.

۱۴۱- کدام ماده به صورت مستقیم از اتن به دست نمی‌آید؟

(۱) اتان (۲) اتانول (۳) اتانویک اسید (۴) پلی‌اتن

۱۴۲- اگر جرم‌های مولی نمونه‌هایی از پلی‌اتیلن ترفتالات و پلی‌استیرن یکسان و برابر $3/12 \times 10^5 \text{ g.mol}^{-1}$ باشد، تفاوت شمارواحدهای تکرارشونده در این دو پلیمر کدام است؟ ($H=1, C=12, O=16: \text{g.mol}^{-1}$)

(۱) ۱۰۳۰ (۲) ۱۲۸۰ (۳) ۱۳۷۵ (۴) ۱۲۵۰

۱۴۳- اگر از تجزیه ۹۳ گرم از یک پلی‌استر، ۳۸ گرم از یک الکل دو عاملی با ساختار زیر به دست آید، جرم مولی دی‌اسید سازنده این

پلی‌استر چند گرم بر مول بوده است؟ ($H=1, C=12, O=16: \text{g.mol}^{-1}$)

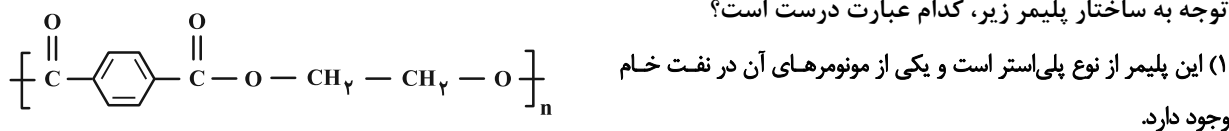
(۱) ۵۶ (۲) ۶۰ (۳) ۱۴۶ (۴) ۱۶۲

۱۴۴- یک بطری آب معدنی دارای ۹/۶ گرم پلی‌اتیلن ترفتالات است. جرم ترفتالیک اسید به کار رفته در تولید آن چند گرم بیشتر از

جرم اتیلن گلیکول به کار رفته است و در پلیمر حاصل چند اتم هیدروژن وجود دارد؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید).

($N_A = 6 \times 10^{23}, H=1, C=12, O=16: \text{g.mol}^{-1}$)(۱) $2/4 \times 10^{23} - 5/2$ (۲) $1/5 \times 10^{22} - 2/6$ (۳) $2/4 \times 10^{24} - 5/2$ (۴) $2/4 \times 10^{23} - 2/6$

۱۴۵- با توجه به ساختار پلیمر زیر، کدام عبارت درست است؟



(۲) شمار اتم‌های هیدروژن در دی‌اسید این پلیمر با شمار اتم‌های هیدروژن در دی‌الکل آن برابر است.

(۳) دی‌الکل سازنده این پلیمر از واکنش اتین با محلول رقیق پتاسیم پرمنگنات به دست می‌آید.

(۴) پلیمر داده شده زیست تخریب‌پذیر است و در شرایط مناسب می‌تواند با متانول واکنش دهد.

۱۴۶- با توجه به شکل زیر که فرایند کلی سنتز PET را نشان می‌دهد، کدام گزینه درست است؟ ($H=1, C=12, O=16: \text{g.mol}^{-1}$)

(۱) اختلاف جرم مولی ماده (۲) و پارازیلین بیش از ۶۰٪ جرم مولی پارازیلین

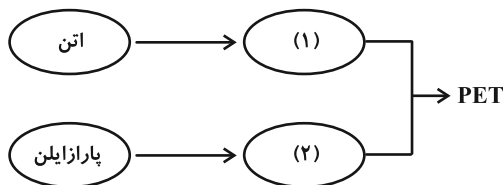
است.

(۲) در فرایند تبدیل اتن به ماده (۱)، هر اتم کربن ۱ درجه اکسایش می‌یابد.

(۳) ماده (۲) دارای گروه عاملی مشترک با اتیل استات و ماده (۱) دارای گروه

عاملی مشترک با استون است.

(۴) در واکنش تبدیل پارازیلین به ماده ۲، بیشترین تغییر عدد اکسایش را Mn خواهد داشت.



۱۴۷- کدام موارد زیر در مورد PET صحیح هستند؟

- (الف) مونومرهای PET به طور مستقیم از پالایش نفت خام به دست نیامده و از این رو PET جزو پلیمرهای نفتی محسوب نمی شود.
 (ب) از ویژگی های بارز PET می توان به مقاومت در برابر خوردگی، ارزان بودن، نسبت جرم به حجم بالا، نفوذناپذیری نسبت به آب و هوا اشاره کرد.
 (پ) به دلیل قابل بازیافت بودن PET جزو پلیمرهای سبز دسته بندی می شود.
 (ت) در بازیافت PET، با واکنش دادن آن با یکی از الکل های رایج، آن را به مونومرهای سازنده اش تجزیه می کنیم.

(۱) هیچ کدام (۲) ت (۳) الف، ب و پ (۴) ب و ت

۱۴۸- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

- (الف) یک واکنش شیمیایی زمانی به صرفه تر است که شمار بیشتری از اتمهای واکنش دهنده به فرآورده های سودمند تبدیل شوند.
 (ب) میزان انحلال پذیری ترفتالیک اسید در آب بیشتر از انحلال پذیری اتیلن گلیکول و پارازایلین در آب است.
 (پ) مجموع شمار اتمهای کربن در ۰/۲ مول نفتالن، چهار برابر مجموع شمار اتمهای هیدروژن در ۰/۰۵ مول پارازایلین است.
 (ت) زباله های ساخته شده از PET را می توان با اتانول واکنش داده و مواد مفیدی تهیه کرد که برای تولید پلیمرها قابل استفاده باشند.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

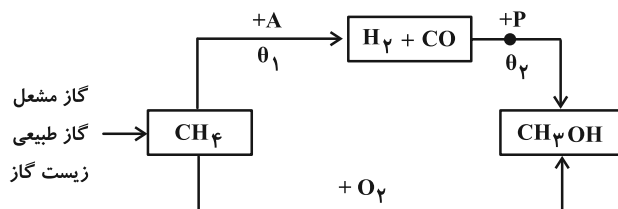
۱۴۹- یک کارخانه تولید متانول ۸ kg متان را با مقدار کافی بخار آب وارد واکنشگاه (I) کرده است. سپس گازهای حاصل را در واکنشگاه

(II) به متانول تبدیل کرده است. گاز H_2 باقی مانده چند گرم نفتالن را می تواند به یک ماده سیر شده تبدیل کند؟

($H = 1$, $C = 12$, $O = 16$: $g \cdot mol^{-1}$)

(۱) ۳۲۰۰ (۲) ۲۵۶۰ (۳) ۶۴۰۰ (۴) ۱۲۸۰۰

۱۵۰- نمودار زیر روش های تولید متانول را نشان می دهد. کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟



(۱) واکنش تبدیل گازهای هیدروژن و کربن مونوکسید به

متانول در حضور کاتالیزگر، دمای بالا و فشار بالا انجام می شود.

(۲) تفاوت حداقل و حداکثر فشاری که می توان واکنش را در

مرحله +P به آن پیش برد، برابر ۲۰ atm است.

(۳) دمای θ_1 کمتر از θ_2 است.

(۴) A همان بخار آب است.

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۲: پوشاک، نیازی پایان ناپذیر: صفحه‌های ۹۷ تا ۱۲۱

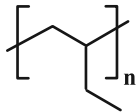
توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤال شیمی ۲ (۱۵۱ تا ۱۶۰) و شیمی ۱ (۱۶۱ تا ۱۷۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۱۵۱- وینیل کلرید با سبک‌ترین عضو خانواده الکل‌های تک‌عاملی در چند مورد از ویژگی‌های زیر مشابه است؟

- | | |
|-----------------------------|-------------------------------|
| شمار جفت الکترون‌های پیوندی | شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی |
| شمار اتم‌های سازنده | شمارت در واکنش‌های پلیمری شدن |
| ۱ (۱) | ۲ (۲) |
| ۳ (۳) | ۴ (۴) صفر |

۱۵۲- با توجه به ساختار واحد تکرارشونده پلیمر نشان داده شده کدام مطلب درست است؟



(۱) نام مونومر سازنده آن، ۲- بوتن است.

(۲) در تهیه تجهیزات پزشکی و سرنگ کاربرد دارد.

(۳) از سوختن کامل هر مول از این پلیمر، چهار مول گاز کربن دی‌اکسید تولید می‌شود.

(۴) نسبت شمار پیوندهای اشتراکی به شمار اتم‌ها در مونومر آن برابر با یک است.

۱۵۳- از پلیمری شدن نمونه‌ای از استیرن که دارای x پیوند دوگانه است، ۱۳ کیلوگرم پلی‌استیرن تهیه شده است. حجم نمونه‌ای ازپلی‌اتن شاخه‌دار که دارای x واحد تکرارشونده است، به تقریب برحسب لیتر کدام است؟ (پلی‌اتن، دو نوع پلیمر سبک وسنگین با چگالی‌های ۰/۹۲ و ۰/۹۷ گرم بر میلی‌لیتر دارد؛ $C = 12 : g \cdot mol^{-1}$, $H = 1$)

- | | | | |
|----------|----------|----------|----------|
| ۱۲/۶ (۱) | ۱۳/۸ (۲) | ۱۴/۴ (۳) | ۱۵/۲ (۴) |
|----------|----------|----------|----------|

۱۵۴- چند مورد از عبارات‌های داده شده نادرست است؟

- الکل‌های یک عاملی را با فرمول ROH نشان می‌دهند که در آن R یک زنجیر هیدروکربنی و $-OH$ گروه عاملی هیدروکسید است.
- متانئوئیک اسید (فورمیک اسید) با فرمول $HCOOH$ ، پرکاربردترین کربوکسیلیک اسید در زندگی روزانه است.
- با کاهش درصد جرمی اکسیژن در الکل‌های یک عاملی و راست‌زنجیر، تفاوت انحلال‌پذیری در آب بین دو الکل متوالی کاهش می‌یابد.
- هر چه جرم مولی الکل‌های راست‌زنجیر یک عاملی افزایش یابد، تفاوت انحلال‌پذیری آن در آب با آلکان هم کربن آن افزایش می‌یابد.
- در الکل‌ها با افزایش جرم مولی، قدرت نیروی بین مولکولی وان‌دروالسی بیشتر شده و سهم آن در تعیین خواص فیزیکی بیشتر از پیوند هیدروژنی می‌شود.

- | | | | |
|-------|-------|-------|-------|
| ۱ (۱) | ۲ (۲) | ۳ (۳) | ۴ (۴) |
|-------|-------|-------|-------|

۱۵۵- درباره ترکیب آلی با فرمول $C_7H_4O_7$ کدام عبارت به یقین درست است؟ ($H = 1$, $C = 12$, $O = 16 : g \cdot mol^{-1}$)

(۱) میان مولکول‌های سازنده آن پیوند هیدروژنی برقرار می‌شود.

(۲) برای رسم ساختار پیوند-خط آن حداقل به ۵ خط نیاز است.

(۳) شمار جفت الکترون‌های پیوندی آن دو برابر شمار الکترون‌های ناپیوندی آن است.

(۴) نسبت درصد جرمی اتم‌های کربن به درصد جرمی اتم‌های اکسیژن آن برابر ۰/۷۵ است.

محل انجام محاسبات

۱۵۶- با توجه به واکنش استری شدن زیر، اگر جرم مولی ترکیب A از B بیشتر باشد کدام یک از عبارات نادرست است؟



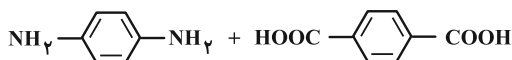
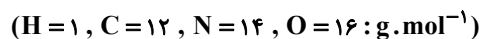
(۱) بیش از ۵۰ درصد جرم ترکیب B را کربن تشکیل می‌دهد و این ماده به هر نسبتی در آب حل می‌شود.

(۲) مجموع شمار اتم‌ها در ترکیب A، دو برابر مجموع شمار اتم‌ها در ساده‌ترین الکل است.

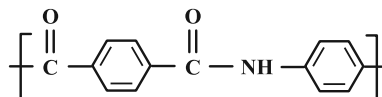
(۳) نسبت شمار اتم‌های هیدروژن به اتم‌های کربن در اتیل بوتانوات مشابه همین نسبت در یکی از واکنش‌دهنده‌هاست.

(۴) ترکیبی قطبی است که واکنش آن با ساده‌ترین آلکن در محیط اسیدی منجر به تشکیل ترکیب B می‌شود.

۱۵۷- کولار نوعی پلی‌آمید است که از واکنش مونومرهای زیر (شکل ۱) به دست می‌آید. کدام مطلب در مورد آن درست است؟



شکل (۱)



شکل (۲)

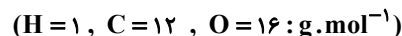
(۱) واحد تکرارشونده آن به صورت شکل (۲) است.

(۲) نسبت شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی به شمار هیدروژن در واحد تکرارشونده آن برابر با ۰/۸ است.

(۳) مونومر سبک‌تر، در تولید پلی‌استر نیز به کار می‌رود.

(۴) جرم مولی هر واحد تکرارشونده در آن برابر با ۲۳۸ گرم بر مول است.

۱۵۸- در اثر واکنش ۰/۱ مول از استری به فرمول $C_5H_{10}O_7$ که فاقد پیوند $C=C$ است با آب چند گرم ماده آلی به دست می‌آید؟



۷/۴ (۴)

۱/۸ (۳)

۱۲ (۲)

۷/۲ (۱)

۱۵۹- چند مورد از مطالب زیر، درباره پلیمرهای سبز، به درستی بیان شده است؟

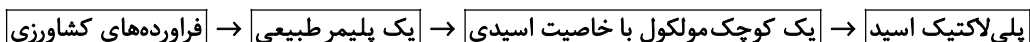
• این پلیمرها توسط جانداران ذره‌بینی تجزیه می‌شوند.

• در ساختار آن‌ها می‌تواند تنها اتم‌های کربن و هیدروژن به کار رفته باشد.

• پلاستیک‌های تهیه شده از پلی‌لاکتیک اسید، قابلیت تبدیل شدن به کود را دارند.

• اگر پلیمرهای سبز در طبیعت رها شوند، پس از چند ماه به مولکول‌های ساده مثل آب و کربن تبدیل می‌شوند.

• یکی از این پلیمرها، پلی‌لاکتیک اسید است که روند تولید آن را می‌توان به صورت زیر نمایش داد.



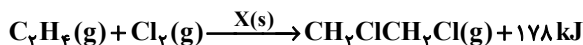
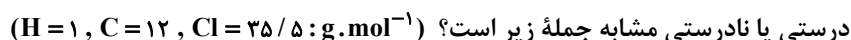
۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۶۰- با توجه به معادله شیمیایی زیر که به واکنش اتن با گاز کلر مربوط می‌شود کدام یک از جمله‌های داده شده در گزینه‌ها از نظر



«در این واکنش، ماده X آهن (II) کلرید است و نقش کاتالیزگر را دارد.»

(۱) اختلاف شمار جفت الکترون‌های پیوندی و ناپیوندی در فراورده حاصل برابر یک است.

(۲) در ساختار فراورده حاصل، همه اتم‌ها به آرایش گاز نجیب هم دوره خود رسیده‌اند.

(۳) با تولید ۱۴/۸۵ g فرآورده، ۲۶/۷ kJ انرژی توسط سامانه جذب می‌شود.

(۴) فراورده حاصل سیرشده و نام آن ۱، ۲- دی کلرواتان است.

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۱: آب، آهنگ زندگی: صفحه‌های ۹۸ تا ۱۲۲

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سوال شیمی ۲ (۱۵۱ تا ۱۶۰) و شیمی ۱ (۱۶۱ تا ۱۷۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۱۶۱- محلول ۲۰٪ جرمی از نمکی را در اختیار داریم. اگر انحلال پذیری این نمک در دمای ۶۰ درجه سلسیوس ۸۰ گرم در ۱۰۰ گرم آب باشد، پس از رساندن دمای ۱/۵ کیلوگرم از این محلول به ۶۰ درجه سلسیوس حداکثر چند گرم دیگر از این نمک را می توان در آن حل کرد؟ (از ایجاد محلول فراسیرشده در طول مراحل آزمایش صرف نظر کنید).

(۱) ۵۴۰ (۲) ۶۶۰

(۳) ۳۳۰ (۴) ۹۶۰

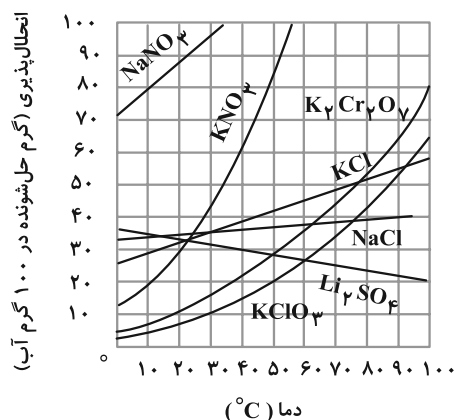
۱۶۲- کلسیم سولفات با انحلال پذیری ۰/۲۱ گرم در ۱۰۰g آب از دسته ترکیبات در آب به شمار می رود و غلظت یون کلسیم در ۱۰ لیتر محلول سیرشده آن به تقریب ppm است. ($O = ۱۶$, $S = ۳۲$, $Ca = ۴۰$; $g \cdot mol^{-1}$)

(۱) کم محلول - ۵۸۸ (۲) نامحلول - ۲۱۰۰

(۳) کم محلول - ۶۱۸ (۴) محلول - ۲۱۰۰

۱۶۳- در چهار ظرف دارای ۲۰۰ گرم آب در دمای ۲۰°C به ترتیب از راست به چپ ۸۰g از ترکیب های (A) KNO_3 ، (B) $NaNO_3$ ، (C) $KClO_3$ و (D) $K_2Cr_2O_7$ اضافه کرده و پس از هم زدن محلول از مواد جامد باقی مانده جداسازی شده است. ترتیب

چگالی محلول ها به دست آمده کدام است؟ (از تغییر حجم چشم پوشی شود).

(۱) $A > B > C > D$ (۲) $D > B > A > C$ (۳) $C > A > B > D$ (۴) $B > A > D > C$

محل انجام محاسبات

۱۶۴- کدام عبارت نادرست است؟

- (۱) استفاده از گشتاور دوقطبی برای بررسی روند تغییر نقطه جوش هیدروکربن‌ها مناسب نیست.
- (۲) در دمای اتاق در بین عناصر موجود در گروه هالوژن‌ها تا تناوب پنجم، دو عنصر با حالت فیزیکی یکسان وجود دارند.
- (۳) تمام عوامل مؤثر بر نقطه جوش مولکول‌های قطبی با عوامل مؤثر بر نقطه جوش مولکول‌های ناقطبی تفاوت دارند.
- (۴) تفاوت در نوع نیروی بین مولکولی دلیل تفاوت نقطه جوش HF با HBr است.

۱۶۵- ترتیب درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر در کدام گزینه آمده است؟

- (الف) مخلوط ید در هگزان، به صورت همگن، شفاف، بی‌رنگ و پایدار است.
- (ب) اتانول در مقایسه با استون جرم مولی کمتر و نقطه جوش بیشتری دارد.
- (پ) شمار اتم‌ها در هگزان دو برابر شمار اتم‌ها در استون است.
- (ت) اتانول به عنوان حلال در تهیه مواد دارویی، آرایشی و بهداشتی کاربرد دارد و به هر نسبتی در آب حل می‌شود.

- (۱) درست، نادرست، نادرست، درست
- (۲) درست، نادرست، درست، نادرست
- (۳) نادرست، درست، درست، درست
- (۴) نادرست، درست، نادرست، درست

۱۶۶- در مورد ساختار یخ کدام یک از مطالب داده شده درست است؟

- (۱) در هر حلقه ۶ پیوند اشتراکی و ۶ پیوند هیدروژنی بین مولکول‌های آب وجود دارد.
- (۲) اتم‌های اکسیژن در رأس حلقه‌های شبیه کندوی زنبورعسل قرار دارند.
- (۳) به دلیل وجود پیوندهای هیدروژنی، ساختار آب و یخ یکسان و منظم هستند.
- (۴) پیوند هیدروژنی و اشتراکی در ساختار یخ قدرت یکسانی دارند.

۱۶۷- در دمای 25°C در پنج ظرف جداگانه هر یک از مواد زیر را در مقدار یکسانی آب ریخته و به خوبی تکان داده‌ایم. در چند ظرف

نیروی جاذبه یون-دوقطبی در مخلوط حاصل کوچک‌تر از میانگین قدرت پیوند یونی (در نمک مورد نظر) و پیوند هیدروژنی

(در آب) خواهد بود؟



- (۱) صفر
- (۲) ۱
- (۳) ۲
- (۴) ۳

۱۶۸- در شکل زیر، محلولی از سدیم کلرید با غلظت نیم مولار در مخزن لوله‌ای شکل A به وسیله یک غشا نیمه تراوا از حجم

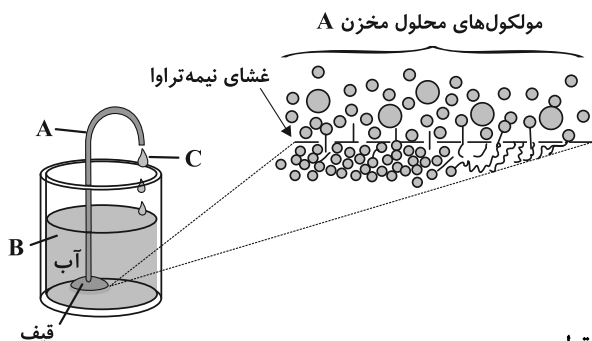
مشخصی از آب خالص در مخزن B جدا شده است. کدام موارد از عبارتهای زیر درست است؟

(آ) حالت C (بیرون ریختن محلول از مخزن A) به علت افزایش مولاریته محلول موجود در بخش A اتفاق می‌افتد.

(ب) جریان مایع زمانی متوقف می‌شود که غلظت محلول‌های جدا شده توسط غشاء تقریباً برابر شود.

(پ) این فرایند همانند انداختن میوه‌های خشک در آب که بعد از مدتی متورم می‌شوند بدون مصرف انرژی اتفاق می‌افتد.

(ت) اگر به جای آب خالص در مخزن B، از محلول آب نمک غلیظتر از محلول A استفاده کنیم جریان C متوقف می‌شود.



(۱) فقط ت

(۲) فقط ب

(۳) آ، ب

(۴) ب، پ و ت

۱۶۹- اگر ۵kg آب سیرشده از گاز اکسیژن در فشار ۹ atm را به فشار ۴/۵ atm برسانیم، گاز اکسیژن به دست آمده از این آزمایش

را می‌توان از تجزیه تقریباً چند گرم پتاسیم کلرات ($KClO_3$) طبق واکنش زیر به دست آورد؟

($O = 16$, $Cl = 35/5$, $K = 39$; $g \cdot mol^{-1}$) (انحلال‌پذیری O_2 در فشار ۹ atm برابر با ۰/۰۴ گرم در ۱۰۰ گرم آب است.)



