



ویژه
کنکوری‌های
۱۴۰۳
۱۴۰۳/۰۱/۳۱

آزمون
چهاردهم
حضور
دفترچه شماره ۱

خوبی‌ها!
آزمون
تجربہ | ریاضی | انسانی
سال تحصیلی
۱۴۰۲-۱۴۰۳

مطابق کنکور سراسری

آزمون آزمایشی خیلی سبز

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

• نام و نام خانوادگی: • شماره داوطلبی:

عنوان مواد امتحانی آزمون. تعداد. شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی	ملاحظات
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۵ دقیقه	۴۰ سؤال ۷۵ دقیقه

اساتید، مشاوران و دانش‌آموزان گرامی:

نظرات، پیشنهادات، انتقادات و بازخوردهای خود نسبت به سؤالات این آزمون را می‌توانید از طریق آیدی @Kheilisabz_edit در همه پیام‌رسان‌ها با ما به اشتراک بگذارید.

Azmoon.kheilisabz.com



۱- هرگاه $A = \frac{1}{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 2}$ باشد، مقدار $(A-1)^3$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) $-\frac{1}{2}$

۲- مجموعه جواب نامعادله $\frac{ax^3 + bx^2 + cx - 6}{x-1} < 0$ ، بازه $(-\infty, -2)$ است. حاصل $a + b - 2c$ کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) -۶ (۳) -۲ (۴) -۴

۳- در معادله $\frac{2}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{5} = 0$ ، تمام جواب‌های صحیح را به دست آورده‌ایم. مجموع مقادیر به دست آمده برای x کدام است؟

- (۱) -۱۲۰ (۲) ۶۰ (۳) -۳۰ (۴) صفر

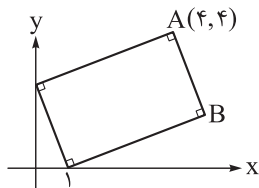
۴- ارزش نهایی گزاره $[p \wedge (\sim p \Rightarrow q)] \Rightarrow (\sim q \vee p)$ کدام است؟

- (۱) p (۲) q (۳) T (۴) F

۵- اگر α و β ریشه‌های معادله $ax^2 - 4x - 2 = 0$ و $\frac{\alpha^2}{\beta}$ و $\frac{\beta^2}{\alpha}$ ریشه‌های معادله $ax^2 + bx + c = 0$ باشند، به طوری که جمع و ضرب ریشه‌های آن با هم برابر باشد، مقدار a چه عددی است؟

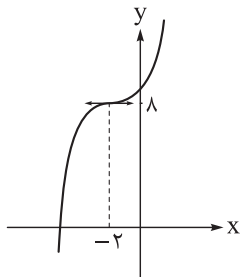
- (۱) $-\frac{16}{5}$ (۲) $-\frac{8}{5}$ (۳) $\frac{8}{5}$ (۴) $\frac{16}{5}$

۶- در شکل زیر، یک مستطیل که نقطه $A(4, 4)$ مختصات یکی از رئوس آن است، رسم شده است. امتداد ضلع AB محور y را با کدام عرض قطع می‌کند؟



- (۱) ۹ (۲) ۱۲ (۳) ۱۵ (۴) ۱۸

۷- نمودار $f(x) = (x+a)(x^2 + bx + 2c)$ ، به صورت شکل زیر است. نمودار وارون تابع $g(x) = (x-b)^2 - a$ از کدام ناحیه عبور نمی‌کند؟



- (۱) اول و سوم (۲) سوم (۳) چهارم (۴) دوم و چهارم



۸- اگر $f(x) = x + 4\sqrt{x-4}$ باشد، به طوری که $f^{-1}(x) = (\sqrt{x+a})^2 + b$ ، مقدار $f(2b+a)$ کدام است؟

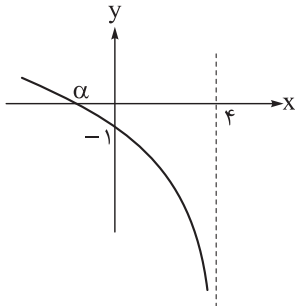
(۱) $4 + 2\sqrt{6}$

(۲) $6 + 4\sqrt{2}$

(۳) $2\sqrt{2}$

(۴) $2\sqrt{6}$

۹- نمودار تابع $f(x) = a + \log_7(b+cx)$ ، به صورت شکل زیر است. مقدار α کدام است؟



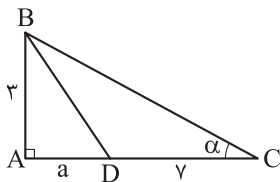
(۱) -۲

(۲) -۸

(۳) -۴

(۴) -۱

۱۰- در شکل زیر $\cos \alpha = \frac{3}{\sqrt{10}}$ است. مساحت مثلث BCD چه مقدار از a^2 بیشتر است؟



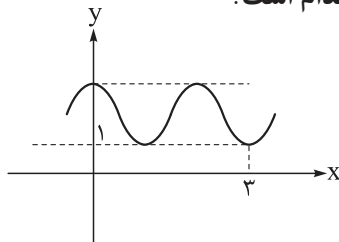
(۱) ۶

(۲) ۶/۵

(۳) ۸

(۴) ۸/۵

۱۱- قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a + b \sin^2 \frac{a\pi}{6} x$ به صورت زیر است. مقدار $f(\frac{5}{3})$ کدام است؟



(۱) ۲/۵

(۲) ۱/۵

(۳) ۳

(۴) ۲

۱۲- مجموع ریشه‌های معادله $\sin^2 x + \sin 2x = \frac{3}{4}$ در بازه $(0, 2\pi)$ برابر θ است. حاصل $\sin \theta$ کدام است؟

(۱) ۰/۸

(۲) ۰/۶

(۳) ۰/۶

(۴) ۰/۸

۱۳- نمودار تابع g فقط از انتقال نمودار تابع $f(x) = 2x^2 - 8x + 6$ به دست آمده است. اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - g(x)}{2 - 2x} = 6$ باشد، مقدار $g(2)$ کدام است؟

(۱) ۹

(۲) ۱۲

(۳) ۱۰

(۴) ۸

محل انجام محاسبات



۱۴- اگر $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x+a}{2x^2-ax+a-2} = -\infty$ باشد، حدود a کدام است؟

- (۱) $-2 < a < 1$ (۲) $-3 < a < 4$ (۳) $a > 4$ (۴) $a < -3$

۱۵- تابع $f(x) = \left[\frac{x^2 - 4x + 8}{x - 2} \right]$ در نقطه‌ای با کدام طول حد چپ و راست دارد، ولی ناپیوسته است؟

- (۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) صفر

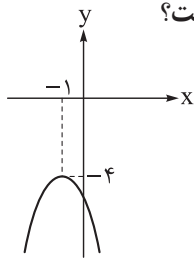
۱۶- خط $y = 2x + 4$ در نقطه $x = -1$ بر نمودار تابع $f(x)$ مماس است. حاصل مشتق تابع $y = xf\left(\frac{-4}{x}\right)$ در نقطه $x = 2$ چه قدر است؟

- (۱) ۴ (۲) ۸ (۳) ۱۲ (۴) ۶

۱۷- اگر $p(x) = x^3 - 3x^2 + 2ax + a$ باشد، به طوری که باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای‌های $p(x)$ و $p'(x)$ بر $p''(x)$ با هم برابر باشد، مقدار a چه عددی است؟

- (۱) -۳ (۲) ۳ (۳) ۱ (۴) -۱

۱۸- نمودار سهمی f به صورت مقابل است. اگر نمودار $f \circ f'$ بر نمودار f' مماس باشد، مقدار $f(5)$ کدام است؟



(۱) -۳

(۲) -۴

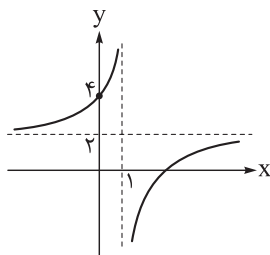
(۳) -۶

(۴) -۷

۱۹- نقطه عطف تابع $f(x) = x^3 - 3ax^2 - 9x + 12a$ بر نیمساز ناحیه اول دستگاه مختصات واقع است. کدام خط زیر در نقطه ماکزیمم نسبی f بر نمودار f مماس است؟

- (۱) $y = 17$ (۲) $y = 12$ (۳) $y = -15$ (۴) $y = -3$

۲۰- نمودار تابع هموگرافیک f به صورت زیر است. اگر تابع $y = (x-2)f(x)$ در بازه (a, b) اکیداً نزولی باشد، حداکثر



مقدار $b - a$ کدام است؟

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

محل انجام محاسبات



۲۱- اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند به طوری که $P(A) = P(B) = P(A \cup B) = \frac{2}{8}$ ، آن گاه مقدار $P((S - A) - B)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{8}$ (۲) $\frac{1}{8}$ (۳) $\frac{3}{8}$ (۴) $\frac{4}{9}$

۲۲- اگر تمام داده‌های بین چارک اول و میانه را در داده‌های زیر سه برابر کنیم، آن گاه میانگین «میانه، مد و میانگین» در داده‌های جدید کدام است؟

۱۰۹, ۱۲۴, ۱۲۵, ۱۲۶, ۱۲۶, ۱۲۷, ۱۳۱, ۱۴۰, ۱۴۷, ۲۵۰

۲۵۷, ۳۶۰, ۳۸۱, ۳۸۱, ۳۹۰, ۴۲۰, ۴۳۱, ۴۴۴, ۴۴۵

- (۱) $\frac{412}{67}$ (۲) $\frac{359}{33}$ (۳) $\frac{288}{67}$ (۴) $\frac{241}{33}$

۲۳- از یک جامعه آماری با واریانس $\frac{9}{4}$ ، نمونه‌ای شامل داده‌های ۹، ۱۳، ۱۶ و ۱۸ انتخاب کرده‌ایم. چند عدد صحیح در بازه اطمینان ۹۵ درصدی برای میانگین جامعه، قرار می‌گیرد؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

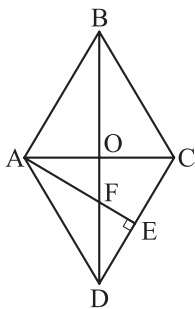
۲۴- یک تاس داریم که در پرتاب آن، احتمال روشن شدن اعداد اول، نصف احتمال روشن شدن اعداد غیر اول است. این تاس را پرتاب می‌کنیم، سپس به تعداد عدد روشده سکه‌ای را می‌اندازیم. اگر سکه دو بار رو آمده باشد، با کدام احتمال سکه دقیقاً دو بار انداخته شده است؟

- (۱) $\frac{8}{99}$ (۲) $\frac{8}{99}$ (۳) $\frac{16}{69}$ (۴) $\frac{16}{99}$

۲۵- قطر یک مستطیل، واسطه هندسی ضلع کوچک و محیط آن است. نسبت مساحت این مستطیل به مساحت چهارضلعی حاصل از برخورد نیمسازهای داخلی آن کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2} + 1$ (۲) ۲ (۳) $2\sqrt{2} - 1$ (۴) $\frac{5}{2}$

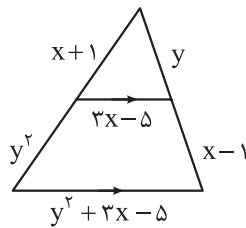
۲۶- مطابق شکل، چهارضلعی $ABCD$ لوزی است. اگر قطر بزرگ این لوزی، ۳ برابر قطر کوچک آن باشد، طول AF چند برابر طول AB است؟



- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{\sqrt{10}}{5}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{\sqrt{5}}{3}$

محل انجام محاسبات

۲۷- در شکل زیر، مساحت دوزنقه چند درصد مساحت بزرگ‌ترین مثلث است؟



۶۵ (۱)

۷۰ (۲)

۷۵ (۳)

۸۰ (۴)

۲۸- در مثلث ABC ، اندازه میانه‌های نظیر اضلاع AB و AC به ترتیب $2\sqrt{3}$ و 4 و اندازه زاویه بین این دو میانه 120° است.

مساحت مثلث ABC کدام است؟

۶ (۴)

۱۲ (۳)

۹ (۲)

۸ (۱)

۲۹- نقطه O درون مثلث ABC از سه ضلع آن به یک فاصله است. اگر $\widehat{BOC} = 112^\circ$ ، آنگاه اندازه کمان BC در دایره محیطی این مثلث چند درجه است؟

۱۱۲ (۴)

۱۰۴ (۳)

۹۶ (۲)

۸۸ (۱)

۳۰- در مثلثی به طول اضلاع ۷، ۸، ۹، شعاع دایره محیطی، چند برابر شعاع دایره محاطی داخلی است؟

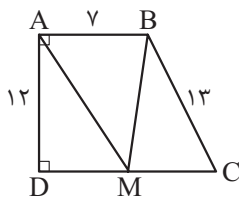
۲/۱ (۲)

۲ (۱)

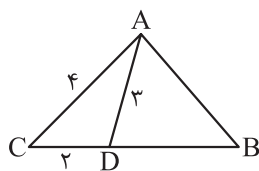
۳/۱ (۴)

۳ (۳)

۳۱- مطابق شکل، نقطه متغیر M روی CD حرکت می‌کند. زمانی که محیط مثلث ABM کم‌ترین مقدار ممکن است،



حاصل $\frac{MD}{MC}$ کدام است؟

 $\frac{7}{17}$ (۲) $\frac{5}{12}$ (۱) $\frac{5}{13}$ (۴) $\frac{1}{2}$ (۳)

۳۲- در شکل مقابل، اگر $\widehat{BAD} = 2\widehat{DAC}$ ، آنگاه محیط مثلث ABC کدام است؟

۱۴ (۱)

۱۳/۵ (۲)

۱۳ (۳)

۱۴/۵ (۴)

محل انجام محاسبات

۳۳- اگر $A = \begin{bmatrix} 3^x & 27^x \\ 3^{-x} & 1 \end{bmatrix}$ و $x = \frac{1}{\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3}} + \frac{1}{\log_{\frac{1}{5}} \frac{1}{3}}$ باشد، آنگاه حاصل $\left| \frac{1}{5} A \right|$ کدام است؟

۲/۷ (۲)

-۴/۸ (۱)

-۳/۶ (۴)

-۱/۸ (۳)

۳۴- از کانون سهمی به معادله $y = x^2 + x + 1$ خطی موازی با خط هادی آن رسم می‌کنیم تا سهمی را در نقاط A و B قطع کند. اگر A و B رأس‌های مستطیلی باشند که دو رأس دیگر آن بر خط هادی سهمی واقع است، مساحت این مستطیل کدام است؟

۰/۵ (۴)

۲ (۳)

۴ (۲)

۰/۲۵ (۱)

۳۵- اگر اندازه بردارهای \vec{a} و \vec{b} به ترتیب ۲ و $3\sqrt{3}$ و زاویه بین آن‌ها 30° باشد، اندازه بردار $(\vec{a} + \vec{b}) \times (\vec{a} \times \vec{b})$ کدام است؟

۱۵ $\sqrt{3}$ (۲)

$\frac{21\sqrt{3}}{2}$ (۱)

۳۰ $\sqrt{3}$ (۴)

۲۱ $\sqrt{3}$ (۳)

۳۶- نقطه‌های M و N به ترتیب روی دو دایره متداخل $x^2 + y^2 + 2x - 4y + a = 0$ و $x^2 + y^2 - 6x + 2y - 54 = 0$ قرار دارند. اگر کم‌ترین فاصله M و N برابر یک باشد، آنگاه شعاع دایره کوچک‌تر کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۳۷- چند عدد بیست و یک رقمی مثل A، با ارقام ۱ و ۲ می‌توان نوشت که مضرب ۱۲ باشد و دو عدد به صورت $\left[\frac{A}{10^n} \right]$ و

$$\left[\frac{10^n A}{10^{20}} \right]$$
 به پیمانه ۱۰ همنهشت شوند؟ ($n = 0, 1, 2, \dots, 9$)

۱۷۵ (۲)

۱۷۰ (۱)

۳۵۰ × ۱۰! (۴)

۳۴۰ × ۸! (۳)

۳۸- در جواب‌های طبیعی معادله $93x - 159y = 645$ ، مجموع ارقام بزرگ‌ترین x سه رقمی کدام است؟

۶ (۴)

۱۰ (۳)

۱۴ (۲)

۱۸ (۱)

محل انجام محاسبات

۳۹- درون یک مستطیل به ابعاد ۹ و ۱۶، حداقل چند نقطه اختیار شود تا مطمئن باشیم فاصله حداقل دو نقطه از این نقاط

انتخابی، بیشتر از $\frac{\sqrt{2}}{3}$ است؟

۱) ۱۴۵ (۲) ۲۸۹ (۳) ۵۷۷ (۴) حداقل وجود ندارد.

۴۰- در مکمل گراف C_6 ، چند دور وجود دارد؟

۱) ۶ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲ (۴) ۱۴

دوستان عزیز خیلی سبز، سلام؛

فایل پاسخنامه این آزمون را که شامل درسنامه، نکات کنکوری، پاسخ تشریحی و ... است، ساعت ۱۴ امروز از

صفحه شخصی خودتان در سایت آزمون خیلی سبز دریافت کنید.

همچنین شما می‌توانید همین امشب کارنامه اولیه آزمونتان را در صفحه شخصی خود مشاهده بفرمایید.

برای دسترسی به صفحه شخصی خود وارد سایت آزمون خیلی سبز به آدرس: azmoon.kheilisabz.com شوید و

کدی را که توسط مدرسه و یا نمایندگی‌های آزمون‌های خیلی سبز به شما داده شده، در محل مشخص شده در سایت

ثبت بفرمایید.

محل انجام محاسبات



ویژه
کنکوری‌های
۱۴۰۳
۱۴۰۳/۰۱/۳۱

آزمون
چهاردهم
حضور
دفترچه شماره ۲

خوبی سبز!
آزمون
تجربہ | راضی | انسانی
سال تحصیلی
۱۴۰۲-۱۴۰۳

مطابق کنکور سراسری

آزمون آزمایشی خیلی سبز

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

• نام و نام خانوادگی: • شماره داوطلبی:

عنوان مواد امتحانی آزمون. تعداد. شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی	ملاحظات
۱	فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه	۶۵ سؤال
۲	شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۵ دقیقه	۸۰ دقیقه

اساتید، مشاوران و دانش‌آموزان گرامی:

نظرات، پیشنهادات، انتقادات و بازخوردهای خود نسبت به سؤالات این آزمون را می‌توانید از طریق آیدی @Kheilisabz_edit در همه پیام‌رسان‌ها با ما به اشتراک بگذارید.

Azmoon.kheilisabz.com

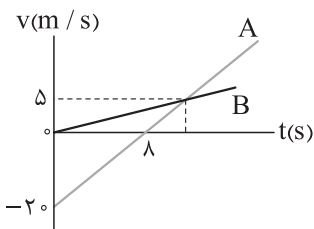
۴۱- در یک مسیر مستقیم، خودروی A، ساکن و خودروی B با سرعت ثابت 90 km/h در حال دور شدن از خودروی A است. در لحظه‌ای که فاصله دو خودرو 125 m است، خودروی A با شتاب ثابت $2/4 \text{ m/s}^2$ در جهت حرکت خودروی B شروع به حرکت می‌کند. تا لحظه‌ای که دو خودرو به هم می‌رسند، مسافت طی شده توسط خودروی A برابر با چند متر است؟

۸۷۵ (۴)

۷۵۰ (۳)

۶۲۵ (۲)

۱۸۷/۵ (۱)



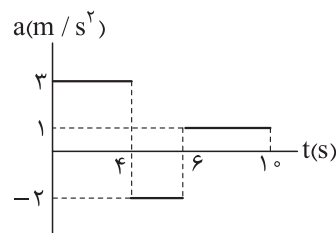
۴۲- نمودار سرعت - زمان دو متحرک A و B که در راستای محور x حرکت می‌کنند، به شکل مقابل است. دو متحرک در مبدأ زمان، در مبدأ مکان قرار دارند. در بازه زمانی‌ای که بردار مکان دو متحرک در خلاف جهت یکدیگر است، تندی متوسط متحرک A، چند برابر تندی متوسط متحرک B است؟

۲/۵ (۲)

۱/۵ (۱)

۵ (۴)

۳ (۳)



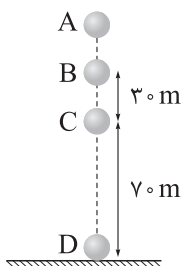
۴۳- نمودار شتاب - زمان متحرکی به جرم 5 kg که در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل مقابل است. اگر جابه‌جایی متحرک در بازه زمانی $t_1 = 0 \text{ s}$ تا $t_2 = 10 \text{ s}$ برابر $\vec{i}(44 \text{ m})$ باشد، کار کل انجام شده روی آن در این بازه زمانی چند ژول است؟

۲۶۴ (۲)

۳۶۰ (۱)

۱۲۰ (۴)

۱۶۰ (۳)



۴۴- در شکل مقابل، در شرایط خلأ، گلوله‌ای از نقطه A رها شده و در نقطه D به سطح زمین برخورد می‌کند. اگر گلوله، فاصله نقطه C تا نقطه D را در مدت 2 s طی کرده باشد، فاصله نقطه B تا نقطه C را در چند ثانیه طی کرده است؟ ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

۱/۵ (۲)

۱ (۱)

۲/۵ (۴)

۲ (۳)

۴۵- شخصی به جرم 60 kg در یک آسانسور، روی یک ترازو ایستاده است. اگر مقداری که ترازو نشان می‌دهد 480 N باشد، کدام یک از موارد زیر الزاماً درست است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)

(ب) جهت شتاب آسانسور به سمت پایین است.

(الف) جهت حرکت آسانسور به سمت پایین است.

(ت) اندازه شتاب آسانسور 2 m/s^2 است.

(پ) حرکت آسانسور به صورت کندشونده است.

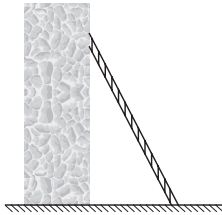
(۴) پ و ت

(۳) ب و ت

(۲) الف و ت

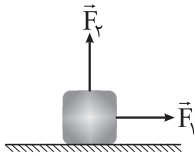
(۱) الف و پ

محل انجام محاسبات



۴۶- در شکل مقابل، نردبانی به دیوار قائم بدون اصطکاک تکیه داده شده است. اگر ضریب اصطکاک ایستایی بین سطح افقی و پای نردبان 0.75 باشد، در آستانه سرخوردن نردبان، اندازه نیرویی که دیوار به آن وارد می‌کند، چند برابر اندازه نیرویی است که سطح افقی به نردبان وارد می‌کند؟

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{3}{5}$ (۳) $\frac{4}{5}$ (۴) $\frac{4}{3}$



۴۷- در شکل زیر، به جسمی به جرم 10 kg که روی سطحی افقی با ضریب اصطکاک جنبشی 0.5 ساکن است، نیروی افقی $F_1 = 100 \text{ N}$ و نیروی قائم \vec{F}_2 وارد می‌شود. اگر بزرگی تکانه جسم 48 پس از شروع حرکت آن به $240 \frac{\text{kg}\cdot\text{m}}{\text{s}}$ برسد، اندازه نیروی \vec{F}_2 چند نیوتون است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)

- (۱) ۲۰ (۲) ۴۰ (۳) ۶۰ (۴) ۸۰

۴۸- دو ماهواره A و B در مدارهای معینی به دور زمین در حال گردش هستند. اگر فاصله دو ماهواره تا سطح زمین به ترتیب برابر R_e و $4R_e$ باشد، تندی ماهواره A چند برابر تندی ماهواره B است؟ (R_e شعاع کره زمین است.)

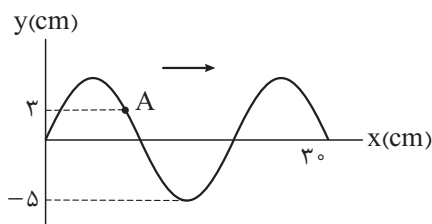
- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۲ (۳) $\frac{\sqrt{10}}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{10}}{5}$

۴۹- فتری به جرم ناچیز و طول 20 cm را از یک انتها، از نقطه ثابتی آویزان کرده و به انتهای دیگر آن، وزنه‌ای می‌بندیم. وزنه را در شرایطی که فنر طول عادی خود را دارد، از حال سکون رها می‌کنیم. اگر بیشترین طول فنر به 28 cm برسد، بسامد نوسان‌های وزنه چند هرتز است؟ ($g = \pi^2 \text{ m/s}^2$ و مقاومت هوا ناچیز است.)

- (۱) $\frac{5}{2}$ (۲) $\frac{5\pi}{2}$ (۳) ۵ (۴) 5π

۵۰- معادله مکان - زمان نوسانگر هماهنگ ساده‌ای که در راستای محور x نوسان می‌کند، در SI به صورت $x = 2 \cos 5\pi t$ است. در لحظه‌ای که انرژی پتانسیل نوسانگر 50% درصد بیشتر از انرژی جنبشی آن است، تندی نوسانگر چند متر بر ثانیه است؟ ($\pi^2 = 10$)

- (۱) ۲ (۲) $\sqrt{6}$ (۳) 2π (۴) $\sqrt{6}\pi$



۵۱- تصویر موج منتشرشده در طنابی به جرم واحد طول 20 g/m و نیروی کشش 50 N ، در لحظه $t_1 = 0$ به شکل مقابل است. سرعت متوسط ذره A از طناب، در بازه زمانی $t_1 = 0 \text{ s}$ تا $t_2 = \frac{1}{100} \text{ s}$ چند متر بر ثانیه است؟

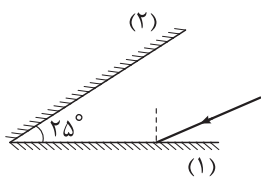
- (۱) $6\vec{j}$ (۲) $-6\vec{j}$ (۳) $3\vec{j}$ (۴) $-3\vec{j}$

محل انجام محاسبات



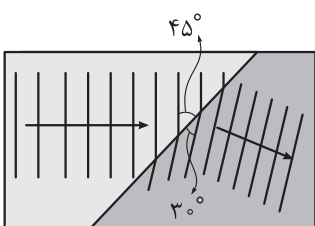
۵۲- اگر از یک منبع صوت ۴۹ m دور شویم، تراز شدت صوت ۳۴dB تغییر می‌کند. فاصله تا منبع صوت در حالت اول، چند متر است؟ ($\log 2 = 0.3$ و اتلاف انرژی ناچیز است).

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۵۰ (۳) ۱۰۰ (۴)



۵۳- در شکل مقابل، پرتو نوری با زاویه تابش 5° به آینه (۱) می‌تابد. در آخرین بازتاب ممکن پرتو از آینه (۲)، زاویه بازتاب چند درجه است؟

- ۱۵ (۱) ۴۰ (۲) ۷۵ (۴) ۵۰ (۳)



۵۴- جبهه‌های موج تشکیل شده در سطح آب یک تشت موج، در مرز بین ناحیه کم عمق و ناحیه عمیق آن، به شکل مقابل است. تندی انتشار موج در ناحیه کم عمق، چند برابر تندی انتشار موج در ناحیه عمیق است؟

- ۱ (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ (۴) $\frac{\sqrt{6}}{2}$

۵۵- در یک تار مرتعش با دو انتهای بسته، اختلاف بسامد هماهنگ‌های چهارم و هفتم برابر 360 Hz است. اگر تندی انتشار موج عرضی در این تار 288 m/s باشد، هنگام تشکیل مد پنجم در تار، بیشترین فاصله دو شکم از یکدیگر چند سانتی‌متر است؟

- ۱۲۰ (۱) ۹۶ (۲) ۴۸ (۳) ۲۴ (۴)

۵۶- در مدل اتمی هیدروژن، اگر کوتاه‌ترین طول موجی که الکترون تابش می‌کند تا به مدار n برسد، برابر $\frac{1}{5} \mu\text{m}$ باشد، بلندترین طول موجی که الکترون تابش می‌کند تا به مدار $n-2$ برسد، چند میکرومتر است؟ ($R = \frac{1}{100} (\text{nm})^{-1}$)

- ۱ (۱) $\frac{2}{15}$ (۲) $\frac{2}{5}$ (۳) $\frac{18}{25}$ (۴) $\frac{9}{10}$

۵۷- تعداد هسته‌های واپاشی شده از یک نمونه پرتوزا در یک ساعت اول، برابر با N_1 و تعداد هسته‌های باقی مانده از همان نمونه پس از دو ساعت، برابر با N_2 است. اگر $\frac{N_1}{N_2} = 12$ باشد، نیمه عمر این نمونه چند دقیقه است؟

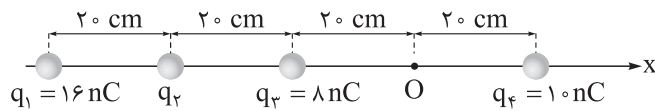
- ۷/۵ (۱) ۱۵ (۲) ۲۲/۵ (۳) ۳۰ (۴)

محل انجام محاسبات

۵۸- واپاشی هسته ${}^{237}_{93}\text{Np}$ از طریق گسیل ذرات α ، β^- ، α و α صورت می‌گیرد. پس از وقوع تمام این واپاشی‌ها، اختلاف تعداد نوترون‌ها و تعداد پروتون‌های هسته نهایی کدام است؟

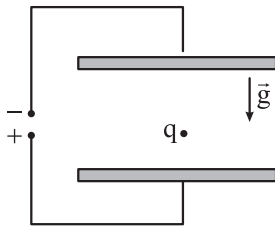
- ۱۳۷ (۱) ۱۳۹ (۲) ۴۹ (۳) ۵۱ (۴)

۵۹- در شکل زیر، چهار بار الکتریکی نقطه‌ای روی محور x قرار دارند. اگر میدان الکتریکی در نقطه O برابر $\vec{E} = (-275 \text{ N/C})\vec{i}$ باشد، بار q_2 چند نانوکولن است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2})$



- ۲ (۱) -۲ (۲) ۴ (۳) -۴ (۴)

۶۰- در شکل زیر، فاصله دو صفحه فلزی موازی افقی که به اختلاف پتانسیل الکتریکی 200 V متصل هستند، برابر با 40 cm است. ذره‌ای به جرم 1 g و بار الکتریکی $3 \mu\text{C}$ در وسط فاصله بین این دو صفحه رها می‌شود. در $2/0$ ثانیه اول حرکت ذره، انرژی پتانسیل الکتریکی آن چند میکروژول و چگونه تغییر می‌کند؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$ و مقاومت هوا ناچیز است).

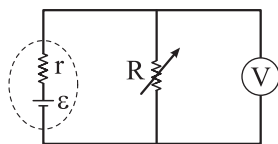


- ۱) 50 ، کاهش می‌یابد.
۲) 50 ، افزایش می‌یابد.
۳) 150 ، کاهش می‌یابد.
۴) 150 ، افزایش می‌یابد.

۶۱- ظرفیت خازن تختی که بین صفحه‌های آن هواست، 20 nF و بار الکتریکی ذخیره‌شده در آن 180 nC است. اگر خازن را از باتری جدا کرده و فاصله بین صفحه‌های آن را سه برابر کنیم، انرژی ذخیره‌شده در خازن چند میکروژول و چگونه تغییر می‌کند؟

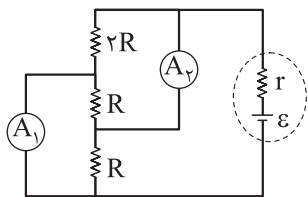
- ۱) $54/0$ ، افزایش می‌یابد. ۲) $54/0$ ، کاهش می‌یابد. ۳) $62/1$ ، افزایش می‌یابد. ۴) $62/1$ ، کاهش می‌یابد.

۶۲- در مدار شکل زیر، اگر مقاومت رئوستا از 12Ω به 16Ω برسد، مقداری که ولت‌سنج آرمانی نشان می‌دهد، از 6 V به $6/4 \text{ V}$ می‌رسد. بیشینه توان خروجی باتری این مدار چند وات است؟



- ۴ (۱) ۸ (۲) ۱۶ (۳) ۳۲ (۴)

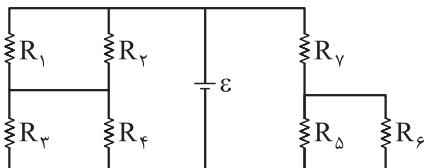
محل انجام محاسبات



۶۳- در مدار شکل مقابل، اگر اختلاف مقدارهایی که دو آمپرسنج آرمانی نشان می‌دهند، برابر با $2A$ باشد، جریان الکتریکی عبوری از منبع نیروی محرکه چند آمپر است؟

- (۱) ۶
(۲) ۸
(۳) ۱۰
(۴) ۱۲

۶۴- در مدار شکل زیر، تمام مقاومت‌ها، یکسان هستند. توان مصرفی مقاومت R_3 چند برابر توان مصرفی مقاومت R_6 است؟



- (۱) $\frac{16}{9}$
(۲) $\frac{9}{16}$
(۳) $\frac{9}{4}$
(۴) $\frac{4}{9}$

۶۵- ذره‌ای با بار الکتریکی $-5 \mu C$ و جرم 4 mg در میدان مغناطیسی یکنواخت \vec{B} ، با سرعت 10^5 m/s در راستای افقی و به سمت شمال شرقی پرتاب می‌شود و بدون انحراف به حرکت خود ادامه می‌دهد. \vec{B} چند گاوس و در چه جهتی است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$ و بردار \vec{B} بر بردار سرعت عمود است).

