



پایه
یازدهم

۱۴۰۳/۰۱/۱۶

آزمون
پنجم
حضور



سال تحصیلی
۱۴۰۲ - ۱۴۰۳

شیمی (۲)	فیزیک (۲)	آمار و احتمال	هندسه (۲)	حسابان (۱)
فصل اول: قدر هدایای زمینی را بدانیم + فصل دوم: در پی غذای سالم صفحه ۹۸ تا ۹۸	فصل اول: الکتروسیته ساکن + فصل دوم: جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم + فصل سوم: مغناطیس (تا ابتدای میدان مغناطیسی حاصل از سیم‌لوله حامل جریان) صفحه ۹۹ تا ۹۹	فصل اول: آشنایی با مبانی ریاضیات + فصل دوم: احتمال + فصل سوم: آمار توصیفی (تا پایان توصیف و نمایش داده‌ها) صفحه ۷۸ تا ۷۸	فصل اول: دایره + فصل دوم: تبدیل‌های هندسی و کاربردها + فصل سوم: روابط طولی در مثلث (تا پایان قضیه کسینوس‌ها) صفحه ۶۷ تا ۶۷	فصل اول: جبر و معادله + فصل دوم: تابع + فصل سوم: توابع نمایی و لگاریتمی + فصل چهارم: مثلثات صفحه ۱۱۲ تا ۱۱۲

آزمون آزمایشی خیلی سبز

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

• نام و نام خانوادگی: • شماره داوطلبی:

عنوان مواد امتحانی آزمون، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی	ملاحظات
۱	حسابان	۲۰	۱	۲۰	۳۰ دقیقه	۸۰ سؤال ۱۲۰ دقیقه
۲	هندسه	۱۰	۲۱	۳۰	۲۰ دقیقه	
۳	آمار و احتمال	۱۰	۳۱	۴۰	۲۰ دقیقه	
۴	فیزیک	۲۰	۴۱	۶۰	۳۰ دقیقه	
۵	شیمی	۲۰	۶۱	۸۰	۲۰ دقیقه	

اساتید، مشاوران و دانش‌آموزان گرامی:

نظرات، پیشنهادات، انتقادات و بازخوردهای خود نسبت به سؤالات این آزمون را می‌توانید
از طریق آیدی @Kheilisabz_edit در همه پیام‌رسان‌ها با ما به اشتراک بگذارید.

Azmoon.kheilisabz.com



صفحه‌های ۱ تا ۱۱۲

حسابان

۱- مجموع همه عددهای طبیعی دورقمی زوج مضرب ۳ کدام است؟

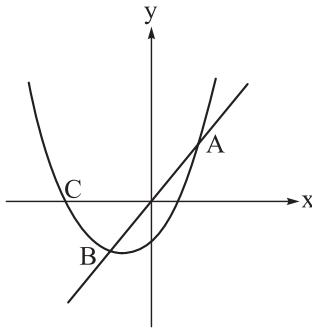
۹۶۰ (۴)

۷۲۰ (۳)

۸۱۰ (۲)

۶۹۰ (۱)

۲- نمودار سهمی $f(x) = x^2 + \frac{1}{3}x - 3$ و خط $y = x$ در شکل زیر آورده شده است، مساحت مثلثی با رئوس A، B، و C کدام است؟



۴/۵ (۱)

۳/۵ (۲)

۳√۲ (۳)

۴√۲ (۴)

۳- در یک مستطیل، نسبت اندازه قطر به عرض آن، برابر عدد طلایی و نسبت اندازه طول به عرض برابر k است. k جواب کدام معادله زیر است؟

$$x^4 - x^2 - 1 = 0 \quad (۴) \quad x^4 - x^2 - 3 = 0 \quad (۳) \quad x^4 + 3x^2 - 1 = 0 \quad (۲) \quad x^4 - 3x^2 - 1 = 0 \quad (۱)$$

۴- از برخورد خطوط $y + 2x = 4$ و $2y + ax = 8$ با یکدیگر و با محورهای مختصات، یک مثلث قائم‌الزاویه پدید می‌آید. اندازه بزرگ‌ترین میانه این مثلث چه قدر است؟

√۸۵ (۴)

۵√۳ (۳)

۸ (۲)

√۶۵ (۱)

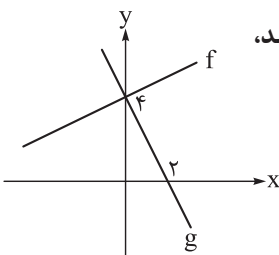
۵- مساحت محدود به نمودار دو تابع $f(x) = |x+2| + |x|$ و $g(x) = 3 - |x+1|$ چه قدر است؟

۱/۵ (۴)

۱/۲۵ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)



۶- نمودار توابع f و g به صورت مقابل است. اگر تابع $h(x) = \frac{f - g^{-1}}{g + f^{-1}}(x)$ خطی و غیر ثابت باشد،

مقدار $h^{-1}(4)$ کدام است؟

-۱۹ (۲)

-۱۶ (۱)

-۱۷ (۴)

-۱۸ (۳)

۷- اگر $f(x) = x + [2x]$ و $g(x) = f([x + f(x)])$ باشد، حاصل $g \circ f\left(\frac{-7}{3}\right)$ کدام است؟

-۶۳ (۴)

-۵۶ (۳)

-۹۰ (۲)

-۴۸ (۱)

محل انجام محاسبات



۸- تابع $f(x) = \frac{3x-1}{x+2}$ مفروض است. خط $y = x+2$ نمودار وارون تابع $y = f(x)$ را در دو نقطه به طول‌های α و β قطع می‌کند. حاصل $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{5}$ (۲) $-\frac{1}{5}$ (۳) $-\frac{1}{6}$ (۴) $\frac{1}{6}$

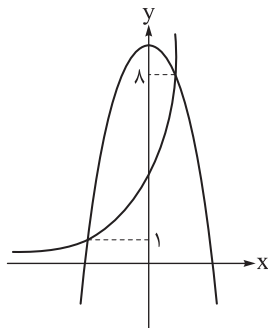
۹- تابع $f(x) = 2a+1+\sqrt{3a-x}$ مفروض است. اگر $x = \alpha$ تنها جواب معادله $f^{-1} \circ f(x) = f \circ f^{-1}(x)$ باشد، مقدار $f^{-1}(a+\alpha+1)$ کدام است؟

- (۱) -4 (۲) -2 (۳) -1 (۴) -3

۱۰- توابع $f(x) = \log(x+3)$ و $g(x) = x-1+\sqrt{x+7}$ مفروض‌اند. نمودار تابع $y = g^{-1} \circ f^{-1}(x)$ محور y ها را در نقطه‌ای با کدام عرض قطع می‌کند؟

- (۱) -1 (۲) -2 (۳) -3 (۴) -4

۱۱- در شکل زیر، نمودار توابع $f(x) = 2^{x+2}$ و $g(x) = ax^2 + b$ رسم شده است. عرض رأس سهمی g کدام است؟



- (۱) $\frac{35}{3}$ (۲) $\frac{25}{3}$ (۳) $\frac{29}{3}$ (۴) $\frac{31}{3}$

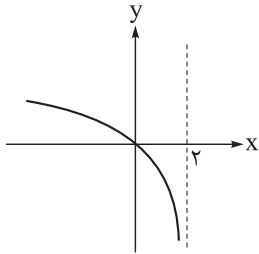
۱۲- اگر $4^{\log_{27} x} = \sqrt{0/125}$ باشد، مقدار $\log_x 9$ کدام است؟

- (۱) $\frac{-4}{27}$ (۲) $\frac{-8}{27}$ (۳) $\frac{-4}{9}$ (۴) $\frac{-8}{9}$

۱۳- خط $y = 2x - 1$ ، نمودار تابع $y = 2 + \log_3(3^x - 6)$ را در دو نقطه با طول‌های α و β قطع می‌کند. حاصل $[\alpha + \beta]$ کدام است؟

- (۱) 3 (۲) 4 (۳) 5 (۴) 6

محل انجام محاسبات



۱۴- نمودار وارون تابع $f(x) = a - 2^{x+b}$ به صورت مقابل است. مقدار $f^{-1}(-14)$ کدام است؟

۲ (۱)

۳ (۲)

۴ (۳)

۵ (۴)

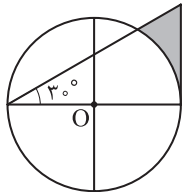
۱۵- یک نوع عنصر، در هر سال، ۱۲ درصد از جرم خود را از دست می‌دهد. پس از ۱۱ سال چند درصد از جرم آن باقی می‌ماند؟ ($\log 11 = 1/04, \log 55 = 1/74$)

۲۲ درصد (۴)

۱۸ درصد (۳)

۲۷ درصد (۲)

۲۸ درصد (۱)



۱۶- در دایره مثلثاتی شکل مقابل، محیط ناحیه رنگی تقریباً چه قدر است؟

۲/۷ (۲)

۲/۴ (۱)

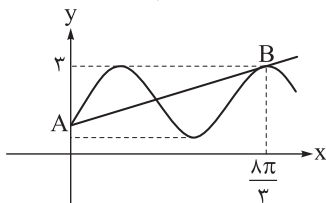
۱/۴ (۴)

۱/۶ (۳)

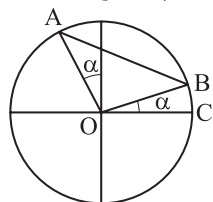
۱۷- اگر انتهای کمان θ در ناحیه دوم دایره مثلثاتی و $6 \tan \theta = 5 + 6 \cot \theta$ باشد، حاصل $\frac{\cos^4 \theta}{\sin^2 \theta}$ کدام است؟

 $-\frac{9}{52}$ (۴) $-\frac{27}{26}$ (۳) $-\frac{9}{26}$ (۲) $-\frac{27}{52}$ (۱)

۱۸- قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a - \cos(x + b\pi)$ به صورت زیر است. شیب پاره خط AB برابر کدام است؟

 $\frac{9}{8\pi}$ (۲) $\frac{9}{16\pi}$ (۱) $\frac{3}{8\pi}$ (۴) $\frac{3}{4\pi}$ (۳)

۱۹- در دایره مثلثاتی شکل زیر، مساحت چهارضلعی OABC برابر $\frac{18}{25}$ است. حاصل $\sin \frac{\alpha}{2} + \cos \frac{\alpha}{2}$ چه قدر است؟



۱/۱ (۲)

۱/۲ (۱)

۰/۸۴ (۴)

۰/۹۶ (۳)

۲۰- اگر $\sin(x + \frac{\pi}{3}) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ باشد، حاصل $3 \cos x + \sqrt{3} \sin x - 3 \sin(2x + \frac{\pi}{6})$ برابر کدام است؟

صفر (۴)

۳ (۳)

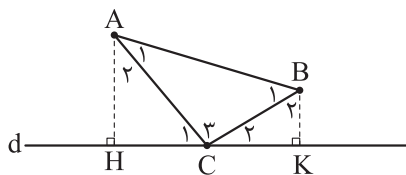
۲ (۲)

۱ (۱)

محل انجام محاسبات



۲۱- مطابق شکل، دو نقطه ثابت A و B و خط d مفروض‌اند. نقطه C روی خط d طوری انتخاب شده است که محیط مثلث ABC کم‌ترین مقدار ممکن را داشته باشد. کدام گزینه لزوماً درست است؟



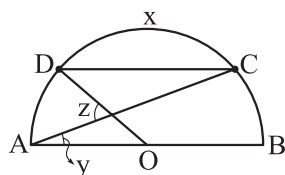
$$\hat{C}_1 = 90^\circ \quad (1)$$

$$\hat{C}_1 = \hat{C}_2 \quad (2)$$

$$CH = CK \quad (3)$$

$$\hat{A}_1 = \hat{A}_2, \hat{B}_1 = \hat{B}_2 \quad (4)$$

۲۲- در شکل زیر، O وسط قطر نیم‌دایره و CD با AB موازی است. اگر اندازه کمان CD برابر با x باشد، کدام گزینه



$$2z = x + y \quad (2)$$

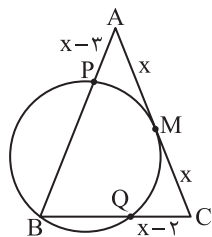
$$x + y + z = 180^\circ \quad (4)$$

حتماً درست است؟

$$x = y + z \quad (1)$$

$$z = x - 2y \quad (3)$$

۲۳- مطابق شکل، مثلث ABC متساوی‌الساقین ($AB = AC$) و دایره گذرنده از B در وسط AC بر آن مماس است. حاصل



کدام است $\frac{BP}{BQ}$ ؟

$$1/5 \quad (1)$$

$$1/6 \quad (2)$$

$$1/7 \quad (3)$$

$$1/8 \quad (4)$$

۲۴- مساحت یک دوزنقه متساوی‌الساقین محیطی 30° و مساحت دایره محاطی آن 4π است. طول ساق این دوزنقه کدام است؟

$$7/5 \quad (4)$$

$$5/4 \quad (3)$$

$$7/2 \quad (2)$$

$$5 \quad (1)$$

محل انجام محاسبات



۲۵- نقطه A' ، تصویر A در بازتاب نسبت به خط d است. اگر $AA' = 6$ و O نقطه‌ای روی خط d باشد به طوری که $OA = 5$ ، آن‌گاه فاصله نقطه A از خط OA' کدام است؟

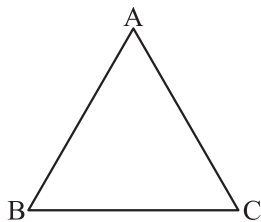
$$4/8 \text{ (۴)}$$

$$4/4 \text{ (۳)}$$

$$4 \text{ (۲)}$$

$$3/6 \text{ (۱)}$$

۲۶- مثلث متساوی‌الاضلاع به طول ضلع $4\sqrt{3}$ مفروض است. اگر این مثلث را حول یکی از رأس‌های آن به اندازه 30° دوران دهیم، مساحت ناحیه محدود بین مثلث اولیه و جدید چند برابر $2 - \sqrt{3}$ است؟



$$27 \text{ (۱)}$$

$$32 \text{ (۲)}$$

$$36 \text{ (۳)}$$

$$42 \text{ (۴)}$$

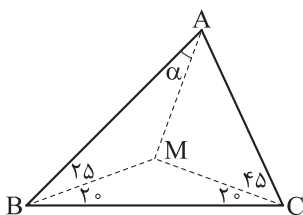
۲۷- نقطه A روی دایره $C(O, 4)$ قرار دارد. در تجانس به مرکز A و نسبت $\frac{1}{3}$ دایره C به دایره $C'(O', R')$ تبدیل می‌شود و در یک دوران پادساعتگرد به مرکز O و زاویه 60° ، دایره C' به دایره $C''(O'', R'')$ تبدیل می‌شود. طول مماس مشترک داخلی دو دایره C' و C'' کدام است؟

$$2\sqrt{5} \text{ (۴)}$$

$$3\sqrt{3} \text{ (۳)}$$

$$4 \text{ (۲)}$$

$$5 \text{ (۱)}$$



۲۸- با توجه به شکل، زاویه \widehat{MAB} چند درجه است؟

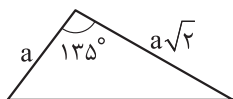
$$25 \text{ (۲)}$$

$$20 \text{ (۱)}$$

$$45 \text{ (۴)}$$

$$35 \text{ (۳)}$$

۲۹- شعاع دایره محیطی مثلث رسم شده، چند برابر a است؟



$$\sqrt{2/5} \text{ (۲)}$$

$$\frac{\sqrt{5}}{2} \text{ (۱)}$$

$$\sqrt{10} \text{ (۴)}$$

$$\sqrt{5} \text{ (۳)}$$

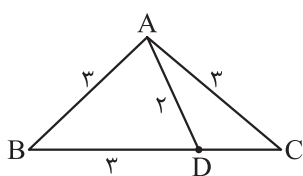
۳۰- با توجه به شکل، نسبت مساحت مثلث ABC به مساحت مثلث ADC کدام است؟

$$3 \text{ (۲)}$$

$$2/8 \text{ (۱)}$$

$$3/4 \text{ (۴)}$$

$$3/2 \text{ (۳)}$$



محل انجام محاسبات



صفحه‌های ۱ تا ۷۸

آمار و احتمال

۳۱- ارزش چند گزاره از گزاره‌های زیر درست است؟

$$\text{الف) } (1 \in \{2, 3, 4\}) \vee \left(\frac{1}{4} \neq \frac{3}{6}\right)$$

(ب) اگر عدد ۴ فرد باشد، آن گاه ۴ مربع کامل نیست.

(پ) ۲ عدد اول نیست، اگر و تنها اگر ۲ مربع کامل است.

$$\text{ت) } 2 > 3 \Leftrightarrow -2 < -3$$

$$\text{○ (۱) } \quad \text{۱ (۲) } \quad \text{۲ (۳) } \quad \text{۳ (۴)}$$

۳۲- اگر $A = \{y + 2, 5, z\}$ و $B = \{x + 1, 4, -2\}$ باشد، در این صورت با فرض $A \times B \subseteq B \times A$ بیشترین مقدار ممکن برای $x + y + z$ کدام است؟

$$\text{۱○ (۱) } \quad \text{۸ (۲) } \quad \text{۶ (۳) } \quad \text{۴ (۴)}$$

۳۳- برای $i = \{1, 2, \dots, 6\}$ داریم $A_i = (i-1, 2i+1]$. از بین این ۶ بازه به تصادف دو تا را انتخاب می‌کنیم و نمودار ضرب دکارتی آن‌ها را رسم می‌کنیم. اگر مساحت ناحیه حاصل، کم‌تر از ۳۰ نباشد، با چه احتمالی یکی از مجموعه‌های انتخاب شده A_3 است؟

$$\text{○ (۱) } \quad \frac{1}{3} \text{ (۲) } \quad \frac{3}{5} \text{ (۳) } \quad \frac{3}{7} \text{ (۴)}$$

۳۴- عددی به تصادف از بین اعداد ۱ تا ۱۰۰ انتخاب می‌کنیم. احتمال آن که عدد انتخابی نه بر ۲ و نه بر ۳، بخش پذیر باشد تقریباً چه قدر است؟

$$\text{○ (۱) } \quad \frac{2}{3} \text{ (۲) } \quad \frac{1}{2} \text{ (۳) } \quad \frac{3}{4} \text{ (۴)}$$

۳۵- گزارهٔ سوری $\forall x \in A; |x + x^{-1}| = 2$ را در نظر بگیرید. مجموعهٔ A را به طور تصادفی از بین زیرمجموعه‌های مجموعه جواب گزاره‌نمای $(x^3 - x)(x^2 - 4) = 0$ انتخاب می‌کنیم. دامنهٔ گزاره‌نما، مجموعهٔ اعداد حقیقی است. با چه احتمالی گزارهٔ سوری داده شده درست است؟

$$\text{○ (۱) } \quad \frac{1}{16} \text{ (۲) } \quad \frac{3}{16} \text{ (۳) } \quad \frac{4}{32} \text{ (۴)}$$

۳۶- اگر $S = \{a, b, c, d, e\}$ فضای نمونه‌ای یک آزمایش تصادفی و $A = \{a, b\}$ ، $B = \{a, b, c, d\}$ و $C = \{a, b, e\}$ سه پیشامد باشند، به طوری که $P(A) = \frac{2}{7}$ و $P(B) = \frac{3}{5}$ ، مقدار $P(C')$ کدام است؟

$$\text{○ (۱) } \quad \frac{5}{7} \text{ (۲) } \quad \frac{11}{35} \text{ (۳) } \quad \frac{24}{35} \text{ (۴)}$$

محل انجام محاسبات



۳۷- برای یک مجموعه، تعداد افزایشی که فقط شامل مجموعه‌های دو عضوی است، برابر ۱۵ است. اگر به تصادف یک زیرمجموعه از بین زیرمجموعه‌های این مجموعه برداریم، با کدام احتمال سه‌عضوی است؟

$$\frac{5}{16} (1) \quad \frac{7}{32} (2) \quad \frac{21}{128} (3) \quad \frac{35}{128} (4)$$

۳۸- از بین چهار کارت با شماره‌های ۱ تا ۴، کارت‌های را به تصادف انتخاب می‌کنیم و سپس سکه‌ای را به تعداد عدد کارت پرتاب می‌کنیم. اگر ۲ بار رو بیاید، احتمال این که شماره کارت خارج شده فرد باشد، چه قدر است؟

$$\frac{17}{32} (1) \quad \frac{3}{32} (2) \quad \frac{5}{8} (3) \quad \frac{3}{8} (4)$$

۳۹- فراوانی نسبی پنج دسته آماری به ترتیب $\frac{1}{15}$ ، $\frac{2}{25}$ ، a ، $\frac{2}{5}$ و $\frac{1}{10}$ است. اگر به دسته وسط ۴ داده اضافه کنیم، کمان قطاع مربوط به آن ۴۲ درجه بزرگ‌تر می‌شود. در حالت جدید، فراوانی نسبی دسته اول چه قدر می‌شود؟

$$\frac{1}{10} (1) \quad \frac{1}{9} (2) \quad \frac{2}{19} (3) \quad \frac{1}{8} (4)$$

۴۰- تعداد کدام نوع از متغیرهای تصادفی در متغیرهای زیر، بیش از بقیه است؟

«مراحل تحصیل، زمان مکالمات تلفنی در یک اداره، رنگ پیراهن کارمندان یک اداره، نوع آلاینده‌گی هوا، میزان آلاینده‌گی هوا، وزن دانش‌آموزان یک مدرسه، درصد درس ریاضی دانش‌آموزان یک مدرسه در کنکور، گروه خونی معلم‌های یک مدرسه، مراحل رشد، تعداد افراد با وزن بالای ۷۰ کیلوگرم در اتاق‌های یک ساختمان اداری، میزان هوش افراد در یک شرکت (از لحاظ باهوش، کم‌هوش و ...)»

(۱) کیفی ترتیبی (۲) کیفی اسمی (۳) کمی گسسته (۴) کمی پیوسته

محل انجام محاسبات



۴۱- یک میله شیشه‌ای بدون بار، با یک پارچه کتان بدون بار مالش داده می‌شود. اگر اندازه بار الکتریکی میله بعد از مالش، برابر با 5 pC باشد، با توجه به سری الکتریسیته مالشی زیر، در حین مالش دو جسم، چند الکترون و چگونه بین دو جسم مبادله شده است؟ ($e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C}$)

انتهای مثبت سری
شیشه پارچه کتان
انتهای منفی سری

$$(1) \quad 3/125 \times 10^7, \text{ از میله شیشه‌ای به پارچه کتان}$$

$$(2) \quad 3/125 \times 10^7, \text{ از پارچه کتان به میله شیشه‌ای}$$

$$(3) \quad 3/125 \times 10^7, \text{ از میله شیشه‌ای به پارچه کتان}$$

$$(4) \quad 3/125 \times 10^7, \text{ از پارچه کتان به میله شیشه‌ای}$$

۴۲- سه بار الکتریکی نقطه‌ای $q_1 = 9 \mu\text{C}$ ، $q_2 = 36 \mu\text{C}$ و q_3 ، در مکان‌های معینی ثابت شده‌اند. اگر نیروی الکتریکی خالص وارد بر هر یک از بارها برابر با صفر باشد، q_3 چند میکروکولن است؟

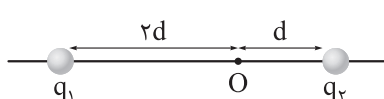
$$(1) \quad 2$$

$$(2) \quad 4$$

$$(3) \quad -2$$

$$(4) \quad -4$$

۴۳- در شکل زیر، میدان الکتریکی خالص حاصل از بارهای الکتریکی نقطه‌ای q_1 و q_2 ، در نقطه O برابر با \vec{E} است. اگر فقط علامت بار q_1 تغییر کند، میدان الکتریکی خالص در نقطه O برابر $3\vec{E}$ می‌شود. حاصل $\frac{q_2}{q_1}$ کدام است؟



$$(1) \quad \frac{1}{8}$$

$$(2) \quad -\frac{1}{8}$$

$$(3) \quad \frac{1}{2}$$

$$(4) \quad -\frac{1}{2}$$

۴۴- ذره‌ای با بار الکتریکی $20 \mu\text{C}$ در یک میدان الکتریکی یکنواخت رها می‌شود تا تنها در اثر میدان الکتریکی شروع به حرکت کند. اگر پس از 60 cm جابه‌جایی، انرژی جنبشی این ذره به 18 mJ برسد، اندازه میدان الکتریکی چند کیلوولت بر متر است؟

$$(1) \quad 2000$$

$$(2) \quad 1500$$

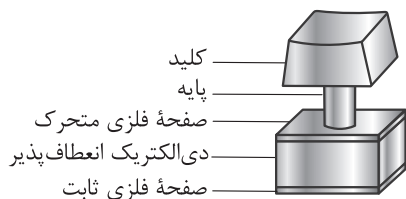
$$(3) \quad 2$$

$$(4) \quad 1/5$$

محل انجام محاسبات



۴۵- مطابق شکل، در زیر یکی از کلیدهای صفحه‌کلید رایانه‌ای، یک خازن تخت افقی که دی‌الکتریک قابل انعطافی با ثابت $\frac{2}{5}$ دارد، قرار گرفته است. مساحت صفحات این خازن 1 cm^2 و فاصله اولیه بین صفحات آن 5 mm است. اگر با فشردن کلید، فاصله بین صفحه‌ها $5/97$ درصد کاهش یابد، ظرفیت این خازن چند پیکوفاراد تغییر می‌کند؟ ($\epsilon_0 = 9 \times 10^{-12} \text{ F/m}$)



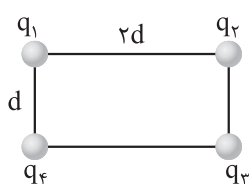
۱۸ (۱)

۲۰ (۲)

۱۷ / ۵۵ (۳)

۱۹ / ۵۵ (۴)

۴۶- در شکل زیر، چهار بار الکتریکی نقطه‌ای $q_1, q_2, q_3, q_4 = 1 \mu\text{C}$ در رأس‌های مستطیلی قرار دارند. اگر نیروی



الکتریکی خالص وارد بر بار q_4 برابر صفر باشد، q_2 چند میکروکولن است؟

 $-10\sqrt{10}$ (۲)

 $10\sqrt{5}$ (۱)

 $-5\sqrt{5}$ (۴)

 $5\sqrt{5}$ (۳)

۴۷- اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر یک رسانای استوانه‌ای از جنس پلاتین به طول 60 cm ، برابر با 27 V است. اگر جریان الکتریکی عبوری از این رسانا 25 A باشد، قطر مقطع آن چند میلی‌متر است؟ ($\pi = 3$) و مقاومت ویژه پلاتین $10^{-7} \Omega \cdot \text{m}$ است.)

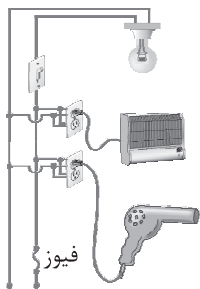
۲ (۴)

۱ / ۵ (۳)

۱ (۲)

۰ / ۵ (۱)

۴۸- مطابق شکل زیر، یک لامپ رشته‌ای 200 W ، یک بخاری برقی 2000 W و یک سشوار 2200 W به پریزهای یک مدار سیم‌کشی خانگی 220 V وصل شده‌اند. اگر تمامی این وسیله‌ها با هم روشن شوند، جریان عبوری از فیوز این مدار چند آمپر است؟



۱۵ (۱)

۱۷ / ۵ (۲)

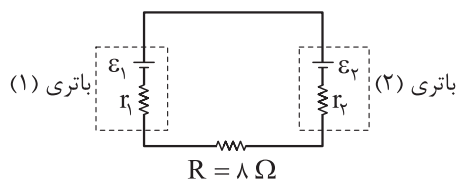
۱۸ (۳)

۲۰ (۴)

محل انجام محاسبات



۴۹- در مدار شکل زیر، توان خروجی باتری (۱)، چند برابر توان ورودی به باتری (۲) است؟



$$\varepsilon_1 = 8V, \varepsilon_2 = 2V$$

$$r_1 = r_2 = 2\Omega$$

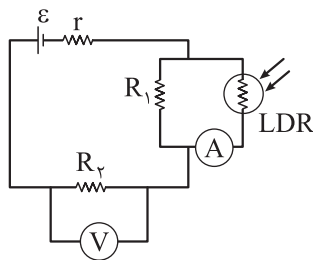
$$\frac{7}{3} \quad (2)$$

$$3 \quad (4)$$

$$\frac{7}{2} \quad (1)$$

$$\frac{9}{2} \quad (3)$$

۵۰- در مدار شکل زیر، با روشن کردن یک لامپ در مجاورت مقاومت LDR، مقدارهایی که آمپرسنج و ولتسنج آرمانی نشان می‌دهند، به ترتیب از راست به چپ چگونه تغییر می‌کنند؟



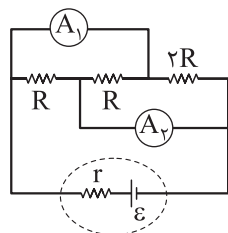
(۱) افزایش می‌یابد، افزایش می‌یابد.

(۲) کاهش می‌یابد، کاهش می‌یابد.

(۳) افزایش می‌یابد، کاهش می‌یابد.

(۴) کاهش می‌یابد، افزایش می‌یابد.

۵۱- در مدار شکل زیر، اگر اختلاف مقدارهایی که آمپرسنجهای آرمانی A_1 و A_2 نشان می‌دهند، برابر با $1A$ باشد، جریان عبوری از باتری چند آمپر است؟



$$4 \quad (2)$$

$$6 \quad (4)$$

$$3 \quad (1)$$

$$5 \quad (3)$$

۵۲- در مدار شکل روبه‌رو، تعدادی لامپ مشابه به طور موازی به هم متصل شده‌اند و هر

لامپ با کلیدی همراه است. مقاومت الکتریکی هر یک از لامپ‌ها با مقاومت درونی مولد برابر است. کلیدها را یکی پس از دیگری می‌بندیم. اگر با بستن n آمین کلید، عددی که

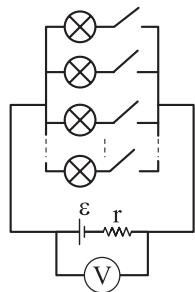
ولتسنج آرمانی نشان می‌دهد نسبت به حالت قبلش، $\frac{5}{6}$ برابر شود، n کدام است؟

$$6 \quad (2)$$

$$4 \quad (4)$$

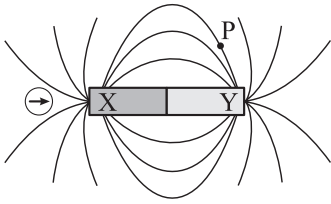
$$7 \quad (1)$$

$$5 \quad (3)$$



محل انجام محاسبات

۵۳- در شکل زیر، با توجه به وضعیت جهت‌گیری عقربه مغناطیسی، قطب Y آهنربا و جهت میدان مغناطیسی در نقطه P،



به ترتیب کدام است؟

↘، N (۲)

↖، N (۱)

↘، S (۴)

↖، S (۳)

۵۴- کدام دسته از مواد زیر، دارای دوقطبی مغناطیسی و فاقد حوزه مغناطیسی هستند؟

(۱) مواد دیامغناطیسی (۲) مواد پارامغناطیسی (۳) مواد فرومغناطیسی نرم (۴) مواد فرومغناطیسی سخت

۵۵- از حلقه رسانایی به شعاع ۵ cm جریان الکتریکی ۲۰ A و از حلقه دیگری به شعاع ۳ cm جریان الکتریکی I عبور می‌کند. حلقه‌ها هم‌مرکز بوده و سطح آن‌ها بر یکدیگر عمود است. اگر اندازه میدان مغناطیسی خالص در مرکز حلقه‌ها

۲/۶ G باشد، I چند آمپر است؟ ($\mu_0 = 12 \times 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A}$)

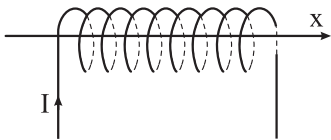
۱۰ (۴)

۸ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

۵۶- در شکل زیر، سیم‌لوله آرمانی به طول ۱۵ cm دارای ۶۰۰ حلقه نزدیک به هم است. اگر از سیم‌لوله جریان الکتریکی ۲۵۰ mA در جهت نشان داده شده عبور کند، میدان مغناطیسی در نقطه‌ای درون سیم‌لوله و دور از لبه‌های آن، چند



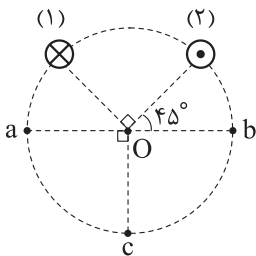
گاوس و در چه جهتی است؟ ($\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A}$)

(۱) 40π ، در جهت محور X

(۲) 40π ، در خلاف جهت محور X

(۳) 4π ، در جهت محور X

(۴) 4π ، در خلاف جهت محور X



۵۷- شکل مقابل، مقطع دو سیم بلند و موازی (۱) و (۲) را روی محیط دایره‌ای نشان می‌دهد که بر صفحه کاغذ عمودند و از آن‌ها جریان‌هایی با اندازه I و در جهت‌های نشان داده شده عبور می‌کند. برای این‌که میدان مغناطیسی خالص در نقطه O (مرکز دایره) صفر شود، از سیم بلند و موازی دیگری عمود بر صفحه کاغذ که جریان عبوری از آن I' است، استفاده می‌کنیم. کدام مورد به ترتیب درباره مکان این سیم، اندازه و جهت جریان عبوری از آن، درست است؟

(۲) نقطه b، $I' > I$ ، \otimes

(۱) نقطه a، $I' = I$ ، \odot

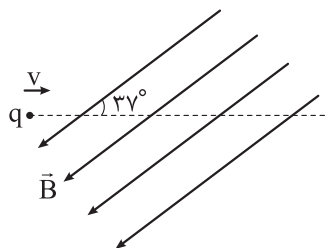
(۴) نقطه c، $I' > I$ ، \otimes

(۳) نقطه c، $I' = I$ ، \odot

محل انجام محاسبات

۵۸- ذره‌ای با بار الکتریکی $-5\mu\text{C}$ و تندی $4 \times 10^4 \text{ m/s}$ مطابق شکل زیر، وارد یک میدان مغناطیسی یکنواخت به بزرگی 200 G می‌شود. در لحظه ورود ذره به میدان، نیروی مغناطیسی وارد بر ذره چند میکرونیوتون و در کدام جهت

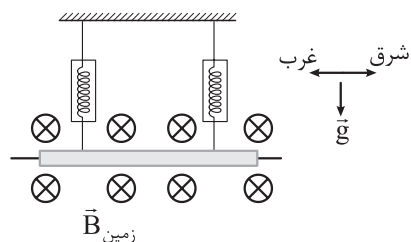
است؟ ($\sin 37^\circ = 0.6$)



- (۱) 2400 ، \odot
 (۲) 2400 ، \otimes
 (۳) 240 ، \odot
 (۴) 240 ، \otimes

۵۹- مطابق شکل زیر، یک سیم با دو نیروسنج که به دو انتهای آن بسته شده‌اند، به طور افقی در راستای غرب - شرق قرار دارد. در محل این سیم میدان مغناطیسی زمین، رو به شمال و اندازه آن 5 G است. در حالتی که جریان 20 A از سیم عبور می‌کند، نیروسنج‌ها عدد صفر را نشان می‌دهند. در این حالت جهت جریان در سیم کدام است و جرم هر متر از این سیم چند

گرم است؟ ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



- (۱) 1 ، \rightarrow
 (۲) 0.1 ، \rightarrow
 (۳) 2 ، \leftarrow
 (۴) 0.2 ، \leftarrow

۶۰- ذره‌ای به جرم 2 g و بار الکتریکی $4 \mu\text{C}$ در راستای افقی با تندی 500 km/s به سمت شرق پرتاب می‌شود. در محل پرتاب این ذره، میدان مغناطیسی یکنواخت \vec{B} و میدان الکتریکی یکنواخت $E = 2 \times 10^4 \text{ N/C}$ عمود بر سطح زمین و رو به پایین وجود دارد. اگر ذره بدون انحراف به مسیر خود ادامه دهد، \vec{B} چند گاوس و در کدام جهت است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)

- (۱) 300 ، شمال
 (۲) 300 ، جنوب
 (۳) 500 ، شمال
 (۴) 500 ، جنوب

محل انجام محاسبات



۶۱- کدام موارد از مطالب زیر نادرست است؟

- (الف) پیشرفت صنعت الکترونیک بر اجزایی مبتنی است که از مواد نیمه‌رسانا ساخته می‌شوند.
 (ب) در جدول دوره‌ای، عنصرهایی که آرایش الکترونی آنها مشابه است، در یک گروه قرار دارند.
 (پ) رنگ گوگرد و برم مایع یکسان بوده و هیچ یک جریان برق و گرما را عبور نمی‌دهند.
 (ت) $37/5$ درصد از عنصرهای دوره سوم جدول تناوبی، در اثر ضربه تغییر شکل می‌دهند، ولی خرد نمی‌شوند.

(۱) الف - ب (۲) الف - ت (۳) ب - پ (۴) پ - ت

۶۲- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- در واکنش‌هایی که در بین مواد شرکت‌کننده‌شان عنصر خالص دارند، تغییر نوع آلوتروپ عنصر تأثیری بر مقدار ΔH واکنش ندارد.
- در دما و فشار ثابت، گرمای ویژه یک ماده، فقط به مقدار ماده بستگی دارد.
- گرمای آزادشده در یک واکنش گرماده در دمای ثابت، برابر با اختلاف انرژی جنبشی واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها است.
- در فرایند تصعید یخ خشک در دمای ثابت، میانگین تندی و انرژی جنبشی ذرات کاهش می‌یابد.

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۶۳- کدام مطلب دربارهٔ عنصر A درست است؟

- (۱) حالت فیزیکی آن در دمای اتاق، با سایر عنصرهای هم‌گروه خود متفاوت است.
 (۲) در دمای اتاق به شدت با گاز هیدروژن واکنش می‌دهد.
 (۳) مجموع اعداد کوانتومی اصلی و فرعی الکترون‌های ظرفیت آن برابر ۲۶ است.
 (۴) گازی بی‌رنگ و سمی از خانواده هالوژن‌ها است.