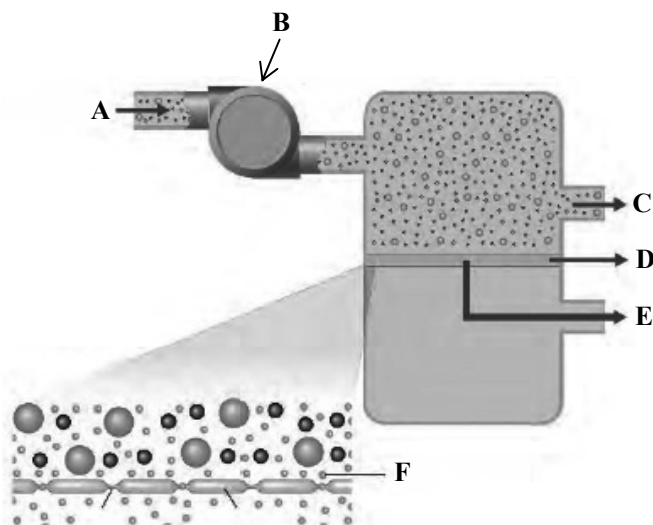
۱/۱۸ (۴)

۱/۵۵ (۳)

۲/۱۸ (۲)

۲/۵۵ (۱)

۱۷۰- با توجه به شکل زیر که چگونگی تهیه آب شیرین از آب دریا را نشان می‌دهد، کدام گزینه نادرست است؟



(۱) کارایی این روش از تقطیر برای تصفیه یک نمونه آب بالاتر است.

(۲) غلظت محلول C بیشتر از غلظت محلول A است.

(۳) برای تهیه آب شیرین در این روش وجود قسمت B ضروری است.

(۴) در قسمت D مولکول‌های آب از محیط رقیق به محیط غلیظ منتقل می‌سازند.



آزمون ۱۸ اسفند ۱۴۰۲ اختصاصی دوازدهم ریاضی

دفترچه پاسخ

نام طراحان	نام درس	اختصاصی
کاظم اجلائی-مسعود برملا-شاهین پروازی-سعید تن آرا-میلاذ چاشمی-عادل حسینی-طاهر دادستانی-محمد رضا راسخ علی شهبازی-رضا طاری حمید علیزاده-کامیار علییون-حامد معنوی-جهانبخش نیکنام	حسابان ۲ و ریاضی پایه	
علی ایمانی-سیدمحمد رضا حسینی فرد-مهدیار راشدی-سوگند روشنی-فرشاد صدیقی فر-هومن عقیلی-احمد رضا فلاح-مهرداد ملوندی	هندسه	
اسحاق اسفندیار-علی ایمانی-فرزاد جوادی-سیدمحمد رضا حسینی فرد-افشین خاصه خان-کیوان دارابی-مصطفی دیداری مهدیار راشدی-سوگند روشنی-احمد رضا فلاح-مهرداد ملوندی	آمار و ریاضیات گسسته	
کامران ابراهیمی-مهران اسماعیلی-عباس اصغری-علی برزگر-علیرضا جباری-دانیال راستی-فراز رسولی-محمد جواد سورچی معصومه شریعت ناصری-محمد رضا شریفی-پوریا علاقه مند-آراس محمدی-محمد کاظم منشادی-محمود منصور امیر احمد میرسعید-سیده ملیحه میرصالحی-حسام نادری-مجتبی نکوئیان-محمد نهاوندی مقدم	فیزیک	
محمد رضا پورچاوید-امیر حاتمیان-پیمان خواجوی مجد-حمید ذبخی-روزبه رضوانی-امیر حسین طیبی-محمد عظیمیان زواره امیر محمد کنگرانی-علیرضا کیانی دوست-رضا مسکن-امیر حسین مسلمی-هادی مهدی زاده-میلاذ میرحیدری	شیمی	

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی پایه	هندسه	آمار و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	محمد صحت کار	امیر حسین ابومحبوب کیوان دارابی	حسام نادری	امیر حسین مسلمی
گروه ویراستاری	سعید خان بابایی محمد رضا راسخ	مهرداد ملوندی امیر محمد کریمی	مهرداد ملوندی امیر محمد کریمی	زهره آقامحمدی	محمد حسن محمدزاده مقدم امیر حسین مسلمی میلاذ میرحیدری
ویراستاری رتبه های برتر	پارسا نوروزی منش	پارسا نوروزی منش	پارسا نوروزی منش	حسین بصیر تر کمبور	علی رضایی احسان پنجه شاهی مهدی سهامی
مسئول درس	عادل حسینی	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب	حسام نادری	پارسا عیوض پور
مستندسازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیا زاریان تبریزی	سرژ یقیا زاریان تبریزی	علیرضا همایون خواه	امیر حسین مرتضوی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف نگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳



$$f'(x) = h'(x)h'(h(x)) \xrightarrow{x=2} f'(2) = h'(2)h'(h(2))$$

$$f'(2) = h'(2)h'\left(\frac{5}{2}\right) \quad \text{داریم: } h(2) = \frac{5}{2}$$

مشتق تابع h نیز $h'(x) = 1 - \frac{1}{x^2}$ است.

$$h'(2) = \frac{3}{4}, \quad h'\left(\frac{5}{2}\right) = \frac{21}{25} \Rightarrow f'(2) = \frac{63}{100}$$

(مسئله ۲- مشتق: صفحه‌های ۹۳ تا ۹۶)

(مسئله بر ملا)

۵- گزینه «۲»

تابع $y = [3x - 2]$ در $x = 2$ ناپیوسته و مشتق ناپذیر است، پس برای

این که f در این نقطه مشتق پذیر باشد، لازم است که $x = 2$ صفر مرتبه

دوم تابع $h(x) = ax + b\sqrt{2x} + 2$ باشد؛ یعنی $h'(2) = 0$ باشد.

$$h(2) = 2a + 2b + 2 = 0 \Rightarrow a + b = -1 \quad (1)$$

$$h'(x) = a + \frac{b}{\sqrt{2x}} \xrightarrow{x=2} h'(2) = a + \frac{b}{2} = 0 \quad (2)$$

از معادلات (۱) و (۲) به دست می‌آید:

$$a = 1, \quad b = -2 \Rightarrow a - 2b = 5$$

(مسئله ۲- مشتق: صفحه‌های ۸۳ تا ۸۹)

(مسئله عزیز)

۶- گزینه «۴»

وقتی $x \rightarrow 0$ حد مخرج برابر صفر است، بنابراین حد صورت نیز باید برابر

صفر شود: $f(1) = g(1)$

در نتیجه می‌توانیم بنویسیم:

$$L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(1-x) - g(1-x)}{x + x^2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(1-x) - f(1) - (g(1-x) - g(1))}{x + x^2}$$

$$= \left(\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(1-x) - f(1)}{x} - \lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(1-x) - g(1)}{x} \right) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{1+x}$$

$$= -(f'(1) - g'(1)) = 2 \Rightarrow f'(1) - g'(1) = -2$$

حسابان ۲

۱- گزینه «۱»

(عادل حسینی)

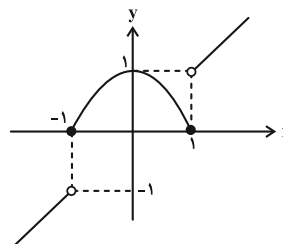
تابع $y = |f(x)|$ در ریشه‌های ساده $f(x)$ مشتق ناپذیر است.

(مسئله ۲- مشتق: صفحه‌های ۸۶ و ۸۷)

۲- گزینه «۳»

(سعید تن‌آرا)

بهتر است نمودار تابع را رسم کنیم:



با توجه به نمودار، تابع در $x = 0$ ماکزیمم نسبی و در $x = 1$ مینیمم نسبی دارد.

(مسئله ۲- کاربردهای مشتق: صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۶)

۳- گزینه «۴»

(ظاهر دارستانی)

مساحت یک لوزی به طول ضلع l که یکی از زوایای آن θ است، از رابطه

$$S = l^2 \sin \theta$$

به دست می‌آید. پس در این سؤال داریم:

$$S(\alpha) = 4 \sin \alpha$$

آهنگ لحظه‌ای تغییر همان مشتق تابع است:

$$S'(\alpha) = 4 \cos \alpha \Rightarrow S'\left(\frac{2\pi}{3}\right) = 4 \cos \frac{2\pi}{3} = -2$$

(مسئله ۲- مشتق: صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۳)

۴- گزینه «۱»

(مهم‌رضا راسخ)

ابتدا ضابطه تابع را ساده‌تر می‌کنیم:

$$f(x) = \frac{(x + \frac{1}{x})^2 - 2 + 3}{x + \frac{1}{x}} = x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x + \frac{1}{x}}$$

پس اگر $h(x) = x + \frac{1}{x}$ باشد، $f(x) = (hoh)(x)$ است و داریم:

محیط قطاع بالا برابر ℓ است. اگر شعاع دایره را r در نظر بگیریم، داریم:

$$P_{\text{قطاع}} = 2r + r\theta = r(2 + \theta) = \ell$$

از طرفی مساحت قطاع از رابطه $S = \frac{1}{2}\theta r^2$ به دست می‌آید.

$$S(r) = \frac{1}{2}\left(\frac{\ell}{r} - 2\right)r^2 = \frac{1}{2}\ell r - r^2$$

در جواب معادله $S'(r) = 0$ ، بیشترین مقدار خود را دارد.

$$S'(r) = \frac{1}{2}\ell - 2r \xrightarrow{S'(r)=0} r = \frac{\ell}{4}$$

$$\Rightarrow S_{\max} = S\left(\frac{\ell}{4}\right) = \frac{1}{16}\ell^2$$

(مسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۱۸ و ۱۱۹)

کدام ایملی)

۱۰- گزینه «۲»

ابتدا نقاط بحرانی تابع را در بازه $(0, \pi)$ به دست می‌آوریم:

$$f'(x) = 2 \sin x \cos x - \sin x$$

$$\xrightarrow{f'(x)=0} \sin x(2 \cos x - 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin x = 0 : \text{جواب ندارد: } (0, \pi) \\ \cos x = \frac{1}{2} \xrightarrow{x \in (0, \pi)} x = \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

پس $x = \frac{\pi}{3}$ تنها نقطه بحرانی تابع در بازه $(0, \pi)$ است. حال مقادیر تابع را

در این نقطه و هم‌چنین ابتدا و انتهای بازه $[0, \pi]$ به دست می‌آوریم:

$$f(0) = m + 1, f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{5}{4} + m, f(\pi) = -1 + m$$

بنابراین ماکزیمم مطلق تابع در بازه گفته شده برابر $\frac{5}{4} + m$ و مینیمم مطلق

آن $-1 + m$ است.

پس داریم:

$$\frac{5}{4} + m - 1 + m = 2m + \frac{1}{4} = \frac{13}{4} \Rightarrow m = \frac{3}{2}$$

(مسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۱۹)

حال از تابع $y = f(2x) - g(2x)$ مشتق می‌گیریم:

$$y' = 2f'(2x) - 2g'(2x) \xrightarrow{x=1} y' = 2(f'(1) - g'(1)) = -4$$

(مسابان ۲- مشتق؛ صفحه‌های ۷۸ تا ۸۰ و ۹۶)

۷- گزینه «۳»

$$y = x^{\frac{5}{3}} - 5x^{\frac{2}{3}} \Rightarrow y' = \frac{5}{3}x^{\frac{2}{3}} - \frac{10}{3}x^{-\frac{1}{3}} = \frac{5}{3}\sqrt[3]{x^2} - \frac{10}{3\sqrt[3]{x}}$$

بدیهی است که تابع در $x = 0$ مشتق‌ناپذیر است و از طرفی در $x = \pm 1$

دارای مشتق صفر است. پس $x = 1$ تنها نقطه بحرانی محدوده x های مثبت است.

(مسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه ۱۱۷)

۸- گزینه «۲»

(سعیر تن آرا)

$$f(-2) = -\frac{8}{3}, \quad f(2) = \frac{8}{3}$$

نقاط بحرانی عضو بازه $(-2, 2)$ را نیز پیدا می‌کنیم.

$$f'(x) = x^3 + x^2 - 2x \xrightarrow{f'(x)=0} x(x+2)(x-1) = 0$$

$$\Rightarrow x = 0, -2, 1$$

که $x = 0$ و $x = 1$ درون بازه مورد نظر قرار دارد. مقادیر تابع در این دو نقطه را نیز حساب می‌کنیم:

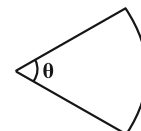
$$f(0) = 0, \quad f(1) = -\frac{5}{12}$$

در نتیجه برد تابع بازه $\left[-\frac{8}{3}, \frac{8}{3}\right]$ است که طول این بازه برابر $\frac{16}{3}$ است.

(مسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۱۸)

۹- گزینه «۲»

(مهمدرشا، اسبخ)





حسابان ۲ - پیشروی سریع

۱۱ - گزینه «۲»

(عادل مسینی)

ریشه‌های ساده f' ، اکستریم‌های نسبی تابع f و اکستریم‌های نسبی تابع f' ، نقاط عطف تابع f هستند. بنابراین تابع f ، ۳ عطف دارد.

(مسایان ۲ - صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۳۴)

۱۲ - گزینه «۴»

(علی شهرایی)

خط مماس افقی است: $f'(x) = 5x^4 - 18x^2 - 4x \Rightarrow f'(0) = 0$ تقعر رو به بالاست: $f''(x) = 20x^3 - 36x - 4 \Rightarrow f''(0) = -4 < 0$ پس نمودار گزینه «۴» درست است. البته با استفاده از هم‌ارزی کم‌توان می‌توان گفت که نمودار تابع مورد در همسایگی $x = 0$ شبیه نمودار تابع $y = -2x^2$ است.

(مسایان ۲ - صفحه ۱۳۸)

۱۳ - گزینه «۳»

(عادل مسینی)

مشتق‌های اول و دوم تابع به صورت زیر است:

$$y' = \frac{1}{(1+x)^2}, \quad y'' = -\frac{2}{(1+x)^3}$$

واضح است که y' در هر بازه از دامنه‌اش مثبت و در نتیجه تابع اکیداًصعودی است. جهت تقعر هم برای $x < -1$ و $x > -1$ متفاوت است.

همچنین مرکز تقارن تابع هموگرافیک محل تقاطع مجانب‌های آن است که

در این سؤال نقطه $(-1, 1)$ است.

(مسایان ۲ - صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۴۴)

۱۴ - گزینه «۳»

(عادل مسینی)

مشتق دوم باید مثبت باشد:

$$y' = x + \frac{16}{\sqrt{x+1}} \Rightarrow y'' = 1 - \frac{8}{\sqrt{(x+1)^3}}$$

$$\frac{y'' > 0}{\sqrt{(x+1)^3}} < 1 \Rightarrow \sqrt{(x+1)^3} > 8$$

$$\Rightarrow x+1 > 4 \Rightarrow x > 3$$

(مسایان ۲ - صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۰)

۱۵ - گزینه «۲»

(محمدرضا راسخ)

 $f(0)$ یعنی همان d برابر ۱ است. $x = \pm 1$ طول نقاط اکستریم تابع و $x = 0$ طول نقطه عطف با مماس مایل

آن است.

$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c, \quad f''(x) = 6ax + 2b$$

$$f''(0) = 0 \Rightarrow b = 0$$

$$f'(\pm 1) = 3a + c = 0 \Rightarrow c = -3a$$

$$\Rightarrow f(x) = ax^3 - 3ax + 1 \xrightarrow{f(1)=-1} a = 1$$

$$\Rightarrow f(x) = x^3 - 3x + 1$$

در $x = -1$ ماکزیمم نسبی تابع با مقدار $f(-1) = 3$ است.

(مسایان ۲ - صفحه‌های ۱۳۸ تا ۱۴۰)

۱۶ - گزینه «۲»

(کامیار علیون)

ابتدا مشتق دوم تابع را به دست می‌آوریم:

$$f'(x) = 2 \cos 2x - \sin x \Rightarrow f''(x) = -4 \sin 2x - \cos x$$

$$\Rightarrow f''(x) = -8 \sin x \cos x - \cos x \Rightarrow f''(x) = -\cos x (\lambda \sin x + 1)$$

ریشه‌های ساده f'' طول نقاط عطف هستند.

$$\Rightarrow \cos x (\lambda \sin x + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \sin x = -\frac{1}{\lambda} \end{cases}$$

در بازه $(-\pi, 0)$ معادله $\cos x = 0$ جواب $x = -\frac{\pi}{2}$ و معادله

$$\sin x = -\frac{1}{\lambda}$$
 دو جواب دارد. پس تابع f در این بازه ۳ نقطه عطف دارد.

دقت کنید که تابع f روی \mathbb{R} مشتق اول و دوم دارد.

(مسایان ۲ - صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۳۶)



$$\Rightarrow h(-\sqrt{-\frac{a}{3}}) = \frac{-2a}{3} \sqrt{-\frac{a}{3}} - 1, \quad h(\sqrt{-\frac{a}{3}}) = \frac{2a}{3} \sqrt{-\frac{a}{3}} - 1$$

$$\xrightarrow{\text{هم‌علامت باشند}} (-\frac{2a}{3} \sqrt{-\frac{a}{3}} - 1)(\frac{2a}{3} \sqrt{-\frac{a}{3}} - 1) > 0$$

$$\Rightarrow -1 < \frac{2a}{3} \sqrt{-\frac{a}{3}} < 1 \xrightarrow{a < 0} -1 < \frac{2a}{3} \sqrt{-\frac{a}{3}} < 0$$

$$\xrightarrow{t = \sqrt{-\frac{a}{3}}} -1 < -2t^3 < 0 \Rightarrow 0 < t = \sqrt{-\frac{a}{3}} < \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$$

$$\Rightarrow -\frac{3}{\sqrt[3]{4}} < a < 0$$

اجتماع شرط‌های (الف) و (ب)، محدوده $a > -\frac{3}{\sqrt[3]{4}}$ را نتیجه می‌دهد.

(مسائل ۲- صفحه‌های ۱۳۸ تا ۱۴۰)

۲۰- گزینه «۴» (علی شهبازی)

نمودار تابع، مجانب قائم ندارد، پس $b > 0$ است. هم‌چنین مجانب افقی

نمودار، خط $y = 0$ است، پس حد تابع وقتی $x \rightarrow \pm\infty$ برابر صفر است:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{ax^3 + bx}{x^3 + b} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{ax^3}{x^3} = a = 0$$

پس تا اینجا ضابطه تابع $f(x) = \frac{bx}{x^3 + b}$ است. حال با توجه به نمودار،

مشخص است که مقدار ماکزیمم نسبی تابع برابر $\sqrt{3}$ است. یعنی مقدار

تابع در ریشه مثبت f' برابر $\sqrt{3}$ است:

$$f'(x) = \frac{b(b-x^3)}{(x^3+b)^2} \xrightarrow{f'(x)=0} b-x^3=0 \xrightarrow{x>0} x = \sqrt[3]{b}$$

$$\xrightarrow{f(\sqrt[3]{b}) = \sqrt{3}} \frac{\sqrt{b}}{2} = \sqrt{3} \Rightarrow b = 12$$

(مسائل ۲- صفحه‌های ۱۳۷ و ۱۳۸)

۱۷- گزینه «۱» (میلاد پاشمی)

در ابتدا، مختصات نقطه داده شده باید در ضابطه تابع صدق کند:

$$\Rightarrow 2 = \frac{b}{a-1} \Rightarrow b = 2(a-1) \quad (*)$$

حال مشتق دوم تابع را به دست می‌آوریم که $x = \sqrt[3]{a}$ ریشه آن باشد:

$$y' = -3b \frac{x^2}{(x^3-1)^2} \Rightarrow y'' = 6b \frac{x(2x^3+1)}{(x^3-1)^3}$$

$$\xrightarrow{y''=0} \begin{cases} \sqrt[3]{a} = 0 \Rightarrow a = 0 \xrightarrow{(*)} b = -2 \\ 2(\sqrt[3]{a})^3 + 1 = 2a + 1 = 0 \Rightarrow a = -\frac{1}{2} \xrightarrow{(*)} b = -3 \end{cases}$$

(مسائل ۲- صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۳۶)

۱۸- گزینه «۴» (عارل مسینی)

باید ضابطه توابع f' و f'' را به دست آوریم:

$$f' = \frac{2x^2+1}{\sqrt{x^2+1}} \Rightarrow f''(x) = \frac{x(2x^2+3)}{\sqrt{(x^2+1)^3}}$$

تنها نقطه عطف تابع f ، نقطه $x = 0$ است که شیب مماس بر نمودار تابع

f در آن برابر $f'(0) = 1$ است.

(مسائل ۲- صفحه‌های ۱۳۸ تا ۱۴۰)

۱۹- گزینه «۱» (عارل مسینی)

یعنی معادله $x^3 + ax - 1 = 0$ فقط یک جواب دارد و این با فرض

$h(x) = x^3 + ax - 1$ ، در حالت‌های زیر امکان‌پذیر است:

(الف) تابع h اکیداً صعودی باشد:

$$h'(x) = 3x^2 + a \geq 0 \Rightarrow a \geq 0$$

(ب) مقادیر اکسترم‌های تابع h هم‌علامت باشند:

$$\xrightarrow{a < 0} h'(x) = 3x^2 + a = 0 \Rightarrow x = \pm \sqrt{-\frac{a}{3}}$$



(عالم معنوی)

گزینه «۴» - ۲۴

با توجه به این که $\cot^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}$ و $1 + \cot^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}$ و $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$ است، می‌نویسیم:

$$\frac{1}{\sin^2 x} = \frac{1}{1 - \sin^2 x} \Rightarrow \sin^2 x = 1 - \sin^2 x \Rightarrow \sin^2 x = \frac{1}{3}$$

همچنین داریم:

$$\cos^2 x = 1 - \sin^2 x = \frac{2}{3}, \quad \cot^2 x = \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} = 2$$

و مطلوب مسئله را به صورت زیر به دست می‌آوریم:

$$\sin^2 \left(x - \frac{\pi}{2}\right) + \cot^2 (\pi + x) = \cos^2 x + \cot^2 x$$

$$= \frac{2}{3} + 2 = \frac{8}{3}$$

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۶)

(عالم معنوی)

گزینه «۳» - ۲۵

از بسط سینوس مجموع کمان استفاده می‌کنیم:

$$3 \left(\sin \theta \cdot \cos \frac{\pi}{6} + \cos \theta \cdot \sin \frac{\pi}{6} \right) = \cos \theta$$

$$\Rightarrow \frac{3\sqrt{3}}{2} \sin \theta + \frac{3}{2} \cos \theta = \cos \theta \Rightarrow \frac{3\sqrt{3}}{2} \sin \theta = -\frac{1}{2} \cos \theta$$

$$\Rightarrow \tan \theta = -\frac{1}{3\sqrt{3}}$$

حال از اتحاد $\cos^2 x = \frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x}$ استفاده می‌کنیم و داریم:

$$\cos^2 \theta = \frac{1 - \frac{1}{27}}{1 + \frac{1}{27}} = \frac{26}{28} = \frac{13}{14}$$

(مسایان ۱- مثلثات: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

(رضا طاری)

گزینه «۱» - ۲۶

تابع $y = [\sqrt{x}]$ در نقاطی که \sqrt{x} مقدار صحیح به خود بگیرد، ناپیوستهاست که در بازه (۲۵، ۱) این نقاط $x = 4$ ، $x = 9$ و $x = 16$ هستند.

ریاضی پایه

گزینه «۱» - ۲۱

(عادل مسینی)

شیب خط برابر ۱ است، پس خط با قسمت مثبت محور x ها زاویه‌ای می‌سازد که تانژانت آن برابر ۱ باشد.