- (۱) $8/0$ ، جنوب شرقی
(۲) $8/0$ ، شمال غربی
(۳) $8/0$ ، جنوب شرقی
(۴) $8/0$ ، شمال غربی

۶۶- سطح پیچ‌های که شامل 500 حلقه است، عمود بر خطوط میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی 200 G قرار دارد. در مدت 0.1 s پیچه چرخیده و سطح آن، موازی خطوط میدان می‌شود. اگر اندازه نیروی محرکه القایی متوسط در پیچه در این بازه زمانی برابر 20 V باشد، مساحت حلقه‌ها چند سانتی‌متر مربع است؟

- (۱) ۱۰
(۲) ۲۰
(۳) ۱۰۰
(۴) ۲۰۰

۶۷- طول یک سیم‌لوله آرمانی 40 cm و جریان الکتریکی عبوری از آن $1/2 \text{ A}$ است. اگر اندازه میدان مغناطیسی درون آن و دور از لبه‌ها 75 G باشد، تعداد دورهای سیم‌لوله کدام است؟ ($\mu_0 = 12/5 \times 10^{-7} \frac{\text{T.m}}{\text{A}}$)

- (۱) ۵۰
(۲) ۲۰۰
(۳) ۵۰۰
(۴) ۲۰۰۰

محل انجام محاسبات



۶۸- یک ظرف استوانه‌ای که روی سطح افقی قرار دارد، با جرم یکسانی از آب و روغن پر شده است. اگر این ظرف را با حجم یکسانی از آب و روغن پر کنیم، فشار ناشی از مایع‌ها در کف ظرف چند درصد و چگونه تغییر می‌کند؟ (آب $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$)

(۱) افزایش می‌یابد. $2/5$
 (۲) کاهش می‌یابد. $2/5$
 (۳) افزایش می‌یابد. $1/25$
 (۴) کاهش می‌یابد. $1/25$

۶۹- در لوله U شکل زیر که سطح مقطع هر یک از شاخه‌های آن 5 cm^2 است، مقداری جیوه به ارتفاع 40 cm ریخته شده است. چند سانتی‌متر مکعب آب روی جیوه شاخه سمت راست بریزیم تا فشار در نقطه M، 5 cmHg افزایش یابد؟
 ($\rho_{\text{آب}} = 1000 \text{ kg/m}^3 = 1 \text{ g/cm}^3$)



- (۱) ۶۸
 (۲) ۱۳۶
 (۳) ۳۴۰
 (۴) ۶۸۰

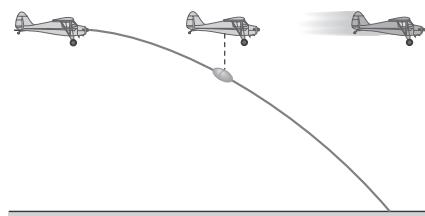
۷۰- در یک آزمایش یک استوانه توپر فلزی با چگالی اولیه 8 g/cm^3 ، گرمای ویژه 4 J/g.K و ضریب انبساط طولی 10^{-5} 1/K ، 8 kJ گرما دریافت می‌کند. اگر در این آزمایش دمای استوانه 18° F افزایش یابد، حجم آن چند میلی‌متر مکعب افزایش می‌یابد؟

- (۱) ۱۵
 (۲) ۲۷
 (۳) ۱/۵
 (۴) ۲/۷

۷۱- قطعه یخی به جرم 100 g و دمای صفر درجه سلسیوس را درون 2 kg آب با دمای θ می‌اندازیم. اگر نیمی از یخ به صورت ذوب‌نشده باقی‌ماند، θ چند درجه سلسیوس است؟ (گرمای ویژه آب $4/2 \text{ J/g.K}$ و گرمای نهان ذوب آن 336 J/g است.)

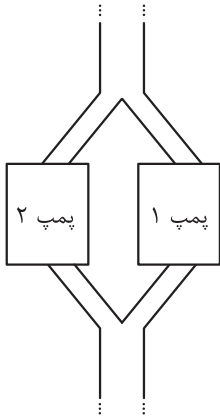
- (۱) ۲
 (۲) ۴
 (۳) ۲۰
 (۴) ۴۰

۷۲- در شکل زیر، هواپیمایی که در ارتفاع 320 m از سطح زمین و با تندی 60 m/s در حال حرکت است، بسته‌ای را رها می‌کند. اگر مقاومت هوا ناچیز باشد، بسته با تندی چند متر بر ثانیه به سطح زمین می‌رسد؟ ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



- (۱) ۸۰
 (۲) ۱۰۰
 (۳) $80\sqrt{2}$
 (۴) $100\sqrt{2}$

محل انجام محاسبات



۷۳- مطابق شکل در قسمتی از یک خط انتقال نفت، در هر دقیقه ۱۲۰ m^3 نفت از طریق لوله‌ای توسط دو پمپ مشابه از ارتفاع ۲۰۰۰ متری تا ارتفاع ۲۶۰۰ متری سطح زمین منتقل می‌شود. اگر بازده هر یک از این پمپ‌ها ۳۰ درصد باشد، توان ورودی هر یک از پمپ‌ها چند مگاوات است؟ ($g = ۱۰ \text{ N/kg}$ و چگالی نفت ۰.۹ g/cm^3 است.)

(۱) ۴۰

(۲) ۳۶

(۳) ۲۰

(۴) ۱۸

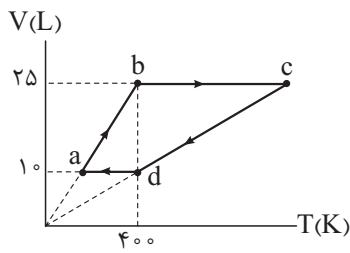
۷۴- درون یک مخزن به حجم ۲۰ L ، مقداری گاز اکسیژن با دمای ۲۷°C و فشار $۴/۵ \text{ atm}$ وجود دارد. شیر مخزن را باز می‌کنیم تا بخشی از گاز درون مخزن خارج شود. اگر در این حالت فشار و دمای گاز به ترتیب $۱/۴ \text{ atm}$ و ۷°C شده باشد، جرم گاز خارج شده چند گرم است؟ (جرم مولی گاز اکسیژن ۳۲ g/mol و $R = ۸ \text{ J/mol.K}$ است.)

(۴) ۱/۲۵

(۳) ۲/۵

(۲) ۴۰

(۱) ۸۰



۷۵- نمودار حجم - دما برای ۰.۵ mol گاز کامل در طی یک چرخه، به شکل مقابل است. در این چرخه، کار انجام شده روی گاز چند ژول است؟ ($R = ۸ \frac{\text{J}}{\text{mol.K}}$)

(۲) -۱۴۴۰

(۱) ۱۴۴۰

(۴) -۷۵۰

(۳) ۷۵۰

محل انجام محاسبات



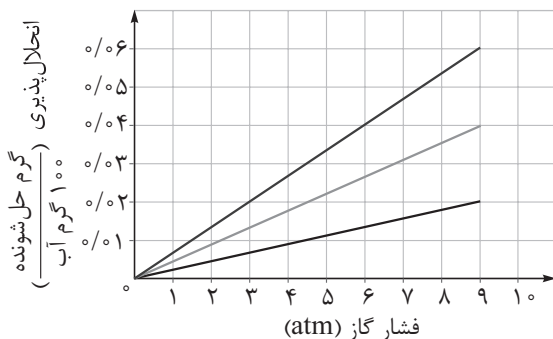
۷۶- کدام مورد، نادرست است؟

- (۱) در ساختار لوویس یون سیلیکات، نسبت شمار الکترون‌های ناپیوندی به پیوندی برابر ۳ است.
- (۲) نفتالن و پارازایلن ایزومر یکدیگر به شمار می‌آیند.
- (۳) بار یون‌های سولفات و سولفید برخلاف بار یون‌های نیترات و نیتريد، با هم یکسان است.
- (۴) شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی در مولکول اتیلن با شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی در اوزون برابر است.
- ۷۷- با توجه به جدول زیر، محلول ۵۶ درصد جرمی سدیم نیترات در دمای 5°C / ۹۷ چه نوع محلولی است و اگر 300 گرم از این محلول را تا دمای 10°C سرد کنیم، چند گرم سدیم نیترات رسوب می‌کند؟

$\theta(^{\circ}\text{C})$	۱۰	۲۰	۳۰
$S\left(\frac{\text{g NaNO}_3}{100\text{g H}_2\text{O}}\right)$	۸۰	۸۸	۹۶

- (۱) سیرنشده - ۸۴
- (۲) سیرنشده - ۶۲ / ۴
- (۳) فراسیرشده - ۸۴
- (۴) فراسیرشده - ۶۲ / ۴

- ۷۸- شکل زیر، تغییر انحلال‌پذیری سه گاز NO ، N_2 و O_2 را با تغییر فشار گاز، در دمای ثابت، نشان می‌دهد. اگر فشار گازی که شیب نمودار آن حدود $6/66 \times 10^{-3} \text{ g/atm}$ است، بر روی یک مخزن آب 3000 لیتری برابر $0/6 \text{ atm}$ باشد، حداکثر شمار مولکول‌های این گاز که می‌توان در مخزن حل کرد، کدام است؟ ($\text{N} = 14, \text{O} = 16: \text{g.mol}^{-1}$)



- (۱) $2/408 \times 10^{25}$
- (۲) $1/204 \times 10^{25}$
- (۳) $2/408 \times 10^{24}$
- (۴) $1/204 \times 10^{24}$

۷۹- کدام مورد درست است؟

- (۱) حرکت مولکول‌های آب از یک غشای تراوا از محیط رقیق به غلیظ را گذرندگی می‌گویند.
- (۲) در فرایند اسمز معکوس، غلظت محلول رقیق اولیه با گذشت زمان کاهش می‌یابد.
- (۳) اگر گلبول‌های قرمز خون انسان در آب مقطر قرار بگیرند، احتمال چروکیدگی آن‌ها وجود دارد.
- (۴) آب تصفیه‌شده به روش تقطیر برخلاف آب به‌دست‌آمده از روش صافی کربن، نیازی به کلرزنی ندارد.

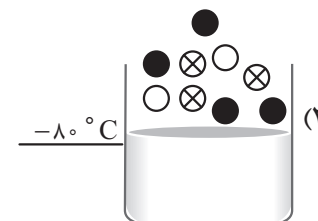
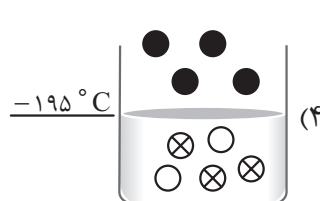
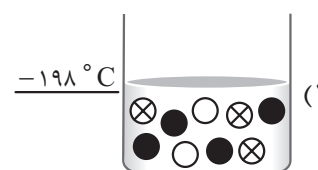
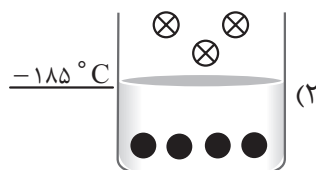
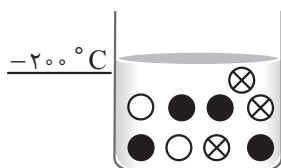
محل انجام محاسبات

۸۰- با توجه به شکل که اجزای ظرف حاوی هوای مایع در دمای 200°C - را نشان می‌دهد و توضیحات زیر در مورد مواد موجود در ظرف، کدام شکل نمایش درستی از وضعیت اجزای هوای مایع در دمای مشخص شده را نشان نمی‌دهد؟ (نسبت اجزای سازنده هوا در شکل رعایت نشده است).

● اختلاف نقطه جوش آن با گازی که برای خنک کردن قطعات الکترونیکی مانند MRI استفاده می‌شود، برابر 73 K است.

○ مجموع عددهای کوانتومی فرعی الکترون‌های ظرفیت آن برابر ۶ است.

⊗ فشار این گاز در سطح زمین به تقریب برابر 2 atm است.



۸۱- اگر در واکنش زیر به ازای 39 g پلاتین ناخالص، $29/44\text{ g}$ گاز تولید شده باشد، درصد خلوص پلاتین کدام است و طی این فرایند چند لیتر محلول $2/0$ مولار هیدروکلریک اسید مصرف شده است؟ ($\text{Pt} = 195, \text{O} = 16, \text{N} = 14 : \text{g.mol}^{-1}$)
(معادله واکنش موازنه شود.) $\text{Pt(s)} + \text{HNO}_3(\text{aq}) + \text{HCl}(\text{aq}) \rightarrow \text{H}_2\text{PtCl}_6(\text{aq}) + \text{NO}_2(\text{g}) + \text{H}_2\text{O}(\text{l})$

$$4/8 - 75 (2)$$

$$1/6 - 80 (1)$$

$$4/8 - 80 (4)$$

$$1/6 - 75 (3)$$

۸۲- چند مورد از مطالب زیر، به یقین درست است؟

- روند تغییرات واکنش پذیری عنصرها و شعاع اتمی آن‌ها در گروه‌های جدول تناوبی، همسو است.
- در همه عنصرهای یک دوره جدول تناوبی، شمار لایه‌های الکترونی اشغال شده عنصرها برابر است.
- در جدول تناوبی، مقدار کم‌ترین و بیشترین عدد اکسایش عنصرهای هم‌گروه مشابه است.
- شمار الکترون‌های ظرفیت دو عنصر غیرهم‌گروه، نمی‌تواند یکسان باشد.

$$2 (2)$$

$$1 (1)$$

$$4 (4)$$

$$3 (3)$$

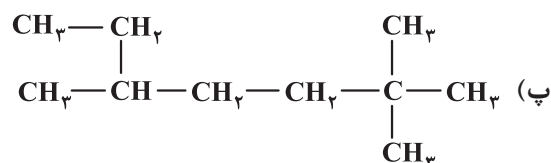
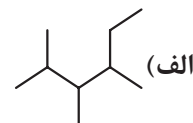
محل انجام محاسبات



۸۳- در ۸۰۰ گرم محلول نمک کلرید فلز M ، 40% گرم MCl_4 وجود دارد. اگر چگالی محلول $1/11 \text{ g.mL}^{-1}$ و مجموع غلظت یون‌ها در محلول برابر $1/5 \text{ mol.L}^{-1}$ باشد، فلز M کدام است؟ ($Cl = 35/5 \text{ g.mol}^{-1}$)



۸۴- براساس ترکیب‌های داده‌شده، کدام مورد درست است؟



(۱) هر سه ترکیب با یکدیگر همپار هستند.

(۲) نام ترکیب «الف»، ۳، ۴، ۵ - تری‌متیل هگزان است.

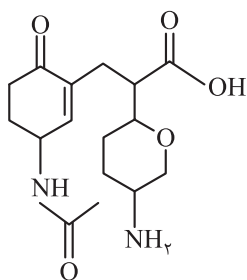
(۳) ترکیب «ب» دارای یک کربن با عدد اکسایش صفر و دو کربن با عدد اکسایش (-۲) است.

(۴) آلکان راست‌زنجیری که همپار ترکیب «پ» است، نسبت به هگزان فزایت بیشتری دارد.

۸۵- درصد جرمی زیرکونیم (IV) هیدروکسید در ۱۲۰ میلی‌لیتر از محلول آن برابر با ۲ درصد است. اگر در اثر واکنش کامل با ۳۰ میلی‌لیتر محلول سولفوریک اسید، درصد جرمی زیرکونیم (IV) سولفات در محلول نهایی برابر با ۲/۸۴ درصد شود، جرم مولی فلز زیرکونیم چند گرم بر مول است؟ (از حجم آب تولیدشده در واکنش صرف نظر کنید و چگالی محلول‌ها را برابر یک گرم بر میلی‌لیتر در نظر بگیرید و $H = 1, O = 16, S = 32 : \text{g.mol}^{-1}$)



۸۶- کدام موارد از مطالب زیر درباره ترکیب داده‌شده، درست است؟



(الف) در ساختار آن یک گروه کربوکسیل، یک گروه اتری، دو گروه کتون و دو گروه آمینی وجود دارد.

(ب) بیش از ۵۰ درصد شمار کل اتم‌های سازنده آن را اتم هیدروژن تشکیل داده است.

(پ) در شرایط مناسب می‌تواند در واکنش‌های تهیه آمید و پلی‌آمید شرکت کند.

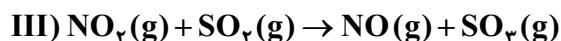
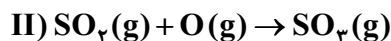
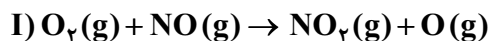
(ت) در ساختار آن، ۱۲ جفت‌الکترون ناپیوندی وجود دارد.

(ث) در ساختار آن، ۳ اتم کربن وجود دارند که به اتم هیدروژن متصل نیستند.



محل انجام محاسبات

۸۷- اگر سه واکنش داده شده، مراحل انجام یک واکنش کلی باشند، ΔH واکنش کلی (بدون تغییر در ضرایب استوکیومتری معادله واکنش‌ها) برابر چند کیلوژول است و اگر ۲ مول فراورده نهایی را در آب کافی حل کنیم و سپس حجم محلول را به ۵ L برسانیم، محلول حاصل با چند گرم سدیم هیدروکسید ۸۰٪ خالص، خنثی خواهد شد؟ (آنتالپی پیوند $O=O$ برابر ۴۹۵ و میانگین آنتالپی پیوند $S-O$ برابر ۳۶۵ کیلوژول بر مول است.) ($H=1, O=16, Na=23: g.mol^{-1}$)



(۱) $200, -335$ (۲) $200, -235$ (۳) $160, -335$ (۴) $160, -235$

۸۸- با توجه به معادله موازنه نشده: $X(aq) + Y(aq) \rightarrow A(s) + E(aq)$ ، کدام مطلب درست است؟

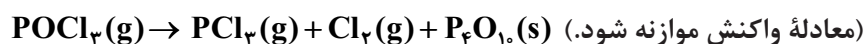
(۱) اگر X و Y، کلسیم کلرید و سدیم فسفات باشند، A سدیم کلرید است و مجموع ضرایب مواد شرکت کننده در واکنش برابر ۱۲ است.

(۲) اگر A باریم سولفات باشد، X و Y می‌توانند باریم نیترات و سدیم سولفات باشند و مجموع ضرایب مواد شرکت کننده در این واکنش برابر ۴ است.

(۳) اگر X و Y، سدیم کلرید و نقره نیترات باشند، با مخلوط شدن آن‌ها و انجام واکنش، نسبت غلظت آنیون چنداتی به آنیون تک‌اتی در محلول، افزایش می‌یابد.

(۴) اگر X و Y، سدیم هیدروکسید و آهن (III) کلرید باشند، A آهن (III) هیدروکسید است و با انجام واکنش، pH محلول افزایش می‌یابد.

۸۹- ۳۰/۷ گرم از $POCl_3$ را در ظرفی وارد کرده تا مطابق واکنش زیر تجزیه شود. اگر سرعت متوسط تولید گاز کلر ۰/۱ مول بر دقیقه باشد، پس از ۴۵ ثانیه، چند درصد حجمی گازهای درون ظرف واکنش را فسفر تری کلرید تشکیل می‌دهد؟ ($Cl=35/5, P=31, O=16: g.mol^{-1}$)



(۱) ۲۵ (۲) ۳۳/۳۳ (۳) ۵۰ (۴) ۶۶/۶۷

۹۰- کدام مورد درست است؟ ($Al=27 g.mol^{-1}$)

(۱) ظرفیت گرمایی ۵ لیتر گاز اکسیژن ($c=0/9 J.g^{-1}.^{\circ}C^{-1}$) با چگالی $1/5 g.L^{-1}$ برابر با $7/65 J.^{\circ}C^{-1}$ است.

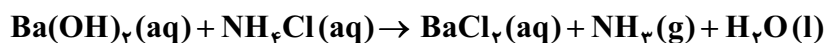
(۲) علامت ΔH واکنش تبدیل گرافیت به الماس، مانند علامت ΔH فرایند انحلال کلسیم کلرید در آب است.

(۳) در دمای ثابت، انرژی پتانسیل واکنش دهنده‌ها و فراورده‌های یک واکنش، تفاوت چندانی با یکدیگر ندارد.

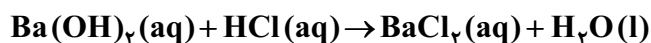
(۴) اگر ΔH واکنش موازنه شده ترمیت، -810 کیلوژول باشد، از مصرف هر گرم آلومینیم در این واکنش، ۱۵ کیلوژول گرما آزاد می‌شود.

محل انجام محاسبات

۹۱- ۳۰۰ میلی لیتر باریم هیدروکسید با مخلوطی از آمونیوم کلرید و هیدروکلریک اسید مطابق معادله‌های زیر واکنش می‌دهد. اگر طی این فرایند، ۶/۸ میلی گرم آمونیاک و ۲۴۹/۶ میلی گرم باریم کلرید تولید شود، pH محلول باریم هیدروکسید اولیه کدام است؟ ($Ba = 137, Cl = 35/5, N = 14, H = 1: g.mol^{-1}$)



(معادله واکنش‌ها موازنه شوند.)



۱۲/۷ (۴)

۱۲/۳ (۳)

۱۲ (۲)

۱۱/۹ (۱)

۹۲- با توجه به ساختار چهار ترکیب داده شده، کدام موارد زیر درست است؟ ($H = 1, C = 12, N = 14, O = 16: g.mol^{-1}$)

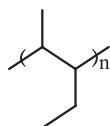
(الف) تفاوت جرم مولی الکل حاصل از آبکافت ترکیب (۴) و اوره، با جرم مولی پروپین برابر است.

(ب) نام مونومر سازنده ترکیب (۱)، ۱-پنتن است.

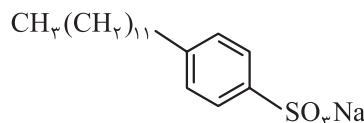
(پ) فرمول مولکولی مونومرهای سازنده ترکیب (۳)، $C_4H_{13}N_2$ و $C_4H_6O_4$ است.

(ت) شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی ترکیب (۲)، با شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی گوگرد تری اکسید برابر است.

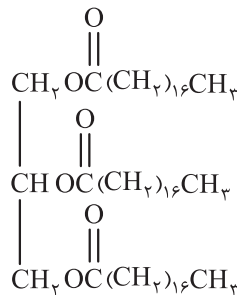
(ث) تفاوت شمار اتم‌های هیدروژن در فرمول شیمیایی ترکیب (۲) و اسید چرب سازنده ترکیب (۴) برابر ۷ است.



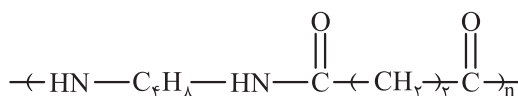
ترکیب (۱)



ترکیب (۲)



ترکیب (۴)



ترکیب (۳)

ت - ب - ت (۴)

پ - پ - ت (۳)

الف - ب - ب (۲)

پ - ت - ت (۱)

۹۳- حساسیت یک pH سنج دیجیتالی ۰/۱ واحد pH است. اگر ۵۰۰ میلی لیتر محلول هیدروسیانیک اسید با $pH = 4/7$ در اختیار داشته باشیم، در دمای ثابت، حداقل چند لیتر گاز هیدروژن سیانید (در شرایط STP) در آن حل کنیم تا تغییر pH توسط این pH سنج مشاهده شود؟ (از تغییر حجم محلول بر اثر اضافه کردن هیدروژن سیانید صرف نظر شود، ثابت یونش هیدروسیانیک اسید برابر 5×10^{-10} مول بر لیتر است و $\log 2 = 0/3$)

۱۲/۳۲ (۴)

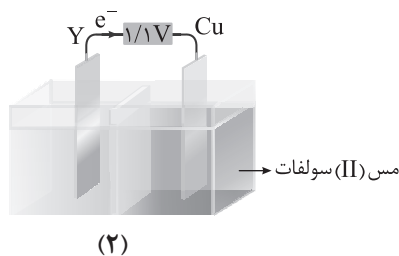
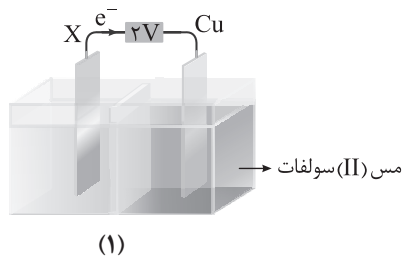
۱۰/۰۸ (۳)

۶/۱۶ (۲)

۵/۰۴ (۱)

محل انجام محاسبات

۹۴- با توجه به سلول‌ها و پتانسیل‌های کاهش داده شده، چند مورد از مطالب زیر، درست است؟



$$E^\circ (\text{Zn}^{2+} / \text{Zn}) = -0.76\text{V}$$

$$E^\circ (\text{Cu}^{2+} / \text{Cu}) = 0.34\text{V}$$

$$E^\circ (\text{Sn}^{2+} / \text{Sn}) = -0.14\text{V}$$

$$E^\circ (\text{Fe}^{2+} / \text{Fe}) = -0.44\text{V}$$

$$E^\circ (\text{Al}^{3+} / \text{Al}) = -1.66\text{V}$$

- قدرت کاهندگی فلز Y کم‌تر از X بوده و برخلاف فلز X، جزء فلزهای واسطه است.
 - به ازای شمار الکترون‌های مبادله شده یکسان، تغییر جرم تیغه آندی در سلول (۲) بیشتر است.
 - ولتاژ سلول گالوانی استاندارد حاصل از الکترودهای X و Y برابر ۰/۹ ولت است.
 - مجموع ضرایب مواد در معادله واکنش کلی انجام شده در سلول (۱) بیشتر از سلول (۲) است.
- ۴ (۴)
۳ (۳)
۲ (۲)
۱ (۱)

۹۵- کدام مورد درباره دو ترکیب گوگرد تری اکسید (X) و آمونیاک (Y) درست است؟

(۱) بار جزئی اتم مرکزی در هر دو، + δ است.

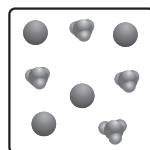
(۲) مولکول X قطبی و مولکول Y، ناقطبی است.

(۳) هر دو مولکول، چهارتایی و شکل هندسی آن‌ها یکسان است.

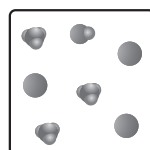
(۴) کاغذ pH در محلول آبی X، به رنگ سرخ درمی‌آید.

۹۶- محلول‌های زیر از انحلال مول‌های مساوی از اسیدهای HA، HB و HX در مقادیر یکسان آب 25°C به دست آمده‌اند.

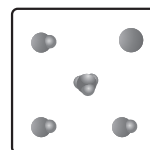
کدام موارد زیر درست است؟ (حجم همه محلول‌ها ۲۰۰ میلی لیتر است.)



HA(aq)



HB(aq)



HX(aq)

الف) pH محلول HA، بیشتر از pH محلول HX است.

ب) اگر مقدار ثابت یونش HX، برابر ۰/۱ باشد، هر ذره نشان داده شده در محلول آن، هم‌ارز ۰/۰۶ مول است.

پ) درجه یونش اسید HB، سه برابر درجه یونش اسید HX است.

ت) با افزودن مقدار یکسانی آب به محلول‌های HA، HX و pH آن‌ها به یک میزان تغییر می‌کند.

(۴) ب - ت

(۳) الف - پ

(۲) ب - پ

(۱) الف - ت

محل انجام محاسبات



ویژه
کنکوری های
۱۴۰۳
۱۴۰۳/۰۱/۳۱

دفترچه
پاسخ
آزمون چهاردهم
حضور
علوم ریاضی و فنی

خدیجه سبز
آزمون
تجربہ | ریاضی | انسانی
سال تحصیلی
۱۴۰۲ - ۱۴۰۳

آزمون آزمایشی خیلی سبز

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا
حسابان	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان
ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	علیرضا شریف خطیبی - عطا صادقی - حمید گلزاری - سروش موئینی
هندسه	امیرحسین ابومحبوب - محمدطاهر شعاعی - کیوان صارمی - حمید گلزاری
فیزیک	یاشار انگوتی - محمد باغبان - علیرضا جباری - مجید ساکی - رضا سبزمیدانی - محمدجواد سورچی - نوید شاهی - علیرضا عبداللهی - علیرضا علینقی - حمید فدائی فرد - حامد نبی منصور
شیمی	اسلام آب روشن - مجتبی ابراهیمی - مهدی براتی - امیرسامان بنی جمالی - محمدعلی توسلی فر - یاسر راش - عباس سرمایه - یاسر عبداللهی

نام درس	مسئول درس	گزینشگر	مؤلف پاسخ نامه	کارشناسان علمی	ویراستاران به ترتیب حروف الفبا
حسابان	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان	عاطفه خان محمدی	محمدسجاد نقیه سجاد داوطلب	زهرا جالینوسی - محمد حمیدی - امیرحسین قنبری
ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	حمید گلزاری	حمید گلزاری	مسعود شفیعی	امیرحسین ابومحبوب	محمد حمیدی - ماهان فنی فر - ابوالفضل ناصری
هندسه	حمید گلزاری	حمید گلزاری	زهرا جالینوسی	امیرحسین ابومحبوب	محمد حمیدی - ماهان فنی فر - علیرضا کاظمی بقا
فیزیک	رضا سبزمیدانی	نوید شاهی	محمد باغبان - علیرضا جباری - محمدجواد سورچی - علیرضا گونه	علیرضا جباری	محمد احمدبیکی - مهدی بابائی - ماهان فنی فر - احسان محمدی - امیر محمودی انزلی
شیمی	یاسر عبداللهی	عباس سرمایه - یاسر عبداللهی	معصومه سعیدی - وحید فارسیان	محمد مرادی	یاسر راش - احسان رحیمی - هومن زندی - وحید فارسیان

سرپرست محتوایی: فاطمه آقاجانپور

Azmoon.kheilisabz.com

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۱

هرگاه $A = \frac{1}{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 2}$ باشد، مقدار $(A-1)^3$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

خودت حل کنی بهتره در مخرج از $\sqrt[3]{2}$ فاکتور بگیرد و سپس از اتحاد چاق و لاغر استفاده کنید تا مخرج A را گویا کنید.

پاسخ تشریحی گام اول: در عبارت A از $\sqrt[3]{2}$ فاکتور می‌گیریم:

$$A = \frac{1}{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 2} = \frac{1}{\sqrt[3]{2}(\sqrt[3]{2} + 1 + \sqrt[3]{4})} = \frac{1}{\sqrt[3]{2}(\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{2} + 1)} = \frac{1}{\sqrt[3]{2}(\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{2} + 1)} \times \frac{(\sqrt[3]{2} - 1)}{(\sqrt[3]{2} - 1)}$$

$$= \frac{\sqrt[3]{2} - 1}{\sqrt[3]{2}(\sqrt[3]{2} - 1)} = \frac{\sqrt[3]{2} - 1}{\sqrt[3]{2}} = 1 - \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$$

گام دوم: حالا حاصل $(A-1)^3$ را پیدا می‌کنیم:

$$A-1 = 1 - \frac{1}{\sqrt[3]{2}} - 1 = -\frac{1}{\sqrt[3]{2}} \Rightarrow (A-1)^3 = \left(-\frac{1}{\sqrt[3]{2}}\right)^3 = -\frac{1}{2}$$

تست و پاسخ ۲

مجموعه جواب نامعادله $\frac{ax^3 + bx^2 + cx - 6}{x-1} < 0$ بازه $(-\infty, -2)$ است. حاصل $a + b - 2c$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره تجربه این چند ساله در کنکور نشان داده است که سوال مربوط به حل نامعادله دشوارتر شده است و با چند عددگذاری ساده قابل حل نیست. این سوال، نمونه بسیار خوبی از این موضوع است. به دقت آن را تحلیل کنید.

پاسخ تشریحی گام اول: از آنجایی که مجموعه جواب نامعادله داده شده به صورت $(-\infty, -2)$ است، در این بازه، مخرج کسر (یعنی

$(x-1)$) منفی است؛ پس صورت باید مثبت باشد:

$$\frac{ax^3 + bx^2 + cx - 6}{x-1} < 0 \xrightarrow{x-1 < 0} ax^3 + bx^2 + cx - 6 > 0$$

گام دوم: چون مجموعه جواب به صورت $(-\infty, -2)$ است؛ پس یکی از ریشه‌های صورت $x = -2$ است. از طرفی، کسر نباید در $x = 1$ تغییر علامت دهد، پس $x = 1$ یکی دیگر از ریشه‌های صورت است، پس صورت باید از درجه دوم باشد؛ پس ضریب x^3 صفر است:

$$bx^2 + cx - 6 = b(x-1)(x+2) = b(x^2 + x - 2)$$

گام سوم: با توجه به گام اول و دوم داریم:

$$\Rightarrow \begin{cases} b = c \\ -2b = -6 \end{cases} \Rightarrow b = c = 3$$

$$a + b - 2c = 0 + 3 - 6 = -3$$

گام چهارم: حالا حاصل عبارت خواسته شده را می‌یابیم:

تست و پاسخ ۳

در معادله $\frac{2}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{5} = 0$ ، تمام جواب‌های صحیح را به دست آورده‌ایم. مجموع مقادیر به دست آمده برای x کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) صفر

پاسخ: گزینه ۱

خودت حل کنی بهتره اول y را تنها کنید. حالا با توجه به صحیح بودن x و y ، به یک معادله عادکردنی می‌رسید که حل آن بسیار آسان است.