۶۴- از واکنش $6/72$ لیتر گاز کلر در شرایط STP با مقدار کافی از یک آلکن، $17/82$ گرم فراورده سیرشده حاصل می‌شود. اگر بازده واکنش 60% باشد، فرمول مولکولی این آلکن کدام است؟ ($Cl = 35/5, C = 12, H = 1: g.mol^{-1}$)

(۱) C_2H_4 (۲) C_3H_6 (۳) C_4H_8 (۴) C_5H_{10}

۶۵- اگر در واکنشی رابطه $\frac{\Delta n(A)}{3\Delta t} = \frac{\Delta n(B)}{\Delta t}$ برقرار باشد، چند مورد از مطالب زیر به یقین درست است؟

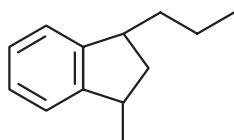
- A و B هر دو فراورده واکنش هستند.
- سرعت متوسط مصرف یا تولید A سه برابر B است.
- ضریب استوکیومتری A، ۳ و ضریب استوکیومتری B در واکنش برابر ۱ است.
- در صورتی که A و B گاز باشند، حجم B شرکت‌کننده در این واکنش سه برابر حجم A است.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۶۶- آلکانی با ۷ پیوند میان اتم‌های کربن دارای سه شاخه فرعی است. چند مورد از ترکیبات زیر می‌تواند آلکان مورد نظر باشد؟

- ۲، ۳، ۳ - تری‌متیل پنتان
• ۲، ۳، ۳ - دی‌متیل بوتان
- ۲، ۲، ۴ - تری‌متیل هگزان
• ۲، ۳، ۲ - تری‌متیل پنتان
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۶۷- کدام مطلب در رابطه با ترکیب مقابل، نادرست است؟

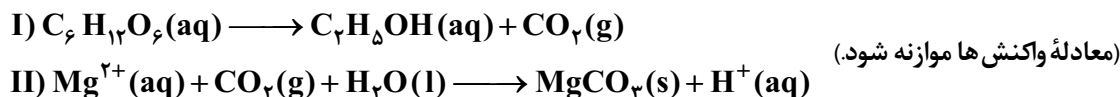


- (۱) شمار پیوندهای C-H موجود در آن با شمار این پیوندها در ۱ - نون برابر است.
(۲) اختلاف جرم مولی آن با بنزن، با جرم مولی ۲ - هپتن برابر است.
(۳) مشابه نفتالن، یک ترکیب آروماتیک به شمار می‌رود.
(۴) آلکانی با شمار اتم کربن مشابه این ترکیب، می‌تواند در نفت سفید یافت شود.

۶۸- از واکنش مخلوطی از اکسیدهای Fe_2O_3 و Na_2O به جرم $1/2$ کیلوگرم با مقدار کافی کربن، 165 لیتر گاز CO_2 با چگالی 2 g.L^{-1} تولید شده است. جرم اکسید فلز با واکنش‌پذیری بالاتر در این مخلوط برحسب گرم کدام است؟ ($Fe = 56, Na = 23, O = 16, C = 12 \text{ g.mol}^{-1}$)

- (۱) ۲۰۰ (۲) ۴۰۰ (۳) ۶۰۰ (۴) ۸۰۰

۶۹- 225 گرم گلوکز ناخالص مطابق واکنش (I) تخمیر می‌شود. اگر بازدهی این واکنش 75% بوده و گاز تولیدشده جهت حذف یون Mg^{2+} از یک نمونه آب شهری استفاده شود، 75 کیلوگرم محلول آبی Mg^{2+} با غلظت 480 ppm تصفیه می‌شود. درصد خلوص گلوکز چه قدر است؟ ($Mg = 24, C = 12, H = 1 \text{ g.mol}^{-1}$)



- (۱) ۸۰ (۲) ۷۵ (۳) ۸۵ (۴) ۹۰

۷۰- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

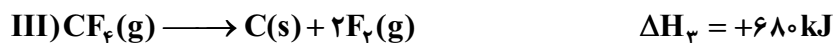
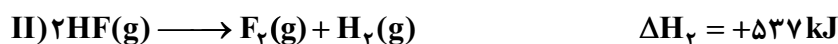
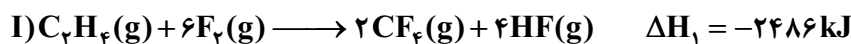
- باز یافت فلزها سبب کاهش رد پای کربن دی‌اکسید شده و از سرعت گرمایش جهانی می‌کاهد.
- از هر بشکه نفت، در حدود $15/9$ لیتر برای تأمین گرما و انرژی الکتریکی به کار می‌رود.
- برخلاف کیسه پلاستیکی، باز یافت پاکت کاغذی باعث آلودگی هوا نمی‌شود.
- تعداد پیوندهای اشتراکی در ساختار هیدروژن سیانید، نصف این تعداد در دومین عضو خانواده آلکین‌ها است.
- به دلیل نامحلول بودن آلکان‌ها در آب، می‌توان از آن‌ها برای محافظت از فلزها استفاده کرد.

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

محل انجام محاسبات



۷۱- با توجه به واکنش‌های ترموشیمیایی زیر، ΔH واکنش: $2C(s) + 2H_2(g) \longrightarrow C_2H_4(g)$ ، چند کیلوژول است؟



۲۵ (۱)

۵۶ (۳)

۷۲- شعاع اتمی کدام یک از عناصر توصیف شده، بزرگ‌تر است؟

(۱) عنصری در دوره سوم که علاوه بر توانایی اشتراک گذاشتن الکترون، رسانایی الکتریکی ناچیزی هم دارد.

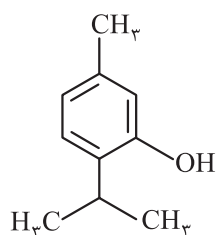
(۲) عنصری از دسته S که دارای ۶ الکترون در زیرلایه $l=1$ است.

(۳) عنصری هم‌دوره با سومین هالوژن که در لایه ظرفیت خود تنها یک الکترون دارد.

(۴) عنصری که در لایه چهارم الکترونی آن ۵ الکترون وجود دارد.

۷۳- تیمول یک ترکیب شیمیایی است که دارای خاصیت ضدباکتریایی بوده و در گیاهانی مانند آویشن وجود دارد. با توجه

به ساختار این ترکیب، کدام مطلب نادرست است؟ ($O = 16, C = 12, H = 1: \text{g.mol}^{-1}$)



(۱) سه اتم کربن آن، به هیچ اتم هیدروژنی متصل نیستند.

(۲) فرمول شیمیایی آن $C_{10}H_{14}O$ است.

(۳) بر اثر سوختن کامل 24°C گرم از آن، $358/4$ لیتر گاز در شرایط استاندارد تولید می‌شود.

(۴) برای سوختن کامل $5/5$ مول از آن به $7/5$ مول گاز اکسیژن نیاز است.

۷۴- کدام مطلب زیر نادرست است؟

(۱) در دوره سوم جدول تناوبی، شیب نمودار تغییر شعاع اتمی نافلزها از فلزها کم‌تر است.

(۲) با افزایش شعاع اتمی، شدت نور تولیدشده در واکنش فلزهای قلیایی با گاز کلر افزایش می‌یابد.

(۳) بر اثر واکنش کامل آلکینی دارای ۱۱ پیوند اشتراکی با گاز هیدروژن، بوتان حاصل می‌شود.

(۴) در دوره چهارم جدول تناوبی، شمار فلزهای واسطه، ۸ واحد بیشتر از شمار فلزهای اصلی است.

محل انجام محاسبات

۷۵- چند مورد از مطالب زیر درباره ترکیبی با فرمول شیمیایی $C_7H_6O_2$ که در ساختار خود یک حلقه آروماتیک دارد، درست است؟

- این ماده باعث کاهش سرعت واکنش‌های شیمیایی که منجر به فساد مواد غذایی هستند، می‌شود.
- یک کریوکسیلیک اسید است که در تمشک و توت‌فرنگی وجود دارد.
- به عنوان بازدارنده در صنایع غذایی کاربرد دارد.
- در ساختار آن، یک اتم کربن به هیچ اتم هیدروژنی متصل نیست.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۷۶- بر اثر گرمای حاصل از سوختن ۲۵ / ۰ مول گاز متان طبق واکنش $CH_4(g) + 2O_2(g) \longrightarrow CO_2(g) + 2H_2O(l)$ دمای ۵۰ کیلوگرم از یک فلز، ۱۰ درجه سلسیوس افزایش یافته است. گرمای ویژه فلز چند $J \cdot g^{-1} \cdot ^\circ C^{-1}$ است؟ ($C = 12, H = 1: g \cdot mol^{-1}$)، (گرمای مولی تبخیر آب را برابر $40 kJ \cdot mol^{-1}$ در نظر بگیرید.)

پیوند	C—H	O=O	C=O	O—H
آنتالپی پیوند ($kJ \cdot mol^{-1}$)	۴۱۵	۵۰۰	۸۰۰	۴۶۰

۱ (۱) / ۲۷ ۲ (۲) / ۳۴ ۳ (۳) / ۴۳ ۴ (۴) / ۵۴

۷۷- در یک آزمایش، ۸ / ۰ مول پتاسیم نیترات مطابق واکنش زیر تجزیه می‌شود. اگر پس از ۱۵ ثانیه ۷۰ گرم ماده جامد در ظرف باقی بماند، سرعت متوسط تولید گاز اکسیژن برابر چند مول بر دقیقه است و با فرض این‌که واکنش با همین سرعت متوسط پیش برود، چند ثانیه دیگر طول می‌کشد تا پتاسیم نیترات به طور کامل تجزیه شود؟ ($K = 39, O = 16, N = 14: g \cdot mol^{-1}$)

(معادله واکنش موازنه شود.) $KNO_3(s) \longrightarrow K_2O(s) + N_2(g) + O_2(g)$

۱ (۱) / ۵ - ۳۰ ۲ (۲) / ۵ - ۴۵ ۳ (۳) / ۱ - ۳۰ ۴ (۴) / ۱ - ۴۵

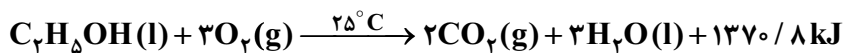
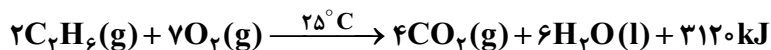
۷۸- همه عبارات‌های داده شده درست هستند، به جز

- (۱) انرژی گرمایی یک نمونه ماده، هم‌ارز با مجموع انرژی جنبشی ذره‌های سازنده آن است.
- (۲) فرایند گوارش و سوختن و سازشیر در بدن گرماده بوده و در دمای ثابت انجام می‌شود.
- (۳) علامت ΔH واکنش فتوسنتز و واکنش تبدیل N_2O_4 به NO_2 مشابه هم است.
- (۴) به یقین مقدار آنتالپی پیوندهای اشتراکی یگانه از آنتالپی پیوندهای اشتراکی دوگانه کم‌تر است.

محل انجام محاسبات



۷۹- با توجه به واکنش‌های زیر، کدام موارد از مطالب داده شده نادرست است؟ ($O = ۱۶, C = ۱۲, H = ۱: g.mol^{-1}$)



الف) گرمای سوختن مولی اتن، کم‌تر از $۱۵۶۰ kJ.mol^{-1}$ است.

ب) نسبت شمار اتم‌ها به عنصرها در اتانول از بنزآلدئید بزرگ‌تر است.

پ) ارزش سوختی متانول، بیشتر از $۲۹ / ۸ kJ.g^{-1}$ است.

ت) جرم گاز CO_2 تولیدشده از سوختن کامل یک گرم اتان در مقایسه با سوختن کامل یک گرم اتانول بیشتر است.

(۱) الف - ب (۲) الف - ت (۳) ب - پ (۴) پ - ت

۸۰- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

• شمار پیوندهای یگانه در ساختار مولکول‌های ۲ - هگزانون و ۳ - هگزن با هم برابر است.

• رادیکال، گونه فعال و ناپایداری است که هیچ‌یک از اتم‌های آن، از قاعده هشت‌تایی پیروی نمی‌کنند.

• در شرایط یکسان، پیوند $C-O$ در یک مولکول سخت‌تر از پیوند $O-H$ شکسته می‌شود.

• افزودن مقداری محلول KI به محلول H_2O_2 در دمای اتاق، شیب نمودار مول - زمان گاز تولیدشده را افزایش می‌دهد.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

محل انجام محاسبات

دوستان عزیز خیلی سبز، سلام؛
فایل پاسخنامه این آزمون را که شامل درسنامه، نکات کنکوری، پاسخ تشریحی و ... است، ساعت ۱۴ امروز از
صفحه شخصی خودتان در سایت آزمون خیلی سبز دریافت کنید.
همچنین شما می‌توانید همین امشب کارنامه اولیه آزمونتان را در صفحه شخصی خود مشاهده بفرمایید.
برای دسترسی به صفحه شخصی خود وارد سایت آزمون خیلی سبز به آدرس: azmoon.kheilisabz.com شوید و
کدی را که توسط مدرسه و یا نمایندگی‌های آزمون‌های خیلی سبز به شما داده شده، در محل مشخص شده در سایت
ثبت بفرمایید.



پایه
یازدهم

۱۴۰۳/۰۱/۱۶

دفترچه
پاسخ
آزمون پنجم
حضورى

علوم ریاضی و فنی



سال تحصیلی
۱۴۰۲ - ۱۴۰۳

آزمون آزمایشی خیلی سبز

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا
حسابان	حسین شفیعزاده - مهرداد کیوان
هندسه	محمد رضا حسینی فرد - محمد طاهر شعاعی - کیوان صارمی - حمید گلزاری - محسن محمد کریمی
آمار و احتمال	علیرضا شریف خطیبی - عطا صادقی - حمید گلزاری - سروش موئینی
فیزیک	یاشار انگوتی - رضا سبزمیدانی - نوید شاهی
شیمی	حسین ابروانی - سید علی ناظمی

نام درس	مسئول درس	گزینشگر	مؤلف پاسخنامه	کارشناسان علمی - محتوایی به ترتیب حروف الفبا	ویراستاران به ترتیب حروف الفبا
حسابان	حسین شفیعزاده - مهرداد کیوان	حسین شفیعزاده - مهرداد کیوان	مسعود شفیعی	مسعود شفیعی	عاطفه خان محمدی - امیر حسین قنبری - علیرضا کاظمی بقا - مریم نظری
هندسه	حمید گلزاری	حمید گلزاری	امیر حسین غفوری	امیر حسین ابومحبوب	زهرا جالبینوسی - ماهان فنی فر - ابوالفضل ناصر
آمار و احتمال	حمید گلزاری	حمید گلزاری	مسعود شفیعی	امیر حسین ابومحبوب	عاطفه خان محمدی - ماهان فنی فر - مریم نظری
فیزیک	نوید شاهی	یاشار انگوتی	محمد باغبان - علیرضا جباری - محمد جواد سورچی	علیرضا جباری	محمد احمد بیکی - مهدی بابائی - مهدی خوشنویس - مریم گلی حسن لو - احسان محمدی - امیر محمودی انزلی
شیمی	یاسر عبداللهی	حسین ابروانی	وحید فارسیان	حسین ابروانی	احسان رحیمی - هومن زندی - محمد مهدی صوفیان

سرپرست محتوایی: فاطمه آقاچانپور

Azmoon.kheilisabz.com



حسابان (۱): صفحه‌های ۱ تا ۱۱۲

تست و پاسخ ۱

مجموع همه عددهای طبیعی دورقمی زوج مضرب ۳ کدام است؟

۸۱۰ (۲)

۶۹۰ (۱)

۹۶۰ (۴)

۷۲۰ (۳)

پاسخ: گزینه ۲

بزرگ‌ترین عضو

درس نامه... اگر اعداد مجموعه $A = \{a, \dots, b\}$ تشکیل دنباله حسابی با قدرنسبت d دهند، داریم:

کوچک‌ترین عضو

$$۱) \text{ تعداد اعضای } A = n = \frac{b-a}{d} + ۱$$

$$۲) \text{ جمع اعضای } A = \frac{n}{۲}(a+b)$$

پاسخ تشریحی

گام اول: ابتدا دقت کنید که اعداد طبیعی زوج مضرب ۳، همان اعداد مضرب ۶ هستند.
گام دوم: کوچک‌ترین عدد طبیعی دورقمی مضرب ۶، برابر ۱۲ و بزرگ‌ترین عدد طبیعی دورقمی مضرب ۶، ۹۶ است؛ پس مجموعه اعداد طبیعی دورقمی مضرب ۶ به صورت زیر می‌شوند: (واضح است که این اعداد، تشکیل دنباله‌ای حسابی با قدرنسبت ۶ می‌دهند).

$$A = \{۱۲, ۱۸, ۲۴, \dots, ۹۰, ۹۶\}$$

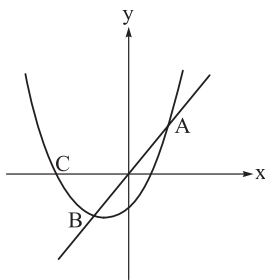
گام سوم: تعداد این اعداد برابر است با:

$$n = \frac{\text{کوچک‌ترین عضو} - \text{بزرگ‌ترین عضو}}{\text{قدرنسبت}} + ۱ = \frac{۹۶ - ۱۲}{۶} + ۱ = ۱۴ + ۱ = ۱۵$$

بنابراین جمع اعضای مجموعه A برابر می‌شود با:

$$\text{تعداد} \times (\text{بزرگ‌ترین عضو} + \text{کوچک‌ترین عضو}) = \frac{۱۵}{۲} (۱۲ + ۹۶) = ۸۱۰$$

تست و پاسخ ۲

نمودار سهمی $f(x) = x^2 + \frac{1}{4}x - ۳$ و خط $y = x$ در شکل زیر آورده شده است. مساحت مثلثی با رئوس A ، B و C کدام است؟

۴/۵ (۱)

۳/۵ (۲)

۳√۲ (۳)

۴√۲ (۴)

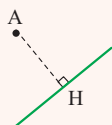
پاسخ: گزینه ۲

درس نامه... (۱) فرمول فاصله دو نقطه $A(x_A, y_A)$ و $B(x_B, y_B)$ از هم:

$$\sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}$$

(۲) فرمول فاصله نقطه $A(x_A, y_A)$ از خط $ax + by + c = 0$ برابر است با:

$$AH = \frac{|ax_A + by_B + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

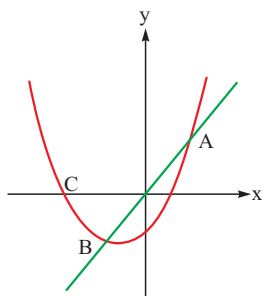




پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

گام اول: برای به دست آوردن مختصات نقاط A و B، باید معادله سهمی و خط $y = x$ را برابر قرار دهیم:



$$x^2 + \frac{1}{4}x - 3 = x \Rightarrow x^2 - \frac{x}{4} - 3 = 0 \xrightarrow{\text{ضرب طرفین در 4}} 4x^2 - x - 12 = 0$$

$$\Rightarrow (x-2)(4x+3) = 0 \Rightarrow x=2 \text{ و } x = -\frac{3}{4}$$

گام دوم: حالا با جای گذاری Xهای به دست آمده در هر یک از معادلات سهمی یا خط (البته وقتی $y = x$ رو داریم، قطعاً نمی‌رییم سراغ معادله سهمی)، مختصات نقاط A و B را به دست می‌آوریم:

$$A \left(2, 2 \right) \text{ و } B \left(-\frac{3}{4}, -\frac{3}{4} \right)$$

گام سوم: حالا برای به دست آوردن طول پاره خط AB، از فرمول درس‌نامه استفاده می‌کنیم:

$$|AB| = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2} = \sqrt{\left(2 + \frac{3}{4}\right)^2 + \left(2 + \frac{3}{4}\right)^2} = \sqrt{\frac{49}{4} + \frac{49}{4}} = \sqrt{2 \times \frac{49}{4}} = \sqrt{\frac{49}{2}} = \frac{7}{\sqrt{2}}$$

گام چهارم: برای به دست آوردن مختصات نقطه C، معادله سهمی را برابر صفر قرار می‌دهیم (سهمی در نقطه C محور X را قطع کرده است).

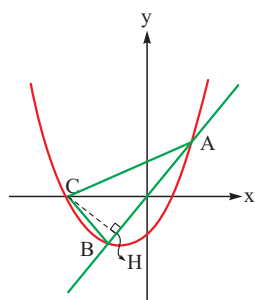
$$x^2 + \frac{x}{4} - 3 = 0 \Rightarrow (x+2)\left(x - \frac{3}{4}\right) = 0 \Rightarrow x = -2 \text{ و } x = \frac{3}{4}$$

با توجه به نمودار، طول نقطه C باید منفی باشد، پس: $x_C = -2$

$$y = x^2 + \frac{x}{4} - 3 \xrightarrow{x_C = -2} y_C = (-2)^2 + \frac{(-2)}{4} - 3 = 4 - 1 - 3 = 0$$

گام پنجم: برای به دست آوردن مساحت مثلث ABC، نیاز به اندازه AB (که در گام سوم به دست آوردیم)

و ارتفاع CH داریم. از فرمول فاصله نقطه از خط استفاده می‌کنیم:



$$CH = \frac{|0 - (-2)|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

گام ششم: مساحت مثلث خواسته شده برابر است با:

$$S_{ABC} = \frac{CH \times AB}{2} = \frac{\sqrt{2} \times \frac{7}{\sqrt{2}}}{2} = \frac{7}{2} = 3.5$$

تست و پاسخ ۳

در یک مستطیل، نسبت اندازه قطر به عرض آن، برابر عدد طلایی و نسبت اندازه طول به عرض برابر k است. k جواب کدام معادله زیر است؟

$$x^4 + 3x^2 - 1 = 0 \quad (2)$$

$$x^4 - 3x^2 - 1 = 0 \quad (1)$$

$$x^4 - x^2 - 1 = 0 \quad (4)$$

$$x^4 - x^2 - 3 = 0 \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



مشاوره نسبت طلایی و مستطیل طلایی، جزء مباحثی از کتاب درسی است که عموماً به آن توجه خاصی نمی‌شود، اما یکی از سوالات کنکور سراسری تجربی ۱۴۰۲ مربوط به همین مفهوم بوده است.

درس نامه •• مستطیل طلایی

مستطیل طلایی، مستطیلی است که در آن، نسبت عرض + طول / طول برابر نسبت طول / عرض است، یعنی:

$$\frac{x+y}{x} = \frac{x}{y} \quad \text{عرض} = y \quad \text{طول} = x$$

برای به دست آوردن نسبت طلایی از تغییر متغیر $t = \frac{x}{y}$ کمک می‌گیریم:

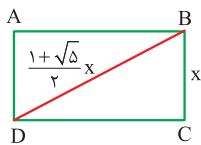
$$\frac{x+y}{x} = \frac{x}{y} \Rightarrow \frac{x}{x} + \frac{y}{x} = \frac{x}{y} \xrightarrow{\frac{x}{y}=t \Rightarrow \frac{y}{x}=\frac{1}{t}} 1 + \frac{1}{t} = t$$

$$\xrightarrow{\times t} t+1=t^2 \Rightarrow t^2-t-1=0 \xrightarrow{\text{ریشه‌ها}} \begin{cases} t = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \checkmark \\ t = \frac{1-\sqrt{5}}{2} \text{ غق ق چون منفی است.} \end{cases}$$

بنابراین نسبت طلایی برابر $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ است.

نکته عدد طلایی، ریشه مثبت معادله $x^2 - x - 1 = 0$ است.

پاسخ تشریحی گام اول: یک مستطیل رسم می‌کنیم و عرض آن را برابر x در نظر می‌گیریم. در این مستطیل نسبت اندازه قطر به عرض برابر عدد طلایی است؛ پس طول قطر این مستطیل برابر $\frac{1+\sqrt{5}}{2}x$ می‌شود:



گام دوم: حالا با استفاده از قاعده فیثاغورس در مثلث BCD، اندازه طول مستطیل را پیدا می‌کنیم:

$$BC^2 + CD^2 = BD^2 \Rightarrow x^2 + CD^2 = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}x\right)^2 \Rightarrow x^2 + CD^2 = \frac{6+2\sqrt{5}}{4}x^2$$

$$\Rightarrow x^2 + CD^2 = \frac{3+\sqrt{5}}{2}x^2 \Rightarrow CD^2 = \frac{3+\sqrt{5}}{2}x^2 - x^2 = \frac{1+\sqrt{5}}{2}x^2 \Rightarrow CD = \sqrt{\frac{1+\sqrt{5}}{2}}x$$

$$k = \frac{CD}{BC} = \frac{\sqrt{\frac{1+\sqrt{5}}{2}}x}{x} = \sqrt{\frac{1+\sqrt{5}}{2}}$$

گام سوم: نسبت اندازه طول به عرض این مستطیل برابر است با:

گام چهارم: حالا داریم:

$$k = \sqrt{\frac{1+\sqrt{5}}{2}} \Rightarrow k^2 = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \Rightarrow k^4 = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^2 = \frac{1+5+2\sqrt{5}}{4} = \frac{6+2\sqrt{5}}{4} = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$$

$$k^4 - k^2 = \frac{3+\sqrt{5}}{2} - \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1 \Rightarrow k^4 - k^2 - 1 = 0$$

پس:

بنابراین k ریشه معادله $x^4 - x^2 - 1 = 0$ می‌شود.



تست و پاسخ ۴

از برخورد خطوط $y + 2x = 4$ و $2y + ax = 8$ با یکدیگر و با محورهای مختصات، یک مثلث قائم‌الزاویه پدید می‌آید. اندازه بزرگ‌ترین میانه این مثلث چه قدر است؟

$$\sqrt{185} \quad (4)$$

$$5\sqrt{3} \quad (3)$$

$$8 \quad (2)$$

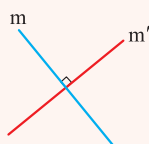
$$\sqrt{65} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۴

خود حل کنی بهتره کافی است به این نکته توجه کنید که دو خط $y + 2x = 4$ و $2y + ax = 8$ باید بر هم عمود باشند.

درس نامه

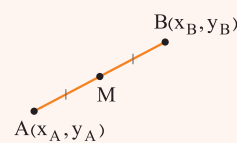
(۱) شیب دو خط عمود بر هم، قرینه و معکوس یکدیگر است:



$$\Rightarrow m' = -\frac{1}{m}$$

$$mm' = -1$$

به عبارت دیگر، حاصل ضرب شیب دو خط عمود بر هم، -۱ می‌شود:

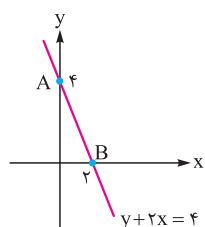


$$M\left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}\right)$$

(۲) مختصات نقطه وسط پاره‌خط AB به صورت زیر محاسبه می‌شود:

(۳) طول پاره‌خط AB برابر است با:

$$AB = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}$$

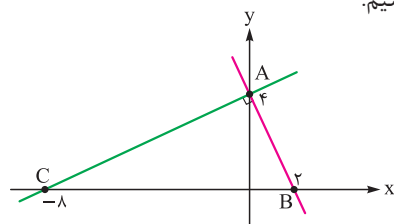


پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا خط $y + 2x = 4$ را رسم می‌کنیم:

گام دوم: عرض از مبدأ خط $2y + ax = 8$ برابر ۴ است، پس دو خط $y + 2x = 4$ و $2y + ax = 8$ در نقطه A متقاطع می‌شوند. حالا برای این که مثلث حاصل از برخورد دو خط $y + 2x = 4$ و $2y + ax = 8$ با یکدیگر و با محورهای مختصات، قائمه باشد، باید دو خط $y + 2x = 4$ و $2y + ax = 8$ در نقطه A بر هم عمود باشند:

$$\begin{cases} y + 2x = 4 \Rightarrow y = \underset{\substack{\text{شیب} \\ \downarrow}}{-2}x + 4 \\ 2y + ax = 8 \Rightarrow y = \underset{\substack{\text{شیب} \\ \downarrow}}{-\frac{a}{2}}x + 4 \end{cases} \Rightarrow \cancel{2} \times \left(\frac{-a}{2}\right) = \cancel{1} \Rightarrow -a = 1 \Rightarrow a = -1$$

گام سوم: بنابراین خط $2y + ax = 8$ به صورت $2y - x = 8$ می‌شود. این خط را هم رسم می‌کنیم:



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام چهارم: حالا طول اضلاع این مثلث را محاسبه می‌کنیم:

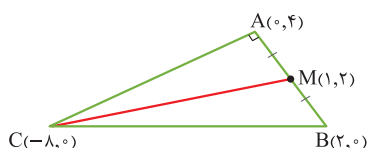
$$\left. \begin{matrix} A(0, 4) \\ B(2, 0) \end{matrix} \right\} \Rightarrow AB = \sqrt{(0-2)^2 + (4-0)^2} = \sqrt{4+16} = \sqrt{20}$$

$$\left. \begin{matrix} A(0, 4) \\ C(-8, 0) \end{matrix} \right\} \Rightarrow AC = \sqrt{(0-(-8))^2 + (4-0)^2} = \sqrt{64+16} = \sqrt{80}$$

$$\left. \begin{matrix} B(2, 0) \\ C(-8, 0) \end{matrix} \right\} \Rightarrow BC = \sqrt{(2-(-8))^2 + (0-0)^2} = \sqrt{100+0} = 10$$

نکته بزرگ‌ترین میانه به کوچک‌ترین ضلع وارد می‌شود.

گام پنجم: طول بزرگ‌ترین میانه مثلث ABC را می‌خواهیم. حالا طبق نکته بالا، چون AB کوچک‌ترین ضلع است، باید طول میانه وارد بر آن را محاسبه کنیم: (M وسط A و B است؛ پس مختصات آن را با کمک مورد (2) درس‌نامه محاسبه می‌کنیم).



$$\Rightarrow CM = \sqrt{(-8-1)^2 + (0-2)^2} = \sqrt{81+4} = \sqrt{85}$$

تست و پاسخ ۵

مساحت محدود به نمودار دو تابع $f(x) = |x+2| + |x|$ و $g(x) = 3 - |x+1|$ چه قدر است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲)
۱/۲۵ (۳) ۱/۵ (۴)

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره حتماً به رسم توابع قدر مطلق مسلط باشید، چون در سؤالات کنکور سر اسری بسیار رایج اند!

درس‌نامه •• تابع گلدانی

اگر دو قدر مطلق داشته باشیم به شرطی که بین دو قدر مطلق جمع باشد و ضرایب X های درون دو قدر مطلق با هم برابر (یا قرینه) باشند، یک تابع گلدانی داریم، فرم کلی ضابطه تابع گلدانی را به صورت $y = |x - \alpha| + |x - \beta|$ در نظر می‌گیریم.

برای رسم این تابع به ترتیب زیر عمل می‌کنیم:

الف) ریشه عبارت‌های درون دو قدر مطلق را پیدا می‌کنیم، فرض کنید این ریشه‌ها $x = \alpha$ و $x = \beta$ باشند به طوری که $\alpha > \beta$ است.

ب) مقدار تابع در $x = \alpha$ و $x = \beta$ را به دست می‌آوریم تا دو نقطه از نمودار مشخص شوند.

پ) این دو نقطه را به هم وصل می‌کنیم و سپس، سمت راست $x = \alpha$ ، خطی با شیب ۲ و سمت چپ $x = \beta$ ، خطی با شیب -۲ رسم می‌کنیم.

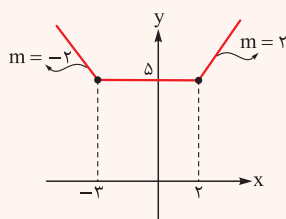
برای مثال برای رسم $f(x) = |x - 2| + |x + 3|$ داریم:

ریشه‌های عبارت‌های درون قدر مطلق $x = 2$ و $x = -3$ هستند.

$$f(2) = 5, f(-3) = 5$$

مقدار تابع در این دو نقطه را حساب می‌کنیم:

حالا نمودار f به شکل مقابل می‌شود:

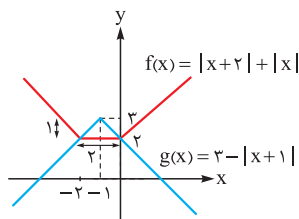




پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

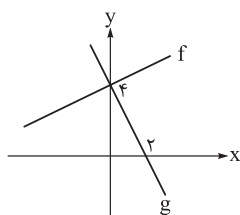
پاسخ تشریحی گام اول: نمودار دو تابع f و g را رسم می‌کنیم: f تابعی گلدانی است که نحوه رسم آن را در درس‌نامه توضیح دادیم. g هم تابعی قدرمطلق است که رأس آن نقطه $(-1, 3)$ است و از دو نقطه $(0, 2)$ و $(-2, 2)$ نیز می‌گذرد.



گام دوم: حالا با توجه به شکل بالا، واضح است که ناحیه محدود به دو نمودار f و g ، مثلثی با قاعده ۲ و ارتفاع ۱ است که مساحت آن برابر $\frac{2 \times 1}{2} = 1$ می‌شود.

تست و پاسخ ۶

نمودار توابع f و g به صورت مقابل است. اگر تابع $h(x) = \frac{f-g^{-1}}{g+f^{-1}}(x)$ خطی و غیر ثابت باشد، مقدار $h^{-1}(4)$ کدام است؟



(۲) -۱۹

(۱) -۱۶

(۴) -۱۷

(۳) -۱۸

پاسخ: گزینه ۳

درس‌نامه

- ضابطه تابع خطی به صورت $f(x) = ax + b$ است که اگر $a = 0$ باشد، f تابع ثابت شده و اگر $a \neq 0$ باشد، f تابع خطی غیر ثابت می‌شود.
- اگر عرض از مبدأ تابع خطی f برابر b باشد، ضابطه f به صورت $f(x) = ax + b$ می‌شود که در آن a شیب f است.
- برای به دست آوردن ضابطه وارون یک تابع (مثلاً $f(x)$) به ترتیب زیر عمل می‌کنیم:
 - الف) به جای $f(x)$ قرار می‌دهیم، y .
 - ب) جای x و y را عوض می‌کنیم.
 - پ) y را تنها می‌کنیم.
 - ت) به جای y قرار می‌دهیم، $f^{-1}(x)$.

پاسخ تشریحی گام اول: با توجه به نمودار رسم شده در صورت سؤال، f و g توابعی خطی با عرض از مبدأ ۴ هستند؛ پس ضابطه آن‌ها به صورت زیر می‌شود:

$$f(x) = ax + 4$$

$$g(x) = a'x + 4$$

گام دوم: از طرفی $g(x)$ از نقطه $(2, 0)$ می‌گذرد؛ پس: $0 = 2a' + 4 \Rightarrow 2a' = -4 \Rightarrow a' = -2$ بنابراین $g(x) = -2x + 4$ می‌شود.

گام سوم: ضابطه وارون f و g را به دست می‌آوریم:

$$f(x) = ax + 4 \Rightarrow y = ax + 4 \xrightarrow{\text{عوض } y \text{ و } x} x = ay + 4 \Rightarrow ay = x - 4$$

$$\Rightarrow y = \frac{x}{a} - \frac{4}{a} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x}{a} - \frac{4}{a}$$

$$g(x) = -2x + 4 \Rightarrow y = -2x + 4 \xrightarrow{\text{عوض } y \text{ و } x} x = -2y + 4 \Rightarrow 2y = -x + 4$$

$$\Rightarrow y = -\frac{1}{2}x + 2 \Rightarrow g^{-1}(x) = -\frac{1}{2}x + 2$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام چهارم: حالا ضابطه h را می نویسیم:

$$h(x) = \left(\frac{f - g^{-1}}{g + f^{-1}} \right)(x) = \frac{f(x) - g^{-1}(x)}{g(x) + f^{-1}(x)} = \frac{ax + 4 - (-\frac{1}{a}x + 2)}{-2x + 4 + (\frac{x}{a} - \frac{4}{a})} = \frac{ax + 4 + \frac{1}{a}x - 2}{-2x + 4 + \frac{1}{a}x - \frac{4}{a}} = \frac{(a + \frac{1}{a})x + 2}{(-2 + \frac{1}{a})x + 4 - \frac{4}{a}}$$

گام پنجم: برای این که h تابعی خطی باشد، نباید در مخرج آن عبارت x داشته باشیم؛ پس ضریب x مخرج، یعنی $-2 + \frac{1}{a}$ باید برابر صفر باشد:

$$-2 + \frac{1}{a} = 0 \Rightarrow \frac{1}{a} = +2 \xrightarrow{\text{معکوس}} a = +\frac{1}{2}$$

گام ششم: با جای گذاری $a = +\frac{1}{2}$ در ضابطه h داریم:

$$h(x) = \frac{(a + \frac{1}{a})x + 2}{(-2 + \frac{1}{a})x + 4 - \frac{4}{a}} = \frac{(\frac{1}{2} + \frac{1}{\frac{1}{2}})x + 2}{(-2 + 2)x + 4 - \frac{4}{\frac{1}{2}}} = \frac{x + 2}{-4}$$

نکته برای محاسبه $f^{-1}(a)$ ، کافی است معادله $f(x) = a$ را حل کنیم.

گام هفتم: در آخر مقدار $h^{-1}(4)$ را می خواهیم؛ پس طبق نکته بالا کافی است معادله $h(x) = 4$ را حل کنیم:

$$h(x) = \frac{x + 2}{-4} = 4 \Rightarrow x + 2 = -16 \Rightarrow x = -18 \Rightarrow h^{-1}(4) = -18$$

تست و پاسخ ۷

اگر $f(x) = x + [2x]$ و $g(x) = f([x + f(x)])$ باشد، حاصل $\text{gof}(\frac{-7}{3})$ کدام است؟

-۶۳ (۴)

-۵۶ (۳)

-۹۰ (۲)

-۴۸ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره این سؤال دقیقاً شبیه یکی از سؤالای کنکور همین امساله! روش حلشو خوب یاد بگیرین!

خودت حل کنی بهتره اول مقدار $f(\frac{-7}{3})$ را محاسبه کنید و بعد آن را درون g قرار دهید تا جواب حاصل شود.