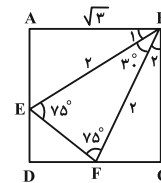
(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه‌های ۴۰ و ۴۱)

گزینه «۲» - ۲۲

(سعید تن‌آرا)

در مثلث ABE و BCF بنابه حالت (ض ض) هم‌نهشت‌اند. بنابراین $BF = 2$ است و مثلث BEF متساوی‌الساقین است و در نتیجه $\hat{E}FB = 75^\circ$. پس در مثلث BEF داریم: $\hat{B} = 30^\circ$. مساحت مثلث BEF برابر است با:

$$S_{BEF} = \frac{1}{2} BE \times BF \times \sin B = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times \sin 30^\circ = 1$$

از طرفی از هم‌نهشتی مثلث‌های ABE و BFC داریم:

$$\hat{B}_1 = \hat{B}_2 = 30^\circ$$

و در نتیجه $AB = 2 \cos 30^\circ = \sqrt{3}$ به دست می‌آید. در نتیجه مساحتمربع $ABCD$ برابر $\sqrt{3}^2 = 3$ است و مساحت قسمت رنگی برابر است

$$S = S_{ABCD} - S_{BEF} = 3 - 1 = 2 \quad \text{با:}$$

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

گزینه «۲» - ۲۳

(پویانیش نیکنام)

$$A = \frac{\cos 70^\circ \cos 10^\circ + \cos(90^\circ - 10^\circ) \cos(90^\circ - 70^\circ)}{\cos 68^\circ \cos 8^\circ + \cos(90^\circ - 8^\circ) \cos(90^\circ - 68^\circ)}$$

$$= \frac{\cos 70^\circ \cos 10^\circ + \sin 10^\circ \sin 70^\circ}{\cos 68^\circ \cos 8^\circ + \sin 8^\circ \sin 68^\circ} = \frac{\cos(70^\circ - 10^\circ)}{\cos(68^\circ - 8^\circ)}$$

$$= \frac{\cos 60^\circ}{\cos 60^\circ} = 1$$

(مسایان ۱- مثلثات: صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴)



$$\Rightarrow f(1) + m = 0 \Rightarrow m = -4$$

$$\Rightarrow n = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{x}}{4x - 4} \stackrel{\text{HOP}}{=} \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{2\sqrt{x}}}{4} = -\frac{1}{24}$$

$$\Rightarrow mn = \frac{1}{6}$$

(مسئله ۱- هر و پیوستگی؛ صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۴۴)

(نامر معنوی)

۳۰- گزینه «۳»

$f(a)$ را b در نظر می‌گیریم. باید حدهای چپ و راست تابع در $x = a$ موجود و برابر باشند، پس داریم:

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} (9x - 1) = 9a - 1$$

که باید برابر b باشد:

$$\Rightarrow 9a - 1 = b \quad (1)$$

در تابع $h(x) = \frac{3x^2 - 2x - 1}{x - a}$ ، اگر حد در $x = a$ موجود باشد، لازم

است که حد صورت نیز برابر صفر باشد:

$$3x^2 - 2x - 1 = 0 \Rightarrow a = 1 \quad \text{یا} \quad -\frac{1}{3}$$

به ازای $a = -\frac{1}{3}$ داریم:

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = 9a - 1 = 9\left(-\frac{1}{3}\right) - 1 = -4$$

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow \left(-\frac{1}{3}\right)^+} \frac{3x^2 - 2x - 1}{x + \frac{1}{3}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \left(-\frac{1}{3}\right)^+} \frac{\left(x + \frac{1}{3}\right)(3x - 2)}{x + \frac{1}{3}} = -4$$

پس $f(a) = -4$ و $a = -\frac{1}{3}$ مقادیر قابل قبول‌اند و در نتیجه

$$a - f(a) = \frac{11}{3} \quad \text{است. دقت کنید که اگر } a = 1 \text{ را مفروض بگیریم،}$$

تساوی حدهای چپ و راست رخ نمی‌دهد.

(مسئله ۱- هر و پیوستگی؛ صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۵۱)

تابع f فقط در $x = 9$ و $x = 16$ ناپیوسته است. یعنی در $x = 4$ پیوسته است و این زمانی رخ می‌دهد که $x = 4$ ریشه عبارت $x - 3a$ باشد.

$$\Rightarrow 4 - 3a = 0 \Rightarrow a = \frac{4}{3}$$

(مسئله ۱- هر و پیوستگی؛ صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۵۱)

۲۷- گزینه «۴» (عادل مسینی)

ابتدا حد تابع $y = \frac{1}{x-1}$ را وقتی $x \rightarrow 2^-$ حساب می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1}{x-1} = 1$$

تابع $y = \frac{1}{x-1}$ در $x = 2$ نزولی است، بنابراین از مقادیر بیشتر از ۱ به ۱ نزدیک می‌شود. در نتیجه داریم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2^-} f\left(\frac{1}{x-1}\right) &= \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} ([-x]x^2 + x) \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} (-2x^2 + x) = -1 \end{aligned}$$

(مسئله ۱- هر و پیوستگی؛ صفحه‌های ۱۳۲ تا ۱۳۶)

۲۸- گزینه «۱» (عادل مسینی)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{\tan^2 3x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 x}{\frac{\sin^2 3x}{\cos^2 3x}} = 2 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 3x \sin^2 x}{\sin^2 3x}$$

$$= 2 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{\sin^2 3x} = 2 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{9x^2} = \frac{2}{9}$$

(مسئله ۱- هر و پیوستگی؛ صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۴۴)

۲۹- گزینه «۳» (شاهین پروازی)

$$\Rightarrow n = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{|\sqrt{x} - \sqrt[3]{x}|}{4x + m} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\sqrt{x} - \sqrt[3]{x}}{4x + m}$$

دقت کنید که از اعداد بازه $(0, 1)$ هر چقدر ریشه بزرگ‌تر بگیریم،

بزرگ‌تر می‌شوند. در عبارت فوق حد صورت صفر است، پس برای این‌که

$n \neq 0$ باشد، حد منخرج نیز باید صفر باشد:



$$\Delta OAB \text{ در } \begin{cases} a^2 + b^2 = 16 \\ + a^2 = b^2 + c^2 \\ 2a^2 = 16 + c^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2(c+1)^2 = 16 + c^2 \Rightarrow c^2 + 4c - 14 = 0$$

$$\Rightarrow c = \frac{-2 \pm \sqrt{18}}{1} = 3\sqrt{2} - 2 \Rightarrow FF' = 2c = 6\sqrt{2} - 4$$

(هنرسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۴۷ تا ۴۹)

۳۴- گزینه «۳» (سیدمحمدرضا حسینی فرد)

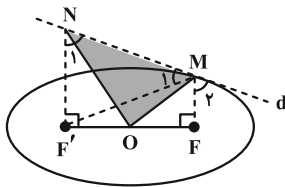
طول قطرهای بیضی $2a = 8$ و $2b = 2\sqrt{7}$ است، پس $2c = 6$. نقطه

M را به F' وصل می‌کنیم، با استفاده از ویژگی‌های خط مماس بر بیضی

$$\hat{M}_1 = \hat{M}_2 \quad \text{می‌دانیم:}$$

$$\hat{M}_2 = \hat{N}_1 \quad \text{همچنین به کمک قضیه موازی مورب داریم:}$$

$$\Rightarrow NF' = MF'$$



از طرفی نقطه O وسط ساق دوزنقه قائم‌الزاویه $MFF'N$ قرار دارد. پس:

$$S_{OMN} = \frac{1}{2} S_{MFF'N} = \frac{1}{2} \left(\frac{(MF + NF') \cdot FF'}{2} \right)$$

$$= \frac{1}{4} (2a)(2c) = ac = 4 \times 3 = 12$$

(هنرسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۴۷ تا ۴۹)

۳۵- گزینه «۳» (مهردار ملونزی)

داریم:

$$x^2 + y^2 - 2x = 2 \Rightarrow \text{مرکز دایره } W \left(-\frac{a'}{2}, -\frac{b'}{2} \right) = (1, 0)$$

$$(y+b)^2 = 2(x+a) \rightarrow \begin{cases} \text{سهمی افقی} \\ \text{رأس سهمی } S(-a, -b) \\ 4a'' = 2 \Rightarrow a'' = \frac{1}{2} \end{cases}$$

هندسه ۳

۳۱- گزینه «۱»

(هومن عقیلی)

$$\Delta ABC \text{ محیط} = AB + AC + \frac{BC}{12} = 32 \Rightarrow AB + AC = 20$$

یعنی A روی یک بیضی به کانون‌های B و C حرکت می‌کند، به طوری

که $2a = 20$ و $2c = 12$. یعنی $a = 10$ و $c = 6$ ؛ با توجه به این‌که

$a^2 = b^2 + c^2$ ، پس $b = 8$ و چون $AH > b$ یعنی $9 > 8$ ، در نتیجه

با این شرایط مثلثی رسم نمی‌شود.

(هنرسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۴۷ و ۴۸)

۳۲- گزینه «۴»

(هومن عقیلی)

طبق فرض داریم:

$$MF = x \Rightarrow MF' = 3x$$

$\Delta MFF'$ قضیه کسینوس‌ها در

$$x^2 + 9x^2 - 2(x)(3x) \cos 60^\circ = (2\sqrt{7})^2$$

$$\Rightarrow 7x^2 = 28 \Rightarrow x = 2$$

$$\Rightarrow MF = 2, \quad MF' = 6 \Rightarrow MF + MF' = 2a = 8 \Rightarrow a = 4$$

$$FF' = 2c = 2\sqrt{7} \Rightarrow c = \sqrt{7}$$

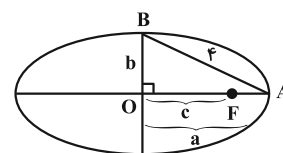
$$\Rightarrow \text{خروج از مرکز } e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

(هنرسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۴۷ تا ۴۹)

۳۳- گزینه «۳»

(هومن عقیلی)

طبق فرض و شکل داریم:



$$AF = a - c = 1 \Rightarrow a = c + 1$$

معادله پرتو بازتاب گذرنده از دو نقطه $A(2, 1)$ و $F(0, 1)$ به صورت $y = 1$ است که عرض از مبدأ آن $y = 1$ است.

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۵۵ تا ۵۷)

گزینه «۳» ۳۸ (سیرمدرسه سینی فر)

مختصات کانون این سهمی $F(1, 0)$ است. پس نقطه M پایین‌تر از کانون سهمی و پرتوهای نور خارج شده پس از بازتابش به صورت نور بالا هستند.

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۵۶ و ۵۷)

گزینه «۱» ۳۹ (مهردار ملونری)

چون خط گذرا از دو نقطه A و B موازی یکی از محورهای دستگاه \mathbb{R}^3 است، پس دو مقدار از سه مقدار x ، y و z در مختصات آن‌ها با هم برابر است. پس خط گذرا از این دو نقطه، یکی از سه خط زیر است:

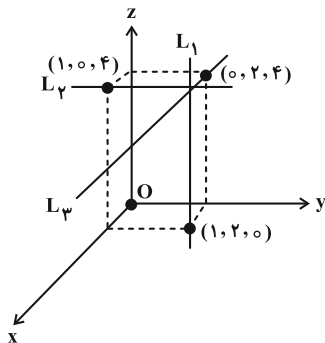
$$L_1: \begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases} \quad L_2: \begin{cases} x=1 \\ z=4 \end{cases} \quad L_3: \begin{cases} y=2 \\ z=4 \end{cases}$$

فاصله مبدأ مختصات (نقطه O) از سه خط L_1 ، L_2 و L_3 به ترتیب

$\sqrt{5}$ ، $\sqrt{17}$ و $\sqrt{20}$ است و چون $\sqrt{5} < 3 < \sqrt{17} < \sqrt{20}$ ، پس نقطه

$M(1, 2, z)$ روی خط L_1 قرار دارد و مختصات آن به صورت

است و طبق فرض داریم:



$$OM = \sqrt{1^2 + 2^2 + z^2} = 3 \Rightarrow z = \pm 2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} M_1 = (1, 2, 2) \Rightarrow 1+2+2=5 \\ M_2 = (1, 2, -2) \Rightarrow 1+2-2=1 \end{cases}$$

(هنر سه ۳- بردارها: صفحه‌های ۶۴ تا ۶۸)

دهانه به سمت راست \rightarrow کانون سهمی $F(-a + \frac{1}{p}, -b)$

طبق فرض، مرکز دایره بر کانون سهمی منطبق است:

$$(1, 0) = (-a + \frac{1}{p}, -b) \Rightarrow \begin{cases} -a + \frac{1}{p} = 1 \Rightarrow a = -\frac{1}{p} \\ -b = 0 \Rightarrow b = 0 \end{cases}$$

پس رأس سهمی به صورت $S(\frac{1}{p}, 0)$ و معادله خط هادی برابر می‌شود با:

$$x = \frac{1}{p} - \frac{1}{p} = 0$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۵۰ تا ۵۴)

گزینه «۱» ۳۶ (فرشار صریقی فر)

ابتدا معادله سهمی را به صورت استاندارد می‌نویسیم:

$$2(y^2 + 2y) = x - k$$

$$2((y+1)^2 - 1) = x - k$$

$$(y+1)^2 = \frac{1}{2}(x - k + 2) \Rightarrow \begin{cases} \text{رأس سهمی: } S(k-2, -1) \\ 4a = \frac{1}{2} \Rightarrow a = \frac{1}{4} \end{cases}$$

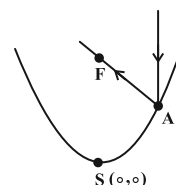
$$\text{خط هادی در سهمی افقی: } x = \alpha - a \Rightarrow x = k - 2 - \frac{1}{4} = -\frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow k = 2$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۵۰ تا ۵۶)

گزینه «۲» ۳۷ (علی ایمانی)

چون پرتوی نور موازی محور سهمی است، پس پرتو بازتاب از کانون سهمی می‌گذرد.



$$x^2 = 4y, \quad a=1 \Rightarrow F(0, 1)$$

$$\begin{cases} x^2 = 4y \Rightarrow 4 = 4y \Rightarrow y = 1 \Rightarrow A(2, 1) \\ x = 2 \end{cases}$$



$$= \sqrt{3} \times 2 \times \frac{25}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{75}{2} = 37.5$$

(هنر سه -۳ بردارها؛ صفحه‌های ۷۷ تا ۷۹)

(علی ایمانی)

گزینه «۲» -۴۳

$$\begin{aligned} \overline{AB} \cdot \overline{BC} &= \overline{AB} \cdot (\overline{AC} - \overline{AB}) = \overline{AB} \cdot \overline{AC} - |\overline{AB}|^2 \\ &= |\overline{AB}| |\overline{AC}| \cos 120^\circ - 16 = 4(3) \left(-\frac{1}{2}\right) - 16 = -22 \end{aligned}$$

(هنر سه -۳ بردارها؛ صفحه‌های ۷۷ تا ۷۹)

(امیررضا فلاح)

گزینه «۴» -۴۴

$$\vec{a}' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2} \vec{b} \Rightarrow \frac{-4}{9} \vec{b} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{3^2} \vec{b} \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = -4$$

$$\vec{a} + \vec{b} = (-1, 0, 3) \Rightarrow |\vec{a} + \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b}$$

$$\Rightarrow (\sqrt{1+0+9})^2 = |\vec{a}|^2 + 3^2 - 8 \Rightarrow |\vec{a}|^2 = 9 \Rightarrow |\vec{a}| = 3$$

(هنر سه -۳ بردارها؛ صفحه‌های ۷۹ و ۸۰)

(مهردار ملونری)

گزینه «۳» -۴۵

چون بردار \vec{a} بر محور x ها و بردار $(1, 2, -2)$ عمود است، پس بردار

\vec{a} موازی با ضرب خارجی دو بردار $(1, 0, 0)$ و $(1, 2, -2)$ است:

$$\vec{u} = (1, 0, 0) \times (1, 2, -2) = (0, 2, 2)$$

طول بردار \vec{a} برابر ۴ است، پس:

$$\vec{a} = (\pm 4) \times \frac{\vec{u}}{|\vec{u}|} = \frac{\pm 4}{2\sqrt{2}} (0, 2, 2) = (0, \pm 2\sqrt{2}, \pm 2\sqrt{2})$$

طول تصویر قائم بردار \vec{a} در امتداد محور z ها برابر است با:

$$a_z = 2\sqrt{2}$$

(هنر سه -۳ بردارها؛ صفحه‌های ۸۱ و ۸۲)

(فرشاد صدیقی‌فر)

گزینه «۱» -۴۶

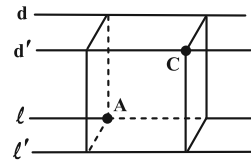
طرفین رابطه $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ را یک بار در \vec{a} و یک بار در \vec{b} ضرب

خارجی می‌کنیم:

(مهریار راشیری)

گزینه «۴» -۴۰

یکی از قطرهای مکعب مستطیل، قطر AC است.



$$A(1, 1, -2), \quad C(3, 4, 2)$$

$$AC = \sqrt{(3-1)^2 + (4-1)^2 + (2+2)^2} = \sqrt{29}$$

خطوط d, d', l و l' موازی با محور y ها هستند.

$$d: \begin{cases} x=1 \\ z=2 \end{cases} \quad d': \begin{cases} x=3 \\ z=2 \end{cases}$$

$$l: \begin{cases} x=1 \\ z=-2 \end{cases} \quad l': \begin{cases} x=3 \\ z=-2 \end{cases}$$

(هنر سه -۳ بردارها؛ صفحه‌های ۶۳ تا ۶۸)

هندسه ۳- پیشروی سریع

(هومن عقیلی)

گزینه «۱» -۴۱

$$\vec{a} = (m, 2m, 3) \quad \vec{a} \cdot \vec{b} = 7 \Rightarrow 3m - 2m + 6m = 7$$

$$\vec{b} = (3, -1, 2m)$$

$$\Rightarrow m = 1 \Rightarrow \begin{cases} \vec{a} = (1, 2, 3) \\ \vec{b} = (3, -1, 2) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{7}{\sqrt{14} \times \sqrt{14}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 60^\circ$$

(هنر سه -۳ بردارها؛ صفحه‌های ۷۷ تا ۷۹)

(سوگند روشنی)

گزینه «۲» -۴۲

می‌دانیم فاصله F تا C دو برابر طول ضلع (قطر) می‌باشد. در نتیجه:

$$|FC| = \sqrt{(-3-2)^2 + (2+3)^2 + (1-1)^2}$$

$$|FC| = \sqrt{25+25+0} = 5\sqrt{2} = 2a \Rightarrow a = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

$$|\overline{AC} \cdot \overline{AD}| = |\overline{AC}| |\overline{AD}| \cos 30^\circ = \sqrt{2}a \times 2a \times \cos 30^\circ$$



$$\Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} |\overline{AB} \times \overline{AC}| = \frac{1}{2} \times \sqrt{36+9} = \frac{3\sqrt{5}}{2}$$

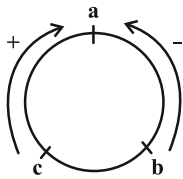
$$\Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{3\sqrt{5}}{2} = \frac{1}{2} |\overline{AB}| h \Rightarrow h = \sqrt{5}$$

(هنر سه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۸۱ و ۸۲)

(مهریار، راشدی)

۴۹- گزینه «۳»

به دایره دقت کنید:



$$\vec{b} \cdot (\vec{c} \times \vec{a}) = -\vec{a} \cdot (\vec{c} \times \vec{b}) \quad \text{داریم:}$$

$$-3\vec{b} \cdot (\vec{c} \times 2\vec{a}) = -6\vec{b} \cdot (\vec{c} \times \vec{a}) = 6\vec{a} \cdot (\vec{c} \times \vec{b}) \quad \text{بنابراین:}$$

پس:

$$6\vec{a} \cdot (\vec{c} \times \vec{b}) = 6(2, 1, 1) \cdot (-1, 1, -2) = 6(-2+1-2) = -18$$

(هنر سه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۸۱ تا ۸۴)

(مهریار ملونزی)

۵۰- گزینه «۴»

$$V = |\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})| = 3 \quad \text{طبق فرض داریم:}$$

حجم متوازی‌السطوح مورد نظر به صورت زیر به دست می‌آید:

$$V' = |(\vec{a} + 2\vec{b}) \cdot ((\vec{b} + 2\vec{c}) \times (\vec{c} + 2\vec{a}))|$$

$$= |(\vec{a} + 2\vec{b}) \cdot (\vec{b} \times \vec{c} + 2\vec{b} \times \vec{a} + 2\vec{c} \times \vec{c} + 2\vec{c} \times \vec{a})|$$

$$= |\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) + 4\vec{b} \cdot (\vec{c} \times \vec{a})| = 9 |\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})|$$

$$= 9V = 9 \times 3 = 27$$

توجه:

$$\begin{cases} \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{a}) = \vec{a} \cdot (\vec{c} \times \vec{a}) = \vec{b} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{b} \cdot (\vec{b} \times \vec{a}) = 0 \\ \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{b} \cdot (\vec{c} \times \vec{a}) = \vec{c} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) \end{cases}$$

(هنر سه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۸۳ و ۸۴)

$$\Rightarrow \begin{cases} \vec{a} \times \vec{a} + \vec{a} \times \vec{b} + \vec{a} \times \vec{c} = \vec{a} \times \vec{0} \\ \vec{b} \times \vec{a} + \vec{b} \times \vec{b} + \vec{b} \times \vec{c} = \vec{b} \times \vec{0} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \vec{a} \times \vec{b} + \vec{a} \times \vec{c} = \vec{0} \Rightarrow \vec{a} \times \vec{b} = \vec{c} \times \vec{a} \\ \vec{b} \times \vec{a} + \vec{b} \times \vec{c} = \vec{0} \Rightarrow \vec{b} \times \vec{c} = \vec{a} \times \vec{b} \Rightarrow \vec{c} \times \vec{b} = -\vec{a} \times \vec{b} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{طول}} \vec{a} \times \vec{b} + 2\vec{a} \times \vec{b} - 3\vec{a} \times \vec{b} = \vec{0} \xrightarrow{\text{حاصل}} = 0$$

(هنر سه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۸۱ و ۸۲)

۴۷- گزینه «۱» (سیرمهمدرشا عسینی فرد)

اگر بردار \vec{c} بر دو بردار \vec{a} و \vec{b} عمود باشد پس باید با بردار $\vec{a} \times \vec{b}$

موازی باشد، البته می‌توانیم از ویژگی‌های ضرب داخلی به صورت زیر استفاده

کنیم:

$$\vec{a} \cdot \vec{c} = 0 \Rightarrow (3, -1, 1) \cdot (m, 5, 2m) = 0$$

$$\Rightarrow 5m - 5 = 0 \Rightarrow m = 1$$

$$\vec{b} \cdot \vec{c} = 0 \Rightarrow (m, 1, n) \cdot (m, 5, 2m) = 0$$

$$\xrightarrow{m=1} 1 + 5 + 2n = 0 \Rightarrow n = -3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \vec{a} = (3, -1, 1) \\ \vec{b} = (1, 1, -3) \end{cases} \Rightarrow \vec{a} \times \vec{b} = (2, 10, 4)$$

می‌دانیم مساحت مثلث بناشده روی دو بردار \vec{a} و \vec{b} ، نصف اندازه ضرب

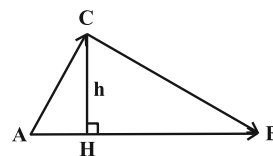
خارجی دو بردار است:

$$S = \frac{1}{2} |\vec{a} \times \vec{b}| = \frac{1}{2} \sqrt{4+100+16} = \sqrt{3}$$

(هنر سه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۸۱ و ۸۲)

(هومن عقیلی)

۴۸- گزینه «۴»



$$\overline{AB} \times \overline{AC} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 2 & -2 \\ 0 & 3 & 0 \end{vmatrix} = (6, 0, 3)$$



طبق فرض:

$$\frac{(a-b)^2}{4} = \frac{9}{4} \Rightarrow (a-b)^2 = 9 \Rightarrow |a-b| = 3$$

یعنی دو عدد مورد انتخاب باید اختلافشان ۳ واحد باشد همه این دوتایی به فرم زیر هستند.

$$(a, b) = (4, 7), (5, 8), \dots$$

چون تعداد نمونه‌ها، ۱۰ عدد است، پس دهمین نمونه به فرم (۱۳، ۱۶) بوده و مجموعه اولیه به فرم {۴، ۵، ۶، ...، ۱۶} می‌باشد. تعداد عضوهای این مجموعه ۱۳ می‌باشد.