درس نامه

معادله عاد کردنی

یک مدل بسیار پرتکرار در سؤال‌های بخش‌پذیری سؤال‌هایی مثل این است که به ازای چند مقدار x ، رابطه $x - 2 \mid 3x + 4$ برقرار است؟ این مدل سؤال‌ها را معادله عاد کردنی می‌نامیم. روش اصلی پاسخ‌گویی به این نوع سؤال‌ها این است که x را از سمت راست حذف کنیم؛ برای مثال برای حل $x - 2 \mid 3x + 4$ ، ابتدا معادله کمکی $x - 2 \mid x - 2$ را می‌نویسیم و سپس x را از سمت راست حذف می‌کنیم:

$$\begin{cases} x - 2 \mid x - 2 \xrightarrow{\times 3} x - 2 \mid 3x - 6 \\ x - 2 \mid 3x + 4 \rightarrow x - 2 \mid 3x + 4 \end{cases} \rightarrow x - 2 \mid 10 \Rightarrow x - 2 = \pm 1, \pm 2, \pm 5, \pm 10$$

حالا مقادیر x را به دست می‌آوریم. دقت کنید که مقادیر به‌دست‌آمده را باید در معادله اولیه، $x - 2 \mid 3x + 4$ چک کنید، برای مثال $x = 10$ در این رابطه صدق نمی‌کند!

روش تستی حل معادله عاد کردنی

یک راه ساده‌تر برای حل معادله عاد کردنی این است که اگر عبارت سمت چپ ریشه داشت، می‌توانیم ریشه آن را در عبارت سمت راست قرار دهیم. برای مثال در معادله عاد کردنی بالا، $x = 2$ ریشه عبارت سمت چپ است که با جای‌گذاری آن در عبارت سمت راست به $x - 2 \mid 10$ می‌رسیم. به همین راحتی!

پاسخ تشریحی گام اول: اول y را تنها می‌کنیم:

$$\frac{2}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{5} = 0 \Rightarrow \frac{1}{y} = -\frac{2}{x} - \frac{1}{5} = \frac{-10 - x}{5x} \Rightarrow \frac{1}{y} = \frac{-10 - x}{5x} \xrightarrow{\text{معکوس}} y = \frac{5x}{-10 - x}$$

گام دوم: y عددی صحیح است، پس کسر $\frac{5x}{-10 - x}$ هم باید صحیح باشد. حالا با توجه به صحیح بودن x ، این کسر وقتی صحیح می‌شود که $-10 - x \mid 5x$ مخرج صورت را عاد کند، یعنی:

گام سوم: برای حل کردن معادله عاد کردنی بالا، ریشه عبارت سمت چپ (یعنی $x = -10$) را در عبارت سمت راست قرار می‌دهیم:

$$\Rightarrow -10 - x \mid -50 \xrightarrow{\substack{\text{یکی از مقسوم‌علیه‌های} \\ \text{عدد } -50 \text{ است.}}} \begin{cases} -10 - x = 50 \Rightarrow x = -60 \\ -10 - x = -50 \Rightarrow x = 40 \\ -10 - x = 25 \Rightarrow x = -35 \\ -10 - x = -25 \Rightarrow x = 15 \\ -10 - x = 10 \Rightarrow x = -20 \\ -10 - x = -10 \Rightarrow x = 0 \quad * \\ -10 - x = 5 \Rightarrow x = -15 \\ -10 - x = -5 \Rightarrow x = -5 \\ -10 - x = 2 \Rightarrow x = -12 \\ -10 - x = -2 \Rightarrow x = -8 \\ -10 - x = 1 \Rightarrow x = -11 \\ -10 - x = -1 \Rightarrow x = -9 \end{cases}$$

چون مخرج کسر اول در صورت سؤال صفر می‌شود

گام چهارم: بنابراین جمع مقادیر صحیح x برابر -120 می‌شود.

تست و پاسخ ۴

ارزش نهایی گزاره $(\sim q \vee p) \Rightarrow (\sim p \wedge q)$ کدام است؟

F (۴)

T (۳)

q (۲)

p (۱)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



درس نامه ●● برخی از قوانین جبر گزاره‌ها را در زیر ببینید:

$$۱) p \wedge T \equiv p$$

$$۲) p \vee T \equiv T$$

$$۳) p \wedge F \equiv F$$

$$۴) p \vee F \equiv p$$

$$۵) p \vee (p \wedge q) \equiv p$$

$$۶) p \wedge (p \vee q) \equiv p$$

قانون جذب

$$۷) p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$$

$$۸) p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r$$

$$۹) p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r$$

پاسخ تشریحی

روش اول: جدول ارزش گزاره‌ها را رسم می‌کنیم:

p	q	~p	~q	~p ⇒ q	p ∧ (~p ⇒ q)	~q ∨ p	[p ∧ (~p ⇒ q)] ⇒ (~q ∨ p)
T	T	F	F	T	T	T	T
T	F	F	T	T	T	T	T
F	T	T	F	T	F	F	T
F	F	T	T	F	F	T	T

با توجه به جدول رسم‌شده، واضح است که ارزش نهایی گزاره داده‌شده در صورت سؤال، T است.

$$[p \wedge (\underbrace{\sim p \Rightarrow q}_{\sim(\sim p) \vee q})] \Rightarrow (\sim q \vee p) \equiv [p \wedge (\underbrace{p \vee q}_p)] \Rightarrow (\sim q \vee p)$$

روش دوم: با استفاده از قوانین جبر گزاره‌ها داریم:

$$\equiv p \Rightarrow (\sim q \vee p) \equiv (\sim p) \vee (\sim q \vee p) \equiv (\underbrace{\sim p \vee p}_T) \vee (\sim q) \equiv T$$

تست و پاسخ ۵

اگر α و β ریشه‌های معادله درجه دوم $ax^2 - 4x - 2 = 0$ و $\frac{\alpha^2}{\beta}$ و $\frac{\beta^2}{\alpha}$ ریشه‌های معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ باشند، به طوری که جمع و ضرب ریشه‌های آن با هم برابر باشد، مقدار a چه عددی است؟

$$\frac{\beta^2}{\alpha} + \frac{\alpha^2}{\beta} = \frac{\beta^2 \alpha^2}{\alpha \beta}$$

$$\frac{-8}{5} (۲)$$

$$\frac{16}{5} (۴)$$

$$-\frac{16}{5} (۱)$$

$$\frac{8}{5} (۳)$$

پاسخ: گزینه ۱

درس نامه ●● روابط ریشه‌های (α, β) معادله درجه دوم $(\Delta > 0)$ $ax^2 + bx + c = 0$

$$۱) \text{ جمع ریشه‌ها } = S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a}$$

$$۲) \text{ ضرب ریشه‌ها } = P = \alpha\beta = \frac{c}{a}$$

$$۳) \text{ قدرمطلق تفاضل ریشه‌ها } = |\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$$

$$۴) \alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = S^2 - 2P$$

$$۵) \alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta) = S^3 - 3PS$$

$$S = \alpha + \beta = \frac{-B}{A} = \frac{-(-4)}{a} = \frac{4}{a}$$

گام اول: α و β ریشه‌های معادله $ax^2 - 4x - 2 = 0$ هستند؛ پس داریم:

$$P = \alpha\beta = \frac{C}{A} = \frac{-2}{a}$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

گام دوم: هم‌چنین $\frac{\alpha^2}{\beta}$ و $\frac{\beta^2}{\alpha}$ ، ریشه‌های معادله $ax^2 + bx + c = 0$ هستند، به طوری که مجموع و حاصل ضرب این ریشه‌ها با هم برابر است؛ پس:

$$\frac{\alpha^2}{\beta} + \frac{\beta^2}{\alpha} = \frac{\alpha^2\beta^2}{\alpha\beta} \Rightarrow \frac{\alpha^3 + \beta^3}{\alpha\beta} = \frac{\alpha^2\beta^2}{\alpha\beta} \xrightarrow{\alpha\beta \neq 0} \alpha^3 + \beta^3 = \alpha^2\beta^2 \xrightarrow[\text{درسنامه}]{\text{از گام اول و}} S^3 - 3PS = P^2 \quad (*)$$

گام سوم: از گام اول، مقادیر S و P به دست آمده برحسب a را در معادله (*) جای‌گذاری می‌کنیم:

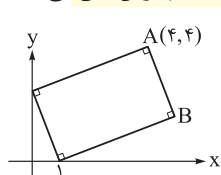
$$\left(\frac{4}{a}\right)^3 - 3\left(-\frac{2}{a}\right)\left(\frac{4}{a}\right) = \left(\frac{-2}{a}\right)^2 \Rightarrow \frac{64}{a^3} + \frac{24}{a^2} = \frac{4}{a^2} \Rightarrow \frac{64}{a^3} = \frac{-20}{a^2}$$

$$\xrightarrow{a \neq 0} 64a^2 = -20a^3 \Rightarrow a = \frac{-64}{20} = -\frac{16}{5}$$

نکته $a \neq 0$ است چون باید معادلات اولیه، از درجه ۲ باشند.

تست و پاسخ ۶

در شکل زیر، یک مستطیل که نقطه $A(4, 4)$ مختصات یکی از رئوس آن است، رسم شده است، امتداد ضلع AB محور y ها را با کدام عرض قطع می‌کند؟



عرض از مبدأ خط‌گذرنده
از AB

۹ (۱)

۱۲ (۲)

۱۵ (۳)

۱۸ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره از موضوع هندسه تحلیلی معمولاً یک سؤال مستقیم در کنکور می‌آید. (به صورت غیر مستقیم هم از مفاهیم آن استفاده می‌شود)؛ پس فرمول‌های آن را یک بار مرور کنید.

درس‌نامه •• فرمول‌های هندسه تحلیلی

$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$	فاصله دو نقطه $A(x_A, y_A)$, $B(x_B, y_B)$
AB وسط $M\left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}\right)$	وسط پاره‌خط
$\begin{cases} x_A + x_C = x_B + x_D \\ y_A + y_C = y_B + y_D \end{cases}$	ارتباط مختصات رأس‌های متوازی‌الاضلاع
$d = \frac{ ax_0 + by_0 + c }{\sqrt{a^2 + b^2}}$	فاصله نقطه از خط
$d = \frac{ c - c' }{\sqrt{a^2 + b^2}}$	فاصله دو خط موازی
$S = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_A & x_B & x_C \\ y_A & y_B & y_C \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \left(\begin{vmatrix} x_B & x_C \\ y_B & y_C \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} x_A & x_C \\ y_A & y_C \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} x_A & x_B \\ y_A & y_B \end{vmatrix} \right)$	مساحت مثلث از روی مختصات سه نقطه

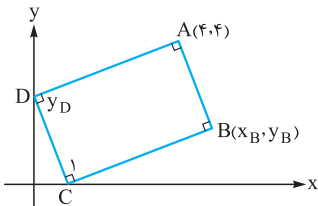
پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



یادآوری ۱ $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$ (دترمینان ۲ در ۲)

۲ اگر در فرمول محاسبه مساحت، حاصل منفی شود آن را مثبت می‌کنیم.

پاسخ تشریحی گام اول: در شکل مقابل، مختصات رأس‌های مستطیل را مشخص می‌کنیم:



گام دوم: هر مستطیل یک متوازی‌الاضلاع است، پس طبق درس‌نامه رابطه زیر را بین مختصات رئوس داریم:

$$\begin{cases} x_A + x_C = x_B + x_D \Rightarrow 4 + 1 = x_B + 0 \Rightarrow x_B = 5 \\ y_A + y_C = y_B + y_D \end{cases}$$

گام سوم: فرض می‌کنیم شیب خط AB برابر با m باشد، در این صورت با داشتن نقطه A(4, 4) روی این خط، معادله خط AB به صورت زیر می‌شود:

$$AB \text{ خط معادله خط } y - y_A = m(x - x_A) \Rightarrow y - 4 = m(x - 4) \Rightarrow y = m(x - 4) + 4$$

گام چهارم: باید مقدار m را پیدا کنیم.

خط BC، عمود بر AB است؛ پس شیب این خط برابر با $-\frac{1}{m}$ می‌شود. معادله این خط را با داشتن نقطه C(1, 0) روی آن می‌نویسیم:

$$BC \text{ خط معادله خط } y - y_C = -\frac{1}{m}(x - x_C) \Rightarrow y - 0 = -\frac{1}{m}(x - 1) \Rightarrow y = -\frac{1}{m}x + \frac{1}{m}$$

گام پنجم: دو خط BC و AB، در نقطه B یکدیگر را قطع می‌کنند:

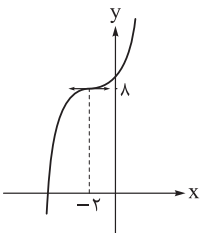
$$x_B = 5 \Rightarrow \frac{-5}{m} + \frac{1}{m} = m(5 - 4) + 4 \Rightarrow \frac{-4}{m} = m + 4 \Rightarrow m^2 + 4m + 4 = 0 \Rightarrow (m + 2)^2 = 0 \Rightarrow m = -2$$

گام ششم: با جای‌گذاری مقدار m در معادله خط AB، عرض از مبدأ خط را می‌یابیم:

$$y = -2(x - 4) + 4 = -2x + 12 \Rightarrow \text{عرض از مبدأ خط} = 12$$

تست و پاسخ ۷

نمودار $f(x) = (x + a)(x^2 + bx + 2c)$ ، به صورت شکل زیر است. نمودار وارون تابع $g(x) = (x - b)^2 - a$ از کدام ناحیه عبور نمی‌کند؟



$g^{-1}(x)$

۱) اول و سوم

۲) سوم

۳) چهارم

۴) دوم و چهارم

پاسخ: گزینه ۳

خودت حل کنی بهتره نمودار $f(x)$ از انتقال نمودار $y = x^3$ به دست آمده است. به کمک شکل، ضابطه آن را پیدا کنید.

پاسخ تشریحی گام اول: نمودار تابع f ، از انتقال نمودار $y = x^3$ ، دو واحد به سمت چپ و ۸ واحد به سمت بالا به دست آمده است؛ پس

$$f(x) = (x + 2)^3 + 8 = (x + 2)^3 + 2^3 = ((x + 2) + 2)((x + 2)^2 - 2(x + 2) + 4)$$

$$= (x + 4)(x^2 + 4x + 4 - 2x - 4 + 4) = (x + 4)(x^2 + 2x + 4)$$

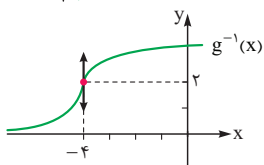
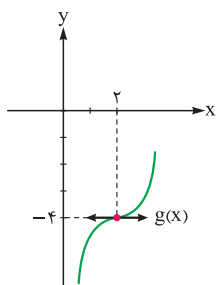
گام دوم: تابع f به دست آمده را با صورت سؤال، مقایسه می‌کنیم تا مقادیر a و b را پیدا کنیم:

$$f(x) = (x + 4)(x^2 + 2x + 4) = (x + a)(x^2 + bx + 2c) \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 2 \end{cases}$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات



گام سوم: تابع g به صورت $g(x) = (x-b)^3 - a = (x-2)^3 - 4$ می‌شود. این تابع از انتقال نمودار $y = x^3$ ، ۲ واحد به سمت راست و چهار واحد به پایین به دست می‌آید:

گام چهارم: حالا نمودار وارون تابع g را به دست می‌آوریم. g و g^{-1} نسبت به خط $y = x$ متقارن هستند؛ پس داریم:

می‌بینیم که $g^{-1}(x)$ از ناحیه چهارم عبور نمی‌کند.

تست و پاسخ ۸

اگر $f(x) = x + 4\sqrt{x-4}$ باشد، به طوری که $f^{-1}(x) = (\sqrt{x+a})^2 + b$ ، مقدار $f(2b+a)$ کدام است؟

$$2\sqrt{6} \quad (۴)$$

$$2\sqrt{2} \quad (۳)$$

$$6 + 4\sqrt{2} \quad (۲)$$

$$4 + 2\sqrt{6} \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره به کمک مربع کامل نمودن $f(x)$ ، وارون آن را بیابید.

درس نامه •• نکات تابع وارون

- (۱) اگر f در بازهٔ یک‌به‌یک باشد، در این بازه وارون پذیر است.
 - (۲) $D_{f^{-1}} = R_f$ (دامنهٔ تابع وارون برابر برد تابع است و برعکس)، $R_{f^{-1}} = D_f$.
 - (۳) برای پیدا کردن ضابطهٔ f^{-1} ، x را بر حسب y پیدا کرده و جای y و x را عوض می‌کنیم.
 - (۴) اگر $(a, b) \in f$ ، آن‌گاه $(b, a) \in f^{-1}$. به زبان دیگر، اگر $f(a) = b$ ، آن‌گاه: $f^{-1}(b) = a$.
- از این خاصیت، برای رد گزینه نیز می‌توانیم استفاده کنیم. اگر نقطهٔ (a, b) روی تابع باشد، (b, a) باید روی f^{-1} باشد.
- (۵) برای پیدا کردن $f^{-1}(a)$ کافی است معادلهٔ $f(x) = a$ را حل کنیم.
 - (۶) نمودار f و f^{-1} نسبت به نیمساز ناحیهٔ اول و سوم (خط $y = x$) قرینهٔ یکدیگر هستند.
 - (۷) برای هر $x \in D_f$ داریم: $f^{-1}(f(x)) = x$ و برای هر $x \in D_{f^{-1}}$ داریم: $f(f^{-1}(x)) = x$.
 - (۸) اگر f اکیداً صعودی باشد، جواب‌های معادلهٔ $f(x) = f^{-1}(x)$ و $f(x) = x$ یکسان است.

پاسخ تشریحی گام اول: از مربع کامل کردن $f(x)$ شروع می‌کنیم:

$$f(x) = x + 4\sqrt{x-4} = (\sqrt{x-4} + 2)^2, \quad x \geq 4$$

گام دوم: حالا باید در رابطهٔ $f(x)$ ، x را تنها کنیم و سپس جای x و y را عوض کنیم تا وارون تابع f به دست بیاید:

$$y = (\sqrt{x-4} + 2)^2 \Rightarrow \sqrt{y} = |\sqrt{x-4} + 2| = \sqrt{x-4} + 2 \Rightarrow \sqrt{y} - 2 = \sqrt{x-4}$$

$$\Rightarrow x - 4 = (\sqrt{y} - 2)^2 \Rightarrow x = 4 + (\sqrt{y} - 2)^2 \xrightarrow{\text{جای } x \text{ و } y \text{ را عوض می‌کنیم.}} f^{-1}(x) = 4 + (\sqrt{x} - 2)^2$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

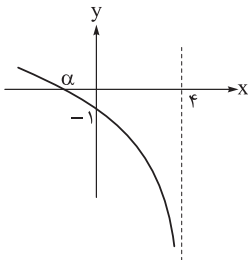


گام سوم: با مقایسه $f^{-1}(x) = (\sqrt{x} + a)^2 + b$ به دست آمده با $f^{-1}(x)$ داریم:

$$\begin{cases} b = 4 \\ a = -2 \end{cases} \Rightarrow f(2b + a) = f(8 - 2) = f(6) = 6 + 4\sqrt{6 - 4} = 6 + 4\sqrt{2}$$

تست و پاسخ ۹

نمودار تابع $f(x) = a + \log_p(b + cx)$ ، به صورت شکل زیر است. مقدار α کدام است؟



(۱) -۲

(۲) -۸

(۳) -۴

(۴) -۱

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره لگاریتم نکات زیادی ندارد، اما از ویژگی‌ها یا نمودار آن در کنکور حتماً یک سؤال می‌آید که باید از پس آن برآیید.

درس نامه •• ویژگی‌های لگاریتم

ویژگی	توضیح
$y = a^x \Leftrightarrow \log_a y = x$	رابطه‌های لگاریتمی را می‌توانیم به صورت توانی بنویسیم و برعکس.
$y = \log_b a \xrightarrow[\text{دامنه}]{D} \begin{cases} a > 0 \\ b > 0 \\ b \neq 1 \end{cases}$	برای تعیین دامنه توابع لگاریتمی، بین سه شرط اشتراک می‌گیریم.
$\log_b 1 = 0, \log_a a = 1$	لگاریتم ۱ در هر پایه‌ای صفر و لگاریتم هر عدد در پایه خودش برابر یک می‌شود.
$\log_b a^n = n \log_b a$	توان عبارت جلوی لگاریتم به پشت لگاریتم می‌رود. ($a > 0$)
$\log_{b^n} a = \frac{1}{n} \log_b a$	توان پایه لگاریتم، معکوس شده و به پشت لگاریتم می‌رود.
$\log_c ab = \log_c a + \log_c b$	لگاریتم ضرب دو عدد تبدیل به جمع لگاریتم‌ها می‌شود.
$\log_c \frac{a}{b} = \log_c a - \log_c b$	لگاریتم تقسیم دو عدد تبدیل به تفاضل لگاریتم‌ها می‌شود.
$\log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b}$	ویژگی تغییر پایه (قانون تغییر مبنا)
$\log_b a = \frac{1}{\log_a b}$	اگر جای a و b عوض شود، حاصل معکوس می‌شود: مثلاً $\log_3 2$ و $\log_2 3$ معکوس هم هستند.

پاسخ تشریحی گام اول: اولاً $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = -\infty$ است؛ پس به ازای $x = 4$ ، عبارت جلوی لگاریتم صفر می‌شود:

$$b + cx = 0 \xrightarrow{x=4} b = -4c \quad (I)$$

$$f(0) = a + \log_p b = -1 \Rightarrow a = -\log_p b - 1 \quad (II)$$

گام دوم: از طرفی نقطه $(0, -1)$ در تابع f صدق می‌کند:

گام سوم: نقطه $(\alpha, 0)$ نیز در f صدق می‌کند، داریم:

$$f(\alpha) = a + \log_p(b + c\alpha) = 0 \Rightarrow a = -\log_p(b + c\alpha) \xrightarrow{(II)} -\log_p b - 1 = -\log_p(b + c\alpha)$$

$$\Rightarrow \log_p b + \log_p 2 = \log_p(b + c\alpha) \Rightarrow \log_p 2b = \log_p(b + c\alpha)$$

$$2b = b + c\alpha \quad (III)$$

چون پایه لگاریتم‌ها با هم برابرند، عبارت جلوی لگاریتم‌ها نیز با هم برابر می‌شوند؛ پس:



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

گام چهارم: از (I) استفاده می‌کنیم و در عبارت (III) جای‌گذاری می‌کنیم:

$$2(-4c) = -4c + ca \xrightarrow[\text{معادله حذف می‌کنیم.}]{\text{c را از طرفین}} -8 = -4 + \alpha \Rightarrow \alpha = -4$$

تست و پاسخ ۱۰

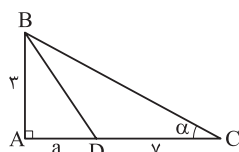
در شکل زیر $\cos \alpha = \frac{3}{\sqrt{10}}$ است. مساحت مثلث BCD چه مقدار از a^2 بیشتر است؟

۶ / ۵ (۲)

۶ (۱)

۸ / ۵ (۴)

۸ (۳)



پاسخ: گزینه ۲

$$S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2} AB \times CD = \frac{1}{2} \times 3 \times \gamma = 10/5$$

گام اول: مساحت مثلث BCD برابر است با:

گام دوم: مقدار $\cos \alpha$ داده شده است. به کمک این مقدار، حاصل $\tan \alpha$ را می‌یابیم:

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow 1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\left(\frac{3}{\sqrt{10}}\right)^2} = \frac{10}{9} \Rightarrow \tan^2 \alpha = \frac{1}{9} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{1}{3} = \frac{AB}{AC}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{3}{a + \gamma} \Rightarrow a + \gamma = 9 \Rightarrow a = 2$$

$$S_{\triangle BCD} - a^2 = 10/5 - 4 = 6/5$$

گام سوم: حاصل $S_{\triangle BCD} - a^2$ را می‌یابیم:

تست و پاسخ ۱۱

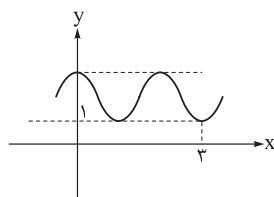
قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a + b \sin^2 \frac{a\pi}{6} x$ به صورت زیر است. مقدار $f\left(\frac{5}{3}\right)$ کدام است؟

۲ / ۵ (۱)

۱ / ۵ (۲)

۳ (۳)

۲ (۴)



پاسخ: گزینه ۱

مشاوره از مبحث مثلثات معمولاً دو سؤال در کنکور می‌آید که یکی از آن‌ها نمودارهای مثلثاتی است. نکات نمودار زیاد نیست و حتماً ارزش سرمایه‌گذاری دارد.

پاسخ تشریحی گام اول: با توجه به این که شروع تابع f از $x = 0$ به صورت نزولی است، مقدار b باید در ضریب توان دوم سینوس، منفی باشد ($b < 0$).

گام دوم: از طرفی $1 \leq \sin^2 \alpha \leq 1$ است، داریم:

$$0 \leq \sin^2\left(\frac{a\pi}{6}x\right) \leq 1 \xrightarrow{b < 0} b \leq b \sin^2\left(\frac{a\pi}{6}x\right) \leq 0 \xrightarrow{+a} a + b \leq f(x) \leq a \quad (*)$$

گام سوم: به ازای $x = 3$ ، مقدار مینیمم تابع به دست می‌آید که برابر با ۱ است:

$$f(3) = a + b \sin^2\left(\frac{a\pi}{6} \times 3\right) = 1 \stackrel{(*)}{=} a + b \Rightarrow a + b \sin^2\left(\frac{a\pi}{2}\right) = 1 = a + b \quad (**)$$

گام چهارم: از طرفی اگر دوره تناوب تابع f را T در نظر بگیریم، با توجه به نمودار $T = 3$ می‌شود:

$$T = 2 \Rightarrow \frac{\pi}{\left|\frac{a\pi}{6}\right|} = 2 \Rightarrow \frac{6}{|a|} = 2 \Rightarrow |a| = 3$$

گام پنجم: مقدار $f(0) = a$ است که با توجه به نمودار، مقداری مثبت است؛ پس $a = 3$ می‌شود.

گام ششم: از (***)، مقدار $b = -2$ می‌شود؛ پس $f(x) = 3 - 2 \sin^2\left(\frac{\pi}{6}x\right)$ است.

$$f\left(\frac{5}{3}\right) = 3 - 2 \sin^2\left(\frac{\pi}{6} \times \frac{5}{3}\right) = 3 - 2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 3 - \frac{2}{4} = \frac{5}{2} = 2/5$$

گام هفتم: حاصل $f\left(\frac{5}{3}\right)$ را می‌یابیم:

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۱۲

مجموع ریشه‌های معادله $\sin^2 x + \sin 2x = \frac{3}{2}$ در بازه $(0, 2\pi)$ برابر θ است. حاصل $\sin \theta$ کدام است؟

- ۰/۸ (۱) ۰/۶ (۲) -۰/۶ (۳) -۰/۸ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره سؤال معادله مثلثاتی در این سالها فراز و فرود زیادی داشته است (هم خیلی دشوار و هم نسبتاً ساده). این سؤال با این‌که ممکن است ظاهر دشواری داشته باشد، اما معادله به سادگی به کمک اتحادهای مثلثاتی حل می‌شود. پیشنهاد می‌کنم با ذهنیت منفی سراغ سؤال معادله مثلثاتی نروید.

درس نامه •• حل معادله مثلثاتی

برای حل معادلات مثلثاتی با استفاده از روابط مثلثاتی، به یکی از حالت‌های زیر رسیده و از فرمول دسته‌جواب‌ها استفاده می‌کنیم:

$$1) \sin x = \sin \alpha \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \alpha \\ x = (2k+1)\pi - \alpha \end{cases}$$

$$2) \cos x = \cos \alpha \Rightarrow x = 2k\pi \pm \alpha$$

$$3) \begin{cases} \tan x = \tan \alpha \\ \cot x = \cot \alpha \end{cases} \Rightarrow x = k\pi + \alpha$$

پاسخ تشریحی گام اول: عبارت $\sin 2x$ را در معادله باز می‌کنیم:

حالا طرفین معادله را بر $\cos^2 x$ تقسیم می‌کنیم و معادله را برحسب تانژانت می‌نویسیم: ($\cos^2 x \neq 0$)

$$\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} + \frac{2 \sin x \cos x}{\cos^2 x} = \frac{3}{2 \cos^2 x} \Rightarrow \tan^2 x + 2 \tan x = \frac{3}{2} (1 + \tan^2 x)$$

$$\Rightarrow 2 \tan^2 x + 4 \tan x = 3 + 3 \tan^2 x \Rightarrow \tan^2 x - 4 \tan x + 3 = 0$$

$$\Rightarrow (\tan x - 3)(\tan x - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \tan x = 3 \\ \tan x = 1 \end{cases}$$

گام دوم: حالا باید مقادیر x را در بازه $(0, 2\pi)$ پیدا کنیم:

$$1) \tan x = 3 \xrightarrow{\text{فرض می‌کنیم یکی از ریشه‌ها برابر با } \alpha \text{ باشد.}} x = \alpha, \alpha + \pi$$

$$2) \tan x = 1 \Rightarrow x = \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}$$

گام سوم: حالا مقدار $\sin \theta$ را پیدا می‌کنیم:

$$\Rightarrow \sin \theta = \sin\left(2\alpha + \frac{5\pi}{4}\right) = \cos 2\alpha = \frac{1 - \tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}$$

برحسب $\tan \alpha$ می‌نویسیم.

از طرفی از گام دوم، می‌دانیم که $\tan \alpha = 3$ است. با جای‌گذاری این مقدار در عبارت به دست آمده از گام قبلی داریم:

$$\sin \theta = \frac{1-9}{1+9} = -\frac{8}{10}$$

تست و پاسخ ۱۳

نمودار تابع g فقط از انتقال نمودار تابع $f(x) = 2x^2 - 8x + 6$ به دست آمده است. اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - g(x)}{2 - 2x} = 6$ باشد، مقدار $g(2)$ کدام است؟

- ۹ (۴) ۱۲ (۳) ۱۰ (۲) ۸ (۱)

پاسخ: گزینه ۲



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

مشاوره سؤال حد کنکور، معمولاً ساده است و جز مباحثی است که حتماً باید حل شود. حواستان باشد قضیه هوییتال را با مشتق تابع کسری اشتباه نگیرید.

درس نامه •• قضیه هوییتال

فرض کنید $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$ در حالت مبهم $\frac{0}{0}$ باشد.

حاصل حد $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$ را به دست می‌آوریم. اگر حاصل آن L باشد، حاصل حد اصلی هم L است.

پاسخ تشریحی گام اول: چون تابع g فقط از انتقال نمودار تابع f به دست آمده است، آن را به صورت $g(x) = a + f(x + b)$ در نظر می‌گیریم.

گام دوم: در حد داده شده، مخرج به ازای $X = 1$ ، صفر است و حاصل حد نیز عددی حقیقی است؛ پس به ازای $X = 1$ ، صورت نیز برابر صفر است:

$$f(1) - g(1) = 0 \Rightarrow g(1) = f(1) \Rightarrow a + f(b+1) = 2 - 8 + 6 = 0$$

$$\Rightarrow f(b+1) = -a \quad (*)$$

گام سوم: در حد داده شده، از قاعده هوییتال استفاده می‌کنیم، داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - g(x)}{2 - 2x} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 8x + 6 - g(x)}{2 - 2x} \stackrel{HOP}{=} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x - 8 - g'(x)}{-2} = 6$$

$$\Rightarrow 4 - 8 - g'(1) = -12 \Rightarrow g'(1) = 8$$

گام چهارم: $g(x) = a + f(x + b)$ و در نتیجه $g'(x) = f'(x + b)$ است؛ پس:

$$g'(1) = f'(1+b) = 8 \xrightarrow{f'(x)=4x-8} 4(1+b) - 8 = 8 \Rightarrow 1+b=4 \Rightarrow b=3$$

$$f(4) = -a \Rightarrow a = -(2 \times 16 - 32 + 6) = -6$$

گام پنجم: مقدار a را از $(*)$ به دست می‌آوریم:

گام ششم: حالا مقدار $g(2)$ را پیدا می‌کنیم:

$$g(x) = -6 + f(x+3) \Rightarrow g(2) = -6 + f(5) \Rightarrow -6 + (2 \times 25 - 40 + 6) = -6 + 16 = 10$$

تست و پاسخ ۱۴

اگر $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{3x+a}{2x^2-ax+a-2} = -\infty$ باشد، حدود a کدام است؟

$$a < -3 \quad (4)$$

$$a > 4 \quad (3)$$

$$-3 < a < 4 \quad (2)$$

$$-2 < a < 1 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی گام اول: حاصل حد، منفی بی‌نهایت شده است؛ پس به ازای $X = 1$ ، مخرج عبارت برابر با صفر است:

$$2x^2 - ax + a - 2 = (x-1)(2x - a + 2)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{3x+a}{(x-1)(2x-a+2)} = -\infty$$

به ازای $x \rightarrow 1^-$ ، عبارت $x-1 \rightarrow 0^-$ می‌شود.