پاسخ تشریحی روش اول: گام اول: اول مقدار $f(\frac{-7}{3})$ را محاسبه می کنیم:

$$f(x) = x + [2x] = -\frac{7}{3} + \left[-\frac{14}{3} \right] = -\frac{7}{3} - 5 = -\frac{22}{3}$$

گام دوم: $f(\frac{-7}{3}) = -\frac{22}{3}$ است؛ پس $\text{gof}(\frac{-7}{3}) = g(f(\frac{-7}{3})) = g(-\frac{22}{3})$ می شود. حالا کافی است مقدار $g(-\frac{22}{3})$ را محاسبه کنیم:

$$g(x) = f([x + f(x)]) \Rightarrow g(-\frac{22}{3}) = f\left(\left[-\frac{22}{3} + f\left(-\frac{22}{3}\right)\right]\right) \quad (*)$$

گام سوم: باید مقدار $f(-\frac{22}{3})$ را به دست آوریم:

$$f(x) = x + [2x] \Rightarrow f(-\frac{22}{3}) = -\frac{22}{3} + \left[-\frac{44}{3} \right] = -\frac{22}{3} - 15 = -\frac{67}{3}$$

گام چهارم: با جای گذاری $f(-\frac{22}{3}) = -\frac{67}{3}$ در $(*)$ داریم:

$$g(-\frac{22}{3}) = f\left(\left[-\frac{22}{3} - \frac{67}{3}\right]\right) = f(-30)$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

گام پنجم: در آخر باید مقدار $f(-30)$ را به دست آوریم:

$$f(x) = x + [2x] = -30 + [-60] = -90$$

$$f(x) = x + [2x] \Rightarrow x + f(x) = 2x + [2x]$$

روش دوم: گام اول: ضابطه g را ساده تر می کنیم:

$$\Rightarrow [x + f(x)] = [2x + [2x]]$$

نکته اگر $a \in \mathbb{Z}$ باشد، $[x + a] = [x] + a$ می شود، یعنی می توانیم اعداد یا عبارات با مقدار صحیح را از براکت بیرون بیاوریم.

گام دوم: $[2x]$ صحیح است؛ پس طبق نکته بالا از براکت بیرون می آید:

$$[x + f(x)] = [2x + \overbrace{[2x]}^{\text{میان بیرون}}] = [2x] + [2x] \Rightarrow [x + f(x)] = 2[2x] \Rightarrow f([x + f(x)]) = f(2[2x]) \quad (*)$$

نکته اگر $a \in \mathbb{Z}$ باشد، $[a] = a$ می شود.

گام سوم: از طرفی:

$$f(x) = x + [2x] \Rightarrow f(2[2x]) = 2[2x] + \overbrace{[4[2x]]}^{\text{عدد صحیح}} \stackrel{\text{طبق نکته بالا}}{=} 2[2x] + 4[2x] = 6[2x]$$

$$\underbrace{f([x + f(x)])}_{g(x)} = 6[2x] \Rightarrow g(x) = 6[2x]$$

گام چهارم: حالا با جای گذاری $f(2[2x]) = 6[2x]$ در (*) داریم:

گام پنجم: در روش اول دیدیم $g(f(-\frac{7}{3})) = g(-\frac{22}{3})$ می شود؛ پس:

$$g(f(-\frac{7}{3})) = g(-\frac{22}{3}) \stackrel{g(x)=6[2x]}{=} 6[-\frac{44}{3}] = 6 \times (-15) = -90$$

تست و پاسخ ۸

تابع $f(x) = \frac{3x-1}{x+2}$ مفروض است. خط $y = x+2$ نمودار وارون تابع $y = f(x)$ را در دو نقطه به طول های α و β قطع می کند. حاصل

$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ کدام است؟

$$\frac{1}{6} \quad (4)$$

$$\frac{-1}{6} \quad (3)$$

$$\frac{-1}{5} \quad (2)$$

$$\frac{1}{5} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۱

درس نامه •• ضابطه وارون تابع هموگرافیک $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ ، به صورت $f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a}$ است.

$$f^{-1}(x) = \frac{-2x-1}{x-3}$$

پاسخ تشریحی گام اول: طبق درس نامه، ضابطه $f^{-1}(x)$ برابر می شود با:

گام دوم: با توجه به این که این دو نمودار همدیگر را در نقاط α و β قطع کرده اند، سپس معادلات آن ها را برابر قرار می دهیم:

$$\frac{-2x-1}{x-3} = x+2 \Rightarrow -2x-1 = x^2-x-6 \Rightarrow x^2+x-5=0 \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{مجموع ریشه ها: } \alpha + \beta = \frac{-b}{a} = -1 \\ \text{ضرب ریشه ها: } \alpha\beta = \frac{c}{a} = -5 \end{array} \right.$$

گام سوم: سؤال $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ را می خواهد. داریم:

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} \stackrel{\text{مخرج مشترک}}{=} \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{-1}{-5} = \frac{1}{5}$$

نکته اگر α و β ریشه های معادله درجه دوم $Ax^2 + Bx + C = 0$ باشند، داریم:

$$\alpha + \beta = -\frac{B}{A}, \quad \alpha\beta = \frac{C}{A}$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۹

تابع $f(x) = 2a + 1 + \sqrt{3a - x}$ مفروض است. اگر $x = \alpha$ تنها جواب معادله $f \circ f^{-1}(x) = f^{-1} \circ f(x)$ باشد، مقدار $f^{-1}(a + \alpha + 1)$ کدام است؟

-۳ (۴)

-۱ (۳)

-۲ (۲)

-۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

درس نامه •• برای ترکیب تابع f با f^{-1} ، داریم:

$$f(f^{-1}(x)) = x, \quad D_{f \circ f^{-1}} = R_f$$

$$f^{-1}(f(x)) = x, \quad D_{f^{-1} \circ f} = D_f$$

پاسخ تشریحی گام اول: اول دامنه و برد f را به دست می آوریم:

$$f(x) = 2a + 1 + \sqrt{3a - x} \xrightarrow{\text{دامنه}} 3a - x \geq 0 \Rightarrow x \leq 3a \Rightarrow D_f = (-\infty, 3a]$$

$$f(x) = 2a + 1 + \sqrt{3a - x} \xrightarrow{\text{برد}} R_f = [2a + 1, +\infty)$$

گام دوم: همان طور که در درس نامه دیدیم، ضابطه $f \circ f^{-1}(x)$ و $f^{-1} \circ f(x)$ برابر x است؛ پس این دو تابع، در همه نقاطی که تعریف می شوند با هم برابر هستند. حالا چون معادله $f \circ f^{-1}(x) = f^{-1} \circ f(x)$ فقط یک ریشه دارد؛ پس نقاط دامنه این دو تابع هم باید فقط ۱ اشتراک داشته باشند که این اتفاق زمانی رخ می دهد که $3a = 2a + 1$ باشد.

گام سوم: به ازای $a = 1$ ، دامنه دو تابع $f \circ f^{-1}$ و $f^{-1} \circ f$ به صورت $[-\infty, 3]$ و $[3, +\infty)$ می شود که تنها نقطه مشترک آن ها $x = 3$ است؛ پس $\alpha = 3$ می شود.

گام چهارم: مقدار a به دست آمده را در تابع f جای گذاری می کنیم:

گام پنجم: حاصل $f^{-1}(a + \alpha + 1) = f^{-1}(1 + 3 + 1) = f^{-1}(5)$ از خاصیت $f^{-1}(\beta) = x \Leftrightarrow f(x) = \beta$ استفاده می کنیم:

$$f^{-1}(5) = x \Rightarrow f(x) = 5 = 3 + \sqrt{3 - x} \Rightarrow \sqrt{3 - x} = 2 \Rightarrow 3 - x = 4 \Rightarrow x = -1$$

پس $f^{-1}(5) = -1$ می شود.

تست و پاسخ ۱۰

تابع $f(x) = \log(x + 3)$ و $g(x) = x - 1 + \sqrt{x + 7}$ مفروض اند. نمودار تابع $y = g^{-1} \circ f^{-1}(x)$ محور y ها را در نقطه ای با کدام عرض قطع می کند؟

-۴ (۴)

-۳ (۳)

-۲ (۲)

-۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

خودت حل کنی بهتره! کافیه مقدار $g^{-1}(f^{-1}(0))$ را محاسبه کنی!

نکته نمودار تابع $y = f(x)$ ، محور y ها را در نقطه ای به عرض $f(0)$ قطع می کند.

پاسخ تشریحی گام اول: طبق نکته، نمودار تابع $y = g^{-1}(f^{-1}(x))$ ، محور y ها را در نقطه ای به عرض $g^{-1}(f^{-1}(0))$ قطع می کند؛ پس کافی است مقدار $g^{-1}(f^{-1}(0))$ را محاسبه کنیم.

نکته اگر $\log_b a = c$ باشد، $a = b^c$ می شود.

گام دوم: برای محاسبه $f^{-1}(0)$ ، باید معادله $f(x) = 0$ را حل کنیم:

$$f(x) = 0 \Rightarrow \log(x + 3) = 0 \Rightarrow x + 3 = 10^0 = 1 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow f^{-1}(0) = -2 \Rightarrow g^{-1}(f^{-1}(0)) = g^{-1}(-2)$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

$$g(x) = -2 \Rightarrow x - 1 + \sqrt{x+7} = -2$$

گام سوم: حالا باید مقدار $g^{-1}(-2)$ را محاسبه کنیم:

برای حل این معادله می‌توانیم از گزینه‌ها کمک بگیریم که با امتحان کردن $x = -3$ قابل قبول است، اما راه تشریحی حل معادله به صورت زیر است:

$$x - 1 + \sqrt{x+7} = -2 \Rightarrow \underbrace{x+1}_{(*)} = -\sqrt{x+7} \xrightarrow{\text{توان } 2} x^2 + 2x + 1 = x + 7 \Rightarrow x^2 + x - 6 = 0$$

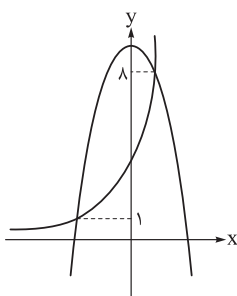
$$\Rightarrow (x+3)(x-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -3 \checkmark \\ x = 2 \end{cases}$$

غ ق چون در $(*)$ صدق نمی‌کند.

بنابراین جواب برابر -3 می‌شود.

تست و پاسخ ۱۱

در شکل زیر، نمودار توابع $f(x) = 2^{x+2}$ و $g(x) = ax^2 + b$ رسم شده است. عرض رأس سهمی g کدام است؟



$$\frac{35}{3} \quad (1)$$

$$\frac{25}{3} \quad (2)$$

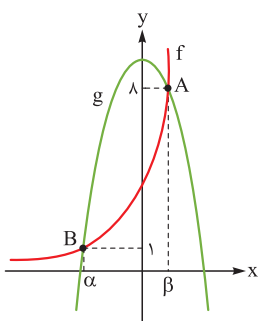
$$\frac{29}{3} \quad (3)$$

$$\frac{31}{3} \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۴

خودت حل کنی بهتره با توجه به این که عرض نقاط تقاطع و ضابطه تابع f داریم، می‌توانیم طول نقاط تقاطع را هم به دست آوریم که در این صورت ضابطه g به سادگی محاسبه می‌شود.

پاسخ تشریحی گام اول: تابع f از دو نقطه A و B می‌گذرد؛ پس:



$$f(x) = 2^{x+2} \begin{cases} B(\alpha, 1) \Rightarrow 1 = 2^{\alpha+2} \Rightarrow 2^0 = 2^{\alpha+2} \Rightarrow \alpha = -2 \\ A(\beta, 8) \Rightarrow 8 = 2^{\beta+2} \Rightarrow 2^3 = 2^{\beta+2} \Rightarrow \beta = 1 \end{cases}$$

گام دوم: حالا با توجه به این که f از دو نقطه $A(1, 8)$ و $B(-2, 1)$ می‌گذرد، داریم:

$$g(x) = ax^2 + b \begin{cases} A(1, 8) \Rightarrow 8 = a + b \\ B(-2, 1) \Rightarrow 1 = 4a + b \end{cases} \xrightarrow{\text{حل دستگاه}} a = -\frac{7}{3}, b = \frac{31}{3} \Rightarrow g(x) = -\frac{7}{3}x^2 + \frac{31}{3}$$

گام سوم: در این سهمی طول رأس برابر $-\frac{B}{2A} = -\frac{31}{2 \times (-\frac{7}{3})} = \frac{31}{14}$ است؛ پس عرض رأس سهمی برابر است با:

$$g(x) = -\frac{7}{3}x^2 + \frac{31}{3} \xrightarrow{\text{طول رأس صفر}} y = \frac{31}{3}$$

تست و پاسخ ۱۲

اگر $4^{\log_{27} x} = \sqrt{125}$ باشد، مقدار $\log_x 9$ کدام است؟

$$\frac{-8}{9} \quad (4)$$

$$\frac{-4}{9} \quad (3)$$

$$\frac{-8}{27} \quad (2)$$

$$\frac{-4}{27} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



مشاوره حل معادلات نمایی و لگاریتمی، جزء مباحث پرتکرار در کنکور سراسری است.

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا دقت کنید که $\frac{1}{8} = 2^{-3}$ است؛ پس:

$$\sqrt{\frac{1}{125}} = \sqrt{2^{-3}} = 2^{-\frac{3}{2}}$$

گام دوم: حالا با جای گذاری در معادله $\sqrt{\frac{1}{125}} = 4^{\log_{27} x}$ ، داریم:

$$2^{-\frac{3}{2}} = 4^{\log_{27} x} \Rightarrow 2^{-\frac{3}{2}} = (2^2)^{\log_{27} x} = 2^{2 \log_{27} x}$$

پایه‌ها برابرند؛ پس توان‌ها هم برابر می‌شوند.

$$-\frac{3}{2} = 2 \log_{27} x \Rightarrow \log_{27} x = -\frac{3}{4}$$

گام سوم: از طرفی می‌دانیم اگر $\log_b a = c$ باشد، $a = b^c$ می‌شود؛ پس:

$$\log_{27} x = -\frac{3}{4} \Rightarrow x = 27^{-\frac{3}{4}} = (3^3)^{-\frac{3}{4}} = 3^{-\frac{9}{4}}$$

$$\log_{b^n} a^m = \frac{m}{n} \log_b a$$

نکته

گام چهارم: در آخر با جای گذاری $3^{-\frac{9}{4}}$ به جای x در $\log_x 9$ ، مقدار آن را محاسبه می‌کنیم:

$$\log_{3^{-\frac{9}{4}}} 9 = \log_{3^{-\frac{9}{4}}} 3^2 = \frac{2}{-\frac{9}{4}} \log_3 3 = -\frac{8}{9}$$

تست و پاسخ ۱۳

خط $y = 2x - 1$ ، نمودار تابع $y = 2 + \log_3(3^x - 6)$ را در دو نقطه با طول‌های α و β قطع می‌کند. حاصل $[\alpha + \beta]$ کدام است؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی گام اول: برای به دست آوردن طول نقاط تلاقی دو تابع $y = 2x - 1$ و $y = 2 + \log_3(3^x - 6)$ ، کافی است ضابطه آن‌ها را با هم برابر قرار دهیم:

$$2 + \log_3(3^x - 6) = 2x - 1 \Rightarrow \log_{\frac{3}{B}} \left(\overset{A}{3^x - 6} \right) = \overset{C}{2x - 3}$$

$$\log_B A = C \Rightarrow A = B^C \rightarrow 3^x - 6 = 3^{2x-3} (*)$$

گام دوم: 3^{2x-3} را ساده‌تر می‌کنیم:

$$3^{2x-3} = \frac{3^{2x}}{3^3} = \frac{(3^x)^2}{27}$$

$$3^x - 6 = \frac{(3^x)^2}{27}$$

گام سوم: با جای گذاری در (*) داریم:

گام چهارم: از تغییر متغیر $3^x = t$ کمک می‌گیریم:

$$\Rightarrow t - 6 = \frac{t^2}{27} \Rightarrow 27t - 162 = t^2 \Rightarrow t^2 - 27t + 162 = 0 \Rightarrow (t-9)(t-18) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t=9 \\ t=18 \end{cases}$$

نکته اگر $a^b = c$ باشد، $b = \log_a c$ می‌شود.

گام پنجم: به جای t قرار می‌دهیم 3^x : (مقادیر x همان ریشه‌های معادله اولیه، یعنی α و β هستند.)

$$\begin{cases} 3^x = 9 = 3^2 \Rightarrow x = 2 = \alpha \\ \frac{3^x}{3} = \frac{18}{3} \xrightarrow{\text{طبق نکته}} x = \log_3 18 = \beta \end{cases}$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

گام ششم: در آخر باید مقدار $[\alpha + \beta]$ را محاسبه کنیم. دقت کنید که:

$$\underbrace{\log_3 9}_{2} < \log_3 18 < \underbrace{\log_3 27}_{3} \Rightarrow 2 < \underbrace{\log_3 18}_{\text{مثلاً } 2/6} < 3$$

$$[\alpha + \beta] = [2 + \log_3 18] = [2 + 2/6] = [4/6] = 4$$

پس:

تست و پاسخ ۱۴

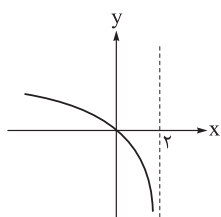
نمودار وارون تابع $f(x) = a - 2^{x+b}$ به صورت مقابل است. مقدار $f^{-1}(-14)$ کدام است؟

۲ (۱)

۳ (۲)

۴ (۳)

۵ (۴)



پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی گام اول: اول ضابطه وارون f را به دست می آوریم:

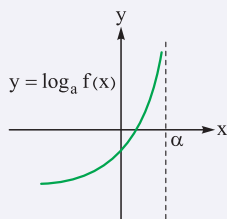
$$f(x) = a - 2^{x+b} \Rightarrow y = a - 2^{x+b} \xrightarrow{\text{عوض } y \text{ و } x} x = a - 2^{y+b}$$

$$\Rightarrow \underbrace{2^{y+b}}_B = \underbrace{a-x}_C \xrightarrow{B^A=C \Rightarrow A=\log_B C} y+b = \log_2(a-x)$$

$$\Rightarrow y = (\log_2(a-x)) - b \Rightarrow f^{-1}(x) = (\log_2(a-x)) - b$$

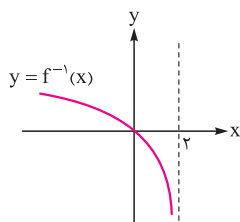
نکته در توابع لگاریتمی به شکل $y = \log_a f(x)$ ، مجانب‌های قائم (همان خط‌چین‌های عمودی)، ریشه‌های معادله $f(x)$ هستند،

برای مثال:



$$\Rightarrow f(\alpha) = 0$$

گام دوم: طبق گفته سؤال، نمودار تابع f^{-1} به شکل زیر است که $x=2$ مجانب قائم آن است؛ پس $x=2$ ریشه $a-x$ می‌شود:



$$f^{-1}(x) = (\log_2(a-x)) - b \xrightarrow{\text{مجان‌های قائم، ریشه عبارت}} a-x=0 \xrightarrow{x=2} a-2=0$$

جلوی لگاریتم یعنی ریشه هستند.

$$\Rightarrow a=2$$

گام سوم: به علاوه، نمودار f^{-1} از مبدأ مختصات می‌گذرد؛ پس:

$$f^{-1}(x) = (\log_2(2-x)) - b \xrightarrow{(0,0)} 0 = (\log_2(2-0)) - b \Rightarrow \log_2 2 = b \Rightarrow b=1$$

$$f^{-1}(-14) = \log_2(16) - 1 = 4 - 1 = 3$$

گام چهارم: بنابراین $f^{-1} = \log_2(2-x) - 1$ می‌شود؛ پس:

تست و پاسخ ۱۵

یک نوع عنصر، در هر سال، ۱۲ درصد از جرم خود را از دست می‌دهد. پس از ۱۱ سال چند درصد از جرم آن باقی می‌ماند؟ ($\log 11 = 1/0.4$, $\log 55 = 1/74$)

۲۲ درصد (۴)

۱۸ درصد (۳)

۲۴ درصد (۲)

۲۸ درصد (۱)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



مشاوره مسائل نیمه عمر، جزء مباحث مفهومی فصل لگاریتم است که در کنکور نظام جدید، چند بار از آن سؤال مطرح شده است.

درس نامه ●● اگر جرم اولیه یک عنصر a باشد و جرم آن پس از گذشت هر سال k برابر شود، مقدار باقی مانده عنصر پس از t سال برابر است با:

$$f(t) = a \times k^t$$

پاسخ تشریحی گام اول: این عنصر، در هر سال ۱۲ درصد از جرم خود را از دست می‌دهد، یعنی اگر در یک سال جرم آن X باشد، جرم آن در سال بعد برابر $X - \frac{12}{100}X = \frac{88}{100}X$ ، یعنی $\frac{88}{100}$ برابر می‌شود؛ پس می‌توانیم بگوییم پس از گذشت ۱۱ سال، جرم آن $(\frac{88}{100})^{11}$ برابر می‌شود.

نکته اگر $A = B$ باشد، $\log A = \log B$ می‌شود.

گام دوم: حالا برای پیدا کردن مقدار $(\frac{88}{100})^{11}$ به این صورت عمل می‌کنیم: فرض کنید $(\frac{88}{100})^{11} = n$ باشد. از طرفین در مبنای ۱۰ لگاریتم می‌گیریم:

$$\begin{aligned} (\frac{88}{100})^{11} = n &\Rightarrow \log \left(\frac{88}{100} \right)^{11} = \log n \\ \xrightarrow{\log a^m = m \log a} 11 \log \frac{88}{100} &= \log n \xrightarrow{\log \frac{a}{b} = \log a - \log b} 11(\log 88 - \log 100) = \log n \\ \Rightarrow 11(\log 88 - 2) = \log n &\xrightarrow{\log ab = \log a + \log b} 11(\log 8 + \log 11 - 2) = \log n \\ \Rightarrow 11(3 \log 2 + 1/0.4 - 2) = \log n & \quad (*) \end{aligned}$$

گام سوم: برای محاسبه $\log 2$ از $\log 55$ کمک می‌گیریم:

$$\log 55 = 1/74 \Rightarrow \log 5 + \log 11 = 1/74 \Rightarrow \log 5 = 0/7$$

$$\log 5 + \log 2 = 1$$

نکته

با توجه به نکته داریم:

$$\log 5 + \log 2 = 1 \Rightarrow \log 2 = 0/3$$

گام چهارم: به جای $\log 2$ در $(*)$ ، $0/3$ قرار می‌دهیم:

$$11(3 \times 0/3 + 1/0.4 - 2) = \log n \Rightarrow \frac{-0/66}{-0/06} = \log n \quad (**)$$

از طرفی:

$$\log 22 = \log 2 + \log 11 = 0/3 + 1/0.4 = 1/34$$

پس:

$$\log \frac{22}{100} = \log 22 - \log 100 = 1/34 - 2 = -0/66$$

گام پنجم: به جای $-0/66$ در $(**)$ ، قرار می‌دهیم:

$$\log \frac{22}{100} = \log n \Rightarrow n = \frac{22}{100}$$

بنابراین $(\frac{88}{100})^{11} = n = \frac{22}{100}$ ، یعنی پس از ۱۱ سال، جرم ماده $\frac{22}{100}$ برابر شده؛ پس $\frac{22}{100}$ درصد از جرم آن باقی می‌ماند.

تست و پاسخ ۱۶

در دایره مثلثاتی شکل مقابل، محیط ناحیه رنگی تقریباً چه قدر است؟

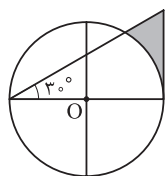
$$2/7 (2)$$

$$2/4 (1)$$

$$1/4 (4)$$

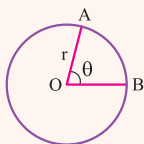
$$1/6 (3)$$

پاسخ: گزینه ۲



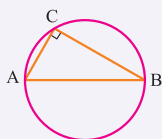


درس نامه در دایره مقابل، طول کمان AB از رابطه زیر به دست می‌آید:



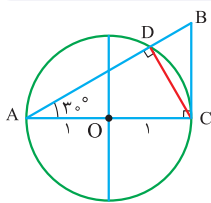
$$\widehat{AB} = \frac{\theta}{360} \times 2\pi r$$

نکته در هر دایره، زاویه روبه‌رو به قطر، قائمه است:



پاسخ تشریحی گام اول: از C به D یک خط رسم می‌کنیم. حالا طبق نکته، $\hat{ADC} = 90^\circ$ می‌شود (شعاع)

دایره مثلثاتی ۱ است، پس $AC = 2$ می‌شود:

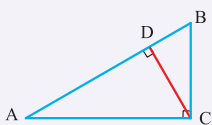


گام دوم: از طرفی در مثلث ABC داریم:

$$\tan \hat{A} = \frac{BC}{AC} \Rightarrow \tan 30^\circ = \frac{BC}{2} \Rightarrow BC = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$\cos \hat{A} = \frac{AC}{AB} \Rightarrow \cos 30^\circ = \frac{2}{AB} \Rightarrow AB = \frac{4}{\sqrt{3}}$$

نکته از هندسه دهم فصل تالس و تشابه می‌دانیم که اگر در مثلث قائم‌الزاویه، ارتفاع وارد بر وتر (یعنی CD) را رسم کنیم، داریم:

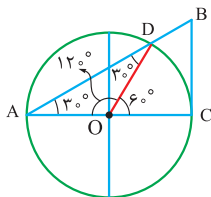


$$BD \cdot AB = BC^2$$

گام سوم: با توجه به نکته بالا داریم:

$$BD \cdot AB = BC^2 \Rightarrow BD \times \frac{4}{\sqrt{3}} = \left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2 \Rightarrow BD \times \frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{4}{3} \Rightarrow BD = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

گام چهارم: از طرفی اگر شعاع OD را رسم کنیم، $\hat{COD} = 60^\circ$ می‌شود؛ پس:



$$\widehat{CD} = \frac{\theta}{360} \times 2\pi r = \frac{60}{360} \times 2\pi = \frac{\pi}{3}$$

گام پنجم: بنابراین محیط قسمت رنگی برابر است با:

$$\widehat{CD} + BC + BD = \frac{\pi}{3} + \frac{2\sqrt{3}}{3} + \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{\pi}{3} + \sqrt{3} \quad \frac{\pi \approx 3, \sqrt{3} \approx 1.7}{\frac{3 + 1.7}{3} = 1.57} \quad 1 + 1.7 = 2.7$$

تست و پاسخ ۱۷

اگر انتهای کمان θ در ناحیه دوم دایره مثلثاتی و $\tan \theta = 5 + 6 \cot \theta$ باشد، حاصل $\frac{\cos^4 \theta}{\sin 2\theta}$ کدام است؟

$$\frac{-9}{52} \quad (4)$$

$$\frac{-27}{26} \quad (3)$$

$$\frac{-9}{26} \quad (2)$$

$$\frac{-27}{52} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



درس نامه •• برخی از روابط بین نسبت‌های مثلثاتی را در زیر ببینید:

• روابط اولیه : $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ $1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$ $1 + \cot^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}$

• روابط دوآلفایی : $\sin(2x) = 2 \sin x \cdot \cos x$ $\cos(2x) = \begin{cases} 2 \cos^2 x - 1 \\ 1 - 2 \sin^2 x \\ \cos^2 x - \sin^2 x \end{cases}$ $\tan(2x) = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}$

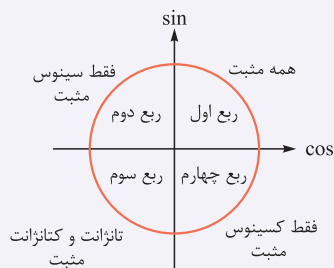
پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا دقت کنید که:

$$6 \tan \theta = 5 + 6 \cot \theta \xrightarrow{\cot \theta = \frac{1}{\tan \theta}} 6 \tan \theta = 5 + \frac{6}{\tan \theta}$$

گام دوم: از تغییر متغیر $\tan \theta = t$ کمک می‌گیریم:

$$6t = 5 + \frac{6}{t} \xrightarrow{\times t} 6t^2 = 5t + 6 \Rightarrow 6t^2 - 5t - 6 = 0 \xrightarrow{\Delta=169} \begin{cases} t = \frac{5+13}{12} = \frac{3}{2} \\ t = \frac{5-13}{12} = -\frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \tan \theta = \frac{3}{2} \\ \tan \theta = -\frac{2}{3} \end{cases}$$

نکته علامت نسبت‌های مثلثاتی در دایره مثلثاتی به شکل مقابل است:



حالا با توجه به این که θ در ناحیه دوم است و تانژانت در آن ناحیه منفی است، $\tan \theta = -\frac{2}{3}$ قابل قبول می‌شود.

گام سوم: سراغ خواسته مسئله می‌رویم:

$$\frac{\cos^4 \theta}{\sin(2\theta)} = \frac{\sin(2\theta) = 2 \sin \theta \cdot \cos \theta}{2 \sin \theta \cdot \cos \theta} = \frac{\cos^4 \theta}{2 \sin \theta \cdot \cos \theta} = \frac{\cos^3 \theta}{2 \sin \theta} = \frac{1}{2} \times \cos^2 \theta \times \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$$

از طرفی می‌دانیم $1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$ است؛ پس $\cos^2 \theta = \frac{1}{1 + \tan^2 \theta}$ می‌شود:

$$\frac{1}{2} \cos^2 \theta \times \frac{\cos \theta}{\sin \theta} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{1 + \tan^2 \theta} \times \cot \theta = \frac{1}{2} \times \frac{1}{1 + \tan^2 \theta} \times \frac{1}{\tan \theta}$$

گام چهارم: با جای گذاری $\tan \theta = -\frac{2}{3}$ ، جواب حاصل می‌شود:

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{1 + \left(-\frac{2}{3}\right)^2} \times \frac{1}{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{\frac{13}{9}} \times -\frac{3}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{9}{13} \times \left(-\frac{3}{2}\right) = -\frac{27}{52}$$

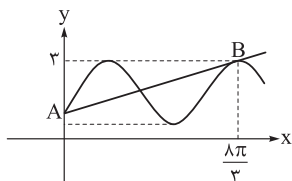


پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

تست و پاسخ ۱۸

قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a - \cos(x + b\pi)$ به صورت زیر است. شیب پاره خط AB برابر کدام است؟



$$\frac{9}{8\pi} \quad (2)$$

$$\frac{3}{8\pi} \quad (4)$$

$$\frac{9}{16\pi} \quad (1)$$

$$\frac{3}{4\pi} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۱

درس نامه در توابع مثلثاتی به شکل $y = A + B \sin(x + C)$ یا $y = A + B \cos(x + C)$ داریم:

$$A + |B| : \text{حداکثر مقدار تابع}$$

$$A - |B| : \text{حداقل مقدار تابع}$$

پاسخ تشریحی گام اول: با توجه به نمودار رسم شده، حداکثر مقدار تابع $y = a - \cos(x + b\pi)$ برابر ۳ است؛ پس:

$$A + |B| = 3 \Rightarrow a + |-1| = 3 \Rightarrow a = 2$$

گام دوم: حالا دقت کنید که مقدار تابع f وقتی برابر ۳ می شود که $\cos(x + b\pi) = -1$ باشد، چون:

$$f(x) = 3 \Rightarrow 2 - \cos(x + b\pi) = 3 \Rightarrow \cos(x + b\pi) = -1$$

گام سوم: از طرفی می دانیم مقدار کسینوس در قسمت مثبت محور x ها برای اولین بار در π و برای دومین بار در 3π برابر -1 می شود. حالا با توجه به نمودار تابع، B دومین نقطه ای است که مقدار کسینوس در آن -1 شده؛ پس مقدار $x + b\pi$ به ازای $x = \frac{\lambda\pi}{3}$ (طول نقطه B برابر $\frac{\lambda\pi}{3}$ است) برابر 3π می شود:

$$x + b\pi \xrightarrow{x = \frac{\lambda\pi}{3}} \frac{\lambda\pi}{3} + b\pi = 3\pi \Rightarrow b\pi = \frac{\pi}{3} \Rightarrow b = \frac{1}{3}$$

گام چهارم: حالا با توجه به این که $a = 2$ و $b = \frac{1}{3}$ است، $f(x) = 2 - \cos(x + \frac{\pi}{3})$ می شود. در نقطه A ، $x = 0$ است؛ پس:

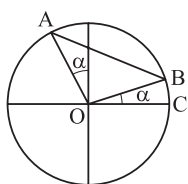
$$f(0) = 2 - \cos(\frac{\pi}{3}) = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \xrightarrow{\text{مختصات } A} A(0, \frac{3}{2})$$

بنابراین شیب خط AB برابر است با:

$$m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{3 - \frac{3}{2}}{\frac{\lambda\pi}{3} - 0} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{\lambda\pi}{3}} = \frac{9}{16\pi}$$

تست و پاسخ ۱۹

در دایره مثلثاتی شکل زیر، مساحت چهارضلعی $OABC$ برابر $\frac{18}{25}$ است. حاصل $\sin \frac{\alpha}{4} + \cos \frac{\alpha}{4}$ چه قدر است؟



$$1/2 \quad (1)$$

$$1/1 \quad (2)$$

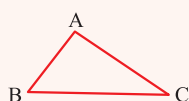
$$0/96 \quad (3)$$

$$0/84 \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۱

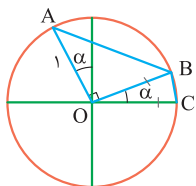
خودت حل کنی بهتره به این توجه کنید که مساحت چهارضلعی $OABC$ ، برابر مجموع مساحت دو مثلث AOB و BOC می شود.

درس نامه می توانیم مساحت مثلث را با کمک سینوس محاسبه کنیم:



$$S_{ABC} = \frac{AB \cdot AC \cdot \sin \hat{A}}{2}$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا دقت کنید که $\angle AOB = 90^\circ$ است؛ پس:

$$S_{AOB} = \frac{\overbrace{AO}^{\text{ارتفاع}} \cdot \overbrace{BO}^{\text{قاعده}}}{2} = \frac{1 \times 1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$S_{BOC} = \frac{BO \cdot CO \cdot \sin \alpha}{2} = \frac{\sin \alpha}{2}$$

گام دوم: مساحت مثلث BOC هم برابر است با:

گام سوم: حالا مساحت چهارضلعی OABC برابر می‌شود با:

$$S_{OABC} = S_{AOB} + S_{BOC} \Rightarrow \frac{1}{2} + \frac{\sin \alpha}{2} = \frac{18}{25} \Rightarrow \frac{1 + \sin \alpha}{2} = \frac{18}{25}$$

$$1 + \sin(2x) = (\sin x + \cos x)^2$$

نکته

گام چهارم: با توجه به نکته، با جای گذاری $\frac{\alpha}{2}$ به جای x در رابطه $1 + \sin(2x) = (\sin x + \cos x)^2$ به $1 + \sin \alpha = (\sin \frac{\alpha}{2} + \cos \frac{\alpha}{2})^2$ می‌رسیم؛ پس:

$$\frac{(\sin \frac{\alpha}{2} + \cos \frac{\alpha}{2})^2}{2} = \frac{18}{25} \Rightarrow (\sin \frac{\alpha}{2} + \cos \frac{\alpha}{2})^2 = \frac{36}{25}$$

$$\xrightarrow{\text{حاده } \alpha} \sin \frac{\alpha}{2} + \cos \frac{\alpha}{2} = \frac{6}{5} = 1/2$$

تست و پاسخ ۲۰

اگر $\sin(x + \frac{\pi}{3}) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ باشد، حاصل $3 \cos x + \sqrt{3} \sin x - 3 \sin(2x + \frac{\pi}{6})$ برابر کدام است؟

۴) صفر

۳) ۳

۲) ۲

۱) ۱

پاسخ: گزینه ۳

درس نامه •• فرمول نسبت‌های مثلثاتی مجموع و تفاضل دو کمان به صورت زیر است:

$$1) \sin(x \pm y) = \sin x \cdot \cos y \pm \cos x \cdot \sin y$$

$$2) \cos(x \pm y) = \cos x \cdot \cos y \mp \sin x \cdot \sin y$$

$$3) \tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \cdot \tan y}$$

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا فرض کنید $x + \frac{\pi}{3} = \alpha$ است؛ پس:

$$\sin(x + \frac{\pi}{3}) = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \sin(\alpha) = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{1}{3} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{2}{3}$$

$$\sin(\alpha - \frac{\pi}{2}) = -\cos(\alpha)$$

نکته

گام دوم: حالا دقت کنید که $2x + \frac{\pi}{6} = 2x + \frac{2\pi}{3} - \frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{6} = 2\alpha - \frac{\pi}{2}$ است؛ پس:

$$\frac{-4\pi + \pi}{6} = \frac{-3\pi}{6} = -\frac{\pi}{2}$$

$$\sin(2x + \frac{\pi}{6}) = \sin(2\alpha - \frac{\pi}{2}) \stackrel{\text{طبق نکته}}{=} -\cos(2\alpha) = -(\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) = \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha = \frac{1}{3} - \frac{2}{3} = -\frac{1}{3}$$

$$3 \cos x + \sqrt{3} \sin x - 3 \sin(2x + \frac{\pi}{6}) = 2\sqrt{3} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cos x + \frac{1}{2} \sin x \right) + 1$$

گام سوم: از طرفی:

$$= 2\sqrt{3} \left(\sin \frac{\pi}{3} \cdot \cos x + \cos \frac{\pi}{3} \cdot \sin x \right) + 1 = 2\sqrt{3} \sin \alpha + 1 = 2\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{3} + 1 = 3$$

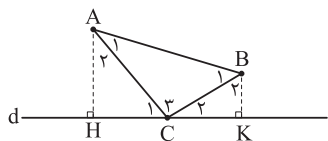
$\sin(x + \frac{\pi}{3})$



هندسه (۲): صفحه‌های ۹ تا ۶۷

تست و پاسخ ۲۱

مطابق شکل، دو نقطه ثابت A و B و خط d مفروض‌اند. نقطه C روی خط d طوری انتخاب شده است که محیط مثلث ABC کم‌ترین مقدار ممکن را داشته باشد. کدام گزینه لزوماً درست است؟



$$\hat{C}_1 = \hat{C}_2 \quad (2)$$

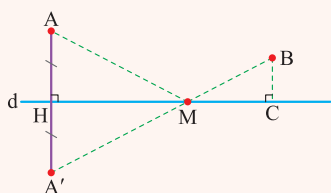
$$\hat{A}_1 = \hat{A}_2, \hat{B}_1 = \hat{B}_2 \quad (4)$$

$$\hat{C}_3 = 90^\circ \quad (1)$$

$$CH = CK \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۲

درس‌نامه

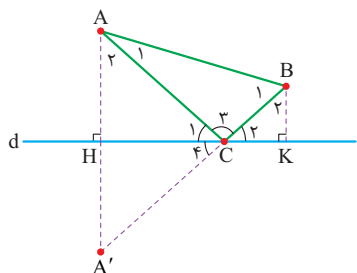


(۱) مسئله هرون: با توجه به شکل دو نقطه A و B در یک طرف خط d قرار دارند و هدف پیدا کردن نقطه M روی خط d است، به گونه‌ای که $AM + MB$ کم‌ترین مقدار باشد. برای این کار کافی است بازتاب نقطه A را نسبت به خط d به دست آورده و آن را A' بنامیم، سپس از A' به نقطه B وصل کرده و محل برخورد $A'B$ با خط d را M می‌نامیم. در این حالت $AM + MB$ کم‌ترین مقدار را دارد.

