تاریخ آزمون

جمعه ۱۴۰۳/۰۱/۱۷

سؤالات آزمون دفترچه شماره (۱) دوره دوم متوسطه پایه دوازدهم ریاضی

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤال: ۴۵	مدت پاسخگویی: ۷۰ دقیقه

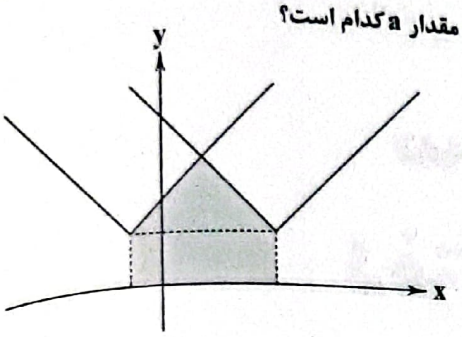
عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف		مواد امتحانی	تعداد سؤال	شماره سؤال		مدت پاسخگویی
				از	تا	
۱	ریاضیات	حسابان ۲	۱۵	۱	۱۵	۷۰ دقیقه
		ریاضیات گسسته	۱۵	۱۶	۳۰	
		هندسه ۳	۱۵	۳۱	۴۵	

ریاضیات

حسابان (۲)

۱- نمودار $y=|x-a|+۳$ را یک‌بار a واحد به سمت راست و یک‌بار هم $۲a$ واحد به سمت چپ منتقل می‌کنیم. اگر آن‌ها را در یک دستگاه مختصات رسم کنیم، شکل زیر حاصل می‌شود. اگر مساحت قسمت رنگی برابر ۱۶ باشد، مقدار a کدام است؟



۱) $\frac{۲}{۳}$

۲) ۱

۳) $\frac{۴}{۳}$

۴) $\frac{۸}{۳}$

۲- نمودار تابع $f(x)=|x^۲-۲|x||$ را ابتدا نسبت به محور xها قرینه کرده، سپس در راستای محور xها، ۲ برابر منبسط می‌کنیم و در آخر، نمودار حاصل را ۲ واحد به راست منتقل می‌کنیم. اگر نمودار حاصل در بازه‌های $[۰,\alpha]$ و $[۴,\beta]$ اکیداً صعودی باشد، بیشترین مقدار $\alpha+\beta$ کدام است؟

۱) ۱۰

۲) ۹

۳) ۸

۴) ۷

۳- تابع $f(x)=\begin{cases}-x^۳+۳x^۲-۳x-۲a+۴ & x\le ۱\\ -ax^۲+۴x-۲ & x>۱\end{cases}$ اکیداً نزولی است. حدود a کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}<a\le\frac{۳}{۲}$

۲) $\frac{۱}{۲}\le a<\frac{۳}{۲}$

۳) $۰<a\le ۱$

۴) $a\in\varnothing$

۴- اگر $g(x)=\log_۲ x$ و $(fog)(x)=\frac{۲x+۱}{x-۱}$ باشد، باقی‌ماندهٔ تقسیم تابع $(fof)(x+۱)$ بر $x-۱$ کدام است؟

۱) -۱

۲) صفر

۳) $\frac{۱۵}{۷}$

۴) $\frac{۱۷}{۷}$

۵- اگر $\frac{۳\pi}{۸}<\alpha<\frac{\pi}{۸}$ و $\tan ۲\alpha=\frac{۳}{۲m-۱}$ باشد، دامنهٔ تابع $f(x)=\tan(۲x-\frac{m\pi}{۶})$ به‌ازای بیشترین مقدار صحیح m کدام است؟

۱) $D_f=\mathbb{R}-\{k\pi+\frac{\pi}{۳}\}$

۲) $D_f=\mathbb{R}-\{\frac{k\pi}{۲}+\frac{\pi}{۳}\}$

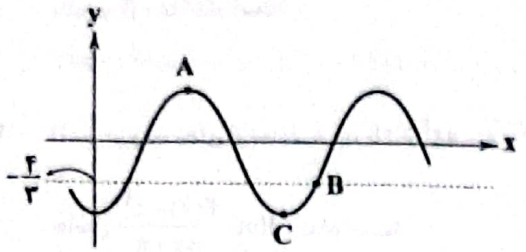
۳) $D_f=\mathbb{R}-\{k\pi+\frac{\pi}{۶}\}$

۴) $D_f=\mathbb{R}-\{\frac{k\pi}{۲}+\frac{\pi}{۶}\}$

محل انجام محاسبات

سایت کنکور

۶- شکل زیر قسمتی از نمودار تابع $y = -\frac{۱}{۳} - ۲\cos(۳\pi x)$ را نشان می‌دهد. مجموع طول نقاط A، B و C چقدر است؟



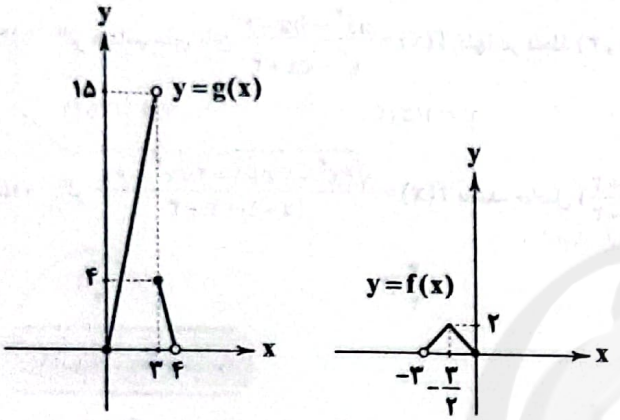
۱) $\frac{۱۶}{۹}$

۲) $\frac{۱۷}{۹}$

۳) ۲

۴) $\frac{۱۹}{۹}$

۷- شکل زیر نمودار تابع $y = f(x)$ و $y = g(x)$ را در یک دوره تناوب از آن‌ها نمایش می‌دهد. مقدار $f(g(۲۶))$ کدام است؟



۱) $\frac{۲}{۳}$

۲) ۱

۳) $\frac{۴}{۳}$

۴) $\frac{۵}{۳}$

۸- معادلهٔ $\frac{۲\sin^۲ ۲x + \sin ۲x - ۱}{\sin x + \cos x} = ۰$ در بازهٔ $[۰, ۲\pi]$ دارای چند جواب است؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۹- جواب کلی معادلهٔ $\frac{\cot ۲x + \tan ۲x}{\cot ۲x - \tan ۲x} = ۴\sin ۴x \cos ۸x$ کدام است؟

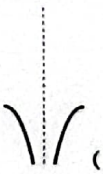
۱) $\frac{k\pi}{۸} + \frac{\pi}{۳۲}$

۲) $\frac{k\pi}{۸} - \frac{\pi}{۳۲}$

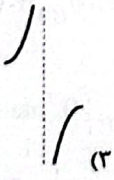
۳) $\frac{k\pi}{۴} + \frac{\pi}{۱۶}$

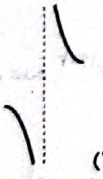
۴) $\frac{k\pi}{۴} - \frac{\pi}{۱۶}$

۱۰- نمودار $y = \frac{\sin x + \cos x + ۱}{\sin x - \cos x - ۱}$ در مجاورت مجانب قائم خود در بازهٔ $(۰, ۲\pi)$ چگونه است؟

۱) 

۲)

۳) 

۴) 

۱۱- اگر $\lim_{x \to ۳} \frac{۵ - x^۲}{۳x^۲ - ax + b} = -\infty$ باشد، حاصل $A = \lim_{x \to ۳^+} \frac{(-۱)^{[-bx]}}{۳^{x - \frac{a}{۶}} - ۲^{x - \frac{b}{۹}}}$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۱- ۳) $+\infty$ ۴) $-\infty$

محل انجام محاسبات

۱۲- تابع $y=-۳f(۲x-۱)+۱$ دارای خطوط مجانب $x=-۱$ و $y=۴$ است. اگر مجانب‌های تابع $y=۲f^{-۱}(x+۱)-۱$ را $x=\alpha$ و $y=\beta$ بنامیم، $\alpha+\beta$ کدام است؟

۱) ۵ ۲) -۵ ۳) ۹ ۴) -۹

۱۳- اگر در ریشه‌ای از معادلهٔ $۲\sqrt{۲-x}-ax^۲-۲b=۰$ تابع $f(x)=\frac{x^۳-۲ax^۲+۲b}{x+۲}$ حد داشته باشد ولی ناپیوسته باشد، حاصل $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{f(x)-x^۲}{bx+a}$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $-\frac{۱}{۲}$ ۳) ۲ ۴) -۲

۱۴- اگر مجانب‌های تابع $f(x)=\frac{ax^۲-bx-۴}{x^۲-cx+۲}$ تنها در نقطهٔ $A(-۱,۳)$ متقاطع باشند، مجانب افقی تابع $y=(fof)(x)$ کدام است؟

۱) $y=۱/۲۵$ ۲) $y=۱/۵$ ۳) $y=۱/۷۵$ ۴) $y=۲$

۱۵- اگر $f(x)=\frac{\sqrt{۴x^۲-۴x-۱}-۲\sqrt{x^۲+۶x}}{|x-۱|+x+۳}$ باشد، حاصل $\lim\limits_{x\to۲^-} f(\frac{x+۲}{x-۲})$ کدام است؟

۱) $\frac{۷}{۴}$ ۲) $\frac{۳}{۲}$ ۳) $\frac{۵}{۴}$ ۴) $+\infty$

ریاضیات گسسته

۱۶- اگر $۵^n+۱۲۶|۵^n+۱$، آن‌گاه برای n چند مقدار طبیعی و دورقمی وجود دارد؟

۱) ۱۷ ۲) ۱۶ ۳) ۱۵ ۴) ۱۸

۱۷- به ازای برخی مقادیر $n\in\mathbb{N}$، $\alpha|۳n-۵$ و $\alpha|۵n-۳$ و α بزرگ‌ترین عدد اول ممکن است. مجموع ارقام بزرگ‌ترین عدد دو رقمی n کدام است؟

۱) ۱۸ ۲) ۱۷ ۳) ۱۵ ۴) ۱۲

۱۸- روی منحنی به معادلهٔ $y=\frac{۲۹}{۳x^۲-۱}$ چند نقطه با مختصات صحیح یافت می‌شود؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۳ ۴) ۲

۱۹- تعداد مقسوم‌علیه‌های طبیعی $۹!$ چند برابر تعداد کل مقسوم‌علیه‌های عدد $۷!$ است؟

۱) $\frac{۱۰}{۳}$ ۲) $\frac{۸}{۳}$ ۳) $\frac{۷}{۳}$ ۴) $\frac{۴}{۳}$

۲۰- باقیماندهٔ تقسیم عدد $۷^{۱۴۰۳}$ بر ۳۵ کدام است؟

۱) ۲۸ ۲) ۷ ۳) ۵ ۴) صفر

۲۱- عدد $۱۷^{۱۰}-۱۲^{۱۰}-۲۹^{۱۰}$ بر کدام عدد بخش‌پذیر است؟

۱) ۳۰۲ ۲) ۲۰۴ ۳) ۲۲۱ ۴) ۳۲۱

۲۲- چند عدد طبیعی دورقمی به فرم $\overline{ab}$ وجود دارد که در رابطهٔ $\overline{ab}=۲a\times b-۳b+۲۰$ صدق می‌کند؟

۱) ۱۹ ۲) ۲۰ ۳) ۱۸ ۴) ۹

محل انجام محاسبات

سایت کنکور

۲۳- اگر a و b دو عدد طبیعی باشند و داشته باشیم $a^۲ - b^۲ = ۵۹$، باقیماندهٔ تقسیم a^b بر $a+۱$ کدام است؟

۱) ۲۸ ۲) ۲۹ ۳) ۱ ۴) ۳۰

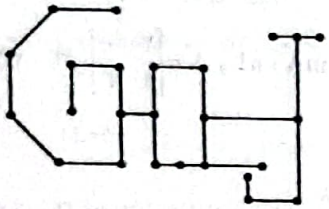
۲۴- معادلهٔ $۳۲x + ۶۴y = [۲۲, ۲۴]$ تعدادی دسته جواب دارد به طوری‌که x عددی اول و دو رقمی بین ۲۰ تا ۵۰ می‌باشد. مجموعهٔ مقادیر قابل قبول برای y با شرایط گفته شده کدام است؟

۱) -۱۱۵ ۲) -۱۱۶ ۳) ۱۱۶ ۴) ۱۱۵

۲۵- اگر امروز جمعه به اندازهٔ ۳×۹۹^{۱۴۰۳} روز جلو برویم به چندشنبه می‌رسیم؟

۱) سه‌شنبه ۲) جمعه ۳) دوشنبه ۴) چهارشنبه

۲۶- اندازه طولانی‌ترین مسیر در گراف شکل زیر کدام است؟



۱) ۱۷
۲) ۱۵
۳) ۱۴
۴) ۱۶

۲۷- حداقل چند یال به گراف شکل زیر اضافه شود تا به یک گراف منتظم تبدیل شود؟

۱) ۱۲
۲) ۱۸
۳) ۱۰
۴) ۱۵

۲۸- تعداد کل مسیرها در گراف $P_{۲۰}$ کدام است؟

۱) ۱۸۰ ۲) ۱۹۰ ۳) ۲۰۰ ۴) ۲۱۰

۲۹- گراف $K_۸$ چند زیر گراف دارد که همه ۱ ـ منتظم باشند؟

۱) ۱۳۱۶ ۲) ۶۵۸ ۳) ۷۶۳ ۴) ۱۵۲۶

۳۰- در گرافی از مرتبه ۱۵ و اندازهٔ ۵۷ حداکثر چند رأس ایزوله داریم؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۱ ۴) ۵

سایت کنکور

هندسه (۲)

۳۱- اگر $A = \begin{bmatrix} ۰ & \cot x \\ \tan x & ۰ \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} ۰ & ۱+\tan^۲\theta \\ \cos^۲\theta & ۰ \end{bmatrix}$ باشد، حاصل $A^{۱۴۰۲} + B^{۱۴۰۲}$ کدام است؟

۱) $\begin{bmatrix} ۰ & ۱+\tan^۲\theta+\cot x \\ \cos^۲\theta+\tan x & ۰ \end{bmatrix}$
۲) $\begin{bmatrix} ۱ & ۱+\tan^۲\theta \\ \cos^۲\theta & ۱ \end{bmatrix}$
۳) $\begin{bmatrix} ۱ & \cot x \\ \tan x & ۱ \end{bmatrix}$
۴) $۲I$

۳۲- اگر $A^۲ - ۳A = ۴I$ باشد و وارون ماتریس $A+۲I$ برابر $mA+nI$ باشد، $n-m$ کدام است؟

۱) ۳ ۲) -۲ ۳) ۱ ۴) -۳

محل انجام محاسبات

۳۳- اگر $A=\begin{bmatrix}1 & 2 & 2\\ 0 & 1 & 3\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$ باشد و درایه سطر دوم ستون سوم A^{10} برابر n باشد، دستگاه معادلات $\begin{cases}\frac{n}{3}x-4y=n\\ 2x+\frac{n}{10}y=5\end{cases}$ چند جواب دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) صفر ۴) بی‌شمار

۳۴- در ماتریس A به صورت $A=\begin{bmatrix}|A| & 0 & 1\\ 0 & 2|A| & -3\\ -1 & 0 & 0\end{bmatrix}$ اگر به درایه واقع در سطر سوم، ستون دوم ۵ واحد اضافه شود، دترمینان چه تغییری می‌کند؟

۱) ۳۰ واحد افزایش می‌یابد. ۲) ۳۰ واحد کاهش می‌یابد. ۳) ۶ واحد افزایش می‌یابد. ۴) ۶ واحد کاهش می‌یابد.

۳۵- اگر $A=\begin{bmatrix}2 & -1\\ 1 & 3\end{bmatrix}$ و $A^4=mA+nI$ و $A=m'A^{-1}+n'I$ باشد، آن‌گاه $m+n$ چند واحد از $m'+n'$ کوچک‌تر است؟

۱) ۵۰ ۲) ۶۱ ۳) ۶۹ ۴) ۷۰

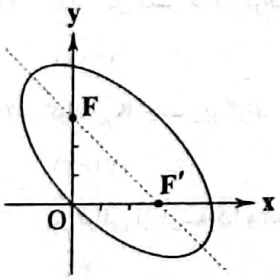
۳۶- اگر دستگاه معادلات خطی $\begin{cases}(m-2)x+2y=8\\ 3x+(m+3)y=m\end{cases}$ جوابی نداشته باشد، m کدام است؟

۱) ۱ ۲) -1 ۳) ۳ ۴) -4

۳۷- مساحت کوچک‌ترین دایره‌ای که برخط $3x-4y=12$ و منحنی $\begin{cases}x=3\cos\theta\\ y=3\sin\theta+2\end{cases}$ مماس است، کدام است؟

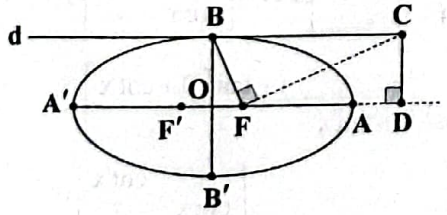
۱) $\frac{\pi}{4}$ ۲) $\frac{\pi}{2}$ ۳) π ۴) 2π

۳۸- با توجه به شکل مقابل طول کوتاه‌ترین قطر بیضی کدام است؟



۱) ۳
۲) ۶
۳) $3\sqrt{2}$
۴) $6\sqrt{2}$

۳۹- در بیضی زیر AA' و BB' قطرهای بیضی هستند و خط d در نقطه B بر بیضی مماس است. پاره‌خط BF را رسم کرده و در نقطه F عمودی بر BF رسم می‌کنیم تا خط d را در نقطه C قطع کند و از C عمودی بر امتداد قطر بزرگ رسم می‌کنیم تا آن را در نقطهٔ مانند D قطع کند. اگر خروج از مرکز بیضی $\frac{\sqrt{3}}{3}$ باشد، $\frac{AD}{AF}$ کدام است؟



۱) ۳
۲) $\sqrt{3}$
۳) $2\sqrt{3}$
۴) ۶

محل انجام محاسبات

۴۰- در یک بیضی طول قطر بزرگ دو برابر فاصله کانونی است. این بیضی را در مستطیلی با اضلاعی به اندازه قطر بزرگ و قطر کوچک بیضی محاط کرده‌ایم. پاره‌خط FF' که F و F' کانون‌های بیضی هستند، از یکی از رأس‌های مستطیل با چه زاویه‌ای دیده می‌شود؟

۱) 30° ۲) 45° ۳) 60° ۴) 90°

۴۱- معادلهٔ دایره‌ای که مرکز آن روی خط $y = 2x - 1$ ، گذرا از نقطهٔ $A(2,1)$ و بر خط $3x + 4y = 10$ مماس باشد، کدام است؟

۱) $\begin{cases} x = 5\sin\theta + 1 \\ y = 5\cos\theta + 3 \end{cases}$ ۲) $\begin{cases} x = 5\cos\theta - 1 \\ y = 5\sin\theta - 3 \end{cases}$

۳) $\begin{cases} x = \sin\theta - 5 \\ y = \cos\theta + 3 \end{cases}$ ۴) $\begin{cases} x = 3\tan\theta + 5 \\ y = 3\cot\theta - 1 \end{cases}$

۴۲- معادلهٔ خطوط عمود بر دایره‌ای $(m-1)x+(m+3)y = 4$ است . اگر این دایره بر هر دو محور مختصات مماس باشد، کدام نقطه روی این دایره قرار دارد؟

۱) $(-2,2)$ ۲) $(-2,1)$ ۳) $(0,2)$ ۴) $(0,3)$

۴۳- وتر مشترک دایره $x^2+y^2-2x+4y-4=0$ و دایره C بر نیمساز ربع دوم و چهارم منطبق است. اگر دایرهٔ C از نقطهٔ $M(3,1)$ بگذرد، مساحت دایرهٔ C کدام است؟

۱) 17π ۲) $15/5\pi$ ۳) 12π ۴) $8/5\pi$

۴۴- در یک بیضی مربع فاصلهٔ یک کانون تا دورترین رأس ۵ برابر مربع فاصلهٔ کانون تا نزدیک‌ترین رأس است. خروج از مرکز بیضی کدام است؟

۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ۲) $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$

۳) $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$ ۴) $\frac{3-\sqrt{3}}{2}$

۴۵- معادلهٔ مکان هندسی مرکز دایره‌هایی که در ربع اول مختصاتی بر محور x ها و نیمساز ناحیهٔ اول مماس هستند به صورت $x = ay$ است، طول بزرگ‌ترین وتر دایره $mx^2+y^2+(a-1)x+3y-3=0$ کدام است؟

۱) $\sqrt{21}$ ۲) $\sqrt{23}$ ۳) ۵ ۴) ۶

سایت کنکور

محل انجام محاسبات

تاریخ آزمون

جمعه ۱۴۰۳/۰۱/۱۷

سؤالات آزمون دفترچه شماره (۲) دوره دوم متوسطه پایه دوازدهم ریاضی

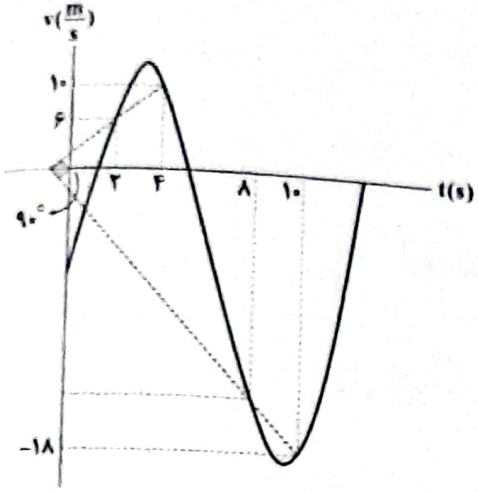
نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤال: ۶۰	مدت پاسخگویی: ۷۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	شماره سؤال		مدت پاسخگویی
			از	تا	
۱	فیزیک ۳	۳۵	۴۶	۸۰	۴۵ دقیقه
۲	شیمی ۳	۲۵	۸۱	۱۰۵	۲۵ دقیقه