گام دوم: با توجه به حاصل حد، عبارت $\frac{3x+a}{2x-a+2}$ ، به ازای $X = 1$ ، باید مثبت باشد:

$$\frac{3+a}{2-a+2} > 0 \Rightarrow \frac{a+3}{4-a} > 0 \xrightarrow{\text{بین‌دوریش}} -3 < a < 4$$

تست و پاسخ ۱۵

حد چپ و راست، نابرابر.

تابع $f(x) = \left[\frac{x^2 - 4x + 8}{x-2} \right]$ در نقطه‌ای با کدام طول حد چپ و راست دارد، ولی ناپیوسته است؟

$$\text{صفر} \quad (4)$$

$$4 \quad (3)$$

$$3 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



پاسخ تشریحی گام اول: تابع $f(x) = \left[\frac{x^2 - 4x + 8}{x - 2} \right]$ در نقطه‌ای حد چپ و راست دارد و در آن ناپیوسته است (عدد صحیح باید باشد) که عبارت داخل جزء صحیح، به ازای آن ماکزیمم نسبی باشد.

گام دوم: نقطه ماکزیمم نسبی تابع داخل جزء صحیح را با مشتق‌گیری پیدا می‌کنیم:

$$y = \frac{x^2 - 4x + 8}{x - 2} \Rightarrow y' = \frac{(2x - 4)(x - 2) - (x^2 - 4x + 8) \times 1}{(x - 2)^2}$$

$$= \frac{2(x^2 - 4x + 4) - x^2 + 4x - 8}{(x - 2)^2} = \frac{x^2 - 4x}{(x - 2)^2} = 0$$

نقاط بحرانی تابع y ، برابر هستند با: $x = 4$ ، $x = 0$.

گام سوم: حالا عبارت y' را با توجه به ریشه‌ها تعیین علامت می‌کنیم تا نقطه ماکزیمم نسبی را به دست آوریم:

x	0	2	4
y'	+	-	-
y	↗	↘	↗

با توجه به جدول تعیین علامت بالا، $x = 0$ ، طول نقطه max نسبی است؛ پس در این نقطه، تابع f ، حد چپ و راست دارد، ولی ناپیوسته است.

نکته دقت کنید که $x = 2$ ، نقطه بحرانی تابع نیست، چون عضو دامنه تابع نیست.

تست و پاسخ ۱۶

خط $y = 2x + 4$ در نقطه $x = -1$ بر نمودار تابع $f(x)$ مماس است. حاصل مشتق تابع $y = xf\left(\frac{-4}{x^2}\right)$ در نقطه $x = 2$ چه قدر است؟

- ۴ (۱)
۸ (۲)
۱۲ (۳)
۶ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

درس نامه •• مشتق تابع مرکب

مشتق تابع $f(x)$ همان $f'(x)$ می‌شود؛ اما برای مشتق‌گیری از $f(u)$ که u یک عبارت بر حسب x است، داریم:

$$(f(u))' = u' \times f'(u)$$

↓ مشتق تابع مرکب
↓ مشتق عبارت درون

مثلاً: $(f(x^2 + 1))' = 2x \times f'(x^2 + 1)$

پاسخ تشریحی گام اول: با توجه به این که خط $y = 2x + 4$ ، در نقطه $x = -1$ بر نمودار تابع $f(x)$ مماس است، دو نتیجه می‌گیریم:

$$1) f(-1) = -2 + 4 = 2$$

$$2) f'(-1) = 2 = \text{شیب خط}$$

گام دوم: مشتق تابع $y = xf\left(\frac{-4}{x^2}\right)$ را پیدا می‌کنیم:

$$y' = 1 \times f\left(\frac{-4}{x^2}\right) + x \left(\frac{4 \times 2x}{x^4} \right) f'\left(\frac{-4}{x^2}\right) = f\left(\frac{-4}{x^2}\right) + \frac{8}{x^2} f'\left(\frac{-4}{x^2}\right)$$

گام سوم: مقدار $x = 2$ را در y' جای‌گذاری می‌کنیم:

$$y'(2) = f(-1) + \frac{8}{4} f'(-1) = f(-1) + 2f'(-1) = 2 + 2(2) = 2 + 4 = 6$$

↑ از گام اول



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

تست و پاسخ ۱۷

اگر $p(x) = x^3 - 3x^2 + 2ax + a$ باشد، به طوری که باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای‌های $p(x)$ و $p'(x)$ بر $p''(x)$ با هم برابر باشد، مقدار a چه عددی است؟

- (۱) -۳ (۲) ۳ (۳) ۱ (۴) -۱

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره یک سؤال ترکیبی ساده از مبحث تقسیم چندجمله‌ای‌ها و مشتق که به راحتی قابل حل است. از حل این سؤالات غافل نشوید.

پاسخ تشریحی گام اول: از روی $p(x)$ ، $p'(x)$ و $p''(x)$ را پیدا می‌کنیم:

$$p(x) = x^3 - 3x^2 + 2ax + a$$

$$p'(x) = 3x^2 - 6x + 2a$$

$$p''(x) = 6x - 6$$

گام دوم: باقی‌مانده تقسیم $p(x)$ بر $p''(x)$ و $p'(x)$ بر $p''(x)$ را پیدا می‌کنیم:

$$\text{ریشه } p''(x): p''(x) = 6x - 6 = 0 \Rightarrow x = 1$$

$$R_1 = p(1) = 1 - 3 + 2a + a = 3a - 2 \quad \text{(I)}$$

$$R_2 = p'(1) = 3 - 6 + 2a = 2a - 3 \quad \text{(II)}$$

$$3a - 2 = 2a - 3 \Rightarrow a = -1$$

گام سوم: (I) و (II) با هم برابرند؛ پس:

تست و پاسخ ۱۸

نمودار سهمی f به صورت مقابل است. اگر نمودار $f \circ f'$ بر نمودار f' مماس باشد، مقدار $f(5)$ کدام است؟

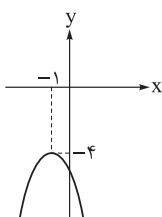
معادله $f \circ f' = f'$ ریشه مضاعف دارد.

(۱) -۳

(۲) -۴

(۳) -۶

(۴) -۷



پاسخ: گزینه ۲

درس نامه •• معادله سهمی به صورت‌های گوناگون

معادله سهمی	نمودار تابع	
	$a > 0$	$a < 0$
شکل استاندارد $f(x) = ax^2 + bx + c$ عرض از مبدأ		
شکل مربع کامل $f(x) = a(x - x_S)^2 + y_S$		
شکل تجزیه شده $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$ صفرهای تابع (ریشه‌ها)		

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

نکات

- ۱ سهمی به هر صورتی که باشد، $f(0)$ همان عرض از مبدأ سهمی است.
- ۲ اگر رأس سهمی داده شده باشد، بهتر است معادله سهمی را به صورت مربع کامل بگیریم و با جای گذاری یک نقطه غیر از ریشه ها، a را به دست آوریم.
- ۳ اگر برخورد(های) سهمی با محور x ها داده شده باشد، بهتر است معادله سهمی را به صورت تجزیه شده بگیریم.
- ۴ اگر سه نقطه عادی از سهمی داده شده باشد، بهتر است از صورت استاندارد استفاده کرده و نقاط را جایگزین کنیم تا a ، b و c را به دست آوریم.
- ۵ اگر $a > 0$ ، عرض رأس سهمی یا y_S همان کمترین مقدار تابع و اگر $a < 0$ ، عرض رأس سهمی یا y_S بیشترین مقدار تابع است.
- ۶ معادله محور تقارن $x = -\frac{b}{2a}$ (طول رأس سهمی) است.

پاسخ تشریحی

گام اول: با توجه به این که رأس سهمی f داده شده است، ضابطه تابع را به صورت زیر می نویسیم:

$$f(x) = a(x - x_s)^2 + y_s \xrightarrow{(x_s, y_s) = (-1, -4)} f(x) = a(x + 1)^2 - 4$$

$$f'(x) = 2a(x + 1)$$

گام دوم: نمودار $f \circ f'$ بر نمودار f' مماس است. دو تابع را تشکیل می دهیم:

$$f \circ f'(x) = f(2a(x + 1)) = a(2ax + 2a + 1)^2 - 4$$

$$f'(x) = f \circ f'(x) \Rightarrow a(2a(x + 1) + 1)^2 - 4 = 2a(x + 1)$$

گام سوم:

این معادله باید ریشه مضاعف داشته باشد. برای حل معادله، از تغییر متغیر $x + 1 = t$ استفاده می کنیم:

$$a(2at + 1)^2 - 4 = 2at \Rightarrow a(4a^2t^2 + 4at + 1) - 4 = 2at$$

$$\Rightarrow 4a^2t^2 + 4a^2t + a - 4 - 2at = 0 \Rightarrow 4a^2t^2 + (4a^2 - 2a)t + a - 4 = 0$$

$$\Rightarrow \Delta = 0 \Rightarrow (4a^2 - 2a)^2 - 16a^3(a - 4) = 0$$

$$\Rightarrow 4a^2(2a - 1)^2 - 16a^3(a - 4) = 0 \xrightarrow{a \neq 0} (2a - 1)^2 = 4a(a - 4)$$

$$\Rightarrow 4a^2 - 4a + 1 = 4a^2 - 16a \Rightarrow 12a = -1 \Rightarrow a = -\frac{1}{12}$$

$$f(5) = -\frac{1}{12} \times 36 - 4 = -7$$

گام چهارم: پس $f(x) = -\frac{1}{12}(x + 1)^2 - 4$ می شود؛ در نتیجه:

تست و پاسخ ۱۹

نقطه عطف تابع $f(x) = x^3 - 3ax^2 - 9x + 12a$ بر نیمساز ناحیه اول دستگاه مختصات واقع است. کدام خط زیر در نقطه ماکزیمم

نسبی f بر نمودار f مماس است؟

$$f''(x_0) = 0$$

$$y = -3 \quad (4)$$

$$y = -15 \quad (3)$$

$$y = 12 \quad (2)$$

$$y = 17 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۱

نکته: ویژگی نقطه عطف یک تابع درجه ۳، این است که مشتق دوم تابع در آن نقطه برابر با صفر است و مختصات آن در ضابطه تابع صدق می کند.

$$f(x) = x^3 - 3ax^2 - 9x + 12a$$

گام اول: مشتق دوم تابع f را پیدا می کنیم تا طول نقطه عطف را بیابیم:

$$f'(x) = 3x^2 - 6ax - 9$$

$$f''(x) = 6x - 6a = 0 \Rightarrow x = a$$

گام دوم: نقطه عطف تابع، روی نیمساز ناحیه اول قرار دارد؛ پس مختصات آن به صورت (a, a) است و در تابع f صدق می کند.

$$f(a) = a \Rightarrow a^3 - 3a^3 - 9a + 12a = a \Rightarrow -2a^3 = -2a \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = 1 \\ a = -1 \end{cases}$$

با توجه به این که نقطه عطف، روی نیمساز ناحیه اول است، باید $a > 0$ باشد، $a = 1$ قابل قبول است.

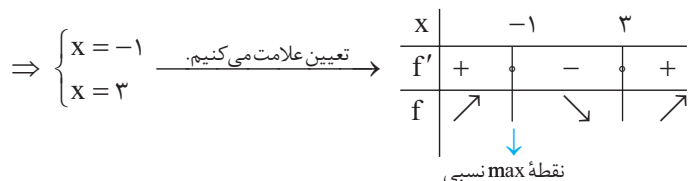




پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

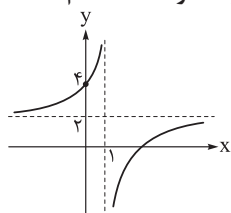
گام سوم: تابع f به صورت $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 12$ می‌شود. \max نسبی تابع f را به کمک مشتق آن پیدا می‌کنیم.
 $f'(x) = 3x^2 - 6x - 9 = 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow (x-3)(x+1) = 0$



گام چهارم: مختصات نقطه نسبی به صورت $(-1, 17)$ است؛ پس خط $y = 17$ در این نقطه بر تابع f مماس است.

تست و پاسخ ۲۰

نمودار تابع هموگرافیک f به صورت زیر است. اگر تابع $y = (x-2)f(x)$ در بازه (a, b) اکیداً نزولی باشد، حداکثر مقدار $b - a$ کدام است؟



$y' < 0$	۲ (۲)	۱ (۱)
	۴ (۴)	۳ (۳)

پاسخ: گزینه ۱

درس نامه ●● تابع هموگرافیک $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ (در یک نگاه $ad - bc \neq 0, c \neq 0$)

$$f'(x) = \frac{ad - bc}{(cx + d)^2} \quad (۱)$$

(۲) تابع یک مجانب قائم دارد که ریشه مخرج است:

(۳) تابع یک مجانب افقی دارد که نسبت ضرایب x بالا به x پایین است:

(۴) نمودار تابع به یکی از دو صورت زیر است:

$$cx + d = 0 \Rightarrow x = -\frac{d}{c}$$

$$y = \frac{a}{c}$$

شرط	نمودار	وضعیت یکنوایی	وضعیت تعقر (نقطه عطف ندارد)
$ad - bc > 0$		در هر شاخه صعودی (اما در کل غیر یکنوا)	ابتدا رو به بالا و بعد رو به پایین
$ad - bc < 0$		در هر شاخه نزولی (اما در کل غیر یکنوا)	ابتدا رو به پایین و بعد رو به بالا

$$f^{-1}(x) = \frac{-dx + b}{cx - a} \quad (۵) \text{ (برای وارون جای } d \text{ و } a \text{ را عوض کرده و آن‌ها را قرینه می‌کنیم.)}$$

(۶) اگر $c = 0$ ، تابع هموگرافیک نبوده و تبدیل به تابع خطی می‌شود.

(۷) اگر $ad - bc = 0$ باشد، صورت و مخرج ساده شده و تابع تبدیل به تابع ثابت می‌گردد.

(۸) اگر بازه شامل مجانب قائم باشد، تابع در آن بازه غیر یکنواست.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



پاسخ تشریحی گام اول: تابع هموگرافیک f را به صورت $f(x) = A \frac{x+B}{x+C}$ در نظر می‌گیریم.

گام دوم: با توجه به نمودار، مجانب قائم تابع $x=1$ است که همان ریشهٔ مخرج است؛ پس $C = -1$ می‌شود.

گام سوم: مجانب افقی تابع، $y=2$ است که از نسبت ضرایب x صورت به مخرج به دست می‌آید؛ پس $A=2$ می‌شود.

گام چهارم: نقطهٔ $(0, 4)$ روی تابع قرار دارد. مقدار B را با توجه به آن می‌یابیم:

$$f(x) = 2 \frac{x+B}{x-1} \xrightarrow{x=0} \frac{2B}{-1} = 4 \Rightarrow B = -2$$

گام پنجم: پس $f(x) = \frac{2x-4}{x-1}$ است و $y = (x-2) \times \frac{2x-4}{(x-1)} = \frac{2(x-2)^2}{(x-1)}$ می‌شود.

گام ششم: تابع y در بازهٔ (a, b) اکیداً نزولی است؛ پس مشتق این تابع در این بازه منفی است:

$$y' = \frac{4(x-2)(x-1) - 2(x-2)^2}{(x-1)^2} = \frac{2x(x-2)}{(x-1)^2} < 0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=2 \\ x=1 \end{cases}$$

جدول تعیین علامت y' را رسم می‌کنیم:

x	0	1	2
$2x(x-2)$	+	-	-
$(x-1)^2$	+	+	+
y'	+	-	+

$\Rightarrow x \in (0, 1) \cup (1, 2)$

بازهٔ (a, b) می‌تواند $(0, 1)$ یا $(1, 2)$ باشد که بیشترین مقدار $b-a$ برابر با 1 می‌شود.

تست و پاسخ ۲۱

اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند به طوری که $P(A) = 2/8$ ، $P(A' \cup B) = 4/8$ ، آن‌گاه مقدار $P((S-A)-B)$ کدام است؟

0/9 (4)

0/8 (3)

0/1 (2)

0/2 (1)

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس نامه ●● برخی از قوانین اعمال روی مجموعه‌ها و پیشامدها را در زیر ببینید:

1) $S - A = A'$

4) $(A \cup B)' = A' \cap B'$

7) $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$

2) $A \cap B' = A - B$

5) $(A \cap B)' = A' \cup B'$

8) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

3) $(A')' = A$

6) $P(A') = 1 - P(A)$

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا دقت کنید که:

$$4) P(A' \cup B) = 4/8 = P(B') = P(A) = 2/8 \Rightarrow \begin{cases} P(A) = 0/4 \\ P(B') = 0/4 \\ P(A' \cup B) = 0/7 \end{cases}$$

گام دوم: از طرفی:

$$P(B') = 0/4 \xrightarrow{\text{مورد (6) درس نامه}} 1 - P(B) = 0/4 \Rightarrow P(B) = 0/6$$

به علاوه:

$$P(A' \cup B) = 0/7 \Rightarrow 1 - \underbrace{P((A' \cup B)')}_{P(A \cap B')} = 0/7 \Rightarrow P(A \cap B') = 0/3$$

$$\Rightarrow P(A - B) = 0/3 \Rightarrow \underbrace{P(A)}_{0/4} - P(A \cap B) = 0/3 \Rightarrow P(A \cap B) = 0/1$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

گام سوم: حالا سراغ خواسته مسئله می‌رویم:

$$P((S-A) - B) = P(A' - B) = P(A' \cap B') = 1 - ((A' \cap B')') = 1 - P(A \cup B)$$

$$= 1 - \left(\underbrace{P(A)}_{0/4} + \underbrace{P(B)}_{0/6} - \underbrace{P(A \cap B)}_{0/1} \right) = 1 - 0/9 = 0/1$$

تست و پاسخ ۲۲

اگر تمام داده‌های بین چارک اول و میانه را در داده‌های زیر سه برابر کنیم، آن‌گاه میانگین «میانه، مد و میانگین» در داده‌های جدید کدام است؟

۱۰۹، ۱۲۴، ۱۲۵، ۱۲۶، ۱۲۶، ۱۲۷، ۱۳۱، ۱۴۰، ۱۴۷، ۲۵۰

۲۵۷، ۳۶۰، ۳۸۱، ۳۸۱، ۳۹۰، ۴۲۰، ۴۳۱، ۴۴۴، ۴۴۵

۳۵۹ / ۳۳ (۲)

۴۱۲ / ۶۷ (۱)

۲۴۱ / ۳۳ (۴)

۲۸۸ / ۶۷ (۳)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی: گام اول: تعداد داده‌ها ۱۹ تا است، پس میانه برابر داده وسط یعنی داده دهم می‌شود:

۱۰۹، ۱۲۴، ۱۲۵، ۱۲۶، ۱۲۶، ۱۲۷، ۱۳۱، ۱۴۰، ۱۴۷، ۲۵۰، ۲۵۷، ۳۶۰، ۳۸۱، ۳۸۱، ۳۹۰، ۴۲۰، ۴۳۱، ۴۴۴، ۴۴۵

↑
میانه

گام دوم: قبل از میانه، ۹ داده داریم، پس چارک اول، برابر داده وسط، یعنی داده پنجم می‌شود:

۱۰۹، ۱۲۴، ۱۲۵، ۱۲۶، ۱۲۶، ۱۲۷، ۱۳۱، ۱۴۰، ۱۴۷، ۲۵۰، ۲۵۷، ۳۶۰، ۳۸۱، ۳۸۱، ۳۹۰، ۴۲۰، ۴۳۱، ۴۴۴، ۴۴۵

↑
چارک اول

↑
میانه

گام سوم: تمام داده‌های بین چارک اول و میانه را سه برابر می‌کنیم:

۱۰۹، ۱۲۴، ۱۲۵، ۱۲۶، ۱۲۶، ۳۸۱، ۳۹۳، ۴۲۰، ۴۴۱، ۲۵۰، ۲۵۷، ۳۶۰، ۳۸۱، ۳۸۱، ۳۹۰، ۴۲۰، ۴۳۱، ۴۴۴، ۴۴۵

گام چهارم: دوباره داده‌ها را مرتب می‌کنیم:

۱۰۹، ۱۲۴، ۱۲۵، ۱۲۶، ۱۲۶، ۲۵۰، ۲۵۷، ۳۶۰، ۳۸۱، ۳۸۱، ۳۸۱، ۳۹۰، ۳۹۳، ۴۲۰، ۴۲۰، ۴۳۱، ۴۴۱، ۴۴۴، ۴۴۵

↑
میانه

میانه این داده‌ها برابر $m = 381$ است. مد داده‌ها هم برابر $M = 381$ است، چون بیشترین فراوانی را دارد. حالا میانگین داده‌ها را محاسبه می‌کنیم:

$$\bar{x} = \frac{\text{جمع داده‌ها}}{\text{تعداد داده‌ها}} = \frac{6004}{19} = 316$$

گام پنجم: بنابراین جواب برابر است با:

$$\frac{M + m + \bar{x}}{3} = \frac{381 + 381 + 316}{3} = 359 / 33$$

تست و پاسخ ۲۳

از یک جامعه آماری با واریانس $\frac{9}{4}$ ، نمونه‌ای شامل داده‌های ۹، ۱۳، ۱۶ و ۱۸ انتخاب کرده‌ایم. چند عدد صحیح در بازه اطمینان ۹۵ درصدی برای میانگین جامعه، قرار می‌گیرد؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



درس نامه ●● اگر از جامعه، نمونه‌ای به اندازه n انتخاب کنیم به طوری که انحراف معیار جامعه برابر σ و میانگین اعضای نمونه برابر \bar{x} باشد، در این صورت بازه اطمینان بالای ۹۵٪ برای میانگین جامعه به شکل زیر می‌شود:

$$\left(\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

پاسخ تشریحی گام اول: واریانس جامعه برابر $\frac{9}{4}$ است، پس انحراف معیار آن برابر $\frac{3}{2}$ می‌شود.

گام دوم: تعداد اعضای نمونه برابر $n = 4$ است. میانگین اعضای نمونه را محاسبه می‌کنیم:

$$\bar{x} = \frac{9+13+16+18}{4} = 14$$

گام سوم: بنابراین بازه اطمینان بیش از ۹۵٪ برای این جامعه به صورت زیر می‌شود:

$$\left(\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \left(14 - \frac{2 \times \frac{3}{2}}{\sqrt{4}}, 14 + \frac{2 \times \frac{3}{2}}{\sqrt{4}}\right) = \left(14 - \frac{3}{2}, 14 + \frac{3}{2}\right) = (12/5, 15/5)$$

که این بازه شامل سه عدد صحیح (اعداد ۱۳، ۱۴ و ۱۵) است.

تست و پاسخ ۲۴

یک تاس داریم که در پرتاب آن، احتمال روشن شدن اعداد اول، نصف احتمال روشن شدن اعداد غیراول است. این تاس را پرتاب می‌کنیم، سپس به تعداد عدد روشده سکه‌ای را می‌اندازیم. اگر سکه دو بار رو آمده باشد، با کدام احتمال سکه دقیقاً دو بار انداخته شده است؟

یعنی احتمال این را می‌خواهیم که سکه دقیقاً دو بار انداخته شده باشد، به شرط آن‌که بدانیم سکه دوبار رو آمده است.

$$\frac{8}{99} \quad (2)$$

$$\frac{16}{99} \quad (4)$$

$$\frac{8}{69} \quad (1)$$

$$\frac{16}{69} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی گام اول: در این تاس، احتمال روشن شدن اعداد اول، نصف احتمال روشن شدن اعداد غیراول است. احتمال روشن شدن هر عدد اول را برابر x در نظر می‌گیریم، پس احتمال روشن شدن هر عدد غیراول برابر $2x$ می‌شود:

$$\left. \begin{array}{l} P(1) = 2x \\ P(2) = x \\ P(3) = x \\ P(4) = 2x \\ P(5) = x \\ P(6) = 2x \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{جمع احتمالات برابر 1}} P(1) + P(2) + P(3) + \dots + P(6) = 1$$

$$\Rightarrow 2x + x + x + 2x + x + 2x = 1 \Rightarrow 9x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{9}$$

گام دوم: بنابراین احتمال روشن شدن اعداد ۱ تا ۶ در این تاس، برابر است با:

$$P(1) = \frac{2}{9}$$

$$P(4) = \frac{2}{9}$$

$$P(2) = \frac{1}{9}$$

$$P(5) = \frac{1}{9}$$

$$P(3) = \frac{1}{9}$$

$$P(6) = \frac{2}{9}$$

گام سوم: حالا دقت کنید در k بار پرتاب یک سکه، احتمال این که سکه دقیقاً دو بار رو آمده باشد، برابر است با:

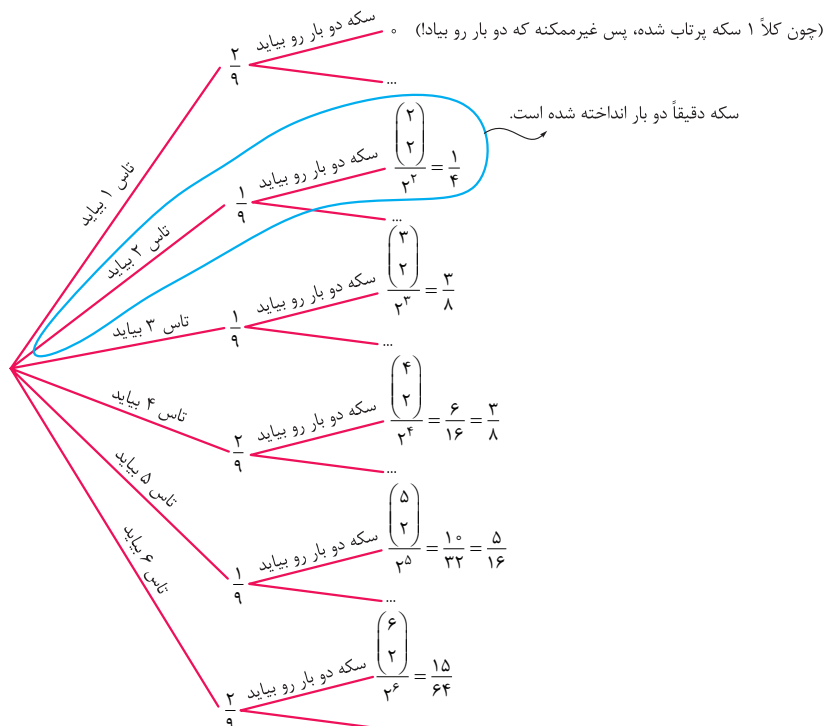
$$\binom{k}{2} \frac{1}{2^k}$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

گام چهارم: نمودار درختی رسم می‌کنیم:



گام پنجم: با توجه به نمودار درختی، احتمال این که سکه دو بار رو بیاید برابر است با:

$$\left(\frac{2}{9} \times 0\right) + \left(\frac{1}{9} \times \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{9} \times \frac{3}{8}\right) + \left(\frac{2}{9} \times \frac{3}{8}\right) + \left(\frac{1}{9} \times \frac{5}{16}\right) + \left(\frac{2}{9} \times \frac{15}{64}\right) = \frac{138}{576} = \frac{23}{96}$$

گام ششم: بنابراین احتمال این که سکه دقیقاً دو بار انداخته شده باشد به شرط آن که سکه دو بار رو آمده باشد، طبق قانون بیز برابر است با:

$$\frac{\frac{1}{9} \times \frac{1}{4}}{\frac{23}{96}} = \frac{\frac{1}{36}}{\frac{23}{96}} = \frac{8}{23}$$

تست و پاسخ ۲۵

قطر یک مستطیل، واسطه هندسی ضلع کوچک و محیط آن است. نسبت مساحت این مستطیل به مساحت چهارضلعی حاصل از برخورد نیمسازهای داخلی آن کدام است؟

$$\frac{5}{2} \quad (4)$$

$$2\sqrt{2} - 1 \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$\sqrt{2} + 1 \quad (1)$$

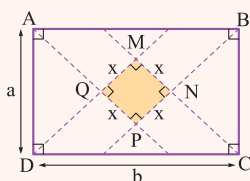
پاسخ: گزینه ۱

درس نامه

$$m^2 = n.p$$

(۱) اگر m واسطه هندسی n و p باشد، آن گاه:

(۲) چهارضلعی حاصل از برخورد نیمسازهای داخلی مستطیلی به ابعاد a و b یک مربع است که طول ضلع آن برابر است با:



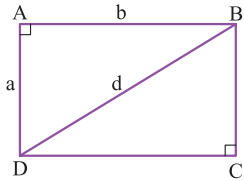
$$x = \frac{\sqrt{2}}{2} |b - a|$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



پاسخ تشریحی گام اول (محاسبه رابطه بین a و b): مستطیل زیر را با فرض $b > a$ در نظر می‌گیریم. بنا به فرض قطر مستطیل واسطه

هندسی ضلع کوچک‌تر و محیط آن است؛ پس:



$$\begin{cases} \text{ضلع کوچک} = a \\ \text{محیط مستطیل} = 2(a+b) \end{cases} \Rightarrow d^2 = (a)(2(a+b))$$

از طرفی، طبق قضیه فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویه ABD می‌دانیم $d^2 = a^2 + b^2$ ؛ پس:

$$a^2 + b^2 = 2a^2 + 2ab \Rightarrow b^2 - a^2 - 2ab = 0 \xrightarrow{\div a^2} \left(\frac{b}{a}\right)^2 - 2\left(\frac{b}{a}\right) - 1 = 0$$

$$\xrightarrow{\substack{b/a = t \\ \text{تغییر متغیر}}} t^2 - 2t - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 1 + \sqrt{2} \checkmark \\ t = 1 - \sqrt{2} < 0 \times \end{cases} \Rightarrow \frac{b}{a} = 1 + \sqrt{2}$$

گام دوم (محاسبه مساحت چهارضلعی حاصل از برخورد نیمسازهای داخلی مستطیل و خواسته مسئله):

$$S_{\text{مربع}} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}(b-a)\right)^2 = \frac{1}{2}(b-a)^2$$

طبق درس‌نامه، مساحت چهارضلعی مفروض برابر است با:

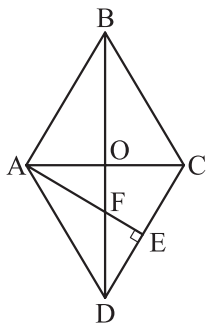
پس نسبت مساحت مستطیل به مساحت این چهارضلعی برابر است با:

$$k = \frac{S_{\text{مستطیل}}}{S_{\text{مربع}}} = \frac{ab}{\frac{1}{2}(b-a)^2} \Rightarrow k = \frac{a(a(1+\sqrt{2}))}{\frac{1}{2}(a\sqrt{2})^2} = \frac{a^2(1+\sqrt{2})}{a^2} = 1 + \sqrt{2}$$

$$\frac{b}{a} = \frac{1+\sqrt{2}}{1} \xrightarrow{\text{تفضیل در صورت}} \frac{b-a}{a} = \frac{(1+\sqrt{2})-1}{1} = \sqrt{2} \Rightarrow b-a = \sqrt{2}a$$

تست و پاسخ ۲۶

مطابق شکل، چهارضلعی ABCD لوزی است. اگر قطر بزرگ این لوزی، ۳ برابر قطر کوچک آن باشد، طول AF چند برابر طول AB است؟



- (۱) $\frac{2}{3}$
- (۲) $\frac{\sqrt{10}}{5}$
- (۳) $\frac{1}{2}$
- (۴) $\frac{\sqrt{5}}{3}$

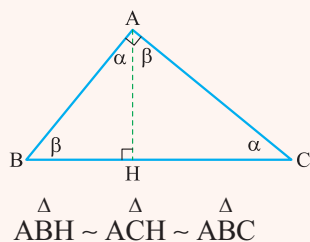
پاسخ: گزینه ۳

خودت حل کنی بهتره دو مثلث AOB و AOF متشابه‌اند.



درس نامه

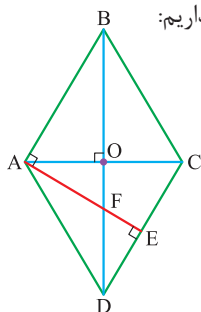
(۱) در هر مثلث قائم الزاویه، اگر ارتفاع وارد بر وتر را رسم کنیم، دو مثلث قائم الزاویه متشابه جدید ایجاد می شود که هر دو با مثلث اصلی متشابه اند.