(آمار و احتمال - آمار استنباطی: صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۲۱)

(مهریار، اشری)

۵۴ - گزینه «۴»

انحراف معیار برآورد میانگین جامعه از تقسیم انحراف معیار جامعه بر جذر،

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad \text{اندازه نمونه به دست می‌آید.}$$

$$\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{\sigma^2}{n} \quad \text{بنابراین واریانس برآورد میانگین جامعه عبارت است از:}$$

با توجه به این که واریانس جامعه نامعلوم است، از تخمین آن یعنی واریانس

$$\sigma = 25 \Rightarrow \sigma^2 = 625 \quad \text{نمونه استفاده می‌کنیم:}$$

پس برآورد نقطه‌ای واریانس میانگین نمونه‌ها برابر است با:

$$\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{625}{25} = 25$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی: صفحه ۱۲۱)

(مهریار، اشری)

۵۵ - گزینه «۳»

مجموع نمونه‌های سه عضوی انتخاب شده برابر ۹ و میانگین آن‌ها $\bar{x} = 3$

است. تعداد کل نمونه‌های سه عضوی برابر با $\binom{6}{3} = 20$ است و احتمال

آن که نمونه‌ای سه عضوی میانگین ۳ را برآورد کند برابر با $\frac{3}{20}$ است (زیرا

از ۲۰ نمونه ۳ عضوی، میانگین سه نمونه ۳ عضوی برابر با ۳ است.) بنابراین:

آمار و احتمال

۵۱ - گزینه «۴»

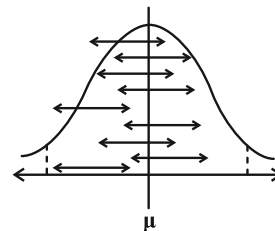
(فرزاد پورادی)

اگر نمونه‌گیری را روی یک جامعه تکرار کنیم و میانگین هر نمونه را با \bar{x}_i نشان دهیم به طوری که در ۹۵ درصد (یا بیشتر) موارد، پارامتر μ (میانگین جامعه) را قطع می‌کند و فقط ۵ درصد بازه‌هایی به فرم زیر شامل μ نمی‌شوند.

$$\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \quad \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$$

←-----|-----→

\bar{x}_i



این بازه به بازه اطمینان ۹۵ درصدی معروف است که به صورت

$$\left(\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \right) \text{ می‌باشد. طول این بازه برابر است با:}$$

(ابتدای بازه) - (انتهای بازه) = طول بازه اطمینان ۹۵٪

$$= \left(\bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \right) - \left(\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \right)$$

$$\text{طول بازه اطمینان} = \frac{4\sigma}{\sqrt{n}}$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی: صفحه‌های ۱۲۱ تا ۱۲۲)

(فرزاد پورادی)

۵۲ - گزینه «۴»

با توجه به توضیحات موجود در کتاب درسی آمار و احتمال هر چهار گزاره فوق درست می‌باشند.

(آمار و احتمال - آمار استنباطی: صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۱۰)

(امد رضا فلاح)

۵۳ - گزینه «۳»

در یک نمونه دو عضوی به فرم (a, b) داریم:

$$\bar{x} = \frac{a+b}{2} \Rightarrow \sigma^2 = \frac{(a - \frac{a+b}{2})^2 + (b - \frac{a+b}{2})^2}{2} = \frac{(a-b)^2}{4}$$



از طرفی اگر $۴, ۲ = d$ آن گاه عدد ۵ نیز انتخاب می شود که خلاف فرض

است. پس d می تواند ۷ یا ۱۴ یا ۲۸ باشد و فقط به ازای $d = ۷$ عدد ۱۰

نیز انتخاب می شود و احتمال برابر $\frac{1}{3}$ است.

(آمار و احتمال - آمار استنباطی: صفحه های ۱۰۶ و ۱۰۷)

۵۹- گزینه «۲» (علی ایمانی)

نفرات انتخاب شده در روش سامانمند تشکیل دنباله حسابی می دهند.

$$\begin{cases} a_1 = m + 3 \\ a_7 = 6m + 4 \Rightarrow d = 5m + 1 \xrightarrow{\times 6} 6d = 30m + 6 \\ a_8 = 20m + 42 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 6d = 14m + 38$$

$$30m + 6 = 14m + 38 \Rightarrow 16m = 32 \Rightarrow m = 2$$

$$a_1 = 5, a_7 = 16 \Rightarrow \text{طول دسته} = 11$$

$$\text{تعداد دسته ها} = \frac{220}{11} = 20 \Rightarrow a_{20} = 5 + 19(11) = 214$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی: صفحه های ۱۰۶ و ۱۰۷)

۶۰- گزینه «۴» (مصطفی دیداری)

$$\text{میانگین جامعه} = \frac{1+3+5+\dots+2N-1}{N} = \frac{N^2}{N} = N$$

$$\text{میانگین نمونه} = \frac{1+3+9+7}{4} = \frac{20}{4} = 5$$

میانگین نمونه برآوردی از میانگین جامعه است پس $N = 5$ برآورد

می شود.

(آمار و احتمال - آمار استنباطی: صفحه های ۱۱۸ تا ۱۲۵)

$$m - n = 3 - \frac{3}{20} = \frac{285}{100} = 2/85$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی: صفحه های ۱۱۸ تا ۱۲۱)

۵۶- گزینه «۴» (سوکندر روشنی)

همه موارد صحیح هستند و در آمار استنباطی از روی آمارهای مختلف سعی

بر تخمین پارامتر جامعه است.

(آمار و احتمال - آمار استنباطی: صفحه های ۱۰۵ تا ۱۱۵)

۵۷- گزینه «۱» (سوکندر روشنی)

می دانیم طول بازه اطمینان ۹۵ درصد در نمونه ای با اندازه n برابر $\frac{4\sigma}{\sqrt{n}}$

است.

$$\frac{4\sigma}{\sqrt{100}} = 2 \Rightarrow \frac{4\sigma}{10} = 2 \Rightarrow \sigma = 5$$

$$n_2 = 25n_1 = 2500$$

$$\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$5 - \frac{2 \times 5}{50} \leq \mu \leq 5 + \frac{2 \times 5}{50} \Rightarrow 4/8 \leq \bar{x} \leq 5/2$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی: صفحه های ۱۲۱ و ۱۲۲)

۵۸- گزینه «۲» (سیرممد رضا حسینی فرزند)

در نمونه گیری سامانمند، می دانیم شماره های انتخاب شده جملات متوالی از

دنباله حسابی هستند پس اگر قدرنسبت دنباله را d در نظر بگیریم

$kd = 45 - 17$ یعنی d مقسوم علیهی از ۲۸ است و داریم:

$$d = 2, 4, 7, 14, 28$$



آمار و احتمال

گزینه «۲» ۶۱-

(افشین فاضلهان)

احتمال شرطی با کاهش فضای نمونه است.

فضای نمونه کاهش یافته:

$$\{(1, 2), (2, 1), (2, 4), (4, 2), (3, 6), (6, 3)\}$$

$$P(A|B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

(آمار و احتمال - امتحان: صفحه‌های ۵۲ تا ۵۶)

گزینه «۳» ۶۲-

(اسحاق اسفندیار)

تعداد حالت انتخاب سال‌ها ۵^۵ و تعداد حالت‌هایی که سالن ۵ انتخابنمی‌شود ۴^۵. بنابراین:

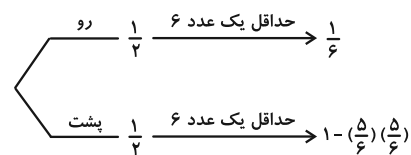
$$1 - \frac{4^5}{5^5} = \frac{5^5 - 4^5}{5^5} = \frac{3125 - 1024}{3125} = \frac{2101}{3125}$$

(ریاضی ۱ - آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۴۸ تا ۱۵۲)

گزینه «۲» ۶۳-

(مهرادر ملونری)

براساس صورت سؤال، نمودار درختی زیر را رسم می‌کنیم:



در نتیجه طبق قانون احتمال کل و با توجه به نمودار درختی، احتمال مشاهده

حداقل یک بار عدد ۶ برابر خواهد شد با:

$$P(A) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{6} + \frac{1}{2} \times \frac{11}{36} = \frac{17}{72}$$

(آمار و احتمال - امتحان: صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰)

گزینه «۴» ۶۴-

(مصطفی دیراری)

A = مهره سوم آبی باشد

B = دو مهره اول غیرهمرنگ

$$P(B|A) = \frac{P(B) \times P(A|B)}{P(A)} = \frac{\frac{\binom{4}{1} \times \binom{6}{1}}{\binom{10}{2}} \times \frac{3}{8}}{\frac{4}{10}}$$

$$= \frac{\frac{4 \times 6}{45} \times \frac{3}{8}}{\frac{4}{10}} = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{2}{5}} = \frac{1}{2}$$

(آمار و احتمال - امتحان: صفحه‌های ۵۸ تا ۶۴)

گزینه «۲» ۶۵-

(مصطفی دیراری)

احتمال ظاهر شدن عدد زوج (یا فرد) در پرتاب تاس برابر $\frac{1}{2}$ است:

$$\text{احتمال } k \text{ بار زوج (در } n \text{ پرتاب)} = \binom{n}{k} \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

احتمال آن که در بار آخر برای $k-1$ امین بار عدد فرد (در n پرتاب)

$$= \binom{n-1}{k-2} \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$\Rightarrow \binom{n}{k} \left(\frac{1}{2}\right)^n = n \times \binom{n-1}{k-2} \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$\Rightarrow \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{n \times (n-1)!}{(k-2)!(n-k+1)!}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{k(k-1)} = \frac{1}{n-k+1} \Rightarrow k^2 - k = n - k + 1$$

$$\Rightarrow n = k^2 - 1 \text{ از مربع کامل یک واحد کمتر است}$$

$$\Rightarrow 35 = 6^2 - 1$$

در بین گزینه‌ها فقط $n = 35$ می‌تواند باشد.

(آمار و احتمال - امتحان: صفحه‌های ۶۷ تا ۷۲)

گزینه «۱» ۶۶-

(علی ایمانی)

فضای نمونه‌ای به صورت زیر است:

$$S = \{\{1^{\circ}A, 2^{\circ}A\}, \{1^{\circ}A, 2^{\circ}B\}, \{1^{\circ}B, 2^{\circ}A\}\}$$



هر چه $5x+2$ کوچک تر باشد، $\frac{1}{5x+2}$ بزرگ تر می شود و در نتیجه

$1 - \frac{1}{5x+2}$ کوچک تر می شود. حداقل مقدار x برابر با صفر است،

بنابراین حداقل مقدار $\frac{P(B)}{P(A)}$ برابر است با:

$$1 - \frac{1}{5 \times 0 + 2} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه های ۴۴ تا ۴۷)

(مهریار، راشدی)

گزینه «۴» - ۶۹

کیسه شامل $k+4$ مهره است. مهره اول باید آبی باشد و مهره دوم قرمز، پس:

$$P = \frac{4}{k+4} \times \frac{k}{(k+4)-1} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow 20k = (k+4)(k+3) \Rightarrow k^2 - 13k + 12 = 0$$

$$\Rightarrow (k-12)(k-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} k=1 \\ k=12 \end{cases}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه های ۵۶ تا ۵۸)

(امیررضا، خلاج)

گزینه «۱» - ۷۰

$$P(A' | B') = \frac{P(A' \cap B')}{P(B')} = \frac{1 - P(A \cup B)}{1 - P(B)}$$

$$= \frac{1 - (P(B) + P(A - B))}{1 - P(B)} = \frac{1 - (0/4 + 0/3)}{1 - 0/4} = \frac{0/3}{0/6} = \frac{1}{2}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه های ۵۲ تا ۵۶)

$\{17_B, 20_B\}, \{18_A, 19_A\}, \{18_A, 19_B\}, \{18_B, 19_A\}$

$\{18_B, 19_B\}$

$A = \{\{17_A, 20_B\}, \{17_B, 20_A\}, \{18_A, 19_B\}, \{18_B, 19_A\}\}$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{2}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه های ۵۲ تا ۵۶)

گزینه «۳» - ۶۷ (سولگر، روشنی)

$$P(1) + P(2) + P(3) + P(4) = 1$$

$$\frac{\binom{6}{1}}{a \times 0!} + \frac{\binom{6}{2}}{a \times 1!} + \frac{\binom{6}{3}}{a \times 2!} + \frac{\binom{6}{4}}{a \times 3!} = 1$$

$$\frac{6}{a} + \frac{15}{a} + \frac{20}{2a} + \frac{15}{6a} = 1$$

$$\frac{12+30+20+5}{2a} = 1 \Rightarrow 2a = 67 \Rightarrow a = \frac{67}{2}$$

$$P(2) - P(3) = \frac{30}{2a} - \frac{20}{2a} = \frac{10}{2a} = \frac{10}{67}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه های ۴۸ تا ۵۲)

گزینه «۴» - ۶۸ (مهریار، راشدی)

$$P(A \cap B') = P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow P(A) = P(A \cap B) + \frac{2}{5}$$

$$P(B \cap A') = P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow P(B) = P(A \cap B) + \frac{1}{5}$$

با فرض $P(A \cap B) = x$ داریم:

$$\frac{P(B)}{P(A)} = \frac{x + \frac{1}{5}}{x + \frac{2}{5}} = \frac{\frac{5x+1}{5}}{\frac{5x+2}{5}} = \frac{(5x+2)-1}{5x+2} = 1 - \frac{1}{5x+2}$$



ریاضیات گسسته

۷۱- گزینه «۳»

(کیوان دارایی)

در این گراف $\gamma = 3$ و $\gamma = 3$ مجموعه احاطه گر مینیمم شامل رأس a وجود دارد.

$$\{a, r, z\}, \{a, y, c\}, \{a, s, d\}$$

(ریاضیات گسسته-گراف و مدل سازی: صفحه های ۴۴ تا ۴۷)

۷۲- گزینه «۳»

(کیوان دارایی)

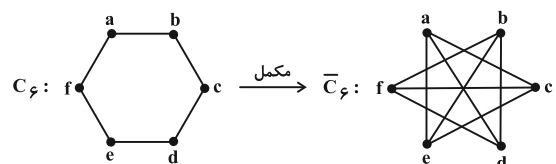
چون مجموعه احاطه گر $D = \{1, 2, 3\}$ مینیمال است، بنابراین اگر عضوی از آن حذف شود، دیگر احاطه گر نخواهد بود. بنابراین مجموعه $C = \{1, 2\}$ احاطه گر نیست. اما متمم مجموعه $D = \{1, 2, 3\}$ احاطه گر است، یعنی مجموعه $E = \{4, 5, 6, 7\}$ احاطه گر است، زیرا گراف رأس تنها ندارد و حالا که رئوس ۱، ۲ و ۳ گراف را احاطه کرده اند، پس رأس های ۴، ۵، ۶ و ۷ هر کدام لااقل با یکی از رأس های ۱، ۲ و ۳ مجاور هستند.

نکته: در یک گراف که رأس تنها ندارد، مجموعه متمم هر مجموعه احاطه گر مینیمال، خود مجموعه ای احاطه گر است.

(ریاضیات گسسته-گراف و مدل سازی: صفحه های ۴۴ تا ۴۷)

۷۳- گزینه «۲»

(فرزاد پورادی)



مطابق شکل، برای گراف \bar{C}_f ، مجموعه های احاطه گر مینیمم (که دو عضوی نیز هستند)، عبارتند از:

$$\begin{cases} \{a, b\}, \{a, d\}, \{a, f\} \\ \{c, d\}, \{c, f\}, \{c, b\} \\ \{e, f\}, \{e, b\}, \{e, d\} \end{cases}$$

پس ۹ مجموعه احاطه گر دو عضوی برای \bar{C}_f وجود دارد.

(ریاضیات گسسته-گراف و مدل سازی: صفحه های ۴۴ تا ۴۷)

۷۴- گزینه «۳»

(سپهرمهر رضا حسینی فرد)

رقم یکان می تواند صفر یا ۵ باشد:

(الف) رقم یکان صفر باشد؛ در این صورت برای این که مجموع ارقام، عددی

فرد باشد، باید از ارقام باقی مانده یکی زوج و دیگری فرد باشد:

$$\begin{matrix} \boxed{5} & \boxed{4} & \boxed{1} & \Rightarrow & 20 \\ \text{فرد} & \text{زوج} & \text{صفر} & & \\ & & \text{غیر صفر} & & \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \boxed{4} & \boxed{5} & \boxed{1} & \Rightarrow & 20 \\ \text{زوج} & \text{فرد} & \text{صفر} & & \\ & & \text{غیر صفر} & & \end{matrix}$$

(ب) رقم یکان ۵ باشد؛ دو رقم دیگر یا هر دو زوج یا هر دو فرد هستند:

$$\begin{matrix} \boxed{4} & \boxed{4} & \boxed{1} & \Rightarrow & 16 \\ \text{زوج} & \text{صفر} & 5 & & \\ & & \text{می تواند باشد} & & \\ & & \text{غیر صفر} & & \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \boxed{4} & \boxed{3} & \boxed{1} & \Rightarrow & 12 \\ & & 5 & & \\ & & \text{فرد غیر تکراری} & & \end{matrix}$$

$$\Rightarrow 68 = \text{جواب کل}$$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن: صفحه های ۱۲۰ تا ۱۲۶)

۷۵- گزینه «۲»

(مصطفی دیراری)

سه رأس مثلث باید از سه ضلع مختلف مستطیل انتخاب شود. پس ابتدا به

روش، سه ضلع انتخاب کرده و سپس از هر کدام یک رأس انتخاب

می کنیم. پس:

$$\text{تعداد مثلث ها} = \binom{4}{3} \binom{3}{1} \binom{3}{1} \binom{3}{1} = 108$$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن: صفحه های ۱۳۳ تا ۱۴۰)

۷۶- گزینه «۱»

(مهرداد ملونری)

A_0 ، A_1 و A_2 را به ترتیب مجموعه اعضای از A در نظر می گیریم که

در تقسیم بر ۳ باقی مانده های ۰، ۱ و ۲ دارند. $A_0 = \{3, 6, 9, 12\}$



$$x_3 = 2 \Rightarrow x_4 + x_5 = 2 \Rightarrow \binom{2+2-1}{2-1} = \binom{3}{1} = 3$$

$$x_3 = 3 \Rightarrow x_4 + x_5 = -3 \Rightarrow \text{جواب ندارد.}$$

$$\Rightarrow \text{تعداد کل جواب‌های دستگاه} = 6 \times (7+6+3) = 6 \times 16 = 96$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

(مصطفی درباری)

۷۶- گزینه «۱»

تعداد گل‌های نوع اول تا چهارم را به ترتیب x_1 تا x_4 می‌گیریم.

$$S: \text{تعداد جواب‌های صحیح نامنفی معادله} \binom{7+4-1}{4-1} = \binom{10}{3} \\ (x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 7)$$

$$A: \text{تعداد جواب‌های طبیعی معادله} \binom{7-1}{4-1} = \binom{6}{3} \\ (x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 7)$$

$$P(A) = \frac{\binom{6}{3}}{\binom{10}{3}} = \frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} = \frac{5 \times 4}{5 \times 3 \times 2} = \frac{1}{6}$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۵۸ و ۵۹)

(کیوان درابی)

۸۰- گزینه «۳»

$$N = \overline{abcd} \Rightarrow a + b + c + d = 12$$

a, b, c, d فرد هستند، بنابراین هیچ کدام نمی‌توانند صفر باشند و

دیگر نگران صفر شدن a نیستیم.

$$\begin{cases} a = 2x_1 + 1 \\ b = 2x_2 + 1 \\ c = 2x_3 + 1 \\ d = 2x_4 + 1 \end{cases} \Rightarrow 2x_1 + 1 + 2x_2 + 1 + 2x_3 + 1 + 2x_4 + 1 = 12$$

$$\Rightarrow 2(x_1 + x_2 + x_3 + x_4) = 8 \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4$$

$$A_1 = \{1, 4, 7, 10\}$$

$$A_2 = \{2, 5, 8, 11\}$$

در دو حالت، جمع سه عدد انتخابی مضرب ۳ است.