فیزیک

۴۶- نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که بر روی محور xها حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. شتاب متوسط این متحرک در ۴ ثانیهٔ دوم حرکتش چند متر بر مجذور ثانیه است؟



۱) -۱۷

۲) $-\frac{۲۷}{۴}$

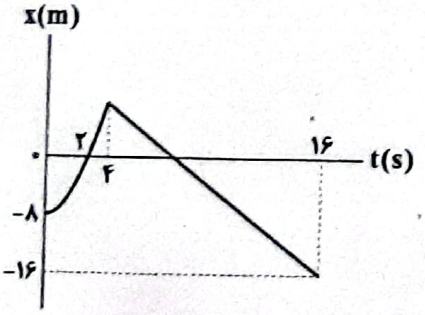
۳) $-\frac{۷}{۴}$

۴) $-\frac{۱۵}{۴}$

۴۷- متحرکی روی محور x در حال حرکت است. بردار سرعت متوسط آن در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۰$ تا $t_۲ = ۴s$ در SI برابر $-۴\vec{i}$ و در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۰$ تا $t_۳ = ۱۲s$ در SI برابر $-۸\vec{i}$ است. بردار سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_۲ = ۴s$ تا $t_۳ = ۱۲s$ برحسب SI در کدام گزینه به درستی آمده است؟

۱) $-۱۰\vec{i}$ ۲) $۱۰\vec{i}$ ۳) $-۱۱/۲\vec{i}$ ۴) $۱۱/۲\vec{i}$

۴۸- نمودار مکان ـ زمان متحرکی که بر روی محور xها حرکت می‌کند، در SI مطابق شکل زیر است. اگر تندی متوسط متحرک از لحظهٔ شروع حرکت تا لحظهٔ $t = ۱۶s$ برابر با $۳\frac{m}{s}$ باشد، فاصلهٔ زمانی بین دو بار عبور متوالی از مبدأ مکان چند ثانیه است؟



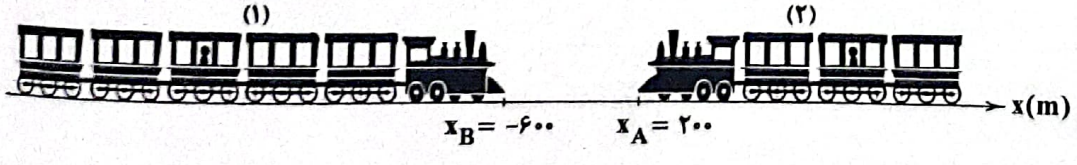
۱) $\frac{۱۲}{۷}$

۲) $\frac{۲۴}{۷}$

۳) $\frac{۶۴}{۷}$

۴) $\frac{۵۰}{۷}$

۴۹- مطابق شکل زیر قطار (۱) به طول ۶۰۰m و تندی $۱۴۴\frac{km}{h}$ و قطار (۲) به طول ۴۰۰m و تندی $۹۰\frac{km}{h}$ در مسیری مستقیم و در دو ریل موازی در حال حرکت به سمت یک‌دیگر هستند. اگر مکان جلوی دو قطار در یک لحظه برابر $x_A = ۲۰۰m$ و $x_B = -۶۰۰m$ باشد، در چه لحظه‌ای مسافرهایی که در وسط دو قطار هستند از کنار یک‌دیگر عبور می‌کنند؟



۱) ۵۲

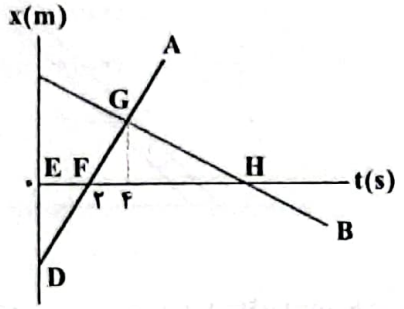
۲) ۲۵

۳) ۲۰

۴) ۶۵

محل انجام محاسبات

۵۰- نمودار مکان ـ زمان دو متحرک A و B که روی محور xها حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. اگر فاصلهٔ دو متحرک از یک‌دیگر در شروع حرکت برابر با ۳۲۰m باشد و مساحت مثلث FGH، ۴ برابر مساحت مثلث DEF باشد، آن‌گاه مجموع مسافت طی‌شده توسط دو متحرک از شروع حرکت تا لحظهٔ $t=15s$ (برحسب متر) و هم‌چنین فاصلهٔ زمانی عبور متحرک‌ها از مکان $x=60m$ (برحسب ثانیه) به ترتیب از راست به چپ در کدام گزینه به درستی آمده‌اند؟

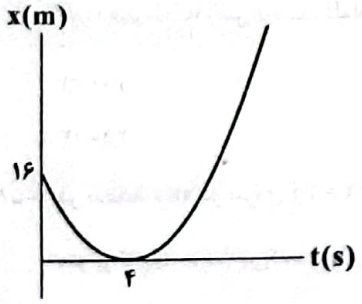


۱) ۱۲۰۰ و ۷
۲) ۶۰۰ و ۷
۳) ۱۲۰۰ و ۴
۴) ۶۰۰ و ۴

۵۱- متحرکی با سرعت ثابت بر روی محور xها حرکت می‌کند. در لحظهٔ $t=5s$ در مبدأ مکان و در لحظهٔ $t=7s$ در مکان $x=8m$ قرار دارد. بیشترین اندازهٔ بردار مکان از شروع حرکت تا لحظهٔ $t=9s$ چند واحد SI است؟

۱) ۱۶
۲) ۲۰
۳) −۲۰
۴) −۱۶

۵۲- نمودار مکان ـ زمان متحرکی که بر روی محور xها حرکت می‌کند، به شکل سهمی زیر است. تندی متوسط این متحرک در ۱۰ ثانیهٔ اول حرکتش چند متر بر ثانیه است؟

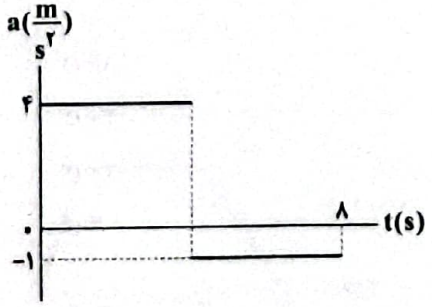


۱) ۵/۲
۲) ۲
۳) ۳/۶
۴) ۴/۸

۵۳- معادلهٔ مکان ـ زمان دو متحرک A و B که بر روی محور xها حرکت می‌کنند، در SI به صورت $x_A=t^2-6t+8$ و $x_B=-t^2+6t-8$ می‌باشد. چند ثانیه دو متحرک در حال نزدیک شدن به یک‌دیگر می‌باشند؟

۱) ۴
۲) ۳
۳) ۲
۴) ۱

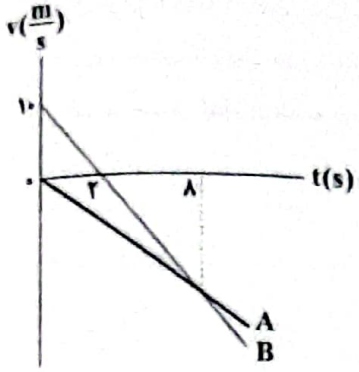
۵۴- نمودار شتاب ـ زمان متحرکی که با سرعت اولیهٔ $10\frac{m}{s}$ بر روی محور xها شروع به حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. سرعت متوسط این متحرک در ۸ ثانیهٔ اول حرکتش برابر $14/75\frac{m}{s}$ است. شتاب این متحرک در چه لحظه‌ای تغییر می‌کند؟



۱) ۷
۲) ۶
۳) ۵
۴) ۲

محل انجام محاسبات

۵۵- نمودارهای سرعت ـ زمان دو متحرک (۱) و (۲) که بر خط راست حرکت می‌کنند مطابق شکل زیر است. از لحظهٔ $t=0$ تا لحظه‌ای که سرعت دو متحرک، یکسان می‌شود، مجموع مسافت‌های طی‌شده توسط این دو متحرک چند متر است؟



۱) ۲۰۰
۲) ۱۲۰
۳) ۲۲۰
۴) ۱۰۰

۵۶- جسمی در شرایط خلأ از ارتفاع h نسبت به سطح زمین رها می‌شود. اگر این جسم ۱۰۰m پایانی حرکتش را در مدت ۲s طی کند، اندازهٔ سرعت متوسط این جسم در کل زمان حرکتش چند متر بر ثانیه است؟ $(g=10\frac{m}{s^2})$

۱) ۳۰
۲) ۲۰
۳) ۲۵
۴) ۲۷

۵۷- گلولهٔ A را از ارتفاع h نسبت به سطح زمین رها می‌کنیم و ۳s بعد گلولهٔ B را از ارتفاع ۴۵ متری سطح زمین رها می‌کنیم. در صورتی‌که هر دو گلوله هم‌زمان به زمین برسند، گلولهٔ A از ارتفاع چند متری سطح زمین رها شده است؟ $(g=10\frac{N}{kg})$ و از نیروی مقاومت هوا صرف‌نظر کنید.)

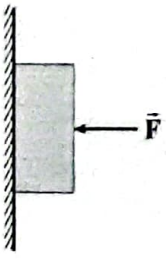
۱) ۱۸۰
۲) ۳۰۰
۳) ۲۵۰
۴) ۵۵

۵۸- در صفحهٔ xoy دو نیروی $\vec{F}_1=4\vec{i}+3\vec{j}$ و $\vec{F}_2$ (برحسب نیوتون) به جسمی وارد می‌شوند و این جسم با سرعت ثابت $\vec{v}=\vec{i}+6\vec{j}$ (برحسب متر بر ثانیه) حرکت می‌کند. در این حالت نیروی $\vec{F}_2$ برحسب نیوتون در کدام گزینه به درستی آمده است؟

۱) $-4\vec{i}-3\vec{j}$
۲) $-3\vec{i}-4\vec{j}$
۳) $4\vec{i}+\frac{1}{2}\vec{j}$
۴) $-4\vec{i}-\frac{1}{2}\vec{j}$

۵۹- مطابق شکل زیر، جسمی به جرم ۲kg تحت تأثیر نیروی افقی $\vec{F}$ قرار دارد. جسم در راستای قائم به سمت پایین شروع به حرکت می‌کند و در ۲ ثانیهٔ اول سقوطش، ۱۶m به سمت پایین حرکت کند، بزرگی نیروی $\vec{F}$ چند نیوتون است؟

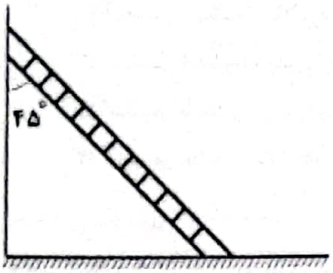
$(g=10\frac{m}{s^2}, \mu_s=0/3, \mu_k=0/2)$



۱) ۱۶
۲) ۳۰
۳) ۲۰
۴) ۴

محل انجام محاسبات

۶۰- مطابق شکل زیر، نردبانی به جرم ۲/۵kg، به دیوار قائم بدون اصطکاکی تکیه داده شده و در آستانهٔ لیز خوردن است. اگر اندازهٔ نیرویی که سطح افقی به نردبان وارد می‌کند، $\sqrt{۲}$ برابر اندازهٔ نیرویی که سطح قائم به نردبان وارد می‌کند، باشد. ضریب اصطکاک ایستایی سطح افقی در کدام گزینه به درستی آمده است؟



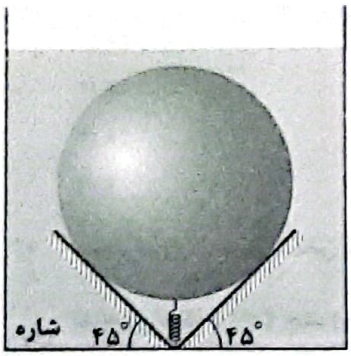
۱) ۱

۲) $\frac{۱}{۲}$

۳) $\frac{۱}{۳}$

۴) $\frac{۱}{۴}$

۶۱- در شکل مقابل، کره‌ای همگن به جرم ۲kg درون یک شاره و بر روی یک ناوهٔ قائم بدون اصطکاک در حال تعادل قرار دارد. اگر نیروی شناوری ناشی از شاره ۶N بوده و فنر با ثابت $۳\frac{N}{cm}$ نسبت به طول عادی‌اش، ۲cm تغییر طول داشته باشد، آن‌گاه این کره بر هر یک از دیواره‌های ناوه، چند نیوتون نیرو وارد می‌کند؟ $(g=۱۰\frac{m}{s^۲})$



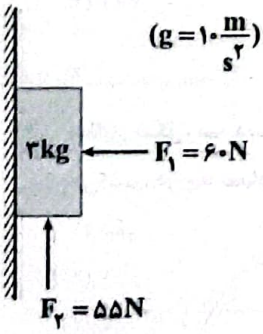
۱) $۱۶\sqrt{۲}$ یا $۱۰\sqrt{۲}$

۲) $۱۶\sqrt{۲}$ یا $۴\sqrt{۲}$

۳) $۲\sqrt{۲}$ یا $۴\sqrt{۲}$

۴) $۱۰\sqrt{۲}$ یا $۴\sqrt{۲}$

۶۲- مطابق شکل زیر، جسمی به جرم ۳kg را به دیوار تکیه داده و هم‌زمان دو نیروی $\vec{F}_۱$ و $\vec{F}_۲$ را به آن وارد می‌کنیم. جسم با شتاب $۴\frac{m}{s^۲}$ به سمت بالا شروع به حرکت می‌کند. اگر نیروی $\vec{F}_۲$ بعد از ۴s حذف شود، کدام گزینه در مورد جسم صحیح است؟ $(g=۱۰\frac{m}{s^۲})$



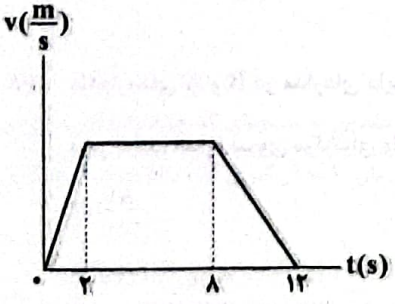
۱) جسم پس از مدتی از حرکت ایستاده و در آستانهٔ حرکت به سمت پایین قرار می‌گیرد.

۲) جسم پس از طی مسافت ۸/۸m ایستاده و ساکن می‌شود.

۳) جسم پس از ۱/۳s ایستاده و ساکن می‌شود.

۴) جسم پس از مدتی از حرکت ایستاده و سپس با شتاب $\frac{۱۷}{۳}\frac{m}{s^۲}$ پایین می‌آید.

۶۳- جسمی به جرم ۸kg درون یک آسانسور روی یک ترازو قرار دارد و نمودار سرعت ـ زمان حرکت آسانسور مطابق شکل زیر است. اگر اندازهٔ جابه‌جایی آسانسور در طول حرکتش برابر با ۹۰ متر باشد، در این‌صورت اختلاف بیشترین و کم‌ترین عددی که ترازو نشان می‌دهد، چند نیوتون است؟ $(g=۱۰\frac{N}{kg})$



۱) ۲۰

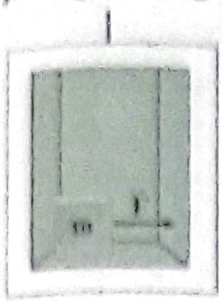
۲) ۶۰

۳) ۳۰

۴) ۱۵

محل انجام محاسبات

۶۴- مطابق شکل جسمی کف یک آسانسور ساکن قرار دارد و نیروی افقی $\vec{F}$ به آن وارد می‌شود، ولی جسم روی سطح افقی حرکت نمی‌کند. در کدام‌یک از حالت‌های زیر ممکن است جسم روی سطح افقی به حرکت در آید؟



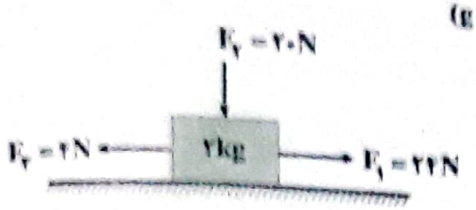
۱) آسانسور شتاب‌دونده بالا رود

۲) آسانسور شتاب‌دونده پایین رود

۳) آسانسور با تندی ثابت پایین رود

۴) آسانسور با تندی ثابت بالا رود

۶۵- مطابق شکل زیر، به جسم ساکنی به جرم $2kg$ سه نیروی $\vec{F}_1$، $\vec{F}_2$ و $\vec{F}_3$ هم‌زمان وارد می‌شوند و پس از سه ثانیه نیروها را حذف می‌کنیم. تکانهٔ این جسم در لحظهٔ $t = 4s$ چند واحد SI است؟ $(g = 10\frac{m}{s^2}, \mu_k = 0/2, \mu_s = 0/4)$



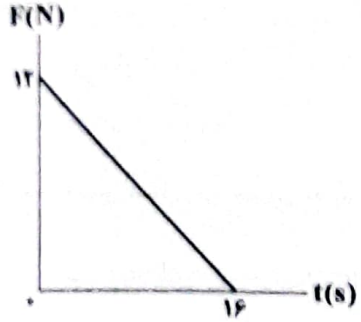
۱) ۴۶

۲) ۱۸

۳) ۲۸

۴) ۴

۶۶- نمودار نیروی وارد بر جسمی به وزن ۴۰N برحسب زمان، مطابق شکل زیر است. اگر سرعت اولیهٔ جسم برابر با $20\frac{m}{s}$ باشد، انرژی جنبشی گلوله در لحظهٔ $t = 4s$ چند ژول است؟ $(g = 10\frac{m}{s^2})$



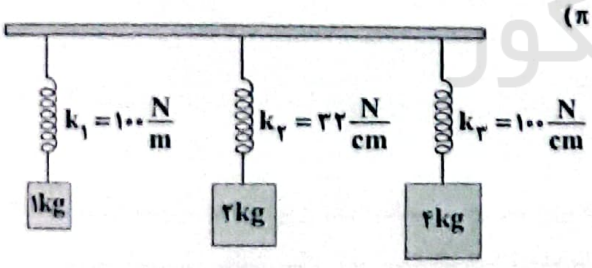
۱) ۱۸۶۰/۵

۲) ۳۷۲۱

۳) ۱۴۴

۴) ۲۶۱

۶۷- مطابق شکل، سه دستگاه جرم- فنر از میله‌ای آویزان هستند و در میله، نوسان‌هایی با بسامدهایی در بازهٔ $5Hz < f < 10Hz$ ایجاد می‌کنیم. در چه تعداد از دستگاه‌های جرم - فنر، تشدید رخ می‌دهد؟ $(\pi = 3)$



۱) صفر

۲) ۱

۳) ۲

۴) ۳

۶۸- ماهواره‌های A و B در مدارهای دایره‌شکلی به دور زمین می‌چرخند. اگر جرم ماهوارهٔ A، $\frac{3}{4}$ جرم ماهوارهٔ B و بزرگی تکانهٔ دو ماهواره با هم برابر باشد، اندازهٔ نیروی مرکزگرای وارد بر ماهوارهٔ B چند برابر اندازهٔ نیروی مرکزگرای ماهوارهٔ A است؟

۱) $\frac{81}{256}$

۲) $\frac{27}{64}$

۳) ۰/۲۳۷

۴) ۰/۷۵

محل انجام محاسبات

۶۹- چه تعداد از عبارت‌های زیر نادرست است؟

الف) در حرکت هماهنگ ساده فاصلهٔ زمانی بین تغییر جهت بردار مکان، دو برابر فاصلهٔ زمانی بین ماکزیمم و مینیمم شدن اندازهٔ شتاب است.

ب) در حرکت هماهنگ ساده دستگاه وزنه ـ فنر با افزایش سختی فنر، دامنهٔ نوسان کاهش می‌یابد.

ج) با افزایش طول آونگ، دورهٔ آونگ افزایش و بیشینهٔ انرژی جنبشی آن کاهش می‌یابد.

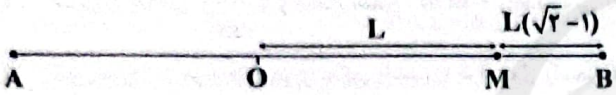
د) در آونگ‌های بارتون، به حرکت درآوردن آونگ بازدارنده، باعث نوسان سایر آونگ‌ها می‌شود.

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

۷۰- معادلهٔ حرکت نوسانگر هماهنگ ساده‌ای در SI برابر با $x = 0/04\cos(\frac{\pi}{2}t)$ است. تندی متوسط این نوسانگر در ۸s اول نوسان چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟

۱) ۶ ۲) ۵ ۳) ۴ ۴) ۷

۷۱- مطابق شکل زیر، نوسانگری روی پاره‌خط AB در حال نوسان هماهنگ ساده است. اگر مدت‌زمان طی کردن BM بدون تغییر جهت برابر ۳s باشد، آن‌گاه بیشینهٔ تندی نوسانگر در کدام گزینه به درستی آمده است؟



۱) $\frac{A\pi}{12}$

۲) $\frac{A\pi}{24}$

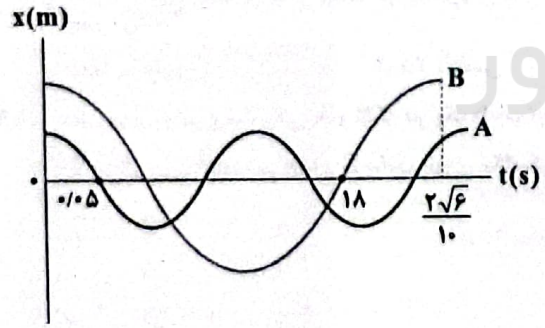
۳) $\frac{A\pi}{8}$

۴) $\frac{A\pi}{16}$

۷۲- معادلهٔ مکان ـ زمان نوسانگر هماهنگ ساده‌ای در SI به صورت $x = -0/04\sin^2(\frac{\pi}{2}t) + 0/02$ است. مسافتی که این نوسانگر در مدت‌زمان ۱۵s طی می‌کند، چند سانتی‌متر است؟

۱) ۹۰ ۲) ۶۰ ۳) ۳۰ ۴) ۱۲۰

۷۳- نمودار مکان ـ زمان دو نوسانگر هماهنگ سادهٔ جرم ـ فنر که دارای فنر مشابه می‌باشند، مطابق شکل زیر است. اگر جرم جسم B، 1kg بیش از جرم جسم A باشد، ثابت فنر A چند واحد SI است؟ $(\pi = \sqrt{10})$



۱) ۶۵

۲) ۱۵۰

۳) ۱۸۰

۴) ۲۰۰

۷۴- فضانوردی ساعتی آونگ‌دار که هر رفت و برگشت آونگ، ثانیه‌شمار را ۲s جلو می‌برد، در یک سفر فضایی به سیاره‌ای که جرم و چگالی آن به ترتیب ۲۴ برابر و ۳ برابر جرم و چگالی زمین است، می‌برد. اگر فضانورد بخواهد ساعت به درستی زمان را اندازه‌گیری کند باید چند درصد و چگونه طول آونگ را تغییر دهند؟

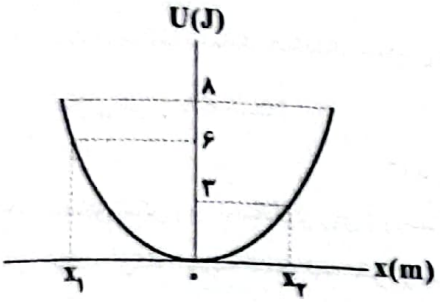
۱) ۵۰۰ ـ کاهش ۲) ۶۰۰ ـ کاهش ۳) ۵۰۰ ـ افزایش ۴) ۶۰۰ ـ افزایش

محل انجام محاسبات

۷۵- در لحظه‌ای که انرژی پتانسیل نوسانگر هماهنگ ساده‌ای، $\frac{1}{9}$ کل انرژی آن است، سرعت نوسانگر $4\frac{m}{s}$ است. بیشینهٔ تندی این نوسانگر چند متر بر ثانیه است؟ (از اتلاف انرژی صرف‌نظر کنید.)