(۲) بازتاب یک تبدیل ایزومتري است (یعنی طول پاره‌خط را حفظ می‌کند).

پاسخ تشریحی

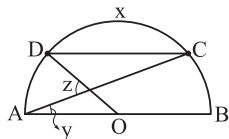
گام اول: از آنجا که A و B دو نقطه ثابت‌اند، طول AB هم مقداری ثابت است، پس کم‌ترین مقدار برای محیط مثلث ABC زمانی به دست می‌آید که $AC + BC$ کم‌ترین مقدار باشد؛ پس به سراغ مسئله هرون می‌رویم. کافی است بازتاب نقطه A را نسبت به خط d به دست آورده و آن را A' بنامیم، سپس از A' به نقطه B وصل کرده و محل برخورد $A'B$ با خط d را C بنامیم. اکنون $AC + BC$ کم‌ترین مقدار ممکن را دارد.



گام دوم: با توجه به ایزومتري بودن بازتاب، $CA = CA'$ ، پس مثلث CAA' متساوی‌الساقین است و CH که عمودمنصف قاعده است، نیمساز زاویه ACA' هم هست، یعنی $\hat{C}_1 = \hat{C}_4$ ؛ از طرفی \hat{C}_1 و \hat{C}_2 متقابل به رأس‌اند، پس $\hat{C}_1 = \hat{C}_2$ ، در نتیجه $\hat{C}_1 = \hat{C}_2$.

تست و پاسخ ۲۲

در شکل زیر، O وسط قطر نیم‌دایره و CD با AB موازی است. اگر اندازه کمان CD برابر با x باشد، کدام گزینه حتماً درست است؟



$$2z = x + y \quad (2)$$

$$x + y + z = 180^\circ \quad (4)$$

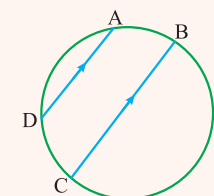
$$x = y + z \quad (1)$$

$$z = x - 2y \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۴

درس‌نامه

(۱) کمان‌های محصور بین دو وتر موازی در دایره با هم برابرند.



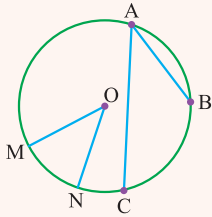
$$AD \parallel BC \Rightarrow \widehat{AB} = \widehat{DC}$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



۲) اندازه زاویه محاطی در یک دایره برابر است با نصف اندازه کمان مقابل به آن.

۳) اندازه زاویه مرکزی در یک دایره برابر است با اندازه کمان مقابل به آن.

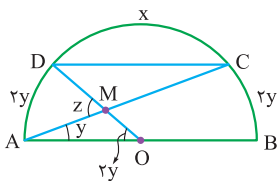


$$\hat{A} = \frac{\widehat{BC}}{2}, \hat{O} = \widehat{MN}$$

پاسخ تشریحی گام اول: طبق درسنامه بالا داریم:

$$\left. \begin{aligned} DC \parallel AB &\Rightarrow \widehat{BC} = \widehat{AD} \\ \hat{A} \Rightarrow \widehat{BC} = 2y &\Rightarrow \widehat{BC} = \widehat{AD} = 2y \Rightarrow \text{زاویه مرکزی: } \hat{AOD} = 2y \end{aligned} \right\}$$

گام دوم: با توجه به این که $\widehat{DC} = x$ ، اگر مجموع سه کمان تشکیل دهنده نیم دایره را برابر 180° قرار دهیم، خواهیم داشت:



$$x + 4y = 180^\circ \quad (I)$$

$$z = y + 2y \Rightarrow z = 3y \Rightarrow z - 3y = 0 \quad (II)$$

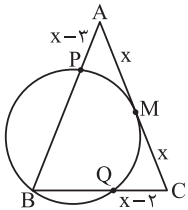
همچنین z ، یک زاویه خارجی مثلث AOM است؛ پس داریم:

گام سوم: از جمع کردن طرفین معادله‌های (I) و (II) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} x + 4y &= 180^\circ \\ z - 3y &= 0 \\ \hline x + y + z &= 180^\circ \end{aligned}$$

تست و پاسخ ۳۳

مطابق شکل، مثلث ABC متساوی الساقین ($AB = AC$) و دایره گذرنده از B در وسط AC بر آن مماس است. حاصل $\frac{BP}{BQ}$ کدام است؟



۱/ ۵ (۱)

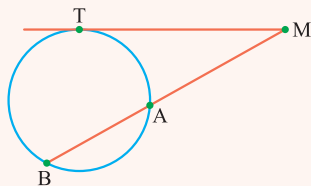
۲/ ۶ (۲)

۳/ ۷ (۳)

۴/ ۸ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

درس نامه رابطه طولی قاطع و مماس در دایره



$$MT^2 = MA \times MB$$

پاسخ تشریحی گام اول: با توجه به شکل و رابطه طولی قاطع و مماس در دایره، داریم:

$$AM^2 = AP \times AB \xrightarrow{AB=AC=2x} x^2 = (x-3) \cdot 2x \Rightarrow x^2 = 2x^2 - 6x$$

$$\Rightarrow x^2 - 6x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ (غ ق ق)} \\ x = 6 \checkmark \end{cases}$$

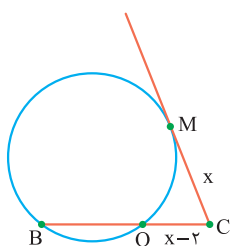
گام دوم: چون مثلث ABC متساوی الساقین است، داریم:

$$AB = AC = 2x \Rightarrow BP + x - 3 = 2x \xrightarrow{x=6} BP + 3 = 12 \Rightarrow BP = 9$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات



گام سوم: با نگاهی دوباره به شکل می‌توانیم رابطه طولی قاطع و مماس دیگری را نیز در دایره پیدا کنیم.

$$CM^2 = CQ \times BC \Rightarrow x^2 = (x-2) \times BC \xrightarrow{x=6} 4BC = 36 \Rightarrow BC = 9$$

$$BC = BQ + QC \Rightarrow 9 = BQ + (x-2) \Rightarrow 9 = BQ + 4 \Rightarrow BQ = 5$$

$$\frac{BP}{BQ} = \frac{9}{5} = 1/8$$

گام چهارم: اکنون که مقادیر BQ و BP را به دست آوردیم به سراغ خواسته مسئله می‌رویم:

تست و پاسخ ۲۴

مساحت یک دوزنقه متساوی‌الساقین محیطی 30° و مساحت دایره محاطی آن 4π است. طول ساق این دوزنقه کدام است؟

۷/۵ (۴)

۵/۴ (۳)

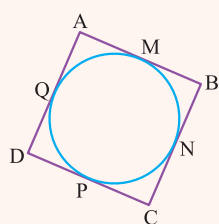
۷/۲ (۲)

۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

درس نامه

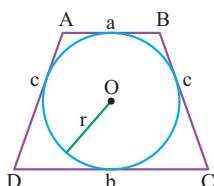
$$r = \frac{S}{P}$$



- (۱) در n ضلعی‌های محیطی با مساحت S و محیط ۲P، شعاع دایره محاطی همواره برابر است با:
- (۲) یک چهارضلعی محیطی است اگر و فقط اگر مجموع اندازه‌های دو ضلع مقابل، برابر با مجموع اندازه‌های دو ضلع دیگر باشد.

$$AB + DC = AD + BC \Leftrightarrow \text{ABCD محیطی است}$$

پاسخ تشریحی گام اول: شکل مناسب با اطلاعات مسئله را رسم کرده و خواهیم داشت:



$$S_{\text{دایره}} = \pi r^2 \Rightarrow 4\pi = \pi r^2 \Rightarrow r^2 = 4 \Rightarrow r = 2$$

گام دوم: اکنون با استفاده از مورد (۱) در درس‌نامه محیط دوزنقه را به دست می‌آوریم:

$$r = \frac{S}{P} \Rightarrow 2 = \frac{30}{P} \Rightarrow P = 15 \Rightarrow \text{محیط دوزنقه} = 2P = 30$$

گام سوم: در آخر با استفاده از مورد (۲) در درس‌نامه خواهیم داشت:

$$\left. \begin{aligned} a + b = c + c &\Rightarrow a + b = 2c \\ \text{محیط دوزنقه} = a + b + 2c &\Rightarrow 2P = a + b + 2c \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2P = 2c + 2c \Rightarrow 2P = 4c \Rightarrow 4c = 30 \Rightarrow c = 7/5$$

تست و پاسخ ۲۵

نقطه A' ، تصویر A در بازتاب نسبت به خط d است. اگر $AA' = 6$ و O نقطه‌ای روی خط d باشد به طوری که $OA = 5$ ، آن‌گاه فاصله نقطه A از خط OA' کدام است؟

۴/۸ (۴)

۴/۴ (۳)

۴ (۲)

۳/۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



درس نامه

(۱) بازتاب یک تبدیل ایزومتري است، یعنی طول پاره خط را حفظ می کند.

(۲) یکی از تکنیک های به دست آوردن طول ارتفاع در مثلث، پیدا کردن مساحت آن مثلث با ارتفاع و قاعده های مختلف و مساوی هم قرار دادن آن هاست.

پاسخ تشریحی

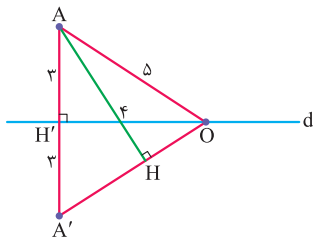
گام اول: چون نقطه A' بازتاب A نسبت به خط d است و بازتاب نیز یک تبدیل ایزومتري است؛ پس $AH' = A'H'$ و چون $AA' = 6$ ، داریم:

$$AH' = A'H' = 3$$

هم چنین مثلث AOH' قائم الزویه است و با توجه به این که $OA = 5$ ، با استفاده از قضیه فیثاغورس در مثلث قائم الزویه AOH' ، داریم:

$$OH' = 4$$

گام دوم: با توجه به شکل، به دلیل ایزومتري بودن بازتاب داریم $OA = OA'$ و فاصله نقطه A از خط OA' همان طول ارتفاع وارد بر قاعده OA' در مثلث متساوی الساقین AOA' است. اکنون با توجه به مورد (۲) درس نامه مساحت مثلث AOA' را با دو روش مختلف به دست می آوریم و با هم برابر قرار می دهیم:



$$\begin{cases} S_{AOA'} = \frac{OH' \times AA'}{2} \Rightarrow S_{AOA'} = \frac{4 \times 6}{2} = 12 \\ S_{AOA'} = \frac{AH \times A'O}{2} \Rightarrow S_{AOA'} = \frac{5}{2} \times AH \end{cases} \Rightarrow \frac{5}{2} \times AH = 12 \Rightarrow AH = \frac{24}{5} = 4 \frac{4}{5}$$

تست و پاسخ ۲۶

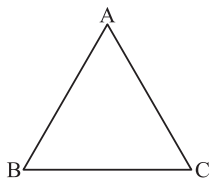
مثلث متساوی الاضلاع به طول ضلع $4\sqrt{3}$ مفروض است. اگر این مثلث را حول یکی از رأس های آن به اندازه 30° دوران دهیم، مساحت ناحیه محدود بین مثلث اولیه و جدید چند برابر $2 - \sqrt{3}$ است؟

۳۲ (۲)

۲۷ (۱)

۴۲ (۴)

۳۶ (۳)



پاسخ: گزینه ۳

درس نامه

(۱) دوران یک تبدیل ایزومتري است، یعنی طول پاره خط را حفظ می کند.

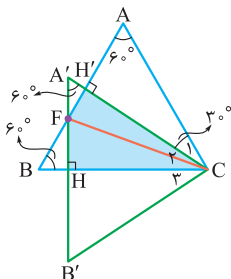
(۲) مثلث متساوی الاضلاع سه زاویه 60° درجه و سه ضلع برابر دارد. ارتفاع مثلث متساوی الاضلاعی به ضلع a برابر است با $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ و مساحت مثلث متساوی الاضلاعی به ضلع a برابر است با:

$$\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

(۳) در مثلث های قائم الزویه ای که زاویه های 30° ، 45° یا 60° دارند، می توانیم با استفاده از نسبت های مثلثاتی، روابط بین طول اضلاع را به دست آوریم.

پاسخ تشریحی

گام اول: ابتدا مثلث ABC را حول رأس C به اندازه 30° درجه در خلاف جهت عقربه های ساعت دوران می دهیم (البته فرقی نمی کند دوران حول کدام رأس باشد و دوران ساعتگرد باشد یا پادساعتگرد، در همه حالت ها جواب یکسان است) تا به مثلث $A'B'C$ برسیم. با نام گذاری محل تقاطع های دو مثلث متوجه می شویم که هدف پیدا کردن مساحت چهارضلعی $H'FHC$ است.





گام دوم (محاسبه مساحت چهارضلعی $H'FHC$): طول $A'H'$ برابر با اختلاف طول ضلع و ارتفاع مثلث متساوی الاضلاعی به طول ضلع $4\sqrt{3}$ است:

$$A'H' = CA' - CH' \Rightarrow A'H' = 4\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}(4\sqrt{3}) = 4\sqrt{3} - 6$$

$$\tan 60^\circ = \frac{FH'}{A'H'} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{FH'}{4\sqrt{3} - 6} \Rightarrow FH' = \sqrt{3}(4\sqrt{3} - 6)$$

از طرفی در مثلث قائم الزاویه $A'H'F$ داریم:

$$S_{H'FHC} = S_{A'CH} - S_{A'H'F} = \frac{1}{2}S_{A'B'C} - \frac{1}{2}A'H' \times FH'$$

در نهایت داریم:

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{3}}{4} (4\sqrt{3})^2 \right) - \frac{1}{2} \times \sqrt{3} (4\sqrt{3} - 6)^2 = \frac{\sqrt{3}}{8} \times (16 \times 3) - \frac{1}{2} \times \sqrt{3} (48 + 36 - 48\sqrt{3})$$

$$= 6\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} (84 - 48\sqrt{3}) = 6\sqrt{3} - 42\sqrt{3} + 72 = 36(2 - \sqrt{3})$$

تست و پاسخ ۲۷

نقطه A روی دایره $C(O, 4)$ قرار دارد. در تجانس به مرکز A و نسبت $\frac{1}{4}$ دایره C به دایره $C'(O', R')$ تبدیل می‌شود و در یک دوران پادساعتگرد به مرکز O و زاویه 60° دایره C' به دایره $C''(O'', R'')$ تبدیل می‌شود. طول مماس مشترک داخلی دو دایره C' و C'' کدام است؟

$2\sqrt{5} \quad (4)$

$3\sqrt{3} \quad (3)$

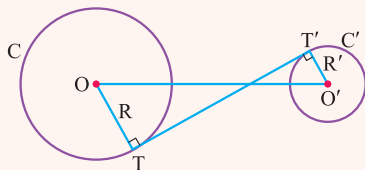
$4 \quad (2)$

$5 \quad (1)$

پاسخ: گزینه ۴

درس نامه

- دوران یک تبدیل ایزومتري است، یعنی طول پاره خط را حفظ می‌کند.
- برای رسم دوران یافته دایره $C(O, R)$ در دوران به مرکز M و زاویه θ ، باید O را حول M به اندازه θ دوران دهیم تا O' به دست آید، سپس به مرکز O' و شعاع R یک دایره رسم کنیم.
- برای رسم مجانس دایره $C(O, R)$ در تجانس به مرکز M و نسبت k ، تصویر O را در تجانس به مرکز M و نسبت k به دست می‌آوریم و آن را O' می‌نامیم، سپس دایره‌ای به مرکز O' و شعاع $|k|R$ رسم می‌کنیم.
- طول مماس مشترک داخلی دو دایره C و C' از رابطه زیر به دست می‌آید:

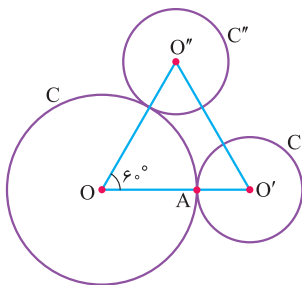


$$TT' = \sqrt{OO'^2 - (R + R')^2}$$

گام اول: نقطه A را روی دایره C در نظر می‌گیریم. نقطه O با تجانس به مرکز A و $k = -\frac{1}{4}$ بر روی نقطه O' منطبق

پاسخ تشریحی

می‌شود و داریم:



$$OA' = \frac{1}{4}OA \Rightarrow O'A = 2 = R'$$

اکنون دایره C' را به مرکز O' و شعاع 2 رسم می‌کنیم.

گام دوم: برای دوران دایره C' به اندازه 60° به مرکز نقطه O کافی است نقطه O' را حول O به اندازه 60° درجه دوران دهیم تا مرکز دایره C'' یا همان O'' به دست آید. چون $\hat{O} = 60^\circ$ و $OO' = OO''$ ؛ پس می‌توان نتیجه گرفت که مثلث $OO'O''$ متساوی الاضلاع است و خواهیم داشت:

$$OO' = OO'' = O'O'' = OA + OA' = R + R' = 6$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام سوم: با توجه به قسمت (۴) درس نامه، طول مماس مشترک داخلی دو دایره C' و C'' را به دست می آوریم:

$$\text{طول مماس مشترک داخلی} = \sqrt{(O'O'')^2 - (R' + R'')^2} = \sqrt{36 - 16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

تست و پاسخ ۲۸

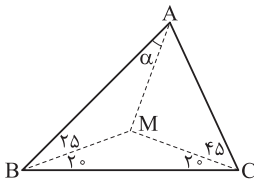
با توجه به شکل، زاویه \hat{MAB} چند درجه است؟

۲۵ (۲)

۲۰ (۱)

۴۵ (۴)

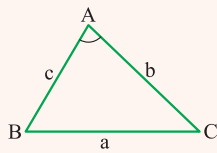
۳۵ (۳)



پاسخ: گزینه ۲

درس نامه

(۱) قضیه سینوسها: در مثلث ABC با اضلاع $AB = c$ ، $AC = b$ ، $BC = a$ ، داریم:



$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}}$$

(۲) قضیه کسینوسها: در هر مثلث، مربع اندازه هر ضلع برابر است با مجموع مربع‌های اندازه‌های دو ضلع دیگر، منهای دو برابر حاصل ضرب اندازه آن دو ضلع در کسینوس زاویه بین آنها:

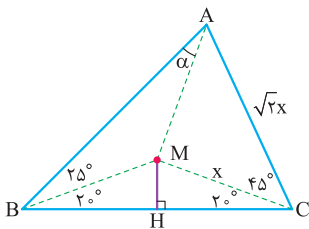
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2b.c.\cos \hat{A}$$

$$\alpha + \beta = 90^\circ \Rightarrow \begin{cases} \sin \alpha = \cos \beta \\ \sin \beta = \cos \alpha \end{cases}$$

(۳) برای دو زاویه α و β همواره داریم:

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا دقت کنید در مثلث ABC، داریم $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$ ؛ پس $\hat{A} = 70^\circ$ و از M عمود MH را بر BC وارد

می‌کنیم. در مثلث متساوی‌الساقین MBC، MH میانه وارد بر قاعده هم هست و در مثلث قائم‌الزاویه MCH داریم:



$$\cos 25^\circ = \frac{CH}{MC} \Rightarrow \cos 25^\circ = \frac{\frac{1}{2}BC}{MC} \Rightarrow BC = 2MC.\cos 25^\circ$$

گام دوم: اکنون قضیه سینوسها را در مثلث ABC می‌نویسیم:

$$\frac{BC}{\sin \hat{A}} = \frac{AC}{\sin \hat{B}} \xrightarrow{BC=2MC.\cos 25^\circ} \frac{2MC.\cos 25^\circ}{\sin 70^\circ} = \frac{AC}{\sin 45^\circ} \Rightarrow 2MC\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = AC \Rightarrow AC = \sqrt{2}MC$$

گام سوم: از $AC = \sqrt{2}MC$ در نظر می‌گیریم $MC = x$ ، $AC = \sqrt{2}x$ و با استفاده از قضیه کسینوسها در مثلث AMC، داریم:

$$AM^2 = AC^2 + MC^2 - 2AC.MC.\cos 45^\circ \Rightarrow AM^2 = 2x^2 + x^2 - 2(\sqrt{2}x)(x)\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = x^2 \Rightarrow AM = x$$

پس $AM = MC = x$ ، یعنی مثلث AMC متساوی‌الساقین است؛ پس $\hat{MAC} = 45^\circ$.

$$\hat{BAC} = 70^\circ \Rightarrow \alpha + 45^\circ = 70^\circ \Rightarrow \alpha = 25^\circ$$

گام چهارم: حالا می‌توانیم α را محاسبه کنیم:

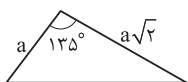
تست و پاسخ ۲۹

شعاع دایره محیطی مثلث رسم شده، چند برابر a است؟

 $\sqrt{2/5}$ (۲)

 $\frac{\sqrt{5}}{2}$ (۱)

 $\sqrt{10}$ (۴)

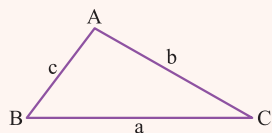
 $\sqrt{5}$ (۳)


پاسخ: گزینه ۲



درس نامه

(۱) قضیه سینوسها: در مثلث ABC با اضلاع $AB = c$ ، $AC = b$ و $BC = a$ داریم:



$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$$

که R شعاع دایره محیطی مثلث است.

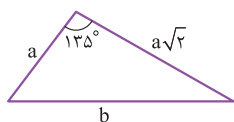
(۲) قضیه کسینوسها: در هر مثلث، مربع اندازه هر ضلع برابر است با مجموع مربعهای اندازههای دو ضلع دیگر، منهای دو برابر حاصل ضرب اندازه آن دو ضلع در کسینوس زاویه بین آنها:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

$$\alpha + \beta = 180^\circ \Rightarrow \begin{cases} \sin \alpha = \sin \beta \\ \cos \alpha = -\cos \beta \end{cases}$$

(۳) برای دو زاویه α و β همواره داریم:

گام اول: در ابتدا با استفاده از قضیه کسینوسها، ضلع سوم مثلث (همان b) را بر حسب a به دست می آوریم:



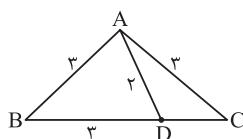
$$b^2 = a^2 + (a\sqrt{2})^2 - 2a \times a\sqrt{2} \times \cos 135^\circ \Rightarrow b^2 = 3a^2 - 2\sqrt{2}a^2 \cos 135^\circ$$

$$\cos 135^\circ = -\sin 45^\circ \Rightarrow b^2 = 3a^2 - 2\sqrt{2}a^2 \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \Rightarrow b^2 = 3a^2 + 2a^2$$

$$\Rightarrow b^2 = 5a^2 \Rightarrow b = \sqrt{5}a$$

گام دوم: با استفاده از قضیه سینوسها طول شعاع دایره محیطی را بر حسب a به دست می آوریم:

$$\frac{\sqrt{5}a}{\sin 135^\circ} = 2R \Rightarrow \frac{\sqrt{5}a}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 2R \Rightarrow \sqrt{5}a = \sqrt{2}R \Rightarrow R = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}a = \sqrt{\frac{5}{2}}a$$



تست و پاسخ ۳۰

با توجه به شکل، نسبت مساحت مثلث ABC به مساحت مثلث ADC کدام است؟

۳ (۲)

۲ / ۸ (۱)

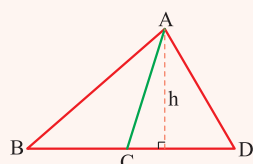
۳ / ۴ (۴)

۳ / ۲ (۳)

پاسخ: گزینه ۱

درس نامه

(۱) اگر دو مثلث در یک ارتفاع مشترک باشند، نسبت مساحتهای آنها برابر است با نسبت قاعدههای نظیر این ارتفاع مشترک.

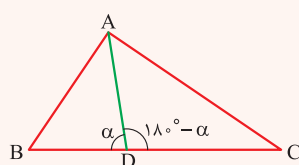


$$\frac{S_{ABC}}{S_{ACD}} = \frac{BC}{CD}$$

(۲) قضیه استوارت: در مثلث ABC، نقطه دلخواه D روی BC مفروض است.

رابطه زیر همواره برقرار است:

$$AB^2 \cdot DC + AC^2 \cdot BD = AD^2 \cdot BC + BD \cdot DC \cdot BC$$



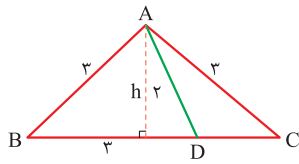
$$AB^2 - AD^2 = BD \cdot DC$$

حالت خاص: اگر $AB = AC$ باشد، داریم:

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



پاسخ تشریحی گام اول: طبق مورد (۲) درس نامه، از حالت خاص رابطه استوارت در مثلث متساوی الساقین ABC استفاده می کنیم، داریم:



$$AB^2 - AD^2 = BD \cdot DC \Rightarrow 9 - 4 = 3 \times DC \Rightarrow DC = \frac{5}{3} \Rightarrow BC = \frac{5}{3} + 3 = \frac{14}{3}$$

گام دوم: طبق مورد (۱) درس نامه، نسبت مساحت های دو مثلث ABC به ADC برابر با نسبت قاعده های آنهاست و خواهیم داشت:

$$\frac{S_{ABC}}{S_{ADC}} = \frac{BC}{DC} = \frac{\frac{14}{3}}{\frac{5}{3}} = \frac{14}{5} = 2 \frac{4}{5}$$

آمار و احتمال: صفحه های ۱ تا ۷۸

تست و پاسخ ۳۱

ارزش چند گزاره از گزاره های زیر درست است؟

الف) $(\frac{1}{3} \neq \frac{3}{6}) \vee (1 \in \{2, 3, 4\})$

ب) اگر عدد ۴ فرد باشد، آن گاه ۴ مربع کامل نیست.

پ) ۲ عدد اول نیست، اگر و تنها اگر ۲ مربع کامل است.

ت) $2 > 3 \Leftrightarrow -2 < -3$

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

درس نامه: به جدول ارزش گزاره های زیر توجه کنید:

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \Rightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$
T	T	T	T	T	T
T	F	F	T	F	F
F	T	F	T	T	F
F	F	F	F	T	T
توضیح		تنها زمانی درست است که هر دو گزاره درست باشند.	تنها زمانی نادرست است که هر دو گزاره نادرست باشند.	تنها زمانی نادرست است که گزاره اول درست و گزاره دوم نادرست باشد.	تنها زمانی درست است که هر دو گزاره هم ارزش باشند.

پاسخ تشریحی هر مورد را بررسی می کنیم:

الف)

$$(\frac{1}{3} \neq \frac{3}{6}) \vee (1 \in \{2, 3, 4\})$$

$$F \vee F \equiv F$$

۴ مربع کامل نیست. \Rightarrow ۴ فرد

$$F \Rightarrow F \equiv T$$

۲ مربع کامل است. \Leftrightarrow ۲ اول نیست.

$$F \Leftrightarrow F \equiv T$$

$$2 > 3 \Leftrightarrow -2 < -3$$

$$F \Leftrightarrow F \equiv T$$

ب) این گزاره را به این صورت می نویسیم:

پ) این گزاره را هم به این صورت می نویسیم:

ت)

بنابراین ارزش گزاره ۳ گزاره درست است.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

تست و پاسخ ۳۲

اگر $A = \{y + 2, 5, z\}$ و $B = \{x + 1, 4, -2\}$ باشد، در این صورت با فرض $A \times B \subseteq B \times A$ بیشترین مقدار ممکن برای $x + y + z$ کدام است؟

۴ (۴)

۶ (۳)

۸ (۲)

۱۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

خودت حل کنی بهتره کافیه به این نکته توجه کنی که $A = B$ است.

$$A \subseteq C, B \subseteq D$$

نکات ۱) اگر $A \times B \subseteq C \times D$ باشد، داریم:

۲) اگر $A \subseteq B$ و $B \subseteq A$ باشد، $A = B$ می شود.

۳) دو مجموعه A و B زمانی با هم برابر می شوند که تک تک اعضایشان با هم برابر باشند.

پاسخ تشریحی گام اول: $A \times B \subseteq B \times A$ ؛ پس:

$$\left. \begin{array}{l} A \subseteq B \\ B \subseteq A \end{array} \right\} \Rightarrow A = B$$

گام دوم: دو مجموعه A و B با هم مساوی اند، پس تک تک اعضایشان باید با هم برابر باشند.

در مجموعه A عضو ۵ را داریم، پس در B هم باید این عضو را داشته باشیم؛ بنابراین $x + 1 = 5 \Rightarrow x = 4$ می شود.

گام سوم: در مجموعه B دو عضو -2 و 4 را داریم؛ پس در A هم باید این دو عضو را داشته باشیم که در دو حالت امکان پذیر است:

$$\left\{ \begin{array}{l} y + 2 = -2, z = 4 \Rightarrow \begin{cases} y = -4 \\ z = 4 \end{cases} \\ y + 2 = 4, z = -2 \Rightarrow \begin{cases} y = 2 \\ z = -2 \end{cases} \end{array} \right.$$

در هر دو حالت، $x = 4$ است؛ بنابراین $x + y + z$ هم دو مقدار دارد:

$$\left\{ \begin{array}{l} x = 4 \\ y = -4 \Rightarrow x + y + z = 4 \\ z = 4 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} x = 4 \\ y = 2 \Rightarrow x + y + z = 4 \\ z = -2 \end{array} \right.$$

پس بیشترین مقدار $x + y + z$ برابر ۴ است.

تست و پاسخ ۳۳

برای $i = \{1, 2, \dots, 6\}$ داریم $A_i = (i-1, 2i+1]$. از بین این ۶ بازه به تصادف دو تا را انتخاب می کنیم و نمودار ضرب دکارتی آن ها را رسم می کنیم. اگر مساحت ناحیه حاصل، کم تر از ۳۰ نباشد، با چه احتمالی یکی از مجموعه های انتخاب شده A_3 است؟

$\frac{1}{3}$ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

$\frac{3}{7}$ (۴)

$\frac{3}{5}$ (۳)

پاسخ: گزینه ۴

نکته مساحت ناحیه حاصل از $A \times B$ برابر حاصل ضرب طول بازه دو مجموعه A و B است.

پاسخ تشریحی گام اول: طول بازه A_i برابر است با:

$$A_i = (i-1, 2i+1] \xrightarrow{\text{طول بازه}} 2i+1 - (i-1) = i+2$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام دوم: طول بازه A_1 تا A_6 را می‌نویسیم:

$$\begin{aligned} A_1 &= 1+2=3 \\ A_2 &= 2+2=4 \\ A_3 &= 3+2=5 \\ A_4 &= 4+2=6 \\ A_5 &= 5+2=7 \\ A_6 &= 6+2=8 \end{aligned}$$

گام سوم: حالا باید بازه‌ها را دوتا دوتا در هم ضرب دکارتی کنیم تا ببینیم مساحت ناحیه حاصل در چند حالت کم‌تر از 30 نیست: (مساحت ناحیه حاصل $A_i \times A_j$ را با $S(A_i \times A_j)$ نمایش می‌دهیم.)

$$S(A_1 \times A_2) = 3 \times 4 = 12$$

$$S(A_2 \times A_3) = 4 \times 5 = 20$$

$$S(A_3 \times A_4) = 5 \times 6 = 30$$

$$S(A_4 \times A_5) = 6 \times 7 = 42$$

$$S(A_5 \times A_6) = 7 \times 8 = 56$$

$$S(A_6 \times A_1) = 8 \times 3 = 24$$

$$S(A_1 \times A_3) = 3 \times 5 = 15$$

$$S(A_2 \times A_4) = 4 \times 6 = 24$$

$$S(A_3 \times A_5) = 5 \times 7 = 35$$

$$S(A_4 \times A_6) = 6 \times 8 = 48$$

گام چهارم: در 7 حالت مساحت ناحیه حاصل کم‌تر از 30 نیست که در 3 حالت مشخص شده، یکی از مجموعه‌های انتخاب شده A_3 است؛ بنابراین جواب برابر $\frac{3}{7}$ می‌شود.

تست و پاسخ ۳۴

عددی به تصادف از بین اعداد 1 تا 100 انتخاب می‌کنیم. احتمال آن که عدد انتخابی نه بر 2 و نه بر 3 بخش پذیر باشد، تقریباً چه قدر است؟

$$\frac{3}{4} \quad (4)$$

$$\frac{1}{2} \quad (3)$$

$$\frac{2}{3} \quad (2)$$

$$\frac{1}{3} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۱

نکته تعداد اعداد بخش‌پذیر بر k در بین اعداد 1 تا n برابر $\left\lfloor \frac{n}{k} \right\rfloor$ است.

پاسخ تشریحی گام اول: مجموعه اعداد مضرب 2 را A و مجموعه اعداد مضرب 3 را B نمایش می‌دهیم. اعضای $A \cap B$ اعدادی هستند که هم بر 2 و هم بر 3 ، یعنی بر 6 بخش پذیرند.

گام دوم: حالا باتوجه به نکته گفته شده، داریم:

$$n(A) = \left\lfloor \frac{100}{2} \right\rfloor = 50 \quad n(B) = \left\lfloor \frac{100}{3} \right\rfloor = 33 \quad n(A \cap B) = \left\lfloor \frac{100}{6} \right\rfloor = 16$$

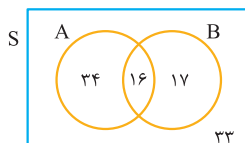
$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 50 - 16 = 34$$

$$n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 33 - 16 = 17$$

گام سوم: از طرفی:

$$n(S) = 100 \text{ یعنی: } 100 \text{ تا است، یعنی: } n(S) = 100.$$

گام چهارم: حالا نمودار ون رسم می‌کنیم و اطلاعات به دست آمده را در آن می‌نویسیم:





پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

گفتیم $n(S) = 100$ است، پس تعداد اعضای که خارج از A و B قرار می‌گیرند، برابر $33 - 17 - 16 - 34 = 100$ می‌شود، یعنی 33 عدد داریم که نه بر 2 بخش پذیرند و نه بر 3 ؛ پس جواب برابر $\frac{33}{100}$ می‌شود که تقریباً برابر $\frac{1}{3}$ است.

تست و پاسخ ۳۵

گزاره سوری $\forall x \in A; |x + x^{-1}| = 2$ را در نظر بگیرید. مجموعه A را به طور تصادفی از بین زیرمجموعه‌های مجموعه جواب گزاره‌نمای $(x^3 - x)(x^2 - 4) = 0$ انتخاب می‌کنیم. دامنه گزاره‌نما، مجموعه اعداد حقیقی است. با چه احتمالی گزاره سوری داده شده درست است؟

$$\frac{4}{32} \quad (4) \qquad \frac{3}{32} \quad (3) \qquad \frac{3}{16} \quad (2) \qquad \frac{1}{16} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا مجموعه جواب‌های گزاره‌نمای $(x^3 - x)(x^2 - 4) = 0$ را به دست می‌آوریم:

$$\underbrace{(x^3 - x)}_{x(x^2 - 1)}(x^2 - 4) = 0 \Rightarrow x(x - 1)(x + 1)(x - 2)(x + 2) = 0 \Rightarrow x \in \{0, 1, -1, 2, -2\}$$

گام دوم: مجموعه A یکی از زیرمجموعه‌های مجموعه فوق است؛ بنابراین A دارای $2^5 = 32$ حالت است.

گام سوم: حالا ریشه‌های معادله $|x + x^{-1}| = 2$ را به دست می‌آوریم:

$$\left| x + \frac{1}{x} \right| = 2 \Rightarrow \begin{cases} x + \frac{1}{x} = 2 \xrightarrow{\times x} x^2 + 1 = 2x \Rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Rightarrow (x - 1)^2 = 0 \Rightarrow x = 1 \\ x + \frac{1}{x} = -2 \xrightarrow{\times x} x^2 + 1 = -2x \Rightarrow x^2 + 2x + 1 = 0 \Rightarrow (x + 1)^2 = 0 \Rightarrow x = -1 \end{cases}$$

گام چهارم: حالا برای این که گزاره سوری $\forall x \in A; |x + x^{-1}| = 2$ درست باشد، A می‌تواند برابر یکی از مجموعه‌های $\{1\}$ ، $\{-1\}$ و $\{1, -1\}$ باشد که احتمال آن $\frac{3}{32}$ می‌شود. (هواستون باشه که تهی رو نباید در نظر بگیریم).