حالت (۱): هر سه عدد از یکی از مجموعه‌های A_0, A_1, A_2 انتخاب شوند.

$$3 \times \binom{4}{3} = 12$$

حالت (۲): از هر یکی از مجموعه‌های A_0, A_1, A_2 یک عدد انتخاب شود.

$$\binom{4}{1} \times \binom{4}{1} \times \binom{4}{1} = 64$$

در نتیجه تعداد انتخاب‌های مورد نظر برابر است با:

$$12 + 64 = 76$$

(ریاضی ۱- شمارش، برون شمردن: صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۰)

(علی ایمانی)

۷۷- گزینه «۲»

اگر ۶ حرف کلمه «مماشات» و ۲ جای خالی را با حرف O نمایش دهیم

باید جایگشت حروف $\{m, m, a, a, s, t, O, O\}$ را حساب

$$\text{کنیم که تعداد آن برابر } 7! = \frac{8!}{2!2!2!} \text{ خواهد بود.}$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۵۸ و ۵۹)

(فرزاد بواری)

۷۸- گزینه «۴»

تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله $x_1 + x_2 = 5$ برابر است با:

$$\binom{5+2-1}{2-1} = \binom{6}{1} = 6$$

حال با در نظر گرفتن $x_1 + x_2 = 5$ در معادله دوم، تعداد جواب‌های

صحیح و نامنفی معادله $x_3 + x_4 + x_5 = 6$ را حساب می‌کنیم. چون x_3

متغیر جهش یافته (دارای توان ۲) می‌باشد برای x_3 مقادیر ممکن را در نظر

گرفته و تعداد جواب‌های هر یک از معادلات به دست آمده را می‌شماریم:

$$x_3 = 0 \Rightarrow x_4 + x_5 = 6 \Rightarrow \binom{6+2-1}{2-1} = 7$$

$$x_3 = 1 \Rightarrow x_4 + x_5 = 5 \Rightarrow \binom{5+2-1}{2-1} = 6$$



(کیوان داری)

۸۳- گزینه «۱»

مجموعه‌های A، B و C را به ترتیب زیر تعریف می‌کنیم:

A: مجموعه همه گراف‌های با مجموعه رأس‌های V که در آن

$$\deg(a) = 4$$

B: مجموعه همه گراف‌های با مجموعه رأس‌های V که در آن

$$\deg(b) = 4$$

C: مجموعه همه گراف‌های با مجموعه رأس‌های V که در آن

$$\deg(c) = 4$$

بنابراین مطلوب ما $|A' \cap B' \cap C'|$ است. حال طبق اصل شمول و عدم

شمول داریم:

$$|A' \cap B' \cap C'| = |S| - |A \cup B \cup C|$$

$$= |S| - |A| - |B| - |C| + |A \cap B|$$

$$+ |A \cap C| + |B \cap C| - |A \cap B \cap C|$$

$$|A' \cap B' \cap C'| = 2 \binom{5}{2} - 3 \times 2 \binom{4}{2} + 3 \times 2 \binom{3}{2} - 2 \binom{2}{2}$$

$$|A' \cap B' \cap C'| = 10 \times 2 - 3 \times 6 + 3 \times 3 - 2 = 854$$

نکته: تعداد گراف‌های ساده با مجموعه رئوس $V = \{v_1, \dots, v_p\}$

$$\text{برابر است با: } 2^{\binom{p}{2}}$$

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات: صفحه‌های ۷۳ تا ۷۶)

(اسحاق اسفندیار)

۸۴- گزینه «۲»

مجموعه توابع یک به یک و شامل زوج مرتب (a, ۵) را A و شامل زوج

مرتب (b, ۶) را B در نظر می‌گیریم. تعداد توابع مورد نظر برابر می‌شود با:

$$n(A' \cap B') = n(U) - n(A \cup B)$$

$$= n(U) - (n(A) + n(B) - n(A \cap B))$$

$$= (6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2)$$

$$- ((1 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2) + (5 \times 1 \times 4 \times 3 \times 2) - (1 \times 1 \times 4 \times 3 \times 2))$$

$$= 720 - (120 + 120 - 24) = 504$$

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات: صفحه‌های ۷۷ و ۷۸)

از طرفی می‌دانیم $a \leq 1, b \leq 1, c \leq 1, d \leq 1$ ، بنابراین $x_1 \leq 0$ ، $x_2 \leq 0$ ، $x_3 \leq 0$ و در نتیجه:

$$\text{تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله} = \binom{7}{3} = \binom{4+4-1}{4-1} = 35$$

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات: صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

ریاضیات گسسته- پیشروی سریع

(مهررادر ملونری)

۸۱- گزینه «۳»

S را مجموعه اعداد چهاررقمی با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ در نظر می‌گیریم.

A و B را مجموعه اعدادی از S می‌گیریم که به ترتیب ارقام ۴ و ۵ را

ندارند. در این صورت تعداد اعدادی از S که هر دو رقم ۴ و ۵ را دارند

برابر می‌شود با:

$$|\overline{A \cup B}| = |S| - |A \cup B|$$

$$= |S| - |A| - |B| + |A \cap B| = 5^4 - 4^4 - 4^4 + 3^4 = 194$$

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات: صفحه‌های ۷۳ تا ۷۶)

(مصطفی ریداری)

۸۲- گزینه «۴»

رمز دارای حرف کوچک نباشد: A

رمز دارای حرف بزرگ نباشد: B

رمز دارای رقم نباشد: C

کافی است $|\overline{A \cap B \cap C}|$ را به دست آوریم.

$$|\overline{A \cap B \cap C}| = |S| - |A \cup B \cup C|$$

$$= |S| - (|A| + |B| + |C|$$

$$- |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|)$$

$$= 10^4 - (6^4 + 6^4 + 8^4 - 2^4 - 4^4 - 4^4 + 0)$$

$$= 10000 - \frac{(1296 + 1296 + 4096 - 16 - 256 - 256)}{6160} = 3840$$

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات: صفحه‌های ۷۳ تا ۷۶)



۸۵- گزینه «۱»

(سوکنر روشنی)

هدف شرطهای (۱) و (۲)، توابع پوشا از مجموعه ۵ فیلم به مجموعه ۳ داوری است. حال چون دو فیلم a و e را یک نفر داوری می کند، می توانیم a و e را یک عضو در نظر گرفته و تعداد توابع پوشا از مجموعه ۴ عضوی به ۳ عضوی را به دست آوریم:

$$3^m - (3 \times 2^m - 3) = 3^4 - (3 \times 2^4 - 3) = 81 - 45 = 36$$

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات: صفحه های ۷۷ و ۷۸)

۸۶- گزینه «۲»

(سوکنر روشنی)

۴ زن و جاهای خالی بین آنها و اطرافشان را به صورت $\bigcirc Z_1 \bigcirc Z_2 \bigcirc Z_3 \bigcirc Z_4 \bigcirc$ در نظر می گیریم؛ اگر ۱۷ مرد را ۱۷ کبوتر و ۵ مکان دایره ای شکل را ۵ لانه در نظر بگیریم، آن گاه طبق اصل لانه کبوتری، در حداقل یکی از دایره ها تعداد کبوترها حداقل مقدار را دارد

$$\left\lfloor \frac{17-1}{5} \right\rfloor + 1 = 4$$

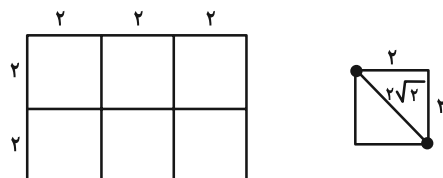
که برابر خواهد بود با:

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات: صفحه های ۷۹ تا ۸۲)

۸۷- گزینه «۳»

(علی ایمانی)

مطابق شکل، مستطیل را به ۶ مربع 2×2 تقسیم می کنیم. چنانچه، هفت نقطه درون این مستطیل در نظر بگیریم، آن گاه طبق اصل لانه کبوتری، دو نقطه درون یکی از مربعها قرار می گیرد که فاصله آن دو از $2\sqrt{2}$ واحد (قطر مربع) کمتر است.



(ریاضیات گسسته- ترکیبیات: صفحه های ۷۹ تا ۸۴)

۸۸- گزینه «۴»

(سیرممد رضا حسینی فر)

بدترین حالت را در نظر می گیریم، هر ۵ مهره سفید و ۱۲ مهره سبز را از ظرف خارج کرده ایم پس باید ۶ مهره دیگر که سیاه هستند را خارج کنیم تا مطمئن باشیم مهره های سبز و سیاه هر کدام بیشتر از ۵ تا هستند پس باید ۲۳ مهره خارج شود.

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات: صفحه های ۷۹ تا ۸۴)

۸۹- گزینه «۱»

(سیرممد رضا حسینی فر)

تعداد اعداد سه رقمی متمایز که با این روش می توان ساخت برابر $\binom{5}{3} = 10$ است. پس طبق اصل لانه کبوتری حداقل $21 = 10 + 1 \times 10$ بار باید آزمایش تکرار شود.

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات: صفحه های ۷۹ تا ۸۴)

۹۰- گزینه «۳»

(مهرداد ملونری)

اگر اعضای مجموعه A را به ۵ مجموعه $\{1, 2\}$, $\{3, 4\}$, $\{5, 6\}$, $\{7, 8\}$, $\{9, 10\}$ افراز کنیم، در این صورت با انتخاب ۶ عدد از A ، طبق اصل لانه کبوتری، دو عدد در یکی از این ۵ مجموعه قرار خواهند گرفت که تفاضل آنها برابر ۱ می شود؛ پس گزینه «۳» درست است.

مثال نقض گزینه های نادرست:

گزینه «۱»:

۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۱۰

گزینه «۲»:

۱, ۲, ۳, ۴, ۹, ۱۰

گزینه «۴»:

۱, ۲, ۵, ۶, ۹, ۱۰

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات: صفحه های ۷۹ تا ۸۴)



فیزیک ۳

گزینه «۳» ۹۱

(علیرضا جباری)

با توجه به نمودار داده شده، طول موج را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\Delta}{4}\lambda = 25 \Rightarrow \lambda = 20 \text{ cm} = 0.2 \text{ m}$$

اکنون با معلوم بودن تندی انتشار موج، دوره حرکت را پیدا می‌کنیم:

$$\lambda = Tv \Rightarrow \frac{0.2 \text{ m}}{15 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = T \times 15 \Rightarrow T = \frac{0.2}{15} = \frac{1}{75} \text{ s}$$

از آنجا که موج به سمت راست منتشر می‌شود، ذره P بعد از لحظه $t = 0$.

رو به بالا حرکت می‌کند و در لحظه $t = \frac{T}{4}$ برای اولین بار به مکان

$x = 8 \text{ cm}$ می‌رسد. سپس رو به پایین حرکت می‌کند و در لحظه

$t = \frac{3T}{4}$ برای اولین بار به مکان $x = -8 \text{ cm}$ می‌رسد. بنابراین زمانی

که برای دومین بار به مکان -8 cm می‌رسد و کل زمان سپری شده به

صورت زیر است:

$$t = \frac{3T}{4} + T = \frac{7T}{4} = \frac{7}{4} \times \frac{1}{75} \text{ s} = \frac{7}{300} \text{ s}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۷۱ تا ۷۳)

گزینه «۳» ۹۲

(مجتبی نگوئیان)

ابتدا با توجه به شکل، طول موج و سپس دوره تناوب موج را به دست می‌آوریم:

$$\frac{3}{4}\lambda = 15 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = 20 \text{ cm} = 2 \times 10^{-1} \text{ m}$$

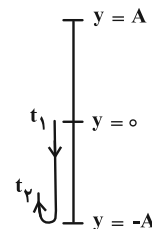
$$\lambda = vT \Rightarrow 2 \times 10^{-1} = 4T \Rightarrow T = 0.05 \text{ s}$$

لحظه t_1 معادل با $\left(\frac{t_1}{T} = \frac{0.075}{0.05} = \frac{3}{2}\right)$ و لحظه t_2 معادل با

$\frac{9}{5}T$ است. $\left(\frac{t_2}{T} = \frac{0.09}{0.05} = \frac{9}{5}\right)$ با توجه به جهت انتشار موج، ذره M

در لحظه $t = 0$ در حال حرکت به طرف بالا است، پس مسیر حرکت ذره را

در بازه زمانی t_1 تا t_2 می‌توان به صورت شکل زیر مشخص کرد:



بنابراین نوع حرکت ذره M در بازه زمانی t_1 تا t_2 ، ابتدا به صورت

کندشونده و سپس تندشونده است.

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۷۱ تا ۷۳)

گزینه «۳» ۹۳

(محمدرضا سورچی)

می‌دانیم فاصله یک تراکم بیشینه از انبساط بیشینه مجاورش برابر با $\frac{\lambda}{2}$ است. بنابراین داریم:

$$\frac{\lambda}{2} = 12 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = 24 \text{ cm} = 0.24 \text{ m}$$

از طرفی می‌دانیم ذره‌ای که در وسط فاصله یک تراکم بیشینه از انبساط بیشینه مجاورش است، حداکثر جابه‌جایی را نسبت به نقطه تعادل دارد و حداکثر جابه‌جایی ممکن برای این ذره طول پاره خط نوسان یعنی $2A$ است.

بنابراین برای این ذره داریم: $2A = 10 \text{ cm} \Rightarrow A = 5 \text{ cm} = 0.05 \text{ m}$

حالا بیشینه تندی ذره در هنگام نوسان یعنی $v_{\text{max}} = A\omega$ را حساب می‌کنیم:

$$v_{\text{انتشار}} = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow T = \frac{\lambda}{v_{\text{انتشار}}} = \frac{0.24}{1/2} = 0.48 \text{ s}$$

$$v_{\text{max}} = A\omega = A \times \frac{2\pi}{T} \Rightarrow v_{\text{max}} = 0.05 \times \frac{2\pi}{0.48} = \frac{\pi \text{ m}}{4.8 \text{ s}}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۷۱ و ۷۲)

گزینه «۲» ۹۴

(معمومه شریعت ناصری)

با توجه به رابطه شدت صوت برحسب فاصله از چشمه صوت می‌توانیم شدت صوت در را نقطه مورد نظر پیدا کنیم:

$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{I_2}{100} = \left(\frac{r_1}{2r_2}\right)^2 \Rightarrow I_2 = 25 \frac{W}{\text{m}^2}$$

با توجه به این که ۲۰ درصد از انرژی صوت تلف شده، داریم:

$$I'_2 = \frac{80}{100} I_2 = \frac{80}{100} \times 25 = 20 \frac{W}{\text{m}^2}$$

حال می‌خواهیم پیدا کنیم که تراز شدت صوت چند برابر می‌شود:

$$\beta_2 = 10 \log \frac{I'_2}{I_0} = 10 \log \frac{20}{10^{-12}} = 10 \log 2 \times 10^{13}$$

$$= 10 [\log 2 + 13 \log 10] = 10 \left[\frac{0.3}{13} + 13 \right] = 133$$

$$\beta_1 = 10 \log \frac{I_1}{I_0} = 10 \log \frac{100}{10^{-12}} = 10 \log 10^{14} = 140 [\log 10] = 140$$

$$\frac{\beta_2}{\beta_1} = \frac{133}{140} = \frac{19}{20}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

گزینه «۳» ۹۵

(مسام نادری)

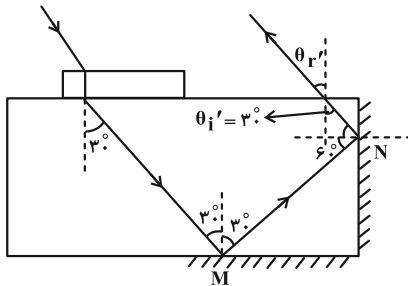
وقتی چشمه صوت ساکن است طول موج دریافتی توسط شنونده‌های مختلف برابر است اما بسامد دریافتی آن‌ها می‌تواند متفاوت باشد، پس گزینه «۳»

درست است.



$$n_1 \sin 45^\circ = n_{\text{مایع}} \sin \theta_r \Rightarrow 1 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} \sin \theta_r \Rightarrow \theta_r = 30^\circ$$

پس از آن با رسم ادامه مسیر پرتو خواهیم داشت:



پرتو پس از برخورد به آینه (۲) با زاویه تابش 30° به سطح آب می‌تابد. با نوشتن رابطه اسنل برای خروج پرتو از آب، داریم:

$$n_{\text{مایع}} \sin \theta_i' = n_{\text{هوا}} \sin \theta_r' \Rightarrow \sqrt{2} \times \frac{1}{2} = 1 \times \sin \theta_r'$$

$$\Rightarrow \theta_r' = 45^\circ$$

و مشاهده می‌شود که پرتو با همان زاویه ورودی خارج می‌شود پس با پرتوی ورودی به آب زاویه 180° می‌سازد.

روش دوم: چون دو آینه به هم عمود هستند پرتوی خروجی از آنها نسبت به پرتوی ورودی 180° منحرف می‌شود پس دقیقاً با همان زاویه شکستی که وارد آب شد، از آب به سطح جدایی دو محیط می‌تابد و طبعاً زاویه خروجش از آب هم همان زاویه تابش پرتوی اولیه است و موازی با پرتوی اولیه بازمی‌گردد.

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۹۴ تا ۹۸)

۹۹- گزینه «۳» (امیرامیر میرسعید)

$$f_1 + 2f_1 + 3f_1 + 4f_1 = 400 \Rightarrow 10f_1 = 400 \Rightarrow f_1 = 40 \text{ Hz}$$

$$f_1 = \frac{v}{2L} \Rightarrow v = 2Lf_1 = 2 \times \frac{1}{10} \times 40 = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}} \Rightarrow v^2 = \frac{F}{\rho A} \Rightarrow \rho = \frac{F}{v^2 A}$$

$$\Rightarrow \rho = \frac{128}{64 \times 2 \times 10^{-4}} = 10000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۷)

۱۰۰- گزینه «۲» (مسام نادری)

موارد (الف)، (ب) و (ث) طبق متن کتاب درسی درست هستند.

علت نادرستی سایر موارد:

(پ) در آزمایش یانگ، نورهای روشن در اصل نقاط با داخل سازنده هستند.

علت نادرستی سایر گزینه‌ها:

(۱) بلندی صوت، شدتی است که گوش انسان از صوت درک می‌کند.

(۲) بیشترین حساسیت گوش انسان به بسامدهایی در گستره 2000 Hz تا 5000 Hz است.

(۴) وقتی یک چشمه نور از ناظر دور می‌شود، طول موج افزایش می‌یابد و انتقال به سرخ رخ می‌دهد.

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۸۱ تا ۸۴)

۹۶- گزینه «۲» (آراس مومری)

مدت زمانی که طول می‌کشد تا خودرو از نقطه A تا B جابه‌جا شود:

$$\Delta x = vt \Rightarrow t_{\text{خودرو}} = \frac{\Delta x}{v_{\text{خودرو}}} = \frac{\Delta x}{v}$$

همچنین مدت زمان لازم برای آن‌که پژواک صدای بوق نقطه A در نقطه B شنیده شود:

$$t_{\text{پژواک}} = \frac{\Delta x}{v_{\text{پژواک}}} = \frac{6d + 6d + 2d}{v'}$$

$$t_{\text{پژواک}} = \frac{14d}{v'}$$

چون راننده پژواک صدای بوق را در نقطه B می‌شنود، پس داریم:

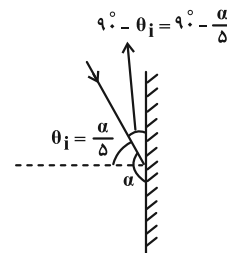
$$t_{\text{پژواک}} = t_{\text{خودرو}} \Rightarrow \frac{14d}{v'} = \frac{2d}{v} \Rightarrow \frac{v'}{v} = 7$$

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۹۲ و ۹۳)

۹۷- گزینه «۴» (مجتبی نگوئیان)

طبق قانون بازتاب عمومی، همواره زاویه تابش و بازتابش با هم برابر است.

پس مطابق با شکل زیر داریم:



$$90^\circ - \frac{\alpha}{\Delta} = 180^\circ - \alpha \Rightarrow 90^\circ = \frac{4}{\Delta} \alpha \Rightarrow \frac{\alpha}{\Delta} = \theta_i = \frac{90^\circ}{4} = 22.5^\circ$$

$$\Rightarrow 2\theta_i = 45^\circ$$

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۹۱ تا ۹۴)

۹۸- گزینه «۳» (فراز رسولی)

پرتو از هوا وارد محیط شیشه‌ای و از محیط شیشه‌ای وارد مایع می‌شود. پس

می‌توان رابطه اسنل را مستقیماً بین هوا و مایع نوشت و داریم:



$$N_A = Z_A = 30 \Rightarrow A_A = Z_A + N_A = 60$$

$$N_B = Z_B = 15 \Rightarrow A_B = Z_B + N_B = 30$$

عدد جرمی هسته‌هایی که روی خط عمود بر خط $Z = N$ قرار گرفته‌اند، با هم برابر است، بنابراین:

$$A_C = A_A = 60 \Rightarrow A_C - A_B = 60 - 30 = 30$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای: صفحه‌های ۱۳۸ تا ۱۴۰)

(معمربوار سوربی)

۱۰۴- گزینه «۱»

با توجه به این که نیروی خالص بین A و B با نیروی خالص بین A و C یکسان است. بنابراین B و C یک نوع ذره هستند. از طرفی چون نیروی خالص بین B و C کوچک‌تر از نیروی خالص بین A و C است، درمی‌یابیم B و C هر دو پروتون هستند که نیروی دافعه الکترواستاتیکی باعث کمتر شدن نیروی خالص شده است و A که ذره‌ای متفاوت از B و C است همان نوترون است. بنابراین A، B و C به ترتیب نوترون، پروتون و پروتون هستند.

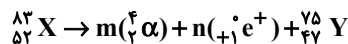
(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای: صفحه ۱۴۰)

(علیرضا چپاری)

۱۰۵- گزینه «۱»

در تمام واپاشی‌های هسته‌ای، تعداد نوکلئون‌ها پیش از واپاشی با مجموع تعداد نوکلئون‌ها پس از واپاشی، برابر هستند. همچنین عدد اتمی پیش از واپاشی با مجموع عدد اتمی پس از واپاشی، برابر است. اکنون دو حالت را بررسی می‌کنیم:

الف) اگر تعداد m ذره آلفا (α) و تعداد n ذره پوزیترون (e^+) از هسته عنصر X جدا شده باشند:



عددهای جرمی دو طرف فرایند را موازنه می‌کنیم:

$$83 = m \times 4 + n \times 0 + 75 \Rightarrow 8 = 4m \Rightarrow m = 2$$

یعنی دو ذره آلفا گسیل می‌شود.

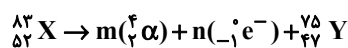
عددهای اتمی دو طرف فرایند را نیز موازنه می‌کنیم:

$$52 = 2 \times 2 + n \times 1 + 47 \Rightarrow 52 = n + 51 \Rightarrow n = 1$$

یعنی یک ذره پوزیترون گسیل می‌شود. بنابراین گزینه «۱» درست و گزینه «۳» نادرست است.

ب) به‌طور مشابه اگر تعداد m ذره آلفا (α) و n ذره الکترون

(e^-) از هسته عنصر X گسیل شده باشند، داریم:



مشابه حالت الف، $m = 2$ به دست می‌آید.

ت) در نقش تداخلی آزمایش ینگ، پهنای هر نوار روشن یا تاریک با طول موج نور متناسب است و طبق رابطه $\lambda = \frac{v}{f}$ ، با فرکانس نسبت عکس دارد.

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۱۰۲ و ۱۰۵ تا ۱۰۸)

فیزیک ۳- پیشروی سریع

۱۰۱- گزینه «۳»

(سیرملیبه میرصالحی)

با توجه به عدد نوترونی عنصر X، m برابر است با:

$$\text{عدد نوترونی} = m + 95 \Rightarrow m = 48 - 95 = -47$$

$$\Rightarrow m = 95 - 48 = 47$$

در ادامه برای عنصر Y، عدد نوترونی برابر است با:

$$\text{عدد نوترونی} = m + 25 \Rightarrow m = 22 - 25 = -3$$

$$\Rightarrow \text{عدد نوترونی} = 47 - 25 = 22$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای: صفحه ۱۳۸)

(کامران ابراهیمی)

۱۰۲- گزینه «۳»

بررسی موارد:

الف) درست

ب) درست؛ نیروی ربایشی هسته‌ای یکسانی بین دو پروتون، دو نوترون یا یک پروتون و یک نوترون وجود دارد.

پ) نادرست؛ هسته اورانیوم پایدار نمی‌باشد و واپاشی می‌کند، منتهی واپاشی آن کند است. هسته پایدار با بیشترین تعداد پروتون ($Z = 83$) متعلق به بیسموت است.

ت) درست؛ جرم هسته از مجموع جرم پروتون‌ها و نوترون‌های تشکیل دهنده‌اش اندکی کمتر است. اگر این اختلاف جرم را که به آن کاستی جرم

هسته گفته می‌شود، مطابق رابطه $E = mc^2$ در مربع تندى نور (c^2) ضرب کنیم، انرژی بستگی هسته‌ای به دست می‌آید.