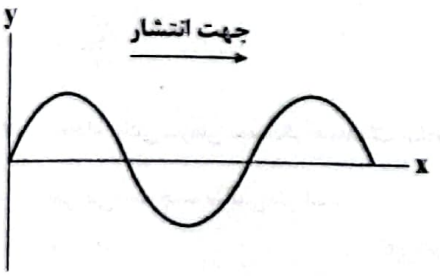
۱) $\frac{2}{3}\sqrt{8}$ ۲) $3\sqrt{2}$ ۳) $3\sqrt{8}$ ۴) $2\sqrt{3}$

۷۶- نمودار انرژی پتانسیل نوسانگر هماهنگ ساده‌ای، مطابق شکل زیر است. تندی نوسانگر در مکان x_1 چند برابر تندی آن در مکان x_2 است؟ (از اتلاف انرژی صرف‌نظر کنید.)



۱) $\frac{\sqrt{5}}{10}$
۲) $\frac{\sqrt{5}}{2}$
۳) $\frac{\sqrt{10}}{5}$
۴) $\frac{\sqrt{2}}{5}$

۷۷- طنابی با چگالی $4\frac{g}{cm^3}$ و سطح مقطع $0/5cm^2$ را با نیرویی به بزرگی ۲۰N می‌کشیم و در آن موجی با بسامد ۴۰Hz ایجاد می‌کنیم. اگر نقش موج زیر مربوط به موج مذکور باشد، به ترتیب از راست به چپ، جهت حرکت و نوع حرکت ذره‌ای که روی طناب در مکان $x=18cm$ قرار دارد، در کدام گزینه به درستی آمده‌اند؟

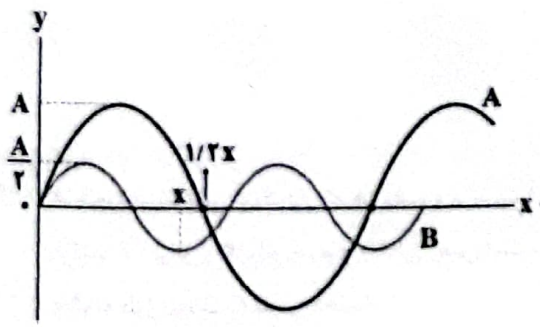


۱) پایین ـ کندشونده
۲) بالا ـ تندشونده
۳) پایین ـ تندشونده
۴) بالا ـ کندشونده

۷۸- یک تار را از دستگاهی عبور داده و با تغییر جرم آن، قطر آن را ۲۰ درصد کاهش می‌دهیم. تندی موج عرضی در آن چند درصد و چگونه تغییر می‌کند؟

۱) ۲۵ ـ افزایش ۲) ۲۵ ـ کاهش ۳) ۲۰ ـ افزایش ۴) ۲۰ ـ کاهش

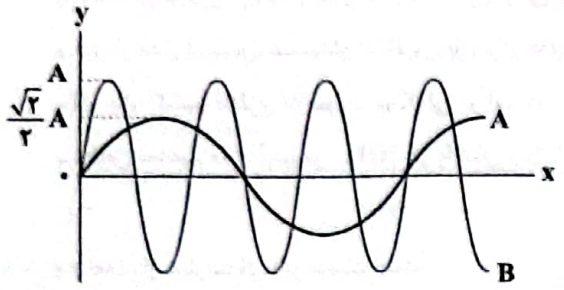
۷۹- نقش موج دو موج مکانیکی A و B که در یک طناب ایجاد شده‌اند، مطابق شکل زیر است. کدام گزینه در مورد موج A و B درست است؟ (T بیانگر دورهٔ تناوب موج‌ها و E بیانگر انرژی مکانیکی موج‌ها است.)



۱) $\frac{E_A}{E_B}=\frac{100}{81}, \frac{T_B}{T_A}=\frac{9}{5}$
۲) $\frac{E_A}{E_B}=\frac{81}{100}, \frac{T_B}{T_A}=\frac{9}{5}$
۳) $\frac{E_A}{E_B}=\frac{81}{100}, \frac{T_B}{T_A}=\frac{5}{9}$
۴) $\frac{E_A}{E_B}=\frac{100}{81}, \frac{T_B}{T_A}=\frac{5}{9}$

محل انجام محاسبات

۸۰- در یک طناب، دو موج A و B ایجاد کرده‌ایم که نقش موج آن‌ها مطابق شکل زیر است. آهنگ متوسط انتقال انرژی در طناب A چند برابر طناب B است؟



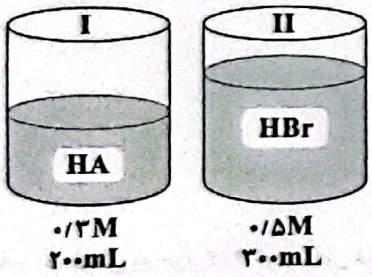
۱) $\frac{۱}{۹}$
۲) $\frac{۱}{۱۸}$
۳) $\frac{۱}{۲۴}$
۴) $\frac{۱}{۱۲}$

شیمی

۸۱- مقایسهٔ میان شمار اتم‌های اکسیژن هر مولکول اوره (a)، روغن زیتون (b) و اتیلن گلیکول (c) و مقایسهٔ میان نسبت شمار اتم‌های هیدروژن به شمار اتم‌های کربن این سه مولکول در کدام گزینه به درستی آمده است؟ (گزینه‌ها را به ترتیب از راست به چپ بخوانید.)

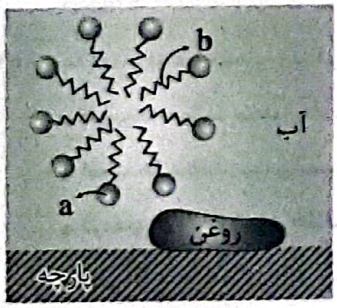
۱) $a<b<c\ ,\ c=a<b$
۲) $b<c<a\ ,\ c=a<b$
۳) $a<b<c\ ,\ a<c<b$
۴) $b<c<a\ ,\ a<c<b$

۸۲- اگر نسبت غلظت آنیون A^- در محلول (I) به غلظت Br^- در محلول (II) برابر $۳/۱\times۱۰^{-۳}$ باشد، درصد یونش اسید ضعیف HA کدام است؟



۱) ۱/۸۶
۲) ۵/۱۶
۳) ۰/۱۸۶
۴) ۰/۵۱۶

۸۳- شکل زیر، مرحلهٔ اول از مراحل سه‌گانه پاک شدن یک لکهٔ روغن از روی پارچه را نشان می‌دهد. چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با آن درست است؟



- هنگامی که صابون وارد آب می‌شود به کمک بخش a در آن حل می‌شود.
- ذره‌های صابون با بخش b با مولکول‌های روغن جاذبه برقرار می‌کنند.
- هر چه شمار اتم‌های کربن بخش b کم‌تر باشد، قدرت پاک‌کنندگی صابون بیشتر می‌شود.
- کاهش دمای آب و افزایش غلظت یون‌های کلسیم و منیزیم در آب، موجب کاهش قدرت پاک‌کنندگی صابون می‌شود.
- بخش a شامل یک کاتیون یک بار مثبت و آنیون $-COO^-$ است.

۱) ۵ ۲) ۴ ۳) ۳ ۴) ۲

۸۴- مجموع شمار اتم‌ها در فرمول تقریبی وازلین، ۲۰ واحد بیشتر از مجموع شمار اتم‌ها در صابون مایع A است که فاقد عنصر فلزی می‌باشد. در فرمول شیمیایی صابون A چند اتم کربن وجود دارد؟ (در ساختار صابون A، چهار پیوند دوگانه وجود دارد.)

۱) ۱۸ ۲) ۱۹ ۳) ۲۰ ۴) ۲۱

محل انجام محاسبات

۸۵- چه تعداد از عبارت‌های زیر، دربارهٔ آرنیوس و مدل آن در ارتباط با اسیدها و بازها درست است؟

- یافته‌های تجربی آرنیوس نشان داد که محلول برخی از اسیدها و بازها، رسانای جریان برق نیستند.
- قبل از مدل آرنیوس، شیمیدان ها افزون بر ویژگی‌های اسید و بازها با برخی واکنش‌های آن‌ها نیز آشنا بودند.
- اگر یک اکسید نافلزی به صورت مولکولی در آب حل شود، جزو اسید آرنیوس محسوب نمی‌شود.
- مطابق مفاهیم مدل آرنیوس، NH_3 در واکنش $BF_3(g) + NH_3(g) \rightarrow NH_3BF_3(s)$، یک باز آرنیوس محسوب می‌شود.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

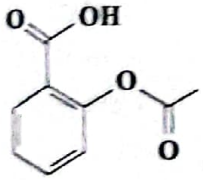
۸۶- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- عملکرد بدن ما به میزان مواد اسیدی و بازی موجود در آن وابسته است.
- رنگ کاغذ pH در صابون، شیر منیزی و جوهرنمک به ترتیب آبی، آبی و سرخ است.
- رسوب تولیدشده بر روی دیوارهٔ کتری و دیگ‌های بخار با صابون زدوده نمی‌شود و برای حذف آن‌ها باید از پاک‌کننده‌های غیرصابونی استفاده کرد.
- یکی از روش‌هایی که برای تعیین غلظت یون هیدرونیوم می‌توان به کار برد، سنجش رسانایی الکتریکی محلول‌های آبی است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۸۷- آسپیرین یا استیل سالیسیلیک اسید یک اسید تک پروتون‌دار با ساختار زیر است. pH محلول $۸/۶۴ g.L^{-1}$ آن کدام است؟

$(C=۱۲, H=۱, O=۱۶ : g.mol^{-1}$ و $K_a = ۳\times۱۰^{-۵})$



۱) ۲/۷۴
۲) ۲/۹۲
۳) ۳/۷۴
۴) ۳/۹۲

۸۸- مخلوطی به جرم ۳/۲ گرم شامل فورمیک اسید و استیک اسید در واکنش با ۱۶۲/۵ میلی‌لیتر محلول ۰/۲ مولار باریم هیدروکسید به طور کامل خنثی می‌شود. جرم فورمیک اسید در مخلوط اولیه، چند برابر جرم استیک اسید است؟ $(H=۱, C=۱۲, O=۱۶ : g.mol^{-1})$

۱) ۲/۵۵ ۲) ۱/۶۶ ۳) ۲/۳۳ ۴) ۳/۱۱

۸۹- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- کلوئیدها همانند محلول‌ها، مخلوط‌هایی پایدار هستند.
- کلوئیدها همانند سوسپانسیون‌ها، مخلوط‌های ناهمگن هستند.
- ذره‌های سازندهٔ شیر برخلاف شربت خاکشیر، نور را پخش می‌کنند.
- نیمی از مخلوط‌های «ژله، رنگ پوششی، هوای پاک و خشک و سرم فیزیولوژی» همگن هستند.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۹۰- اگر ۸۰ میلی‌لیتر محلول هیدروکلریک اسید با $pH = ۲/۴$ با ۲۰ میلی‌لیتر محلول نیتریک اسید ۰/۰۰۵ مولار و ۲۵ میلی‌لیتر محلول پتاس ۸×۱۰^{-۴} مولار مخلوط شود، pH تقریبی محلول حاصل کدام است؟

۱) ۲/۵ ۲) ۲/۲ ۳) ۳/۵ ۴) ۳/۲

محل انجام محاسبات

سایت کنکور

۹۱- در کدام‌یک از سامانه‌های بدن، غلظت یون‌های هیدرونیوم و هیدروکسید تفاوت کم‌تری با هم دارند؟ (برای سامانه‌هایی که pH آن‌ها به صورت بازه‌ای است، میانگین آن را در نظر بگیرید.)

۱) خون ۲) محتویات رودهٔ باریک ۳) معده ۴) بزاق

۹۲- چه تعداد از عبارت‌های زیر نادرست است؟

- آب پاک‌کنندهٔ مناسبی برای لکه‌های شیرینی مانند شربت آبلیمو و چای شیرین است.
- اسیدهای چرب، کربوکسیلیک اسیدهایی با چند گروه عاملی کربوکسیل هستند.
- چربی‌ها را می‌توان مخلوطی از اسیدهای چرب و استرهای بلند زنجیر دانست.
- نیروی بین‌مولکولی در چربی‌ها، تماماً از نوع وان‌درووالسی است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۹۳- اگر اعداد اکسایش چهار عنصر A، B، C و D به ترتیب از راست به چپ ۳+، ۵+، ۲- و ۱+ باشد، کدام‌یک از فرمول‌های شیمیایی زیر درست است؟

۱) $A_3D(B_4C)_2$ ۲) $A_2D_6(B_2C_7)_3$

۳) $BD(A_4C_7)_2$ ۴) $AD_2(BC_3)_3$

۹۴- چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با فرایند برقکافت سدیم کلرید مذاب نادرست است؟

- به‌ازای مبادلهٔ هر مول الکترون، یک مول $Na(s)$ در کاتد سلول تولید می‌شود.
- یون‌های $Cl^-(aq)$ به سمت قطب مثبت سلول حرکت کرده و در آن‌جا اکسایش می‌یابند.
- این فرایند در سلولی انجام می‌شود که دو الکترود درون یک الکترولیت قرار دارند.
- دمای سلول به تقریب برابر با نقطهٔ ذوب سدیم کلرید است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۹۵- چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با برقکافت آب درست است؟

- گاز تولیدشده در آند در مقایسه با گاز دیگر، انحلال‌پذیری بیشتری در آب دارد.
- با گذشت زمان pH محیط اطراف قطب مثبت کاهش می‌یابد.
- با توجه به رسانایی الکتریکی ناچیز آب خالص، برای برقکافت آن باید اندکی الکترولیت به آب افزود.
- در نیم‌واکنش کاتدی به‌ازای تولید هر مول گاز، دو مول یون تولید می‌شود.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۹۶- چه تعداد از عبارت‌های زیر، در ارتباط با سلول گالوانی استاندارد روی ـ هیدروژن درست است؟

- با گذشت زمان بر جرم تیغهٔ کاتدی افزوده می‌شود.
- از این سلول می‌توان برای اندازه‌گیری دقیق پتانسیل الکترودی استاندارد روی استفاده کرد.
- emf این سلول در مقایسه با emf سلول گالوانی استاندارد قلع ـ هیدروژن بیشتر است.
- کاتیون‌های Zn^{2+} با عبور از دیوارهٔ متخلخل به سمت نیم‌سلول استاندارد هیدروژن حرکت می‌کنند.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

محل انجام محاسبات

۹۷- با جامه‌جایی هر مول الکترون در واکنش زیر بین نیمهٔ اکسنده و کاهنده، چند مول HF تولید می‌شود؟

$$UF_6 + H_2O_2 + H_2O + H^+ \rightarrow HF + UO_2^{2+}$$

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۱۲

۹۸- تفاوت مجموع ضرایب اجزای شرکت‌کننده در واکنش a با واکنش b پس از موازنه کدام است؟

a) $Cu(s) + NO_3^- + H^+ \rightarrow Cu^{2+} + NO_2 + (s) + H_2O$

b) $H_2O + O_2^{2-} \rightarrow O_2 + OH^-$

۱) ۲ ۲) ۸ ۳) ۴ ۴) ۶

۹۹- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- در باتری‌های روی ـ نقره، تغییر عدد اکسایش عنصر اکسنده، دو برابر تغییر عدد اکسایش عنصر کاهنده است.
- فلز Al با این‌که به سرعت در هوا اکسید می‌شود با تشکیل لایهٔ متخلخل، اما چسبنده Al_2O_3 از ادامه اکسایش جلوگیری می‌کند.
- در فرایند هال، آلومینیم به صورت مذاب به دست می‌آید.
- خوردگی فلزهایی که در وسایل آشپزخانه، شیرآلات ساختمان و ... مورد استفاده قرار می‌گیرد به سلامتی بدن آسیب می‌رساند.

۱) ۱ ۲) ۲

۳) ۳ ۴) ۴

۱۰۰- اگر ۱۰/۳۲ گرم CeO_2 را در خلأ حرارت دهیم، گاز اکسیژن آزاد می‌شود و جرم نمونه به ۱۰/۰۰ گرم کاهش می‌یابد. در این شرایط اتم‌های سریم در نمونه در حالات اکسایش ۳+ و ۴+ قرار دارند. چند درصد از اتم‌های سریم موجود در نمونه به صورت Ce^{3+} هستند؟ $(O=16, Ce=140: g.mol^{-1})$

۱) ۸۰ ۲) ۲۰

۳) ۶۶/۶۷ ۴) ۳۳/۳۳

۱۰۱- اگر در سلول سوختی متان ـ اکسیژن، سوخت را با متانول جایگزین کنیم، چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- با توجه به فراورده‌های تولیدشده، به ازای مصرف یک مول سوخت، از دیدگاه محیط‌زیستی استفاده از متانول به متان برتری دارد.
- نیم‌واکنش آندی تغییر کرده و نیم‌واکنش کاتدی بدون تغییر باقی می‌ماند.
- تغییر عدد اکسایش کربن، ۲۵٪ کاهش می‌یابد.
- نسبت مجموع ضرایب فراورده‌ها به مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌ها در مقایسه با سلول سوختی متان ـ اکسیژن، کاهش می‌یابد.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۰۲- چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با آند درست است؟

- در سلول‌های گالوانی، نیم‌واکنش اکسایش در آند انجام می‌شود.
- در سلول‌های گالوانی، به دلیل تولید الکترون در آند، این الکترود را با علامت منفی نشان می‌دهند.
- در سلول‌های الکترولیتی، آنیون‌ها به سمت آند حرکت می‌کنند.
- در سلول‌های الکترولیتی، الکترون‌ها از آند به سمت کاتد حرکت می‌کنند.

۱) ۴ ۲) ۳

۳) ۲ ۴) ۱

محل انجام محاسبات

۱۰۳- چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با اکسیژن درست است؟

- پتانسیل کاهشی اکسیژن برخلاف پتانسیل کاهشی اغلب فلزها، مثبت است.
- اکسیژن در محیط اسیدی در مقایسه با محیط خنثی، تمایل کم‌تری برای کاهش یافتن دارد.
- عدد اکسایش اکسیژن در برخی ترکیب‌ها صفر و یا بزرگ‌تر از صفر است.
- اکسیژن با برخی فلزها مانند طلا و پلاتین واکنش نمی‌دهد.

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۱ ۴) ۳

۱۰۴- کدام‌یک از واکنش‌های زیر، به فرایند خوردگی الکتروشیمیایی آهن سفید در محل خراش ایجادشده بر آن مربوط است؟

۱) $Fe^{2+}(aq) + Zn(s) \rightarrow Fe(s) + Zn^{2+}(aq)$

۲) $2Zn(s) + O_2(g) + 2H_2O(l) \rightarrow 2Zn(OH)_2(s)$

۳) $2Fe(s) + O_2(g) + 2H_2O(l) \rightarrow 2Fe(OH)_2(s)$

۴) $Fe(s) + Zn^{2+}(aq) \rightarrow Fe^{2+}(aq) + Zn(s)$

۱۰۵- اگر در سلول مارتین هال، حجم گاز تولیدشده در آند برابر $800m^3$ باشد، با فرض بازده ۷۵٪، چند کیلوگرم آلومینیم تولید شده است و جرم گرافیت‌های خورده‌شده چند کیلوگرم بوده است؟ (حجم مولی گازها را در شرایط آزمایش $40L.mol^{-1}$ در نظر بگیرید.)