تست و پاسخ ۳۶

اگر $S = \{a, b, c, d, e\}$ فضای نمونه‌ای یک آزمایش تصادفی و $A = \{a, b\}$ ، $B = \{a, b, c, d\}$ و $C = \{a, b, e\}$ سه پیشامد باشند، به طوری که $P(A) = \frac{2}{5}$ و $P(B) = \frac{3}{5}$ ، مقدار $P(C')$ کدام است؟

$$\frac{24}{35} \quad (4) \qquad \frac{2}{5} \quad (3) \qquad \frac{11}{35} \quad (2) \qquad \frac{5}{7} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۲

$$P(S) = 1$$

نکته

$$P(A) = \frac{2}{5} \Rightarrow P(\{a\}) + P(\{b\}) = \frac{2}{5} \quad (I)$$

$$P(B) = \frac{3}{5} \Rightarrow P(\{a\}) + P(\{b\}) + P(\{c\}) + P(\{d\}) = \frac{3}{5} \quad (II)$$

$$\xrightarrow{(II)-(I)} P(\{c\}) + P(\{d\}) = \frac{3}{5} - \frac{2}{5} = \frac{1}{5}$$

$$C = \{a, b, e\} \Rightarrow C' = \{c, d\}$$

$$\Rightarrow P(C') = P(\{c\}) + P(\{d\}) = \frac{1}{5}$$

از طرفی:

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۳۷

برای یک مجموعه، تعداد افزایشی که فقط شامل مجموعه‌های دو عضوی است، برابر ۱۵ است. اگر به تصادف یک زیرمجموعه از بین زیرمجموعه‌های این مجموعه برداریم، با کدام احتمال سه‌عضوی است؟

$$\frac{35}{128} \quad (4)$$

$$\frac{21}{128} \quad (3)$$

$$\frac{7}{32} \quad (2)$$

$$\frac{5}{16} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی گام اول: مجموعه، به مجموعه‌های ۲ عضوی افزایش شده، پس تعداد اعضای آن زوج است؛ برای همین فرض می‌کنیم تعداد کل اعضای آن $2n$ باشد، در این صورت تعداد افزایشی دو عضوی برابر است با:

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{\binom{2n}{2} \binom{2n-2}{2} \binom{2n-4}{2} \dots \binom{2}{2}}{n!} \\ \Rightarrow \frac{\frac{(2n)!}{2!(2n-2)!} \times \frac{(2n-2)!}{2!(2n-4)!} \times \frac{(2n-4)!}{2!(2n-6)!} \times \dots \times \frac{2!}{2!}}{n!} = \frac{(2n)!}{n!} = \frac{(2n)!}{n! \times 2^n} \\ = \frac{1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 2n}{n! \times 2^n} = \frac{1 \times 3 \times 5 \times 7 \times \dots \times (2n-1) \times 2 \times 4 \times 6 \times \dots \times 2n}{n! \times 2^n} \\ = \frac{1 \times 3 \times 5 \times 7 \times \dots \times (2n-1) \times (1 \times 2) \times (2 \times 2) \times (3 \times 2) \times \dots \times (n \times 2)}{n! \times 2^n} \\ = \frac{1 \times 3 \times \dots \times (2n-1) \times 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times n \times 2^n}{n! \times 2^n} = 15 \Rightarrow n = 3 \end{aligned}$$

بنابراین مجموعه مورد نظر $2n = 6$ عضو است.

گام دوم: این مجموعه $2^6 = 64$ زیرمجموعه دارد که $\binom{6}{3} = 20$ تا از آن‌ها ۳ عضوی‌اند، پس اگر یک زیرمجموعه به تصادف انتخاب کنیم، با احتمال $\frac{20}{64} = \frac{5}{16}$ سه‌عضوی است.

تست و پاسخ ۳۸

از بین چهار کارت با شماره‌های ۱ تا ۴، کارتی را به تصادف انتخاب می‌کنیم و سپس سکه‌ای را به تعداد عدد کارت پرتاب می‌کنیم. اگر ۲ بار رو بیاید، احتمال این که شماره کارت خارج شده فرد باشد، چه قدر است؟

$$\frac{3}{32} \quad (2)$$

$$\frac{17}{32} \quad (1)$$

$$\frac{3}{8} \quad (4)$$

$$\frac{5}{8} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۴

نکته

اگر سکه‌ای را n بار پرتاب کنیم، با احتمال $\frac{\binom{n}{k}}{2^n}$ این سکه k بار رو می‌آید. ($0 \leq k \leq n$)

پاسخ تشریحی گام اول: با احتمال $\frac{1}{4}$ کارت با شماره ۱ انتخاب می‌شود؛ پس از آن باید یک سکه پرتاب کنیم که احتمال این که ۲ بار رو بیاید صفر است.

گام دوم: با احتمال $\frac{1}{4}$ کارت با شماره ۲ انتخاب می‌شود؛ پس از آن باید ۲ سکه پرتاب کنیم که احتمال این که ۲ بار رو بیاید برابر $\frac{1}{4}$ است. $\frac{\binom{2}{2}}{2^2} = \frac{1}{4}$



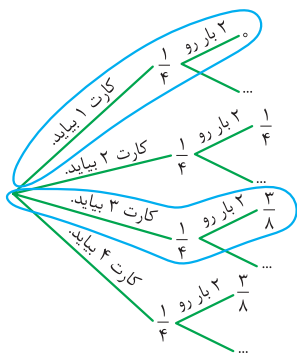
پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

گام سوم: با احتمال $\frac{1}{4}$ کارت با شماره ۳ انتخاب می‌شود؛ پس از آن باید ۳ سکه پرتاب کنیم که احتمال این که ۲ بار رو بیاید برابر $\frac{\binom{3}{2}}{2^3} = \frac{3}{8}$ است.
گام چهارم: و با احتمال $\frac{1}{4}$ کارت با شماره ۴ انتخاب می‌شود؛ پس از آن باید ۴ سکه پرتاب کنیم که احتمال این که ۲ بار رو بیاید برابر

$$\frac{\binom{4}{2}}{2^4} = \frac{6}{16} = \frac{3}{8} \text{ است.}$$

گام پنجم: نمودار درختی را رسم می‌کنیم:



(۲) بار رو آمده باشد | شماره کارت خارج شده فرد باشد) P

$$= \frac{P(2 \text{ بار رو آمده باشد} \cap \text{شماره کارت خارج شده فرد باشد})}{P(2 \text{ بار رو آمده باشد})} = \frac{\frac{1}{4} \times 0 + \frac{1}{4} \times \frac{3}{8}}{\frac{1}{4} \times 0 + \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \times \frac{3}{8} + \frac{1}{4} \times \frac{3}{8}} = \frac{\frac{3}{32}}{\frac{8}{32}} = \frac{3}{8}$$

تست و پاسخ ۳۹

فراوانی نسبی پنج دسته آماری به ترتیب $0/15, 0/25, a, 0/2, 0/1$ است. اگر به دسته وسط ۴ داده اضافه کنیم، کمان قطاع مربوط به آن ۴۲ درجه بزرگ‌تر می‌شود. در حالت جدید، فراوانی نسبی دسته اول چه قدر می‌شود؟

$$\frac{1}{10} (1) \quad \frac{1}{9} (2) \quad \frac{2}{19} (3) \quad \frac{1}{8} (4)$$

پاسخ: گزینه ۴

نکات ۱ فراوانی نسبی یک دسته، از تقسیم فراوانی آن دسته به فراوانی کل حاصل می‌شود.

۲ مجموع فراوانی نسبی داده‌ها برابر ۱ است.

۳ برای پیدا کردن اندازه کمان قطاع مربوط به یک دسته، کافی است فراوانی نسبی آن دسته را در 360° ضرب کنیم.

پاسخ تشریحی گام اول: مجموع فراوانی نسبی داده‌ها برابر ۱ است: $0/15 + 0/25 + a + 0/2 + 0/1 = 1 \Rightarrow a = 0/3$

گام دوم: فرض کنید تعداد کل داده‌ها n تا باشد، در این صورت تعداد داده‌های پنج دسته به ترتیب برابر $0/15n, 0/25n, 0/3n, 0/2n, 0/1n$ و $0/1n$ می‌شود.

گام سوم: اگر به دسته وسط ۴ داده اضافه کنیم، تعداد اعضای این دسته برابر $0/3n + 4$ و تعداد کل داده‌ها $n + 4$ می‌شود. حالا طبق گفته سؤال، کمان قطاع مربوط به این دسته ۴۲ درجه بزرگ‌تر می‌شود:

$$42^\circ + \text{اندازه کمان قطاع قدیم} = \text{اندازه کمان قطاع جدید}$$

فراوانی نسبی قدیم $\times 360^\circ$ فراوانی نسبی جدید $\times 360^\circ$

$$\Rightarrow \frac{0/3n+4}{n+4} \times 360^\circ = \underbrace{\frac{0/3 \times 360^\circ}{108^\circ} + 42^\circ}_{108^\circ} \Rightarrow \frac{0/3n+4}{n+4} \times 360^\circ = 150^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{0/3n+4}{n+4} = \frac{5}{12} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} 3/6n + 48 = 5n + 20$$

$$\Rightarrow 28 = 1/4n \Rightarrow n = 20$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام چهارم: در حالت قبلی تعداد اعضای دسته اول برابر $3 = 20 \times 15 / 15n = 0$ تا بود و الان هم ۳ تا است. تعداد کل داده‌ها هم برابر $24 = n + 4$ است؛ پس فراوانی نسبی دسته اول برابر $\frac{1}{8} = \frac{3}{24}$ می‌شود.

تست و پاسخ ۴۰

تعداد کدام نوع از متغیرهای تصادفی در متغیرهای زیر، بیش از بقیه است؟

«مراحل تحصیل، زمان مکالمات تلفنی در یک اداره، رنگ پیراهن کارمندان یک اداره، نوع آلاینده‌گی هوا، میزان آلاینده‌گی هوا، وزن دانش‌آموزان یک مدرسه، درصد درس ریاضی دانش‌آموزان یک مدرسه در کنکور، گروه خونی معلم‌های یک مدرسه، مراحل رشد، تعداد افراد با وزن بالای ۷۰ کیلوگرم در اتاق‌های یک ساختمان اداری، میزان هوش افراد در یک شرکت (از لحاظ باهوش، کم‌هوش و ...)»

(۱) کیفی ترتیبی (۲) کیفی اسمی (۳) کمتی گسسته (۴) کمتی پیوسته

پاسخ: گزینه ۱

درس نامه

<ul style="list-style-type: none"> کمتی پیوسته: اگر دو مقدار a و b را بپذیرد، هر مقداری بین a و b را نیز می‌پذیرد. مثال‌های معروف: طول، زمان، جرم، BMI (شاخص توده بدنی)، شاخص آلودگی هوا 	کمتی (قابل اندازه‌گیری اند).	متغیرها
<ul style="list-style-type: none"> کمتی گسسته: اگر دو مقدار a و b را بپذیرد، بعضی مقادیر بین a و b را نمی‌پذیرد. مثال‌های معروف: تعداد دانش‌آموزان کلاس، نمره در امتحان نهایی 		
<ul style="list-style-type: none"> کیفی ترتیبی: دارای نوعی ترتیب خاص است. مثال‌های معروف: مراحل رشد، مراحل تحصیلی، درجه نظامی 	کیفی (قابل اندازه‌گیری نیستند).	
<ul style="list-style-type: none"> کیفی اسمی: هیچ ترتیب خاصی ندارد. مثال‌های معروف: جنسیت، ملیت، رنگ چشم، گروه خونی 		

پاسخ تشریحی با توجه به درس‌نامه بالا داریم:

- کمتی پیوسته: زمان مکالمات تلفنی در یک اداره - وزن دانش‌آموزان یک مدرسه ← ۲ مورد
- کمتی گسسته: تعداد افراد با وزن بالای ۷۰ کیلوگرم در اتاق‌های یک ساختمان اداری - درصد درس ریاضی دانش‌آموزان یک مدرسه در کنکور (په‌ها هواستون باشه در صد هیچ ششوی مثلاً π یا $\sqrt{30}$ نمی‌تونه باشه!) ← ۲ مورد
- کیفی ترتیبی: مراحل تحصیلی - میزان آلاینده‌گی هوا - مراحل رشد - میزان هوش افراد در یک شرکت ← ۴ مورد
- کیفی اسمی: رنگ پیراهن کارمندان یک اداره - گروه خونی معلم‌های یک مدرسه - نوع آلاینده‌گی هوا ← ۳ مورد



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

فیزیک (۲): صفحه‌های ۱ تا ۹۹

تست و پاسخ (۴۱)

یک میله شیشه‌ای بدون بار، با یک پارچه کتان بدون بار مالش داده می‌شود. اگر اندازه بار الکتریکی میله بعد از مالش، برابر با 5 pC باشد، با توجه به سری الکتریسیته مالشی زیر، در حین مالش دو جسم، چند الکترون و چگونه بین دو جسم مبادله شده است؟ ($e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C}$)

انتهای مثبت سری
شیشه
پارچه کتان
انتهای منفی سری

(۱) $3/125 \times 10^7$ ، از میله شیشه‌ای به پارچه کتان

(۲) $3/125 \times 10^7$ ، از پارچه کتان به میله شیشه‌ای

(۳) $3/125 \times 10^7$ ، از میله شیشه‌ای به پارچه کتان

(۴) $3/125 \times 10^7$ ، از پارچه کتان به میله شیشه‌ای

پاسخ: گزینه (۱)

خودت حل کنی بهتره در جدول سری الکتریسیته مالشی، جسمی که پایین‌تر قرار دارد، الکترون خواهد تر است. ابتدا نحوه تبادل الکترون را مشخص کنید. سپس به کمک رابطه $q = \pm ne$ تعداد الکترون مبادله شده را به دست آورید.

درس نامه ●● برای باردار کردن اجسام نارسانا، معمولاً از روش مالش استفاده می‌کنیم. زمانی که دو جسم خنثی را به هم مالش می‌دهیم، یک جسم الکترون می‌گیرد و جسم دیگر به همان تعداد، الکترون از دست می‌دهد (قانون پایستگی بار الکتریکی). برای تشخیص این‌که کدام جسم الکترون می‌گیرد و کدام جسم الکترون از دست می‌دهد، از جدول سری الکتریسیته مالشی که قسمتی از آن، در این‌جا آورده شده است کمک می‌گیریم. ماده‌ای که به انتهای منفی سری نزدیک‌تر است، الکترون خواهد تر است و بارش منفی می‌شود. مثلاً، در اثر مالش میله شیشه‌ای با پارچه پشمی، پارچه پشمی الکترون می‌گیرد و میله شیشه‌ای به همان اندازه الکترون از دست می‌دهد و بارش مثبت می‌شود.

تعداد پروتون بیشتر از الکترون باشد.

$$q = \pm ne$$

اختلاف تعداد پروتون و الکترون
تعداد پروتون
کم‌تر از الکترون باشد.

بار الکتریکی، کمیتی کوانتومی است و مقدار آن مضربی صحیح از یک مقدار پایه (e) است.

پاسخ تشریحی **گام اول:** با توجه به جدول سری الکتریسیته مالشی، پارچه کتان الکترون خواهد تر است و الکترون از طرف شیشه به طرف پارچه کتان منتقل می‌شود. (رد (۲) و (۴))

گام دوم: به کمک رابطه $|q| = ne$ ، تعداد الکترون‌های مبادله شده را به دست می‌آوریم:

$$|q| = ne \Rightarrow 5 \times 10^{-12} = n \times 1/6 \times 10^{-19}$$

$$\Rightarrow n = \frac{5 \times 10^{-12} \text{ C}}{1/6 \times 10^{-19} \text{ C}} = 3/125 \times 10^7$$

تست و پاسخ (۴۲)

سه بار الکتریکی نقطه‌ای $q_1 = 9 \mu\text{C}$ ، $q_2 = 36 \mu\text{C}$ و q_3 ، در مکان‌های معینی ثابت شده‌اند. اگر نیروی الکتریکی خالص وارد بر هر یک از بارها برابر با صفر باشد، q_3 چند میکروکولن است؟

۴ (۴)

۲ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

پاسخ: گزینه (۴)

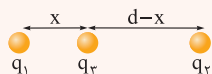
خودت حل کنی بهتره ابتدا موقعیت مکانی بار q_3 را مشخص کنید، طوری که بر اینند نیروهای وارد بر آن از طرف بارهای q_1 و q_2 برابر با صفر باشد؛ سپس به دلخواه یکی از بارهای q_1 یا q_2 را مورد بررسی قرار دهید؛ نیروی خالص وارد بر آن هم باید صفر باشد. در این حالت بار q_3 را به دست آورید.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



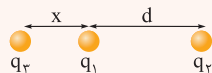
درس نامه •• اگر دو بار q_1 و q_2 در فاصله d از هم قرار داشته باشند، برای این که بخواهیم مکانی را برای بار q_3 انتخاب کنیم به گونه‌ای که برآیند نیروهای وارد بر آن از طرف دو بار دیگر (بارهای q_1 و q_2) برابر با صفر باشد، دو حالت زیر ممکن است اتفاق بیفتد.

(۱) بارهای q_1 و q_2 همنام باشند. \Leftarrow بار q_3 را بین دو بار q_1 و q_2 و نزدیک به بار کوچک‌تر (از لحاظ اندازه) قرار می‌دهیم. (فرض کنیم بار q_1 اندازه کوچک‌تری نسبت به بار q_2 دارد.)



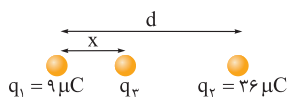
$$F_{13} = F_{23} \Rightarrow \frac{k|q_1||q_3|}{x^2} = \frac{k|q_2||q_3|}{(d-x)^2} \Rightarrow \frac{|q_1|}{x^2} = \frac{|q_2|}{(d-x)^2}$$

(۲) بارهای q_1 و q_2 ناهمنام باشند \Leftarrow بار q_3 را در امتداد خط واصل دو بار و نزدیک به بار کوچک‌تر (از لحاظ اندازه) قرار می‌دهیم. (در این جا فرض کرده‌ایم بار q_1 اندازه کوچک‌تری نسبت به بار q_2 دارد.)



$$F_{13} = F_{23} \Rightarrow \frac{k|q_1||q_3|}{x^2} = \frac{k|q_2||q_3|}{(d+x)^2} \Rightarrow \frac{|q_1|}{x^2} = \frac{|q_2|}{(d+x)^2}$$

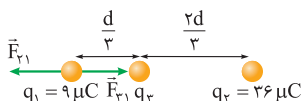
پاسخ تشریحی گام اول: موقعیت مکانی بار q_3 را مشخص می‌کنیم. با توجه به این که بارهای q_1 و q_2 همنام هستند، بار q_3 باید بین آن دو بار قرار بگیرد تا نیروی خالص وارد بر آن صفر شود.



$$F_{13} = F_{23} \Rightarrow \frac{k|q_1||q_3|}{r_{13}^2} = \frac{k|q_2||q_3|}{r_{23}^2}$$

$$\Rightarrow \frac{9}{x^2} = \frac{36}{(d-x)^2} \Rightarrow \frac{1}{x^2} = \frac{4}{(d-x)^2} \xrightarrow{\text{جذر}} \frac{1}{x} = \frac{2}{d-x} \Rightarrow d-x=2x \Rightarrow d=3x \Rightarrow x=\frac{d}{3}$$

گام دوم: از آن جا که برآیند نیروهای وارد بر هر یک از بارها برابر با صفر است، برآیند نیروهای وارد بر q_1 هم باید صفر باشد؛ بنابراین داریم:



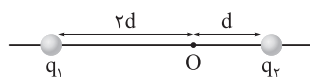
با توجه به این که نیرویی که بار q_2 به بار q_1 وارد می‌کند به سمت چپ است، نیرویی که بار q_3 به بار q_1 وارد می‌کند باید به سمت راست و هم‌اندازه F_{12} باشد تا نیروی خالص وارد بر بار q_1 برابر با صفر باشد؛ بنابراین بار q_3 باید منفی باشد. (رد ۱ و ۲)

$$F_{12} = F_{13} \Rightarrow \frac{k|q_2||q_1|}{r_{12}^2} = \frac{k|q_3||q_1|}{r_{13}^2}$$

$$\Rightarrow \frac{36}{d^2} = \frac{|q_3|}{(\frac{d}{3})^2} \Rightarrow \frac{36}{d^2} = \frac{9|q_3|}{d^2} \Rightarrow 36 = 9|q_3| \Rightarrow |q_3| = 4\mu\text{C} \Rightarrow q_3 = -4\mu\text{C}$$

تست و پاسخ ۴۳

در شکل زیر، میدان الکتریکی خالص حاصل از بارهای الکتریکی نقطه‌ای q_1 و q_2 ، در نقطه O برابر با \vec{E} است. اگر فقط علامت بار q_1 تغییر کند، میدان الکتریکی خالص در نقطه O برابر $-3\vec{E}$ می‌شود. حاصل $\frac{q_2}{q_1}$ کدام است؟



$$-\frac{1}{2} (۴)$$

$$\frac{1}{2} (۳)$$

$$-\frac{1}{8} (۲)$$

$$\frac{1}{8} (۱)$$

پاسخ: گزینه ۱



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

خودت حل کنی بهتره ابتدا میدان الکتریکی ناشی از بارهای q_1 و q_2 را در نقطه O به دست آورید. سپس با تغییر علامت بار q_1 ، علامت میدان الکتریکی ناشی از بار q_1 را قرینه کنید و میدان را در نقطه O به دست آورید. با استفاده از دستگاه دو معادله و دو مجهول، اندازه و جهت میدان ناشی از بارهای q_1 و q_2 را در نقطه O به دست آورید.

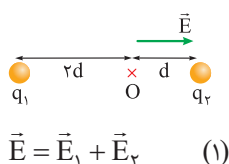
در پایان به کمک رابطه مقایسه‌ای $\frac{E_2}{E_1} = \frac{|q_2|}{|q_1|} \times \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$ ، نسبت بار q_2 به q_1 را محاسبه کنید.

درس نامه ••• برای محاسبه میدان الکتریکی در فاصله r از بار نقطه‌ای q از رابطه زیر استفاده می‌کنیم.

$$E = \frac{k|q|}{r^2}$$

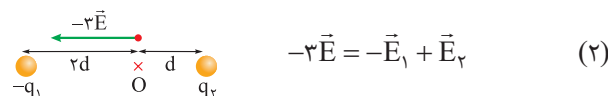
برای تشخیص جهت میدان الکتریکی در یک نقطه، از یک بار کوچک و مثبت موسوم به بار آزمون در آن نقطه استفاده می‌کنیم. میدان الکتریکی، هم جهت با نیروی الکتریکی وارد بر بار آزمون در آن نقطه است.

پاسخ تشریحی **گام اول:** مطابق شکل، میدان الکتریکی خالص (برایند) در نقطه O برابر \vec{E} است.



توجه کنید که \vec{E}_1 و \vec{E}_2 کمیت‌هایی برداری هستند.

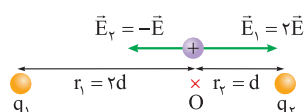
گام دوم: در حالت دوم، با تغییر علامت بار q_1 ، در نقطه O جهت میدان الکتریکی ناشی از بار q_1 تغییر می‌کند.



گام سوم: به کمک رابطه‌های (1) و (2) در گام‌های اول و دوم، داریم:

$$\begin{cases} \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \vec{E} \\ -\vec{E}_1 + \vec{E}_2 = -\vec{E} \end{cases} \Rightarrow 2\vec{E}_2 = -2\vec{E} \Rightarrow \vec{E}_2 = -\vec{E}$$

$$\vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \vec{E} \xrightarrow{\vec{E}_2 = -\vec{E}} \vec{E}_1 - \vec{E} = \vec{E} \Rightarrow \vec{E}_1 = 2\vec{E}$$



گام چهارم: جهت میدان‌های الکتریکی ناشی از بارهای q_1 و q_2 را در نقطه O مشخص می‌کنیم، تا علامت بارهای q_1 و q_2 را تشخیص دهیم (بار آزمون را در نقطه O قرار می‌دهیم).

بار q_1 مثبت بوده که میدان الکتریکی ناشی از آن در نقطه O به سمت راست است و بار q_2 هم مثبت بوده که میدان الکتریکی ناشی از آن در نقطه O به سمت چپ است. (رد ۲ و ۴)

گام پنجم: حال نسبت اندازه بارها را به دست می‌آوریم:

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{|q_2|}{|q_1|} \times \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{E}{2E} = \frac{|q_2|}{|q_1|} \times \left(\frac{2d}{d}\right)^2 \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{q_2}{q_1} \times 4 \Rightarrow \frac{q_2}{q_1} = \frac{1}{8}$$

تست و پاسخ ۴۴

ذره‌ای با بار الکتریکی $20 \mu\text{C}$ در یک میدان الکتریکی یکنواخت رها می‌شود تا تنها در اثر میدان الکتریکی شروع به حرکت کند. اگر پس از 60 cm جابه‌جایی، انرژی جنبشی این ذره به 18 mJ برسد، اندازه میدان الکتریکی چند کیلوولت بر متر است؟

۱/۵ (۴)

۲ (۳)

۱۵۰۰ (۲)

۲۰۰۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

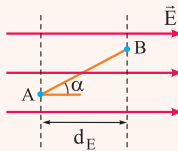
خودت حل کنی بهتره به کمک رابطه $\Delta U_E = \pm E |q| d_E$ ، تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی را بر حسب E به دست آورید. سپس از رابطه $\Delta U_E + \Delta K = 0$ استفاده کنید تا مقدار E را محاسبه کنید.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

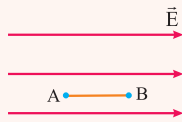


درس نامه •• برای محاسبه تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی، از رابطه $\Delta U_E = \pm E |q| d_E$ استفاده می‌کنیم.

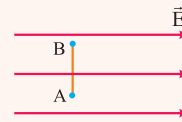
برای استفاده از این رابطه، ابتدا به کمک استدلال، تشخیص می‌دهیم که انرژی پتانسیل الکتریکی افزایش یافته است یا کاهش. اگر هنگام جابه‌جایی بار الکتریکی، نیروی الکتریکی در خلاف جهت جابه‌جایی باشد (اجبار در کار باشد)، انرژی پتانسیل الکتریکی افزایش می‌یابد. منظور از d_E ، جابه‌جایی جسم در راستای میدان الکتریکی است که در شکل‌های زیر مشخص شده است.



$$d_E = \overline{AB} \cos \alpha$$



$$d_E = \overline{AB}$$



$$d_E = 0$$

اگر ذره‌ای باردار در یک میدان الکتریکی قرار گیرد و به آن نیروی خارجی وارد نشود و اتلاف انرژی هم نداشته باشیم، رابطه زیر برقرار است:

$$\Delta U_E + \Delta K = 0$$

پاسخ تشریحی گام اول: ذره باردار، تنها تحت تأثیر میدان الکتریکی جابه‌جا می‌شود. از آن‌جا که نیروی الکتریکی هم‌جهت با جابه‌جایی ذره

است، کار میدان الکتریکی مثبت و در نتیجه تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی منفی است، بنابراین داریم:

$$\Delta U_E = -E |q| d_E = -E \times 20 \times 10^{-6} \times 60 \times 10^{-2} = -E \times 12 \times 10^{-6} \text{ J}$$

$$\Delta K = K_f - K_i \xrightarrow{K_f = 18 \text{ mJ} = 18 \times 10^{-3} \text{ J}, K_i = 0} \Delta K = 18 \times 10^{-3} \text{ J}$$

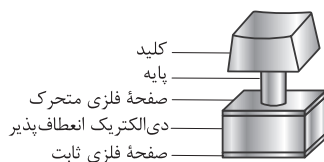
گام دوم: به کمک رابطه $\Delta U_E + \Delta K = 0$ داریم:

$$\Delta U_E + \Delta K = 0 \Rightarrow -12 \times 10^{-6} \times E + 18 \times 10^{-3} = 0$$

$$\Rightarrow -12 \times 10^{-6} \times E = -18 \times 10^{-3} \Leftrightarrow E = \frac{18 \times 10^{-3}}{12 \times 10^{-6}} = \frac{3000}{2} = 1500 \frac{\text{V}}{\text{m}} = 1/5 \frac{\text{kV}}{\text{m}}$$

تست و پاسخ ۴۵

مطابق شکل، در زیر یکی از کلیدهای صفحه‌کلید رایانه‌ای، یک خازن تخت افقی که دی‌الکتریک قابل انعطافی با ثابت $2/5$ دارد، قرار گرفته است. مساحت صفحات این خازن 1 cm^2 و فاصله اولیه بین صفحات آن 5 mm است. اگر با فشردن کلید، فاصله بین صفحه‌ها $97/5$ درصد کاهش یابد، ظرفیت این خازن چند پیکوفاراد تغییر می‌کند؟ ($\epsilon_0 = 9 \times 10^{-12} \text{ F/m}$)



$$20 (2)$$

$$18 (1)$$

$$19/55 (4)$$

$$17/55 (3)$$

پاسخ: گزینه ۳

خودت حل کنی بهتره به کمک رابطه $C = \frac{\kappa \epsilon_0 A}{d}$ ، ظرفیت خازن را در حالتی که فاصله صفحات آن $d_1 = 5 \text{ mm}$ است، به دست آورید،

سپس به کمک رابطه مقایسه‌ای $\frac{C_2}{C_1} = \frac{\kappa_2}{\kappa_1} \times \frac{A_2}{A_1} \times \frac{d_1}{d_2}$ ظرفیت خازن را در حالت جدید به دست آورید و در نهایت تغییرات ظرفیت خازن را محاسبه کنید.

درس نامه •• ظرفیت خازن نه به اختلاف پتانسیل دو سر آن و نه به بار ذخیره‌شده آن بستگی دارد. تنها عاملی که می‌تواند در ظرفیت خازن تأثیر داشته باشد، ساختمان آن است و از رابطه زیر به دست می‌آید.

ثابت دی‌الکتریک (بدون یکا)

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \leftarrow \text{مساحت مشترک بین صفحات خازن (m}^2\text{)} \leftarrow \text{ظرفیت خازن (F)}$$

$$\leftarrow \text{فاصله بین صفحات خازن (m)} \leftarrow \text{ضریب گذردهی الکتریکی خازن (یا } \frac{C^2}{N \cdot m^2} \text{ یا } \frac{F}{m} \text{)}$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

پاسخ تشریحی گام اول: ظرفیت خازن را قبل از فشردن دکمه (C_1) به کمک رابطه $C = \frac{\kappa \epsilon_0 A}{d}$ به دست می آوریم:

$$C_1 = \frac{\kappa \epsilon_0 A}{d_1} = \frac{2/5 \times 9 \times 10^{-12} \times 1 \times 10^{-4}}{5 \times 10^{-3}} = 0.45 \text{ pF}$$

گام دوم: ظرفیت خازن را در حالتی که دکمه را فشرده و فاصله بین صفحات، $97/5$ درصد کاهش یافته (C_2) به دست می آوریم:

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{d_1}{d_2} \Rightarrow \frac{C_2}{0.45} = \frac{100}{2/5} \Rightarrow C_2 = 18 \text{ pF}$$

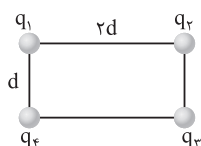
ظرفیت خازن، با فاصله دو صفحه آن از یکدیگر نسبت وارون دارد:

گام سوم: تغییرات ظرفیت خازن برابر است با:

$$\Delta C = C_2 - C_1 = 18 - 0.45 = 17.55 \text{ pF}$$

تست و پاسخ ۴۶

در شکل زیر، چهار بار الکتریکی نقطه‌ای $q_1 = 1 \mu\text{C}$ ، q_2 ، q_3 ، q_4 در رأس‌های مستطیلی قرار دارند. اگر نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_4 برابر صفر باشد، q_2 چند میکروکولن است؟



$$-10\sqrt{10} \text{ (۲)}$$

$$10\sqrt{5} \text{ (۱)}$$

$$-5\sqrt{5} \text{ (۴)}$$

$$5\sqrt{5} \text{ (۳)}$$

پاسخ: گزینه ۴

خودت حل کنی بهتره یک علامت برای بار q_4 فرض کنید (توصیه می‌کنم مثبت باشد)، سپس جهت نیروهای وارد بر بار q_4 را به گونه‌ای

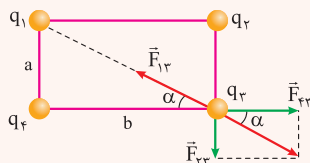
مشخص کنید که در تعادل باشد، در همین مرحله می‌توانید علامت بار q_2 را مشخص کنید؛ سپس رابطه‌ای بین نیروی F_{14} و F_{34} مشخص کنید، با این فرض که برآیند این دو نیرو باید هم‌راستا با نیروی F_{24} باشد تا توانایی خنثی کردن آن را داشته باشد و در نهایت برآیند نیروهای F_{14} و F_{34} را با نیروی F_{24} مساوی قرار دهید تا اندازه بار q_2 مشخص شود.

درس نامه •• اگر جسم یا ذره‌ای تحت تأثیر چند نیرو، در حال تعادل باشد یا به عبارت دیگر نیروی خالص وارد بر آن صفر باشد؛ هر

یک از این نیروها با برآیند نیروهای دیگر، هم‌اندازه، اما در جهت مخالف آن‌هاست.

در شکل زیر بار q_3 را بررسی می‌کنیم و آن را در حال تعادل در نظر می‌گیریم.

(۱) علامت بار q_3 را مثبت یا منفی فرض کنید. (توصیه می‌کنیم مثبت انتخاب کنید).



(۲) دو بار کناری بار q_3 باید همنام یا یکدیگر باشند و بار q_1 با آن‌ها ناهمنام باشد تا شرط تعادل بار q_3 برقرار شود.

(۳) $(q_2 > 0$ و $q_4 > 0$ و $q_1 < 0$) یا $(q_2 < 0$ و $q_4 < 0$ و $q_1 > 0$)

برآیند دو نیروی \vec{F}_{23} و \vec{F}_{43} باید هم‌راستا با نیروی \vec{F}_{13} باشد. به کمک زاویه α که در شکل مشخص شده است، رابطه بین نیروهای

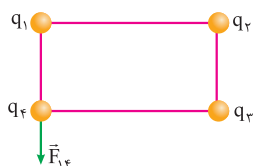
$$\vec{F}_{23} \text{ و } \vec{F}_{43} \text{ به دست می‌آید.}$$

$$\tan \alpha = \frac{a}{b}, \quad \tan \alpha = \frac{F_{23}}{F_{43}} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{F_{23}}{F_{43}}$$

(۴) در نهایت برآیند دو نیروی F_{24} و F_{34} را محاسبه کنید و با نیروی F_{14} مساوی قرار دهید.

پاسخ تشریحی گام اول: شکل زیر، نیرویی را که از طرف بار q_1 به بار q_4 وارد می‌شود نشان می‌دهد (بار q_4 را مثبت فرض کردیم) و

مقدار آن را به دست می‌آوریم:



$$F_{14} = \frac{k |q_1| |q_4|}{d^2} = \frac{k \times 10^{-6} \times q_4}{d^2}$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

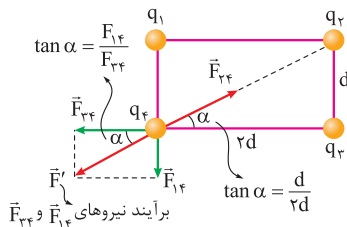


گام دوم: برای این که نیروی خالص وارد بر بار q_f صفر باشد، باید دو شرط زیر همزمان برقرار باشند:

(۱) اندازه برابری دو نیروی دلخواه، با نیروی سوم برابر باشد.

(۲) جهت برابری دو نیروی دلخواه، خلاف جهت نیروی سوم باشد.

تنها حالتی که می‌تواند این دو شرط همزمان برقرار شوند، به صورت زیر است.



$$r_{r_f} = \sqrt{d^2 + (rd)^2} = \sqrt{\delta d^2} = \sqrt{\delta}d$$

برای این که نیروهای \vec{F}' و \vec{F}_{r_f} هم‌راستا باشند، زاویه‌ای که با سطح افقی می‌سازند باید با هم برابر باشد؛ بنابراین داریم:

$$\frac{F_{1f}}{F_{r_f}} = \frac{d}{rd} \Rightarrow \frac{F_{1f}}{F_{r_f}} = \frac{1}{r} \Rightarrow F_{r_f} = rF_{1f}$$

گام سوم: اندازه نیروهای \vec{F}' و \vec{F}_{r_f} با هم برابر است؛ بنابراین داریم:

$$F' = F_{r_f} \Rightarrow \sqrt{F_{1f}^2 + F_{2f}^2} = \frac{k|q_1||q_f|}{(\sqrt{\delta}d)^2} \Rightarrow \sqrt{F_{1f}^2 + (rF_{1f})^2} = \frac{k|q_1||q_f|}{\delta d^2}$$

$$\Rightarrow \sqrt{\delta}F_{1f} = \frac{k|q_1||q_f|}{\delta d^2} \Rightarrow \sqrt{\delta} \times \frac{k \times 10^{-6} \times |q_f|}{d^2} = \frac{k|q_1||q_f|}{\delta d^2} \Rightarrow |q_1| = \delta\sqrt{\delta} \times 10^{-6} C$$

با توجه به این که بار q_f را مثبت فرض کرده بودیم و نیرویی که بار q_1 به q_f وارد کرده به صورت جاذبه است؛ بنابراین بار q_1 منفی است.

$$q_1 = -\delta\sqrt{\delta} \times 10^{-6} C = -\delta\sqrt{\delta} \mu C$$

تست و پاسخ ۴۷

اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر یک رسانای استوانه‌ای از جنس پلاتین به طول 60 cm ، برابر با 2 V است. اگر جریان الکتریکی عبوری از

این رسانا 25 A باشد، قطر مقطع آن چند میلی‌متر است؟ ($\pi = 3$ و مقاومت ویژه پلاتین $10^{-7} \Omega \cdot \text{m}$ است.)

۲ (۴)

۱/۵ (۳)

۱ (۲)

۰/۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره از رابطه $R = \frac{V}{I}$ برای محاسبه مقاومت رسانا استفاده کنید، سپس به کمک رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ ، قطر استوانه را به دست آورید. (فقط حواستون باشه شعاع را نمی‌خواهیم.)

درس نامه •• اگر اختلاف پتانسیل دو سر یک رسانا (V) و جریان عبوری از آن (I) باشد، مقاومت الکتریکی از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$R = \frac{V}{I}$$

مقاومت الکتریکی یک رسانا به اختلاف پتانسیل دو سر آن و هم‌چنین جریان عبوری از آن وابسته نیست؛ بلکه مقاومت الکتریکی یک رسانا به مقاومت ویژه ρ (به جنس و دما بستگی دارد)، طول (L) و سطح مقطع (A) آن وابسته است و از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

مقاومت ویژه سیم ($\Omega \cdot \text{m}$)

$$R = \frac{V}{I} = \frac{2}{25} \Omega$$

پاسخ تشریحی گام اول: به کمک رابطه $R = \frac{V}{I}$ ، مقاومت رسانا را به دست می‌آوریم:



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

گام دوم: مساحت مقطع رسانا و قطر آن را حساب می‌کنیم:

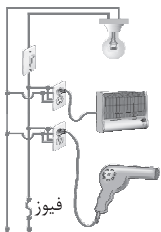
$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow \frac{2}{25} = 10^{-7} \times \frac{0.6}{A} \Rightarrow A = \frac{10^{-7} \times 0.6 \times 25}{2}$$

$$\Rightarrow A = 3 \times 25 \times 10^{-8} \text{ m}^2 \xrightarrow{A = \frac{\pi d^2}{4}} \frac{\pi}{4} d^2 = 3 \times 25 \times 10^{-8}$$

$$\Rightarrow \frac{\pi}{4} d^2 = 3 \times 25 \times 10^{-8} \Rightarrow d^2 = 10^{-6} \Rightarrow d = 10^{-3} \text{ m} \Rightarrow d = 1 \text{ mm}$$

تست و پاسخ ۴۸

مطابق شکل زیر، یک لامپ رشته‌ای 200 W ، یک بخاری برقی 2000 W و یک سشوار 2200 W به پریزهای یک مدار سیم‌کشی خانگی 220 V وصل شده‌اند. اگر تمامی این وسیله‌ها با هم روشن شوند، جریان عبوری از فیوز این مدار چند آمپر است؟



- ۱۵ (۱)
۱۷/۵ (۲)
۱۸ (۳)
۲۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

خودت حل کنی بهتره ابتدا توان مصرفی کل را با جمع کردن توان‌های مصرفی تک‌تک مقاومت‌های خارجی به دست آورید؛ سپس با

استفاده از رابطه $P = \frac{V^2}{R}$ ، مقاومت معادل را حساب کنید تا در نهایت به کمک رابطه $R_{eq} = \frac{V}{I}$ ، جریان کل به دست بیاید.