ث) نادرست؛ انرژی نوکلئون‌های وابسته به هسته کوتاه‌اند و نمی‌توانند هر انرژی دلخواهی را اختیار کنند.

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای: صفحه‌های ۱۴۰ و ۱۴۱)

(مجتبی کلوئیان)

۱۰۳- گزینه «۲»

با توجه به این که بار هسته را تعداد پروتون‌های آن هسته مشخص می‌کند، داریم:

$$q_A = Z_A e \Rightarrow 4 / 8 \times 10^{-18} = Z_A (1 / 6 \times 10^{-19}) \Rightarrow Z_A = 30$$

$$q_B = Z_B e \Rightarrow 2 / 4 \times 10^{-18} = Z_B (1 / 6 \times 10^{-19}) \Rightarrow Z_B = 15$$

از طرفی هسته‌های A و B روی خط $Z = N$ قرار گرفته‌اند، پس:



عددهای اتمی دو طرف را نیز موازنه می‌کنیم:

$$52 = 2 \times 2 + n \times (-1) + 47 \Rightarrow n = -1$$

که غیرقابل قبول است. پس گزینه‌های «۲» و «۴» نادرست هستند.

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای: صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۴۵)

۱-۶- گزینه «۲»

(مهران اسماعیلی)

با نوشتن رابطه فرایند واپاشی می‌توان تعداد پروتون‌های هسته مادر را تعیین کرد.

$${}_Z^A X \rightarrow {}_{Z-1}^A Y + {}_{+1}^0 \beta^+ \Rightarrow \begin{cases} Z_Y = Z - 1 \\ N_Y = N + 1 \end{cases}$$

$$A = Z + N \xrightarrow{A=65} Z + N = 65$$

پس از واپاشی اختلاف تعداد نوترون‌ها و پروتون‌های هسته دختر برابر ۷

است. پس می‌توان نوشت:

$$(N+1) - (Z-1) = 7 \Rightarrow N - Z = 5$$

$$\begin{cases} Z + N = 65 \\ N - Z = 5 \end{cases} \Rightarrow Z = 30$$

حال می‌توان بار هسته مادر را محاسبه کرد:

$$q = ne \xrightarrow{n=Z=30, e=1.6 \times 10^{-19} C} q = 30 \times 1.6 \times 10^{-19} = 4.8 \times 10^{-18} C$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای: صفحه‌های ۱۴۴ و ۱۴۵)

۱-۷- گزینه «۴»

(دانیال راستی)

جرم فعال باقی‌مانده B در زمان Δt برابر است با:

$$m_B = m_{0B} \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{\Delta t}{T_B}}$$

جرم واپاشیده شده A در زمان Δt برابر است با:

$$m'_A = m_{0A} - m_{0A} \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{\Delta t}{T_A}}$$

$$2T_A = T_B$$

با توجه به صورت سؤال داریم:

با انتخاب متغیر X به صورت $X = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{\Delta t}{T_B}}$ داریم:

$$m_B = m'_A \Rightarrow m_{0B} \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{\Delta t}{T_B}} = m_{0A} \left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{\Delta t}{T_A}}\right)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{\Delta t}{T_B}} = X &\rightarrow m_{0B} X = m_{0A} (1 - X^2) \\ \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{\Delta t}{T_A}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2\Delta t}{T_B}} = X^2 &\end{aligned}$$

$$\frac{m_{0B} = 6000g}{m_{0A} = 1600g} \rightarrow 6000X = 1600(1 - X^2) \Rightarrow \begin{cases} X = \frac{1}{4} \\ X = -4 \end{cases}$$

غ ق ق

جرم واپاشیده شده B در مدت Δt برابر است با:

$$m'_B = m_{0B} - m_{0B} \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{\Delta t}{T_B}} \Rightarrow m'_B = 6000(1 - X) = 4500g$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای: صفحه‌های ۱۴۶ و ۱۴۷)

۱-۸- گزینه «۲»

(پوریا علاقه‌مند)

طبق نمودار داده شده و با توجه به این که جرم اولیه ۸۰۰g است، داریم:

$$800g \xrightarrow[T_1/2]{\text{جرم باقی‌مانده}} 400g \xrightarrow[T_1/2]{\text{نیمه عمر دیگر}} 200g$$

یعنی پس از گذشت ۲ نیمه عمر جرم واپاشی شده ۶۰۰ گرم شده است.

$$2T_1 = 60h \Rightarrow T_1 = 30h \Rightarrow T_1 = 30 \times 60 = 1800 \text{ min}$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای: صفحه‌های ۱۴۶ و ۱۴۷)

۱-۹- گزینه «۴»

(ممد نواونری مقدم)

بررسی موارد:

الف) درست

ب) درست

پ) درست

ت) درست

ث) نادرست؛ انرژی آزاد شده در هر شکافت، 10^8 برابر انرژی آزاد شده به

ازای هر مولکول در واکنش سوختن بنزین است.

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای: صفحه‌های ۱۴۸ تا ۱۵۰)

۱-۱۰- گزینه «۴»

(مسام نادری)

فقط مورد (پ) درست است.

بررسی موارد:

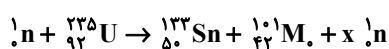
الف) در واکنش گداخت، به دلیل همجوشی هسته‌ها، مجموع جرم محصولات

فرایند کمتر از مجموع جرم هسته‌های اولیه است و این کاستی جرم در انرژی

آزاد شده خود را نشان می‌دهد.

ب) محصولات گداخت هسته‌های دوتریم و تریتیم، هسته هلیوم و یک نوترون است.

پ)



$$\Rightarrow 1 + 235 = 133 + 101 + x \Rightarrow x = 2$$

ت) افزایش غلظت ${}_{92}^{235} U$ در یک نمونه اورانیم را غنی‌سازی می‌گویند.

ث) میله‌های کنترل در یک راکتور هسته‌ای، از مواد جذب‌کننده نوترون مثل بور و

کادمیم ساخته می‌شوند. گرافیت به عنوان کندساز نوترون‌ها استفاده می‌شود.

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای: صفحه‌های ۱۴۸ تا ۱۵۳)

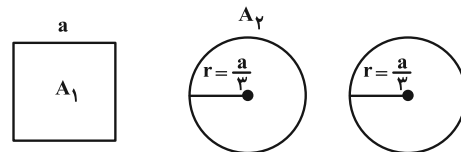


فیزیک ۲

گزینه «۱» - ۱۱۱

(ممدیوار سورپی)

طبق رابطه $\Phi = AB \cos \theta$ درمی یابیم شار گذرنده از مسیر بسته رسانا به تعداد حلقه‌ها ربطی ندارد. از طرفی کل سیم تشکیل دهنده قاب مربع شکل اولیه را به دو حلقه دایره‌ای تقسیم کرده‌ایم. بنابراین اگر هر ضلع قاب مربع شکل a باشد، طول سیم تشکیل دهنده آن که همان محیط مربع است، برابر با $4a = L$ سیم بوده و مقدار سیم برای هر حلقه دایره‌ای که همان محیط دایره است برابر با $2a$ است. حال مساحت حلقه دایره‌ای را حساب می‌کنیم:



$$\text{محیط دایره} = 2\pi r \Rightarrow 2a = 2 \times \pi r \Rightarrow r = \frac{a}{\pi}$$

$$A_1 = a^2$$

$$A_2 = \pi r^2 = \pi \left(\frac{a}{\pi}\right)^2 = \frac{\pi a^2}{\pi^2} = \frac{a^2}{\pi}$$

در نهایت داریم:

$$\frac{\Phi_2}{\Phi_1} = \frac{A_2 B \cos \theta}{A_1 B \cos \theta} = \frac{A_2}{A_1} \Rightarrow \frac{\Phi_2}{12} = \frac{\frac{a^2}{\pi}}{a^2} = \frac{1}{\pi} \Rightarrow \Phi_2 = 4Wb$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های III و IIIA)

گزینه «۱» - ۱۱۲

(کامران ابراهیمی)

$$|\bar{\epsilon}| = \left| -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \right| = \left| \frac{B_2 A \cos \theta_2 - B_1 A \cos \theta_1}{\Delta t} \right|$$

$$\Rightarrow |\bar{\epsilon}| = \frac{A}{\Delta t} |B_2 \cos \theta_2 - B_1 \cos \theta_1|$$

$$\Rightarrow |\bar{\epsilon}| = \frac{2 \times 10^{-2} (m^2)}{2 \times 10^{-3} (s)} \left| (0.6T \times \cos 60^\circ) - (0.1T \times \cos 37^\circ) \right|$$

$$\Rightarrow |\bar{\epsilon}| = 10 \times \left| \frac{0.3 - 0.08}{0.22} \right| = 2/22V$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های III تا IIIA)

گزینه «۲» - ۱۱۳

(ممدکازم منشاری)

$$\text{محیط دایره} = 2\pi r = 30 \text{ cm}$$

$$\text{مساحت دایره} = \pi r^2 = 75 \text{ cm}^2$$

$$\text{حلقه} = 4/5 + 0/3 = 15$$

$$\Delta B = 0.36T$$

$$|\bar{\epsilon}| = \left| -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \right| = \left| -N \frac{\Delta B \cos \theta}{\Delta t} \right|$$

$$= \left| -15 \times \frac{75 \times 10^{-4} \times 0.36}{0.03} \right| = 180 \times 75 \times 10^{-4} = 1/35V$$

$$P = \frac{\epsilon^2}{R} = \frac{1/35 \times 1/35}{4/5 \times 5} = 81mW$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های IIIA تا IIIA)

گزینه «۴» - ۱۱۴

(علیرضا جباری)

هنگام ورود حلقه به میدان، شار مغناطیسی عبوری از حلقه در حال افزایش

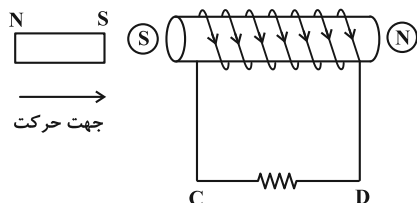
است. در نتیجه با توجه به رابطه $\epsilon_{av} = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$ نیروی محرکه القایی و

با توجه به رابطه $I_{av} = \frac{\epsilon_{av}}{R}$ جریان القایی در آن تولید می‌شود. طبق

قانون لنز، این جریان در جهتی است که می‌خواهد با عامل تغییر شار مخالفت

کند. پس جریان القایی، یک میدان مغناطیسی برون‌سو در حلقه ایجاد می‌کند

و باید این جریان پادساعتگرد باشد.



(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های ۱۱۷ و ۱۱۸)

(مسام ناری)

۱۱۶- گزینه «۳»

$$2\pi r_2 = 2(2\pi r_1) \Rightarrow r_2 = 2r_1$$

$$N = \frac{\text{طول سیم}}{\text{محیط هر حلقه}} = \frac{a}{2\pi r} \Rightarrow N_1 = \frac{a}{2\pi r_1}$$

$$N_2 = \frac{a}{2\pi r_2} \Rightarrow \frac{N_2}{N_1} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{1}{2}$$

$$\ell = N \times \text{قطر مقطع سیم} = ND \Rightarrow \begin{cases} \ell_1 = N_1 D_1 \\ \ell_2 = N_2 D_2 \end{cases}$$

$$L = \mu_0 \frac{N^2 A}{\ell} \Rightarrow \frac{L_2}{L_1} = \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2 \times \frac{A_2}{A_1} \times \frac{\ell_1}{\ell_2}$$

$$= \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2 \times \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 \times \frac{N_1}{N_2} \times \frac{D_1}{D_2} \Rightarrow \mu = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times (2)^2 \times 2 \times \frac{D_1}{D_2}$$

$$\Rightarrow \frac{D_1}{D_2} = \frac{\mu}{2}$$

$$U = \frac{1}{2} LI^2 \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{L_2}{L_1} \times \left(\frac{I_2}{I_1}\right)^2 = \mu \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های ۱۱۹ و ۱۲۱)

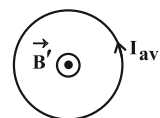
(میشی کونیان)

۱۱۷- گزینه «۱»

وقتی دو مقاومت به‌طور موازی به یکدیگر وصل شوند، نسبت شدت

جریان‌های آن‌ها برابر نسبت وارون مقاومت‌های آن‌ها است. بنابراین مطابق

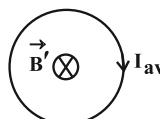
شکل زیر داریم:



اما هنگام خروج حلقه از میدان، شار مغناطیسی در حال کاهش است و جریان

القایی، طبق قانون لنز باید یک میدان مغناطیسی درون‌سو ایجاد کند تا از این

راه با کاهش شار مخالفت کند. پس جریان ساعتگرد می‌شود.



(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه ۱۱۷)

(معمور منصوری)

۱۱۵- گزینه «۲»

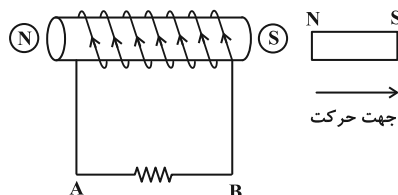
در مورد سیم‌لوله سمت چپ: آهنربا به سمت راست حرکت می‌کند، بنابراین

جریان القایی در سیم‌لوله سمت چپ باید به گونه‌ای باشد که طرف نزدیک

به آهنربای آن قطب S ایجاد شود تا بنابر قانون لنز با دور شدن قطب N

آهنربا مخالفت کند پس طبق قاعده دست راست جریان القایی در سیم‌لوله

سمت چپ از A به B تولید می‌شود.



در مورد سیم‌لوله سمت راست: آهنربا به سمت راست حرکت می‌کند،

بنابراین جریان القایی در سیم‌لوله سمت راست باید به گونه‌ای باشد که در

طرف نزدیک به آهنربای آن قطب S ایجاد شود تا بنابر قانون لنز با نزدیک

شدن قطب S آهنربا مخالفت کند. پس طبق قاعده دست راست جریان

القایی در سیم‌لوله سمت راست از D به C تولید می‌شود.



(معمومه شریعت ناصری)

۱۱۹- گزینه «۴»

با کمک معادله نیروی محرکه مولد می توان دریافت $\varepsilon_m = 2V$ که بیشینه

ولتاژی است که به دو سر پیچه اولیه اعمال می شود. بنابراین داریم:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1} \xrightarrow{\substack{N_2=24 \\ N_1=12 \\ V_1=2 \\ V_2=?}} \frac{V_2}{2} = \frac{24}{12} \Rightarrow V_2 = 4V$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و پیریان متناوب: صفحه های ۱۳۶ و ۱۳۷)

(مسام تازری)

۱۲۰- گزینه «۳»

موارد (الف) و (ب) نادرست اند.

بررسی عبارت ها:

(الف) در یک مولد جریان متناوب در لحظه ای که شار عبوری از قاب بیشینه

است، سطح قاب عمود بر خطوط میدان مغناطیسی است و زاویه بین نیم خط

عمود بر سطح قاب و میدان، صفر درجه است و در نتیجه جریان القایی صفر

است ($\sin 0 = 0$).

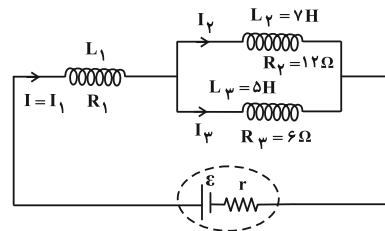
(ب) طبق متن کتاب درسی درست است.

(پ) افزایش یا کاهش ولتاژ ac بسیار آسان تر از dc است.

(ت) درست است؛ زیرا در لحظه مورد نظر داریم:

$$\frac{2\pi}{T} t = 30^\circ \Rightarrow \varepsilon = \varepsilon_m \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right) = \varepsilon_m \sin 30^\circ = \frac{\varepsilon_m}{2}$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و پیریان متناوب: صفحه های ۱۳۲ تا ۱۳۶)



$$\frac{I_2}{I_3} = \frac{R_3}{R_2} = \frac{1}{2} \Rightarrow I_2 = \frac{I}{3}$$

$$I = I_2 + I_3 \quad I_3 = \frac{2I}{3}$$

با توجه به رابطه انرژی ذخیره شده در میدان القاگر با ضریب القاوری

$$U = \frac{1}{2} L I^2 \quad L$$

$$3(U_2 + U_3) = U_1 \Rightarrow 3\left(\frac{1}{2} L_2 I_2^2 + \frac{1}{2} L_3 I_3^2\right) = \left(\frac{1}{2} L_1 I_1^2\right)$$

$$\Rightarrow 3\left[7\left(\frac{I^2}{9}\right) + 5\left(\frac{4I^2}{9}\right)\right] = L_1 I^2 \Rightarrow L_1 = 9H$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و پیریان متناوب: صفحه های ۱۳۳، ۱۳۱ و ۱۳۲)

(معمدرضا شریفی)

۱۱۸- گزینه «۲»

$$t = \frac{19}{60} \Rightarrow I = 6 \sin\left(10\pi \times \frac{19}{60}\right) = 6 \sin \frac{7\pi}{6} = -3A$$

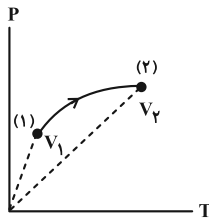
$$U = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{2} \times 20 \times 3^2 = 90 \text{ mJ}$$

جهت جریان در هر نصف دوره تغییر می کند. طبق معادله جریان،

$$\frac{2\pi}{T} = 10\pi \quad \text{است، پس دوره جریان } \frac{1}{5} \text{ ثانیه و نصف آن } \frac{1}{10} \text{ ثانیه است.}$$

$$\frac{t}{T} = \frac{60}{2} = 3$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و پیریان متناوب: صفحه های ۱۳۱ تا ۱۳۴)



$$P = \frac{nR}{V} T$$

شیب

$$V_2 > V_1 \Rightarrow \text{شیب (۲)} > \text{شیب (۱)}$$

پس چون حجم گاز از (۱) به (۲) زیاد شده، گاز منبسط شده (مورد «پ»)

نادرست) و چگالی آن کم می‌شود (مورد «ب» درست). از طرفی چون

$\Delta V > 0$ است، $W < 0$ است؛ یعنی کار محیط روی گاز منفی و کار گاز

روی محیط مثبت است (مورد «الف» نادرست).

در نهایت برای بررسی گرما از قانون اول ترمودینامیک استفاده می‌کنیم:

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow[\Delta U > 0]{W < 0} Q > 0$$

بنابراین در این فرایند گاز از محیط گرما می‌گیرد. (مورد «ت» درست)

(فیزیک ۱- ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۳۰ تا ۱۳۲)

(فراز رسولی)

۱۲۴- گزینه «ا»

می‌دانیم در فرایند هم حجم روی گاز کامل کار انجام نمی‌شود و تغییر انرژی

درونی گاز با گرمای مبادله شده برابر است. انرژی درونی گاز در این فرایند

به ازای $2/6 \text{ atm}$ افزایش فشار 3900 J افزایش یافته است. با توجه به

این که در دمای صفر مطلق انرژی درونی گاز و فشار آن نیز صفر است.

می‌توان نوشت:

$$\left. \begin{array}{l} T \propto P \\ U \propto T \end{array} \right\} \Rightarrow P \propto U \Rightarrow \frac{\Delta P_2}{\Delta P_1} = \frac{\Delta U_2}{\Delta U_1}$$

$$\Rightarrow \frac{3/8 - 1/2}{1/2 - 0} = \frac{U_2 - U_1}{U_1 - 0} \xrightarrow{U_2 - U_1 = 3900}$$

فیزیک ۱

۱۲۱- گزینه «۴»

(ممد نیاوندی مقدم)

چون پیستون می‌تواند آزادانه حرکت کند، فشار در دو حالت ثابت است و

چون گازی وارد یا خارج نمی‌شود مقدار گاز نیز ثابت می‌ماند. بنابراین داریم:

$$\frac{P_1 V_1}{n_1 T_1} = \frac{P_2 V_2}{n_2 T_2} \Rightarrow \frac{V_1}{\theta_1 + 273} = \frac{1/4 V_1}{2\theta_1 + 273}$$

$$\Rightarrow 1/4\theta_1 + 1/4 \times 273 = 2\theta_1 + 273 \Rightarrow 0/6\theta_1 = 0/4 \times 273$$

$$\theta_1 = 182^\circ \text{C} \Rightarrow T_1 = 182 + 273 = 455 \text{K}$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۲۸ و ۱۲۹)

۱۲۲- گزینه «ا»

(علی بزرگر)

چون حجم گاز از $4V$ به V رسیده است یعنی گاز متراکم شده است. لذا

$$W > 0$$

می‌توان نوشت:

از طرفی تغییرات انرژی درونی به ΔT وابسته است. لذا داریم:

$$PV = nRT \Rightarrow T = \frac{PV}{nR}$$

$$\frac{P_B V_B}{nR} > \frac{P_A V_A}{nR} \Rightarrow \frac{P_B V_B}{P \cdot 4V} > \frac{P_A V_A}{P \cdot V} \Rightarrow T_B > T_A$$

$$\Rightarrow \Delta T > 0 \Rightarrow \Delta U > 0$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۲۸، ۱۲۹ و ۱۳۳)

۱۲۳- گزینه «۴»

(ممدیوار سورپی)

با توجه به نمودار $P-T$ ، درمی‌یابیم در طی فرایند (۱) به (۲)، دما افزایش

می‌یابد. در نتیجه انرژی درونی گاز افزایش می‌یابد ($\Delta U > 0$). از طرفی با

توجه به شکل زیر می‌دانیم در فرایند هم حجم شیب نمودار $P-T$ برابر با

$$\frac{nR}{V}$$

است و هر چه حجم مقدار مشخصی گاز بیشتر باشد شیب این نمودار

کمتر است؛ بنابراین داریم:



$$\left. \begin{aligned} \Delta U_{BC} &= Q_{BC} + W_{BC} \\ \text{فرایند BC: } W_{BC} &= -S_{\gamma} = -10^5 \times (7-5) \times 10^{-3} = -200 \text{ J} \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow 300 = Q_{BC} - 200 \Rightarrow Q_{BC} = 500 \text{ J}$$

بنابراین کل گرما در فرایند ABC برابر است با:

$$Q_{ABC} = Q_{AB} + Q_{BC} = 612 / 5 \text{ J}$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۳۰ تا ۱۳۵)

(عباس اصغری)

۱۲۶- گزینه «۲»

با توجه به این که در هر چرخه $\Delta U = 0$ است، می‌توان نوشت:

$$\Delta U = 0 \Rightarrow \Delta U_{AB} + \Delta U_{BC} + \Delta U_{CA} = 0$$

$$\Delta U_{AB} = W_{AB} + Q_{AB} \xrightarrow{Q_{AB}=0 \text{ بی‌دررو}}$$

$$\Delta U_{AB} = W_{AB} = 600 \text{ J}$$

$$\Delta U_{BC} = 0 \text{ هم‌دما}$$

$$\Delta U_{CA} = Q_{CA} + W_{CA}, \quad W_{CA} = 0 \text{ هم‌حجم}$$

$$\Rightarrow \Delta U_{CA} = Q_{CA}$$

حال با جاگذاری در رابطه اصلی داریم:

$$600 + 0 + Q_{CA} = 0 \Rightarrow Q_{CA} = -600 \text{ J}$$

در فرایند CA دستگاه ۶۰۰ J گرما از دست داده است.