$(Al=27, C=12, O=16: g.mol^{-1})$

۱) ۳۶۰ و ۳۲۰
۲) ۳۶۰ و ۱۸۰
۳) ۷۲۰ و ۳۲۰
۴) ۷۲۰ و ۱۸۰

سایت کنکور

محل انجام محاسبات

آزمون شماره ۲۰
جمعه ۱۴۰۳/۰۱/۱۷

آزمون‌های سراسری گاج

گزینه درست را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

پاسخنامه تشریحی
دفترچه شماره (۳)

پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤال: ۱۰۵	مدت پاسخگویی: ۱۴۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی		تعداد سؤال	شماره سؤال		مدت پاسخگویی
				از	تا	
۱	ریاضیات	حسابان ۲	۱۵	۱	۱۵	۷۰ دقیقه
		ریاضیات گسسته	۱۵	۱۶	۳۰	
		هندسه ۳	۱۵	۳۱	۴۵	
۲	فیزیک ۳		۳۵	۴۶	۸۰	۴۵ دقیقه
۳	شیمی ۳		۲۵	۸۱	۱۰۵	۲۵ دقیقه

سایت کنکور

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و ...)، قبل و یا بعد از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی ممنوع است (حتی با ذکر منبع) و متخلفین تحت پیگرد قانونی قرار می‌گیرند

ریاضیات

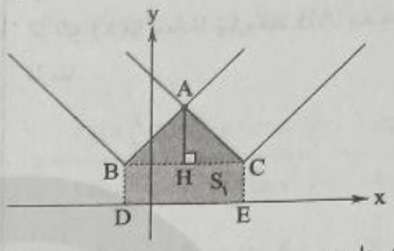
۱ (۳) در جابه‌جایی تابع $y=|x-a|+3$ داریم: (با توجه به گزینه‌ها مقدار a مثبت است.)

$$\begin{cases} a \text{ واحد به راست} \\ x \to x-a \end{cases} \Rightarrow y=|x-a-a|+3=|x-2a|+3$$

$$\begin{cases} 2a \text{ واحد به چپ} \\ x \to x+2a \end{cases} \Rightarrow y=|x+2a-a|+3=|x+a|+3$$

بنابراین در شکل تشکیل شده داریم:

$$\begin{cases} BC=DE=2a-(-a)=3a \\ BD=CE=3 \end{cases} \Rightarrow S_1=3(3a)=9a$$



برای یافتن مساحت مثلث ABC داریم:

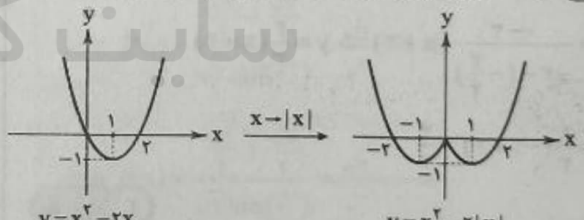
$$x_A=\frac{2a+(-a)}{2}=\frac{a}{2} \Rightarrow y_A=|\frac{a}{2}+a|+3=|\frac{3a}{2}|+3$$

$$\Rightarrow AH=|\frac{3a}{2}| \Rightarrow S_{ABC}=\frac{\frac{3a}{2}\times 3a}{2}=\frac{9a^2}{4}$$

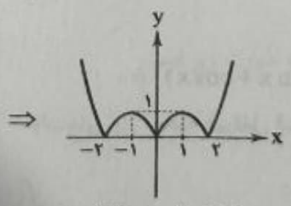
$$S=16 \Rightarrow \frac{9a^2}{4}+9a=16 \Rightarrow 9a^2+36a-64=0$$

$$\Rightarrow (3a-4)(3a+16)=0 \Rightarrow \begin{cases} a=-\frac{16}{3} \text{ غ ق ق} \\ a=\frac{4}{3} \end{cases}$$

۲ (۳) ابتدا نمودار $f(x)$ را با مراحل زیر رسم می‌کنیم.



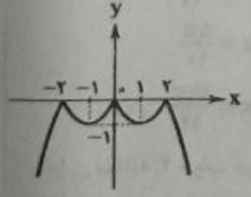
$y=x^2-2x$ $\qquad$ $y=x^2-2|x|$



$y=|x^2-2|x||=f(x)$

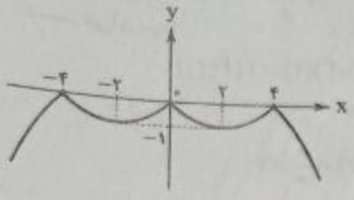
حال تبدیلات روی تابع $f(x)=|x^2-2|x||$ را به ترتیب اعمال می‌کنیم.

۱) قرینه نسبت به محور xها



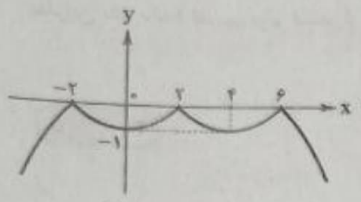
$y=-|x^2-2|x||$

۲) انبساط ۲ برابری در راستای محور xها



$$y=-|x^2-2|x|| \xrightarrow{x \to \frac{x}{2}} y=-|\frac{x^2}{4}-|x||$$

۳)



$$y=-|\frac{x^2}{4}-|x|| \xrightarrow{x \to x-2} y=-|\frac{(x-2)^2}{4}-|x-2||$$

ملاحظه می‌شود نمودار نهایی در بازهٔ $[0,2]$ و همچنین در بازهٔ $[4,6]$ اکیداً صعودی است. پس بیشترین مقدار α برابر ۲ و بیشترین مقدار β برابر ۶ خواهد بود و بیشترین مقدار $\alpha+\beta$ برابر است با:

$2+6=8$

۳ (۴) ابتدا ضابطهٔ اول را ساده می‌کنیم. (ضابطهٔ اول را $f_1(x)$ و ضابطهٔ دوم را $f_2(x)$ می‌نامیم.)

$$f_1(x)=-x^3+3x^2-3x+1-1-2a+4=-(x-1)^3+3-2a$$

این تابع به‌ازای هر مقدار از a اکیداً نزولی است. بنابراین برد تابع به‌ازای $x \le 1$ برابر است با:

$$R_{f_1}=[f_1(1),+\infty)=[3-2a,+\infty)$$

ضابطهٔ دوم یک سهمی است، برای آن‌که در بازهٔ $x>1$ اکیداً نزولی باشد لزوماً داریم:

$$-a<0 \Rightarrow a>0 \qquad (1)$$

(توجه شود اگر $a=0$ باشد، خط $y=4x-2$ اکیداً صعودی خواهد بود پس $a \neq 0$ باید باشد.)

برد ضابطهٔ دوم به شکل زیر است:

$$R_{f_2}=(-\infty,f_2(1)]=(-\infty,-a+2)$$

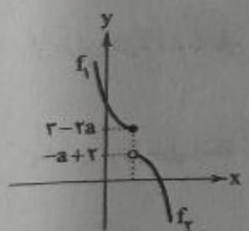
از طرفی تابع در $x=1$ دارای پرش است و در این پرش نیز تابع $f(x)$ باید اکیداً نزولی باشد. بنابراین داریم:

$$3-2a \ge -a+2 \Rightarrow a \le 1 \qquad (2)$$

از طرفی باید طول رأس سهمی کم‌تر یا مساوی ۱ باشد:

$$\frac{2}{a} \le 1 \Rightarrow a \ge 2 \text{ یا } a<0 \quad (3)$$

اشتراک روابط (۱)، (۲) و (۳) برابر تهی است یعنی شکل زیر امکان‌پذیر نیست.



سابت کنکور

۴ ۴ باقی‌ماندهٔ تقسیم $(fof)(x+1)$ بر $x-1$ را به صورت زیر به دست می‌آوریم:

$$x-1=0 \Rightarrow x=1 \Rightarrow \text{باقی‌مانده} = (fof)(2) = f(f(2))$$

$$\begin{cases} g(x)=2 \Rightarrow \log_2 x = 2 \Rightarrow x=4 \\ (fog)(x)=\frac{2x+1}{x-1} \xrightarrow{x=4} f(2)=\frac{9}{3}=3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} g(x)=3 \Rightarrow \log_2 x = 3 \Rightarrow x=8 \\ (fog)(x)=\frac{2x+1}{x-1} \xrightarrow{x=8} f(3)=\frac{17}{7} \end{cases}$$

بنابراین باقی‌ماندهٔ تقسیم برابر است با:

$$f(f(2))=f(3)=\frac{17}{7}$$

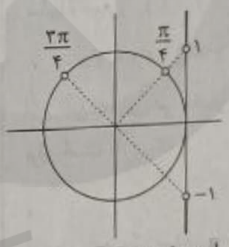
۲ ۵

$$\frac{\pi}{8}<\alpha<\frac{3\pi}{8} \Rightarrow \frac{\pi}{4}<2\alpha<\frac{3\pi}{4}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \tan 2\alpha < -1 \\ \text{یا} \\ \tan 2\alpha > 1 \end{cases} \Rightarrow |\tan 2\alpha|>1 \Rightarrow \left|\frac{3}{2m-1}\right|>1$$

$$\Rightarrow \frac{3}{|2m-1|}>1 \xrightarrow{m\neq\frac{1}{2}} |2m-1|<3 \Rightarrow -3<2m-1<3$$

$$\Rightarrow -1<m<2 \xrightarrow{m\neq\frac{1}{2}} m\in(-1,2)-\{\tfrac{1}{2}\}$$



بیشترین مقدار صحیح برای m عدد ۱ می‌باشد. بنابراین داریم:

$$f(x)=\tan(2x-\frac{\pi}{6})$$

برای یافتن دامنهٔ این تابع داریم:

$$2x-\frac{\pi}{6}=k\pi+\frac{\pi}{2} \Rightarrow 2x=k\pi+\frac{2\pi}{3} \Rightarrow x=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{3}$$

$$\Rightarrow D_f=\mathbb{R}-\{\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{3}\ ;k\in\mathbb{Z}\}$$

۱ ۶

$$\max y=|-2|-\frac{1}{3}=\frac{5}{3}$$

برای یافتن طول نقطهٔ A داریم:

$$f(x)=\frac{5}{3} \Rightarrow -\frac{1}{3}-2\cos(3\pi x)=\frac{5}{3} \Rightarrow \cos(3\pi x)=-1$$

$$\Rightarrow 3\pi x=\pi, 3\pi, 5\pi, \ldots$$

نقطهٔ A، اولین نقطه با طول مثبت است پس داریم:

$$3\pi x_A=\pi \Rightarrow x_A=\frac{1}{3}$$

از طرفی دورهٔ تناوب تابع برابر است با:

$$T=\frac{2\pi}{3\pi}=\frac{2}{3}$$

بنابراین برای طول نقطهٔ C داریم:

$$x_C=\frac{2}{3}$$

و برای طول نقطهٔ B می‌توان نوشت:

$$f(x)=-\frac{4}{3} \Rightarrow -\frac{1}{3}-2\cos(3\pi x)=-\frac{4}{3} \Rightarrow \cos(3\pi x)=\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 3\pi x=\frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}, \frac{7\pi}{3}, \frac{11\pi}{3}, \ldots$$

نقطهٔ B سومین نقطه به طول مثبت است و داریم:

$$3\pi x_B=\frac{7\pi}{3} \Rightarrow x_B=\frac{7}{9}$$

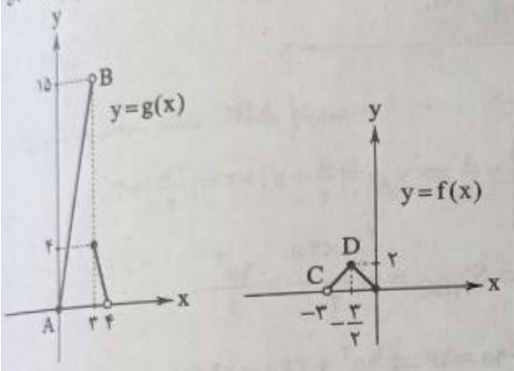
$$x_A+x_B+x_C=\frac{1}{3}+\frac{7}{9}+\frac{2}{3}=\frac{16}{9}$$

۳ ۷ دورهٔ تناوب $g(x)$ برابر ۴ است. بنابراین داریم:

$$g(26)=g(24+2)=g(2)$$

در تابع $g(x)$ معادلهٔ پاره‌خط AB به صورت $y=5x$ می‌باشد. بنابراین داریم:

$$g(2)=5(2)=10$$



بنابراین داریم:

$$f(g(26))=f(10)$$

دورهٔ تناوب تابع $f(x)$ برابر ۳ می‌باشد. پس می‌توان گفت:

$$f(10)=f(10-12)=f(-2)$$

برای یافتن $f(-2)$ معادلهٔ خط CD را می‌نویسیم:

$$CD: y-0=\frac{0-2}{-3-(-\frac{3}{2})}(x+3) \Rightarrow y=\frac{4}{3}(x+3)$$

$$\Rightarrow f(-2)=\frac{4}{3}(-2+3)=\frac{4}{3}$$

۲ ۸

$$2\sin^2 2x+\sin 2x-1=0$$

I) $\sin 2x=-1 \Rightarrow 1+\sin 2x=0 \Rightarrow (\sin x+\cos x)^2=0$

جواب‌های این معادله غیرقابل قبول است، زیرا مخرج کسر را صفر می‌کند.

II) $\sin 2x=\frac{1}{2} \Rightarrow \sin 2x=\sin\frac{\pi}{6}$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x=2k\pi+\frac{\pi}{6} \Rightarrow x=k\pi+\frac{\pi}{12} \Rightarrow \begin{cases} x=\frac{\pi}{12} \\ x=\frac{13\pi}{12} \end{cases} \\ 2x=2k\pi+\frac{5\pi}{6} \Rightarrow x=k\pi+\frac{5\pi}{12} \Rightarrow \begin{cases} x=\frac{5\pi}{12} \\ x=\frac{17\pi}{12} \end{cases} \end{cases}$$

بنابراین معادله ۴ جواب در بازهٔ $[0,2\pi]$

سایت کنکور

۹ ۱

$$\frac{۲}{\frac{\sin ۴x}{۲\cot ۴x}} = ۴\sin ۴x\cos ۸x \Rightarrow \frac{۱}{\frac{\sin ۴x}{\cos ۴x}{\sin ۴x}} = ۴\sin ۴x\cos ۸x$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{\cos ۴x} = ۴\sin ۴x\cos ۸x$$

$$\Rightarrow ۴\sin ۴x\cos ۴x\cos ۸x = ۱ \Rightarrow ۲\sin ۸x\cos ۸x = ۱$$

$$\Rightarrow \sin ۱۶x = ۱ \Rightarrow ۱۶x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۲} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{۸} + \frac{\pi}{۳۲}$$

هیچ‌کدام از جواب‌های به دست آمده مخرج کسر معادله اصلی را صفر نمی‌کند، پس قابل قبول هستند.

۱۰ ۴ برای تعیین مجانب قائم ابتدا ضابطهٔ تابع را تا حد امکان ساده می‌کنیم.

$$y = \frac{۲\sin\frac{x}{۲}\cos\frac{x}{۲} + ۲\cos^۲\frac{x}{۲}}{۲\sin\frac{x}{۲}\cos\frac{x}{۲} - ۲\cos^۲\frac{x}{۲}} = \frac{۲\cos\frac{x}{۲}(\sin\frac{x}{۲} + \cos\frac{x}{۲})}{۲\cos\frac{x}{۲}(\sin\frac{x}{۲} - \cos\frac{x}{۲})}$$

$$= \frac{\sin\frac{x}{۲} + \cos\frac{x}{۲}}{\sin\frac{x}{۲} - \cos\frac{x}{۲}} = \frac{\sin\frac{x}{۲} + \cos\frac{x}{۲}}{\sqrt{۲}\sin(\frac{x}{۲} - \frac{\pi}{۴})}$$

مجانب قائم تابع از ریشهٔ مخرج کسر به دست می‌آید.

$$\sqrt{۲}\sin(\frac{x}{۲} - \frac{\pi}{۴}) = ۰ \Rightarrow \sin(\frac{x}{۲} - \frac{\pi}{۴}) = ۰$$

$$\Rightarrow \frac{x}{۲} - \frac{\pi}{۴} = k\pi \Rightarrow x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۲} \Rightarrow x = \frac{\pi}{۲}$$

تنها مجانب قائم تابع در بازهٔ $(۰, ۲\pi)$ خط $x = \frac{\pi}{۲}$ است. برای تشخیص وضعیت نمودار داریم:

$$\begin{cases} \lim\limits_{x\to\frac{\pi}{۲}^+} f(x) = \frac{\frac{\sqrt{۲}}{۲} + \frac{\sqrt{۲}}{۲}}{\sqrt{۲}\sin(۰^+)} = \frac{\sqrt{۲}}{۰^+} = +\infty \\ \lim\limits_{x\to\frac{\pi}{۲}^-} f(x) = \frac{\frac{\sqrt{۲}}{۲} + \frac{\sqrt{۲}}{۲}}{\sqrt{۲}\sin(۰^-)} = \frac{\sqrt{۲}}{۰^-} = -\infty \end{cases}$$

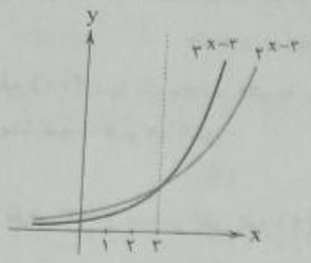
بنابراین نمودار $f(x)$ در همسایگی $x = \frac{\pi}{۲}$ به صورت زیر است:

$x = \frac{\pi}{۲}$

۱۱ ۳ حد چپ و راست در $x = ۳$ برابر $-\infty$ هستند، بنابراین $x = ۳$ ریشهٔ مضاعف مخرج است و داریم:

$$\text{مخرج} = ۳(x-۳)^۲ = ۳x^۲ - ۱۸x + ۲۷ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} a = ۱۸ \\ b = ۲۷ \end{cases}$$

$$A = \lim_{x\to ۳^+} \frac{(-۱)^{[-bx]}}{۳^{x-\frac{a}{۶}} - ۲^{x-\frac{b}{۹}}} = \lim_{x\to ۳^+} \frac{(-۱)^{[(-۸۱)^-]}}{۳^{x-۳} - ۲^{x-۳}}$$



با مقایسهٔ نمودار تابع $y = ۳^{x-۳}$ و $y = ۲^{x-۳}$ ملاحظه می‌شود به‌ازای $x > ۳$ داریم $۳^{x-۳} > ۲^{x-۳}$ بنابراین خواهیم داشت:

$$A = \frac{(-۱)^{(-۸۲)}}{۰^+} = \frac{۱}{۰^+} = +\infty$$

۱۲ ۴ ابتدا مجانب‌های قائم و افقی تابع $y = f(x)$ را به دست می‌آوریم.

مجانب قائم: $x = ۲(-۱) - ۱ = -۳$

مجانب افقی: $y = \frac{۴-۱}{-۳} = -۱$

قرینهٔ هر خط عمودی $x = a$ نسبت به نیمساز نواحی ۱ و ۳ خط افقی $y = a$ می‌باشد و بالعکس. بنابراین با توجه به این‌که خطوط $x = -۳$ و $y = -۱$ مجانب‌های قائم و افقی تابع $f(x)$ هستند، خطوط $y = -۳$ و $x = -۱$ مجانب‌های افقی و قائم $f^{-۱}(x)$ خواهند بود. حال مجانب‌های افقی و قائم تابع $y = ۲f^{-۱}(x+۱) - ۱$ را به دست می‌آوریم:

مجانب قائم: $x = -۱ - ۱ = -۲$

مجانب افقی: $y = ۲(-۳) - ۱ = -۷$

بنابراین $\alpha = -۲$ و $\beta = -۷$ می‌باشند و داریم:

$$\alpha + \beta = -۲ + (-۷) = -۹$$

۱۳ ۲ تابع $f(x)$ در $x = -۲$ ناپیوسته است و برای آن‌که حد داشته باشد $x = -۲$ باید ریشهٔ صورت کسر نیز باشد و از طرفی $x = -۲$ ریشه معادلهٔ اول هم هست و داریم:

$$۲\sqrt{۲-x} - ax^۲ - ۲b = ۰ \Rightarrow ۴ - ۴a - ۲b = ۰ \Rightarrow ۲a + b = ۲ \quad (۱)$$

$$-۸ - ۸a + ۲b = ۰ \Rightarrow ۴a - b = -۴ \quad (۲)$$

$$(۱), (۲) \Rightarrow \begin{cases} ۲a + b = ۲ \\ ۴a - b = -۴ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{۱}{۳} \\ b = \frac{۸}{۳} \end{cases}$$

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{f(x) - x^۲}{bx + a} = \lim_{x\to-\infty} \frac{\frac{x^۳ - ۲ax^۲ + ۲b}{x+۲} - x^۲}{bx + a}$$

$$= \lim_{x\to-\infty} \frac{(-۲a-۲)x^۲}{bx^۲} = \frac{-۲a-۲}{b} = \frac{-\frac{۴}{۳}}{\frac{۸}{۳}} = -\frac{۱}{۲}$$

۱۴ (۳) تابع $f(x)$ تنها یک مجانب قائم به معادلهٔ $x=-1$ و یک مجانب افقی به معادلهٔ $y=3$ دارد از طرفی مخرج کسر نمی‌تواند ریشهٔ مضاعف $x=-1$ داشته باشد، بنابراین برای مخرج کسر داریم:

$$\text{مخرج}=(x+1)(x+2)=x^2+3x+2\Rightarrow c=-3$$

تابع $f(x)$ تنها یک مجانب قائم به معادلهٔ $x=-1$ دارد، پس $x=-2$ باید ریشهٔ صورت کسر هم باشد.

$$4a+2b-4=0\Rightarrow 2a+b-2=0 \qquad (1)$$

از طرفی $y=3$ مجانب افقی تابع $f(x)$ است و داریم:

$$\lim_{x\to\pm\infty} f(x)=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{ax^2}{x^2}=a\Rightarrow a=3\xrightarrow{(1)}b=-4$$

$$\Rightarrow f(x)=\frac{3x^2+4x-4}{x^2+3x+2}$$

برای یافتن مجانب افقی تابع $y=(fof)(x)$ داریم:

$$\begin{cases}\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=3\\ \lim\limits_{x\to\pm\infty}(fof)(x)=\lim\limits_{x\to 3} f(x)=\frac{27+12-4}{9+9+2}=\frac{35}{20}=1/75\end{cases}$$

۱۵ (۱) $\lim\limits_{x\to 2^-} f(\frac{x+2}{x-2})=\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

برای یافتن $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ دو روش زیر را بررسی می‌کنیم:

روش اول:

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{4x^2-4x-1}-2\sqrt{x^2+6x}}{-x+1+x+3}$$

$$\times\frac{\sqrt{4x^2-4x-1}+2\sqrt{x^2+6x}}{\sqrt{4x^2-4x-1}+2\sqrt{x^2+6x}}=\lim_{x\to-\infty}\frac{4x^2-4x-1-4x^2-24x}{4(|2x|+2|x|)}$$

$$=\lim_{x\to-\infty}\frac{-28x}{-16x}=\frac{28}{16}=\frac{7}{4}$$

روش دوم:

وقتی $x\to\infty$ از هم‌ارزی $\sqrt[n]{ax^n+bx^{n-1}+\dots}\sim\sqrt[n]{a}\,|x+\frac{b}{na}|$ استفاده می‌کنیم. (اگر n فرد باشد، قدرمطلق لازم نیست.)