درس‌نامه ••• توان مصرفی کل یک مدار، با مجموع تک‌تک توان‌های مقاومت‌های خارجی آن مدار برابر است.

$$P_{\text{مصرفی کل}} = P_1 + P_2 + \dots + P_n$$

برای محاسبه توان مصرفی مقاومت خارجی R که جریان I از آن عبور می‌کند و اختلاف پتانسیل دو سر آن V است، از رابطه‌های زیر استفاده می‌کنیم.

$$P = VI = RI^2 = \frac{V^2}{R}$$

پاسخ تشریحی گام اول: توان مصرفی کل با مجموع توان‌هایی که توسط مقاومت‌های خارجی (لامپ، بخاری برقی و سشوار) مصرف می‌شوند

$$P_{\text{مصرفی کل}} = P_{\text{لامپ}} + P_{\text{بخاری}} + P_{\text{سشوار}} = 200 + 2000 + 2200 = 4400 \text{ W}$$

برابر است؛ بنابراین داریم:

گام دوم: با توجه به این که اختلاف پتانسیل مدار برابر با 220 V است، مقاومت معادل مدار را به کمک رابطه $P = \frac{V^2}{R}$ به دست می‌آوریم.

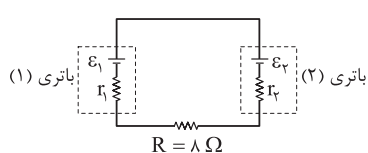
$$P = \frac{V^2}{R_{eq}} \Rightarrow 4400 = \frac{220^2}{R_{eq}} \Rightarrow R_{eq} = \frac{220 \times 220}{4400} = 11 \Omega$$

گام سوم: در نهایت با استفاده از رابطه $R = \frac{V}{I}$ جریان عبوری از فیوز را به دست می‌آوریم.

$$R_{eq} = \frac{V}{I} \Rightarrow 11 = \frac{220}{I} \Rightarrow I = 20 \text{ A}$$

تست و پاسخ ۴۹

در مدار شکل زیر، توان خروجی باتری (۱)، چند برابر توان ورودی به باتری (۲) است؟



$$\varepsilon_1 = 8 \text{ V}, \varepsilon_2 = 2 \text{ V}$$

$$r_1 = r_2 = 2 \Omega$$

$$\varepsilon_2 I + r_2 I^2$$

$$\varepsilon_1 I - r_1 I^2$$

$$\frac{V}{2} \quad (1)$$

$$\frac{V}{3} \quad (2)$$

$$\frac{9}{2} \quad (3)$$

$$3 \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



خودت حل کنی بهتره ابتدا جریان الکتریکی در این مدار تک حلقه را به دست آورید؛ سپس باتری ۱ را به عنوان مولد و باتری ۲ را به عنوان مصرف کننده در نظر بگیرید و نسبت توان خروجی باتری ۱ به توان ورودی باتری ۲ را به دست آورید.

درس نامه

(۱) محاسبه جریان در مدار تک حلقه: ابتدا باتری های مولد و مصرف کننده را شناسایی می کنیم. سپس جریان را از رابطه زیر به دست می آوریم:

$$I = \frac{\text{مجموع نیروی محرکه باتری های مصرف کننده} - \text{مجموع نیروی محرکه باتری های مولد}}{\text{مجموع کل مقاومت های خارجی و داخلی مدار}}$$

مقاومت درونی نیروی محرکه
باتری مولد (Ω) باتری مولد (V)
 $P = \varepsilon I - r I^2$
جریان الکتریکی (A)

$$P = \varepsilon I + r I^2$$

(۲) توان در یک باتری مولد:

$$P = \text{توان خروجی (مفید)} (W)$$

$$\varepsilon I = \text{توان تولیدی مولد} (W)$$

$$r I^2 = \text{توان تلف شده در مقاومت داخلی مولد} (W)$$

(۳) توان در یک باتری مصرف کننده:

$$P = \text{توان ورودی} (W)$$

$$\varepsilon I = \text{توان مصرفی برای ذخیره انرژی در باتری} (W)$$

$$r I^2 = \text{توان تلف شده در مقاومت درونی باتری} (W)$$

پاسخ تشریحی گام اول: باتری ۱ به عنوان مولد و باتری ۲ به عنوان مصرف کننده در مدار عمل می کنند، زیرا $\varepsilon_1 > \varepsilon_2$ است.

جریان مدار را به دست می آوریم:

$$I = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{R + r_1 + r_2} \xrightarrow{\varepsilon_1 = 8V, \varepsilon_2 = 2V, R = 8\Omega, r_1 = r_2 = 2\Omega} I = \frac{8 - 2}{8 + 2 + 2} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2} A$$

این جریان از همه اجزای مدار به طور یکسان می گذرد.

گام دوم: رابطه توان خروجی (مفید) را برای باتری ۱ و رابطه توان ورودی را برای باتری ۲ می نویسیم و نسبت آن ها را به دست می آوریم:

$$\frac{P_1 \text{ خروجی}}{P_2 \text{ ورودی}} = \frac{\varepsilon_1 I - r_1 I^2}{\varepsilon_2 I + r_2 I^2} = \frac{\varepsilon_1 - r_1 I}{\varepsilon_2 + r_2 I} \xrightarrow{\varepsilon_1 = 8V, r_1 = r_2 = 2\Omega, \varepsilon_2 = 2V, I = \frac{1}{2} A}$$

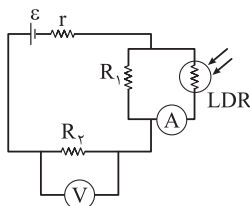
$$\frac{P_1 \text{ خروجی}}{P_2 \text{ ورودی}} = \frac{8 - 2 \times \frac{1}{2}}{2 + 2 \times \frac{1}{2}} = \frac{7}{3}$$

تست و پاسخ ۵۰

در مدار شکل زیر، با روشن کردن یک لامپ در مجاورت مقاومت LDR، مقدارهایی که آمپرسنج و ولتسنج آرمانی نشان می دهند، به ترتیب

کاهش مقاومت LDR

از راست به چپ چگونه تغییر می کنند؟



(۱) افزایش می یابد، افزایش می یابد.

(۲) کاهش می یابد، کاهش می یابد.

(۳) افزایش می یابد، کاهش می یابد.

(۴) کاهش می یابد، افزایش می یابد.

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره فکر نکنید که تست های مربوط به مقاومت های خاص و دیودها حتماً باید به شکل توضیحی و تعریفی در کنکور مطرح شوند، می توان این مطالب را با مدارها ترکیب کرد که نمونه آن را در این جا می بینید.



خود حل کنی بهتره ابتدا تغییر مقاومت LDR در اثر تابیدن نور بر آن را بررسی کنید؛ سپس تغییر مقاومت معادل مدار و جریان گذرنده از مولد را تحقیق کنید و در پایان به سراغ تغییر اعداد ولت سنج و آمپرسنج بروید.

درس نامه ●● (۱) مقاومت نوری (LDR): نوعی مقاومت است که از جنس نیم رساناهایی مانند سیلیسیم ساخته می شود. وقتی نور به آن می تابد، با افزایش شدت نور، از مقاومت آن کاسته می شود.
(۲) قانون اهم:

$$V = IR$$

↑ مقاومت الکتریکی (Ω)
← اختلاف پتانسیل (V)
↓ جریان الکتریکی (A)

(۳) جریان گذرنده از مولد و اختلاف پتانسیل دو سر مولد:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r}$$

↑ نیروی محرکه مولد (V)
← اختلاف پتانسیل دو سر مولد (V)
↓ مقاومت درونی مولد (Ω)
↓ مقاومت معادل مدار (Ω)

$$V = \varepsilon - Ir$$

↑ نیروی محرکه مولد (V)
← اختلاف پتانسیل دو سر مولد (V)
↓ مقاومت درونی مولد (Ω)
↓ جریان الکتریکی (A)

(۴) در مقاومت هایی که به طور متوالی بسته می شوند، جریان الکتریکی یکسان و با جریان الکتریکی کل، برابر است؛ اما اختلاف پتانسیل کل، برابر است با مجموع اختلاف پتانسیل های دو سر مقاومت ها.
(۵) اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت های موازی، یکسان است؛ اما جریان الکتریکی کل، بین آن ها تقسیم می شود.

پاسخ تشریحی **گام اول:** با روشن شدن لامپ، مقاومت LDR کاهش می یابد، در نتیجه مقاومت معادل مدار نیز کاهش یافته و جریان الکتریکی گذرنده از مولد، افزایش می یابد.

$$\uparrow I = \frac{\varepsilon}{\downarrow R_{eq} + r}$$

نیروی محرکه (ε) و مقاومت درونی مولد (r) تغییر نکرده اند.

گام دوم: ولت سنج، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_p را نشان می دهد. با توجه به ثابت بودن R_p ، ولت سنج عدد بزرگ تری را نشان می دهد. (رد ۲ و ۳)

$$\uparrow V_p = R_p I \uparrow$$

گام سوم: اختلاف پتانسیل دو سر مولد کاهش و اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_p افزایش می یابد.

$$\downarrow V_{\text{مولد}} = \varepsilon - \uparrow Ir$$

بنابراین V_1 کاهش می یابد.

$$\downarrow V_{\text{مولد}} = V_1 + \uparrow V_p \Rightarrow \downarrow V_1$$

گام چهارم: با توجه به قانون اهم، جریان گذرنده از مقاومت R_1 (I_1) نیز کاهش می یابد:

$$\downarrow V_1 = \downarrow I_1 R_1$$

گام پنجم: آمپرسنج جریان گذرنده از LDR یعنی I_p را نشان می دهد.

بنابراین آمپرسنج عدد بزرگ تری را نشان می دهد.

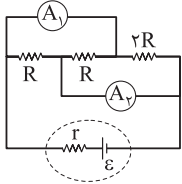
$$\uparrow I = \downarrow I_1 + I_p \Rightarrow \uparrow I_p$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۵۱

در مدار شکل زیر، اگر اختلاف مقادارهایی که آمپرسنج‌های آرمانی A_1 و A_2 نشان می‌دهند، برابر با $1A$ باشد، جریان عبوری از باتری چند آمپر است؟



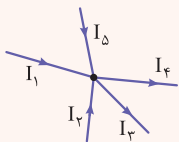
- ۴ (۲)
- ۶ (۴)

- ۳ (۱)
- ۵ (۳)

پاسخ: گزینه ۳

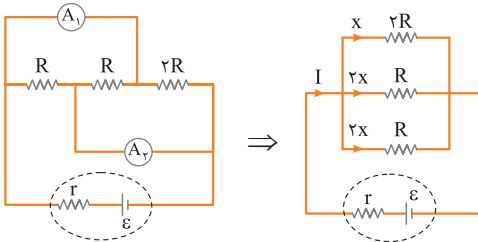
مشاوره لطفاً همین الان که یازدهمی هستی کلک این تپ سوالو بکن! نگو بعداً! بعداً فیلی دیره ...

درس نامه •• قاعده انشعاب: مجموع جریان‌های ورودی به هر گره با مجموع جریان‌های خروجی از آن گره با هم برابرند. مثلاً در شکل زیر داریم.



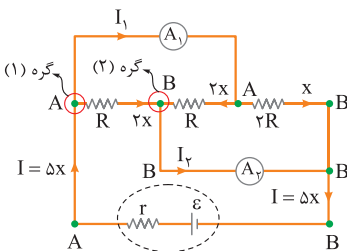
$$\underbrace{I_1 + I_2 + I_3 + I_4}_{\text{ورودی}} = \underbrace{I_5}_{\text{خروجی}}$$

پاسخ تشریحی گام اول: مدار را ساده می‌کنیم و جریان نسبی هر یک از مقاومت‌ها را به دست می‌آوریم. می‌دانیم جریان در مقاومت‌های موازی با مقدار مقاومت رابطه عکس دارد. در شکل زیر، با توجه به این که سه مقاومت با هم موازی هستند، ولتاژ برابر دارند و اگر جریان گذرنده از مقاومت $2R$ برابر با x باشد، جریان گذرنده از هر یک از مقاومت‌های R برابر با $2x$ خواهد بود. بنابراین داریم:



$$I = x + 2x + 2x = 5x$$

گام دوم: حالا جریان گذرنده از آمپرسنج‌ها را طبق قاعده انشعاب حساب می‌کنیم. مطابق شکل زیر، جهت جریان از نقطه A به سمت نقطه B است.



گره (۱):

$$5x = 2x + I_1 \Rightarrow I_1 = 3x$$

گره (۲):

$$2x + 2x = I_2 \Rightarrow I_2 = 4x$$

بنابراین داریم:

$$I_2 - I_1 = 1A \Rightarrow 4x - 3x = 1A \Rightarrow x = 1A$$

گام سوم: جریان گذرنده از باتری (I) را حساب می‌کنیم:

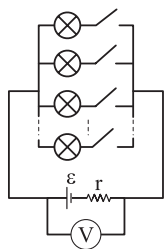
$$I = 5x \xrightarrow{x=1A} I = 5A$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

تست و پاسخ ۵۲



در مدار شکل روبه‌رو، تعدادی لامپ مشابه به طور موازی به هم متصل شده‌اند و هر لامپ با کلیدی همراه است. مقاومت الکتریکی هر یک از لامپ‌ها با مقاومت درونی مولد برابر است. کلیدها را یکی پس از دیگری می‌بندیم. اگر با بستن n امین کلید، عددی که ولت‌سنج آرمانی نشان می‌دهد نسبت به حالت قبلش، $\frac{5}{6}$ برابر شود، n کدام است؟

$(n-1)$ کلید بسته شده

۷ (۱)

۶ (۲)

۵ (۳)

۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی می‌دانیم در اینجا ولت‌سنج علاوه بر این که اختلاف پتانسیل دو سر باتری را نشان می‌دهد، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت معادل خارجی مدار را هم نشان می‌دهد؛ بنابراین عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد برابر است با:

$$V = R_{eq} \cdot I \xrightarrow{I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r}} V = \frac{R_{eq} \cdot \varepsilon}{R_{eq} + r} \quad (1)$$

از طرفی می‌دانیم اگر n مقاومت مشابه R را به طور موازی به هم ببندیم، ولتاژ مجموعه مقاومت‌ها برابر است با:

$$R_{eq} = \frac{R}{n} \quad (2)$$

حالا از ترکیب روابط (۱) و (۲) می‌توانیم بنویسیم:

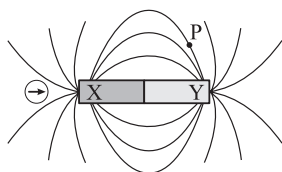
$$V = \frac{\frac{R}{n} \cdot \varepsilon}{\frac{R}{n} + r} \xrightarrow{R=r} V = \frac{\frac{r}{n} \cdot \varepsilon}{\frac{r}{n} + r} = \frac{\frac{\varepsilon}{n}}{\frac{n+1}{n}} = \frac{\varepsilon}{n+1}$$

در نهایت از روی نسبت داده شده n را به دست می‌آوریم:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{n_1 + 1}{n_2 + 1} \xrightarrow{\frac{V_2}{V_1} = \frac{5}{6}, n_1 = n-1, n_2 = n} \frac{5}{6} = \frac{n}{n+1} \Rightarrow n = 5$$

تست و پاسخ ۵۳

در شکل زیر، با توجه به وضعیت جهت‌گیری عقربه مغناطیسی، قطب Y آهن‌ربا و جهت میدان مغناطیسی در نقطه P ، به ترتیب کدام است؟



↖، N (۱)

↘، N (۲)

↖، S (۳)

↘، S (۴)

پاسخ: گزینه ۱

درس نامه

نکات

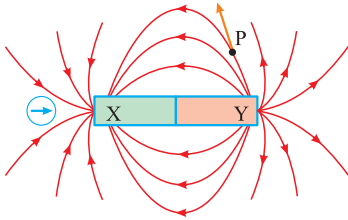
۱ خطوط میدان مغناطیسی در بیرون آهن‌ربا از N خارج و به S وارد می‌شوند.

۲ جهت میدان مغناطیسی در هر نقطه مماس بر خط میدان مغناطیسی در آن نقطه و هم‌جهت با آن است.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



پاسخ تشریحی طبق نکته (۱) با توجه به این که جهت عقربه مغناطیسی به سمت قطب X است، درمی یابیم، که X قطب S و Y قطب N است. از طرفی طبق نکته (۲) و مطابق شکل زیر، جهت میدان مغناطیسی در نقطه P مطابق (۱) است.



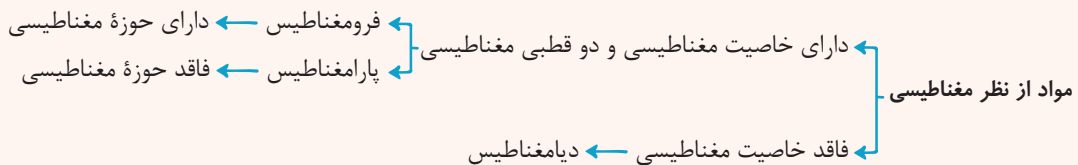
تست و پاسخ ۵۴

کدام دسته از مواد زیر، دارای دو قطبی مغناطیسی و فاقد حوزه مغناطیسی هستند؟

- (۱) مواد دیامغناطیسی
(۲) مواد پارامغناطیسی
(۳) مواد فرومغناطیسی نرم
(۴) مواد فرومغناطیسی سخت

پاسخ: گزینه ۲

درس نامه •• طبق بندی مواد از نظر مغناطیسی به صورت زیر است:



پاسخ تشریحی طبق درس نامه، ویژگی اشاره شده در سؤال، مربوط به مواد پارامغناطیس است.

تست و پاسخ ۵۵

از حلقه رسانایی به شعاع ۵ cm جریان الکتریکی ۲۰ A و از حلقه دیگری به شعاع ۳ cm جریان الکتریکی I عبور می کند. حلقه ها هم مرکز بوده و سطح آن ها بر یکدیگر عمود است. اگر اندازه میدان مغناطیسی خالص در مرکز حلقه ها ۲/۶ G باشد، I چند آمپر است؟ ($\mu_0 = 12 \times 10^{-7} \frac{T.m}{A}$)

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۱۰

پاسخ: گزینه ۱

درس نامه •• بزرگی میدان مغناطیسی ناشی از یک حلقه حامل جریان در مرکز آن از رابطه زیر به دست می آید:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

تراوایی مغناطیسی خالص ($\frac{T.m}{A}$)
جریان (A) I →
← میدان مغناطیسی (T) B
شعاع حلقه (m) R

پاسخ تشریحی گام اول: میدان مغناطیسی ناشی از حلقه اول را حساب می کنیم. طبق رابطه $B = \frac{\mu_0 I}{2R}$ داریم:

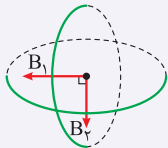
$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2R_1} \quad \frac{\mu_0 = 12 \times 10^{-7} \frac{T.m}{A}}{I_1 = 20 A, R_1 = 5 \text{ cm} = 0.05 \text{ m}} \rightarrow B_1 = \frac{12 \times 10^{-7} \times 20}{2 \times 0.05} = 2.4 \times 10^{-4} T$$

$$\xrightarrow{1T = 10^4 G} B_1 = 2.4 \times 10^{-4} \times 10^4 = 2.4 G$$

گام دوم: با داشتن میدان برابند و میدان حلقه اول، میدان مغناطیسی حلقه دوم را حساب می کنیم.



نکته مطابق شکل میدان مغناطیسی برابند ناشی از دو حلقه هم‌مرکز عمود بر هم، در وسط حلقه‌ها، از رابطه زیر به دست می‌آید.



$$B_T = \sqrt{B_1^2 + B_2^2}$$

طبق نکته‌ای که گفتیم می‌توانیم بنویسیم:

$$B_T = \sqrt{B_1^2 + B_2^2} \xrightarrow{B_T = 2/6G} 2/6 = \sqrt{2/4^2 + B_2^2}$$

$$\Rightarrow 2/6^2 = 2/4^2 + B_2^2 \Rightarrow B_2^2 = 2/6^2 - 2/4^2 = (2/6 - 2/4)(2/6 + 2/4) = (0/2)(5) = 1$$

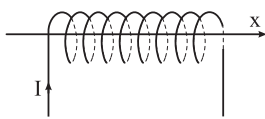
$$\Rightarrow B_2 = 1G \xrightarrow{1G = 10^{-4}T} B_2 = 10^{-4}T$$

گام سوم: جریان عبوری از حلقه (2) یعنی I را حساب می‌کنیم:

$$B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2R_2} \xrightarrow{I=I_2, B_2=10^{-4}T} 10^{-4} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times I}{2 \times 0.03} \Rightarrow I = 5A$$

تست و پاسخ ۵۶

در شکل زیر، سیم‌لوله آرمانی به طول ۱۵ cm دارای ۶۰۰ حلقه نزدیک به هم است. اگر از سیم‌لوله جریان الکتریکی ۲۵۰ mA در جهت نشان داده شده عبور کند، میدان مغناطیسی در نقطه‌ای درون سیم‌لوله و دور از لبه‌های آن، چند گاوس و در چه جهتی است؟ ($\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A}$)



$$1T = 10^4 G$$

(۱) 4π ، در جهت محور X

(۲) 4π ، در خلاف جهت محور X

(۳) 4π ، در جهت محور X

(۴) 4π ، در خلاف جهت محور X

پاسخ: گزینه ۴

درس نامه ●● میدان مغناطیسی داخل یک سیم‌لوله آرمانی در نقطه‌های دور از لبه‌ها، یکنواخت است و اندازه آن از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{l}$$

تعداد حلقه تراوایی مغناطیسی $(\frac{T \cdot m}{A})$ ← اندازه میدان مغناطیسی (T)
 جریان الکتریکی (A) → $\mu_0 NI$
 طول سیم‌لوله (m) ↓

جهت این میدان مغناطیسی با قاعده دست راست تعیین می‌گردد. به طوری که اگر چهار انگشت دست راست خود را در جهت جریان سیم‌لوله ببندیم، انگشت شست، جهت میدان مغناطیسی درون سیم‌لوله را نشان می‌دهد.

پاسخ تشریحی گام اول: اندازه میدان مغناطیسی درون سیم‌لوله را به دست می‌آوریم:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{l} \xrightarrow{\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A}, N = 600} \xrightarrow{I = 250mA = 250 \times 10^{-3}A, l = 15cm = 15 \times 10^{-2}m}$$

$$B = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 600 \times 250 \times 10^{-3}}{15 \times 10^{-2}} = 4\pi \times 10^{-4}T \xrightarrow{10^{-4}T = 1G} B = 4\pi G$$

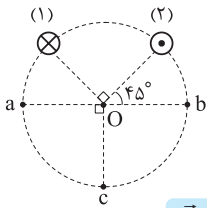
گام دوم: اگر چهار انگشت دست راست خود را در جهت جریان سیم‌لوله ببندیم، انگشت شست به طرف چپ خواهد بود، یعنی جهت میدان مغناطیسی درون سیم‌لوله به طرف چپ (خلاف جهت محور X) است.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۵۷

شکل مقابل، مقطع دو سیم بلند و موازی (۱) و (۲) را روی محیط دایره‌ای نشان می‌دهد که بر صفحه کاغذ عمودند و از آن‌ها جریان‌هایی با اندازه I و در جهت‌های نشان داده شده عبور می‌کند. برای این‌که میدان مغناطیسی خالص در نقطه O (مرکز دایره) صفر شود، موازی دیگری عمود بر صفحه کاغذ که جریان عبوری از آن I' است، استفاده می‌کنیم. کدام مورد به ترتیب درباره مکان این سیم، اندازه و جهت جریان عبوری از آن، درست است؟



$$\vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}' = 0$$

⊗، $I' > I$ ، b نقطه (۲)

⊙، $I' = I$ ، a نقطه (۱)

⊗، $I' > I$ ، c نقطه (۴)

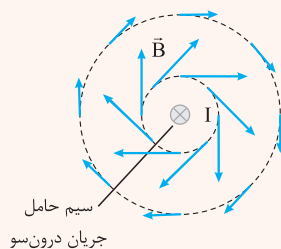
⊙، $I' = I$ ، c نقطه (۳)

پاسخ: گزینه ۲

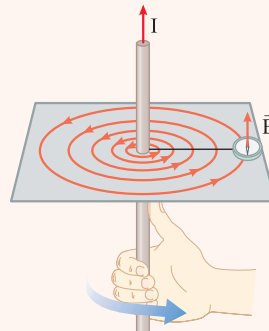
خودت حل کنی بهتره ابتدا میدان‌های مغناطیسی ناشی از سیم‌های ۱ و ۲ را در نقطه O مشخص کنید و برآیند حاصل از آن دو ($\vec{B}_{1,2}$) را روی شکل نشان دهید. سپس ببینید کدام گزینه، میدان مغناطیسی $-\vec{B}_{1,2}$ را ایجاد می‌کند.

درس نامه •• میدان مغناطیسی حاصل از جریان الکتریکی در اطراف سیم مستقیم و بلند:

(۱) اگر سیم را در دست راست خود بگیریم به گونه‌ای که انگشت شست دست راستمان در جهت جریان باشد، جهت بسته شدن چهار انگشت دیگر، سوی میدان مغناطیسی در اطراف آن را نشان می‌دهد.



(ب)



(الف)

(۲) اگر مطابق شکل (ب) سیم حامل جریان، عمود بر صفحه کاغذ باشد بردار میدان مغناطیسی در هر نقطه از صفحه، بر خطی که آن نقطه را به سیم وصل می‌کند، عمود است.

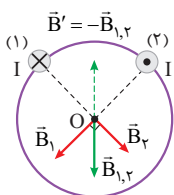
(۳) اگر در یک نقطه، دو یا چند میدان مغناطیسی وجود داشته باشند، برآیند آن‌ها با استفاده از قاعده جمع برداری به دست می‌آید.

(۴) هر چه جریان سیم بیشتر باشد، میدان مغناطیسی حاصل از آن بزرگ‌تر است و هر چه از سیم دور شویم میدان مغناطیسی حاصل از آن ضعیف‌تر می‌شود.

پاسخ تشریحی

گام اول: میدان‌های مغناطیسی \vec{B}_1 و \vec{B}_2 ناشی از سیم‌های ۱ و ۲ را در نقطه O روی

شکل نشان می‌دهیم و برآیند آن دو را $\vec{B}_{1,2}$ می‌نامیم. میدان مغناطیسی \vec{B}' ناشی از سیم حامل جریان I' باید بتواند $\vec{B}_{1,2}$ را خنثی کند تا میدان مغناطیسی خالص در نقطه O ، صفر شود.



گام دوم: اگر سیم حامل جریان I' ، عمود بر نقطه C باشد، میدان مغناطیسی حاصل از آن عمود بر $\vec{B}_{1,2}$ قرار می‌گیرد و میدان مغناطیسی خالص در نقطه O صفر نمی‌شود، بنابراین (۳) و (۴) رد می‌شوند.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

گام سوم: با توجه به این که فاصله همه نقاط روی دایره از مرکز آن به یک فاصله اند، داریم:

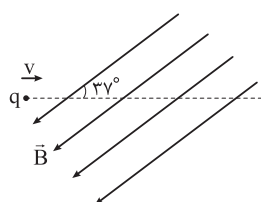
$$\begin{cases} B_1 = B_2 \\ B_{1,2} > B_1 \Rightarrow B' > B_1 \xrightarrow{I_1=I_2=I} I' > I \\ B' = B_{1,2} \end{cases}$$

بنابراین ۲ درست است.

تست و پاسخ ۵۸

ذره‌ای با بار الکتریکی $-5\mu\text{C}$ و تندی $4 \times 10^4 \text{ m/s}$ مطابق شکل زیر، وارد یک میدان مغناطیسی یکنواخت به بزرگی 200 G می‌شود. در

لحظه ورود ذره به میدان، نیروی مغناطیسی وارد بر ذره چند میکرونیوتون و در کدام جهت است؟ $(\sin 37^\circ = 0.6)$



\vec{F}_B ←

○ ۱. ۲۴۰۰

⊗ ۲. ۲۴۰۰

○ ۳. ۲۴۰

⊗ ۴. ۲۴۰

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره در مبحث مربوط به نیروی وارد بر ذره باردار متحرک در میدان مغناطیسی، گرچه در بیشتر تست‌ها زاویه بین \vec{v} و \vec{B} یعنی زاویه θ ، برابر با 90° داده می‌شود، اما سعی کنید با حل چنین تست‌هایی خودتان را برای زاویه‌های غیر از 90° نیز آماده کنید.

خود حل کنی بهتره اندازه نیرو را با رابطه $F = |q| v B \sin \theta$ به دست آورید و جهت آن را نیز با قاعده دست راست تعیین کنید. توجه کنید که بار الکتریکی ذره منفی است، پس جهت نیروی به دست آمده با دست راست را برعکس کنید یا از ابتدا، جهت نیرو را با دست چپ تعیین کنید.

درس نامه ••• نیروی مغناطیسی وارد بر ذره باردار متحرک در میدان مغناطیسی:

اندازه میدان مغناطیسی یکنواخت (T) تندی بار الکتریکی (m/s)

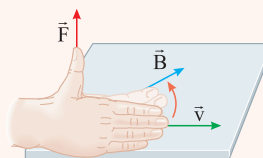
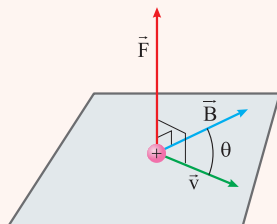
$$F = |q| v B \sin \theta$$

اندازه نیرو (N) زاویه بین سرعت و میدان مغناطیسی

بزرگی بار الکتریکی (C)

جهت این نیرو با استفاده از قاعده دست راست تعیین می‌گردد. اگر دست راست خود را طوری نگه داریم که انگشتان باز شده ما در جهت \vec{v} باشد - به گونه‌ای که وقتی آن‌ها را روی زاویه کوچک‌تری که \vec{v} با \vec{B} می‌سازد و در جهت چرخش طبیعی انگشتان خود خم کنیم، در جهت \vec{B} قرار گیرد - انگشت شست، در جهت نیروی وارد بر ذره مثبت خواهد بود.

توجه کنید که نیروی وارد بر بار منفی، در خلاف جهت نیروی وارد بر بار مثبت است. به عبارت دیگر با دست چپ تعیین می‌گردد.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا اندازه نیروی وارد بر این ذره باردار متحرک در میدان مغناطیسی داده شده را به دست می آوریم:

$$F = |q| v B \sin \theta \quad \frac{|q| = 5 \mu C, v = 4 \times 10^4 \text{ m/s}}{B = 200 \text{ G} = 200 \times 10^{-4} \text{ T}, \theta = 18^\circ - 37^\circ} \rightarrow F = 5 \times 4 \times 10^4 \times 200 \times 10^{-4} \times \sin(18^\circ - 37^\circ)$$

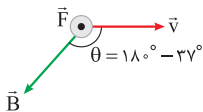
$$\Rightarrow F = 4000 \sin 37^\circ \xrightarrow{\sin 37^\circ = 0.6} F = 4000 \times 0.6 = 2400 \mu N$$

بار بر حسب μC نوشته شده و نیرو بر حسب μN به دست آمده است.

بنابراین **۳** و **۴** رد می شوند.

گام دوم: با توجه به این که بار ذره، منفی است جهت نیرویی که از قاعده دست راست به دست می آید را برعکس می کنیم و یا از ابتدا جهت آن را با دست چپ تعیین می کنیم.

با توجه به شکل مقابل، جهت این نیرو، عمود بر صفحه کاغذ و به طرف بیرون (برون سو) است.



تست و پاسخ ۵۹

مطابق شکل زیر، یک سیم با دو نیروسنج که به دو انتهای آن بسته شده اند، به طور افقی در راستای غرب - شرق قرار دارد. در محل این سیم میدان مغناطیسی زمین، رو به شمال و اندازه آن 5 G است. در حالتی که جریان 20 A از سیم عبور می کند، نیروسنجها عدد صفر را نشان می دهند. در این حالت جهت جریان در سیم کدام است و جرم هر متر از این سیم چند گرم است؟ ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

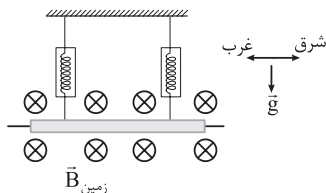
$$F_B = mg$$

$$1, \rightarrow (1)$$

$$0/1, \rightarrow (2)$$

$$2, \leftarrow (3)$$

$$0/2, \leftarrow (4)$$



پاسخ: گزینه ۱

مشاوره برای حل چنین تست هایی، مقایسه جهت های جغرافیایی با جهت های بالا و پایین را در یک شکل ثابت، به ذهن خود بسپارید.

دقت کنید که بالا با شمال فرق دارد. هم چنین پایین با جنوب، یکسان نیست.

خودت حل کنی بهتره اندازه نیروی مغناطیسی حاصل از عبور جریان الکتریکی از سیم را با نیروی وزن سیم، برابر قرار دهید تا جرم هر

متر از آن را به دست آورید. برای تعیین جهت جریان نیز از قاعده دست راست استفاده کنید.

درس نامه •• نیروی مغناطیسی وارد بر سیم راست حامل جریان:

طول سیم داخل میدان مغناطیسی (m) جریان الکتریکی (A)

زاویه بین امتداد سیم و میدان مغناطیسی $\rightarrow F = B I \ell \sin \theta \leftarrow$ اندازه نیرو (N)

اندازه میدان مغناطیسی یکنواخت (T)

جهت این نیرو با استفاده از قاعده دست راست تعیین می گردد. اگر دست راست خود را طوری نگه داریم که انگشتان باز شده ما در جهت جریان باشد - به گونه ای که وقتی آن ها را روی زاویه کوچک تری که امتداد سیم با \vec{B} می سازد و در جهت چرخش طبیعی انگشتان خم کنیم، در جهت \vec{B} قرار گیرد - انگشت شست ما در جهت نیروی وارد بر سیم خواهد بود.

نکته اگر سیم حامل جریان در میدان مغناطیسی، به صورت افقی در حال تعادل بماند به طوری که نیروی مغناطیسی F (رو به بالا)، وزن

سیم (رو به پایین) را خنثی کند، داریم:

جرم سیم (kg)

$$mg = BI \ell \sin \theta$$

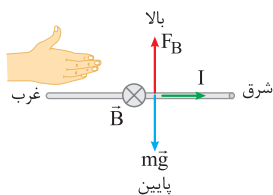
شتاب گرانش زمین $(10 \text{ N/kg}) =$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

پاسخ تشریحی گام اول: از آنجا که نیروسنجها عدد صفر را نشان می‌دهند، نیروی وزن سیم که رو به پایین است با نیروی مغناطیسی زمین وارد بر سیم که رو به بالا است، خنثی می‌شود و سیم در حال تعادل می‌ماند. با توجه به قاعده دست راست باید جریان الکتریکی درون سیم از غرب به شرق باشد. (رد ۳ و ۴)



گام دوم: طول سیم را یک متر در نظر می‌گیریم و جرم آن را به دست می‌آوریم:

$$mg = BI\ell \sin \theta \quad \begin{matrix} g=10 \text{ N/kg}, B=5 \times 10^{-4} \text{ T} \\ I=2 \text{ A}, \ell=1 \text{ m}, \theta=90^\circ \end{matrix}$$

$$\Rightarrow m \times 10 = 5 \times 10^{-4} \times 2 \times 1 \times \sin 90^\circ \Rightarrow m = 10^{-3} \text{ kg} \Rightarrow m = 1 \text{ g}$$

بنابراین ۱ درست است.

تست و پاسخ ۶۰

ذره‌ای به جرم ۲g و بار الکتریکی ۴ μC در راستای افقی با تندی ۵۰۰ km/s به سمت شرق پرتاب می‌شود. در محل پرتاب این ذره، میدان مغناطیسی یکنواخت \vec{B} و میدان الکتریکی یکنواخت $E = 2 \times 10^4 \text{ N/C}$ عمود بر سطح زمین و رو به پایین وجود دارد. اگر ذره بدون انحراف به مسیر خود ادامه دهد، \vec{B} چند گاوس و در کدام جهت است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)

$$\vec{F}_{\text{net}} = 0$$

(۲) ۳۰۰، جنوب

(۱) ۳۰۰، شمال

(۴) ۵۰۰، جنوب

(۳) ۵۰۰، شمال

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره این نوع تست‌ها کاملاً ترکیبی هستند، یعنی نیروی الکتریکی و نیروی مغناطیسی با بحث دینامیک ترکیب شده‌اند.

خودت حل کنی بهتره ابتدا اندازه و جهت نیروی الکتریکی وارد بر ذره را تعیین کنید. سپس با معلوم بودن نیروی وزن ذره، اندازه و جهت نیروی مغناطیسی وارد بر آن را به دست آورید، در پایان نیز بزرگی میدان مغناطیسی و جهت آن را پیدا کنید.

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

درس نامه (۱) نیروی وارد بر ذره باردار در میدان الکتریکی:

اگر بار q در میدان الکتریکی \vec{E} قرار گیرد، نیروی \vec{F} بر آن وارد می‌شود.

F = اندازه نیرو (N)

q = بار الکتریکی (C)

E = بزرگی میدان الکتریکی (N/C)

اگر $q > 0$ باشد، \vec{F} و \vec{E} هم جهت هستند.

اگر $q < 0$ باشد، \vec{F} و \vec{E} در جهت مخالف هم هستند.