(۲) چهار ضلعی ای که هر چهار ضلع آن با هم برابرند، لوزی نامیده می شود، هر لوزی یک متوازی الاضلاع است؛ پس تمام خواص متوازی الاضلاع را دارد. علاوه بر آن، در لوزی قطرها بر هم عمودند.

پاسخ تشریحی گام اول (تحلیل سؤال): سؤال از ما حاصل یک نسبت را می خواهد؛ پس احتمالاً باید حل را به سمت تشابه ببریم.

طبق مورد (۲) درس نامه، در هر لوزی ضلع های روبه رو با هم موازی اند (چون هر لوزی یک متوازی الاضلاع است)؛ پس داریم:



$$AB \parallel CD, CD \perp AE \Rightarrow AB \perp AE$$

پس مثلث ABF قائم الزاویه است و AO ارتفاع وارد بر وتر آن است؛ در نتیجه طبق مورد (۱) درس نامه می توانیم بگوییم دو مثلث AOF و AOB متشابه اند و داریم:

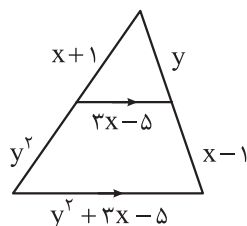
$$\Delta AOB \sim \Delta AOF \Rightarrow \frac{AF}{AB} = \frac{OA}{OB} (*)$$

گام دوم (محاسبه خواسته سؤال): چون قطرهای لوزی یکدیگر را نصف می کنند، از $BD = 3AC$ می توان نتیجه گرفت $OB = 3OA$ یا به بیان دیگر $\frac{OA}{OB} = \frac{1}{3}$ ؛ در نتیجه از تساوی (*) داریم:

$$\frac{AF}{AB} = \frac{1}{3}$$

تست و پاسخ ۲۷

در شکل زیر، مساحت دوزنقه چند درصد مساحت بزرگ ترین مثلث است؟



۶۵ (۱)

۷۰ (۲)

۷۵ (۳)

۸۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره استفاده از قضیه تالس و تشابه مثلث ها در محاسبه نسبت مساحت ها از تیپ سؤال های پرتکرار در کنکور بوده است.

خودت حل کنی بهتره هر جا خطی موازی با یکی از اضلاع مثلث دیدی حتماً یاد قضیه تالس و تشابه بیفت.

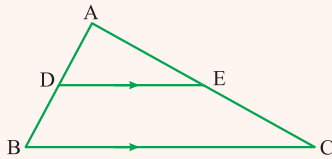
پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



درس نامه ••

(۱) اگر $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ، آن گاه $\frac{a}{b-a} = \frac{c}{d-c}$ (خاصیت تفضیل در مخرج).

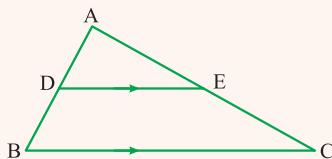
(۲) قضیه تالس: مطابق شکل اگر $DE \parallel BC$ ، آن گاه:



$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} \quad (\text{تالس جزء به جزء})$$

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC} \quad (\text{تالس جزء به کل})$$

(۳) قضیه اساسی تشابه مثلثها: اگر خط راستی موازی یکی از اضلاع مثلث دو ضلع دیگر آن را قطع کند، مثلثی تشکیل می شود که با مثلث اولیه متشابه است:



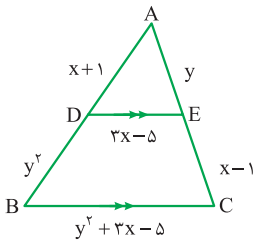
$$DE \parallel BC \Rightarrow \triangle ADE \sim \triangle ABC$$

(۴) در دو مثلث متشابه، نسبت محیطها برابر نسبت تشابه و نسبت مساحتها مجذور نسبت تشابه است.

پاسخ تشریحی

گام اول (تحلیل سؤال): در مثلث ABC، DE با BC موازی است؛ پس اول با استفاده از قضیه تالس مقادیر مجهول X و Y را محاسبه می کنیم و سپس با استفاده از تشابه دو مثلث ADE و ABC نسبت مساحت ذوزنقه DECB به مثلث ABC را به دست می آوریم.

گام دوم (محاسبه مجهولات): با دو بار استفاده از قضیه تالس در مثلث ABC داریم:



$$DE \parallel BC \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} \Rightarrow \frac{x+1}{y^2+x+1} = \frac{3x-5}{y^2+3x-5}$$

$$\xrightarrow{\text{تفضیل در مخرج}} \frac{x+1}{y^2} = \frac{3x-5}{y^2} \Rightarrow x+1 = 3x-5 \Rightarrow x=3$$

$$DE \parallel BC \Rightarrow \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} \Rightarrow \frac{x+1}{y^2} = \frac{y}{x-1} \xrightarrow{x=3} \frac{4}{y^2} = \frac{y}{2} \Rightarrow y^3 = 8 \Rightarrow y=2$$

گام سوم (محاسبه نسبت مساحتها با استفاده از نسبت تشابه):

چون DE با BC موازی است، طبق مورد (۳) درس نامه، مثلثهای ADE و ABC متشابهاند؛ پس نسبت مساحت آنها با مجذور نسبت

تشابه برابر است و داریم:

$$\frac{S_{ADE}}{S_{ABC}} = \left(\frac{AD}{AB}\right)^2 \Rightarrow \frac{S_{ADE}}{S_{ABC}} = \left(\frac{x+1}{y^2+x+1}\right)^2 = \left(\frac{4}{4+4}\right)^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow S_{ABC} = 4S_{ADE} \quad (1)$$

$$\frac{S_{BDEC}}{S_{ABC}} = \frac{S_{ABC} - S_{ADE}}{S_{ABC}} \stackrel{(1)}{=} \frac{4S_{ADE} - S_{ADE}}{4S_{ADE}} = \frac{3}{4} = 0.75 = 75\%$$



تست و پاسخ ۲۸

در مثلث ABC ، اندازه میانه‌های نظیر اضلاع AB و AC به ترتیب $2\sqrt{3}$ و 4 و اندازه زاویه بین این دو میانه 120° است. مساحت مثلث ABC کدام است؟

۶ (۴)

۱۲ (۳)

۹ (۲)

۸ (۱)

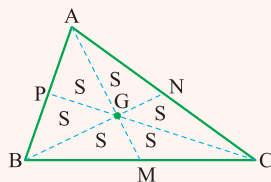
پاسخ: گزینه (۱)

مشاوره خواص هم‌رسی میانه‌های مثلث همیشه مهم بوده، هست و خواهد بود! این خواص را در درس‌نامه این سؤال گفته‌ایم، حتماً آن‌ها را یاد بگیرید.

خودت حل کنی بهتره اول مساحت مثلث BGC رو حساب کنید و از روی آن مساحت ABC رو به دست بیاورید.

درس‌نامه

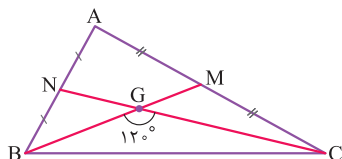
(۱) میانه‌های هر مثلث هم‌رس‌اند و نقطه هم‌رسی میانه‌ها، هر میانه را به نسبت ۱ به ۲ تقسیم می‌کند، مثلاً در شکل زیر اگر M ، N ، P و پای میانه‌های نظیر اضلاع باشند، داریم:



$$\frac{GM}{AG} = \frac{GN}{BG} = \frac{GP}{CG} = \frac{1}{2} \Rightarrow AG = \frac{2}{3}AM, \quad BG = \frac{2}{3}BN, \quad CG = \frac{2}{3}CP$$

(۲) با رسم هر سه میانه در یک مثلث (مثل شکل بالا) ۶ مثلث هم‌مساحت ایجاد می‌شود.
 (۳) مساحت هر مثلث برابر است با نصف حاصل ضرب دو ضلع در سینوس زاویه بین آن دو ضلع.

پاسخ تشریحی



گام اول (تحلیل مسئله):

طول میانه‌های $BM = 4$ و $CN = 2\sqrt{3}$ را داریم و زاویه G هم برابر 120° است. برای به دست آوردن مساحت مثلث ABC کافیست طول BG و CG را یافته و با محاسبه مساحت مثلث BGC و استفاده از مورد (۲) درس‌نامه، مساحت ABC را پیدا کنید.

گام دوم (محاسبه GB و GC): طبق مورد (۱) درس‌نامه طول BG و CG برابر است با:

$$CG = \frac{2}{3}CN = \frac{2}{3} \times 2\sqrt{3} = \frac{4}{3}\sqrt{3}$$

$$BG = \frac{2}{3}BM = \frac{2}{3} \times 4 = \frac{8}{3}$$

گام سوم (محاسبه مساحت BGC): مساحت مثلث BGC برابر است با:

$$S_{BGC} = \frac{1}{2}BG \times CG \times \sin 120^\circ = \frac{1}{2} \times \frac{8}{3} \times \frac{4}{3}\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{8}{3}$$

گام چهارم (محاسبه مساحت ABC): طبق مورد (۲) درس‌نامه اگر میانه نظیر رأس A را رسم کنیم، مساحت BGC برابر $\frac{1}{3}$ یعنی $\frac{1}{3}$ مساحت مثلث ABC خواهد بود؛ پس:

$$S_{BGC} = \frac{1}{3}S_{ABC} \Rightarrow S_{ABC} = \frac{8}{3} \times 3 = 8$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۲۹

نقطه O درون مثلث ABC از سه ضلع آن به یک فاصله است. اگر $\widehat{BOC} = 112^\circ$ ، آنگاه اندازه کمان BC در دایره محیطی این مثلث چند درجه است؟

۱۱۲ (۴)

۱۰۴ (۳)

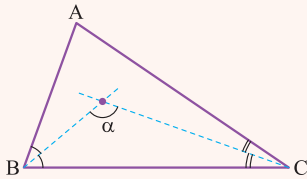
۹۶ (۲)

۸۸ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

درس نامه

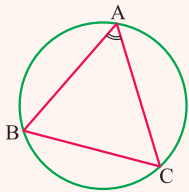
(۱) در مثلث ABC ، زاویه منفرجه بین نیمسازهای داخلی دو زاویه B و C برابر است با:



$$\alpha = 90^\circ + \frac{\hat{A}}{2}$$

(۲) نیمسازهای داخلی هر مثلث همسایه اند و نقطه همرسی آنها، تنها نقطه‌ای درون مثلث است که از هر سه ضلع آن به یک فاصله است.
 (۳) اگر عمود منصف‌های اضلاع یک چندضلعی همرس باشند، دایره‌ای وجود دارد که از تمام رأس‌های آن می‌گذرد، این دایره را دایره محیطی می‌نامیم.

(۴) اندازه هر زاویه محاطی در دایره، نصف اندازه کمان روبه‌روی آن است:



دایره محیطی مثلث ABC

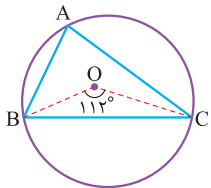
$$\hat{A} = \frac{1}{2} \widehat{BC}$$

نقطه O از اضلاع مثلث به یک فاصله است، یعنی نقطه O محل همرسی نیمسازهای داخلی این مثلث است. مثلث ABC

پاسخ تشریحی

و دایره محیطی آن را رسم می‌کنیم:

اگر \hat{O} محل تقاطع نیمسازهای \hat{B} و \hat{C} باشد، آنگاه طبق مورد (۱) درس‌نامه داریم:



$$\hat{O} = 90^\circ + \frac{\hat{A}}{2} \Rightarrow \hat{A} = 2(\hat{O} - 90^\circ) \Rightarrow \hat{A} = 2(112^\circ - 90^\circ) = 44^\circ$$

و کمان BC رو به زاویه محاطی A در دایره است؛ پس طبق مورد (۴) درس‌نامه:

$$\hat{A} = \frac{\widehat{BC}}{2} \Rightarrow \widehat{BC} = 88$$

تست و پاسخ ۳۰

در مثلثی به طول اضلاع ۷، ۸، ۹، شعاع دایره محیطی، چند برابر شعاع دایره محاطی داخلی است؟

۳/۱ (۴)

۳ (۳)

۲/۱ (۲)

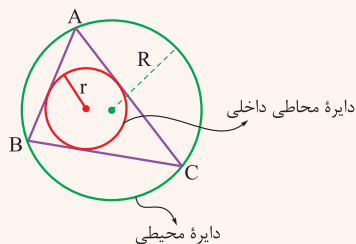
۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۲



درس نامه ●●

اگر مساحت مثلث ABC برابر S و محیط آن 2P باشد، آن گاه:



$$(1) S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)}$$

$$(2) R = \frac{abc}{4S} \text{ شعاع دایره محیطی}$$

$$(3) r = \frac{S}{P} \text{ شعاع دایره محاطی داخلی}$$

طبق درس نامه نسبت شعاع دایره محیطی به محاطی داخلی برابر است با:

$$\frac{R}{r} = \frac{\frac{abc}{4S}}{\frac{S}{P}} = \frac{abcP}{4S^2}$$

$$2P = 7 + 8 + 9 \Rightarrow P = \frac{24}{2} = 12$$

$$S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)} = \sqrt{12(5)(4)(3)} = 12\sqrt{5}$$

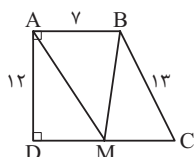
$$\frac{R}{r} = \frac{7 \times 8 \times 9 \times 12}{4 \times (12\sqrt{5})^2} = \frac{21}{10} = 2/1$$

پس باید محیط و مساحت مثلث را به دست آوریم:

در نتیجه:

تست و پاسخ ۳۱

مطابق شکل، نقطه متغیر M روی CD حرکت می‌کند. زمانی که محیط مثلث ABM کم‌ترین مقدار ممکن است، حاصل $\frac{MD}{MC}$ کدام است؟



$$\frac{7}{17} \quad (2)$$

$$\frac{5}{12} \quad (1)$$

$$\frac{5}{13} \quad (4)$$

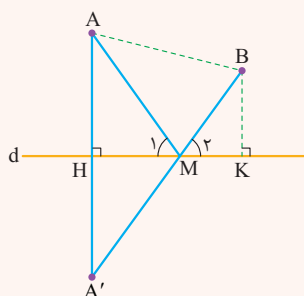
$$\frac{1}{2} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره مسئله هرون در کنکورهای نظام جدید خیلی مورد علاقه طراحان کنکور قرار گرفته است.

درس نامه ●●

اگر دو نقطه A و B در یک طرف خط d واقع باشند، برای پیدا کردن نقطه‌ای مانند M روی خط d به طوری که MA + MB مینیمم باشد (یا به بیان دیگر، محیط مثلث MAB مینیمم باشد)، یکی از نقاط A یا B، مثلاً A را نسبت به خط d قرینه می‌کنیم تا A' به دست آید. محل تقاطع A'B با خط d است و داریم:



$$1) MA + MB = A'B$$

$$2) \hat{M}_1 = \hat{M}_2 \Rightarrow \triangle MAH \sim \triangle MBK$$

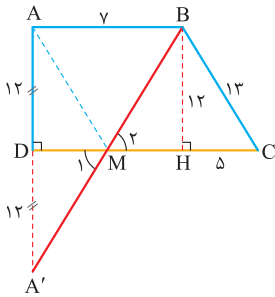
پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



پاسخ تشریحی گام اول (تحلیل مسئله): سؤال گفته کمترین محیط مثلث ABM را داشته باشیم، طول AB که ثابت است؛ پس برای این که

محیط این مثلث کمترین مقدار باشد، باید $AM + MB$ ، مینیمم باشد؛ یعنی با مسئله هرون طرفیم.

گام دوم (محاسبه خواسته سؤال): برای داشتن $\text{Min}(AM + MB)$ ، نقطه A را نسبت به خط CD بازتاب می‌دهیم تا به A' برسیم و سپس A' را به B وصل می‌کنیم، محل تقاطع $A'B$ با خط DC همان نقطه M است.



در مثلث قائم‌الزاویه BHC داریم:

$$HC = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5$$

$$DH = 7$$

و همچنین طبق فرض:

از طرفی، دو مثلث ADM و MBH متشابه‌اند و نسبت تشابه آن‌ها برابر است با:

$$\frac{AD}{BH} = \frac{DM}{MH} = \frac{12}{12} = 1 \Rightarrow DM = MH = \frac{7}{2}$$

پس:

$$\frac{MD}{MC} = \frac{\frac{7}{2}}{\frac{7}{2} + 5} = \frac{\frac{7}{2}}{\frac{17}{2}} = \frac{7}{17}$$

تست و پاسخ ۳۳

در شکل مقابل، اگر $\widehat{BAD} = 2\widehat{DAC}$ ، آنگاه محیط مثلث ABC کدام است؟

$$13/5 (2)$$

$$14 (1)$$

$$14/5 (4)$$

$$13 (3)$$

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره این تست شبیه یکی از تست‌های کنکور ۱۴۰۲ است؛ پس با دقت روش حل آن را یاد بگیرید.

خودت حل کنی بهتره $\widehat{BAD} = 2\widehat{DAC}$ ، پس اگر نیمساز زاویه \widehat{BAD} را رسم کنی، دوتا مثلث و دوتا نیمساز داری که می‌تونی از

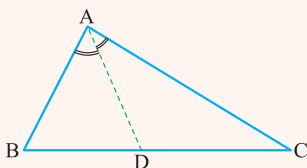
قضایای نیمساز برای حل استفاده کنی.

درس نامه

$$\begin{cases} a = mk \\ b = nk \end{cases}$$

(۱) اگر $\frac{a}{b} = \frac{m}{n}$ ، آن‌گاه می‌توانیم این‌طور در نظر بگیریم که:

(۲) در شکل زیر، اگر AD نیمساز زاویه A باشد، آن‌گاه:



$$1) \frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}$$

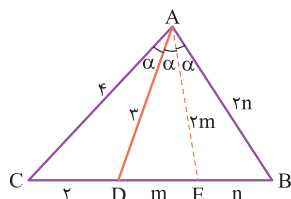
$$2) AD^2 = AC \cdot AB - BD \cdot DC$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

پاسخ تشریحی گام اول (استفاده از خواص نیمساز در مثلث ACE): AE نیمساز زاویه BAD را رسم می‌کنیم تا زاویه A به سه زاویه برابر تقسیم شود. حالا در مثلث ACE که AD نیمساز آن است، داریم:



$$\frac{AC}{AE} = \frac{CD}{DE} \Rightarrow \frac{AC}{CD} = \frac{AE}{DE} = \frac{4}{2} = 2 \Rightarrow DE = m \text{ و } AE = 2m$$

برای به دست آوردن مقدار m از رابطه طولی نیمساز در مثلث ACE استفاده می‌کنیم:

$$AD^2 = AC \times AE - CD \times DE \Rightarrow 9 = 4 \times 2m - 2 \times m \Rightarrow 9 = 6m \Rightarrow m = \frac{3}{2}$$

گام دوم (استفاده از خواص نیمساز در مثلث ADB): یک بار دیگر قضیه نیمساز را در مثلث ADB می‌نویسیم تا مقدار AB و EB به دست آید.

$$\triangle ABD \text{ نیمساز: } AE \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{DE}{EB} \Rightarrow \frac{AB}{EB} = \frac{AD}{DE} = \frac{3}{\frac{3}{2}} = 2 \Rightarrow AB = 2n, EB = n$$

$$AE^2 = AD \times AB - DE \times EB \Rightarrow (3)^2 = 3 \times 2n - \frac{3}{2} \times n \Rightarrow 9 = \frac{9}{2}n \Rightarrow n = 2$$

گام سوم (محاسبه خواسته سؤال): پس محیط مثلث برابر است با:

$$\triangle ABC \text{ محیط} = 4 + (2 + m + n) + 2n = 6 + \frac{3}{2} + 3 \times 2 = \frac{27}{2} = 13 \frac{1}{2}$$

تست و پاسخ ۳۳

اگر $A = \begin{bmatrix} 3^x & 27^x \\ 3^{-x} & 1 \end{bmatrix}$ باشد، آن گاه حاصل $\left| \frac{1}{5} A \right|$ کدام است؟

۳ / ۶ (۴)

۱ / ۸ (۳)

۲ / ۷ (۲)

۴ / ۸ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره ترکیب هندسه (۳) و حسابان (۱) این تست شبیه به یکی از تست‌های کنکور ۱۴۰۲ است که اگر قوانین لگاریتم از ریاضی را بلد نباشید، هرگز به جواب نمی‌رسید و این اهمیت سؤالات ترکیبی را نشان می‌دهد.

درس نامه

(۱) اگر $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ، آن گاه دترمینان ماتریس A برابر است با:

$$|A| = ad - bc$$

(۲) اگر λ عدد حقیقی و A ماتریسی $n \times n$ باشد، آن گاه $|\lambda A_{n \times n}| = \lambda^n |A|$ ، مثلاً اگر A ماتریس 2×2 باشد، آن گاه:

$$|-2A| = (-2)^2 |A| = 4 |A|$$

(۳) یادآوری قوانین لگاریتم:

الف) $x = \log_b a \Rightarrow b^x = a$

ب) $\log_b a = \frac{1}{\log_a b}$

پ) $\log_c a^b = \frac{b}{d} \log_c a$

ت) $\log_b a + \log_b c = \log_b ac$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام اول (محاسبه مقدار x): از قوانین لگاریتم گفته شده در مورد (۳) درس نامه استفاده می کنیم:

$$x = \frac{1}{\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{3}} + \frac{1}{\log_{\frac{1}{5}} \frac{1}{5}} = \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{3} + \log_{\frac{1}{5}} \frac{1}{5} = \log_{3^{-1}} 3^{-1} + \log_{5^{-1}} 5^{-1} = \frac{-1}{-1} \log_3 3 + \frac{-1}{-1} \log_5 5 = \log_3 3 + \log_5 5 = \log_3 3 + \log_5 5 = \log_3 10$$

$$\Rightarrow x = \log_3 10 \Rightarrow 3^x = 10$$

گام دوم (جای گذاری x در ماتریس A و محاسبه $|A|$):

با جای گذاری مقدار x در ماتریس A ، طبق مورد (۱) درس نامه دترمینان A را محاسبه می کنیم:

$$3^x = 10 \Rightarrow \begin{cases} 3^{-x} = \frac{1}{3^x} = \frac{1}{10} = 10^{-1} \\ 27^x = (3^x)^3 = 10^3 \end{cases}$$

$$A = \begin{bmatrix} 3^x & 27^x \\ 3^{-x} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 10^3 \\ 10^{-1} & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = 10 \times 1 - 10^3 \times 10^{-1} = 10 - 10^2 = -90$$

گام سوم (محاسبه خواسته سؤال): بنابراین طبق مورد (۲) درس نامه مقدار $|\frac{1}{\Delta} A|$ برای ماتریس $A_{2 \times 2}$ برابر است با:

$$|\frac{1}{\Delta} A| = (\frac{1}{\Delta})^2 |A| = \frac{1}{10^2} \times (-90) = -3/6$$

تست و پاسخ ۳۴

از کانون سهمی به معادله $y = x^2 + x + 1$ خطی موازی با خط هادی آن رسم می کنیم تا سهمی را در نقاط A و B قطع کند. اگر A و B رأس های مستطیلی باشند که دو رأس دیگر آن بر خط هادی سهمی واقع است، مساحت این مستطیل کدام است؟

۰/۵ (۴)

۲ (۳)

۴ (۲)

۰/۲۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

خودت حل کنی بهتره در هر سهمی، فاصله کانون از خط هادی برابر با $2a$ است. a که برابر با فاصله رأس تا کانون (یا فاصله رأس تا خط

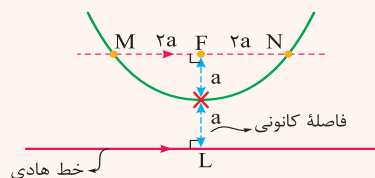
هادی) است، فاصله کانونی سهمی نامیده می شود.

AB وتر کانونی سهمی است.

درس نامه

(۱) طول وتر کانون سهمی: وتری از سهمی که از کانون گذشته و موازی خط هادی می باشد (یا به بیان دیگر، عمود بر محور تقارن باشد)، وتر

کانونی نام دارد که طول آن 4 برابر فاصله کانونی است:



$$MN = 4a$$

(۲) در سهمی $Ax^2 + Bx + Cy + D = 0$ فاصله کانونی برابر است با:

$$a = \left| \frac{C}{4A} \right|$$

گام اول (تحلیل سؤال): با توجه به صورت سؤال، AB همان وتر کانونی سهمی و طول آن برابر با $4a$ است؛ پس ابتدا فاصله

کانونی (a) را به دست می آوریم.



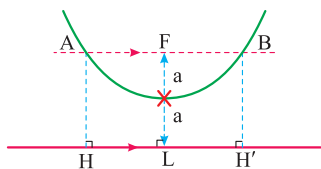
پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

گام دوم (محاسبه فاصله کانون): معادله استاندارد سهمی به صورت $x^2 + x - y + 1 = 0$ است؛ پس طبق مورد (۲) درس نامه فاصله کانونی برابر است با:

$$a = \left| \frac{C}{4A} \right| = \frac{1}{4}$$

گام سوم (محاسبه طول AB): گفتیم AB همان وتر کانونی سهمی است و طول آن برابر است با:



$$AB = 4a = 1$$

گام چهارم (محاسبه خواسته سؤال): سؤال از ما مساحت مستطیل $ABH'H$ را می‌خواهد، داریم: $AH = BH' = 2a = \frac{1}{2}$ ؛ پس:

$$S_{ABH'H} = AB \times BH' = 1 \times \frac{1}{2} = 0.5$$

تست و پاسخ ۳۵

اگر اندازه بردارهای \vec{a} و \vec{b} به ترتیب ۲ و $3\sqrt{3}$ و زاویه بین آنها 30° باشد، اندازه بردار $(\vec{a} + \vec{b}) \times (\vec{a} - \vec{b})$ کدام است؟

$$15\sqrt{3} \quad (2)$$

$$30\sqrt{3} \quad (4)$$

$$\frac{21\sqrt{3}}{2} \quad (1)$$

$$21\sqrt{3} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۳

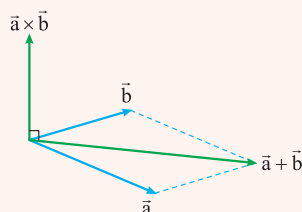
خودت حل کنی بهتره بردار $\vec{a} \times \vec{b}$ بر دو بردار \vec{a} و \vec{b} و هر برداری که در صفحه دو بردار \vec{a} و \vec{b} باشد (مثل $\vec{a} + \vec{b}$) عمود است.

درس نامه

(۱) اگر a و b دو بردار غیرصفر و θ زاویه بین آنها باشد، در این صورت:

$$|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| |\vec{b}| \sin \theta, \quad \vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta$$

(۲) بردار $\vec{a} \times \vec{b}$ همواره بر دو بردار \vec{a} و \vec{b} عمود است؛ پس بر هر بردار موجود در صفحه این دو بردار مثل $\vec{a} + \vec{b}$ هم عمود خواهد بود، ببینید:



نکته اتحادهای جبری برای ضرب داخلی بردارها برقرار هستند، مثلاً:

$$|\vec{a} + \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b}$$

$$|\vec{a} - \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b}$$

پاسخ تشریحی گام اول (تحلیل سؤال): طبق مورد (۲) درس نامه می‌دانیم زاویه بین دو بردار $\vec{a} + \vec{b}$ و $\vec{a} \times \vec{b}$ برابر 90° است؛ پس

حاصل ضرب خارجی آنها برابر است با:

$$|(\vec{a} + \vec{b}) \times (\vec{a} \times \vec{b})| = |\vec{a} + \vec{b}| |\vec{a} \times \vec{b}| \sin 90^\circ = |\vec{a} + \vec{b}| |\vec{a} \times \vec{b}| \quad (*)$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام دوم (محاسبه خواسته سوال): برای محاسبه $(\vec{a} + \vec{b})$ داریم:

$$|\vec{a} + \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} = 2^2 + (3\sqrt{3})^2 + 2 \times 2 \times 3\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{4} = 4 + 27 + 18 = 49 \Rightarrow |\vec{a} + \vec{b}| = 7$$

$$|\vec{a}| |\vec{b}| \cos 30^\circ$$

و برای محاسبه $|\vec{a} \times \vec{b}|$ داریم:

$$|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| |\vec{b}| \sin 30^\circ = 2 \times 3\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = 3\sqrt{3}$$

در نتیجه طبق (*):

$$|(\vec{a} + \vec{b}) \times (\vec{a} + \vec{b})| = |\vec{a} + \vec{b}| |\vec{a} \times \vec{b}| = 7 \times 3\sqrt{3} = 21\sqrt{3}$$

تست و پاسخ ۳۶

نقطه‌های M و N به ترتیب روی دو دایره متداخل $x^2 + y^2 + 2x - 4y + a = 0$ و $x^2 + y^2 - 6x + 2y - 54 = 0$ قرار دارند. اگر کمترین فاصله M و N برابر یک باشد، آن‌گاه شعاع دایره کوچک‌تر کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

درس نامه

(۱) در صورتی که معادله گسترده دایره یعنی $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ را داشته باشیم، آن‌گاه مرکز و شعاع دایره به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$O\left(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}\right) \text{ : مختصات مرکز}$$

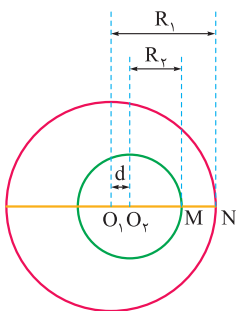
$$R = \sqrt{\left(-\frac{a}{2}\right)^2 + \left(-\frac{b}{2}\right)^2 - c} = \sqrt{x_0^2 + y_0^2 - c} \text{ : طول شعاع}$$

(۲) شرط این که دو دایره $C_1(O_1, R_1)$ و $C_2(O_2, R_2)$ متداخل باشند این است که:

$$O_1O_2 < |R_1 - R_2|$$

پاسخ تشریحی گام اول (تحلیل مسئله): در دو دایره متداخل مطابق شکل زیر، کمترین فاصله نقاط روی دایره (خواسته مسئله) یعنی MN

برابر است با:



$$MN = |O_1N - O_1O_2 - O_2M| = |R_1 - d - R_2|$$

(قدرمطلق را به این دلیل گذاشتیم که در این سؤال نمی‌دانیم R_1 بزرگ‌تر است یا R_2).

پس کافیست طول خط‌المركزین (O_1O_2) و شعاع دایره‌ها را به دست آوریم.