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{4x^2-4x-1}-2\sqrt{x^2+6x}}{-x+1+x+3}$$

$$=\lim_{x\to-\infty}\frac{2|x-\frac{1}{2}|-2|x+3|}{4}=\lim_{x\to-\infty}\frac{-2x+1+2x+6}{4}=\frac{7}{4}$$

۱۶ (۳) می‌دانیم: $\frac{n}{m}$ فرد باشد، $a^m+b^m\,|\,a^n+b^n$

$$\underbrace{5^3+1^3}_{126}\,|\,5^n+1^n\Rightarrow 5^3+1^3\,|\,5^n+1^n$$

بنابراین n باید به فرم مضارب فرد عدد ۳ باشد $\Rightarrow\frac{n}{3}$ باید فرد باشد

$$\Rightarrow n=3(2k+1)=6k+3\xrightarrow{1\le n<100}10\le 6k+3<100$$

$$\Rightarrow 7\le 6k<97\Rightarrow\frac{7}{6}\le k<\frac{97}{6}$$

$\Rightarrow 2\le k\le 16\Rightarrow$ ۱۵ مقدار با این شرایط وجود دارد

۱۷ (۱)

$$a\,|\,3n-5\xrightarrow{\times 5}a\,|\,15n-25$$

$$a\,|\,5n-3\xrightarrow{\times 3}a\,|\,15n-9$$

$$\xrightarrow{\text{بزرگ‌ترین عدد اول ممکن است}}a\,|\,16\Rightarrow a=2$$

حال $a=2$ را در رابطهٔ $a\,|\,5n-3$ و $a\,|\,3n-5$ قرار می‌دهیم:

$2\,|\,5n-3\Rightarrow$ فقط nهای فرد قابل‌قبول است

$2\,|\,3n-5\Rightarrow$ فقط nهای فرد قابل‌قبول است $\Rightarrow n=$ اعداد فرد

$\Rightarrow$ جمع ارقام $=99\Rightarrow$ بزرگ‌ترین n دو رقمی و فرد $=18$

۱۸ (۲)

$$3x^2-1\,|\,29\Rightarrow 3x^2-1=\pm1,\pm29$$

$$\begin{cases}3x^2-1=1\Rightarrow 3x^2=2\Rightarrow x^2=\frac{2}{3}\Rightarrow x\notin\mathbb{Z} & \times\\ 3x^2-1=-1\Rightarrow 3x^2=0\Rightarrow x^2=0\Rightarrow x=0 & \checkmark\Rightarrow y=-29\ \checkmark\\ 3x^2-1=29\Rightarrow 3x^2=30\Rightarrow x^2=10\Rightarrow x\notin\mathbb{Z} & \times\\ 3x^2-1=-29\Rightarrow 3x^2=-28\Rightarrow x\notin\mathbb{Z} & \times\end{cases}$$

۱۹ (۴) **نکته:** اگر عدد $n=P_1^{\alpha_1}\times P_2^{\alpha_2}\times\dots\times P_k^{\alpha_k}$ باشد، تعداد شمارنده‌های طبیعی n برابر است با: (P_i عدد اول است.)

$$(\alpha_1+1)(\alpha_2+1)\dots(\alpha_k+1)$$

$$9!=2^7\times3^4\times5^1\times7^1$$

$\Rightarrow$ تعداد مقسوم علیه‌های مثبت $9!=(7+1)(4+1)(1+1)(1+1)=160$

$$7!=2^4\times3^2\times5^1\times7^1$$

$\Rightarrow$ تعداد مقسوم علیه‌های مثبت $7!=(4+1)(2+1)(1+1)(1+1)=60$

$\Rightarrow$ تعداد مقسوم علیه‌های صحیح عدد $7!=60\times2=120\Rightarrow\frac{160}{120}=\frac{4}{3}$

۲۰ (۱)

$$7^{1403}\overset{5}{\equiv}?\Rightarrow 7^2\overset{5}{\equiv}-1\xrightarrow{\text{به توان ۷۰۱}}7^{1402}\overset{5}{\equiv}-1$$

$$\xrightarrow{\times7}7^{1403}\overset{5}{\equiv}-7$$

$$7^{1403}\overset{7}{\equiv}?\Rightarrow 7\overset{7}{\equiv}0\xrightarrow{\text{به توان ۱۴۰۳}}7^{1403}\overset{7}{\equiv}0$$

$$\Rightarrow\begin{cases}7^{1403}\overset{5}{\equiv}-7\\ 7^{1403}\overset{7}{\equiv}0\equiv-7\end{cases}\Rightarrow 7^{1403}\overset{[5,7]}{\overset{35}{\equiv}}-7\Rightarrow 7^{1403}\overset{35}{\equiv}-7\overset{35}{\equiv}28$$

۲۱ (۲)

نکته: $(a+b)^n\overset{ab}{\equiv}a^n+b^n$

طبق نکتهٔ فوق داریم:

$$(29)^{10}=(12+17)^{10}\overset{12\times17}{\equiv}12^{10}+17^{10}$$

$$\Rightarrow(29)^{10}\overset{204}{\equiv}12^{10}+17^{10}$$

بنابراین عدد $17^{10}-12^{10}-29^{10}$ بر عدد ۲۰۴ بخش‌پذیر است.

سایت کنکور

۲۲ ۳

$\overline{ab}=۲a\times b-۳b+۲۰\Rightarrow ۱۰a+b=۲ab+۲۰-۳b$

$\Rightarrow ۱۰a-۲۰+۴b-۲ab=۰\Rightarrow ۱۰(a-۲)-۲b(a-۲)=۰$

$\Rightarrow (a-۲)(۱۰-۲b)=۰$

حالت اول ⇐ a عدد ۲ است بنابراین b می‌تواند اعداد صفر تا ۹ باشد ⇐ ۱۰ عدد مختلف

حالت دوم ⇐ b عدد ۵ باشد بنابراین a می‌تواند اعداد ۱ تا ۹ باشد ⇐ ۹ عدد مختلف

اما حالت $a=۲$ و $b=۵$ تکراری است و دوبار حساب شده است. بنابراین:

تعداد کل حالات $=۱۰+۹-۱=۱۸$

۲۳ ۴

$(a-b)(a+b)=۵۹\Rightarrow \begin{cases} a-b=۱ \\ a+b=۵۹ \end{cases} \xrightarrow{+} ۲a=۶۰\Rightarrow \begin{cases} a=۳۰ \\ b=۲۹ \end{cases}$

$\Rightarrow (a)^b \overset{a+1}{\equiv} ?\Rightarrow (۳۰)^{۲۹} \overset{۳۱}{\equiv} ?$

$۳۰ \overset{۳۱}{\equiv} -۱ \xrightarrow{\text{توان } ۲۹} ۳۰^{۲۹} \overset{۳۱}{\equiv} -۱ \overset{۳۱}{\equiv} ۳۰$

۲۴ ۱

$[۳۲,۲۴]=۹۶\Rightarrow ۳۲x+۶۴y=۹۶ \xrightarrow{\div ۳۲} x+۲y=۳$

$\xrightarrow{(۱,۲)|۳} x \overset{۲}{\equiv} ۳\Rightarrow x=۲k+۳$

$\Rightarrow (۲k+۳)+۲y=۳\Rightarrow y=-k$

k	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	۲۱	۲۲	۲۳
x	۲۳	۲۵	۲۷	۲۹	۳۱	۳۳	۳۵	۳۷	۳۹	۴۱	۴۳	۴۵	۴۷	۴۹
y	-۱۰	-۱۱	-۱۲	-۱۳	-۱۴	-۱۵	-۱۶	-۱۷	-۱۸	-۱۹	-۲۰	-۲۱	-۲۲	-۲۳

مجموع مقادیر قابل قبول برای y $=(-۱۰)+(-۱۳)+(-۱۴)+(-۱۷)$
$+(-۱۹)+(-۲۰)+(-۲۲)=-۱۱۵$

۲۵ ۳

$۳\times ۹۹^{۱۴۰۳} \overset{۷}{\equiv} ?$

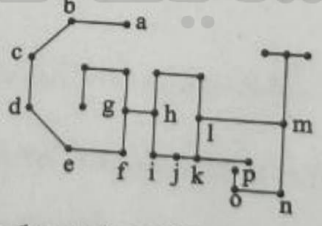
$۹۹ \overset{۷}{\equiv} ۱ \xrightarrow{\text{توان } ۱۴۰۳} ۹۹^{۱۴۰۳} \overset{۷}{\equiv} ۱ \xrightarrow{\times ۳} ۳\times ۹۹^{۱۴۰۳} \overset{۷}{\equiv} ۳$

جمعه را متناظر با صفر در نظر می‌گیریم:

جمعه	شنبه	یک‌شنبه	دوشنبه
↓	↓	↓	↓
۰	۱	۲	۳

یعنی به دوشنبه می‌رسیم.

۲۶ ۲



طولانی‌ترین مسیر در شکل زیر به صورت abcdefghijklmnop است که طولی برابر ۱۵ دارد.

۲۷ ۱ درجهٔ یکی از رئوس ۴ است بنابراین درجهٔ سایر رئوس برای تبدیل به یک گراف منتظم نباید زیر ۴ باشد.

برای رسیدن به یک گراف ۴ ـ منتظم از مرتبهٔ ۹ باید ۱۸ یال داشته باشیم ($۴\times ۹=۲q\Rightarrow q=۱۸$) ولی در گراف رسم شده ۶ یال رسم شده است پس حداقل ۱۲ یال دیگر نیاز است.

۲۸ ۴ تعداد مسیرها به طول حداقل ۱ در گراف P_n برابر $\binom{n}{۲}$ است

از طرفی P_n دارای n مسیر به طول صفر است. (n رأس دارد)

کل مسیرها $=\binom{۲۰}{۲}+۲۰=\frac{۲۰\times ۱۹}{۲}+۲۰=۱۹۰+۲۰=۲۱۰$

۲۹ ۳

۱) اگر $q=۱$ باشد شکل گراف به صورت ●—● است که کافیست فقط ۲ رأس را انتخاب کنیم و یال بین آن‌ها را رسم کنیم.

$\binom{۸}{۲}=۲۸$

۲) اگر $q=۲$ باشد شکل گراف به صورت | | است که کافی‌است ابتدا ۲ رأس را انتخاب کنیم و سپس ۲ رأس دیگر را انتخاب کنیم (لازم به ذکر است به دلیل جایگشت تکراری باید جواب را بر ۲! تقسیم کنیم.)

$\frac{\binom{۸}{۲}\binom{۶}{۲}}{۲!}=\frac{۲۸\times ۱۵}{۲!}=۲۱۰$

۳) اگر $q=۳$ باشد:

| | | | $\Rightarrow \frac{\binom{۸}{۲}\binom{۶}{۲}\binom{۴}{۲}}{۳!}=۴۲۰$

۴) اگر $q=۴$ باشد:

| | | | | $\Rightarrow \frac{\binom{۸}{۲}\binom{۶}{۲}\binom{۴}{۲}\binom{۲}{۲}}{۴!}=۱۰۵$

کل حالات $=۲۸+۲۱۰+۴۲۰+۱۰۵=۷۶۳$

۳۰ ۱ اگر ۴ رأس را کنار بگذاریم با ۱۱ رأس باقیمانده نهایتاً ۵۵ یـ
می‌توانیم داشته باشیم، همچنین اگر ۳ رأس را کنار بگذاریم با ۱۲ رأ
باقیمانده نهایتاً ۶۶ یال می‌توانیم داشته باشیم که با توجه به این‌که اندازهٔ گ
موردنظر ۵۷ است پس نهایتاً سه رأس می‌توانند در این گراف ایزوله باشند.

سایت کنکور

۳۱ **۴** توان‌های بالاتر A و B را به دست می‌آوریم:

$$A^2=\begin{bmatrix}0 & \cot x\\ \tan x & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0 & \cot x\\ \tan x & 0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}=I$$

$$B^2=\begin{bmatrix}0 & 1+\tan^2\theta\\ \cos^2\theta & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0 & 1+\tan^2\theta\\ \cos^2\theta & 0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}=I$$

$$X^2=I \text{ اگر } \begin{cases}X^{\text{زوج}}=I\\ X^{\text{فرد}}=X\end{cases} \text{ می‌دانیم } \Rightarrow A^{1402}+B^{1401}=I+I=2I$$

۳۲ **۳** باید به رابطه‌ای نظیر $(A+2I)\square=I$ برسیم و از آن‌جایی که در صورت سؤال ضریب A برابر ۳- است از اتحاد $(A+2I)(A-5I)=A^2-3A-10I$ کمک می‌گیریم.

$$A^2-3A=4I$$

$$A^2-3A-10I=-6I$$

$$(A+2I)(A-5I)=-6I$$

$$(A+2I)^{-1}=\frac{-1}{6}(A-5I)=\frac{-1}{6}A+\frac{5}{6}I\Rightarrow n-m=\frac{5}{6}+\frac{1}{6}=1$$

۳۳ **۱** توان‌های بالاتر A را به دست می‌آوریم:

$$A^2=\begin{bmatrix}1 & 3 & 2\\ 0 & 1 & 3\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 3 & 2\\ 0 & 1 & 3\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 6 & 13\\ 0 & 1 & (6)\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\rightarrow 2\times 3$$

$$A^3=\begin{bmatrix}1 & 6 & 13\\ 0 & 1 & 6\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 3 & 2\\ 0 & 1 & 3\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 9 & 33\\ 0 & 1 & (9)\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\rightarrow 3\times 3$$

$\Rightarrow A^{10}$ درایه سطر دوم ستون سوم $=10\times 3=30\Rightarrow n=30$

با جایگذاری $n=30$ در دستگاه معادلات خواهیم داشت:

$$\begin{cases}10x-4y=30\\ 2x+3y=5\end{cases}$$

$\frac{10}{2}\neq\frac{-4}{3}\Rightarrow$ یک‌جواب منحصر به فرد

۳۴ **۲** ابتدا از طرفین ماتریس داده شده دترمینان می‌گیریم تا $|A|$ به دست آید.

$$|A|=\begin{vmatrix}|A| & 0 & 1\\ 0 & 2|A| & -3\\ -1 & 0 & 0\end{vmatrix}$$

$$|A|=-1(-2|A|+3)=2|A|-3\Rightarrow|A|=3$$

$$A=\begin{bmatrix}3 & 0 & 1\\ 0 & 3 & 2\\ -1 & 0 & 0\end{bmatrix}$$

اگر به درایه‌ای از ماتریس k واحد اضافه شود، به دترمینان، k ضربدر همسازه آن درایه اضافه می‌شود.

$$\rightarrow |A|+5\times(-1)\times(6)=|A|-30$$

۳۵ **۳** با استفاده از رابطه کیلی همیلتون در $A=\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}$ خواهیم داشت:

$$A^2-(a+d)A+(ad-bc)I=0$$

$$\Rightarrow A^2-5A+7I=0\ (*)\Rightarrow A^2=5A-7I$$

$$\Rightarrow A^4=25A^2-70A+49I\Rightarrow A^4=25(5A-7I)-70A+49I$$

$$\Rightarrow A^4=55A-126I\Rightarrow m+n=-71$$

$$\xrightarrow{(*)\times A^{-1}} A-5I+7A^{-1}=0\Rightarrow A=5I-7A^{-1}=-7A^{-1}+5I$$

$$\Rightarrow m'+n'=-2\Rightarrow(m'+n')-(m+n)=-2-(-71)=69$$

۳۶ **۳**

$$\frac{m-2}{3}=\overbrace{\frac{2}{m+3}}^{(*)}\neq\frac{8}{m}$$

$$m^2+m-6=6$$

$$m^2+m-12=0\Rightarrow(m+4)(m-3)=0$$

$$\Rightarrow\begin{cases}m=-4 & \text{غ ق ق (مخالف (*))}\\ m=3 & \text{ق ق}\end{cases}$$

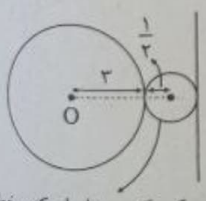
۳۷ **۱** منحنی داده شده دایره است زیرا:

$$\begin{cases}\cos\theta=\frac{x}{3}\\ \sin\theta=\frac{y-2}{3}\end{cases}$$

$$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1\Rightarrow\frac{x^2}{9}+\frac{(y-2)^2}{9}=1$$

$$\Rightarrow x^2+(y-2)^2=9\Rightarrow\begin{cases}R=3\\ O(0,2)\end{cases}$$

فاصله مرکز دایره تا خط: $\frac{|0-8-12|}{\sqrt{9+16}}=4$ است بنابراین خط و دایره به صورت زیر قرار گرفته‌اند.



کوچکترین دایره‌ای که برخط و دایره مماس است.

$$\Rightarrow r=\frac{1}{2}\Rightarrow S=\pi r^2=\frac{\pi}{4}$$

۳۸ **۳** نقطه $O(0,0)$ روی بیضی است که می‌دانیم مجموع فاصله‌های هر نقطه روی بیضی از دو کانون برابر طول قطر بزرگ یا $2a$ است.

$$|OF|+|OF'|=2a$$

$$2+2=2a\Rightarrow a=3$$

$$|FF'|=2c\Rightarrow 3\sqrt{2}=2c\Rightarrow c=\frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$a^2=b^2+c^2\Rightarrow 9=b^2+\frac{9}{2}\Rightarrow b^2=\frac{9}{2}$$

$$\Rightarrow b=\frac{3}{\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{2}\Rightarrow 2b=3\sqrt{2}$$

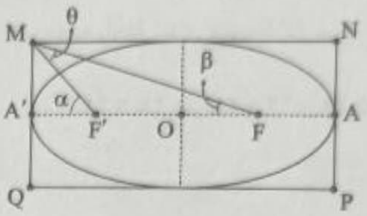
سایت کنکور

۳۹ (۲)

$$\frac{AD}{AF}=\frac{OD-OA}{OA-OF}=\frac{BC-OA}{OA-OF}=\frac{\frac{a^2}{c}-a}{a-c}$$

$$=\frac{a^2-ac}{c(a-c)}=\frac{a}{c}=\frac{1}{e}=\frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{3}}=\frac{3}{\sqrt{3}}=\frac{3\sqrt{3}}{3}=\sqrt{3}$$

۴۰ (۱)



$$\tan\theta=\tan(\alpha-\beta)=\frac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta}$$

$$=\frac{\frac{b}{a-c}-\frac{b}{a+c}}{1+\frac{b}{a-c}\times\frac{b}{a+c}}=\frac{\frac{2bc}{b^2}}{1+\frac{b^2}{b^2}}=\frac{c}{b}$$

$$\tan\theta=\frac{e}{\sqrt{1-e^2}}\xrightarrow{e=\frac{c}{a}=\frac{2c}{2a}=\frac{x}{2x}=\frac{1}{2}}\frac{\frac{1}{2}}{\sqrt{1-\frac{1}{4}}}=\frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\theta=30^\circ$$

۴۱ (۲) مرکز دایره را به صورت $O(\alpha,2\alpha-1)$ در نظر می‌گیریم

فاصلهٔ $|OA|$ و $|OH|$ که فاصلهٔ مرکز تا خط مماس است باهم برابر است.

$$\sqrt{(\alpha-2)^2+(2\alpha-2)^2}=\frac{|3\alpha+8\alpha-4-10|}{5}=\frac{|11\alpha-14|}{5}$$

$$\Rightarrow(5\alpha^2-12\alpha+8)=\frac{121\alpha^2-308\alpha+196}{25}$$

$$\Rightarrow 4\alpha^2+8\alpha+4=0\Rightarrow\alpha^2+2\alpha+1=0$$

$$\Rightarrow(\alpha+1)^2=0\Rightarrow\alpha=-1\Rightarrow O(-1,-3)$$

$$R=\frac{|-11-14|}{5}=5$$

$$(x+1)^2+(y+3)^2=25\Rightarrow(\frac{x+1}{5})^2+(\frac{y+3}{5})^2=1$$

$$\begin{cases}\frac{x+1}{5}=\sin\theta\\ \frac{y+3}{5}=\cos\theta\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=5\sin\theta-1\\ y=5\cos\theta-3\end{cases}$$ یا

$$\begin{cases}\frac{x+1}{5}=\cos\theta\Rightarrow x=5\cos\theta-1\\ \frac{y+3}{5}=\sin\theta\Rightarrow y=5\sin\theta-3\end{cases}$$

۴۲ (۲) نقطه مشترک خطوط عمود بر دایره، مرکز را به ما می‌دهد. در نتیجه:

$$\begin{cases}m=1\Rightarrow 4y=4\Rightarrow y=1\\ m=-3\Rightarrow -4x=4\Rightarrow x=-1\end{cases}\quad:O(-1,1)$$

چون مرکز در ناحیه (۲) است، در نتیجه دایره در ناحیهٔ (۲) بر محورهای مختصات مماس است.

$$(x+1)^2+(y-1)^2=1$$

$$\xrightarrow{x=-2}1+(y-1)^2=1\Rightarrow y=1\Rightarrow(-2,1)$$

۴۳ (۴) اگر دایره C را به صورت $C:x^2+y^2+ax+by+c=0$ در نظر بگیریم آن‌گاه برای به دست آوردن وتر مشترک آن با دایره مفروض خواهیم داشت:

$$(a+2)x+(b-4)y+(c+4)=0$$

اگر این دو دایره را تقاطع دهیم:

و چون این خط بر نیمساز ربع دوم و چهارم یا $x+y=0$ منطبق است:

$$\frac{a+2}{1}=\frac{b-4}{1}=t\,,\,c+4=0$$

$$\Rightarrow\begin{cases}c=-4\\ a=t-2\\ b=t+4\end{cases}$$

$$\Rightarrow C:x^2+y^2+(t-2)x+(t+4)y-4=0\xrightarrow{M(3,1)}$$

$$9+1+3t-6+t+4-4=0\Rightarrow 4t+4=0\Rightarrow t=-1$$

$$C:x^2+y^2-3x+3y-4=0$$

$$R=\frac{1}{2}\sqrt{9+9+16}=\frac{1}{2}\sqrt{34}\Rightarrow S=\pi R^2=\pi(\frac{34}{4})=8/5\pi$$

۴۴ (۳)

$$(a+c)^2=5(a-c)^2$$

$$\Rightarrow 2ac+a^2+c^2=5a^2+5c^2-10ac\Rightarrow 4a^2+4c^2-12ac=0$$

$$\Rightarrow a^2+c^2-3ac=0$$

$$\xrightarrow{\div a^2}1+(\frac{c}{a})^2-3(\frac{c}{a})=0\Rightarrow e^2-3e+1=0$$

$$\Delta=9-4=5$$

$$e=\frac{3\pm\sqrt{5}}{2}\xrightarrow{1<e<2}e=\frac{3-\sqrt{5}}{2}$$

۴۵ (۲)

معادلهٔ محور x ها: $y=0$

معادلهٔ نیمساز ناحیهٔ اول: $y=x$

$$\frac{|y-x|}{\sqrt{2}}=\frac{|y|}{\sqrt{1}}$$

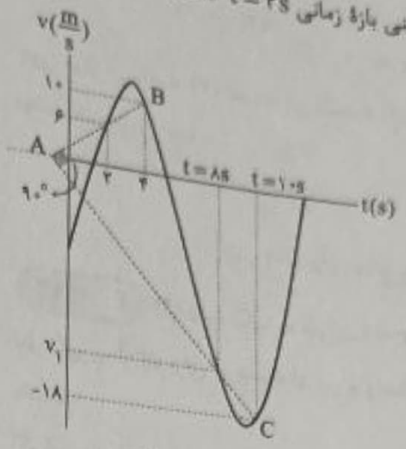
$y-x=-\sqrt{2}y\Rightarrow(1+\sqrt{2})y=x\Rightarrow a=1+\sqrt{2}$ ناحیه اول

اولاً $m=1$ است. دوماً بزرگ‌ترین وتر همان قطر است که برابر است با:

$$\begin{cases}x^2+y^2+\sqrt{2}x+3y-3=0\\ 2R=\sqrt{a^2+b^2-4c}=\sqrt{2+9+12}=\sqrt{23}\end{cases}$$

فیزیک

۴۶ **۲** ۴ ثانیهٔ دوم، یعنی بازهٔ زمانی $t=۴s$ تا $t=۸s$.