(۲) اگر ذره‌ای به جرم m و بار الکتریکی q از ناحیه‌ای عبور کند که هم‌زمان تحت تأثیر دو میدان الکتریکی و مغناطیسی است و بخواهد بدون انحراف، مسیر مستقیم خود را ادامه دهد باید نیروی خالص وارد بر آن صفر باشد.

$$\vec{F}_E + \vec{F}_B + m\vec{g} + \dots = 0$$

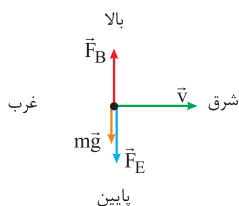
پاسخ تشریحی گام اول: اندازه و جهت نیروی الکتریکی وارد بر ذره را تعیین می‌کنیم.

$$F_E = qE \quad \begin{matrix} q=4 \mu\text{C}=4 \times 10^{-6} \text{ C} \\ E=2 \times 10^4 \text{ N/C} \end{matrix} \rightarrow F_E = 4 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^4 = 8 \times 10^{-2} \text{ N}$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



چون $q > 0$ است، \vec{F}_E و \vec{E} هم جهت هستند؛ یعنی \vec{F}_E رو به پایین است. نیروی وزن هم که رو به پایین است؛ بنابراین باید نیروی مغناطیسی \vec{F}_B رو به بالا باشد تا نیروی خالص وارد بر ذره، صفر شود.



گام دوم: نیروی خالص وارد بر ذره را برابر با صفر قرار می‌دهیم و از آنجا \vec{F}_B را به دست می‌آوریم:

$$\vec{F}_E + \vec{F}_B + m\vec{g} = 0$$

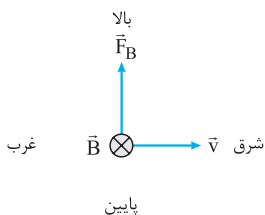
$$F_B - mg - F_E = 0 \Rightarrow F_B = mg + F_E \xrightarrow[m=2g=2 \times 10^{-3} \text{ kg}, g=10 \text{ N/kg}]{F_E=8 \times 10^{-2} \text{ N}} F_B = 2 \times 10^{-3} \times 10 + 8 \times 10^{-2} = 10^{-1} \text{ N}$$

گام سوم: اندازه و جهت میدان مغناطیسی را به دست می‌آوریم:

$$F_B = |q| v B \sin \theta \xrightarrow[\theta=90^\circ \Rightarrow \sin \theta=1]{F_B=10^{-1} \text{ N}, |q|=4 \mu\text{C}=4 \times 10^{-6} \text{ C}, v=500 \text{ km/s}=5 \times 10^5 \text{ m/s}} F_B=10^{-1} \text{ N}$$

$$10^{-1} = 4 \times 10^{-6} \times 5 \times 10^5 \times B \times 1 \Rightarrow 10^{-1} = 2 \times B \Rightarrow B = 0.05 \text{ T} \xrightarrow{1 \text{ T}=10^4 \text{ G}} B = 500 \text{ G}$$

جهت این میدان مغناطیسی با توجه به قاعده دست راست، درون سو می‌شود، یعنی رو به شمال است.





پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

شیمی: صفحه‌های ۱ تا ۹۸

تست و پاسخ ۶۱

کدام موارد از مطالب زیر نادرست است؟

(الف) پیشرفت صنعت الکترونیک بر اجزایی مبتنی است که از مواد نیمه‌رسانا ساخته می‌شوند.

(ب) در جدول دوره‌ای، عنصرهایی که آرایش الکترونی اتم آن‌ها مشابه است، در یک گروه قرار دارند.

(پ) رنگ گوگرد و برم مایع یکسان بوده و هیچ یک جریان برق و گرما را عبور نمی‌دهند.

یعنی فلزند.

(ت) ۳۷/۵ درصد از عنصرهای دوره سوم جدول تناوبی، در اثر ضربه تغییر شکل می‌دهند، ولی خرد نمی‌شوند.

(۱) الف - ب (۲) الف - ت (۳) ب - پ (۴) پ - ت

پاسخ: گزینه ۳

عبارت‌های «ب» و «پ» نادرست‌اند.

پاسخ تشریحی بررسی عبارت‌ها:

(الف) پیشرفت صنعت الکترونیک بر اجزایی مبتنی است که از مواد نیمه‌رسانا ساخته می‌شوند، هم‌چنین پیشرفت صنعت خودرو مدیون شناخت و دسترسی به فولاد است. (این دو تا را با هم قاطی نکنید.)

(ب) عنصرهایی در یک گروه قرار می‌گیرند که آرایش الکترونی لایه ظرفیت اتم آن‌ها مشابه است، به جز هلیم (He).

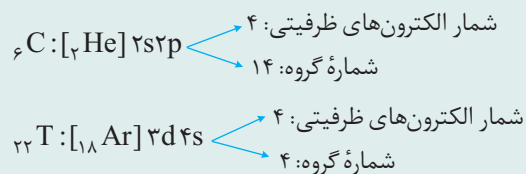
نکته وجه تشابه عنصرهای یک گروه در آرایش الکترونی لایه ظرفیت اتم آن‌ها (به جز He) می‌باشد. برای مثال، به آرایش الکترونی فشرده تعدادی از عنصرهای گروه ۱ و ۱۸ توجه کنید:



همان‌طور که مشاهده می‌کنید، آرایش الکترونی عنصرهای گروه ۱۸ (به جز He)، به $ns^2 np^6$ و آرایش الکترونی عناصر گروه ۱ همگی به ns^1 ختم می‌شوند. (n شماره دوره عنصر مورد نظر است.)

پس **هواستون جمع باشه** که آرایش الکترونی هیچ‌یک از عنصرهای جدول دوره‌ای (در حالت خنثی) شبیه هم نیست. (این عبارت از بیخ و بن غلطه.)

دام تستی گاهی اوقات از این عبارت که «همه عنصرهایی که شمار الکترون‌های لایه ظرفیت اتم آن‌ها برابر است، در یک گروه قرار می‌گیرند» نیز برای به دام انداختن شما استفاده می‌شود. دقت داشته باشید که این عبارت اشتباه است، برای مثال به آرایش الکترونی فشرده عنصرهای C و Ti دقت کنید:



با این که شمار الکترون‌های ظرفیت این دو عنصر برابر است، اما در یک گروه قرار ندارند!

(پ) گوگرد نافلزی زردرنگ و برم مایع، نافلزی به رنگ قرمز است؛ بنابراین بخش اول این عبارت نادرست بوده، اما بخش دوم آن «هیچ‌یک از این دو عنصر جریان برق و گرما را از خود عبور نمی‌دهند» درست می‌باشد.

هواستون باشه که نافلزها به طور معمول رسانای جریان برق نیستند، (پرا به طور معمول؟) چون گرفتار با این که نافلز است، اما رسانایی کتریکی خوبی دارد. (ت) در دوره سوم جدول تناوبی، ۸ عنصر (Na, Mg, Al, Si, P, S, Cl, Ar) وجود دارد که در میان آن‌ها فقط ۳ عنصر Mg, Na و Al جزء عناصر فلزی هستند و در اثر ضربه تغییر شکل می‌دهند، ولی خرد نمی‌شوند. $\frac{3}{8} \times 100 = 37.5\%$ درصد عناصر فلزی دوره سوم

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

نکته

- در دوره سوم جدول تناوبی
- ← ۸ عنصر وجود دارد.
 - ← ۳ عنصر فلزی (Al و Mg، Na)، یک عنصر شبه فلزی (Si) و ۴ عنصر نافلزی (Ar و Cl، S، P) وجود دارد.
 - ← ۴ عنصر سطح صیقلی و براق دارند. (Si و Al، Mg، Na)
 - ← در دما و فشار اتاق، ۶ عنصر به حالت جامد و ۲ عنصر حالت گازند. (فقط Cl و Ar گازی شکل هستند).
 - ← ۶ عنصر می توانند یون تک اتمی تشکیل دهند. (Cl^- و S^{2-} ، P^{3-} ، Al^{3+} ، Mg^{2+} ، Na^+)
 - ← زیرلایه های ۳s و ۳p در عنصرها در حال پرشدن هستند.

تکنیک

برای حل این سؤال نیازی به بررسی همه عبارتها نیست. از آنجایی که ما به دنبال عبارتهای نادرست هستیم، با بررسی مورد «الف» متوجه می شویم که این عبارت درست است، پس (۱) و (۲) حذف می شوند، اما با کمی دقت درمی یابیم که در (۳) و (۴)، مورد «ب» مشترک بوده و حتماً نادرست می باشد؛ بنابراین کافیه عبارت «ب» یا «ت» را بررسی کنیم.

تست و پاسخ ۶۲

چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- در واکنش هایی که در بین مواد شرکت کننده شان عنصر خالص دارند، تغییر نوع آلوتروپ عنصر تأثیری بر مقدار ΔH واکنش ندارد.
- در دما و فشار ثابت، گرمای ویژه یک ماده، فقط به مقدار ماده بستگی دارد.
- گرمای آزاد شده در یک واکنش گرماده در دمای ثابت، برابر با اختلاف انرژی جنبشی واکنش دهنده ها و فرآورده ها است.
- در فرایند تصعید یخ خشک در دمای ثابت، میانگین تندی و انرژی جنبشی ذرات کاهش می یابد.

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

پاسخ: گزینه ۱

درس نامه

عوامل مؤثر بر گرمای واکنش (ΔH) واکنش عبارتند از:

- (۱) نوع مواد واکنش دهنده و فرآورده: با تغییر نحوه اتصال اتمها به یکدیگر و نوع مواد، گرمای واکنش نیز تغییر می کند، زیرا هر ماده در دما و فشار ثابت انرژی معینی دارد، یعنی سطح انرژی مواد با هم متفاوت است.
- (۲) دما و فشار: سطح انرژی مواد به دما و فشار بستگی دارد؛ بنابراین برای تعیین گرمای یک واکنش باید واکنش مورد نظر در یک فشار معین و دمای ثابت انجام شود.
- (۳) مقدار واکنش دهنده: هر چه مقدار مواد واکنش دهنده بیشتر باشد، مقدار گرمای مبادله شده نیز بیشتر خواهد بود.
- (۴) حالت فیزیکی واکنش دهنده ها و فرآورده ها: انرژی مواد در حالت های فیزیکی مختلف متفاوت است. به طور کلی سطح انرژی یک ماده در حالت گاز بیشتر از حالت مایع و آن هم بیشتر از حالت جامد می باشد.

پاسخ تشریحی همه عبارتهای داده شده نادرست اند.

بررسی عبارتها:

عبارت اول: آلوتروپ به شکل های گوناگون مولکولی یا بلوری یک عنصر گفته می شود، مثلاً کربن دارای دو آلوتروپ (دگرشکل) طبیعی الماس و گرافیت است. از آنجا که در این دو ماده شیوه اتصال اتمها به یکدیگر متفاوت است؛ پس سطح انرژی (آنتالپی) آنها نیز متفاوت می باشد. به معادله واکنش سوختن کامل الماس و گرافیت و گرمای حاصل از سوختن یک مول از آنها توجه کنید:



عبارت دوم: گرمای ویژه در دما و فشار معین تنها به نوع ماده وابسته است و به مقدار (جرم) ماده بستگی ندارد.



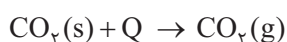
پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

عبارت سوم: شیمی دان‌ها گرمای مبادله شده در هر واکنش شیمیایی را به طور عمده وابسته به اختلاف انرژی پتانسیل مواد واکنش دهنده و فراورده می‌دانند.

نکته انرژی پتانسیل همان انرژی ناشی از نیروهای نگهدارنده ذره‌های سازنده یک ماده در کنار یکدیگر است. با انجام واکنش و تغییر در شیوه اتصال اتم‌ها به یکدیگر، انرژی پتانسیل مواد تغییر می‌کند، هم‌چنین گرمای مبادله شده طی یک واکنش به طور عمده به دلیل تفاوت در انرژی پتانسیل مواد واکنش دهنده و فراورده است.

عبارت چهارم: از آن‌جا که فرایند مورد نظر در دمای ثابت ($\Delta\theta = 0$) انجام می‌شود، میانگین انرژی جنبشی و میانگین تندی ذرات نیز ثابت می‌ماند:



تست و پاسخ ۶۳

کدام مطلب درباره عنصر A درست است؟

- (۱) حالت فیزیکی آن در دمای اتاق، با سایر عنصرهای هم گروه خود متفاوت است.
- (۲) در دمای اتاق به شدت با گاز هیدروژن واکنش می‌دهد.
- (۳) مجموع اعداد کوانتومی اصلی و فرعی الکترون‌های ظرفیت آن برابر ۲۶ است.
- (۴) گازی بی‌رنگ و سمی از خانواده هالوژن‌ها است.

پاسخ: گزینه ۳

درس نامه

نام هالوژن	حالت فیزیکی در دمای اتاق	شرایط واکنش با گاز هیدروژن
فلوئور	گاز	حتی در دمای 20°C به سرعت واکنش می‌دهد.
کلر	گاز زرد رنگ	در دمای اتاق به آرامی واکنش می‌دهد.
برم	مایع قرمز رنگ	در دمای 20°C واکنش می‌دهد.
ید	جامد	در دمای بالاتر از 40°C واکنش می‌دهد.

- آرایش الکترونیکی عنصرهای این گروه به $ns^2 np^5$ ختم می‌شود.
- هالوژن‌ها، واکنش پذیرترین نافلزهای یک دوره هستند.

• عنصرهای این گروه در حالت آزاد (نه در طبیعت!!) به صورت مولکول‌های دواتمی (I_2 , Br_2 , Cl_2 , F_2) وجود دارند.

• این عناصر هم می‌توانند الکترون به اشتراک بگذارند، هم می‌توانند با گرفتن یک الکترون به یون هالید (X^-) تبدیل شوند.

• مقایسه قدرت نیروی بین مولکولی و نقطه ذوب و جوش آن‌ها به صورت روبه‌رو می‌باشد:

$$\underbrace{\text{F}_2 < \text{Cl}_2 < \text{Br}_2 < \text{I}_2}_{\text{گاز}} \quad \underbrace{\phantom{\text{F}_2 < \text{Cl}_2 < \text{Br}_2 < \text{I}_2}}_{\text{مایع}} \quad \underbrace{\phantom{\text{F}_2 < \text{Cl}_2 < \text{Br}_2 < \text{I}_2}}_{\text{جامد}}$$

• در تولید لامپ چراغ‌های جلوی خودروها، از هالوژن‌ها استفاده می‌شود.

• در گروه هالوژن‌ها، از بالا به پایین شمار لایه‌های الکترونی بیشتر می‌شود و شعاع اتمی آن‌ها افزایش می‌یابد. با افزایش شعاع اتمی، تمایل اتم نافلز به گرفتن الکترون کم‌تر شده و در نتیجه واکنش پذیری نافلز کاهش می‌یابد.

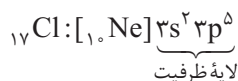
پاسخ تشریحی با توجه به صورت سؤال، ابتدا باید بدانیم که عنصر A، کدام یک از عنصرهای جدول دوره‌ای می‌باشد. با توجه به جایگاه

این عنصر که در گروه ۱۷ جدول دوره‌ای (هالوژن‌ها) و دوره سوم قرار گرفته است، درمی‌یابیم که این عنصر دومین عنصر خانواده هالوژن‌ها یا عنصر کلر (Cl) است.

بررسی گزینه‌ها:

① در گروه ۱۷ جدول دوره‌ای، حالت فیزیکی فلوئور (F_2) و کلر (Cl_2) در دمای اتاق مشابه هم بوده و هر دو به صورت گاز می‌باشند.

② گاز کلر (Cl_2) در دمای اتاق به آرامی با گاز هیدروژن واکنش می‌دهد.



③ گام اول: آرایش الکترونی فشرده کلر را می‌نویسیم و لایه ظرفیت آن را مشخص می‌کنیم:

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



عدد کوانتومی فرعی (l) برای زیرلایه‌های موجود در لایه ظرفیت آن S و P به ترتیب برابر با ۱ و ۰ می‌باشد.

گام دوم: شمار الکترون‌های موجود در هر زیرلایه را در مجموع (n+1) آن زیرلایه ضرب کرده و سپس جمع می‌کنیم.

$$۲۶ = ۲(۳+۰) + ۵(۳+۱) = ۲۶$$

الکترون‌های ۳s الکترون‌های ۳p

۴ با این که کلر گازی سمی است، ولی زردرنگ می‌باشد.

تست و پاسخ ۶۴

از واکنش ۶/۷۲ لیتر گاز کلر در شرایط STP با مقدار کافی از یک آلکن، ۱۷/۸۲ گرم فراورده سیر شده حاصل می‌شود. اگر بازده واکنش ۶۰ درصد باشد، فرمول مولکولی این آلکن کدام است؟ (Cl = ۳۵/۵, C = ۱۲, H = ۱: g.mol⁻¹)



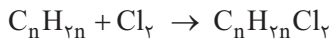
پاسخ: گزینه ۱

خودت حل کنی بهتره ابتدا معادله واکنش رو بنویس و با محاسبات استوکیومتری، جرم مولی فراورده را به دست بیار. سپس با استفاده

از جرم مولی به دست آمده، مقدار n را مشخص کن و در نهایت فرمول آلکن مورد نظر را بنویس.

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا معادله کلی واکنش افزایشی کلردار کردن یک آلکن با فرمول عمومی (C_nH_{۲n}) را می‌نویسیم. در این واکنش

با افزودن یک مول گاز کلر (Cl_۲) به یک مول آلکن با n اتم کربن یک مول فراورده سیر شده به صورت زیر به دست می‌آید:



گام دوم: از آن جایی که مقدار n مجهول است، می‌توانیم جرم مولی فراورده سیر شده (C_nH_{۲n}Cl_۲) را مجهول (a) در نظر بگیریم و با استفاده از روابط استوکیومتری، جرم مولی آن را به دست بیاوریم.

روش اول: استفاده از کسر تبدیل: $۶۰ = \frac{۱۷/۸۲}{x} \times ۱۰۰ \Rightarrow x = ۲۹/۷ g C_nH_{2n}Cl_2$

$$۲۹/۷ g C_nH_{2n}Cl_2 \times \frac{۱ mol C_nH_{2n}Cl_2}{a g} \times \frac{۱ mol Cl_2}{۱ mol C_nH_{2n}Cl_2} \times \frac{۲۲/۴ L Cl_2}{۱ mol Cl_2} = ۶/۷۲ L Cl_2 \Rightarrow a = ۹۹ g.mol^{-1}$$

روش دوم: استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{\text{بازده درصدی} \times \text{حجم}}{۱۰۰} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{۶/۷۲ \times ۶۰}{۱ \times ۲۲/۴} = \frac{۱۷/۸۲}{۱ \times a} \Rightarrow C_nH_{2n}Cl_2 \text{ (a) } = ۹۹ g.mol^{-1}$$

(واکنش دهنده) Cl_۲ (فراورده) C_nH_{۲n}Cl_۲

گام سوم: تا این جا متوجه شدیم جرم مولی C_nH_{۲n}Cl_۲ برابر با ۹۹ g.mol⁻¹ می‌باشد؛ بنابراین می‌توانیم مقدار n را به دست آوریم:

$$C_nH_{2n}Cl_2 \text{ با فرمول فراورده } = ۱۲n + ۲n + ۲(۳۵/۵) = ۱۴n + ۷۱ \Rightarrow ۱۴n + ۷۱ = ۹۹ \Rightarrow n = ۲$$

بنابراین فرمول مولکولی آلکن مورد نظر به صورت C_۲H_۴ است.

تست و پاسخ ۶۵

اگر در واکنشی رابطه $\frac{\Delta n(A)}{3\Delta t} = \frac{\Delta n(B)}{\Delta t}$ برقرار باشد، چند مورد از مطالب زیر به یقین درست است؟

• A و B هر دو فراورده واکنش هستند.

• سرعت متوسط مصرف یا تولید A سه برابر B است.

• ضریب استوکیومتری A، ۳ و ضریب استوکیومتری B در واکنش برابر ۱ است.

• در صورتی که A و B گاز باشند، حجم B شرکت‌کننده در این واکنش سه برابر حجم A است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۲



درس نامه

سرعت مصرف یا تولید یک ماده شرکت کننده در واکنش در گستره زمانی قابل اندازه گیری را سرعت متوسط (\bar{R}) آن ماده می گویند. از آن جا که سرعت همواره کمیتی مثبت است، ولی تغییرات مول واکنش دهنده، عددی منفی می باشد، با قراردادن علامت منفی در کنار Δn ، ضمن تأکید بر مصرف مواد واکنش دهنده، سرعت عددی مثبت به دست خواهد آمد:

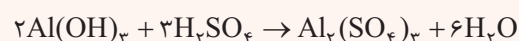


$$\bar{R}_{(A)} = -\frac{\Delta n_A}{\Delta t}$$

$$\bar{R}_{(B)} = \frac{\Delta n_B}{\Delta t}$$

سرعت تولید یا مصرف هر ماده در واکنش شیمیایی با ضریب استوکیومتری آن متناسب است. به عبارت دیگر، هر چه ضریب استوکیومتری یک ماده بزرگتر باشد، سرعت آن از بقیه مواد بیشتر خواهد بود.

برای مثال در واکنش زیر، سرعت تولید آب (H_2O)، ۶ برابر سرعت تولید آلومینیم سولفات ($Al_2(SO_4)_3$)، ۲ برابر سرعت مصرف سولفوریک اسید (H_2SO_4) و ۳ برابر سرعت مصرف آلومینیم هیدروکسید ($Al(OH)_3$) است.



از سوی دیگر، سرعت متوسط واکنش در یک واکنش کلی $aA + bB \rightarrow cC + dD$ برابر است با:

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = -\frac{\Delta n_A}{a\Delta t} = -\frac{\Delta n_B}{b\Delta t} = \frac{\Delta n_C}{c\Delta t} = \frac{\Delta n_D}{d\Delta t}$$

عبارت های دوم و سوم درست اند.

پاسخ تشریحی بررسی عبارت ها:

عبارت اول: با توجه به رابطه نوشته شده و مثبت بودن هر دو طرف معادله نمی توانیم نتیجه بگیریم که چون هر دو مثبت هستند، پس حتماً A و B فراورده هستند! (از این فیرا نیست)، مثلاً کافیه که هر دو را در یک منفی ضرب کنیم و بنویسیم:

$$-\frac{\Delta n_A}{3\Delta t} = -\frac{\Delta n_B}{\Delta t}$$

بنابراین در چنین تساوی هایی اگر هر دو طرف مثبت یا هر دو طرف منفی بودن، تنها چیزی که می توان تشخیص داد این است که هر دو ماده در یک طرف معادله واکنش هستند. (یا هر دو واکنش دهنده یا هر دو فراورده اند).

توجه اگر در صورت سؤال کلمه به یقین نیامده بود و گفته می شد: A و B می توانند واکنش دهنده باشند، این عبارت درست در نظر گرفته می شد! چرا؟ چون کلمه می توانند را اضافه کرده که یعنی می تونه باشه و تأکیدی بر واکنش دهنده بودن آن ها ندارد.

عبارت های دوم و سوم: مخرج کسر ها در واقع نشان دهنده ضریب مواد در معادله واکنش هستند، با توجه به این که ضریب A، ۳ برابر B است، می توان نتیجه گرفت که سرعت متوسط مصرف یا تولید A، ۳ برابر B است.

عبارت چهارم: برعکس گفته! با توجه به ۳ برابر بودن ضریب استوکیومتری A نسبت به B، حجم A شرکت کننده در واکنش ۳ برابر حجم B شرکت کننده است.

توجه برای گازها، به جای نسبت مولی می توان از نسبت حجمی نیز استفاده کرد:

$$\frac{\text{حجم A شرکت کننده}}{\text{حجم B شرکت کننده}} = 3 \Rightarrow \frac{\text{مول A شرکت کننده}}{\text{مول B شرکت کننده}} = 3$$

تست و پاسخ ۶۶

آلکانی با ۷ پیوند میان اتم های کربن دارای سه شاخه فرعی است. چند مورد از ترکیبات زیر می تواند آلکان مورد نظر باشد؟

- | | |
|---------------------------|-------------------------------------|
| ۲، ۳، ۴ - تری متیل پنتان | ۰ - ۲ - اتیل - ۳، ۴ - دی متیل بوتان |
| ۰ - ۲، ۴ - تری متیل هگزان | ۰ - ۲، ۳، ۴ - تری متیل پنتان |
| ۱ (۱) | ۲ (۲) |
| | ۳ (۳) |
| | ۴ (۴) |

یعنی در مجموع ۸ اتم کربن دارد.

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



نکته در یک آلکان راست‌زنجیر با n اتم کربن، $(n-1)$ پیوند $C-C$ ، $(2n+2)$ پیوند $C-H$ و در مجموع $(3n+1)$ پیوند اشتراکی (کووالانسی) بین اتم‌ها وجود دارد.

موردهای اول و چهارم درست‌اند.

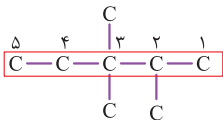
پاسخ تشریحی ابتدا شمار اتم‌های کربن آلکان را حساب می‌کنیم:

گام اول: با توجه به این که آلکان مورد نظر دارای ۷ پیوند $C-C$ است می‌توان دریافت که این آلکان دارای ۸ اتم کربن می‌باشد.

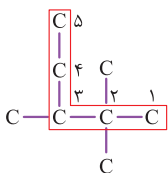
$$C-C \text{ پیوند} = n-1 \Rightarrow n-1=7 \Rightarrow n=8$$

گام دوم: کافی است با بررسی ترکیب‌های داده‌شده، آلکانی با ۸ اتم کربن که دارای ۳ شاخه فرعی می‌باشد را پیدا کنیم. بررسی همه موارد:

مورد اول: ۳، ۳، ۲ - تری‌متیل پنتان: این ترکیب دارای ۸ اتم کربن بوده و با رسم ساختار آن، شاهد ۳ شاخه فرعی متصل به زنجیر اصلی خواهیم بود:

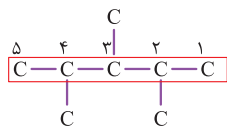


مورد دوم: ۲ - اتیل - ۳، ۳ - دی‌متیل بوتان: با این که در این ترکیب ۸ اتم کربن وجود دارد، اما نام‌گذاری آن نادرست است. می‌دانیم که در نام‌گذاری آلکان‌ها ۲ - اتیل و ۱ - اتیل نادرست هستند، چون اگر شاخه اتیل روی کربن شماره ۱ یا ۲ قرار بگیرد، حتماً جزء زنجیر اصلی خواهد بود و دیگر شاخه فرعی محسوب نمی‌شود؛ بنابراین نام‌گذاری درست این ترکیب به صورت زیر می‌باشد:



۳، ۲، ۲ - تری‌متیل پنتان

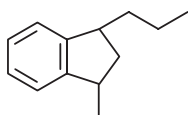
مورد سوم: ۴، ۲، ۲ - تری‌متیل هگزان: (این ترکیب هم همون اول حذف می‌شه) چون این ترکیب دارای ۹ اتم کربن می‌باشد.



مورد چهارم: ۴، ۳، ۲ - تری‌متیل پنتان: این ترکیب نیز دارای ۸ اتم کربن بوده و دارای ۳ شاخه فرعی می‌باشد:

تست و پاسخ ۶۷

کدام مطلب در رابطه با ترکیب مقابل، نادرست است؟



(۱) شمار پیوندهای $C-H$ موجود در آن با شمار این پیوندها در ۱ - نون برابر است.



(۲) اختلاف جرم مولی آن با بنزن، با جرم مولی ۲ - هپتن برابر است.



(۳) مشابه نفتالن، یک ترکیب آروماتیک به شمار می‌رود.

(۴) آلکانی با شمار اتم کربن مشابه این ترکیب، می‌تواند در نفت سفید یافت شود.

پاسخ: گزینه ۲

نکته برای تعیین شمار اتم هیدروژن در یک ترکیب آلی، می‌توان شمار اتم‌های کربن آن را شمرد و سپس تغییرات زیر را بر روی شمار

اتم‌های هیدروژن آلکان هم‌کربن با آن (C_nH_{2n+2}) اعمال کرد.

● هر حلقه: $-2H$

● هر پیوند دوگانه: $-2H$

● هر پیوند سه‌گانه: $-4H$

● هر اتم N یا P : $+H$

● هر اتم هالوژن (I, Br, Cl, F) : $-H$

● اتم‌های O و S : بدون تغییر

(شمار پیوندهای سه‌گانه $\times 4$) - (شمار پیوندهای دوگانه $\times 2$) - (شمار حلقه‌ها $\times 2$) - $2n + 2$ = شمار اتم‌های هیدروژن

(شمار اتم‌های هالوژن $\times 1$) - (شمار اتم‌های N یا P $\times 1$) +



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

پاسخ تشریحی ابتدا شمار اتم‌های موجود در ترکیب مورد نظر را شمارش می‌کنیم و سپس شمار اتم‌های هیدروژن آن را از طریق فرمول، به دست می‌آوریم:

$$= 18 \Rightarrow C_{13}H_{18} = (2 \times 3) - (2 \times 2) - (2 \times 13 + 2)$$

شمار حلقه شمار پیوندهای دوگانه

بررسی گزینه‌ها:

۱) از آن جایی که ساختار داده‌شده $(C_{13}H_{18})$ و ۱ - نونن (C_9H_{18}) هر دو هیدروکربن هستند و دارای ۱۸ اتم هیدروژن می‌باشند؛ پس همه ۱۸ اتم هیدروژن آن‌ها به کربن متصل بوده و شمار پیوندهای $C-H$ در هر دو برابر است.


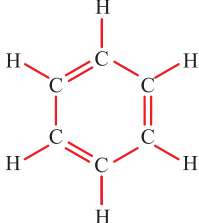
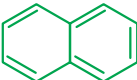
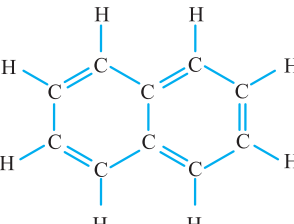
۲) فرمول بنزن، C_6H_6 است. بدون محاسبه جرم مولی جداگانه ترکیب‌ها، می‌شه فهمید که آیا اختلاف جرم مولی آن‌ها با ۲-هپتن (C_7H_{14}) برابر است یا خیر!

$$= C_{13}H_{18} - C_6H_6 = C_7H_{12} \neq C_7H_{14}$$

فرمول مولکولی بنزن ۲-هپتن
ساختار داده‌شده

۳) ترکیب داده‌شده و نفتالن هر دو دارای حلقه بنزنی هستند و ترکیب آروماتیک می‌باشند.

نکته

مدل پیوند - خط	فرمول ساختاری	فرمول مولکولی	
		C_6H_6	بنزن
		$C_{10}H_8$	نفتالن

- بنزن و نفتالن به ترتیب دارای ۳ و ۵ پیوند دوگانه $C=C$ می‌باشند و جزء هیدروکربن‌های سیرنشده محسوب می‌شوند.
- هر دو هیدروکربن، حلقوی و آروماتیک (معطر) هستند.
- نفتالن مدت‌ها به عنوان ضدبید برای نگهداری فرش و لباس کاربرد داشته است.

۴) ترکیب داده‌شده ۱۳ اتم کربن دارد، نفت سفید (سوخت هواپیما) نیز شامل آلکان‌هایی با ۱۰ تا ۱۵ اتم کربن است.

تست و پاسخ ۶۸

از واکنش مخلوطی از اکسیدهای Fe_2O_3 و Na_2O به جرم $1/2$ کیلوگرم با مقدار کافی کربن، ۱۶۵ لیتر گاز CO_2 با چگالی 2 g.L^{-1} تولید شده است. جرم اکسید فلز با واکنش‌پذیری بالاتر در این مخلوط بر حسب گرم کدام است؟ ($Fe = 56, Na = 23, O = 16, C = 12 \text{ g.mol}^{-1}$)

۲۰۰ (۱) ۴۰۰ (۲) ۶۰۰ (۳) ۸۰۰ (۴) Na ←

پاسخ: گزینه ۲

درس نامه • پیش‌بینی انجام شدن یا نشدن یک واکنش به طور طبیعی خودبه‌خودی

عنصری با واکنش‌پذیری بیشتر، می‌تواند جای عنصری با واکنش‌پذیری کم‌تر را در ترکیب بگیرد.

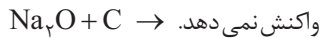
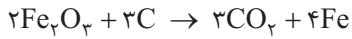
$Al > C > Zn > Fe > Cu > Ag > Au$ > فلزهای گروه ۱ و ۲: ترتیب واکنش‌پذیری

(به‌طور طبیعی انجام می‌شود.) $A > B \Rightarrow A + BC \rightarrow AC + B$: واکنش‌پذیری

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



پاسخ تشریحی تنها Fe_2O_3 با کربن واکنش می‌دهد، زیرا واکنش پذیری C از Fe بیشتر است و کربن جای فلز را در ترکیب می‌گیرد، اما Na_2O با کربن واکنش نمی‌دهد (زیرا واکنش پذیری Na از C بیشتر بوده) و Na_2O دست نخورده در مخلوط باقی می‌ماند:



از آن جایی که حجم و چگالی گاز کربن دی‌اکسید (CO_2) تولید شده را داریم، جرم آن را از طریق فرمول چگالی محاسبه می‌کنیم:

$$\text{چگالی } \text{CO}_2 = \frac{\text{جرم } \text{CO}_2}{\text{حجم } \text{CO}_2} \Rightarrow 2 = \frac{\text{جرم } \text{CO}_2}{165} \Rightarrow \text{جرم} = 2 \text{ L} \times 165 \frac{\text{g}}{\text{L}} = 330 \text{ g CO}_2$$

از مقدار جرم CO_2 تولید شده، جرم آهن (III) اکسید (Fe_2O_3) مصرف شده را حساب می‌کنیم:

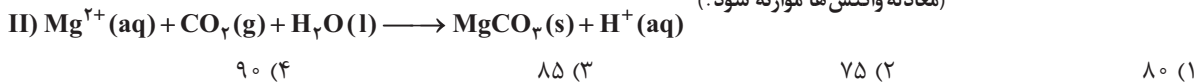
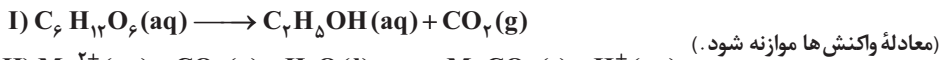
$$330 \text{ g CO}_2 \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{44 \text{ g CO}_2} \times \frac{2 \text{ mol Fe}_2\text{O}_3}{3 \text{ mol CO}_2} \times \frac{160 \text{ g Fe}_2\text{O}_3}{1 \text{ mol Fe}_2\text{O}_3} = 800 \text{ g Fe}_2\text{O}_3$$

با توجه به این که جرم مخلوط اولیه برابر با ۱۲۰۰ گرم (۱/۲ کیلوگرم) می‌باشد، می‌توانیم جرم اکسید فلزی با واکنش پذیری بالاتر (Na_2O) را حساب کنیم:

$$\text{جرم } \text{Na}_2\text{O} = 400 \text{ g} \Rightarrow \text{جرم } \text{Na}_2\text{O} + 800 = 1200 \Rightarrow \text{جرم } \text{Fe}_2\text{O}_3 + \text{جرم } \text{Na}_2\text{O} = \text{جرم مخلوط اولیه}$$

تست و پاسخ ۶۹

۲۲۵ گرم گلوکز ناخالص مطابق واکنش (I) تخمیر می‌شود. اگر بازدهی این واکنش ۷۵٪ بوده و گاز تولید شده جهت حذف یون Mg^{2+} از یک نمونه آب شهری استفاده شود، ۷۵ کیلوگرم محلول آبی Mg^{2+} با غلظت ۴۸۰ ppm تصفیه می‌شود. درصد خلوص گلوکز چقدر است؟ ($\text{Mg} = 24, \text{C} = 12, \text{H} = 1; \text{g.mol}^{-1}$)

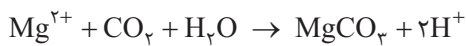


پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی روش اول: گام اول: جرم منیزیم (Mg^{2+}) موجود در محلول آبی را با استفاده از فرمول ppm به دست می‌آوریم:

$$\text{ppm} = \frac{\text{جرم گونه مورد نظر}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 \Rightarrow 480 = \frac{x}{75 \times 10^3 \text{ g}} \times 10^6 \Rightarrow x = 36 \text{ g Mg}^{2+}$$

گام دوم: واکنش (II) را موازنه کرده و مقدار کربن دی‌اکسید (CO_2) مصرف شده جهت حذف ۳۶ گرم یون منیزیم (Mg^{2+}) را محاسبه می‌کنیم:



$$? \text{ mol CO}_2 = 36 \text{ g Mg}^{2+} \times \frac{1 \text{ mol Mg}^{2+}}{24 \text{ g Mg}^{2+}} \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{1 \text{ mol Mg}^{2+}} = 1.5 \text{ mol CO}_2$$

گام سوم: از مول CO_2 مصرف شده در واکنش (II) به درصد خلوص گلوکز ($\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6$) در واکنش (I) می‌رسیم:



$$\text{مقدار نظری } \text{CO}_2 = 2 \text{ mol CO}_2 \Rightarrow 75 = \frac{1/5}{\text{مقدار نظری } \text{CO}_2} \times 100 \Rightarrow \text{بازده درصدی} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times 100$$

$$? \text{ g C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 = 2 \text{ mol CO}_2 \times \frac{1 \text{ mol C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6}{2 \text{ mol CO}_2} \times \frac{180 \text{ g C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6}{1 \text{ mol C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6} = 180 \text{ g C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6$$

و در نهایت درصد خلوص گلوکز تخمیر شده را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{درصد خلوص} = \frac{\text{جرم ماده خالص}}{\text{جرم ماده ناخالص}} \times 100 \Rightarrow \text{درصد خلوص} = \frac{180}{225} \times 100 = 80\%$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

روش دوم: استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{\text{غلظت ppm} \times \text{جرم محلول}}{10^6} = \frac{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}{\text{Mg}^{2+}} \Rightarrow \frac{75 \times 10^3 \times 480}{1 \times 24} = \frac{x}{1} \Rightarrow x = 1/5 \text{ mol CO}_2$$

گام اول:

بازده درصدی درصد خلوص

$$\frac{\text{جرم} \times \frac{P}{100} \times \frac{R}{100}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{مول}}{\text{ضریب}} \Rightarrow \frac{225 \times \frac{P}{100} \times \frac{75}{100}}{1 \times 180} = \frac{1/5}{2} \Rightarrow P = 80\%$$

گام دوم:

تست و پاسخ (۷۰)

چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- باز یافت فلزها سبب کاهش رد پای کربن دی‌اکسید شده و از سرعت گرمایش جهانی می‌کاهد.
- از هر بشکه نفت، در حدود ۱۵/۹ لیتر برای تأمین گرما و انرژی الکتریکی به کار می‌رود.
- برخلاف کیسه پلاستیکی، باز یافت پاکت کاغذی باعث آلودگی هوا نمی‌شود.
- تعداد پیوندهای اشتراکی در ساختار هیدروژن سیانید، نصف این تعداد در دومین عضو خانواده آلکین‌ها است.
- به دلیل نامحلول بودن آلکان‌ها در آب، می‌توان از آن‌ها برای محافظت از فلزها استفاده کرد.



۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

پاسخ: گزینه (۲)

پاسخ تشریحی موارد اول، چهارم و پنجم درست‌اند.

بررسی موارد:

- رد پای کربن دی‌اکسید را کاهش می‌دهد.
 - سبب کاهش سرعت گرمایش جهانی می‌شود.
 - گونه‌های زیستی کم‌تری را از بین می‌برد.
 - به توسعه پایدار کشور کمک می‌کند.
- مورد اول: باز یافت فلزها

مورد دوم: نفت خام حدود ۴۰ درصد نفت خام برای تأمین گرما و انرژی الکتریکی استفاده می‌شود. از آن‌جا که هر بشکه نفت خام برابر با ۱۵۹ لیتر می‌باشد، خواهیم داشت:

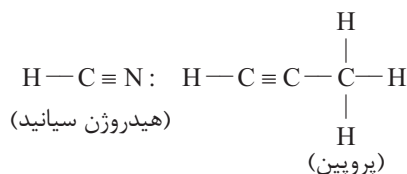
$$\text{سهم مصرف یک بشکه نفت برای تأمین گرما و انرژی الکتریکی} \xrightarrow{\text{حدود } 40\%} 159 \text{ L} \times \frac{40}{100} = 63.6 \text{ L}$$

نکته

- بیش از ۹۰٪ برای تأمین انرژی
- حدود ۵۰٪ به عنوان سوخت
- حدود ۴۰٪ برای تأمین گرما و انرژی الکتریکی
- سهم روزانه مصرف نفت خام
- کم‌تر از ۱۰٪ برای تهیه مواد

مورد سوم: باز یافت هر دو باعث آلودگی هوا می‌شود.

مورد چهارم: هیدروژن سیانید (HCN) دارای ۴ پیوند اشتراکی و دومین عضو خانواده آلکین‌ها (پروپین) با فرمول مولکولی C_3H_4 ، دارای ۸ پیوند اشتراکی می‌باشد.



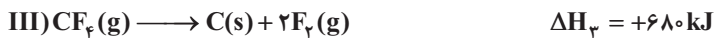
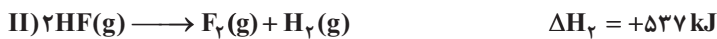
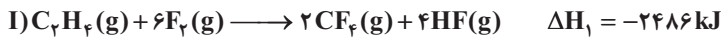
پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



مورد پنجم: اغلب هیدروکربن‌ها (مانند آلکان‌ها) به دلیل ناقطبی بودن، در آب نامحلول‌اند. از این‌رو، می‌توان از آن‌ها برای حفاظت از فلزها استفاده کرد. به طوری که قراردادن فلزها در آلکان‌های مایع یا اندود کردن سطح فلزها و وسایل فلزی با آن‌ها، مانع از رسیدن آب به سطح فلز می‌شود و از خوردگی فلز جلوگیری می‌کند. (مثلاً بعضی از فلزات قلیایی را درون نفت که مخلوطی از انواع هیدروکربن‌هاست، نگه می‌دارند.)

تست و پاسخ ۷۱

با توجه به واکنش‌های ترموشیمیایی زیر، ΔH واکنش: $C_2H_4(g) + 2C(s) \rightarrow C_2H_6(g)$ ، چند کیلوژول است؟



۵۲ (۲)

۲۵ (۱)

۶۵ (۴)

۵۶ (۳)

پاسخ: گزینه ۲

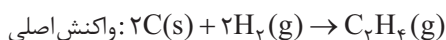
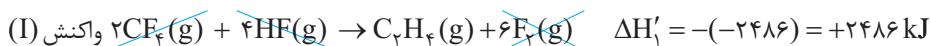
مشاوره از سوالات پرتکرار کنکور، می‌شه به مسائل قانون هس اشاره کرد. این دسته سوالات جز- سوالات وقت‌گیر کنکور محسوب می‌شه و سعی کنید که سرعت محاسبات خودتون رو تو حل این نوع مسائل بالا ببرید.

پاسخ تشریحی در واکنش اصلی C_2H_4 در سمت راست معادله آن قرار دارد. در حالی که سمت چپ معادله واکنش (I) قرار دارد، پس باید واکنش (I) را معکوس کنیم.

در واکنش اصلی $2H_2(g)$ در سمت چپ قرار دارد، اما در واکنش (II) در سمت راست معادله آن قرار دارد و هم‌چنین ضریب آن برابر ۱ می‌باشد. پس معادله واکنش (II) را معکوس و در ۲ ضرب می‌کنیم تا به سمت چپ بیاید و ضریب آن هم ۲ شود.

و در آخر می‌رویم سراغ آخرین ماده واکنش اصلی. $2C(s)$ در سمت چپ معادله واکنش قرار دارد، اما در واکنش (III)، $C(s)$ در سمت راست و دارای ضریب ۱ می‌باشد؛ بنابراین واکنش (III) را هم معکوس و در ۲ ضرب می‌کنیم تا بیاید سمت چپ و ضریب آن نیز برابر با ۲ شود. به

این ترتیب خواهیم داشت:



$$\Delta H_{\text{کلی}} = \Delta H'_1 + \Delta H'_2 + \Delta H'_3$$

$$\Delta H_{\text{کلی}} = 2486 - 1074 - 1360 = +52 \text{ kJ}$$

تست و پاسخ ۷۲

شعاع اتمی کدام یک از عناصر توصیف شده، بزرگ‌تر است؟

۱۴ Si

۲۰ F

۳۵ Br

۴۰ S

۴s^۲ ۴p^۳

(۱) عنصری در دوره سوم که علاوه بر توانایی اشتراک‌گذاشتن الکترون، رسانایی الکتریکی ناچیزی هم دارد.

(۲) عنصری از دسته s که دارای ۶ الکترون در زیرلایه I = ۱ است.

(۳) عنصری هم‌دوره با سومین هالوژن که در لایه ظرفیت خود تنها یک الکترون دارد.

(۴) عنصری که در لایه چهارم الکترونی آن ۵ الکترون وجود دارد.

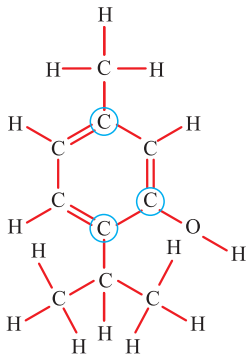
پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



پاسخ تشریحی بررسی گزینه‌ها:

۱) با توجه به ساختار ترکیب داده شده، ۳ اتم کربن وجود دارد که به هیچ اتم هیدروژنی متصل نشده است.



$$n = 10 \Rightarrow \text{H اتم شمار} = [2(10) + 2] - \underbrace{(2 \times 1)}_{\text{پیوند دوگانه}} - \underbrace{(2 \times 3)}_{\text{حلقه}} = 14$$

بنابراین فرمول شیمیایی ترکیب مورد نظر با ۱۰ اتم کربن، ۱۴ اتم هیدروژن (H) و ۱ اتم اکسیژن (O) به صورت $C_{10}H_{14}O$ خواهد بود.

۲) ابتدا معادله موازنه شده سوختن کامل ترکیب را می‌نویسیم، سپس حجم گاز کربن دی‌اکسید تولید شده در شرایط استاندارد (STP) را



$$C_{10}H_{14}O \text{ جرم مولی} = 10(12) + 14(1) + 16 = 150 \text{ g mol}^{-1}$$

روش اول: استفاده از کسر تبدیل:

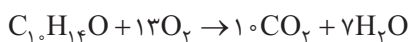
$$? LCO_2 = 240 \text{ g } C_{10}H_{14}O \times \frac{1 \text{ mol } C_{10}H_{14}O}{150 \text{ g } C_{10}H_{14}O} \times \frac{10 \text{ mol } CO_2}{1 \text{ mol } C_{10}H_{14}O} \times \frac{22/4 L CO_2}{1 \text{ mol } CO_2} = 358/4 L CO_2$$

$$\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{حجم گاز}}{\text{حجم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{240}{1 \times 150} = \frac{x}{10 \times 22/4} \Rightarrow x = 358/4 L CO_2$$

روش دوم: استفاده از کسر تناسب:

۳) با توجه به معادله موازنه شده، برای سوختن یک مول تیمول ($C_{10}H_{14}O$)، ۱۳ مول گاز اکسیژن (O_2) مصرف می‌شود؛ بنابراین برای

سوختن ۵/۰ مول از آن به ۶/۵ مول (نصف مقدار آن در معادله موازنه شده) گاز اکسیژن نیاز است:



$$5/0 \text{ mol } C_{10}H_{14}O \times \frac{13 \text{ mol } O_2}{1 \text{ mol } C_{10}H_{14}O} = 6/5 \text{ mol } O_2$$

تست و پاسخ ۷۴

کدام مطلب زیر نادرست است؟

- ۱) در دوره سوم جدول تناوبی، شیب نمودار تغییر شعاع اتمی نافلزها از فلزها کم‌تر است.
- ۲) با افزایش شعاع اتمی، شدت نور تولید شده در واکنش فلزهای قلیایی با گاز کلر افزایش می‌یابد.
- ۳) بر اثر واکنش کامل آلکینی دارای ۱۱ پیوند اشتراکی با گاز هیدروژن، بوتان حاصل می‌شود.
- ۴) در دوره چهارم جدول تناوبی، شمار فلزهای واسطه، ۸ واحد بیشتر از شمار فلزهای اصلی است.

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی: دوره چهارم جدول دوره‌ای شامل ۱۸ عنصر می‌باشد که در بین آن‌ها ۱۰ فلز واسطه (دسته d) و سه فلز اصلی (K، Ca، Ga).

وجود دارد.

فلز واسطه																	
۱۹ K پتاسیم ۳۹/۱۰	۲۰ Ca کلسیم ۴۰/۰۸	۲۱ Sc اسکاندیم ۴۴/۰۶	۲۲ Ti تیتانیوم ۴۷/۰۸۷	۲۳ V وانادیم ۵۰/۰۹۲	۲۴ Cr کروم ۵۲/۰۰	۲۵ Mn منگنز ۵۴/۰۹۲	۲۶ Fe آهن ۵۵/۰۸۵	۲۷ Co کوبالت ۵۸/۰۹۲	۲۸ Ni نیکل ۵۸/۰۶۹	۲۹ Cu مس ۶۳/۵۵	۳۰ Zn روی ۶۵/۳۹	۳۱ Ga گالیم ۶۹/۷۲	۳۲ Ge ژرمانیم ۷۲/۰۴	۳۳ As آرستیک ۷۴/۰۶	۳۴ Se سلنیم ۷۸/۰۶	۳۵ Br برم ۷۹/۰۰	۳۶ Kr کریپتون ۸۳/۰۰
فلزات اصلی																	



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

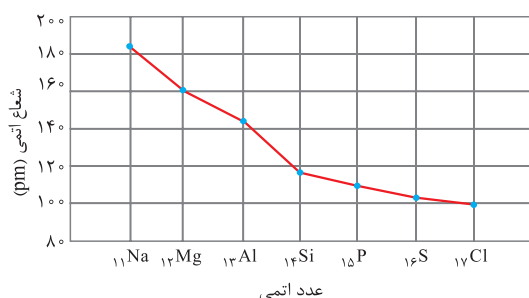
شیمی

نکته

فلزات اصلی: فلزهای دسته S و p
واسطه: فلزهای دسته d

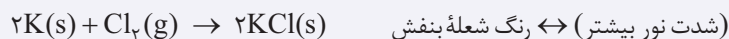
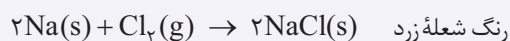
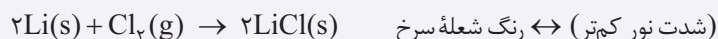
بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) در دوره سوم، شیب نمودار تغییرات شعاع اتمی عنصرها در انتهای دوره، کم‌تر از تغییرات شعاع اتمی عنصرها در ابتدای دوره است.



۲) هر چه شعاع اتمی یک فلز بیشتر باشد، فعالیت شیمیایی بیشتری خواهد داشت و شدت انجام واکنش (شدت نور یا گاز آزاد شده) آن بیشتر خواهد بود.

واکنش لیتیم، سدیم و پتاسیم با گاز کلر (Cl_۲) در شرایط یکسان:



۳) آلکینی با ۱۱ پیوند اشتراکی دارای فرمول مولکولی C_nH_{۲n-۲} می‌باشد.

$$3n - 1 = 11 \Rightarrow n = 4 \Rightarrow \text{شمار پیوندهای اشتراکی در آلکینی با فرمول } C_nH_{2n-2}$$

هر مول از این آلکین با دو مول گاز هیدروژن (H_۲) به طور کامل واکنش می‌دهد و فراورده نهایی نیز، بوتان خواهد بود.



نکته

مجموع شمار پیوندهای اشتراکی (کووالانسی)	شمار پیوند C—H	شمار پیوند C—C	فرمول عمومی	هیدروکربن
3n + 1	2n + 2	n - 1	C _n H _{2n+2}	آلکان‌ها
3n	2n	n - 2	C _n H _{2n}	آلکن‌ها
3n - 1	2n - 2	n - 2	C _n H _{2n-2}	آلکین‌ها

تست و پاسخ ۷۵

چند مورد از مطالب زیر درباره ترکیبی با فرمول شیمیایی C_۷H_۶O_۲ که در ساختار خود یک حلقه آروماتیک دارد، درست است؟

• این ماده باعث کاهش سرعت واکنش‌های شیمیایی که منجر به فساد مواد غذایی هستند، می‌شود.

بنزونیتریک اسید

• یک کربوکسیلیک اسید است که در تمشک و توت‌فرنگی وجود دارد.

• به عنوان بازدارنده در صنایع غذایی کاربرد دارد.

• در ساختار آن، یک اتم کربن به هیچ اتم هیدروژنی متصل نیست.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

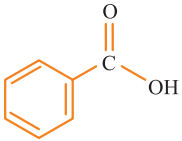
پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



عبارت‌های اول و دوم درست‌اند.

پاسخ تشریحی فرمول شیمیایی $C_7H_6O_2$ مربوط به بنزوئیک اسید است.



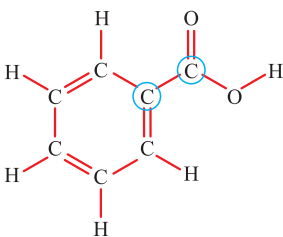
بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: بنزوئیک اسید نوعی نگهدارنده است. نگهدارنده‌ها دسته خاصی از افزودنی‌ها هستند که سرعت واکنش‌های شیمیایی که منجر به فساد مواد غذایی می‌شوند را کاهش می‌دهند.

عبارت دوم: بنزوئیک اسید یک کربوکسیلیک اسید آروماتیک است که در تمشک و توت‌فرنگی وجود دارد.

عبارت سوم: بنزوئیک اسید سرعت واکنش‌هایی که منجر به فساد مواد غذایی می‌شوند را کاهش می‌دهد و نگهدارنده است. (نه بازدارنده!)

عبارت چهارم: در ساختار بنزوئیک اسید، دو اتم کربن (C) وجود دارد که هیچ اتم هیدروژنی (H) به آن‌ها متصل نیست.



تست و پاسخ ۷۶

بر اثر گرمای حاصل از سوختن ۲۵٪ مول گاز متان طبق واکنش $CH_4(g) + 2O_2(g) \rightarrow CO_2(g) + 2H_2O(l)$ ، دمای ۵۰ کیلوگرم از یک فلز، ۱۰ درجه سلسیوس افزایش یافته است. گرمای ویژه فلز چند $J \cdot g^{-1} \cdot ^\circ C^{-1}$ است؟ ($C = 12, H = 1: g \cdot mol^{-1}$)، (گرمای مولی تبخیر آب را برابر $40 kJ \cdot mol^{-1}$ در نظر بگیرید.)

پیوند	C—H	O=O	C=O	O—H
آنتالپی پیوند ($kJ \cdot mol^{-1}$)	۴۱۵	۵۰۰	۸۰۰	۴۶۰

۰/۵۴ (۴)

۰/۴۳ (۳)

۰/۳۴ (۲)

۰/۲۷ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی گام اول: به کمک آنتالپی‌های پیوند داده‌شده، آنتالپی واکنش سوختن متان که در آن آب به حالت گاز است را حساب می‌کنیم:

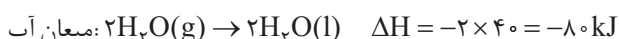


$$\Delta H = [\text{مجموع آنتالپی پیوند فرآورده‌ها}] - [\text{مجموع آنتالپی پیوند واکنش دهنده‌ها}]$$

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = [(4 \times 415) + (2 \times 500)] - [(2 \times 800) - (4 \times 460)] = -780 \text{ kJ}$$

CH₄ در C—H O₂ در O=O CO₂ در C=O H₂O در O—H

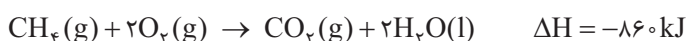
گام دوم: توجه کنید که حالت فیزیکی H_2O در واکنش اصلی به صورت مایع (l) است؛ از این‌رو، با توجه به گرمای تبخیر آب مقدار ΔH میعان آب را محاسبه می‌کنیم:



گام سوم: حال می‌توانیم ΔH واکنش سوختن متان در شرایطی که H_2O به صورت مایع (l) تولید می‌شود را محاسبه کنیم: (دو واکنش به‌دست‌آمده را با هم جمع می‌کنیم.)

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = -780 - 80 = -860 \text{ kJ}$$

به عبارت دیگر:





پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

گام چهارم: با توجه به معادله واکنش، از سوختن ۱ مول متان (CH_4)، 860 kJ گرما آزاد می‌شود؛ بنابراین گرمای آزاد شده از سوختن 0.25 مول از آن برابر است با:

$$0.25 \text{ mol CH}_4 \times \frac{860 \text{ kJ}}{1 \text{ mol CH}_4} = 215 \text{ kJ}$$

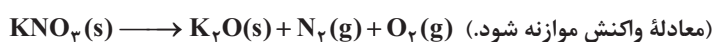
گام پنجم: این مقدار گرما (215 kJ)، دمای 50 kg از یک فلز را به میزان 1°C افزایش داده است؛ پس گرمای ویژه فلز برابر است با:

$$c = \frac{Q}{m \cdot \Delta\theta} \Rightarrow c = \frac{215 \times 10^3 \text{ J}}{50 \times 10^3 \text{ g} \times 1^\circ \text{C}} \Rightarrow c = 0.43 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot ^\circ \text{C}^{-1}$$



تست و پاسخ

در یک آزمایش، 0.8 مول پتاسیم نیترات مطابق واکنش زیر تجزیه می‌شود. اگر پس از 15 ثانیه 70 گرم ماده جامد در ظرف باقی بماند، سرعت متوسط تولید گاز اکسیژن برابر چند مول بر دقیقه است و با فرض این‌که واکنش با همین سرعت متوسط پیش برود، چند ثانیه دیگر طول می‌کشد تا پتاسیم نیترات به طور کامل تجزیه شود؟ ($K = 39, O = 16, N = 14 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)



۴۵ - ۱ (۴)

۳۰ - ۱ (۳)

۴۵ - ۰/۵ (۲)

۳۰ - ۰/۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی روش اول: گام اول: معادله واکنش را موازنه می‌کنیم:



گام دوم: به کمک جرم جامد اولیه و جرم جامد باقی‌مانده، مقدار گاز تولید شده در واکنش را حساب می‌کنیم:

$$\text{جرم جامد اولیه} = 0.8 \text{ mol KNO}_3 \times \frac{101 \text{ g KNO}_3}{1 \text{ mol KNO}_3} = 80.8 \text{ g}$$

$$(\text{O}_2 \text{ و } \text{N}_2) \text{ جرم گاز تولید شده} = \text{جرم جامد باقی‌مانده} - \text{جرم جامد اولیه} = 10.8 - 80.8 = -70 \text{ g}$$

گام سوم: به کمک جرم گازها و نسبت مولی آن‌ها در معادله واکنش تعداد مول اکسیژن تولید شده و سرعت متوسط تولید آن را حساب می‌کنیم:

$$\text{جرم مولی} \times \text{مول} = \text{جرم} \rightarrow \left(\frac{2}{5} \text{O}_2 \text{ مول} \times 28 \right) + (\text{O}_2 \text{ مول} \times 32) = 10.8$$

$$\Rightarrow 43/2 \text{O}_2 \text{ مول} = 10.8 \Rightarrow \text{O}_2 \text{ مول} = 0.25$$

$$\bar{R}(\text{O}_2) = \frac{\Delta n(\text{O}_2)}{\Delta t} = \frac{0.25 \text{ mol}}{15 \text{ s} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}}} = 1 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

گام چهارم: به ازای تجزیه کامل 0.8 مول KNO_3 ، 1 مول O_2 باید تولید شود:

$$0.8 \text{ mol KNO}_3 \times \frac{5 \text{ mol O}_2}{4 \text{ mol KNO}_3} = 1 \text{ mol O}_2$$

پس از 15 ثانیه، 0.25 مول O_2 تولید شده است؛ بنابراین باید 0.75 مول O_2 دیگر تولید شود، تا واکنش به پایان برسد:

$$\bar{R}(\text{O}_2) = \frac{\Delta n(\text{O}_2)}{\Delta t} \Rightarrow 1 = \frac{0.75}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 0.75 \text{ min} \times \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = 45 \text{ s}$$

روش دوم:



مول اولیه (n_1)	۰/۸	۰	۰	۰
تغییرات مول (Δn)	-۴x	+۲x	+۲x	+۵x
تعداد مول‌ها پس از ۱۵ ثانیه (n_2)	۰/۸ - ۴x	۲x	۲x	۵x

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



دقت کنید که در ۱۵ ثانیه ابتدایی، پتاسیم نیترات به طور کامل تجزیه نشده و در میان فراورده‌های حاصل، تنها پتاسیم اکسید (K_2O) به صورت جامد می‌باشد؛ بنابراین ماده جامد باقی‌مانده در ته ظرف، مخلوطی از پتاسیم نیترات (KNO_3) و پتاسیم اکسید (K_2O) است. از آنجایی که مقدار مول هر دو را داریم، ابتدا مول آن‌ها را به جرمشان تبدیل می‌کنیم و با مقدار جرم باقی‌مانده برابر قرار می‌دهیم تا مقدار x را به دست آوریم:

$$(0.8 - 4x) \text{ mol } KNO_3 \times \frac{101 \text{ g } KNO_3}{1 \text{ mol } KNO_3} = (0.8 - 4x) 101 \text{ g } KNO_3$$

$$(2x) \text{ mol } K_2O \times \frac{94 \text{ g } K_2O}{1 \text{ mol } K_2O} = (2x) 94 \text{ g } K_2O$$

$$(0.8 - 4x) 101 + (2x) 94 = 70 \Rightarrow x = \frac{10/8}{216} = 0.05$$

جرم جامد باقی‌مانده K_2O جرم KNO_3 باقی‌مانده
تولید شده

$$15 \text{ s} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = \frac{1}{4} \text{ min}$$

سپس می‌توان سرعت متوسط گاز اکسیژن را بر حسب مول بر دقیقه حساب نمود:

$$\bar{R}(O_2) = \frac{\Delta n_{O_2}}{\Delta t} = \frac{5 \times 0.05}{\frac{1}{4}} = 1 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

قسمت دوم سؤال:

برای تجزیه کامل پتاسیم نیترات، باید مقدار باقی‌مانده آن $(0.8 - 4x)$ به طور کامل از بین برود؛ بنابراین با توجه به سرعت متوسط گاز اکسیژن، می‌توان زمان تجزیه کامل پتاسیم نیترات را محاسبه نمود:

$$\frac{\bar{R}_{KNO_3}}{4} = \frac{\bar{R}_{O_2}}{5} \Rightarrow \bar{R}_{KNO_3} = \frac{4 \times 1}{5} = 0.8 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

$$\bar{R}_{KNO_3} = \frac{\text{مقدار باقی‌مانده } (n_p)}{\Delta t} \Rightarrow 0.8 = \frac{0.8 - (4 \times 0.05)}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{0.6}{0.8} \text{ min} \times \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = 45 \text{ s}$$

تست و پاسخ ۷۸

همه عبارتهای داده‌شده درست هستند، به جز

- (۱) انرژی گرمایی یک نمونه ماده، هم‌ارز با مجموع انرژی جنبشی ذره‌های سازنده آن است.
- (۲) فرایند گوارش و سوخت و ساز شیر در بدن گرماده بوده و در دمای ثابت انجام می‌شود.
- (۳) علامت ΔH واکنش فتوسنتز و واکنش تبدیل N_2O_4 به NO_2 مشابه هم است.
- (۴) به یقین مقدار آنتالپی پیوندهای اشتراکی یگانه از آنتالپی پیوندهای اشتراکی دوگانه کم‌تر است.

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی با توجه به جدول آنتالپی پیوندها در کتاب درسی، متوجه خواهید شد که آنتالپی پیوند $H-F$ بیشتر از آنتالپی پیوند $O=O$ است.

$$H-F > O=O$$

(kJ.mol⁻¹) ۵۶۷ ۴۹۵

توجه این عبارت، عبارت سختی محسوب می‌شود، ولی با توجه به این که سؤال، شمارشی نیست، شما می‌توانید با بررسی سایر گزینه‌ها

به راحتی بفهمید که جواب این سؤال ۴ است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) مطابق متن کتاب درسی، تعریف انرژی گرمایی همیشه!

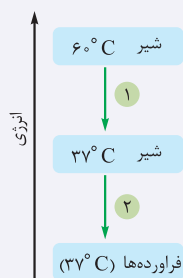
۲) در فرایند گوارش و سوخت و ساز شیر، بخش عمده انرژی موجود در شیر هنگام هضم و سوخت و ساز به بدن می‌رسد و منجر به تولید انرژی و مواد اولیه مورد نیاز سوخت و ساز یاخته‌ها (سلول‌ها) می‌شود. این واکنش با این که گرماده بوده، اما در آن دما ثابت و برابر $37^\circ C$ است. ($\Delta\theta = 0$)



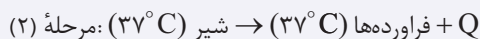
پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

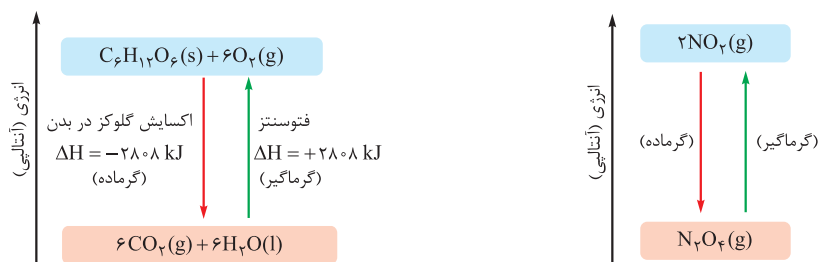
نکته



فرایند فیزیکی: هم‌دما شدن شیر با بدن - گرماده، $\Delta H < 0$ و $\Delta \theta < 0$ یا Q
فرایند شیمیایی: گوارش و سوخت و ساز - گرماده، $\Delta H < 0$ و $\Delta \theta = 0$ یا Q

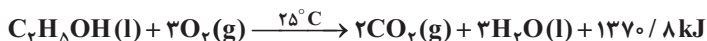
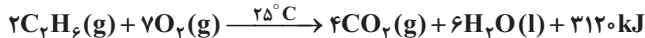


علامت ΔH در هر دو مثبت است، زیرا هر دو واکنش گرماگیر هستند.



تست و پاسخ ۷۹

با توجه به واکنش‌های زیر، کدام موارد از مطالب داده‌شده نادرست است؟ ($O = 16, C = 12, H = 1: \text{g.mol}^{-1}$)



(الف) گرمای سوختن مولی اتن، کم‌تر از 1560 kJ.mol^{-1} است.

(ب) نسبت شمار اتم‌ها به عنصرها در اتانول از بنزآلدئید بزرگ‌تر است.

(پ) ارزش سوختی متانول، بیشتر از $29 / 8 \text{ kJ.g}^{-1}$ است.

(ت) جرم گاز CO_2 تولیدشده از سوختن کامل یک گرم اتان در مقایسه با سوختن کامل یک گرم اتانول بیشتر است.

(۴) پ - ت

(۳) پ - پ

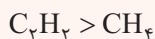
(۲) الف - ت

(۱) الف - ب

پاسخ: گزینه ۳

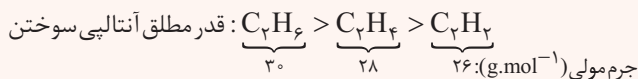
درس نامه

آنتالپی سوختن یک ماده سوختنی، به گرمای حاصل از سوختن یک مول از آن ماده با اکسیژن کافی گفته می‌شود. یکای آنتالپی سوختن کیلوژول بر مول (kJ.mol^{-1}) است.



(۱) هر چه شمار اتم کربن بیشتر باشد، قدرمطلق آنتالپی سوختن بیشتر است:

(۲) با شمار اتم کربن برابر، آنتالپی سوختن هیدروکربنی بیشتر است که جرم مولی بیشتری داشته باشد:



ارزش سوختی: به گرمای حاصل از سوختن یک گرم از ماده سوختنی می‌گویند و واحد آن کیلوژول بر گرم (kJ.g^{-1}) است.

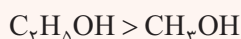
$$\text{kJ.g}^{-1} \leftarrow \text{ارزش سوختی} = \frac{|\text{آنتالپی سوختن}|}{\text{جرم مولی}} \rightarrow \text{kJ.mol}^{-1}$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

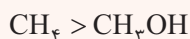


ارزش سوختی (۱) در اعضای یک خانواده هر چه شمار اتم کربن کمتر باشد، ارزش سوختی بیشتر است: $CH_4 > C_2H_6$
 هیدروکربن‌ها (۲) در شمار اتم‌های کربن برابر، مقایسه ارزش سوختی هم‌خانواده مهم هیدروکربن‌ها به صورت: آلکان < آلکین است.

• آنتالپی سوختن و ارزش سوختی الکل‌ها: هر چه شمار اتم کربن بیشتر باشد، قدرمطلق آنتالپی سوختن و ارزش سوختی نیز بیشتر است:



• مقایسه آنتالپی سوختن و ارزش سوختی آلکان‌ها و الکل‌ها: قدرمطلق آنتالپی سوختن و ارزش سوختی هر آلکان از الکل هم‌کربن آن بیشتر است



عبارت‌های «ب» و «پ» نادرست‌اند.

پاسخ تشریحی بررسی عبارت‌ها:

الف) با توجه به واکنش سوختن اتان (C_2H_6)، آنتالپی سوختن آن برابر با $-156 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$ می‌باشد:

$$1 \text{ mol } C_2H_6 \times \frac{312 \text{ kJ}}{2 \text{ mol } C_2H_6} = 156 \text{ kJ}$$

از طرفی دیگر، اتان (C_2H_6) و اتن (C_2H_4) هر دو دارای شمار اتم کربن برابر هستند، بنابراین آنتالپی سوختن اتان با جرم مولی بیشتر ($30 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$) از اتن ($28 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$) بیشتر است؛ در نتیجه قدرمطلق آنتالپی سوختن اتن باید از $156 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$ که مربوط به قدرمطلق آنتالپی سوختن اتان است، کم‌تر باشد.

ب) نسبت شمار اتم‌ها به عنصرها در اتانول، کم‌تر از بنزآلدئید (C_7H_6O) می‌باشد:

$$C_7H_6O: \text{اتانول} \quad \frac{\text{شمار اتم}}{\text{شمار عنصرها}} = \frac{9}{3} = 3$$

$$C_7H_6O: \text{بنزآلدئید} \quad \frac{\text{شمار اتم}}{\text{شمار عنصرها}} = \frac{14}{3} = 4 \frac{2}{3}$$

پ) ارزش سوختی اتانول (C_2H_5OH) برابر $29/8 \text{ kJ} \cdot \text{g}^{-1}$ است:

$$\text{ارزش سوختی} = \frac{|\text{آنتالپی سوختن}|}{\text{جرم مولی}} = \frac{1370/8}{46} = 29/8 \text{ kJ} \cdot \text{g}^{-1}$$

ارزش سوختی متانول کم‌تر از اتانول است.

ت) جرم گاز CO_2 تولیدشده از سوختن کامل یک گرم اتان، بیشتر از یک گرم اتانول است:

روش اول: استفاده از کسر تبدیل:

$$1 \text{ g } C_2H_6 \times \frac{1 \text{ mol } C_2H_6}{30 \text{ g } C_2H_6} \times \frac{4 \text{ mol } CO_2}{2 \text{ mol } C_2H_6} \times \frac{44 \text{ g } CO_2}{1 \text{ mol } CO_2} = 2/9 \text{ g } CO_2$$

$$1 \text{ g } C_2H_5OH \times \frac{1 \text{ mol } C_2H_5OH}{46 \text{ g } C_2H_5OH} \times \frac{2 \text{ mol } CO_2}{1 \text{ mol } C_2H_5OH} \times \frac{44 \text{ g } CO_2}{1 \text{ mol } CO_2} = 1/9 \text{ g } CO_2$$

البته دقت کنید که نیاز به محاسبه دقیق این دو عدد نیست و با یک نگاه متوجه خواهید شد که تنها تفاوت آن‌ها در مقدار جرم مولی اتان و اتانول است. از آن‌جا که اتان جرم مولی کم‌تری نسبت به اتانول دارد؛ پس بر اثر تقسیم صورت به مخرج، عدد بزرگ‌تری به دست خواهد آمد.

روش دوم: استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{1}{\text{جرم}} = \frac{x}{\text{جرم}} \Rightarrow x \approx 2/9 \text{ g } CO_2$$

$$\frac{1}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{x}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow x \approx 1/9 \text{ g } CO_2$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

تست و پاسخ ۸۰

چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- شمار پیوندهای یگانه در ساختار مولکولهای ۲ - هگزانون و ۳ - هگزن با هم برابر است.
- رادیکال، گونه فعال و ناپایداری است که هیچ یک از اتمهای آن، از قاعده هشت تایی پیروی نمیکنند.
- در شرایط یکسان، پیوند C—O در یک مولکول سخت تر از پیوند O—H شکسته می شود.
- افزودن مقداری محلول KI به محلول H_2O_2 در دمای اتاق، شیب نمودار مول - زمان گاز تولید شده را افزایش می دهد.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی فقط عبارت چهارم درست است.

بررسی عبارت ها:

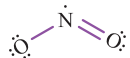
عبارت اول: ۲ - هگزانون ($C_6H_{12}O$) دارای ۱۹ پیوند اشتراکی می باشد. از آن جایی که این ماده دارای گروه عاملی کربونیل ($C=O$) است، تنها یک پیوند دوگانه در ساختار خود داشته و مابقی پیوندها (۱۷ پیوند) یگانه می باشند. هم چنین ۳ - هگزن نیز دارای ۱۸ پیوند اشتراکی بوده و در ساختار آن نیز یک پیوند دوگانه $C=C$ وجود دارد و مابقی پیوندها (۱۶ پیوند) یگانه می باشد.

$$\text{شمار پیوند اشتراکی در یک ترکیب آلی} = \frac{(N \times 2) + (O \times 2) + (H \times 1) + (C \times 4)}{2}$$

$$C_6H_{12}O \text{ (هگزانون ۲- هگزانون اشتراکی ۲-)} = \frac{(6 \times 4) + (12 \times 1) + (1 \times 2)}{2} = 19 \xrightarrow{-2} \text{شمار پیوند دوگانه} = 19 - 2 = 17$$

$$C_6H_{12} \text{ (هگزن ۳- هگزن اشتراکی ۳-)} = \frac{(6 \times 4) + (12 \times 1)}{2} = 18 \xrightarrow{-2} \text{شمار پیوند دوگانه} = 18 - 2 = 16$$

عبارت دوم: در ساختار رادیکالها اتمهایی وجود دارند که از قاعده هشتایی پیروی نمیکنند. مثلاً در ساختار NO_2 ، تنها اتم نیتروژن از قاعده هشت تایی پیروی نمی کند، اما هر دو اکسیژن آن هشت تایی (اوکتت) شده اند. (پس قرار نیست بگیم همه اتمها در رادیکالها از قاعده هشت تایی پیروی نمی کنند!)



عبارت سوم: پیوند O—H از پیوند C—O محکم تر است، چرا که شعاع اتمی H از شعاع اتمی C کوچک تر است؛ بنابراین طول پیوند O—H از طول پیوند C—O کوتاه تر بوده و در نتیجه آنتالپی پیوند آن بیشتر و شکستن آن سخت تر است.

نکته

شعاع اتمهای تشکیل دهنده (طول پیوند): هر چه شعاع ↓ ⇒ آنتالپی پیوند ↑

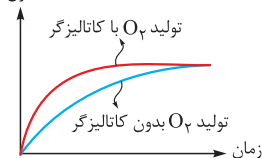


مهم ترین عوامل مؤثر بر آنتالپی پیوند

شمار پیوند بین دو اتم (مرتبه پیوند): هر چه شمار پیوند ↑ ⇒ آنتالپی پیوند ↑



مول



عبارت چهارم: در واکنش تجزیه هیدروژن پراکسید (H_2O_2)، با افزودن محلول پتاسیم یدید (KI) به عنوان کاتالیزگر، سرعت واکنش به طور چشمگیری افزایش می یابد؛ بنابراین سرعت تولید فرآورده ها ($H_2O(l), O_2(g)$) در واحد زمان افزایش یافته و در نتیجه شیب نمودار مول - زمان برای آن ها بیشتر می شود.