(فیزیک ۱- ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۳۹ و ۱۴۰)

(مهران اسماعیلی)

۱۲۷- گزینه «۴»

با توجه به این که گرمای تلف شده در ماشین گرمایی B، ۲۰ درصد کمتر

از ماشین گرمایی A است می‌توان نوشت:

$$|Q_{LB}| = |Q_{LA}| - \frac{20}{100} |Q_{LA}| \Rightarrow |Q_{LB}| = 0.8 |Q_{LA}|$$

$$\frac{2/6}{1/2} = \frac{3900}{U_1} \Rightarrow U_1 = 1800 \text{ J}$$

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{P_2}{P_1} = \frac{38}{12} = \frac{19}{6}$$

روش دوم:

$$\Delta U = U_2 - U_1 = \frac{19}{6} U_1 - U_1 = \frac{13}{6} U_1 = 3900 \Rightarrow U_1 = 1800 \text{ J}$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک: صفحه ۱۳۰)

(فرزاد رسولی)

۱۲۵- گزینه «۳»

می‌دانیم انرژی درونی تابع دمای مطلق گاز است. از طرف دیگر طبق رابطه

$PV = nRT$ دمای مطلق با حاصل ضرب PV متناسب است. بنابراین:

$$PV \propto T \Rightarrow \left. \begin{aligned} P_A V_A &= 4 \times \frac{\Delta}{4} \\ P_B V_B &= 5 \times 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow P_A V_A = P_B V_B \Rightarrow T_A = T_B$$

پس در فرایند AB چون دمای ابتدا و انتها با هم برابر است:

$$U_A = U_B \Rightarrow \Delta U = 0$$

پس با توجه به قانون اول ترمودینامیک داریم:

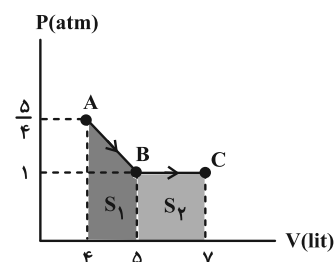
$$\Delta U_{AB} = 0 \Rightarrow \left. \begin{aligned} Q_{AB} &= -W_{AB} \\ W_{AB} &= -S_1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow Q_{AB} = -W_{AB} = +S_1$$

$$= \frac{(\frac{5}{4} + 1) \times 10^5 \times 1 \times 10^{-3}}{2} = \frac{900}{8} = 112.5 \text{ J}$$

از طرف دیگر فرایند BC هم‌فشار است و می‌دانیم در این فرایند

$\Delta U = 300 \text{ J}$ است. (با توجه به افزایش حاصل ضرب PV، دما و در

نتیجه انرژی درونی افزایش یافته).





(مسام تاری)

۱۲۹- گزینه «۳»

اولاً توجه کنیم که برای یک یخچال علامت Q_H منفی و W و Q_L مثبت است.

ثانیاً زمانی قانون دوم ترمودینامیک برای یخچال نقض می‌شود که گرما به‌طور خودبه‌خود و بدون انجام کار از جسم با دمای پایین‌تر به جسم با دمای بالاتر منتقل شود، یعنی $W = 0$ باشد.

در گزینه «۲» هم قانون دوم و هم قانون اول نقض شده است. اما در گزینه «۳» قانون دوم ترمودینامیک نقض می‌شود ولی قانون اول که در اصل پایستگی انرژی است، برقرار است.

(فیزیک ۱- ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۳۰ و ۱۴۷)

(مسام تاری)

۱۳۰- گزینه «۳»

علت نادرستی گزینه «۳»: در مرحله ضربه قدرت، در اثر فشار زیاد مخلوط به سرعت منبسط می‌شود و می‌توان آن را یک انبساط بی‌دررو در نظر گرفت که در نتیجه آن فشار و دمای مخلوط کاهش می‌یابد. گزینه‌های دیگر طبق متن کتاب درسی درست هستند.

(فیزیک ۱- ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۳۳، ۱۳۷، ۱۴۱ و ۱۴۳)

$$\frac{|Q_{L_B}|}{|Q_{L_A}|} = 0/8 = \frac{4}{5} \quad (*)$$

از طرفی بنا به تعریف بازده یک ماشین گرمایی داریم:

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} \xrightarrow{(*)} \frac{|W|=Q_H-|Q_L|}{Q_H} \rightarrow \frac{Q_{H_B}(1-\eta_B)}{Q_{H_A}(1-\eta_A)} = \frac{4}{5}$$

به ازای سوخت یکسان و در بازه‌های زمانی یکسان $Q_{H_A} = Q_{H_B}$ است

پس می‌توان نوشت:

$$\frac{1-\eta_B}{1-\eta_A} = \frac{4}{5} \xrightarrow{\eta_A=0/25} \frac{1-\eta_B}{1-0/25} = \frac{4}{5}$$

$$\frac{1-\eta_B}{\frac{3}{4}} = \frac{4}{5} \Rightarrow 1-\eta_B = \frac{3}{5} \Rightarrow \eta_B = \frac{2}{5} = 0/4 = 40\%$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک: صفحه ۱۴۵)

۱۲۸- گزینه «۱»

(کامران ابراهیمی)

بررسی موارد:

(الف) درست؛ (قانون دوم ترمودینامیک به بیان ماشین گرمایی)

(ب) نادرست؛ زیرا در فرایند انبساط هم‌دما می‌توان مقداری گرما را به‌طور کامل به کار تبدیل کرد:

$$\Delta U = 0 \Rightarrow Q + W = 0 \Rightarrow Q = -W, \quad Q = W'$$

(پ) نادرست؛ در صورت وقوع این امر، قانون دوم ترمودینامیک نقض می‌شود.

(ت) نادرست؛ گرما به‌طور خودبه‌خود امکان ندارد از جسم با دمای پایین‌تر به جسم با دمای بالاتر منتقل شود در صورتی که در یخچال می‌توان با انجام کار، مقداری گرما را از منبع دما پایین دریافت کرده (Q_L) و گرمای $|Q_H|$ را به منبع دما بالا داد.

(فیزیک ۱- ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۴۶ و ۱۴۷)

شیمی ۳

۱۳۱- گزینه «۲»

(ممد عظیمیان زواره)

بررسی موارد نادرست:

(ب) در ساختار حلقه‌های ۶ گوشه یخ، پیوندهای هیدروژنی هم موجودند.

(ت) HF، Cl_۲، CO_۲ و C_۶H_{۱۴} جزو مواد مولکولی‌اند. اما Cl_۲ ترکیب محسوب نمی‌شود.

(ث) رفتار فیزیکی مواد مولکولی به نوع و قدرت نیروهای بین مولکولی آن‌ها بستگی دارد.

(شیمی ۳- شیمی پلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۷۳ تا ۷۵)

۱۳۲- گزینه «۳»

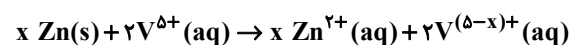
(امیرحسین مسلمی)

در ساختار لوویس H_۲S، H_۲O و CH_۴ اتم مرکزی دارای بار جزئی منفی است زیرا خلصت نافلزی آن از اتم‌های جانبی بیشتر است و COCl_۲ برخلاف CCl_۴ در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کند.

(شیمی ۳- شیمی پلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه ۷۵)

۱۳۳- گزینه «۲»

(ممد رضا پورباوند)

با توجه به این که نمی‌دانیم در طی این واکنش V^{۵+} چقدر تغییر عدد اکسایش می‌دهد (امکان تبدیل آن به هر یک از یون‌های V^{۴+}، V^{۳+} و یا V^{۲+} وجود دارد)، فرض می‌کنیم در طی واکنش با X درجه تغییر عدد اکسایش مواجه خواهیم شد. به این ترتیب واکنش کلی انجام شده عبارت است از:

حال با توجه به اطلاعات مسئله می‌توان X را به صورت زیر به دست آورد:

$$500 \text{ mL } V^{5+} \text{ محلول} \times \frac{1 \text{ L } V^{5+} \text{ محلول}}{1000 \text{ mL } V^{5+} \text{ محلول}} \times \frac{0.4 \text{ mol } V^{5+}}{1 \text{ L } V^{5+} \text{ محلول}} \times \frac{x \text{ mol Zn}}{2 \text{ mol } V^{5+}} \times \frac{65 \text{ g Zn}}{1 \text{ mol Zn}} = 19.5 \text{ g Zn}$$

$$\Rightarrow x = 3$$

به این ترتیب یون V^{۵+} به اندازه ۳ درجه تغییر عدد اکسایش پیدا کرده و به محول V^{۲+} تبدیل شده که بنفش رنگ است (رنگ محلول‌های V^{۵+}، V^{۴+} و V^{۳+} به ترتیب زرد، آبی و سبز است).

(شیمی ۳- شیمی پلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه ۸۶)

۱۳۴- گزینه «۱»

(روزبه رضوانی)

بررسی گزینه‌ها:

(۱) فروپاشی شبکه بلور یک فرایند گرماگیر است و انرژی در آن مصرف می‌شود نه حاصل.

(۲) عدد کوئوردیناسیون کاتیون سدیم و آنیون کلرید ۶ است.

(۳) وجود سدیم کلرید و دیگر جامدهای یونی در طبیعت نشان می‌دهد که نیروی جاذبه میان یون‌های ناهمنام به نیروی دافعه میان یون‌های همنام غالب است.

(۴) چون واکنش تهیه سدیم کلرید گرماده است و با آزاد شدن نور و گرما همراه است، بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که فرآورده پایدارتر از واکنش‌دهنده‌ها است.

(شیمی ۳- شیمی پلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۷۹، ۸۰ و ۸۲)

۱۳۵- گزینه «۲»

(امیرحسین طیبی)

بررسی موارد:

مورد اول: نقطه ذوب تیتانیم از فولاد بیشتر است.

مورد دوم: چگالی تیتانیم از فولاد کمتر است در نتیجه حجم یک گرم از تیتانیم نسبت به فولاد بیشتر است.

مورد سوم: واکنش تیتانیم با ذره‌های موجود در آب دریا ناچیز است اما برای فولاد متوسط است.

مورد چهارم: مقاومت در برابر خوردگی تیتانیم از فولاد بیشتر است در نتیجه تمایل به خوردگی کمتری دارد.

مورد پنجم: مقاومت در برابر سایش تیتانیم و فولاد حدوداً به یک اندازه است.

(شیمی ۳- شیمی پلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۸۷ و ۸۸)

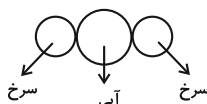
۱۳۶- گزینه «۲»

(ممد زینی)

بررسی موارد:

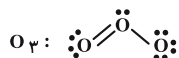
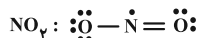
مورد اول: نادرست؛ در مولکول SO_۳ اتم مرکزی دارای بار δ+ و در مولکول NH_۳ اتم مرکزی دارای بار δ- است.

مورد دوم: نادرست؛ شعاع اتمی کربن از اکسیژن بیشتر است.

مورد سوم: درست؛ SO_۲ دارای مولکول‌های قطبی است و نقطه جوشبالتری نسبت به مولکول‌های ناقطبی CO_۲ دارد، پس در حالت گازی ساده‌تر مایع می‌شود.



(ب) ساختار لوویس گونه‌ها به صورت زیر است:



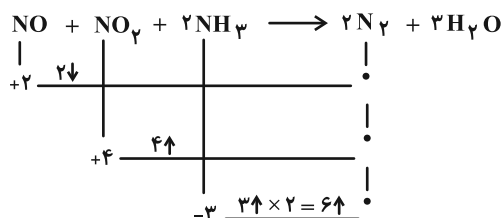
(پ) NO و NO_2 جزو آلاینده‌های خروجی آگزوز خودروها هستند که در واکنش با آمونیاک به نیتروژن و بخار آب تبدیل می‌شوند.

(ت) دقت کنید طبق کتاب شیمی ۱ فصل ۳، در شرایط یکسان انحلال‌پذیری CO_2 از NO بیشتر است.

(شیمی ۳- راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۹۴ و ۱۰۲)

(رضا مسکن)

۱۴۰- گزینه «ا»



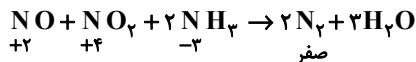
در این واکنش ۶ مول الکترون مبادله شده است که تفاوت جرم فرآورده‌ها ۲ گرم می‌شود.

$$2\text{N}_2 = 2 \times 28 = 56$$

$$3 \times \text{H}_2\text{O} = 3 \times 18 = 54$$

$$x \text{ g} = 1 / 806 \times 10^{24} \text{ e}$$

$$\times \frac{2 \text{ g تفاوت جرم}}{6 \times 6 / 02 \times 10^{23} \text{ e}} = 1 \text{ g}$$



NO و NO_2 : گونه اکسند

NH_3 : گونه کاهشنده

$$\text{تغییر عدد اکسایش N} \times \text{مول N} = \text{مول e}$$

(در کاهشنده یا اکسند)

$$? \text{ mol e} = 1 / 806 \times 10^{24} \text{ e} \times \frac{1 \text{ mol e}}{6 / 02 \times 10^{23} \text{ e}} = 3 \text{ mol e}$$

$$\rightarrow 3 = \text{NH}_3 \text{ در N} \times 3 \rightarrow \text{NH}_3 \text{ در N} = 1 \text{ mol}$$

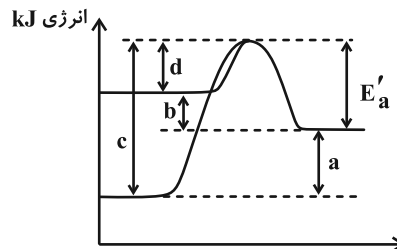
با توجه به فرمول NH_3 ، مول N = مول NH_3 = ۱ mol

مورد چهارم؛ درست؛ مولکول‌های CO_2 و SO_2 ناقطبی هستند و توزیع الکترون‌ها در آن‌ها متقارن و یکنواخت است اما SO_2 و NH_3 قطبی هستند و توزیع الکترون در مولکول آن‌ها نامتقارن و غیر یکنواخت است.

(شیمی ۳- شیمی پلوه‌ای از هنر، زیبایی و مانگراری؛ صفحه‌های ۷۵ تا ۷۷)

(رضا مسکن)

۱۳۷- گزینه «ب»



$$|c| = |a| + |b| + |d|$$

چون b عددی منفی می‌باشد در واکنش‌های گرماده آنتالپی عددی منفی است. پس قرینه آن را می‌گذاریم.

(شیمی ۳- راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۹۷ و ۹۸)

(امیرمسین مسلمی)

۱۳۸- گزینه «ب»

توری پلاتینی و پودر روی کاتالیزگرهای این واکنش هستند. کاتالیزگر با کاهش انرژی فعال‌سازی، سرعت واکنش را بالا می‌برد. بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) پودر روی باعث انجام واکنشی به صورت سریع می‌شود نه انفجاری.
(۲) با افزودن کاتالیزگر، ΔH واکنش و سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها و فرآورده بدون تغییر می‌ماند و فقط انرژی فعال‌سازی واکنش کاهش می‌یابد.
(شیمی ۳- راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه ۹۹)

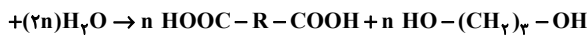
(امیرمسین مسلمی)

۱۳۹- گزینه «د»

همه عبارت‌ها درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) آلاینده A، B و C به ترتیب NO ، NO_2 و O_3 است. NO_2 با اکسیژن هوا در حضور نور خورشید واکنش می‌دهد و O_3 و NO تولید می‌شود.

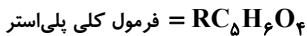


ابتدا لازم است جرم مولی واحد تکرارشونده پلی‌استر (M) را به دست آوریم:

$$38g C_3H_8O_2 \times \frac{1 \text{ mol } C_3H_8O_2}{76g C_3H_8O_2} \times \frac{1 \text{ mol پلی‌استر}}{n \text{ mol } C_3H_8O_2}$$

$$\times \frac{n \times M \text{ g پلی‌استر}}{1 \text{ mol پلی‌استر}} = 93g \text{ پلی‌استر} \Rightarrow M = 186g \cdot \text{mol}^{-1}$$

حال می‌توان جرم مولی R را با استفاده از جرم مولی پلی‌استر به دست آورد:

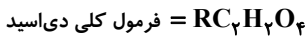


$$\text{جرم مولی پلی‌استر} = 186 = R + (12 \times 5) + (1 \times 6) + (16 \times 4)$$

$$\Rightarrow R = 56$$

به این ترتیب جرم مولی دی‌اسید حاصل از تجزیه این پلی‌استر به صورت زیر

محاسبه می‌شود:

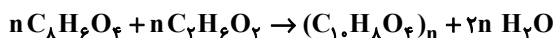


$$\text{جرم مولی دی‌اسید} = 56 + (12 \times 2) + (1 \times 2) + (16 \times 4)$$

$$= 146g \cdot \text{mol}^{-1}$$

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۱۹)

۱۴۴- گزینه «۱» (امیرمسین مسلمی)



$$? g C_8H_6O_4 = 9/6 g (C_{15}H_8O_4)_n \times \frac{1 \text{ mol } (C_{15}H_8O_4)_n}{192n g(C_{15}H_8O_4)_n}$$

$$\times \frac{n \text{ mol } C_8H_6O_4}{1 \text{ mol } (C_{15}H_8O_4)_n} \times \frac{166g C_8H_6O_4}{1 \text{ mol } C_8H_6O_4} = 8/3 g C_8H_6O_4$$

$$? g C_7H_6O_2 = 9/6 g (C_{15}H_8O_4)_n \times \frac{1 \text{ mol } (C_{15}H_8O_4)_n}{192n g(C_{15}H_8O_4)_n}$$

$$\times \frac{n \text{ mol } C_7H_6O_2}{1 \text{ mol } (C_{15}H_8O_4)_n} \times \frac{62g C_7H_6O_2}{1 \text{ mol } C_7H_6O_2} = 3/1 g C_7H_6O_2$$

$$? C = 9/6 g (C_{15}H_8O_4)_n \times \frac{1 \text{ mol } (C_{15}H_8O_4)_n}{192n g(C_{15}H_8O_4)_n}$$

$$\times \frac{8n \text{ mol H}}{1 \text{ mol } (C_{15}H_8O_4)_n} \times \frac{6 \times 10^{23} \text{ H}}{1 \text{ mol H}} = 2/4 \times 10^{23}$$

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۱۶ و ۱۱۷)

۱۴۵- گزینه «۲» (پیمان فواجوی‌میر)

بررسی گزینه‌ها:

(۱) هیچ کدام از مونومرهای سازنده این ترکیب (اتیلن گلیکول و ترفتالیک

اسید) در نفت خام وجود ندارند.

$$? g N_2 = 1 \text{ mol } NH_3 \times \frac{2 \text{ mol } N_2}{2 \text{ mol } NH_3} \times \frac{28g N_2}{1 \text{ mol } N_2}$$

$$= 28g N_2$$

$$? g H_2O = 1 \text{ mol } NH_3 \times \frac{3 \text{ mol } H_2O}{2 \text{ mol } NH_3} \times \frac{18g H_2O}{1 \text{ mol } H_2O}$$

$$= 27g H_2O$$

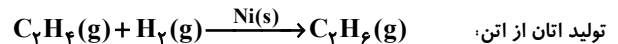
$$\text{اختلاف جرم فرآورده} = 28(g) - 27(g) = 1g$$

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه ۱۰۲)

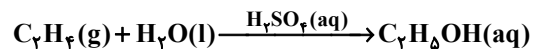
شیمی ۳- پیشروی سریع

۱۴۱- گزینه «۳» (میلاز میرمیرری)

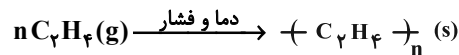
برای تهیه اسید از آلکن، ابتدا باید آلکن را به الکل و سپس به کربوکسیلیک اسید تبدیل کنیم.



تولید اتانول از اتن:



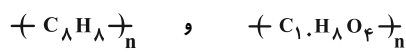
تولید پلی‌اتن از اتن:



(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه ۱۱۳)

۱۴۲- گزینه «۳» (امیر هاتمیان)

فرمول شیمیایی پلی‌اتیلن ترفتالات (PET) و پلی‌استیرن به ترتیب به صورت زیر است:



$$PET : n(10 \times 12 + 8 \times 1 + 4 \times 16) = 3/12 \times 10^5$$

$$\Rightarrow 192n = 312000 \Rightarrow n = 1625$$

$$\text{پلی‌استیرن} : n(8 \times 12 + 8 \times 1) = 3/12 \times 10^5$$

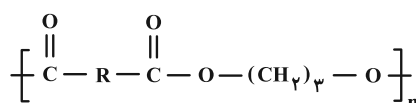
$$\Rightarrow 104n = 312000 \Rightarrow n = 3000$$

تفاوت شمار واحدهای تکرارشونده برابر است با: $3000 - 1625 = 1375$

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۶)

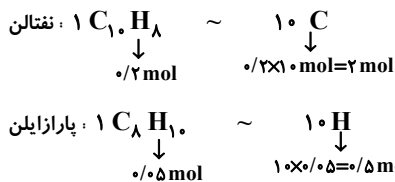
۱۴۳- گزینه «۳» (مهمرضا پوریاوید)

با توجه به اطلاعات داده شده، فرمول کلی واکنش تجزیه پلی‌استر توصیف شده به صورت زیر است:





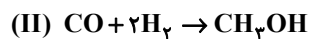
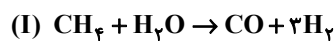
(پ)



ت) زباله‌های ساخته شده از PET را می‌توان با متانول واکنش داده و مواد مفیدی تهیه کرد که برای تولید پلیمرها قابل استفاده باشند.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۱۷، ۱۱۸، ۱۲۰ و ۱۲۱)

۱۴۹- گزینه «۴» (رضا مسکن)

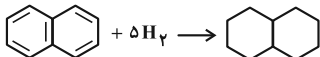


با توجه به واکنش‌ها به ازای یک مول متان ۱ مول هیدروژن اضافی می‌ماند.

$x \text{ mol H}_2$ اضافه می‌ماند $\text{CH}_4 = 8000 \text{ g}$

$$x \frac{1 \text{ mol CH}_4}{16 \text{ g}} \times \frac{1 \text{ H}_2 \text{ اضافی}}{1 \text{ mol CH}_4}$$

$$x = 500 \text{ mol H}_2$$



$$x \text{ g C}_{10}\text{H}_8 = 500 \text{ mol H}_2 \times \frac{1 \text{ mol C}_{10}\text{H}_8}{5 \text{ mol H}_2} \times \frac{128 \text{ g C}_{10}\text{H}_8}{1 \text{ mol}}$$

$$= 12800 \text{ g}$$

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۲۰ و ۱۲۱)

۱۵۰- گزینه «۳» (امیر غامیان)

دمای $\theta_1 = 45^\circ\text{C} - 55^\circ\text{C}$ و $\theta_2 = 35^\circ\text{C}$ است. پس داریم:

$$\text{دما} : \theta_1 > \theta_2$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) واکنش در حضور کاتالیز گر، دمای 35°C و فشار $30 - 50$ اتمسفر انجام می‌شود.

۲) فشار در نقطه p بین $30 - 50 \text{ atm}$ متغیر است:

$$50 - 30 = 20 \text{ atm}$$



(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۲۰ و ۱۲۱)

۲) شمار اتم‌های هیدروژن در $\text{C}_8\text{H}_8\text{O}_7$ ترفتالیک اسید و $\text{C}_7\text{H}_6\text{O}_7$ (اتیلن گلیکول) برابر است.