گام دوم (محاسبه مرکز و شعاع دایره‌های C_1 و C_2):

طبق مورد (۱) درس‌نامه مرکز و شعاع دایره‌ها را محاسبه می‌کنیم:

$$C_1: x^2 + y^2 - 6x + 2y - 54 = 0 \Rightarrow O_1\left(-\left(-\frac{6}{2}\right), -\frac{2}{2}\right) = (3, -1)$$

$$R_1 = \sqrt{3^2 + (-1)^2 + 54} = 8$$

$$C_2: x^2 + y^2 + 2x - 4y + a = 0 \Rightarrow O_2\left(-\frac{2}{2}, -\left(-\frac{4}{2}\right)\right) = (-1, 2)$$

$$R_2 = \sqrt{(-1)^2 + 2^2 - a} = \sqrt{5 - a}$$

$R_1 = 8$ در گزینه‌ها نیست؛ پس شعاع دایره کوچک‌تر همان $R_2 = \sqrt{5 - a}$ است و باید a را پیدا کنیم.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

درس نامه •• معادلهٔ همنهشتی

به معادله‌هایی به فرم $ax \equiv b \pmod{m}$ معادلهٔ همنهشتی می‌گوییم. برای مثال $7x \equiv 1 \pmod{11}$ یک معادلهٔ همنهشتی است و هدف ما از حل آن پیدا کردن همهٔ x هایی است که وقتی در ۷ ضرب می‌شوند، باقی‌ماندهٔ آن‌ها بر ۱۱ برابر ۱ شود. حالا برای حل این معادله ما باید کاری کنیم که ضریب x از بین برود که برای این کار مضرب‌های ۱۱ را به طرف دیگر معادله اضافه یا کم می‌کنیم تا مضرب ۷ شود، سپس طرفین را به ۷ تقسیم می‌کنیم و جواب حاصل می‌شود:

$$7x \equiv 1 \pmod{11} \xrightarrow{-22} 7x \equiv -21 \pmod{11} \xrightarrow{\div 7, (7,11)=1} x \equiv -3 \pmod{11} \Rightarrow x = 11t - 3$$

$$a = b \pmod{m} \Rightarrow a \equiv b$$

نکته در معادلهٔ $a = b \pmod{m}$ ، می‌توانیم به جای تساوی، همنهشتی به پیمانهٔ دلخواه m را قرار دهیم:

پاسخ تشریحی **گام اول:** به جای تساوی، همنهشتی به پیمانهٔ ۱۵۹ (به پیمانهٔ ضریب y) را قرار می‌دهیم:

$$93x - 159y = 645 \Rightarrow 93x - \underbrace{159y}_{\text{مضرب } 159} \equiv 645 \pmod{159} \Rightarrow 93x \equiv 645 \pmod{159}$$

گام دوم:

نکته اگر $ax \equiv ay \pmod{m}$ باشد، می‌توانیم طرفین را به a تقسیم کنیم که در این صورت، پیمانه هم به b ، m و a تقسیم می‌شود:

$$ax \equiv ay \pmod{m} \Rightarrow x \equiv y \pmod{\frac{m}{(a,m)}}$$

با استفاده از نکتهٔ بالا، طرفین $93x \equiv 645 \pmod{159}$ را بر ۳ تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{159}{(3,159)} \quad \frac{53}{215} \\ 31x \equiv 215 \pmod{53} \Rightarrow 31x \equiv 215$$

گام سوم: معادلهٔ همنهشتی را حل می‌کنیم:

$$31x \equiv 215 \pmod{53} \xrightarrow{\frac{53}{215 \equiv 3}} \frac{53}{215 \equiv 3} \xrightarrow{-22} 31x \equiv 3 \pmod{53} \Rightarrow 31x \equiv -50 \pmod{53} \xrightarrow{\div 2} -11x \equiv -25 \pmod{53} \Rightarrow -11x \equiv -25 \pmod{53} \xrightarrow{\times 5} -55x \equiv -125 \pmod{53}$$

$$\frac{53}{-55 \equiv -2} \quad \frac{53}{-125 \equiv -72} \xrightarrow{\div 2} -2x \equiv -72 \pmod{53} \xrightarrow{\div 2} -x \equiv -36 \pmod{53} \Rightarrow -x \equiv -36 \pmod{53} \xrightarrow{\times (-1)} x \equiv 36 \pmod{53} \Rightarrow x = 53t + 36$$

گام چهارم: حالا به دنبال بزرگ‌ترین مقدار سهرقمی طبیعی x هستیم:

$$x < 1000 \Rightarrow 53t + 36 < 1000 \Rightarrow 53t < 964 \Rightarrow t < 18/1$$

بنابراین بزرگ‌ترین مقدار سهرقمی x ، به ازای $t = 18$ حاصل می‌شود:

$$x = 53t + 36 \xrightarrow{t=18} x_{\max} = 53 \times 18 + 36 = 990$$

که جمع ارقام آن برابر $18 = 9 + 9 + 0$ است.

تست و پاسخ ۳۹

درون یک مستطیل به ابعاد ۹ و ۱۶، حداقل چند نقطه اختیار شود تا مطمئن باشیم فاصلهٔ حداقل دو نقطه از این نقاط انتخابی، بیشتر از $\frac{\sqrt{2}}{4}$ است؟

(۴) حداقل وجود ندارد.

(۳) ۵۷۷

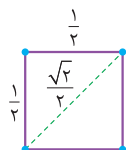
(۲) ۲۸۹

(۱) ۱۴۵

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس نامه •• برای حل سؤالات لانه کیبوتری و اشکال هندسی، کافی است شکل را به چند قسمت تقسیم کنید به طوری که هر قسمت، ویژگی گفته‌شده در صورت سؤال را داشته باشد.

پاسخ تشریحی **گام اول:** اول دقت کنید که در هر مربع به طول ضلع $\frac{1}{4}$ داریم:

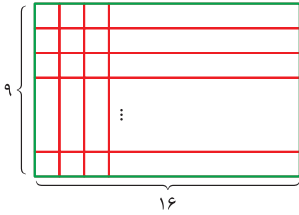


پس اگر دو نقطه درون یک مربع به طول ضلع $\frac{1}{4}$ واحد انتخاب کنیم، فاصلهٔ این دو نقطه حتماً کم‌تر از $\frac{\sqrt{2}}{4}$ است.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام دوم: حالا مستطیل به ابعاد ۹ و ۱۶ را به مربع‌هایی به طول ضلع $\frac{1}{3}$ واحد تقسیم می‌کنیم:



با توجه به شکل، $18 \times 32 = 576$ مربع به طول ضلع $\frac{1}{3}$ داریم، پس اگر ۵۷۷ نقطه درون این شکل انتخاب کنیم، طبق اصل لانه کبوتری حداقل دو نقطه درون یک مربع قرار می‌گیرند و فاصله آن‌ها از هم کم‌تر از $\frac{\sqrt{2}}{3}$ می‌شود.

فب الان احتمالاً می‌گین که پس جواب می‌شه (۳). ولی فب غلطه! چرا؟ چون سؤال دقیقاً برعکسش رو گفته! سؤال گفته حداقل چند نقطه انتخاب کنیم تا مطمئن باشیم فاصله حداقل دو نقطه، بیشتر از $\frac{\sqrt{2}}{3}$ باشه. فب پنین حداقلی وجود نداره، چون آگه ما بیاییم و مثلاً یک میلیاردر نقطه داخل یه مربع به طول ضلع واحد نزدیک هم انتخاب کنیم، باز هم هیچ دو نقطه‌ای وجود نداره که فاصله اون‌ها از $\frac{\sqrt{2}}{3}$ بیشتر باشه، پس جواب درست می‌شه (۴).

تست و پاسخ ۴۰

در مکمل گراف C_6 ، چند دور وجود دارد؟

۱۴ (۴)

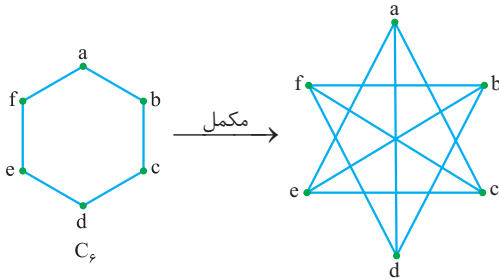
۱۲ (۳)

۱۰ (۲)

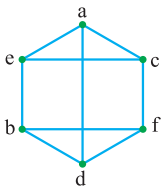
۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

گام اول: اول گراف C_6 و مکمل آن را رسم می‌کنیم:



گام دوم: حالا با یک جراحی زیبایی، شکل گراف را کمی تغییر می‌دهیم:



گام سوم: حالا شمردن دورها در این گراف راحت‌تر است. دورهای این گراف به صورت زیرند:

۳ دورهای به طول ۳: acea / bfdb

۴ دورهای به طول ۴: acfda / aebda / becfb

۵ دورهای به طول ۵: aebfca / ecfdbe / dacbfd / daebfd / adfcea / adbeca

۶ دورهای به طول ۶: acfdbea / acebfda / aecfbda

بنابراین در مجموع در این گراف ۱۴ دور داریم.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

تست و پاسخ ۴۱

در یک مسیر مستقیم، خودروی A، ساکن و خودروی B با سرعت ثابت 90 km/h در حال دور شدن از خودروی A است. در لحظه‌ای که فاصله دو خودرو 125 m است، خودروی A با شتاب ثابت $2/4 \text{ m/s}^2$ در جهت حرکت خودروی B شروع به حرکت می‌کند. تا لحظه‌ای که دو خودرو به هم می‌رسند، مسافت طی شده توسط خودروی A برابر با چند متر است؟

۸۷۵ (۴)

۷۵۰ (۳)

۶۲۵ (۲)

۱۸۷/۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

درس نامه

(۱) معادله مکان - زمان متحرکی که بر روی خط راست و با سرعت ثابت حرکت می‌کند، از رابطه مقابل به دست می‌آید:

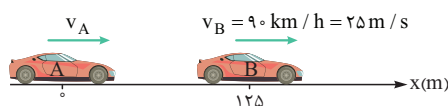
$$x = v t + x_0$$

مکان اولیه (m) ← مکان در لحظه t (m) ← سرعت (m/s) ← زمان (s)

(۲) معادله مکان - زمان متحرکی که بر روی خط راست و با شتاب ثابت حرکت می‌کند، از رابطه مقابل به دست می‌آید:

$$x = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t + x_0$$

مکان اولیه (m) ← مکان در لحظه t (m) ← شتاب (m/s²) ← زمان (s) ← سرعت اولیه (m/s) ← زمان (s)



پاسخ تشریحی شکل مقابل، لحظه‌ای را نشان می‌دهد که دو خودرو در فاصله

125 m از یکدیگر قرار دارند و خودروی A با شتاب ثابت به سمت خودروی B شروع به حرکت می‌کند:

لحظه‌ای که دو خودرو به هم می‌رسند، مکان آن‌ها یکسان می‌شود ($x_A = x_B$)؛ پس ابتدا معادله مکان - زمان دو خودرو را می‌نویسیم تا بتوانیم لحظه‌ای را که دو خودرو به هم می‌رسند، پیدا کنیم:

$$x_A = \frac{1}{2} a_A t^2 + v_{0A} t + x_{0A} \quad \frac{x_{0A}=0, v_{0A}=0}{a_A=2/4 \text{ m/s}^2} \rightarrow x_A = \frac{1}{2} \times (2/4) t^2 + 0 + 0 = 1/2 t^2$$

$$x_B = v_B t + x_{0B} \quad \frac{x_{0B}=125 \text{ m}}{v_B=25 \text{ m/s}} \rightarrow x_B = 25t + 125$$

حالا معادله مکان - زمان دو خودروی A و B را برابر با یکدیگر قرار می‌دهیم تا لحظه‌ای را که به هم می‌رسند، پیدا کنیم:

$$x_A = x_B \Rightarrow 1/2 t^2 = 25t + 125 \xrightarrow{\times 2} t^2 - 50t - 250 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t_1 = -\frac{25}{6} \text{ s} \times \\ t_2 = 25 \text{ s} \checkmark \end{cases}$$

بنابراین، 25 s پس از شروع حرکت خودروی A، دو خودرو به یکدیگر می‌رسند. سؤال از ما مسافت طی شده توسط خودروی A در این 25 s را می‌خواهد. با توجه به این که خودروی A از حال سکون، با شتاب ثابت و بر روی خط راست شروع به حرکت کرده است، پس مسافت طی شده در 25 s اول حرکت آن با جابه‌جایی آن در این مدت برابر است. با استفاده از معادله مکان - زمان خودروی A می‌توانیم بنویسیم:

$$x_A = 1/2 t^2 \xrightarrow{t=25 \text{ s}} x_A = 1/2 (25)^2 = 750 \text{ m}$$

تست و پاسخ ۴۲

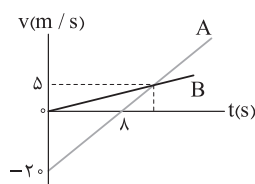
نمودار سرعت - زمان دو متحرک A و B که در راستای محور x حرکت می‌کنند، به شکل مقابل است. دو متحرک در مبدأ زمان، در مبدأ مکان قرار دارند. در بازه زمانی‌ای که بردار مکان دو متحرک در خلاف جهت یکدیگر است، تندی متوسط متحرک A، چند برابر تندی متوسط متحرک B است؟

۲/۵ (۲)

۱/۵ (۱)

۵ (۴)

۳ (۳)



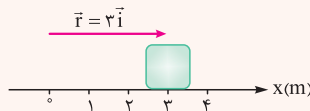
پاسخ: گزینه ۲



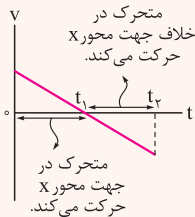
درس نامه

(۱) بردار مکان: بردار مکان برداری است که ابتدایش در مبدأ مختصات ($x=0$) و انتهایش در محل جسم است.

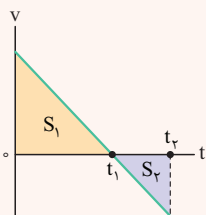
مثال:



(۲) اگر متحرکی در جهت محور X حرکت کند، سرعت آن مثبت ($v > 0$) و اگر در خلاف جهت محور X حرکت کند، سرعت آن منفی ($v < 0$) است.



(۳) مساحت محصور بین نمودار سرعت - زمان و محور t در یک بازه زمانی، بیانگر مسافت طی شده توسط متحرک در آن بازه زمانی است. مثلاً در نمودار سرعت - زمان زیر، مسافت طی شده توسط متحرک در بازه زمانی صفر تا t_2 به صورت زیر است:



$$\left. \begin{aligned} I_1 = S_1 &: \text{مسافت طی شده در بازه زمانی صفر تا } t_1 \\ I_2 = S_2 &: \text{مسافت طی شده در بازه زمانی } t_1 \text{ تا } t_2 \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow I = I_1 + I_2 = S_1 + S_2$$

(۴) **تندی متوسط:** نسبت مسافت طی شده به مدت زمان حرکت متحرک را تندی متوسط متحرک می‌گوییم.

$$S_{av} = \frac{1}{\Delta t} \rightarrow \text{مسافت (m)} \quad \Delta t \rightarrow \text{زمان (s)}$$

پاسخ تشریحی

هر دو متحرک در مبدأ زمان ($t=0$) در مبدأ مکان ($x=0$) هستند. با توجه به این که سرعت حرکت B همواره مثبت است، پس متحرک B همواره در جهت محور X حرکت می‌کند و در نتیجه بردار مکان آن در جهت محور X است.

از طرفی، سرعت متحرک A تا لحظه $t=8s$ منفی و پس از آن مثبت است، بنابراین می‌توانیم نتیجه بگیریم که متحرک A تا لحظه $t=8s$ در خلاف جهت محور X حرکت کرده و در لحظه $t=8s$ تغییر جهت داده، سپس در جهت محور X به حرکت خود ادامه می‌دهد؛ پس بردار مکان متحرک A تا لحظه‌ای که دوباره از مکان $x=0$ می‌گذرد، در خلاف جهت محور X است. بازه زمانی‌ای که مد نظر سؤال است، مدت زمانی است که بردار مکان دو متحرک در خلاف جهت یکدیگرند؛ پس باید ببینیم که متحرک A در چه لحظه‌ای از مکان $x=0$ عبور می‌کند.

$$x_A = \frac{1}{2} a_A t^2 + v_{0A} t + x_{0A} \xrightarrow{x_{0A}=0, a_A=\frac{20}{8}=\frac{5}{2} \text{ m/s}^2, v_{0A}=-20 \text{ m/s}} 0 = \frac{1}{2} \times \frac{5}{2} t^2 - 20t + 0 \Rightarrow$$

$$\frac{5}{4} t^2 - 20t = 0 \Rightarrow 5t \left(\frac{t}{4} - 4 \right) = 0 \Rightarrow t_1 = 0 \text{ s}, t_2 = 16 \text{ s}$$

متحرک A در لحظه‌های $t_1=0$ و $t_2=16s$ از مکان $x=0$ عبور می‌کند. در این مدت، بردار مکان متحرک A در خلاف جهت محور X و بردار مکان متحرک B در جهت محور X است؛ پس بازه زمانی‌ای که مد نظر طراح است، $16s$ اول حرکت است.

سؤال از ما نسبت تندی متوسط متحرک A به تندی متوسط متحرک B در این $16s$ را می‌خواهد؛ پس باید مسافتی را که هر یک از این متحرک‌ها در این مدت طی می‌کنند، به دست بیاوریم. با توجه به نمودار سرعت - زمان این دو متحرک، متحرک A تا لحظه $t=8s$ در خلاف جهت محور X حرکت می‌کند، سپس در این لحظه تغییر جهت داده و در جهت محور X به حرکت خود ادامه می‌دهد؛ پس جابه‌جایی متحرک A از لحظه $t_1=0$ تا لحظه $t=8s$ و هم‌چنین از لحظه $t=8s$ تا $t_2=16s$ را به دست می‌آوریم.

$$\Delta x_{1A} = \frac{1}{2} a_A t_1^2 + v_{0A} t_1 \xrightarrow{a_A=\frac{5}{2} \text{ m/s}^2, t_1=8s, v_{0A}=-20 \text{ m/s}} \Delta x_{1A} = \frac{1}{2} \times \frac{5}{2} \times 8^2 - 20 \times 8 = -80 \text{ m}$$

$$\Delta x_{2A} = \frac{1}{2} a_A t_2^2 + v_{(t=8s)} t_2 \xrightarrow{a_A=\frac{5}{2} \text{ m/s}^2, t_2=8s, v_{(t=8s)}=0 \text{ m/s}} \Delta x_{2A} = \frac{1}{2} \times \frac{5}{2} \times 8^2 + 0 \times 8 = 80 \text{ m}$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

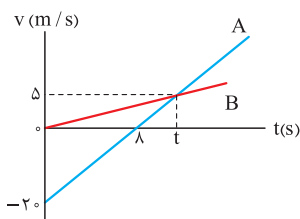
حالا اندازه این جابه‌جایی‌ها را با هم جمع می‌کنیم تا مسافت طی شده توسط متحرک A تا لحظه $t = 16s$ را پیدا کنیم:

$$I_A = |\Delta x_{1A}| + |\Delta x_{2A}| = 80 + 80 = 160 \text{ m}$$

$$s_{av,A} = \frac{I_A}{\Delta t} = \frac{160 \text{ m}}{\Delta t = 16 \text{ s}} \rightarrow s_{av,A} = \frac{160}{16} = 10 \text{ m/s}$$

بنابراین تندی متوسط متحرک A در $16s$ اول حرکت برابر است با:

به سراغ متحرک B می‌رویم. برای این که مسافت طی شده توسط متحرک B در $16s$ اول حرکت را به دست بیاوریم، به شتاب آن نیاز داریم. با توجه به نمودار سرعت - زمان دو متحرک A و B و با استفاده از تشابه مثلث‌ها، لحظه t را به دست می‌آوریم تا بتوانیم شتاب متحرک B را پیدا کنیم.



$$\frac{20}{5} = \frac{10}{t-10} \Rightarrow t-10=2 \Rightarrow t=12 \text{ s}$$

$$a_B = \frac{\Delta v_B}{\Delta t} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} \text{ m/s}^2$$

متحرک B از لحظه $t = 0$ تا لحظه $t = 16s$ در جهت محور X حرکت می‌کند و تغییر جهت نمی‌دهد؛ پس مسافت طی شده توسط آن در این مدت با جابه‌جایی آن در این بازه زمانی یکسان است و می‌توانیم بنویسیم:

$$\Delta x_B = \frac{1}{2} a_B t^2 + v_{0B} t \xrightarrow[t=16s, v_{0B}=0 \text{ m/s}]{a_B = \frac{1}{2} \text{ m/s}^2} \Delta x_B = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 16^2 + 0 \times 16 = 64 \text{ m}$$

بنابراین تندی متوسط متحرک B در $16s$ اول حرکت برابر است با:

$$s_{av,B} = \frac{I_B}{\Delta t} = \frac{I_B = \Delta x_B = 64 \text{ m}}{\Delta t = 16 \text{ s}} \rightarrow s_{av,B} = \frac{64}{16} = 4 \text{ m/s}$$

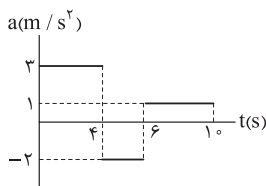
در آخر، خواسته سؤال یعنی نسبت تندی متوسط متحرک A ($s_{av,A}$) به تندی متوسط متحرک B ($s_{av,B}$) را به دست می‌آوریم:

$$\frac{s_{av,A}}{s_{av,B}} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$$

تست و پاسخ ۴۳

نمودار شتاب - زمان متحرکی به جرم 5 kg که در راستای محور X حرکت می‌کند، به شکل مقابل است. اگر جابه‌جایی متحرک در بازه زمانی $t_1 = 0 \text{ s}$ تا $t_2 = 10 \text{ s}$ برابر $\bar{I} (44 \text{ m})$ باشد، کار کل انجام شده روی

آن در این بازه زمانی چند ژول است؟



۲۶۴ (۲)

۳۶۰ (۱)

۱۲۰ (۴)

۱۶۰ (۳)

پاسخ: گزینه ۴

درس نامه

(۱) مساحت محصور بین نمودار شتاب - زمان و محور t در یک بازه زمانی، برابر با اندازه تغییرات سرعت در آن بازه زمانی است. اگر نمودار شتاب - زمان بالای محور t باشد، علامت تغییرات سرعت مثبت و اگر پایین محور t باشد، علامت تغییرات سرعت منفی است.

$$\left. \begin{array}{l} \Delta v_1 = S_1 \\ \Delta v_2 = S_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta v = S_1 - S_2$$

تغییرات سرعت در بازه زمانی صفر تا t_1 تا t_2 تا t_1 تا t_2

(۲) کار کل: به جمع جبری تک تک کارهای انجام شده روی جسم، کار کل می‌گوییم. به عبارت دیگر، کار کل انجام شده روی جسم برابر با کار نیروی خالص وارد بر آن است.

$$W_t = W_1 + W_2 + \dots$$

(۳) قضیه کار - انرژی جنبشی: کار کل انجام شده بر روی جسم در یک جابه‌جایی معین، برابر با تغییرات انرژی جنبشی جسم در آن جابه‌جایی است.

$$W_t = \Delta K = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2)$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



پاسخ تشریحی حرکت متحرک از سه قسمت تشکیل شده است: بازه زمانی (۰s تا ۴s) با شتاب ثابت $a_1 = 3 \text{ m/s}^2$ ، بازه زمانی (۴s تا ۶s) با شتاب ثابت $a_2 = -2 \text{ m/s}^2$ و بازه زمانی (۶s تا ۱۰s) با شتاب ثابت $a_3 = 1 \text{ m/s}^2$. جابه‌جایی متحرک در هر یک از این بازه‌های زمانی را به دست می‌آوریم:

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2} a_1 t_1^2 + v_0 t_1 \xrightarrow{a_1=3 \text{ m/s}^2, t_1=4 \text{ s}} \Delta x_1 = \frac{3}{2} \times 4^2 + v_0 \times 4 = 24 + 4v_0$$

$$\Delta x_2 = \frac{1}{2} a_2 t_2^2 + v_{(t=4 \text{ s})} t_2 \xrightarrow{a_2=-2 \text{ m/s}^2, t_2=2 \text{ s}} \Delta x_2 = \frac{1}{2} \times (-2) \times 2^2 + (v_0 + 12) \times 2 = 2v_0 + 20$$

$$\Delta x_3 = \frac{1}{2} a_3 t_3^2 + v_{(t=6 \text{ s})} t_3 \xrightarrow{a_3=1 \text{ m/s}^2, t_3=4 \text{ s}} \Delta x_3 = \frac{1}{2} \times 1 \times 4^2 + (v_0 + 8) \times 4 = 4v_0 + 40$$

جابه‌جایی متحرک در ۱۰s اول برابر با ۴۴m است؛ بنابراین مجموع Δx_1 ، Δx_2 و Δx_3 برابر با ۴۴m است و می‌توانیم بنویسیم:

$$\Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3 = 44 \Rightarrow 24 + 4v_0 + 2v_0 + 20 + 4v_0 + 40 = 44 \Rightarrow 10v_0 = -40 \Rightarrow v_0 = -4 \text{ m/s}$$

سؤال از ما کار کل انجام‌شده بر روی متحرک در ۱۰s اول حرکت را می‌خواهد. سرعت متحرک در لحظه $t_1 = 0 \text{ s}$ را به دست آوردیم ($v_0 = -4 \text{ m/s}$)، اگر سرعت متحرک در لحظه $t_2 = 10 \text{ s}$ را هم پیدا کنیم، می‌توانیم با استفاده از قضیه کار - انرژی جنبشی کار کل انجام‌شده بر روی متحرک در ۱۰s اول حرکت را محاسبه کنیم:

$$v_{(t=10 \text{ s})} = v_0 + 3 \times 4 - 2 \times 2 + 1 \times 4 = v_0 + 12 \xrightarrow{v_0 = -4 \text{ m/s}} v_{(t=10 \text{ s})} = 8 \text{ m/s}$$

در آخر با استفاده از قضیه کار - انرژی جنبشی می‌توانیم بنویسیم:

$$W_t = \Delta K = \frac{1}{2} m (v_{(t=10 \text{ s})}^2 - v_0^2) \xrightarrow{m=5 \text{ kg}, v_{(t=10 \text{ s})}=8 \text{ m/s}, v_0=-4 \text{ m/s}} W_t = \frac{1}{2} \times 5 \times (8^2 - (-4)^2) = \frac{5}{2} \times (64 - 16) = 120 \text{ J}$$

حواستون باشه کار کل انجام‌شده روی جسم برابر با کار نیروی خالص وارد بر آن است، نه کار نیروی متوسط! اگر به جای نیروی خالص از نیروی متوسط وارد بر متحرک استفاده کنید، طبق محاسبات زیر، به گزینه نادرست (۲) می‌رسید.

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_{(t=10 \text{ s})} - v_0}{10 - 0} = \frac{8 - (-4)}{10} = 1.2 \text{ m/s}^2$$

$$F_{av} = m a_{av} = 5 \times 1.2 = 6 \text{ N}$$

$$W_{F_{av}} = F_{av} \times d = 6 \times 44 = 264 \text{ J}$$

تست و پاسخ ۴۴

در شکل مقابل، در شرایط خلأ، گلوله‌ای از نقطه A رها شده و در نقطه D به سطح زمین برخورد می‌کند. اگر گلوله، فاصله نقطه C تا نقطه D را در مدت ۲s طی کرده باشد، فاصله نقطه B تا نقطه C را در چند ثانیه طی کرده است؟

$$(g = 10 \text{ m/s}^2)$$

$$1/5 (2)$$

$$1 (1)$$

$$2/5 (4)$$

$$2 (3)$$

پاسخ: گزینه ۳

درس نامه

رابطه‌های سقوط آزاد بدون سرعت اولیه (جهت +y را رو به پایین فرض کردیم).

(۱) رابطه مستقل از زمان:

$$v^2 = 2g\Delta y$$

(۲) رابطه مستقل از شتاب:

$$\frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{\Delta y}{\Delta t}$$

(۳) معادله مکان - زمان:

$$y = \frac{1}{2} g t^2 + y_0$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

پاسخ تشریحی گلوله فاصله نقطه C تا D را در مدت ۲s طی کرده است؛ بنابراین با استفاده از معادله مستقل از شتاب می‌توانیم بنویسیم (در تمام مراحل، جهت +y را رو به پایین فرض کردیم):

$$\frac{v_C + v_D}{2} = \frac{\Delta y_{CD}}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta y_{CD} = v_0 \cdot m} \frac{v_C + v_D}{2} = \frac{v_0}{2} \Rightarrow v_C + v_D = v_0 \text{ m/s} \quad (1)$$

هم‌چنین با استفاده از رابطه $g = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ برای این دو نقطه داریم: $g = \frac{\Delta v}{\Delta t} \xrightarrow{g=10 \text{ m/s}^2, \Delta t=2 \text{ s}} 10 = \frac{v_D - v_C}{2} \Rightarrow v_D - v_C = 20 \text{ m/s} \quad (2)$ حالا با توجه به رابطه‌های (۱) و (۲) می‌توانیم دستگاه تشکیل بدهیم و مقادیر v_D و v_C را پیدا کنیم:

$$\begin{cases} v_C + v_D = v_0 \\ v_D - v_C = 20 \end{cases} \Rightarrow v_D = 45 \text{ m/s}, v_C = 25 \text{ m/s}$$

قبل از این که به سراغ خواسته سؤال برویم، ابتدا با استفاده از معادله مستقل از زمان در سقوط آزاد بدون سرعت اولیه، فاصله نقطه A تا D را محاسبه می‌کنیم تا بتوانیم فاصله نقطه A تا B را پیدا کنیم. $v_D^2 = 2g\Delta y_{AD} \xrightarrow{\frac{g=10 \text{ m/s}^2}{v_D=45 \text{ m/s}}} 45^2 = 2 \times 10 \Delta y_{AD} \Rightarrow \Delta y_{AD} = 101/25 \text{ m}$

بنابراین فاصله نقطه A تا B برابر است با: $\Delta y_{AB} = \Delta y_{AD} - \Delta y_{BD} \xrightarrow{\frac{\Delta y_{AD}=101/25 \text{ m}}{\Delta y_{BD}=100 \text{ m}}} \Delta y_{AB} = 101/25 - 100 = 1/25 \text{ m}$

حالا فاصله بین تمام نقاط را داریم. سؤال از ما مدت زمانی که گلوله فاصله نقطه B تا C را طی کرده است، می‌خواهد. با استفاده از معادله مکان - زمان در سقوط آزاد بدون سرعت اولیه، مدت زمانی که گلوله فاصله نقطه A تا B و نیز A تا C را طی کرده است، به دست می‌آوریم. اختلاف این دو مدت زمان برابر با مدت زمانی است که گلوله فاصله B تا C را طی کرده است.

$$\Delta y_{AB} = \frac{1}{2} g t_1^2 \xrightarrow{\frac{g=10 \text{ m/s}^2}{\Delta y_{AB}=1/25 \text{ m}}} 1/25 = \frac{1}{2} \times 10 t_1^2 \Rightarrow t_1^2 = 0/25 \Rightarrow t_1 = 0/5 \text{ s}$$

$$\Delta y_{AC} = \frac{1}{2} g t_2^2 \xrightarrow{\frac{g=10 \text{ m/s}^2}{\Delta y_{AC}=31/25 \text{ m}}} 31/25 = \frac{1}{2} \times 10 t_2^2 \Rightarrow t_2^2 = 6/25 \Rightarrow t_2 = 2/5 \text{ s}$$

بنابراین مدت زمانی که طول می‌کشد تا گلوله فاصله B تا C را طی کند، برابر با ۲s (۲/۵ - ۰/۵ =) است.

تست و پاسخ ۴۵

شخصی به جرم ۶۰ kg در یک آسانسور، روی یک ترازو ایستاده است. اگر مقداری که ترازو نشان می‌دهد ۴۸۰ N باشد، کدام یک از موارد زیر الزاماً درست است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)

- (الف) جهت حرکت آسانسور به سمت پایین است.
 (ب) جهت شتاب آسانسور به سمت پایین است.
 (پ) حرکت آسانسور به صورت کندشونده است.
 (ت) اندازه شتاب آسانسور 2 m/s^2 است.
- (۱) الف و پ (۲) الف و ت (۳) ب و ت (۴) پ و ت

پاسخ: گزینه ۲

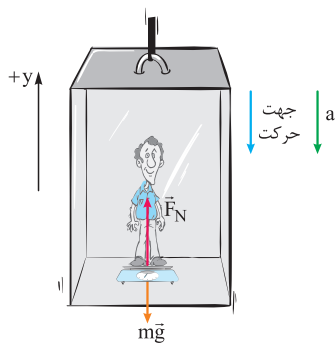
پاسخ تشریحی عددی که ترازو نشان می‌دهد (۴۸۰ N) کمتر از وزن شخص ($W = mg = 600 \text{ N}$) است. این حالت موقعی رخ می‌دهد که آسانسور با شتاب ثابت به صورت تندشونده رو به پایین یا کندشونده رو به بالا حرکت کند؛ بنابراین جهت حرکت آسانسور الزاماً رو به پایین نیست (نادرستی «الف») و نوع حرکت آسانسور الزاماً کندشونده نیست (نادرستی «پ»). گزینه درست معلوم شد! ولی برای این که نشان بدهیم کارمان درست است، عبارت‌های «ب» و «ت» را هم‌زمان با هم بررسی می‌کنیم. همان‌طور که گفتیم، چون عددی که ترازو نشان می‌دهد کمتر از وزن جسم است، پس حرکت آسانسور یا به صورت تندشونده با شتاب ثابت رو به پایین است یا به صورت کندشونده با شتاب ثابت رو به بالا است؛ در هر دو حالت، جهت شتاب آسانسور رو به پایین است. مثلاً برای حالتی که آسانسور به صورت تندشونده با شتاب ثابت رو به پایین حرکت می‌کند، می‌توانیم بنویسیم:

$$F_N - mg = ma \Rightarrow F_N = mg + ma$$

$$\xrightarrow{\frac{F_N=480 \text{ N}}{m=60 \text{ kg}, g=10 \text{ m/s}^2}} 480 = 60 \times 10 + 60a \Rightarrow 60a = -120 \Rightarrow a = -2 \text{ m/s}^2$$

علامت منفی نشان می‌دهد که شتاب آسانسور رو به پایین است. (درستی «ب»)

ضمناً اندازه شتاب ($|a|$)، برابر با 2 m/s^2 است. (درستی «ت»)

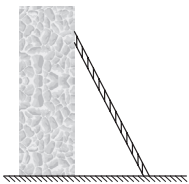


پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۴۶

در شکل مقابل، نردبانی به دیوار قائم بدون اصطکاک تکیه داده شده است. اگر ضریب اصطکاک ایستایی بین سطح افقی و پای نردبان ۰/۷۵ باشد، در آستانه سر خوردن نردبان، اندازه نیرویی که دیوار به آن وارد می‌کند، چند برابر اندازه نیرویی است که سطح افقی به نردبان وارد می‌کند؟



$$\frac{4}{3} \quad (۴)$$

$$\frac{4}{5} \quad (۳)$$

$$\frac{3}{5} \quad (۲)$$

$$\frac{3}{4} \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره این تست بر اساس یکی از مثال‌های فصل ۲ کتاب فیزیک (۳) طراحی شده و مشابه آن در کنکور هم مطرح شده است. مثال‌های کتاب درسی را جدی بگیرید.