شتاب متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t=۲s$ تا $t=۴s$ برابر است با:

$$a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}\Rightarrow a_{av}=\frac{۱۰-۶}{۴-۲}=\frac{۴}{۲}=۲\frac{m}{s^۲}$$

می‌دانیم شیب خط واصل دو نقطه در نمودار $v-t$ برابر با شتاب متوسط است. از طرفی خط واصل نمودار بین دو لحظهٔ $t=۲s$ و $t=۴s$ (خط AB) و خط واصل نمودار بین دو لحظهٔ $t=۸s$ و $t=۱۰s$ (خط AB) بر یکدیگر عمود هستند، پس شیب آن‌ها قرینه و معکوس یکدیگر می‌باشد. شیب خط AB برابر $۲\frac{m}{s^۲}$ می‌باشد، بنابراین شیب خط AC برابر $-\frac{۱}{۲}$ می‌باشد، پس می‌توان نوشت:

$$a'_{av}=\frac{-۱۸-v_۱}{۱۰-۸}\Rightarrow -\frac{۱}{۲}=\frac{-۱۸-v_۱}{۲}$$

$$\Rightarrow -۱=-۱۸-v_۱\Rightarrow v_۱=-۱۷\frac{m}{s}$$

در نتیجه داریم:

$$\begin{cases}t=۴s\rightarrow v_۱=۱۰\frac{m}{s}\\ t=۸s\rightarrow v_۲=-۱۷\frac{m}{s}\end{cases}$$

$$\Rightarrow a''_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}\Rightarrow a''_{av}=\frac{-۱۷-(+۱۰)}{۸-۴}=-\frac{۲۷}{۴}\frac{m}{s^۲}$$

۴۷ **۱** با توجه به رابطهٔ سرعت متوسط داریم:

$$\vec{v}_{av}=\frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t}\Rightarrow\begin{cases}t_۲=۴s\text{ تا }t_۱=۰\Rightarrow -۴\vec{i}=\frac{\vec{x}_۴-\vec{x}_۰}{۴-۰}\\ t_۳=۱۲s\text{ تا }t_۱=۰\Rightarrow -۸\vec{i}=\frac{\vec{x}_{۱۲}-\vec{x}_۰}{۱۲-۰}\end{cases}$$

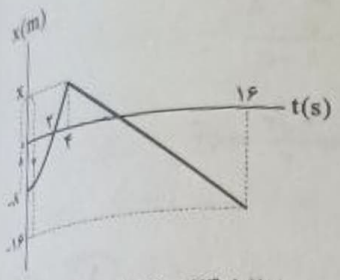
$$\Rightarrow\begin{cases}-۱۶\vec{i}=\vec{x}_۴-\vec{x}_۰\\ -۹۶\vec{i}=\vec{x}_{۱۲}-\vec{x}_۰\end{cases}\xrightarrow[\text{پایین کم می‌کنیم}]{\text{معادلهٔ بالا را از معادلهٔ}}$$

$$-۹۶\vec{i}-(-۱۶\vec{i})=\vec{x}_{۱۲}-\vec{x}_۰\Rightarrow(\vec{x}_۴-\vec{x}_۰)=-۸۰\vec{i}=\vec{x}_{۱۲}-\vec{x}_۴\ (*)$$

بنابراین بردار سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_۲=۴s$ تا $t_۳=۱۲s$ برابر است با:

$$\vec{v}_{av}=\frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t}\Rightarrow\vec{v}_{av}=\frac{\vec{x}_{۱۲}-\vec{x}_۴}{۱۲-۴}\xrightarrow{(*)}\vec{v}_{av}=\frac{-۸۰\vec{i}}{۸}=-۱۰\vec{i}\ (\frac{m}{s})$$

۴۸ **۴** مسافت طی‌شده در بازهٔ زمانی $t=۰$ تا $t=۱۶s$ برابر است با:



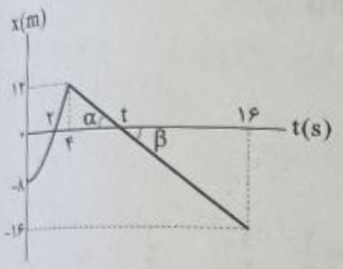
$$|=۸+x+x+۱۶=۲۴+۲x$$

با توجه به رابطهٔ تندی متوسط داریم:

$$\Rightarrow s_{av}=\frac{l}{\Delta t}\Rightarrow ۳=\frac{۲۴+۲x}{۱۶}\Rightarrow ۴۸=۲۴+۲x\Rightarrow ۲x=۲۴$$

$$\Rightarrow x=۱۲m$$

سپس برای به دست آوردن لحظهٔ t داریم:



$$\alpha=\beta\Rightarrow\tan\alpha=\tan\beta\Rightarrow\frac{۱۲-۰}{t-۴}=\frac{۰-(-۱۶)}{۱۶-t}\Rightarrow t=\frac{۶۴}{۷}s$$

در نتیجه فاصلهٔ زمانی بین دو بار عبور متوالی از مبدأ برابر است با:

$$\Delta t=\frac{۶۴}{۷}-۲=\frac{۵۰}{۷}s$$

۴۹ **۳** مسافرهای وسط دو قطار زمانی از کنار یکدیگر عبور می‌کنند که مکان آن‌ها یکسان شود، بنابراین معادلهٔ مکان - زمان را برای مسافرهای وسط دو قطار می‌نویسیم:

$v_۱=۱۴۴\frac{km}{h}=۴۰\frac{m}{s}$ در جهت محور x

$v_۲=-۹۰\frac{km}{h}=-۲۵\frac{m}{s}$ در خلاف جهت محور x

(۱) مکان اولیه مسافر قطار: $x'_B=x_B-\frac{L_۱}{۲}=-۶۰۰-\frac{۶۰۰}{۲}=-۹۰۰m$

(۲) مکان اولیه مسافر قطار: $x'_A=x_A-\frac{L_۲}{۲}=۲۰۰+\frac{۴۰۰}{۲}=۴۰۰m$

بنابراین:

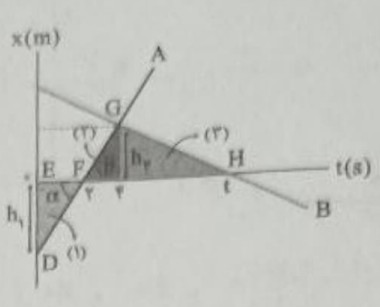
$$x_۱=v_۱t+x'_B\Rightarrow x_۱=۴۰t-۹۰۰$$

$$x_۲=v_۲t+x'_A\Rightarrow x_۲=-۲۵t+۴۰۰$$

$$\xrightarrow{x_۱=x_۲}۴۰t-۹۰۰=-۲۵t+۴۰۰$$

$$\Rightarrow ۶۵t=۱۳۰۰\Rightarrow t=۲۰s$$

۵۰ **۳** مثلث‌های (۱) و (۲) همنهشت می‌باشند، در نتیجه برای آن‌که مساحت مثلث FGH، ۴ برابر مساحت مثلث DEF باشد، باید مساحت مثلث (۳)، ۳ برابر مساحت مثلث (۱) باشد.

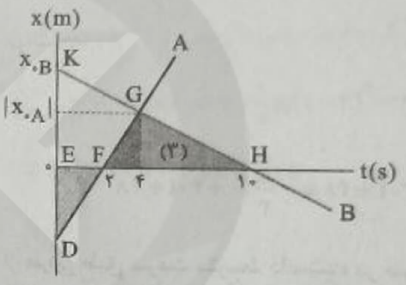


در نتیجه داریم:

$$\frac{S_۳}{S_۱}=۳ \Rightarrow \frac{\frac{(t-۴)\times h_۲}{۲}}{\frac{(۲-۰)\times h_۱}{۲}}=۳ \xrightarrow{h_۱=h_۲} \frac{t-۴}{۲}=۳ \Rightarrow t=۱۰s$$

از طرفی $h_۱=|x_{۰A}|$ می‌باشد، پس می‌توان نوشت:

$$h_۲=h_۱=|x_۰|$$



از طرفی با توجه به این‌که مثلث KEH با مثلث (۳) متشابه است، داریم:

$$\frac{x_{۰B}}{|x_{۰A}|}=\frac{۱۰}{۱۰-۴} \Rightarrow \frac{x_{۰B}}{|x_{۰A}|}=\frac{۱۰}{۶} \Rightarrow x_{۰B}=\frac{۱۰}{۶}|x_{۰A}|$$

از طرفی فاصلهٔ اولیهٔ دو متحرک برابر است با:

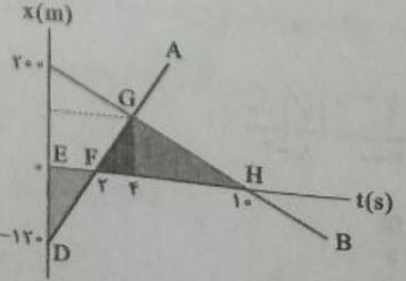
$$x_{۰B}+|x_{۰A}|=\frac{۱۰}{۶}|x_{۰A}|+|x_{۰A}|=\frac{۱۶}{۶}|x_{۰A}|=۳۲۰$$
$$\Rightarrow |x_{۰A}|=۱۲۰m \Rightarrow x_{۰A}=-۱۲۰m$$

مکان اولیهٔ متحرک B نیز برابر است با: $x_{۰B}=\frac{۱۰}{۶}\times ۱۲۰=۲۰۰m$

پس معادلهٔ مکان ـ زمان هر یک از متحرک‌ها را نوشته و مسافت هر یک را به دست آورده و با یک‌دیگر جمع می‌کنیم:

$$v_A=\frac{۰-(-۱۲۰)}{۲-۰}=۶۰\frac{m}{s} \Rightarrow x_A=۶۰t-۱۲۰$$

$$v_B=\frac{۰-۲۰۰}{۱۰-۰}=-۲۰\frac{m}{s} \Rightarrow x_B=-۲۰t+۲۰۰$$



از آن‌جایی که هر دو متحرک، حرکت یکنواخت دارند، در نتیجه مسافت طی‌شده برابر اندازهٔ جابه‌جایی می‌باشد، پس می‌توان نوشت:

$$\Delta x_A=v_A\Delta t \Rightarrow \Delta x_A=۶۰\times ۱۵=۹۰۰m \Rightarrow l_A=۹۰۰m$$

$$\Delta x_B=v_B\Delta t \Rightarrow \Delta x_B=-۲۰\times ۱۵=-۳۰۰m \Rightarrow l_B=۳۰۰m$$

$$l_{کل}=l_A+l_B=۹۰۰+۳۰۰=۱۲۰۰m$$

بنابراین:

و برای به دست آوردن فاصلهٔ زمانی عبور دو متحرک از مکان $x=۶۰m$ داریم:

$$\begin{cases} x_A=۶۰t-۱۲۰ \Rightarrow ۶۰=۶۰t-۱۲۰ \Rightarrow t=۳s \\ x_B=-۲۰t+۲۰۰ \Rightarrow ۶۰=-۲۰t+۲۰۰ \Rightarrow t=۷s \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta t=۷-۳=۴s$$

۵۱ **۲** سرعت متوسط متحرک برابر است با:

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_{av}=\frac{۸-۰}{۷-۵}=۴\frac{m}{s} \Rightarrow v=v_{av}=۴\frac{m}{s}$$

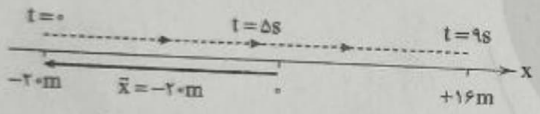
معادلهٔ مکان ـ زمان این متحرک برابر است با:

$$x=vt+x_۰ \Rightarrow x=۴t+x_۰ \xrightarrow{t=۵s \Rightarrow x=۰} ۰=(۴\times ۵)+x_۰$$
$$\Rightarrow x_۰=-۲۰m$$
$$x=۴t-۲۰$$

بنابراین:

مکان متحرک در لحظهٔ $t=۹s$ برابر است با:

$$t=۹s \Rightarrow x=۴\times ۹-۲۰=۱۶m$$



پس بیشترین اندازهٔ بردار مکان در لحظهٔ $t=۰$ و برابر ۲۰ واحد SI می‌باشد.

۵۲ **۱** به کمک معادلهٔ مستقل از شتاب داریم:

$$\Delta x=\frac{v_۱+v_۲}{۲}\Delta t \Rightarrow ۰-(۱۶)=\frac{v_۱+۰}{۲}\times ۴ \Rightarrow v_۱=-۸\frac{m}{s}$$

از طرفی با توجه به نمودار، حرکت از نوع شتاب ثابت است، بنابراین:

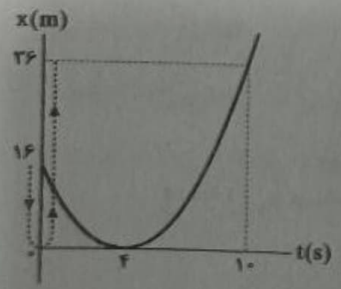
$$a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a_{av}=\frac{۰-(-۸)}{۴-۰}=۲\frac{m}{s^۲}$$

بنابراین معادلهٔ مکان ـ زمان آن به صورت زیر است:

$$x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t+x_۰ \Rightarrow x=\frac{۱}{۲}\times ۲\times t^۲+(-۸)\times t+۱۶$$
$$\Rightarrow x=t^۲-۸t+۱۶$$

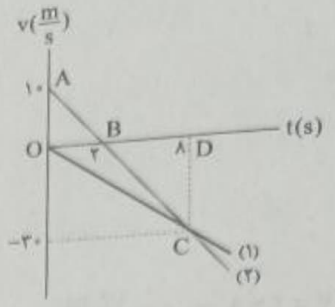
و مکان متحرک در لحظهٔ $t=۱۰s$ برابر است با:

$$x=۱۰^۲-۸\times ۱۰+۱۶=۳۶m$$



سایت کنکور

مجموع مساحت‌های محصور به نمودار سرعت ـ زمان و محور t، برابر مسافت طی‌شده توسط متحرک می‌باشد. بنابراین داریم:



$$l_۲ = S_{\Delta OAB} + S_{\Delta BDC} = \frac{۱۰\times۲}{۲} + \frac{(۸-۲)\times۳۰}{۲} = ۱۰۰m$$

$$l_۱ = S_{\Delta ODC} = \frac{۸\times۳۰}{۲} = ۱۲۰m$$

مجموع مسافت طی‌شده توسط دو متحرک برابر است با:

$$l = l_۱ + l_۲ = ۱۰۰ + ۱۲۰ = ۲۲۰m$$

۵۶ **۱** اگر مدت‌زمان سقوط را t در نظر بگیریم، بین دو لحظهٔ t ثانیه و $t-۲$ ثانیه، گلوله ۱۰۰m را طی کرده است، پس داریم:

$$y_{t-۲} - y_t = ۱۰۰ \Rightarrow (-\frac{۱}{۲}g(t-۲)^۲ + y_۰) - (-\frac{۱}{۲}gt^۲ + y_۰) = ۱۰۰$$

$$\Rightarrow ۲۰t - ۲۰ = ۱۰۰ \Rightarrow t = ۶s$$

بنابراین ارتفاع h برابر است با:

$$y = -\frac{۱}{۲}gt^۲ + y_۰ = -\frac{۱}{۲}\times۱۰\times۶^۲ + ۰ = -۱۸۰ \Rightarrow h = |y| = ۱۸۰m$$

در نتیجه اندازهٔ سرعت متوسط جسم در طول مسیر حرکتش برابر است با:

$$|v_{av}| = \frac{h}{\Delta t} \Rightarrow |v_{av}| = \frac{۱۸۰}{۶} = ۳۰\frac{m}{s}$$

۵۷ **۱** برای گلولهٔ A داریم:

$$\Delta y_A = -\frac{۱}{۲}gt^۲$$

برای گلولهٔ B داریم:

$$\Delta y_B = -\frac{۱}{۲}g(t-۳)^۲ \Rightarrow -۴۵ = -۵(t-۳)^۲$$

$$\Rightarrow (t-۳)^۲ = ۹s \Rightarrow t-۳ = ۳ \Rightarrow t = ۶s$$

بنابراین:

$$\Delta y_A = -۵\times۶^۲ = -۱۸۰m \Rightarrow h = ۱۸۰m$$

۵۸ **۱** جسم با سرعت ثابت حرکت می‌کند، در نتیجه طبق قانون اول نیوتون، برایند نیروهای وارد بر جسم، صفر است، یعنی $\vec{F}_۱$ و $\vec{F}_۲$ قرینهٔ یک‌دیگر می‌باشند در نتیجه:

$$\vec{F}_۲ = -۴\vec{i} - ۳\vec{j}\ (N)$$

۵۹ **۳** ابتدا سرعت جسم پس از ۱۶m سقوط را به دست می‌آوریم:

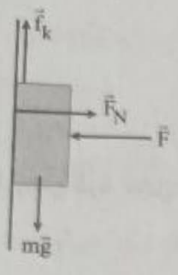
$$\Delta y = \frac{v_۱ + v_۲}{۲}\Delta t \Rightarrow -۱۶ = \frac{۰ + v}{۲}\times۲ \Rightarrow v = -۱۶\frac{m}{s}$$

شتاب حرکت جسم برابر است با:

$$v^۲ - v_۰^۲ = ۲a\Delta x \Rightarrow (-۱۶)^۲ - ۰ = ۲a\times۱۶$$

$$\Rightarrow a = ۸\frac{m}{s} \xrightarrow{\text{جسم به سمت پایین در حال حرکت است}} \vec{a} = -۸\frac{m}{s}$$

نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم:



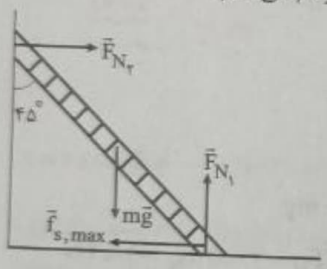
جسم با شتابی به بزرگی $۸\frac{m}{s}$ به سمت پایین حرکت می‌کند، بنابراین با توجه به قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_{net} = ma$$

$$\Rightarrow mg - f_k = ma \xrightarrow{f_k = \mu_k F_N = \mu_k F} ۲\times۱۰ - ۰/۲\times F = ۲\times۸$$

$$\Rightarrow ۰/۲F = ۴ \Rightarrow F = ۲۰N$$

۶۰ **۱** نیروهای وارد بر نردبان را رسم می‌کنیم:



با توجه به قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_{net_y} = ۰ \Rightarrow F_{N_۱} = mg$$

$$F_{net_x} = ۰ \Rightarrow F_{N_۲} = f_{s,max} = \mu_s \times F_{N_۱} = \mu_s mg$$

بزرگی نیرویی که سطح افقی به نردبان وارد می‌کند، برابر است با:

$$R_۱ = \sqrt{F_{N_۱}^۲ + f_{s,max}^۲} = \sqrt{(mg)^۲ + (\mu_s mg)^۲}$$

بزرگی نیرویی که سطح قائم به نردبان وارد می‌کند، برابر است با:

$$R_۲ = \sqrt{F_{N_۲}^۲} \Rightarrow R_۲ = F_{N_۲} = \mu_s mg$$

بنابراین:

$$\frac{R_۱}{R_۲} = \frac{\sqrt{(mg)^۲ + (\mu_s mg)^۲}}{\mu_s mg} = \sqrt{۲} \Rightarrow \frac{(mg)^۲ + (\mu_s mg)^۲}{(\mu_s mg)^۲} = ۲$$

$$\Rightarrow (mg)^۲ + (\mu_s mg)^۲ = ۲(\mu_s mg)^۲$$

$$\Rightarrow m^۲g^۲(۱ + \mu_s^۲) = ۲\mu_s^۲ m^۲ g^۲ \Rightarrow ۱ + \mu_s^۲ = ۲\mu_s^۲$$

$$\Rightarrow \mu_s^۲ = ۱ \Rightarrow \mu_s = ۱$$

سایت کنکور

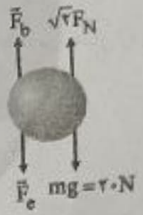
۶۱ **۴** می‌دانیم نیروی شناوری، قائم و به سمت بالا است. از طرفی یا فنر فشرده شده که در این صورت نیروی فنر رو به بالا به کره اثر می‌کند و یا فنر کشیده شده که در این صورت نیروی فنر رو به پایین به کره اثر می‌کند. در مورد ناوه هم چون دیوارهای ناوه نسبت به افق زوایای "۴۵ دارند، پس نیروی عمودی تکیه‌گاه ناشی از دو دیواره، هم‌اندازه بوده (F_N) و بر هم عمود می‌شوند و برایند آن‌ها مطابق شکل زیر برابر $\sqrt{۲}F_N$ می‌شود.