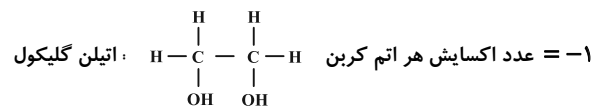
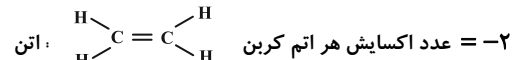
۳) اتیلن گلیکول از واکنش اتن با محلول رقیق پتاسیم پرمنگنات تولید می‌شود.

۴) پلی اتیلن ترفتالات زیست تخریب‌ناپذیر است.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۱۶ و ۱۲۰)

۱۴۶- گزینه «۲»

(امیرسین مسلمی)



هر اتم کربن ۱ درجه اکسایش یافته است.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۱۷، ۱۱۸ و ۱۲۰)

۱۴۷- گزینه «۱»

(روزبه رضوانی)

بررسی موارد:

الف) نادرست؛ PET جزو پلیمرهای نفتی است، چون مونومرهای آن غیرمستقیم از نفت ساخته شده‌اند.

ب) نادرست؛ PET دارای چگالی (نسبت جرم به حجم) پایین است.

پ) نادرست؛ پلیمرهایی را که زیست تخریب‌پذیر باشند، سبز گویند.

ت) نادرست؛ در بازیافت PET با واکنش متانول با آن، آن را به مونومرهای سازنده‌اش تجزیه نمی‌کنیم، بلکه از مواد مفید به دست آمده برای تولید وسایل و ابزار دیگر استفاده می‌کنیم.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۱۹ و ۱۲۰)

۱۴۸- گزینه «۲»

(امیر غامیان)

موارد الف) و پ) درست هستند.

بررسی موارد:

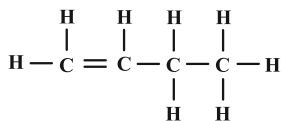
الف) در واقع یک واکنش شیمیایی هنگامی به صرفه‌تر است که تعداد بیشتری از اتم‌های واکنش‌دهنده به فرآورده سودمند تبدیل گردد.

ب) چون پارازایلن یک هیدروکربن ناقطبی است و نسبت مقدار C در مقدار O

ترفتالیک اسید بیشتر از اتیلن گلیکول است پس غلبه بخش قطبی در اتیلن گلیکول بیشتر است. میزان انحلال‌پذیری ترفتالیک اسید در آب بیشتر از پارازایلن ولی کمتر از اتیلن گلیکول است. نسبت مول با نسبت تعداد ذره‌ها برابر است.

مول CO_2 تولید شده به تعداد واحدهای تکرارشونده وابسته است.

(۴) درست



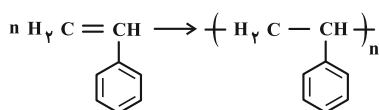
$$\frac{\text{تعداد پیوند اشتراکی}}{\text{تعداد اتمها}} = \frac{12}{12} = 1$$

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان ناپذیر، صفحه ۱۰۴)

(امیرمسین طبی)

۱۵۳- گزینه «۴»

پلیمری شدن استیرن و تبدیل شدن به پلی استیرن:



توجه داشته باشید که در ساختار استیرن ۴ پیوند دوگانه و در ساختار

پلی استیرن ۳ پیوند دوگانه یافت می شود.

$$? \text{ mol} \times \frac{10^3 \text{ g}}{1 \text{ kg}} \times 13 \text{ kg} (\text{C}_8\text{H}_8)_n$$

$$\times \frac{1 \text{ mol } (\text{C}_8\text{H}_8)_n}{10^4 \text{ n g } (\text{C}_8\text{H}_8)_n} \times \frac{n \text{ mol } \text{C}_8\text{H}_8}{1 \text{ mol } (\text{C}_8\text{H}_8)_n} \times \frac{4 \text{ mol دوگانه}}{1 \text{ mol } \text{C}_8\text{H}_8}$$

$$\times \frac{6/0.2 \times 10^{23}}{1 \text{ mol دوگانه}} = 3/0.1 \times 10^{26} = \text{پیوند دوگانه}$$

پلی اتن شاخه دار، پلی اتن سبک محسوب می شود و چگالی ۰/۹۲ گرم بر

میلی لیتر دارد. فرمول مولکولی پلی اتن $(\text{C}_2\text{H}_4)_n$ است.

$$? \text{ L } (\text{C}_2\text{H}_4)_n : 3/0.1 \times 10^{26}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol تکرارشونده}}{6/0.2 \times 10^{23}} \times \frac{28 \text{ n g } (\text{C}_2\text{H}_4)_n}{1 \text{ mol تکرارشونده}}$$

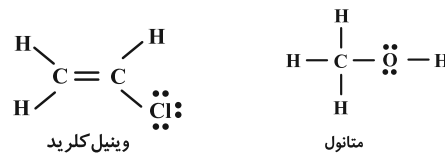
$$\times \frac{1 \text{ mL } (\text{C}_2\text{H}_4)_n}{0/92 \text{ g } (\text{C}_2\text{H}_4)_n} \times \frac{1 \text{ L}}{10^3 \text{ mL } (\text{C}_2\text{H}_4)_n} = 15/2 \text{ L}$$

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان ناپذیر، صفحه های ۱۰۲ تا ۱۰۷)

شیمی ۲

۱۵۱- گزینه «۱»

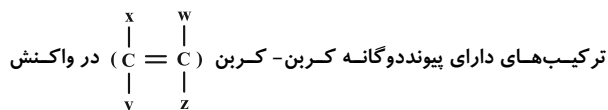
نخستین عضو خانواده الکلها متانول است.



ویژگی	متانول	وینیل کلرید
شمار جفت e پیوندی	۵	۶
شمار جفت e ناپیوندی	۲	۳
شمار اتمهای سازنده	۶	۶
شرکت در واکنش پلیمری شدن	x	✓

فقط شمار اتمهای سازنده در هر دو مولکول مشابه است. الکل های دو عاملی

در واکنش پلیمری شدن شرکت می کنند. پس متانول چنین توانایی ندارند.



ترکیب های دارای پیوند دوگانه کربن-کربن در واکنش

پلیمری شدن شرکت می کنند.

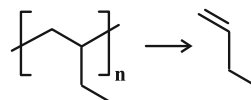
(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان ناپذیر، صفحه ۱۰۴)

۱۵۲- گزینه «۴»

(روزبه رضوانی)

برای تعیین مونومر سازنده تنها کافی است که دو پیوند خارج شده از گروه

را پاک کرده و به جای آن یک پیوند دوگانه میان دو اتم کربن قرار دهیم.

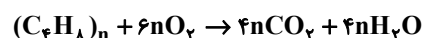


بررسی گزینه ها:

(۱) نادرست؛ زیرا نام مونومر ۱- بوتن است.

(۲) نادرست؛ پلی پروپن در ساخت تجهیزات پزشکی و سرنگ کاربرد دارد.

(۳) نادرست؛



$$? \text{ mol } \text{CO}_2 = 1 \text{ mol } (\text{C}_4\text{H}_8)_n \times \frac{4 \text{ n mol } \text{CO}_2}{1 \text{ mol } (\text{C}_4\text{H}_8)_n}$$

$$= 4 \text{ n mol } \text{CO}_2$$



مورد دوم: نادرست؛ پلیمرهای هیدروکربنی پلیمر سبز نیستند و تا مدت‌ها در طبیعت باقی می‌مانند.

مورد چهارم: نادرست؛ اگر پلیمرهای سبز در طبیعت رها شوند، پس از چند ماه به مولکول‌های ساده مثل آب و کربن دی‌اکسید تبدیل می‌شوند.

مورد پنجم: درست؛ ابتدا از فراورده‌های کشاورزی، نشاسته به دست می‌آورند که یک پلیمر طبیعی است. سپس نشاسته را به لاکتیک اسید تبدیل می‌کند که یک کوچک مولکول با خاصیت اسیدی است، از پلیمری شدن لاکتیک اسید پلی‌لاکتیک اسید به دست می‌آید.

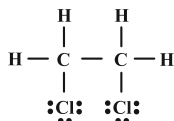
(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۱۸ و ۱۱۹)

۱۶۰- گزینه «۳» (رضای کبابی دوست)

در واکنش گاز اتن با Cl_2 ، FeCl_3 یعنی آهن (III) کلرید نقش کاتالیزگر را دارد، پس عبارت داده شده، نادرست است.

بررسی گزینه‌ها:

(۱) در ساختار فرآورده واکنش:



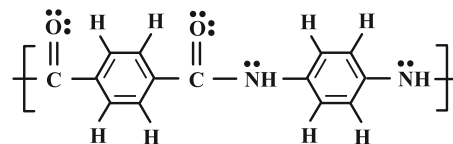
۷ جفت الکترون پیوندی و ۶ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد و اختلاف آن‌ها برابر با ۱ است.

(۲) با توجه به ساختار لوویس فرآورده، تمام اتم‌ها به آرایش گاز نجیب هم‌دوره خود رسیده‌اند.

(۳) قرار گرفتن گرمای واکنش در سمت فرآورده‌ها نشان از گرماده بودن این واکنش است. در واکنش‌های گرماده انرژی توسط سامانه آزاد می‌شود نه مصرف.

(۴) پیوند $\text{C}-\text{C}$ یگانه در فرآورده نشان از سیر شده بودن آن است.

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه ۱۲۱)



$$\text{نادرست: } \frac{\text{جفت الکترون ناپیوندی}}{\text{تعداد اتم هیدروژن}} = \frac{6}{10}$$

(۳) نادرست؛ با توجه به این که جرم مولی (NH_2) از جرم مولی (COOH) کمتر است، آمین دوعاملی، مونومر سبک‌تر است. پلی‌استرها از واکنش دی‌اسید و دی‌الکل به دست می‌آیند و دی‌آمین‌ها در این واکنش نقشی ندارند.

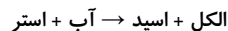
(۴)

$$\text{C}_{14}\text{H}_{10}\text{N}_2\text{O}_2 : (14 \times 12) + (10 \times 1) + (2 \times 14) + (2 \times 16) \\ = 238 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۱۳ و ۱۱۵)

۱۵۸- گزینه «۲» (رضا مسکن)

در واکنش آبکافت استر:



طبق قانون پایستگی جرم، مجموع جرم فرآورده‌های آلی، برابر است با مجموع جرم آب و استر.

محاسبه جرم استر:

$$? \text{ g C}_8\text{H}_{10}\text{O}_2 = 0 / 1 \text{ mol C}_8\text{H}_8\text{O}_2 \times \frac{102 \text{ g C}_8\text{H}_{10}\text{O}_2}{1 \text{ mol C}_8\text{H}_{10}\text{O}_2} \\ = 10 / 2 \text{ g C}_8\text{H}_{10}\text{O}_2$$

محاسبه جرم آب:

$$? \text{ g H}_2\text{O} = 0 / 1 \text{ mol استر} \times \frac{18 \text{ g آب}}{1 \text{ mol آب}} = 1 / 8 \text{ g H}_2\text{O}$$

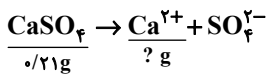
$$\text{مجموع جرم فرآورده‌های آلی} = 10 / 2 \text{ g} + 1 / 8 \text{ g} = 12 \text{ g}$$

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه ۱۱۷)

۱۵۹- گزینه «۳» (امیرمسین طبیی)

موارد اول، سوم و پنجم به درستی بیان شده‌اند.

بررسی موارد:



دقت داشته باشید مقدار محلول بر غلظت مواد بی تاثیر است.

$$\underbrace{? \text{ g Ca}^{2+}}_{\text{انحلال پذیری Ca}^{2+}} = 0.21 \text{ g CaSO}_4 \times \frac{1 \text{ mol CaSO}_4}{136 \text{ g CaSO}_4}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol Ca}^{2+}}{1 \text{ mol CaSO}_4} \times \frac{40 \text{ g Ca}^{2+}}{1 \text{ mol Ca}^{2+}} \approx 0.0618$$

نقشه راه حل تبدیل انحلال پذیری Ca^{2+} به غلظت ppm آن:

$$S_{\text{Ca}^{2+}} \xrightarrow{a = \frac{100 \times S}{100 + S}} \%d_{\text{Ca}^{2+}} \xrightarrow{\text{ppm} = d \times 10^4} \text{ppm}_{\text{Ca}^{2+}}$$

$$\%d_{\text{Ca}^{2+}} = \frac{100 \times 0.0618}{100 + 0.0618} \Rightarrow d_{\text{Ca}^{2+}} \approx 0.0618$$

قابل صرف نظر کردن

$$\text{ppm} = 0.0618 \times 10^4 = 618$$

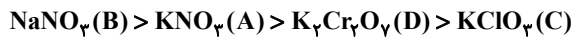
(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۳)

۱۶۳- گزینه «۴»

(هاری مهری زاده)

با توجه به این که جرم آب در هر چهار ظرف یکسان است و تغییر حجم هم رخ نداده، پس در رابطه چگالی حجم ثابت می ماند و هر چه جرم بیشتر باشد، چگالی بیشتر خواهد بود. بنابراین هر ترکیبی که در دمای 20°C انحلال پذیری بیشتر داشته باشد، جرم و چگالی آن بیشتر است.

انحلال پذیری و چگالی در دمای 20°C :



(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه ۱۰۲)

۱۶۴- گزینه «۳»

(ممد رضا پور جاوید)

در مورد مولکول‌های قطبی عواملی مانند میزان قطبیت مولکول، مقدار نیروهای جاذبه بین ذرات و جرم مولی بر روی نقطه جوش تأثیرگذار هستند. اما در مورد مولکول‌های ناقطبی تنها جرم مولی چنین نقشی را ایفا می کند (بنابراین بین آن‌ها یک عامل مشترک (یعنی جرم مولی) وجود دارد).

در گروه هالوژن‌ها، F_2 و Cl_2 در حالت گازی بوده و Br_2 و I_2 به ترتیب مایع و جامد هستند. از آنجا که گشتاور دوقطبی هیدروکربن‌ها برابر با صفر است، استفاده از این پارامتر برای بررسی روند تغییرات نقطه جوش مناسب نیست. نیروی غالب بین مولکول‌های HF ، پیوند هیدروژنی و نیروی بین مولکول‌های HBr تنها نیروی وان دروالسی است. به همین دلیل نقطه جوش HF که نیروی بین مولکولی قوی تری دارد، بالاتر است.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۰۶، ۱۰۷ و ۱۰۹)

۱۶۵- گزینه «۴»

(پیمان فواجوی میر)

فقط عبارت (آ) نادرست است.

بررسی موارد:

(آ) مخلوط ید در هگزان بنفش رنگ است.

شیمی ۱

۱۶۱- گزینه «۲»

(امیر هاتمیان)

راه حل اول: مقدار جرم نمک موجود در محلول اولیه را بر حسب گرم به دست می آوریم:

$$\text{نمک} = \frac{20 \text{ g}}{100 \text{ g محلول}} \times \frac{1000 \text{ g محلول}}{1 \text{ kg محلول}} \times \frac{1}{5} \text{ kg} = 40 \text{ g}$$

نمک 300 g

مقدار آب موجود در محلول ← آب $1500 - 300 = 1200 \text{ g}$

انحلال پذیری این نمک در دمای 60°C برابر 80 است. یعنی به ازای هر 100 گرم از حلال (آب)، حداکثر 80 گرم از این نمک حل می شود. حال باید حساب کنیم که به ازای 1200 گرم آب حداکثر چقدر نمک دیگر می تواند در محلول حل شود تا محلول سیر شده حاصل شود. یعنی حداکثر جرم نمک قابل حل را محاسبه کنیم و جرم نمک موجود در محلول را از آن کم کنیم.

$$\text{نمک} = \frac{80 \text{ g}}{100 \text{ g آب}} \times 1200 \text{ g آب} = 960 \text{ g}$$

$$960 - 300 = 660 \text{ g}$$

پس حداکثر 660 g نمک دیگر را می توان در محلول حل کرد.

راه حل دوم: در محلول سیر شده، حداکثر مقدار حل شونده ممکن در حلال حل شده است. پس برای محاسبه جرم حل شونده‌ای که می توان به محلول اضافه کرد باید جرم حل شونده حل شده در محلول سیر شده را از جرم حل شونده موجود در محلول کم کرد.

$$\frac{\text{جرم نمک}}{1500 \text{ g}} \times 100 = 20 = \frac{\text{جرم نمک}}{\text{جرم محلول}} \times 100$$

$$\Rightarrow \text{جرم نمک} = 300 \text{ g}$$

محاسبه جرم نمک حل شده در محلول سیر شده در دمای 60°C : باید ابتدا جرم موجود در محلول را به دست آوریم:

$$\text{جرم محلول} = \text{جرم آب} + \text{جرم نمک}$$

$$1200 \text{ g} = \text{جرم آب} \Rightarrow \text{جرم آب} = 300 \text{ g} + 900 \text{ g}$$

$$\frac{\text{جرم نمک}}{100} = \frac{80}{1200} \Rightarrow \text{جرم نمک} = \frac{80}{1200} \times 100 = 6.67 \text{ g}$$

$$\Rightarrow \text{جرم نمک} = 960 \text{ g}$$

$$960 - 300 = 660 \text{ g}$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۳)

۱۶۲- گزینه «۳»

(امیر هاتمیان)

چون انحلال پذیری عددی بین 0.01 و 1 است ($0.01 \leq S < 1$) در 100 گرم آب است در نتیجه ترکیب مورد نظر کم محلول می باشد.

با استفاده از استوکیومتری مقدار انحلال پذیری (گرم حل شونده در 100 گرم حلال) کلسیم را به دست می آوریم. سپس به غلظت ppm تبدیل می کنیم:



باعث رقیق شدن محلول در قسمت A و کاهش مولاریته آن می‌شود. پس عبارت «آ» نادرست است. با پیشرفت فرایند و رقیق شدن محلول A، همچنین سرریز شدن قطره‌ها در مخزن B، غلظت محلول B زیاد می‌شود. این فرایند تا مساوی شدن غلظت محلول A و B ادامه می‌یابد. پس عبارت «ب» درست است. این فرایند اسمز نام دارد که همانند متورم شدن حبوبات و میوه‌های خشک به صورت خودبه‌خودی و بدون مصرف انرژی صورت می‌گیرد. پس عبارت «پ» درست است. اگر در مخزن B، محلول آب نمک غلیظ‌تر محلول A داشته باشیم، جریان آب از محلول A به سوی محلول B از غشای نیمه‌تراوا برقرار می‌شود. در نتیجه حجم محلول A دیگر زیاد نمی‌شود تا با بالا رفتن مایع، قطره‌های C سرریز شود. پس مورد «ت» درست است.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۷ و ۱۰۹)

(پیمان فواهی‌میر)

۱۶۹- گزینه «۱»

مطابق قانون هنری و نمودار صفحه ۱۱۵ کتاب درسی با n برابر شدن فشار انحلال‌پذیری گاز n برابر می‌شود. پس با کاهش فشار از ۹ atm به ۴/۵ atm، انحلال‌پذیری O_۲ از ۰/۰۴ به ۰/۰۲ گرم می‌رسد. پس می‌توان جرم O_۲ را به صورت زیر محاسبه کرد:

$$5000 \text{ g H}_2\text{O} \times \frac{0.02 \text{ g O}_2}{100 \text{ g H}_2\text{O}} = 1 \text{ g O}_2$$

محاسبه جرم KClO_۳:

$$1 \text{ g O}_2 \times \frac{1 \text{ mol O}_2}{32 \text{ g O}_2} \times \frac{2 \text{ mol KClO}_3}{3 \text{ mol O}_2} \times \frac{122.5 \text{ g KClO}_3}{1 \text{ mol KClO}_3}$$

$$\approx 2.55 \text{ g}$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه ۱۱۵)

(علیرضا کیانی‌دوست)

۱۷۰- گزینه «۴»

بررسی گزینه‌ها:

(۱) درست؛ زیرا این روش به اسمز معکوس اشاره دارد که کارایی آن از روش تقطیر بیشتر است. چون در این روش برخلاف تقطیر، ترکیب‌های آلی فرار هم از آب جدا می‌شوند.

(۲) درست؛ محلول خروجی از C غلیظ‌تر از ورودی A است.

(۳) درست؛ با توجه به این که اسمز معکوس فرایندی غیرخودبه‌خودی است برای انجام آن از فشار مکانیکی توسط یک پمپ استفاده می‌شود.

(۴) نادرست؛ زیرا در فرایند اسمز معکوس، به دلیل فشار ایجاد شده توسط پمپ، مولکول‌های آب از محیط غلیظ به سمت محیط رقیق حرکت می‌کنند.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۱۸ و ۱۱۹)

(ب) اتانول (C_۲H_۵O) در مقایسه با استون (C_۳H_۶O) جرم مولی کمتری دارد اما به دلیل توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی نقطه جوش بالاتری دارد. (پ) در فرمول شیمیایی C_۳H_{۱۴}، ۲۰ اتم و در فرمول شیمیایی C_۳H_۶O، ۱۰ اتم وجود دارد. (ت) اتانول به عنوان حلال مواد دارویی، آرایشی و بهداشتی کاربرد دارد و به هر نسبتی در آب حل می‌شود.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۷ و ۱۰۹)

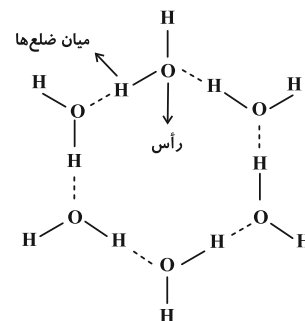
۱۶۶- گزینه «۲»

(سمیر زبئی)

بررسی گزینه‌ها:

(۱) نادرست؛ میان مولکول‌های آب پیوند اشتراکی وجود ندارد.

(۲) درست؛ ساختار یخ به صورت زیر است:



در این ساختار اتم‌های اکسیژن در رأس حلقه‌های شش‌ضلعی قرار می‌گیرند و شبکه‌ای مانند کندوی عسل به وجود می‌آورند.

(۳) نادرست؛ در ساختار آب به حالت مایع، مولکول‌ها به صورت نامنظم روی هم می‌لغزند.

(۴) نادرست؛ پیوند اشتراکی بین اتم‌ها به مراتب قوی‌تر از پیوند هیدروژنی بین مولکول‌ها است. چون در اثر حرارت ابتدا پیوند هیدروژنی بین مولکول‌ها شکسته می‌شود و در حالت بخار همچنان پیوندهای اشتراکی برقرار هستند.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه ۱۰۸)

(مهم‌رضا پوریاوید)

۱۶۷- گزینه «۳»

برای ترکیب‌هایی که در آب حل نمی‌شوند، نیروی جاذبه یون-دوقطبی در مخلوط به دست آمده از میانگین قدرت پیوندی یونی و پیوندی هیدروژنی کوچک‌تر خواهد بود. در میان ترکیب‌های داده شده AgCl و BaSO_۴ چنین شرایطی دارد.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه ۱۱۱)

(امیرمهر کنگرانی)

۱۶۸- گزینه «۴»

مولکول‌های آب از منافذ غشا نیمه‌تراوا (با توجه به شکل فقط مولکول‌های آب از غشا عبور می‌کنند. افزایش حجم مایع باعث می‌شود محلول سدیم کلرید بالا بیاید، سرریز شود و به داخل آب بریزد. عبور مولکول‌های آب از غشا