خودت حل کنی بهتره نیروهای افقی و قائم وارد بر نردبان را رسم کنید. سپس با استفاده از این موضوع که نیروی خالص وارد بر آن در هر دو راستای قائم و افقی صفر است، رابطه نیروهای خواسته شده را به دست آورید.

درس نامه

(۱) وقتی جسمی در حال تعادل است، نیروی خالص وارد بر آن، در هر دو راستای افقی و قائم صفر است.
 $F_{net,x} = 0$
 $F_{net,y} = 0$

(۲) رابطه نیروی اصطکاک در آستانه حرکت:

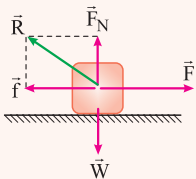
ضریب اصطکاک ایستایی

$$f_{s,max} = \mu_s \times F_N \leftarrow \text{اندازه نیروی اصطکاک در آستانه حرکت (N)}$$

اندازه نیروی عمودی سطح (N)

(۳) نیروی سطح:

از طرف سطح تماس، دو نیروی \vec{F}_N (نیروی عمودی سطح) و \vec{f} (نیروی اصطکاک) بر جسم اثر می‌کنند. این دو نیرو بر هم عمودند و برآیند آن‌ها، نیروی سطح بر جسم نام دارد که آن را با \vec{R} نشان می‌دهیم:



$$R = \sqrt{F_N^2 + f^2}$$

پاسخ تشریحی گام اول: نیروهای افقی و قائم وارد بر نردبان را رسم می‌کنیم. با توجه به این که نردبان

در حال تعادل است، نیروی خالص وارد بر آن در هر دو راستای افقی و قائم، برابر با صفر قرار می‌دهیم:

$$F_{net,y} = 0 \Rightarrow F_N - W = 0 \Rightarrow F_N = W$$

$$F_{net,x} = 0 \Rightarrow F'_N - f_{s,max} = 0 \Rightarrow F'_N = f_{s,max}$$

گام دوم: نیروی اصطکاک و نیروی سطح وارد بر جسم را به دست می‌آوریم:

$$f_{s,max} = \mu_s \times F_N \xrightarrow{\mu_s = 0.75 = \frac{3}{4}} f_{s,max} = \frac{3}{4} F_N$$

$$R = \sqrt{F_N^2 + f_{s,max}^2} = \sqrt{F_N^2 + \left(\frac{3}{4} F_N\right)^2} = \sqrt{F_N^2 \left(1 + \frac{9}{16}\right)} \Rightarrow R = \sqrt{\frac{25}{16} F_N^2} = \frac{5}{4} F_N$$

گام سوم: نسبت F'_N به R را پیدا می‌کنیم:

$$\frac{F'_N}{R} = ? \xrightarrow{\frac{F'_N = f_{s,max} = \frac{3}{4} F_N}{R = \frac{5}{4} F_N}} \frac{F'_N}{R} = \frac{\frac{3}{4} F_N}{\frac{5}{4} F_N} = \frac{3}{5}$$

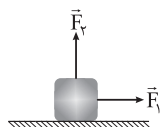


پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

تست و پاسخ ۴۷

در شکل زیر، به جسمی به جرم 10 kg که روی سطحی افقی با ضریب اصطکاک جنبشی 0.5 ساکن است، نیروی افقی $F_1 = 100 \text{ N}$ و نیروی قائم \vec{F}_2 وارد می‌شود. اگر بزرگی تکانه جسم 4 s پس از شروع حرکت آن به $240 \frac{\text{kg}\cdot\text{m}}{\text{s}}$ برسد، اندازه نیروی \vec{F}_2 چند نیوتون است؟



$$(g = 10 \text{ N/kg})$$

$$40 \text{ (2)}$$

$$20 \text{ (1)}$$

$$80 \text{ (4)}$$

$$60 \text{ (3)}$$

پاسخ: گزینه ۱

خودت حل کنی بهتره ابتدا شتاب حرکت را پیدا کنید. سپس با استفاده از قانون دوم نیوتن، نیروی اصطکاک را حساب کنید. در پایان نیز به کمک رابطه نیروی اصطکاک جنبشی، نیروی عمودی سطح و از آنجا اندازه نیروی \vec{F}_2 را به دست آورید.

درس نامه

(۱) رابطه نیروی اصطکاک جنبشی:

ضریب اصطکاک جنبشی

اندازه نیروی عمودی سطح $(N) \rightarrow f_k = \mu_k \times F_N \leftarrow$ اندازه نیروی اصطکاک جنبشی (N)

سرعت $(\text{m/s}) \rightarrow \vec{p} = m \vec{v} \leftarrow$ تکانه $(\frac{\text{kg}\cdot\text{m}}{\text{s}})$

(۲) تکانه: حاصل ضرب جرم جسم در سرعت آن را تکانه می‌گوییم.

جرم (kg)

شتاب $(\text{m/s}^2) \rightarrow \vec{F}_{\text{net}} = m \vec{a} \leftarrow$ نیروی خالص (N)

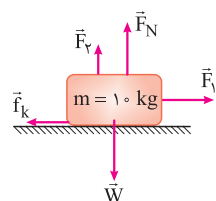
(۳) رابطه قانون دوم نیوتن:

جرم (kg)

پاسخ تشریحی گام اول: با معلوم بودن تکانه و جرم جسم، سرعت آن در لحظه $t = 4 \text{ s}$ و همچنین شتاب حرکت را به دست می‌آوریم:

$$p = mv \xrightarrow[m=10 \text{ kg}]{p=240 \frac{\text{kg}\cdot\text{m}}{\text{s}}} 240 = 10v \Rightarrow v = 24 \text{ m/s}$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t=4 \text{ s}]{\Delta v=24 \text{ m/s}} a = \frac{24}{4} = 6 \text{ m/s}^2$$



گام دوم: نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم و قانون دوم نیوتن را در راستای افقی می‌نویسیم:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F_1 - f_k = ma$$

$$\xrightarrow[m=10 \text{ kg}, a=6 \text{ m/s}^2]{F_1=100 \text{ N}} 100 - f_k = 10 \times 6 \Rightarrow f_k = 40 \text{ N}$$

گام سوم: با استفاده از رابطه نیروی اصطکاک، نیروی عمودی سطح (F_N) را محاسبه می‌کنیم:

$$f_k = \mu_k \times F_N \xrightarrow[\mu_k=0.5]{f_k=40 \text{ N}} 40 = 0.5 \times F_N \Rightarrow F_N = \frac{40}{0.5} = 80 \text{ N}$$

گام چهارم: در راستای قائم $F_{\text{net}} = 0$ است؛ پس داریم: $F_N + F_2 - W = 0 \xrightarrow[W=mg=10 \times 10=100 \text{ N}]{F_N=80 \text{ N}} 80 + F_2 - 100 = 0 \Rightarrow F_2 = 20 \text{ N}$

تست و پاسخ ۴۸

دو ماهواره A و B در مدارهای معینی به دور زمین در حال گردش هستند. اگر فاصله دو ماهواره تا سطح زمین به ترتیب برابر R_e و $4R_e$ باشد، تندی ماهواره A چند برابر تندی ماهواره B است؟ (R_e شعاع کره زمین است.)

$$\frac{\sqrt{10}}{5} \text{ (4)}$$

$$\frac{\sqrt{10}}{2} \text{ (3)}$$

$$2 \text{ (2)}$$

$$\frac{1}{2} \text{ (1)}$$

پاسخ: گزینه ۳

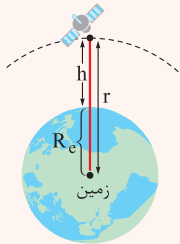
پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



مشاوره یکی از نکات مهم در حل تست‌های مربوط به ماهواره‌ها این است که فاصله ماهواره تا سطح زمین را با فاصله ماهواره از مرکز زمین اشتباه نگیرید.

خودت حل کنی بهتره با توجه به رابطه تندی حرکت ماهواره، نسبت تندی دو ماهواره را برحسب فاصله آن‌ها از مرکز زمین بنویسید و جواب را به دست آورید.

درس نامه ●● رابطه تندی حرکت ماهواره



$$v = \sqrt{\frac{GM_e}{r}}$$

$$r = R_e + h$$

$$v = \text{تندی ماهواره (m/s)}$$

$$G = \text{ثابت گرانش عمومی} = \frac{6.67 \times 10^{-11} \text{ N.m}^2}{\text{kg}^2}$$

$$M_e = \text{جرم کره زمین} = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$$

$$r = \text{فاصله ماهواره از مرکز زمین (m)}$$

$$R_e = \text{شعاع زمین} = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$$

$$h = \text{فاصله ماهواره از سطح زمین (m)}$$

پاسخ تشریحی نسبت تندی ماهواره A به تندی ماهواره B را می‌نویسیم:

$$v = \sqrt{\frac{GM_e}{r}} \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \sqrt{\frac{r_B}{r_A}}$$

$$\frac{r_B = R_e + h_B = R_e + 4R_e = 5R_e}{r_A = R_e + h_A = R_e + R_e = 2R_e} \rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \sqrt{\frac{5R_e}{2R_e}} = \sqrt{\frac{5}{2}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$$

تست و پاسخ ۴۹

فتری به جرم ناچیز و طول ۲۰ cm را از یک انتها، از نقطه ثابتی آویزان کرده و به انتهای دیگر آن، وزنه‌ای می‌بندیم. وزنه را در شرایطی که فنر طول عادی خود را دارد، از حال سکون رها می‌کنیم. اگر بیشترین طول فنر به ۲۸ cm برسد، بسامد نوسان‌های وزنه چند هرتز است؟ ($g = \pi^2 \text{ m/s}^2$) و مقاومت هوا ناچیز است.)

$$5\pi (4)$$

$$5 (3)$$

$$\frac{5\pi}{2} (2)$$

$$\frac{5}{2} (1)$$

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره علاوه بر سؤال‌های مربوط به نوسان افقی فنر، به سؤال نوسان قائم آن‌ها نیز توجه داشته باشید. نوسان قائم فنرها نکات ویژه‌ای را در بر دارد.

خودت حل کنی بهتره ابتدا دامنه نوسان را پیدا کنید. سپس رابطه بین g , k , m و دامنه نوسان را به دست آورید تا به کمک آن، دوره و بسامد را محاسبه کنید.

ثابت فنر (N/m)

درس نامه ●● ۱) رابطه نیروی کشسانی فنر:

تغییر طول فنر (m) $\rightarrow F_e = k\Delta L \leftarrow$ اندازه نیروی کشسانی فنر (N)

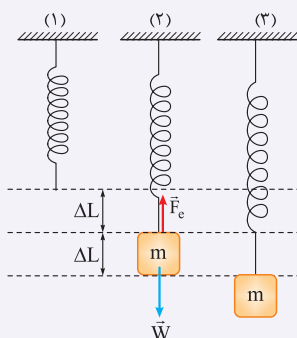
$$\text{جرم (kg)} \rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \leftarrow \text{دوره (s)} \quad \text{ثابت فنر (N/m)} \rightarrow \text{بسامد (Hz)} \quad \text{بسامد (Hz)} \rightarrow f = \frac{1}{T} \rightarrow f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

۲) رابطه دوره و بسامد نوسان در سامانه جرم - فنر:



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک



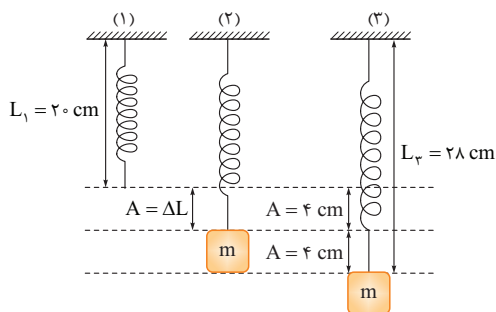
نکته اگر وزنه‌ای به جرم m را به انتهای فنر قائمی با ضریب ثابت k بیاویزیم و آن را به آرامی

به پایین بیاویزیم (بدون این که آن را بکشیم) تا به حالت تعادل برسد (شکل ۲)، داریم:

$$F_e - W = 0 \Rightarrow W = F_e$$

$$\Rightarrow mg = k\Delta L \Rightarrow \frac{k}{m} = \frac{g}{\Delta L}$$

اما اگر وزنه را به انتهای همان فنر ببندیم و آن را ناگهان رها کنیم، وزنه، حداکثر به اندازه $2\Delta L$ پایین آمده و به نوسان در می‌آید. در واقع ΔL همان دامنه نوسان است.



پاسخ تشریحی **گام اول**، وقتی وزنه را از حال سکون رها می‌کنیم، بیشترین

تغییر طول فنر نسبت به حالت عادی خود، دو برابر دامنه نوسان است. با توجه

به این موضوع دامنه نوسان را به دست می‌آوریم:

$$2A = L_3 - L_1 = \frac{L_3 - 28 \text{ cm}}{L_1 = 20 \text{ cm}} \rightarrow 2A = 28 - 20$$

$$\Rightarrow 2A = 8 \Rightarrow A = 4 \text{ cm}$$

گام دوم: بسامد نوسان‌های وزنه - فنر را حساب می‌کنیم:

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \xrightarrow{\frac{k}{m} = \frac{g}{\Delta L}} f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{\Delta L}} \xrightarrow{\frac{g = \pi^2 m/s^2}{\Delta L = A = 4 \text{ cm} = 4 \times 10^{-2} \text{ m}}} f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\pi^2}{4 \times 10^{-2}}} = \frac{1}{2\pi} \times \frac{\pi}{2 \times 10^{-1}} = \frac{1}{4 \times 10^{-1}}$$

$$\Rightarrow f = \frac{10}{4} = \frac{5}{2} \text{ Hz}$$

تست و پاسخ ۵۰

معادله مکان - زمان نوسانگر هماهنگ ساده‌ای که در راستای محور x نوسان می‌کند، در SI به صورت $x = 0 / 2 \cos 5\pi t$ است. در لحظه‌ای که

انرژی پتانسیل نوسانگر 50% درصد بیشتر از انرژی جنبشی آن است، تندی نوسانگر چند متر بر ثانیه است؟ ($\pi^2 = 10$)

$$\sqrt{6}\pi (4) \quad 2\pi (3) \quad \sqrt{6} (2) \quad 2 (1)$$

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره در مبحث نوسان، یکی از مطالبی که توسط طراحان سوال‌های کنکور مورد توجه خاصی قرار دارد، انرژی نوسانگر است، زیرا به

راحتی با سایر روابط و مطالب این درس ترکیب می‌شود.

خودت حل کنی بهتره ابتدا رابطه‌ای بین انرژی‌های جنبشی و پتانسیل تشکیل دهید. سپس انرژی جنبشی را بر حسب انرژی کل

نوسانگر بنویسید تا تندی نوسانگر به دست آید.

درس نامه

(۱) معادله مکان - زمان در حرکت هماهنگ ساده:

$$\begin{array}{c} \text{دامنه (m)} \\ \uparrow \\ x = A \cos \omega t \rightarrow \text{زمان (s)} \leftarrow \text{مکان نوسانگر (m)} \\ \downarrow \\ \text{بسامد زاویه‌ای (rad/s)} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \text{بسامد زاویه‌ای (rad/s)} \leftarrow v_{\max} = A\omega \rightarrow \text{بیشینه تندی (m/s)} \\ \downarrow \\ \text{دامنه (m)} \end{array}$$

(۲) رابطه بیشینه تندی نوسانگر:



۳) رابطه انرژی جنبشی و انرژی مکانیکی (کل) نوسانگر:

$$K = \frac{1}{2} m v^2 \rightarrow \text{تندی (m/s)} \leftarrow \text{انرژی جنبشی (J)}$$

↓
جرم (kg)

$$E = \frac{1}{2} m v_{\max}^2 \rightarrow \text{بیشینه تندی نوسانگر (m/s)} \leftarrow \text{انرژی مکانیکی (J)}$$

↓
جرم (kg)

$$E = K + U \rightarrow \text{انرژی پتانسیل (J)} \leftarrow \text{انرژی مکانیکی (J)}$$

↓
انرژی جنبشی (J)

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا انرژی پتانسیل نوسانگر را بر حسب انرژی جنبشی آن می‌نویسیم، سپس انرژی مکانیکی (کل) نوسانگر را بر حسب انرژی جنبشی آن به دست می‌آوریم:

$$U = K + \frac{\Delta}{100} K = 1/5 K$$

$$E = K + U \xrightarrow{U=1/5K} E = K + 1/5 K = 2/5 K$$

گام دوم: با استفاده از معادله مکان - زمان نوسانگر، دامنه و بسامد زاویه‌ای نوسانگر معلوم می‌شود:

$$\left. \begin{aligned} x &= A \cos \omega t \\ x &= 0/2 \cos \Delta \pi t \end{aligned} \right\} \Rightarrow A = 0/2 \text{ m}, \omega = \Delta \pi \text{ rad/s}$$

$$v_{\max} = A \omega \xrightarrow{A=0/2 \text{ m}, \omega=\Delta \pi \text{ rad/s}} v_{\max} = 0/2 \times \Delta \pi = \pi \text{ m/s}$$

اکنون می‌توانیم بیشینه تندی نوسانگر را حساب کنیم:

گام سوم: نسبت انرژی جنبشی نوسانگر به انرژی کل آن را می‌نویسیم و تندی آن را به دست می‌آوریم:

$$\frac{K}{E} = \frac{\frac{1}{2} m v^2}{\frac{1}{2} m v_{\max}^2} \xrightarrow{E=2/5 K, v_{\max}=\pi} \frac{K}{2/5 K} = \frac{v^2}{\pi^2}$$

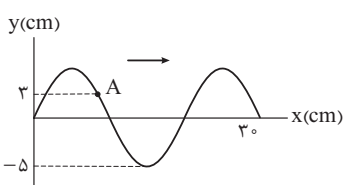
$$\xrightarrow{\pi^2=100} \frac{1}{2/5} = \frac{v^2}{100} \Rightarrow v^2 = 40 \Rightarrow v = 2 \text{ m/s}$$

تست و پاسخ ۵۱

تصویر موج منتشرشده در طنابی با جرم واحد طول 20 g/m و نیروی کشش 50 N ، در

لحظه $t_1 = 0$ به شکل مقابل است. سرعت متوسط ذره A از طناب، در بازه زمانی $t_1 = 0 \text{ s}$ تا

$t_2 = \frac{1}{100} \text{ s}$ چند متر بر ثانیه است؟



(۲) -6 J

(۱) 6 J

(۴) -3 J

(۳) 3 J

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره در تست‌های مربوط به انتشار موج در محیط، توجه داشته باشید که تندی انتشار موج در محیط با سرعت نوسان ذرات محیط، متفاوت است.

خودت حل کنی بهتره تندی انتشار موج در طناب و طول موج را به دست آورید. سپس دوره حرکت را حساب کنید و ببینید که بازه زمانی

داده شده، چند برابر دوره است. در پایان، مکان ذره A را در لحظه t_2 پیدا کرده و سرعت متوسط ذره A را در بازه زمانی مورد نظر به دست آورید.

درس نامه

(۱) رابطه سرعت متوسط (v_{av}) : اگر متحرکی در بازه زمانی Δt در راستای محور y ، جابه‌جایی Δy را داشته باشد، سرعت متوسط آن از

$$v_{av} = \frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{y_2 - y_1}{t_2 - t_1}$$

رابطه مقابل به دست می‌آید:



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

$$y_1 = \text{مکان متحرک در لحظه } t_1$$

$$y_2 = \text{مکان متحرک در لحظه } t_2$$

۲) رابطه طول موج با تندی انتشار موج در یک محیط معین به صورت زیر است:

$$\lambda = Tv \rightarrow \text{تندی انتشار موج (m/s)} \leftarrow \lambda = Tv \rightarrow \text{طول موج (m)}$$

↓
دوره (s)

۳) تندی انتشار موج در یک طناب که با نیروی کشیده شده است، به شکل زیر محاسبه می‌شود:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \rightarrow \text{نیروی کشش (N)} \leftarrow v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \rightarrow \text{تندی (m/s)}$$

↓
چگالی خطی جرم (kg/m)

پاسخ تشریحی گام اول: تندی انتشار موج در طناب را حساب می‌کنیم:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \rightarrow v = \sqrt{\frac{50}{20 \times 10^{-3}}} = \sqrt{2500} = 50 \text{ m/s}$$

$$\frac{3\lambda}{2} = 30 \Rightarrow \lambda = 20 \text{ cm} = 0.2 \text{ m}$$

با توجه به شکل داده شده، طول موج را نیز به دست می‌آوریم:

گام دوم: دوره حرکت را به دست آورده و آن را با بازه زمانی داده شده مقایسه می‌کنیم:

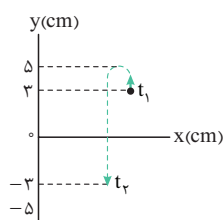
$$\lambda = Tv \Rightarrow T = \frac{\lambda}{v} \rightarrow T = \frac{0.2}{50} = \frac{1}{250} \text{ s}$$

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{t_2 - t_1}{T} \rightarrow \frac{\Delta t}{\frac{1}{250}} = \frac{100}{\frac{1}{250}} = 250$$

یعنی در بازه زمانی Δt ، ذره A، 250 نوسان انجام می‌دهد. بعد از گذشت ۲ نوسان دوباره به نقطه شروع حرکت خود برمی‌گردد و جابه‌جایی آن صفر است، پس کافی است جابه‌جایی ذره را پس از زمان $\frac{T}{4}$ به دست آوریم.

گام سوم: در مدت زمان نصف دوره ($\frac{T}{2}$) مسافتی که نوسانگر می‌پیماید دو برابر دامنه است. $l = 2A \xrightarrow{A=5 \text{ cm}} l = 2 \times 5 = 10 \text{ cm}$

با توجه به جهت انتشار موج، ذره A ابتدا ۲ cm به طرف بالا رفته و سپس ۸ cm به طرف پایین می‌آید تا به مکان $y = -3 \text{ cm}$ برسد.



$$v_{av} = \frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{y_2 - y_1}{t_2 - t_1} \rightarrow v_{av} = \frac{-3 - 3}{\frac{1}{100}} = -600 \text{ cm/s} = -6 \text{ m/s}$$

چون جابه‌جایی ذره A در این بازه رو به پایین است، داریم:

$$\vec{v}_{av} = (-6 \text{ m/s}) \vec{j}$$

تست و پاسخ ۵۲

اگر از یک منبع صوت ۴۹ m دور شویم، تراز شدت صوت ۳۴ dB تغییر می‌کند. فاصله تا منبع صوت در حالت اول، چند متر است؟ ($\log 2 = 0.3$)

۱۰۰ (۴)

۵۰ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره برای حل تست‌های مربوط به تراز شدت صوت باید تسلط نسبی روی محاسبات لگاریتمی داشته باشید.

خود حل کنی بهتره ابتدا با استفاده از رابطه تراز شدت صوت، نسبت شدت صوت در دو حالت را به دست آورید. سپس رابطه شدت

صوت با فاصله شنونده از چشمه صوت را بنویسید و فاصله خواسته شده را به دست آورید.



درس نامه

(۱) برای مقایسه شدت صوت بین دو حالت مختلف، با چشم‌پوشی از جذب انرژی صوت توسط محیط می‌توان نوشت:

$$I = \text{شدت صوت (W / m}^2) \quad A = \text{دامنه (m)}$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 \left(\frac{f_1}{f_2}\right)^2 \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

$$f = \text{بسامد (Hz)}$$

$$r = \text{فاصله شنونده از چشمه صوت (m)}$$

(۲) رابطه تراز شدت صوتی برای مقایسه شدت صوت در دو حالت مختلف را می‌توان به صورت زیر به کار برد:

$$\beta_1 - \beta_2 = 10 \log \frac{I_1}{I_2} \quad \beta_1 = \text{تراز شدت صوت در حالت اول (dB)}$$

$$\beta_2 = \text{تراز شدت صوت در حالت دوم (dB)}$$

$$I_1 = \text{شدت صوت در حالت اول (W / m}^2)$$

$$I_2 = \text{شدت صوت در حالت دوم (W / m}^2)$$

پاسخ تشریحی گام اول: چون از منبع صوت دور شده‌ایم ($r_1 > r_2$)، شدت صوت و تراز شدت صوت کاهش یافته‌اند.

$$\beta_1 - \beta_2 = 10 \log \frac{I_1}{I_2} \xrightarrow{\beta_1 - \beta_2 = 34 \text{ dB}} 34 = 10 \log \frac{I_1}{I_2}$$

$$\Rightarrow \log \frac{I_1}{I_2} = 3/4 = 4 - 0/6 = 4 - 2 \times 0/3 \xrightarrow{\frac{\log 2 = 0/3}{\log 10^4 = 4}} \log \frac{I_1}{I_2} = \log 10^4 - 2 \log 2$$

$$\Rightarrow \log \frac{I_1}{I_2} = \log 10^4 - \log 2^2 = \log \frac{10^4}{2^2} \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{10^4}{4}$$

گام دوم: شدت صوت با مربع فاصله شنونده از چشمه صوت، نسبت وارون دارد. توجه کنید که دامنه و بسامد صوت در این جا هیچ تغییری نداشته‌اند.

$$\frac{I_1}{I_2} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 \xrightarrow{\frac{I_1}{I_2} = \frac{10^4}{4}} \frac{10^4}{4} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{r_2}{r_1} = \frac{100}{2} = 50$$

$$r_2 - r_1 = 49 \xrightarrow{r_2 = 50r_1} 50r_1 - r_1 = 49 \Rightarrow 49r_1 = 49 \Rightarrow r_1 = 1 \text{ m}$$

تست و پاسخ ۵۳

در شکل مقابل، پرتو نوری با زاویه تابش 50° به آینه (۱) می‌تابد. در آخرین بازتاب ممکن پرتو از آینه (۲)،

زاویه بازتاب چند درجه است؟

$$40 \quad (2)$$

$$15 \quad (1)$$

$$75 \quad (4)$$

$$50 \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره وقتی پرتوهای نور بین دو آینه تخت متقاطع، چندین بار بازتاب می‌شوند، اگر بخواهیم با رسم شکل کامل و دقیق مسئله را

حل کنیم، بسیار وقت‌گیر خواهد بود؛ پس بهتر است از تکنیک‌هایی استفاده کنیم که یک نمونه آن را در حل این تست می‌بینید.

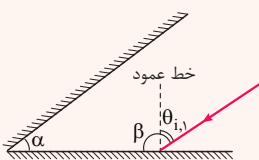
درس نامه

هرگاه دو آینه تخت متقاطع با یکدیگر زاویه α بسازند و یک پرتوی نور با زاویه تابش $\theta_{i,1}$ به سطح یکی

از دو آینه تخت متقاطع بتابد، تعداد بازتاب‌ها یا تعداد برخورد به آینه‌ها (n) از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$n = \frac{\beta}{\alpha}$$

الف) اگر نسبت $\frac{\beta}{\alpha}$ عدد صحیح باشد:





پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

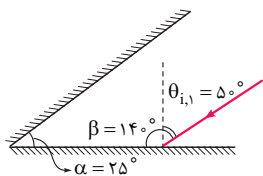
فیزیک

$$n = \left[\frac{\beta}{\alpha} \right] + 1$$

(ب) اگر نسبت $\frac{\beta}{\alpha}$ عدد صحیح نباشد:

همچنین زاویه بازتاب در n آمین برخورد پرتو به آینهها ($\theta_{r,n}$) به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\theta_{r,n} = |(n-1)\alpha - \theta_{i,1}|$$



$$\frac{\beta}{\alpha} = \frac{14^\circ}{25^\circ} = \frac{5}{6}$$

$$n = \left[\frac{5}{6} \right] + 1 \Rightarrow n = 5 + 1 = 6$$

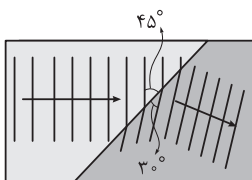
پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا تعداد بازتابها را به دست می‌آوریم:

گام دوم: زاویه ششمین بازتاب از سطح آینهها را حساب می‌کنیم: $\theta_{r,n} = |(n-1)\alpha - \theta_{i,1}| \xrightarrow{n=6, \alpha=25^\circ, \theta_{i,1}=5^\circ} \theta_{r,6} = (6-1) \times 25^\circ - 5^\circ$

$$\Rightarrow \theta_{r,6} = 125^\circ - 5^\circ = 120^\circ$$

تست و پاسخ ۵۴

جبهه‌های موج تشکیل شده در سطح آب یک تشت موج، در مرز بین ناحیه کم عمق و ناحیه عمیق آن، به شکل مقابل است. تندی انتشار موج در ناحیه کم عمق، چند برابر تندی انتشار موج در ناحیه عمیق است؟



$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (2)$$

$$\sqrt{2} \quad (1)$$

$$\frac{\sqrt{6}}{2} \quad (4)$$

$$\frac{\sqrt{6}}{3} \quad (3)$$

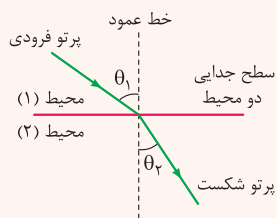
پاسخ: گزینه ۲

مشاوره مشابه این تست در کنکور تیرماه ۱۴۰۱ رشته تجربی مطرح شده است.

خودت حل کنی بهتره ابتدا زاویه‌های تابش و شکست در دو محیط را مشخص کنید. سپس رابطه قانون شکست عمومی را بنویسید تا نسبت تندی انتشار موج در دو محیط را به دست آورید.

درس نامه

قانون شکست عمومی: وقتی پرتوهای موج به طور مایل از یک محیط وارد محیط دیگر می‌شوند، در مرز جدایی دو محیط به علت اختلاف تندی انتشار موج در دو محیط، مسیر پرتوها تغییر می‌کند و رابطه زیر برقرار است:



$$\frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{v_2}{v_1}$$

$$\theta_1 = \text{زاویه تابش}$$

$$\theta_2 = \text{زاویه شکست}$$

$$v_1 = \text{تندی انتشار موج در محیط اول (m/s)}$$

$$v_2 = \text{تندی انتشار موج در محیط دوم (m/s)}$$

توجه کنید که در هر محیط، زاویه بین جبهه موج و سطح جدایی دو محیط (مانع) همان زاویه پرتو با خط عمود است.

پاسخ تشریحی **گام اول:** وقتی امواج سطحی آب از قسمت عمیق به قسمت کم عمق می‌رسند، فاصله بین جبهه‌های موج و در نتیجه طول موج کاهش می‌یابد؛ بنابراین با توجه به شکل داده شده در این سؤال، محیط اول عمیق تر و محیط دوم کم عمق تر است.

گام دوم: با استفاده از قانون شکست عمومی، نسبت $\frac{v_2}{v_1}$ را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{v_2}{v_1} \quad \begin{matrix} \theta_2 = 3^\circ \\ \theta_1 = 45^\circ \end{matrix} \rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{\sin 3^\circ}{\sin 45^\circ} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۵۵

در یک تار مرتعش با دو انتهای بسته، اختلاف بسامد هماهنگ‌های چهارم و هفتم برابر 360 Hz است. اگر تندی انتشار موج عرضی در این تار 288 m/s باشد، هنگام تشکیل مد پنجم در تار، بیشترین فاصله دو شکم از یکدیگر چند سانتی‌متر است؟

۲۴ (۴)

۴۸ (۳)

۹۶ (۲)

۱۲۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره بسامد اصلی و بسامد هماهنگ پنجم تار مرتعش را حساب کنید. سپس طول تار و طول موج هماهنگ پنجم آن را به دست آورید. در پایان نیز با رسم یک شکل ساده از تار مرتعش، فاصله خواسته شده را پیدا کنید.

درس نامه

(۱) به هنگام تشکیل موج ایستاده در یک تار مرتعش، نقاطی از تار که همواره ساکن می‌مانند گره، نام دارند و آن‌ها را با N نمایش می‌دهیم. نقاطی که وسط دو گره مجاور هم قرار می‌گیرند و دامنه موج برابند در آن نقاط بیشینه است، شکم نام دارند و با A نمایش داده می‌شوند.
(۲) فاصله دو گره مجاور هم یا دو شکم مجاور هم، برابر با $\frac{\lambda}{2}$ (نصف طول موج) است. هم‌چنین فاصله یک گره از شکم مجاور آن برابر $\frac{\lambda}{4}$ (ربع طول موج) است.