با نوشتن شرط تعادل در هر حالت داریم:

فنر فشرده شده باشد:

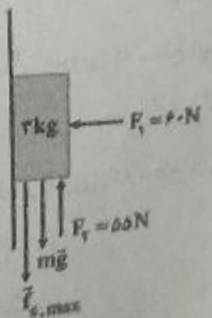
$$F_{net,y}=۰ \Rightarrow F_b+F_e+\sqrt{۲}F_N=mg$$
$$\Rightarrow ۶+۲(۳)+\sqrt{۲}F_N=۲۰ \Rightarrow \sqrt{۲}F_N=۸ \Rightarrow F_N=۴\sqrt{۲}N$$

فنر کشیده شده باشد:



$$F_{net,y}=۰ \Rightarrow F_b+\sqrt{۲}F_N=F_e+mg$$
$$\Rightarrow ۶+\sqrt{۲}F_N+=۲(۳)+۲۰ \Rightarrow \sqrt{۲}F_N=۲۰ \Rightarrow F_N=۱۰\sqrt{۲}N$$

۶۲ **۴** جسم در اثر اعمال دو نیروی $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ شروع به حرکت به سمت بالا کرده است، بنابراین:

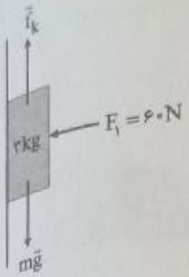


$$F_۲ > mg + f_{s,max} \Rightarrow ۵۵ > ۲\times ۱۰ + f_{s,max}$$
$$\Rightarrow f_{s,max} < ۲۵N$$

از طرفی جسم حرکت کرده، پس اصطکاک بین جسم و دیوار از نوع اصطکاک جنبشی است و برابر است با:

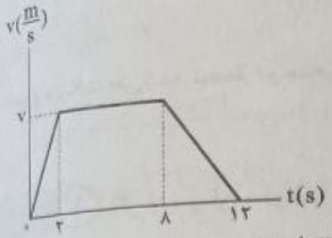
$$F_۲ - mg - f_k = ma \Rightarrow ۵۵ - ۲\times ۱۰ - f_k = ۲\times ۴ \Rightarrow f_k = ۱۲N \quad (*)$$

با حذف نیروی $\vec{F}_2$ چون نیروی وزن بیشتر از $\vec{f}_{s,max}$ است، بنابراین جسم به سمت پایین شروع به حرکت کند، در نتیجه:



$$mg - f_k = ma \xrightarrow{(*)} ۳۰ - ۱۲ = ۳\times a \Rightarrow a = \frac{۱۷}{۳}\frac{m}{s^۲}$$

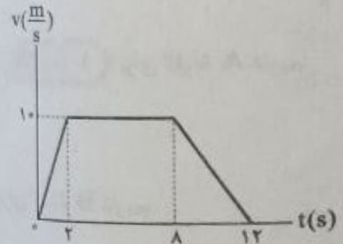
۶۳ **۲** ابتدا به وسیلهٔ جابه‌جایی داده‌شده v را به دست می‌آوریم:



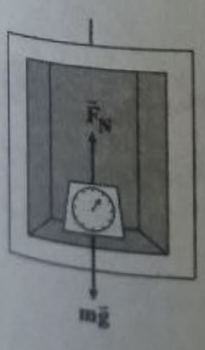
$$\begin{cases} t=۲s \text{ تا } t=۰ \Rightarrow \Delta x_۱ = \frac{v_۱+v_۲}{۲}\Delta t \Rightarrow \Delta x_۱ = \frac{۰+v}{۲}\times ۲ = v \\ t=۸s \text{ تا } t=۲s \Rightarrow \Delta x_۲ = v\Delta x \Rightarrow \Delta x_۲ = v\times(۸-۲)=۶v \\ t=۱۲s \text{ تا } t=۸s \Rightarrow \Delta x_۳ = \frac{v_۱+v_۲}{۲}\Delta t_۳ \\ \Rightarrow \Delta x_۳ = \frac{v+۰}{۲}(۱۲-۸)=۲v \end{cases}$$

$$\Delta x = \Delta x_۱ + \Delta x_۲ + \Delta x_۳ \Rightarrow \Delta x = v+۶v+۲v = ۹۰ \Rightarrow v = ۱۰\frac{m}{s}$$

از طرفی از لحظهٔ $t=۰$ تا لحظهٔ $t=۱۲s$ سرعت متحرک، مثبت بوده، پس متحرک در کل زمان حرکتش رو به بالا حرکت کرده است.



از $t=۰$ تا $t=۲s$ حرکت آسانسور تندشونده و با شتاب $۵\frac{m}{s^۲}$ و از $t=۲s$ تا $t=۸s$ حرکت با سرعت ثابت و از $t=۸s$ تا $t=۱۲s$، حرکت آسانسور کندشونده و با شتاب $-\frac{۱۰}{۴}\frac{m}{s^۲}$ بوده است.



از $t=0$ تا $t=2s$ داریم:

$$F_{net_y}=ma \Rightarrow F_N-mg=ma \Rightarrow F_{N_1}-8\times10=8\times5$$

$$\Rightarrow F_{N_1}=120N$$

از $t=2s$ تا $t=8s$ سرعت ثابت، پس شتاب حرکت برابر صفر است و داریم:

$$F_{net_y}=0 \Rightarrow F_{N_2}-mg=0$$

$$\Rightarrow F_{N_2}-8\times10=0 \Rightarrow F_{N_2}=80N$$

از $t=8s$ تا $t=12s$ نیز داریم:

$$F_{net_y}=0 \Rightarrow F_{N_3}-mg=ma$$

$$\Rightarrow F_{N_3}-8\times10=8\times\left(-\frac{10}{4}\right)$$

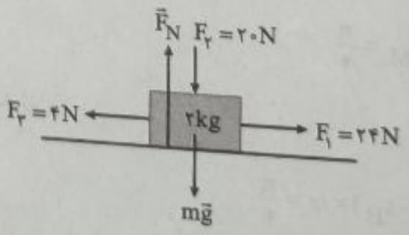
$$\Rightarrow F_{N_3}=-20+80=60N$$

بنابراین:

$$F_{N_1}-F_{N_3}=120-60=60N$$

۶۴ ۲ برای آن‌که جسم بتواند حرکت کند، باید کاری کنیم تا $f_{s,max}$ کاهش یابد، پس باید نیروی عمودی سطح را کاهش دهیم. در حرکت آسانسور، نیروی عمودی سطح از رابطهٔ $F_N=m(g\pm a)$ به‌دست می‌آید که اگر شتاب به سمت بالا باشد، علامت مثبت است و اگر شتاب به سمت پایین باشد، علامت منفی است. بنابراین برای کم کردن نیروی عمودی سطح، باید شتاب حرکت آسانسور به سمت پایین باشد، مثلاً آسانسور تندشونده پایین برود.

۶۵ ۳ ابتدا باید بررسی کنیم که آیا جسم بعد از وارد شدن نیروها شروع به حرکت می‌کند یا خیر!



$$F_{net_y}=0 \Rightarrow F_N=F_2+mg \Rightarrow F_N=20+20=40N$$

$$f_{s,max}=\mu_s F_N \Rightarrow f_{s,max}=0/4\times40=16N$$

$F_1-F_3>f_{s,max}$ می‌باشد، در نتیجه جسم روی سطح افقی شروع به حرکت می‌کند و شتاب حرکت جسم برابر است با:

$$F_{net}=ma \Rightarrow F_1-F_3-f_k=ma$$

$$\xrightarrow{f_k=\mu_k F_N=0/2\times40=8N} 24-4-8=2a \Rightarrow a=6\frac{m}{s^2}$$

تندی متحرک در لحظهٔ $t=3s$ (لحظهٔ حذف نیروهای خارجی)، برابر است با:

$$v=at+v_0 \Rightarrow v=6t+0 \xrightarrow{t=3s} v_3=18\frac{m}{s}$$

پس از حذف نیروهای خارجی، فقط نیروی اصطکاک جنبشی به جسم وارد می‌شود و شتاب حرکت پس از حذف نیروهای خارجی برابر است با:

$$F_{net}=ma \Rightarrow 0-f_k=ma \Rightarrow -8=2a \Rightarrow a=-4\frac{m}{s^2}$$

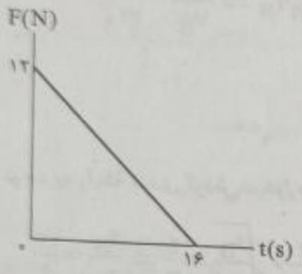
سرعت جسم در لحظهٔ $t=4s$ برابر است با:

$$v=at+v_0 \Rightarrow v_4=-4(t-3)+18 \xrightarrow{t=4s} v=14\frac{m}{s}$$

در نتیجه تکانهٔ جسم در لحظهٔ $t=4s$ برابر است با:

$$p=mv \Rightarrow p=2\times14=28\frac{kg.m}{s}$$

۶۶ ۱ از روی نمودار، معادلهٔ نیرو برحسب زمان را به دست می‌آوریم:

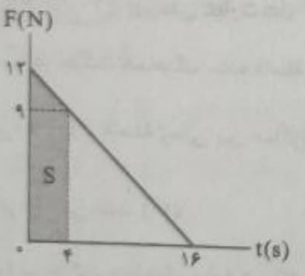


$$F=\underbrace{\frac{0-12}{16-0}}_{\text{شیب نمودار}}t+\underbrace{12}_{\text{عرض از مبدا}}=-\frac{3}{4}t+12$$

در نتیجه داریم:

$$t=4s \Rightarrow F=-\frac{3}{4}\times4+12=9N$$

می‌دانیم مساحت سطح زیر نمودار $F-t$ برابر با تغییرات تکانه است، بنابراین:



$$S=\Delta P=\frac{(12+9)\times4}{2}=42\frac{kg.m}{s}$$

تکانهٔ جسم در لحظهٔ $t=0$ برابر است با:

$$P_1=m_1v_1=4\times20=80\frac{kg.m}{s}$$

بنابراین:

$$\Delta P=42\frac{kg.m}{s} \Rightarrow P_2-P_1=42 \Rightarrow P_2-80=42 \Rightarrow P_2=122\frac{kg.m}{s}$$

پس انرژی جنبشی جسم در لحظهٔ $t=4s$ برابر است با:

$$K=\frac{P^2}{2m}=\frac{(122)^2}{2\times4}=1860/5J$$

سایت کنکور

۶۷ (۳) بسامد هر یک از دستگاه‌های جرم ـ فنر را به دست می‌آوریم:

دستگاه (۱): $f_1=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_1}{m_1}}=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{100}{1}}=\frac{10}{2\pi}=\frac{5}{3}Hz=1/66Hz$

دستگاه (۲): $f_2=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_2}{m_2}}=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{3200}{2}}=\frac{40}{2\pi}=\frac{20}{3}Hz\approx 6/66Hz$

دستگاه (۳): $f_3=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_3}{m_3}}=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{10000}{4}}=\frac{50}{2\pi}=\frac{25}{3}Hz=8/33Hz$

بسامد طبیعی دو سامانه در بازهٔ $5Hz<f<10Hz$ است و این دو سامانه به تشدید در می‌آیند.

توجه: به یکای ثابت فنرها در شکل دقت کنید.

۶۸ (۲) تکانهٔ دو ماهواره برابر است، بنابراین:

$$P_A=P_B \xrightarrow{P=mv} m_Av_A=m_Bv_B\Rightarrow\frac{v_A}{v_B}=\frac{m_B}{m_A}$$

$$\xrightarrow{m_A=\frac{4}{3}m_B}\frac{v_A}{v_B}=\frac{4}{3}\quad(*)$$

با توجه به رابطهٔ تندی گردش ماهواره داریم:

$$v=\sqrt{\frac{GM_e}{r}}\Rightarrow\frac{v_A}{v_B}=\sqrt{\frac{r_B}{r_A}}\xrightarrow{(*)}\sqrt{\frac{r_B}{r_A}}=\frac{4}{3}\Rightarrow\frac{r_B}{r_A}=\frac{16}{9}$$

با توجه به رابطهٔ نیروی وارد بر ماهواره داریم:

$$F=\frac{GM_em}{r^2}\Rightarrow\frac{F_B}{F_A}=\frac{m_B}{m_A}\times(\frac{r_A}{r_B})^2$$

$$\Rightarrow\frac{F_B}{F_A}=\frac{4}{3}\times(\frac{9}{16})^2=\frac{27}{64}$$

۶۹ (۳) **بررسی عبارت‌ها:**

الف) در حرکت هماهنگ ساده فاصلهٔ بین تغییر جهت بردار مکان برابر نصف دوره $(\frac{T}{2})$ و فاصلهٔ زمانی بین ماکزیمم و مینیمم شدن اندازهٔ شتاب نیز برابر $\frac{T}{4}$ می‌باشد. (✓)

ب) در حرکت هماهنگ سادهٔ دستگاه وزنه ـ فنر، دامنه مستقل از سختی فنر می‌باشد. (✗)

ج) با افزایش طول آونگ طبق رابطهٔ $T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$، دورهٔ آونگ افزایش می‌یابد، هم‌چنین طبق رابطهٔ $\omega=\sqrt{\frac{g}{L}}$، بسامد زاویه‌ای آونگ کاهش و در نتیجه طبق رابطهٔ $K_{max}=\frac{1}{2}mA^2\omega^2$ بیشینهٔ انرژی جنبشی آونگ کاهش می‌یابد. (✓)

د) در آونگ‌های پارتون، تکان دادن آونگ وادارنده باعث نوسان سایر آونگ‌ها می‌شود. (✗)

۷۰ (۳) با مقایسهٔ معادلهٔ داده‌شده با فرم کلی معادلهٔ حرکت نوسانگر هماهنگ ساده داریم:

$$\begin{cases}x=A\cos\omega t\\ x=0/04\cos(\frac{\pi}{2}t)\end{cases}\Rightarrow A=0/04m\ ,\ \omega=\frac{\pi}{2}(\frac{rad}{s})$$

در نتیجه دورهٔ تناوب نوسانگر برابر است با:

$$\omega=\frac{2\pi}{T}\Rightarrow T=\frac{2\pi}{\frac{\pi}{2}}=4s$$

بنابراین نوسانگر در ۸ ثانیه، دو نوسان کامل انجام داده است.

در هر دوره، نوسانگر چهار دامنه طی می‌کند، پس در دو دوره، نوسانگر به اندازهٔ هشت دامنه مسافت طی می‌کند، بنابراین داریم:

$$l=8A=8\times 4=32cm$$

تندی متوسط نوسانگر برابر است با:

$$s_{av}=\frac{l}{\Delta t}\Rightarrow s_{av}=\frac{32}{8}=4\frac{cm}{s}$$

۷۱ (۱) با توجه به شکل داده‌شده در سؤال داریم:

$$\frac{OM}{OB}=\frac{L}{L+(\sqrt{2}-1)L}=\frac{L}{\sqrt{2}L}\Rightarrow x_M=\frac{\sqrt{2}}{2}A$$

با توجه به معادلهٔ حرکت نوسانگر هماهنگ ساده داریم:

$$x=A\cos\omega t\xrightarrow{x_B=A}A\cos\omega t_B=A$$

$$\Rightarrow\cos\omega t_B=1\Rightarrow\omega t_B=0$$

$$x=A\cos\omega t\xrightarrow{x_M=\frac{\sqrt{2}}{2}A}A\cos\omega t_M=\frac{\sqrt{2}}{2}A$$

$$\Rightarrow\cos\omega t_M=\frac{\sqrt{2}}{2}\Rightarrow\omega t_M=\frac{\pi}{4}$$

بنابراین:

$$\omega t_M-\omega t_B=\frac{\pi}{4}\Rightarrow(t_M-t_B)\times\omega=\frac{\pi}{4}$$

$$\Rightarrow(t_M-t_B)=\frac{\frac{\pi}{4}}{\frac{2\pi}{T}}\Rightarrow t_M-t_B=\frac{T}{8}$$

$$\xrightarrow{t_M-t_B=3s}\frac{T}{8}=3\Rightarrow T=24s$$

بیشینهٔ تندی نوسانگر برابر است با:

$$v_{max}=A\omega\Rightarrow v_{max}=A\times\frac{2\pi}{24}=\frac{A\pi}{12}$$

سایت کنکور

۷۲ **۲** به کمک رابطهٔ مثلثاتی $\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2$ داریم:

$$x = 0/02(1 - 2\sin^2\frac{\pi}{2}t) = 0/02\cos(2\frac{\pi}{2}t) = 0/02\cos(\pi t)$$

با مقایسهٔ معادلهٔ داده‌شده با فرم کلی معادلهٔ حرکت نوسانگر داریم:

$$\begin{cases} x = A\cos\omega t \\ x = 0/02\cos(\pi t) \end{cases} \Rightarrow A = 0/02m\ ,\ \omega = \pi\ (\frac{rad}{s})$$

بنابراین:

$$\omega = \pi \Rightarrow \frac{2\pi}{T} = \pi \Rightarrow T = 2s$$

تعداد نوسان کامل در مدت‌زمان ۱۵s برابر است با:

$$T = \frac{\Delta t}{N} \Rightarrow 2 = \frac{15}{N} \Rightarrow N = \frac{15}{2}$$

از طرفی در هر دوره، مسافتی به اندازهٔ 4A طی می‌شود، در نتیجه داریم:

$$N = \frac{15}{2} \times 4A = 30A = 30 \times 2 = 60cm$$

۷۳ **۴** با توجه به نمودار داده‌شده در سؤال داریم:

$$\frac{T_A}{4} = 0/05 \Rightarrow T_A = 0/2s$$

$$T_B = \frac{2\sqrt{6}}{10}s$$

با توجه به رابطهٔ دورهٔ تناوب سامانهٔ جرم ـ فنر داریم:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow \frac{T_A}{T_B} = \sqrt{\frac{m_A}{m_B} \times \frac{k_B}{k_A}}$$

$$\Rightarrow \frac{0/2}{0/2\sqrt{6}} = \sqrt{\frac{m_A}{m_A + 1} \times \frac{k_A}{k_B}} \xrightarrow{k_A = k_B} \frac{1}{\sqrt{6}} = \sqrt{\frac{m_A}{m_A + 1}}$$

$$\frac{m_A}{m_A + 1} = \frac{1}{6} \Rightarrow 6m_A = m_A + 1 \Rightarrow 5m_A = 1 \Rightarrow m_A = \frac{1}{5}kg$$

دورهٔ تناوب نوسانگر A برابر است با:

$$T_A = 2\pi\sqrt{\frac{m_A}{k_A}} \Rightarrow \frac{2}{10} = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{1}{5}}{k}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{10\pi} = \sqrt{\frac{1}{5k_A}} \Rightarrow \frac{1}{100\pi^2} = \frac{1}{5k_A} \Rightarrow k_A = 20\pi^2 = 200\frac{N}{m}$$

۷۴ **۳** با توجه به رابطهٔ چگالی داریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho} \Rightarrow \frac{V_{سیاره}}{V_{زمین}} = \frac{m_{سیاره}}{m_{زمین}} \times \frac{\rho_{زمین}}{\rho_{سیاره}}$$

$$\Rightarrow \frac{V_{سیاره}}{V_{زمین}} = 24 \times \frac{1}{3} = 8$$

با توجه به رابطه $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ داریم:

$$\frac{V_{سیاره}}{V_{زمین}} = (\frac{R_{سیاره}}{R_{زمین}})^3 = 8 \Rightarrow \frac{R_{سیاره}}{R_{زمین}} = 2$$

با توجه به رابطهٔ شتاب گرانش داریم:

$$g = \frac{GM}{R^2} \Rightarrow \frac{g_{سیاره}}{g_{زمین}} = \frac{M_{سیاره}}{M_{زمین}} \times (\frac{R_{زمین}}{R_{سیاره}})^2$$

$$\xrightarrow{\frac{m_{سیاره}}{m_{زمین}} = 24\ ,\ \frac{R_{سیاره}}{R_{زمین}} = 2} \frac{g_{سیاره}}{g_{زمین}} = 24 \times \frac{1}{4} = 6$$

برای آن‌که ساعت به طور صحیح کار کند، باید دورهٔ آونگ آن برابر دورهٔ آن در سطح زمین باشد، بنابراین داریم:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow \frac{T_{سیاره}}{T_{زمین}} = \sqrt{\frac{L_{سیاره}}{L_{زمین}} \times \frac{g_{زمین}}{g_{سیاره}}}$$

$$\Rightarrow 1 = \sqrt{\frac{L_{سیاره}}{L_{زمین}} \times \frac{1}{6}} \Rightarrow 1 = \frac{L_{سیاره}}{L_{زمین}} \times \frac{1}{6} \Rightarrow L_{سیاره} = 6L_{زمین}$$

در نتیجه:

$$\frac{\Delta L}{L_1} \times 100 = \frac{6L_{زمین} - L_{زمین}}{L_{زمین}} \times 100 = \%500$$

پس باید **طول آونگ را ۵۰۰ درصد افزایش دهد.**

۷۵ **۲** با توجه به رابطهٔ انرژی مکانیکی داریم:

$$E = K + U \xrightarrow{U = \frac{1}{9}E} E = K + \frac{1}{9}E \Rightarrow \frac{8}{9}E = K$$

$$\xrightarrow{E = K_{max}} \frac{8}{9}K_{max} = K$$

$$\Rightarrow \frac{8}{9} \times \frac{1}{2}mv_{max}^2 = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \frac{8}{9}v_{max}^2 = v^2$$

$$\Rightarrow v_{max}^2 = \frac{16 \times 9}{8} = 18 \Rightarrow v_{max} = 3\sqrt{2}\frac{m}{s}$$

۷۶ **۳** با توجه به نمودار داده‌شده در سؤال داریم:

$$E = U_{max} = 8J$$

$$K_1 = E - U_1 \Rightarrow K_1 = 8 - 6 = 2J$$

$$K_2 = E - U_2 \Rightarrow K_2 = 8 - 3 = 5J$$

با توجه به رابطهٔ انرژی جنبشی داریم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \frac{K_1}{K_2} = (\frac{v_1}{v_2})^2 \Rightarrow \frac{2}{5} = (\frac{v_1}{v_2})^2 \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{2}{5}} = \frac{\sqrt{10}}{5}$$

۷۷ **۲** تندی موج عرضی در طناب برابر است با:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \xrightarrow{\mu = \rho A} v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}} \xrightarrow[\rho = 4000\frac{kg}{m^3}]{F = 20N}$$

$$v = \sqrt{\frac{20}{4000 \times 5 \times 10^{-5}}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{20}{0/2}} = \sqrt{100} = 10\frac{m}{s}$$

طول موج این موج برابر است با:

$$\lambda = \frac{v}{f} \xrightarrow[f = 40Hz]{v = 10\frac{m}{s}} \lambda = \frac{10}{40} = \frac{1}{4}m = 25cm$$

بنابراین در زنجیر C_xH_y رابطهٔ زیر برقرار است:

$$y=2x-5 \xrightarrow{y=49-x} 49-x=2x-5 \Rightarrow x=18$$

در نتیجه فرمول صابون A به صورت $C_{18}H_{31}COONH_4$ بوده و شامل ۱۹ اتم کربن است.

۸۵ ۲ عبارت‌های دوم و سوم درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

• یافته‌های تجربی آرنیوس نشان داد که محلول اسیدها و بازها رسانای برق هستند، هر چند میزان رسانایی آن‌ها با یک‌دیگر یکسان نیست.

• مدل آرنیوس، خاصیت اسیدی یا بازی مواد را در محیط‌های غیرآبی نمی‌تواند توجیه کند.

۸۶ ۳ به‌جز عبارت سوم، سایر عبارت‌ها درست هستند.

• رسوب تولیدشده بر روی دیوارهٔ کتری و دیگ‌های بخار با صابون و پاک‌کننده‌های غیرصابونی پاک نمی‌شود و برای حذف آن‌ها باید از پاک‌کننده‌های **خورنده** استفاده کرد.

۸۷ ۲ فرمول مولکولی آسپیرین به صورت $C_9H_8O_4$ است.

$$۸/۶۴\ \frac{g}{L}\times\frac{mol}{۱۸۰g}=۴/۸\times۱۰^{-۲}\ mol.L^{-۱}$$

$$[H^+]=\sqrt{M.K_a}=\sqrt{۴/۸\times۱۰^{-۲}\times۳\times۱۰^{-۵}}=۱/۲\times۱۰^{-۳}$$

$$pH=-\log(۱/۲\times۱۰^{-۳})=-(\log۱۲+\log۱۰^{-۴})$$

$$=-(\log۳+۲\log۲+(-۴))=-(۰/۴۸+۲(۰/۳)-۴)=۲/۹۲$$

۸۸ ۱ معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش اسیدهای تک پروتون‌دار موردنظر با محلول باریم هیدروکسید به صورت زیر است:

$$Ba(OH)_2+2HX\rightarrow BaX_2+2H_2O$$

جرم فورمیک اسید $(HCOOH)$ و استیک اسید (CH_3COOH) در مخلوط اولیه را به ترتیب با a و b نشان می‌دهیم:

$$a+b=۳/۲$$

حجم باریم هیدروکسید مصرف‌شده در واکنش با فورمیک اسید را با V (میلی‌لیتر) نشان می‌دهیم:

$$\frac{۰/۲mol.L^{-۱}\times V(mL)}{۱\times۱۰۰۰}=\frac{a}{۲\times۴۶}\Rightarrow ۱۸/۴V=۱۰۰۰a$$

$$\frac{۰/۲mol.L^{-۱}\times(۱۶۲/۵-V)mL}{۱\times۱۰۰۰}=\frac{b}{۲\times۶۰}\Rightarrow ۳۹۰۰-۲۴V=۱۰۰۰b$$

$$۱۸/۴V+(۳۹۰۰-۲۴V)=۱۰۰۰(۳/۲)\Rightarrow ۵/۶V=۷۰۰$$

$$\Rightarrow V=۱۲۵mL$$

$$\Rightarrow a=۲/۳\Rightarrow b=۰/۹$$

$$\frac{a}{b}=\frac{۲/۳}{۰/۹}=۲/۵۵$$

۸۹ ۳ به‌جز عبارت سوم، سایر عبارت‌ها درست هستند.

شربت خاکشیر همانند شیر، نور را پخش می‌کند.

۹۰ ۱

$$?mol\ H^+=(۰/۰۸\times۱۰^{-۲/۴})+(۰/۰۲\times۰/۰۰۵)$$

$$=(۰/۰۸\times۱۰^{۰/۳+۰/۳-۳})+(۱\times۱۰^{-۴})$$

$$=(۰/۰۸\times۲\times۲\times۱۰^{-۳})+(۱\times۱۰^{-۴})=۴۲\times۱۰^{-۵}\ mol\ H^+$$

شمار مول OH^- حاصل از KOH برابر است با:

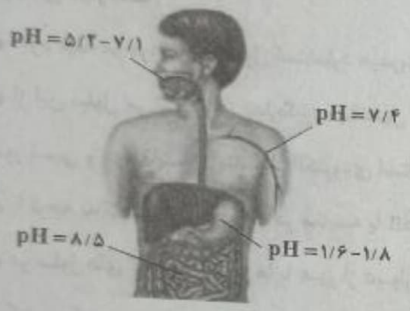
$$?mol\ OH^-=(۰/۰۲۵\times۰/۰۰۰۸)=۲\times۱۰^{-۵}\ mol\ OH^-$$

$$mol.H^+\ (\text{باقی‌مانده})=(۴۲\times۱۰^{-۵})-(۲\times۱۰^{-۵})=۴\times۱۰^{-۴}\ mol\ H^+$$

$$[H^+]=\frac{۴\times۱۰^{-۴}mol}{(۸۰+۲۰+۲۵)\times۱۰^{-۳}L}=۳۲\times۱۰^{-۴}\ mol.L^{-۱}$$

$$pH=-\log(۳۲\times۱۰^{-۴})=-[\log۲^۵-۴]=-(۵(۰/۳)-۴)=۲/۵$$

۹۱ ۱ هر چه pH یک سامانه به منطقهٔ خنثی نزدیک‌تر باشد، غلظت یون‌های OH^- و H^+ تفاوت کم‌تری با هم دارند.



۹۲ ۲ عبارت‌های دوم و چهارم نادرست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

• اسیدهای چرب، کربوکسیلیک اسیدهایی **با زنجیر بلند کربنی** هستند.

• نیروی بین مولکولی **غالب** در چربی‌ها از نوع وان‌دروالسی است.

۹۳ ۲ **بررسی گزینه‌ها:**

۱) $۳(+۳)+(+۱)+۲(۴(+۵)+(-۲))=+۴۶\neq۰$

۲) $۲(+۳)+۶(+۱)+۳(۲(+۵)+۷(-۲))=۰$

۳) $(+۵)+(+۱)+۲(۴(+۳)+۷(-۲))=+۲\neq۰$

۴) $(+۳)+۲(+۱)+۳(+۵+۳(-۲))=+۲\neq۰$

۹۴ ۳ به‌جز عبارت سوم، سایر عبارت‌ها نادرست هستند.

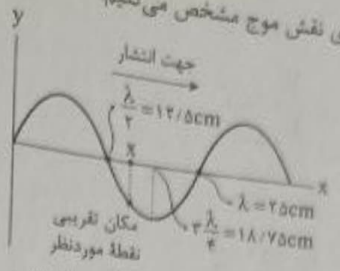
بررسی عبارت‌های نادرست:

• به‌ازای مبادلهٔ هر مول الکترون، یک مول $Na(l)$ در کاتد سلول تولید می‌شود.

• یون‌های $Cl^-(l)$ به سمت قطب مثبت سلول حرکت کرده و در آن‌جا اکسایش می‌یابند.

• به دلیل استفاده از $CaCl_2$ برای کاهش نقطهٔ ذوب NaCl، دمای سلول دست‌کم ۶۰۰°C پایین‌تر از نقطهٔ ذوب سدیم کلرید است.

پس مکان تقریبی $x=18cm$ را روی نقش موج مشخص می‌کنیم:



پس ذرهٔ مورد نظر در حال **بالا رفتن** و نزدیک شدن به مبدأ می‌باشد، در نتیجه حرکت آن **تندشونده** می‌باشد.

۷۸ ۱ با توجه به رابطهٔ تندی موج عرضی در طناب داریم:

$$v=\sqrt{\frac{F}{\mu}} \xrightarrow{\mu=\frac{m}{L}=\frac{\rho V}{L},\ V=AL} \mu=\rho A=\rho\pi\frac{D^2}{4} \rightarrow v=\frac{2}{D}\sqrt{\frac{F}{\rho\pi}}$$

$$\Rightarrow \frac{v_2}{v_1}=\frac{D_1}{D_2} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1}=\frac{D_1}{\frac{8}{10}D_1}=\frac{10}{8} \Rightarrow v_2=\frac{10}{8}v_1$$

در نتیجه: $\frac{\Delta v}{v_1}\times 100=\frac{\frac{10}{8}v_1-v_1}{v_1}\times 100=\frac{2}{8}\times 100=\%25$

پس **تندی موج در آن ۲۵ درصد افزایش می‌یابد.**

۷۹ ۴ با توجه به نمودار داده‌شده در سؤال داریم:

$$3\frac{\lambda_B}{4}=x \Rightarrow \lambda_B=\frac{4}{3}x$$

$$\frac{\lambda_A}{2}=1/2x \Rightarrow \lambda_A=2/4x$$

از طرفی هر دو موج در یک طناب منتشر شده‌اند (محیط انتشار یکسانی دارند.)، پس تندی برابری دارند، در نتیجه:

$$\lambda=vT \Rightarrow \frac{\lambda_A}{\lambda_B}=\frac{T_A}{T_B} \Rightarrow \frac{2/4x}{\frac{4}{3}x}=\frac{T_A}{T_B} \Rightarrow \frac{T_A}{T_B}=\frac{9}{5} \Rightarrow \frac{T_B}{T_A}=\frac{5}{9}$$

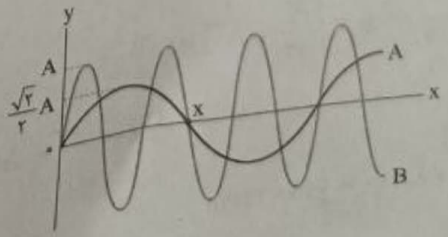
با توجه به رابطهٔ انرژی مکانیکی داریم:

$$E=\frac{1}{2}mA^2\omega^2 \Rightarrow \frac{E_A}{E_B}=(\frac{A_A}{A_B})^2\times(\frac{\omega_A}{\omega_B})^2$$

$$\omega=\frac{2\pi}{T} \Rightarrow \frac{\omega_A}{\omega_B}=\frac{T_B}{T_A} \rightarrow \frac{E_A}{E_B}=(\frac{A_A}{A_B})^2\times(\frac{T_B}{T_A})^2$$

$$\Rightarrow \frac{E_A}{E_B}=2^2\times(\frac{5}{9})^2=4\times\frac{25}{81}=\frac{100}{81}$$

۸۰ ۲ هر دو موج در یک طناب منتشر شده‌اند، پس تندی برابر دارند. از طرفی با توجه به نقش موج داریم:



$$\begin{cases}\frac{\lambda_A}{2}=x \Rightarrow \lambda_A=2x \\ 3\frac{\lambda_B}{2}=x \Rightarrow \lambda_B=\frac{2x}{3}\end{cases} \Rightarrow \frac{\lambda_A}{\lambda_B}=3$$

با توجه به رابطهٔ زیر داریم:

$$\lambda=\frac{v}{f} \xrightarrow{v:\text{ثابت}} \frac{\lambda_A}{\lambda_B}=\frac{f_B}{f_A} \Rightarrow \frac{f_B}{f_A}=3$$

با توجه به رابطهٔ انرژی مکانیکی داریم:

$$P=\frac{E}{\Delta t} \xrightarrow{E\propto A^2f^2} \frac{P_A}{P_B}=(\frac{A_A}{A_B})^2\times(\frac{f_A}{f_B})^2$$

$$\Rightarrow \frac{P_A}{P_B}=(\frac{\sqrt{2}}{2})^2\times(\frac{1}{3})^2=\frac{1}{2}\times\frac{1}{9}=\frac{1}{18}$$

شیمی

۸۱ ۴ با توجه به فرمول مولکولی اوره $(CO(NH_2)_2)$، روغن زیتون $(C_{57}H_{104}O_6)$ و اتیلن گلیکول $(C_2H_4(OH)_2)$، گزینهٔ (۴) پاسخ تست است.

۸۲ ۴ مطابق شکل و داده‌های سؤال می‌توان نوشت:

$$\frac{[A^-]}{[Br^-]}=\frac{\alpha[HA]}{[HBr]} \Rightarrow 3/1\times10^{-3}=\frac{\alpha\times0/3}{0/5} \Rightarrow \alpha=5/16\times10^{-3}$$

$$\%\alpha=5/16\times10^{-3}\times10^2=0/516$$

۸۳ ۳ عبارت‌های اول، دوم و چهارم درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

- اگر شمار اتم‌های کربن بخش b (زنجیر هیدروکربنی) از تعداد مشخصی کم‌تر باشد، امکان برقراری جاذبه با مولکول‌های روغن و چربی وجود نداشته و قدرت پاک‌کنندگی صابون کم‌تر می‌شود.
- بخش a همان بخش قطبی یا آب‌دوست صابون است که شامل $-COO^-$ است.

۸۴ ۲

- فرمول تقریبی وازلین به صورت $C_{25}H_{52}$ بوده و هر مولکول آن شامل ۷۷ اتم است.
- مطابق داده‌های سؤال، فرمول کلی صابون A به صورت $C_xH_yCOONH_4$ بوده و شامل ۵۷ اتم است:

$$x+y+1+2+1+4=57 \Rightarrow x+y=49$$

با توجه به وجود یک پیوند دوگانه در $-COO^-$، زنجیر C_xH_y شامل یک پیوند دوگانه است.

۹۵ ۴ هر چهار عبارت پیشنهادشده درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

- گاز تولیدشده در آند یعنی O_2 در مقایسه با گاز H_2، انحلال‌پذیری بیشتری در آب دارد.
- با گذشت زمان، pH محیط اطراف آند (قطب مثبت) به دلیل تولید یون H^+، کاهش می‌یابد.
- بدون شرح!
- در نیم‌واکنش کاتدی به‌ازای تولید هر مول گاز H_2، دو مول یون OH^- تولید می‌شود:

$$2H_2O(l)+2e^- \rightarrow H_2(g)+2OH^-(aq)$$

۹۶ ۲ عبارت‌های سوم و چهارم درست هستند.

در سلول گالوانی استاندارد روی ـ هیدروژن، نیم‌سلول‌های روی و هیدروژن به ترتیب آند و کاتد هستند.

بررسی عبارت‌ها:

- جرم تیغهٔ موجود در نیم‌سلول استاندارد هیدروژن، تغییر نمی‌کند.
- از این سلول می‌توان برای اندازه‌گیری پتانسیل الکترودی استاندارد روی به طور نسبی و در مقایسه با پتانسیل الکترودی استاندارد هیدروژن استفاده کرد.
- با توجه به کاهنده‌تر بودن Zn در مقایسه با Sn، این عبارت درست است.
- در سلول‌های گالوانی، کاتیون‌ها با عبور از دیوارهٔ متخلخل به سمت کاتد حرکت می‌کنند.

۹۷ ۳ عدد اکسایش اورانیوم از ۵+ در UF_6^- به ۶+ در UO_2^{2+} و عدد اکسایش اکسیژن از ۱− در H_2O_2 به ۲− در UO_2^{2+} رسیده است. به این ترتیب تغییرات عدد اکسایش دو عنصر U و O، هر کدام برابر با یک بوده که به ترتیب نقش کاهنده و اکسنده را دارند، بنابراین معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش موردنظر به صورت زیر است:

$$2UF_6^- + H_2O_2 + 2H_2O + 6H^+ \rightarrow 12HF + 2UO_2^{2+}$$

$$\frac{1\,mol\ e^-}{2} = \frac{x\,mol\ HF}{12} \Rightarrow x = 6\,mol\ HF$$

۹۸ ۳ معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش‌های موردنظر به صورت زیر است:

a) $CuS + 2NO_3^- + 4H^+ \rightarrow Cu^{2+} + 2NO_2 + S + 2H_2O$

مجموع ضرایب: $1+2+4+1+2+1+2=13$

b) $2H_2O + 2O_2^{2-} \rightarrow O_2 + 4OH^-$

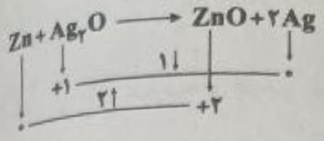
مجموع ضرایب: $2+2+1+4=9$

تفاوت دو عدد ۱۳ و ۹ برابر با ۴ است.

۹۹ ۲ عبارت‌های سوم و چهارم درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

- در باتری‌های روی ـ نقره، تغییر عدد اکسایش عنصر اکسنده (Ag)، نصف تغییر عدد اکسایش عنصر کاهنده (Zn) است:



- Al_2O_3 یک لایهٔ چسبنده و **متراکم** است.

۱۰۰ ۳ مطابق داده‌های سؤال، معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش موردنظر به صورت زیر است:

$$4CeO_2 \rightarrow 2Ce_2O_3 + O_2$$

عدد اکسایش سریم در CeO_2 و Ce_2O_3 به ترتیب ۴+ و ۳+ است. مطابق قانون پایستگی ماده، جرم گاز O_2 تولیدشده برابر است با:

$$?g\ O_2 = 10/32 - 10/00 = 0/32\,g\ O_2$$

$$\frac{x\,g\ Ce_2O_3}{2\times 328} = \frac{0/32\,g\ O_2}{1\times 32} \Rightarrow x = 6/56\,g\ Ce_2O_3$$

جرم CeO_2 موجود در نمونه برابر است با:

$$?g\ CeO_2 = 10/00 - 6/56 = 3/44\,g\ CeO_2$$

$$?mol\ CeO_2 = 3/44\,g \times \frac{1\,mol}{172\,g} = 0/02\,mol\ CeO_2$$

$$?mol\ Ce_2O_3 = 6/56\,g \times \frac{1\,mol}{328\,g} = 0/02\,mol\ Ce_2O_3$$

$$\%Ce^{3+} = \frac{\text{شمار اتم‌های } Ce^{3+}}{\text{شمار کل اتم‌های سریم}} \times 100$$

$$= \frac{(0/02\times 2)\times N_A}{[(0/02\times 2)+(0/02\times 1)]\times N_A} \times 100 = \%66/67$$

۱۰۱ ۲ عبارت‌های دوم و سوم درست هستند.

$$CH_4 + 2O_2 \rightarrow CO_2 + 2H_2O$$

$$CH_3OH + \frac{3}{2}O_2 \rightarrow CO_2 + 2H_2O$$

بررسی عبارت‌ها:

- با توجه به معادله‌های بالا، در هر دو سلول به‌ازای مصرف یک مول سوخت، ۲ مول بخار آب و یک مول گاز CO_2 تولید می‌شود.
- از آن‌جا که فقط سوخت تغییر کرده است، نیم‌واکنش کاتدی بدون تغییر مانده و فقط نیم‌واکنش آندی (اکسایش سوخت) تغییر می‌کند.
- عدد اکسایش C در CH_4 و CH_3OH به ترتیب ۴− و ۲− و در CO_2 برابر ۴+ است:

$$(+4)-(-4)=8$$
$$(+4)-(-2)=6$$

۲۵ درصد عدد ۸ برابر با ۲ بوده و معادل کاهش از ۸ به ۶ است.

- نسبت مجموع ضرایب فراورده‌ها به مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌ها در سلول سوختی متانول برابر با $\frac{6}{5}$ و در سلول سوختی متان برابر با ۱ است.

۱۰۲ (۱) هر چهار عبارت پیشنهادشده در ارتباط با آند درست هستند.

۱۰۳ (۴) به‌جز عبارت دوم، سایر عبارت‌ها درست هستند.

اکسیژن در محیط اسیدی در مقایسه با محیط خنثی، تمایل بیشتری برای تاهش یافتن دارد و E° کاهشی آن مثبت‌تر است:

$$O_2(g)+4H^+(aq)+4e^- \rightarrow 2H_2O(l) \qquad E^\circ=+1/23V$$

$$O_2(g)+2H_2O(l)+4e^- \rightarrow 4OH^-(aq) \qquad E^\circ=+0/40V$$

۱۰۴ (۲) با ایجاد خراش در آهن سفید، فلز Zn اکسایش یافته و تبدیل به هیدروکسید آن می‌شود.

۱۰۵ (۳) معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش موردنظر به صورت زیر است:

$$2Al_2O_3+3C \rightarrow 4Al+3CO_2$$

$$\frac{x\times10^3\,kg\,C\times\frac{75}{100}}{3\times12}=\frac{y\times10^3\,kg\,Al}{4\times27}=\frac{800\times10^3\,L\,CO_2}{3\times40}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}y=720\,kg\,Al\\x=320\,kg\,C\end{cases}$$

سایت کنکور