(۳) بسامدهای تشدیدی یک تار مرتعش که بین دو نقطه بسته شده است، از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$f_n = \frac{nv}{2L} \quad f_n = \text{بسامد هماهنگ } n \text{ ام (Hz)}$$

n = شماره هماهنگ یا مد

v = تندی انتشار موج در تار (m/s)

L = طول تار (m)

λ_n = طول موج هماهنگ n ام تار (m)

$$L = n \frac{\lambda_n}{2}$$

تذکر

بسامدهای تشدیدی یک تار مرتعش، مضرب صحیحی از بسامد اصلی (هماهنگ اول) آن تار می‌باشند.

$$f_n = nf_1 \quad (f_1 \text{ بسامد اصلی (Hz)})$$

پاسخ تشریحی گام اول: اختلاف بسامد هماهنگ‌های چهارم و هفتم تار مرتعش را برابر با 360 Hz قرار می‌دهیم تا بسامد اصلی تار را به دست آوریم:

$$f_n = nf_1 \Rightarrow f_7 - f_4 = 7f_1 - 4f_1 = 3f_1$$

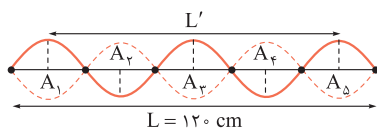
$$f_7 - f_4 = 360 \text{ Hz} \Rightarrow 3f_1 = 360 \Rightarrow f_1 = 120 \text{ Hz}$$

گام دوم: بسامد هماهنگ پنجم تار و طول تار را محاسبه می‌کنیم:

$$f_\Delta = \Delta f_1 \xrightarrow{f_1 = 120 \text{ Hz}} f_\Delta = 5 \times 120 = 600 \text{ Hz}$$

$$f_n = \frac{nv}{2L} \xrightarrow[n=5, f_\Delta = 600 \text{ Hz}]{v = 288 \text{ m/s}} 600 = \frac{5 \times 288}{2 \times L} \Rightarrow L = \frac{5 \times 288}{1200} = 1/2 \text{ m}$$

گام سوم: طول موج هماهنگ پنجم تار را حساب می‌کنیم و با رسم شکل هماهنگ پنجم تار، فاصله خواسته شده را به دست می‌آوریم:



$$L = n \frac{\lambda_n}{2} \xrightarrow[n=5]{L = 1/2 \text{ m} = 120 \text{ cm}} 120 = 5 \frac{\lambda_\Delta}{2} \Rightarrow \frac{\lambda_\Delta}{2} = \frac{120}{5} = 24 \text{ cm}$$

بیشترین فاصله دو شکم از یکدیگر یعنی فاصله A_1 تا A_5 که آن را با L' نشان داده‌ایم. با توجه به شکل داریم:

$$L - L' = 2 \frac{\lambda_\Delta}{4} = \frac{\lambda_\Delta}{2} \xrightarrow[\frac{\lambda_\Delta = 24 \text{ cm}}{L = 120 \text{ cm}}]{L = 120 \text{ cm}} 120 - L' = 24 \Rightarrow L' = 96 \text{ cm}$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

تست و پاسخ ۵۶

در مدل اتمی هیدروژن، اگر کوتاه‌ترین طول موجی که الکترون تابش می‌کند تا به مدار n برسد، برابر $\frac{1}{5} \mu\text{m}$ باشد، بلندترین طول موجی که الکترون تابش می‌کند تا به مدار $n-2$ برسد، چند میکرومتر است؟ $(R = \frac{1}{100} (\text{nm})^{-1})$

$$\frac{9}{10} \text{ (۴)} \quad \frac{18}{25} \text{ (۳)} \quad \frac{2}{5} \text{ (۲)} \quad \frac{2}{15} \text{ (۱)}$$

پاسخ: گزینه ۳

خودت حل کنی بهتره با توجه به این که کوتاه‌ترین طول موجی که الکترون تابش می‌کند، $\frac{1}{5} \mu\text{m}$ است، مداری که الکترون در آن لایه قرار دارد را به دست آورید. (توجه کنید کوتاه‌ترین طول موج مربوط به بیشترین انرژی است.)

پس از یافتن n ، بلندترین طول موجی که الکترون تابش می‌کند تا به مدار $n' = n - 2$ برسد را به کمک رابطه $\frac{1}{\lambda_{\text{max}}} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{(n'+1)^2} \right)$ به دست آورید.

درس نامه

در یک رشته، هر چه قدر فاصله دو تراز بیشتر باشد، انرژی‌ای که فوتون تابش می‌کند، بیشتر و در نتیجه طول موج آن کم‌تر است و برعکس، هر چه فاصله دو تراز کم‌تر باشد، انرژی فوتون تابش شده کم‌تر و طول موج آن بیشتر می‌شود.

نتیجه

۱) برای محاسبه بلندترین طول موج در یک رشته، کم‌ترین مقدار n (به دونه بیشتر) را انتخاب می‌کنیم.

$$\frac{1}{\lambda_{\text{max}}} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{(n'+1)^2} \right)$$

۲) برای محاسبه کوتاه‌ترین طول موج در یک رشته، بیشترین مقدار n (همون پی‌نهایت) را انتخاب می‌کنیم.

$$\frac{1}{\lambda_{\text{min}}} = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{\infty^2} \right) = \frac{R}{n^2}$$

پاسخ تشریحی

گام اول: کوتاه‌ترین طول موجی که الکترون تابش می‌کند تا به مدار n برسد، برابر با $\frac{1}{5} \mu\text{m}$ است. n را به دست می‌آوریم:

$$\frac{1}{\lambda_{\text{min}}} = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{\infty^2} \right) = \frac{R}{n^2} \xrightarrow{\lambda_{\text{min}} = \frac{1000}{5} \text{ nm}} \frac{1}{\frac{1000}{5}} = \frac{5}{1000} = \frac{1}{200} \Rightarrow n^2 = \frac{100}{5} = 20 \Rightarrow n = 4$$

گام دوم: بلندترین طول موجی (λ_{max}) که الکترون تابش می‌کند تا به مدار $n' = n - 2 = 4 - 2 = 2$ برسد را به دست می‌آوریم:

$$\frac{1}{\lambda_{\text{max}}} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{(n'+1)^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda_{\text{max}}} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right) \Rightarrow$$

$$\frac{1}{\lambda_{\text{max}}} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9} \right) = \frac{1}{100} \left(\frac{9-4}{4 \times 9} \right) = \frac{5}{100 \times 36}$$

$$\Rightarrow \lambda_{\text{max}} = \frac{3600}{5} \text{ nm} = \frac{3}{5} \mu\text{m} = \frac{36}{50} \mu\text{m} = \frac{18}{25} \mu\text{m}$$

تست و پاسخ ۵۷

تعداد هسته‌های واپاشی شده از یک نمونه پرتوزا در یک ساعت اول، برابر با N_1 و تعداد هسته‌های باقی‌مانده از همان نمونه پس از دو ساعت، برابر با N_2 است. اگر $\frac{N_1}{N_2} = 12$ باشد، نیمه‌عمر این نمونه چند دقیقه است؟

$$30 \text{ (۴)} \quad 22/5 \text{ (۳)} \quad 15 \text{ (۲)} \quad 7/5 \text{ (۱)}$$

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



مشاوره اگر به تست‌های پنج سال اخیر کنکور تجربی و ریاضی توجه کنیم، هر سال ردپای یک تست از مبحث نیمه‌عمر در آن‌ها دیده می‌شود. شاید آن یک تست، امسال در کنکور رشته شما دیده شود. مبحث نیمه‌عمر ساده است، به شرط آن‌که به آن نگاه صرفاً فرمولی نداشته باشید و آن را درک کنید.

درس نامه

اگر تعداد و جرم هسته‌های اولیه یک ماده پرتوزا با نیمه‌عمر T به ترتیب N_0 و m_0 باشند، در این صورت پس از مدت‌زمان t ، تعداد هسته‌های ماده پرتوزا (N) و جرم هسته ماده پرتوزا (m) از روابط زیر به دست می‌آیند:

$$N = \frac{N_0}{2^n}$$

$$m = \frac{m_0}{2^n}$$

n تعداد نیمه‌عمر است که از رابطه $n = \frac{t}{T}$ به دست می‌آید.

نکته تعداد هسته‌های واپاشیده (N') و جرم هسته‌های واپاشیده (m') از رابطه‌های زیر به دست می‌آیند:

$$N' = N_0 - N = N_0 - \frac{N_0}{2^n} = N_0 \left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n\right)$$

$$m' = m_0 - m = m_0 - \frac{m_0}{2^n} = m_0 \left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n\right)$$

پاسخ تشریحی

گام اول: تعداد هسته‌های واپاشی شده در یک ساعت اول را به دست می‌آوریم و طبق فرض سؤال آن را N_1 در نظر می‌گیریم:

$$N_1 = N_0 - \frac{N_0}{2^n} \xrightarrow[n = \frac{t}{T} = \frac{1}{1}]{t=1h} N_1 = N_0 - \frac{N_0}{2^{\frac{1}{T}}}$$

گام دوم: تعداد هسته‌های باقی‌مانده را پس از ۲ ساعت به دست می‌آوریم و طبق فرض سؤال آن را N_2 در نظر می‌گیریم:

$$N_2 = \frac{N_0}{2^n} \xrightarrow[n = \frac{t}{T} = \frac{2}{T}]{t=2h} N_2 = \frac{N_0}{2^{\frac{2}{T}}}$$

گام سوم: نسبت N_1 به N_2 برابر ۱۲ است؛ بنابراین داریم:

$$\frac{N_1}{N_2} = 12 \Rightarrow \frac{N_0 - \frac{N_0}{2^{\frac{1}{T}}}}{\frac{N_0}{2^{\frac{2}{T}}}} = 12 \Rightarrow \frac{1 - \frac{1}{2^{\frac{1}{T}}}}{\frac{1}{2^{\frac{2}{T}}}} = 12$$

$$\Rightarrow \frac{1 - 2^{-\frac{1}{T}}}{2^{-\frac{2}{T}}} = 2^{\frac{2}{T}} - 2^{\frac{1}{T}} = 12 \xrightarrow{\text{فرض می‌کنیم: } x = 2^{\frac{1}{T}}} x^2 - x = 12$$

$$\Rightarrow x^2 - x - 12 = 0 \Rightarrow x = 4 \text{ قق}, x = -3 \text{ غق} \Rightarrow 2^{\frac{1}{T}} = 4 \Rightarrow \frac{1}{T} = 2 \Rightarrow$$

$$T = 0 / \Delta h = 30 \text{ min}$$

تست و پاسخ

واپاشی هسته ${}^{237}_{93}\text{Np}$ از طریق گسیل ذرات α ، β^- ، α صورت می‌گیرد. پس از وقوع تمام این واپاشی‌ها، اختلاف تعداد نوترون‌ها و تعداد پروتون‌های هسته نهایی کدام است؟

۵۱ (۴)

۴۹ (۳)

۱۳۹ (۲)

۱۳۷ (۱)

پاسخ: گزینه ۳



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

مشاوره کفایت به کنکورهای چند سال اخیر (منظور ۳ سه پوار سال هستش) توجه کنید، تقریباً هر سال یک تست از واپاشی هسته مطرح می‌شود، مبحثی ساده که می‌توان در مدت زمان کوتاه پاسخ داد و زمانش را به سایر تست‌ها داد.

خود حل کنی بهتره با توجه به این که سه ذره آلفا (${}^4_2\alpha$) و یک ذره بتای منفی (${}_{-1}^0\beta^-$) در معادله واپاشی تابش شده است، عدد اتمی (Z) و عدد جرمی (A) هسته دختر را به دست آورید و در نهایت تعداد نوترون‌های آن را از اختلاف عدد جرمی و عدد اتمی محاسبه کنید. ($N = A - Z$)

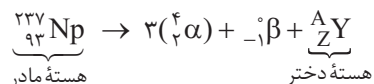
درس نامه

در جدول زیر انواع واپاشی‌ها و معادله آن‌ها مشخص شده است:

واپاشی	ویژگی	معادله واپاشی
آلفا (α)	از جنس هسته اتم هلیم است و اندازه بار آن $+2e$ است.	${}^A_ZX \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y + {}^4_2\alpha$
بتای منفی (β^-)	از جنس الکترون است و اندازه بار آن $-e$ است.	${}^A_ZX \rightarrow {}^A_{Z+1}Y + {}_{-1}^0\beta^-$
بتای مثبت (β^+)	از جنس پوزیترون است و اندازه بار آن $+e$ است.	${}^A_ZX \rightarrow {}^A_{Z-1}Y + {}^0_{+1}\beta^+$
گاما (γ)	از جنس انرژی است و بار آن خنثی است.	${}^A_ZX^* \rightarrow {}^A_ZX + \gamma$

در تمام فرایندهای واپاشی پرتوزا، تعداد نوکلئون‌ها در طی فرایند واپاشی هسته‌ای پایسته است؛ یعنی تعداد نوکلئون‌ها پیش از فرایند با تعداد نوکلئون‌ها پس از فرایند، مساوی است. علاوه بر این، بار الکتریکی نیز در طی فرایند واپاشی هسته‌ای پایسته می‌ماند.

پاسخ تشریحی گام اول: در اثر واپاشی هسته ${}^{237}_{93}\text{Np}$ ، سه ذره α و یک ذره β^- تابش می‌شود. معادله واپاشی به صورت زیر است. عدد اتمی و جرمی هسته دختر را مشخص می‌کنیم:



$$237 = 3(4) + 0 + A \Rightarrow A = 225$$

$$93 = 3(2) - 1 + Z \Rightarrow Z = 88$$

گام دوم: اختلاف تعداد نوترون‌ها و پروتون‌های هسته دختر (${}^{225}_{88}\text{Y}$) را به دست می‌آوریم:

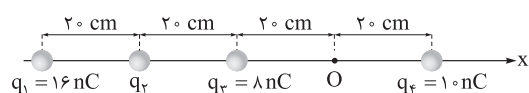
$$N = A - Z = 225 - 88 = 137 \Rightarrow \text{تعداد نوترون‌ها}$$

$$\underline{N - Z} = 137 - 88 = 49$$

اختلاف تعداد نوترون‌ها و تعداد پروتون‌ها

تست و پاسخ ۵۹

در شکل زیر، چهار بار الکتریکی نقطه‌ای روی محور x قرار دارند. اگر میدان الکتریکی در نقطه O برابر $\vec{E} = (-275 \text{ N/C})\vec{i}$ باشد، بار q_2 چند نانوکولن است؟ ($k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}$)



-۴ (۴)

۴ (۳)

-۲ (۲)

۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

خود حل کنی بهتره اندازه میدان الکتریکی ناشی از بارهای q_1 ، q_2 و q_4 را در نقطه O با استفاده از رابطه $E = \frac{k|q|}{r^2}$ به دست آورید و جهت‌های آن را مشخص کنید. به کمک برابری میدان‌های الکتریکی در نقطه O ، میدان الکتریکی ناشی از بار q_2 را محاسبه کنید تا بتوانید اندازه و علامت بار q_2 را مشخص کنید.



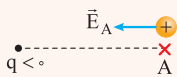
درس نامه

● برای محاسبه اندازه میدان الکتریکی در نقطه‌ای که در فاصله r از بار q قرار دارد، از رابطه زیر استفاده می‌کنیم.

$$E = \frac{k|q|}{r^2}$$

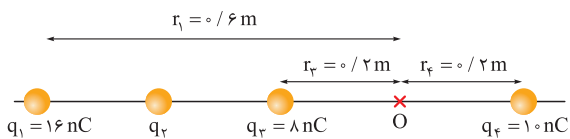


میدان الکتریکی کمیتی برداری است، برای تعیین جهت میدان الکتریکی در یک نقطه، بار آزمون را در آن نقطه قرار می‌دهیم. جهت نیرویی که از طرف بار q به بار آزمون وارد می‌شود، همان جهت میدان الکتریکی است، مثلاً در شکل‌های زیر، جهت میدان در نقطه A مشخص شده است.



پاسخ تشریحی

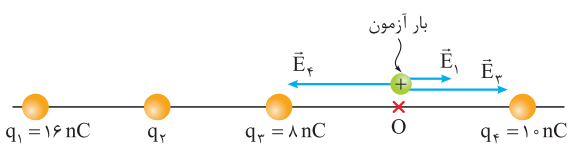
گام اول: اندازه میدان الکتریکی ناشی از بارهای q_1 ، q_3 و q_4 را در نقطه O به دست می‌آوریم. شکل مقابل فاصله بین بارها را تا نقطه O نشان می‌دهد.



$$E_1 = \frac{k|q_1|}{r_1^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 16 \times 10^{-9}}{(0.6)^2} = \frac{9 \times 16}{0.36} = 400 \text{ N/C}$$

$$E_3 = \frac{k|q_3|}{r_3^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 8 \times 10^{-9}}{(0.2)^2} = \frac{9 \times 8}{0.04} = 1800 \text{ N/C}$$

$$E_4 = \frac{k|q_4|}{r_4^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 10 \times 10^{-9}}{(0.2)^2} = \frac{9 \times 10}{0.04} = 2250 \text{ N/C}$$



گام دوم: با در نظر گرفتن بار آزمون در نقطه O ، جهت میدان‌های الکتریکی \vec{E}_1 ، \vec{E}_3 و \vec{E}_4 را در نقطه O مشخص می‌کنیم و برابند این سه میدان الکتریکی را به دست می‌آوریم:

$$\vec{E}_{1,3,4} = \vec{E}_1 + \vec{E}_3 + \vec{E}_4 = 400 \vec{i} + 1800 \vec{i} - 2250 \vec{i} = (-50 \text{ N/C}) \vec{i}$$

برابند میدان‌های الکتریکی ناشی از سه بار q_1 ، q_3 و q_4

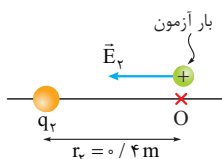
گام سوم: برابند میدان‌های الکتریکی در نقطه O ، برابر با $(-275 \text{ N/C}) \vec{i}$ است. از آنجا که برابند میدان الکتریکی ناشی از بارهای q_1 ، q_3 و q_4 برابر با $(-50 \text{ N/C}) \vec{i}$ است، میدان الکتریکی ناشی از بار q_2 را به دست می‌آوریم:

$$\vec{E}_t = \vec{E}_{1,3,4} + \vec{E}_2 \Rightarrow -275 \vec{i} = -50 \vec{i} + \vec{E}_2 \Rightarrow \vec{E}_2 = (-225 \text{ N/C}) \vec{i}$$

با توجه به این که جهت میدان الکتریکی \vec{E}_2 به سمت چپ است، علامت بار q_2 را مشخص می‌کنیم.

شکل مقابل بار q_2 و جهت میدان الکتریکی را نشان می‌دهد.

بار q_2 منفی است؛ زیرا بار q_2 ، بار آزمون را جذب کرده است.





پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

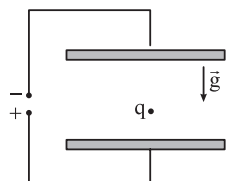
گام چهارم: اندازه میدان \vec{E}_p برابر با 225 N/C است، اندازه بار q_p را به دست می آوریم:

$$E_p = \frac{k|q_p|}{r_p^2} \Rightarrow 225 = \frac{9 \times 10^9 \times |q_p|}{(0.4)^2} \Rightarrow |q_p| = \frac{225 \times 0.16}{9 \times 10^9}$$

$$|q_p| = 4 \times 10^{-9} \text{ C} = 4 \text{ nC} \Rightarrow q_p = -4 \text{ nC}$$

تست و پاسخ ۶۰

در شکل زیر، فاصله دو صفحه فلزی موازی افقی که به اختلاف پتانسیل الکتریکی 200 V متصل هستند، برابر با 40 cm است. ذره ای به جرم 1 g و بار الکتریکی $3 \mu\text{C}$ در وسط فاصله بین این دو صفحه رها می شود. در $2/0$ ثانیه اول حرکت ذره، انرژی پتانسیل الکتریکی آن چند میکروژول و چگونه تغییر می کند؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$ و مقاومت هوا ناچیز است).



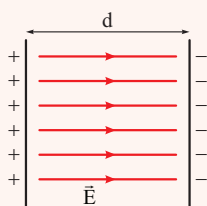
- (۱) 50 ، کاهش می یابد.
- (۲) 50 ، افزایش می یابد.
- (۳) 150 ، کاهش می یابد.
- (۴) 150 ، افزایش می یابد.

پاسخ: گزینه ۳

خودت حل کنی بهتره ابتدا اندازه میدان الکتریکی بین دو صفحه را به کمک رابطه $E = \frac{V}{d}$ به دست آورید و سپس اندازه نیروی

الکتریکی وارد بر ذره باردار را با رابطه $F_E = E|q|$ محاسبه کنید تا پس از محاسبه برآیند نیروی ناشی از F_E و نیروی وزن، شتاب ذره محاسبه شود. حالا نوبت این هست که جابه جایی ذره را با استفاده از رابطه $d = \frac{1}{2}at^2 + v_0t$ به دست آورید که بتوانید در نهایت تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی را پیدا کنید.

درس نامه



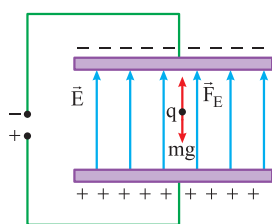
• اگر اختلاف پتانسیل دو صفحه رسانای باردار، V و فاصله آن ها از هم d باشد، در فضای بین این دو صفحه، یک میدان الکتریکی به بزرگی E ایجاد می شود که از رابطه زیر به دست می آید:

$$E = \frac{V}{d}$$

• اگر ذره ای باردار در فضایی قرار بگیرد که میدان الکتریکی در آن جا وجود داشته باشد، از طرف میدان الکتریکی، نیرویی هم راستا با میدان الکتریکی به بزرگی $F_E = E|q|$ بر آن وارد می شود. اگر بار این ذره، مثبت باشد، جهت نیروی \vec{F}_E در جهت میدان الکتریکی و اگر بار ذره منفی باشد، جهت نیروی \vec{F}_E در خلاف جهت میدان الکتریکی است.

پاسخ تشریحی گام اول: نیروی خالص وارد بر جسم را به دست می آوریم و به کمک قانون دوم نیوتون ($F_{\text{net}} = ma$)، شتاب وارد بر ذره باردار را حساب می کنیم.

با توجه به شکل زیر، جهت میدان الکتریکی رو به بالا و بار ذره، مثبت است؛ بنابراین نیرویی که میدان به ذره باردار وارد می کند، رو به بالا است.



$$F_E = E|q| \xrightarrow{E = \frac{V}{d} = \frac{200}{0.4} = 500 \text{ N/C}} F_E = E|q| = 500 \times 3 \times 10^{-6} = 1.5 \times 10^{-3} \text{ N}$$

$$mg = 0.01 \times 10^{-3} \times 10 = 10^{-4} \text{ N}$$

$$F_{\text{net}} = F_E - mg = 1.5 \times 10^{-3} - 10^{-4} = 0.4 \times 10^{-3} \text{ N}$$

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow 0.4 \times 10^{-3} = 0.01 \times 10^{-3} \times a \Rightarrow a = 40 \text{ m/s}^2$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام دوم: جابه‌جایی ذره باردار در مدت $2s / 0$ را با استفاده از رابطه $d = \frac{1}{2}at^2 + v_0t$ به دست می‌آوریم:

$$d = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \xrightarrow{v_0=0} d = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}(\Delta)(0/2)^2 = 0.1m$$

گام سوم: تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی را پس از این که ذره باردار مثبت به اندازه $0.1m$ به سمت بالا حرکت کرده است، به دست می‌آوریم:

$$\Delta U_E = \pm E|q|d_E \xrightarrow{\text{ذره باردار مثبت به سمت پتانسیل کمتر حرکت کرده.}} \Delta U_E = -E|q|d_E$$

$$\Rightarrow \Delta U_E = -500 \times 2 \times 10^{-6} \times 0.1 = -150 \mu J$$

بنابراین انرژی پتانسیل الکتریکی $150 \mu J$ کاهش یافته است.

تست و پاسخ ۶۱

ظرفیت خازن تختی که بین صفحه‌های آن هواست، $20 nF$ و بار الکتریکی ذخیره‌شده در آن $180 nC$ است. اگر خازن را از باتری جدا کرده و

فاصله بین صفحه‌های آن را سه برابر کنیم، انرژی ذخیره‌شده در خازن چند میکروژول و چگونه تغییر می‌کند؟

(۱) $54 / 0$ ، افزایش می‌یابد. (۲) $54 / 0$ ، کاهش می‌یابد. (۳) $1 / 62$ ، افزایش می‌یابد. (۴) $1 / 62$ ، کاهش می‌یابد.

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره در سوالات مربوط به خازن که تغییری در یک کمیت صورت می‌گیرد، در قدم اول تکلیف خود را با ظرفیت خازن مشخص

کنید و به کمک رابطه $\frac{C_2}{C_1} = \frac{\kappa_2}{\kappa_1} \times \frac{A_2}{A_1} \times \frac{d_1}{d_2}$ ، نسبت ظرفیت خازن در حالت دوم به حالت اول را به دست آورید.

خودت حل کنی بهتره به کمک رابطه مقایسه‌ای $\frac{C_2}{C_1} = \frac{\kappa_2}{\kappa_1} \times \frac{A_2}{A_1} \times \frac{d_1}{d_2}$ ، ظرفیت خازن را در حالت دوم را به دست آورید، سپس با

استفاده از رابطه $U = \frac{Q^2}{2C}$ ، انرژی ذخیره‌شده در حالت اول و دوم را به دست آورید و در نهایت تغییرات آن را حساب کنید. (توجه کنید که خازن از باتری جدا شده و بار ذخیره‌شده تغییر نمی‌کند.)

درس نامه

ظرفیت خازن به ساختمان خازن بستگی دارد. ظرفیت خازنی با مساحت صفحات A که در فاصله d از هم قرار دارند و بین صفحات توسط یک عایق (نارسانا) با ثابت دی‌الکتریک κ پر شده است، از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$C = \frac{\kappa \epsilon_0 A}{d} \leftarrow \text{ظرفیت خازن}$$

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{\kappa_2}{\kappa_1} \times \frac{A_2}{A_1} \times \frac{d_1}{d_2}$$

برای مقایسه دو حالت مختلف می‌توان نوشت:

انرژی ذخیره‌شده در یک خازن با ظرفیت C که اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر آن V و بار ذخیره‌شده در آن Q است، از رابطه‌های

$$U = \frac{1}{2}QV = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{Q^2}{2C}$$

زیر به دست می‌آید:

نکات ۱) تا زمانی که خازن به باتری وصل است، اختلاف پتانسیل دو سر خازن ثابت می‌ماند و برابر با ولتاژ باتری است.

۲) اگر یک خازن را از باتری جدا کنیم، بار ذخیره‌شده در خازن تغییر نمی‌کند. (دیگه باتری وجود نداره تا با اون تبادل بار کنه!)

پاسخ تشریحی گام اول: ظرفیت خازن را پس از سه برابر کردن فاصله بین صفحات به دست می‌آوریم:

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{\kappa_2}{\kappa_1} \times \frac{A_2}{A_1} \times \frac{d_1}{d_2} \xrightarrow{\text{فقط فاصله ۳ برابر شده است.}} \frac{C_2}{C_1} = \frac{d_1}{d_2} \Rightarrow \frac{C_2}{20} = \frac{d_1}{3d_1} \Rightarrow C_2 = \frac{20}{3} nF$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

گام دوم: اگر خازن را از باتری جدا کنیم، دیگر خازن تبادل باری با باتری نخواهد داشت و بار ذخیره شده ثابت می ماند (یعنی همون 180 nC می مونه).

$$Q_1 = Q_2 = 180 \text{ nC} = Q$$

گام سوم: به کمک رابطه $U = \frac{Q^2}{2C}$ تغییرات انرژی خازن را به دست می آوریم:

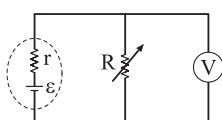
$$U_2 - U_1 = \frac{Q_2^2}{2C_2} - \frac{Q_1^2}{2C_1} = \frac{Q^2}{2} \left(\frac{1}{C_2} - \frac{1}{C_1} \right) = \frac{180^2}{2} \left(\frac{3}{20} - \frac{1}{20} \right)$$

$$= \frac{180^2}{2} \times \frac{2}{20} = \frac{180 \times 180}{20} = 1620 \text{ nJ} = 1/62 \mu\text{J}$$

با توجه به این که مقدار تغییرات مثبت بوده است؛ پس انرژی خازن افزایش یافته است.

تست و پاسخ ۶۲

در مدار شکل زیر، اگر مقاومت رئوستا از 12Ω به 16Ω برسد، مقداری که ولتسنج آرمانی نشان می دهد، از $6V$ به $6/4V$ می رسد. بیشینه توان خروجی باتری این مدار چند وات است؟



۸ (۲)

۴ (۱)

۳۲ (۴)

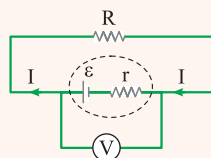
۱۶ (۳)

پاسخ: گزینه ۱

خودت حل کنی بهتره رابطه $V = \varepsilon \left(\frac{R}{R+r} \right)$ را که بیانگر اختلاف پتانسیل بین دو صفحه است، برای هر دو حالت بنویسید و با دو معادله و دو مجهولی که ایجاد شده است، مقادیر ε و r را به دست آورید و در نهایت به کمک رابطه $P_{\max} = \frac{\varepsilon^2}{4r}$ بیشینه توان خروجی باتری را محاسبه کنید.

درس نامه

شکل زیر مداری را نشان می دهد که یک باتری با مقاومت درونی r و نیروی محرکه ε به مقاومت خارجی R متصل شده و جریان خروجی از مولد برابر با I است. در این صورت داریم:



$$I = \frac{\varepsilon}{R+r}$$

$$V = \varepsilon - Ir = \varepsilon \left(\frac{R}{R+r} \right) = IR$$

توان خروجی باتری ای که نیروی محرکه آن ε و مقاومت درونی آن r است و جریان I از آن عبور می کند، از رابطه $P = \varepsilon I - rI^2$ به دست می آید.

نکته بیشترین توان خروجی یک باتری زمانی اتفاق می افتد که مقاومت خارجی (R) برابر با مقاومت درونی (r) باشد، در این صورت توان

$$P_{\max} = \frac{\varepsilon^2}{4r}$$

خروجی بیشینه از رابطه زیر به دست می آید.

پاسخ تشریحی

گام اول: ولتسنج، اختلاف پتانسیل دو سر باتری را نشان می دهد که این مقدار از رابطه $V = \varepsilon \left(\frac{R}{R+r} \right)$ به دست می آید؛ بنابراین داریم:

$$R_1 = 12 \Omega, V_1 = 6V \xrightarrow{V_1 = \varepsilon \left(\frac{R_1}{R_1+r} \right)} 6 = \varepsilon \left(\frac{12}{12+r} \right) \quad (I)$$

$$R_2 = 16 \Omega, V_2 = 6/4V \xrightarrow{V_2 = \varepsilon \left(\frac{R_2}{R_2+r} \right)} 6/4 = \varepsilon \left(\frac{16}{16+r} \right) \quad (II)$$

گام دوم: با تقسیم رابطه (I) به رابطه (II) مقاومت درونی باتری را به دست می آوریم:

$$\frac{6}{6/4} = \frac{12}{16} \times \frac{16+r}{12+r} \Rightarrow \frac{5}{4} = \frac{16+r}{12+r} \Rightarrow 60 + 5r = 64 + 4r \Rightarrow r = 4 \Omega$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام سوم: با استفاده از رابطه (I) و از آن جا که مقاومت درونی 4Ω است، نیروی محرکه باتری به دست می آید:

$$\epsilon = \epsilon \left(\frac{12}{12+I} \right) \xrightarrow{I=4\Omega} \epsilon = \epsilon \left(\frac{12}{12+4} \right) \Rightarrow \epsilon = \frac{6 \times 16}{12} = 8V$$

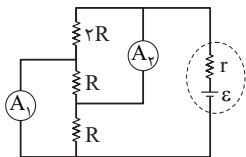
گام چهارم: بیشینه توان خروجی باتری را از رابطه $P_{\max} = \frac{\epsilon^2}{4r}$ به دست می آوریم:

$$P_{\max} = \frac{\epsilon^2}{4r} = \frac{(8)^2}{4(4)} = \frac{64}{16} = 4W$$

تست و پاسخ ۶۳

در مدار شکل زیر، اگر اختلاف مقدارهایی که دو آمپرسنج آرمانی نشان می دهند، برابر با $2A$ باشد، جریان

الکتریکی عبوری از منبع نیروی محرکه چند آمپر است؟



۸ (۲)

۶ (۱)

۱۲ (۴)

۱۰ (۳)

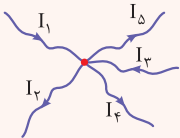
پاسخ: گزینه ۳

خودت حل کنی بهتره جریان عبوری از مقاومت $2R$ را I فرض کنید و سپس جریان عبوری از مقاومتها و آمپرسنجها را به کمک قاعده

انشعاب به دست آورید. به کمک فرض سؤال که اختلاف عدد آمپرسنجها را بیان کرده است، مقدار I به دست می آید و در نهایت جریان خروجی از باتری را حساب کنید.

درس نامه

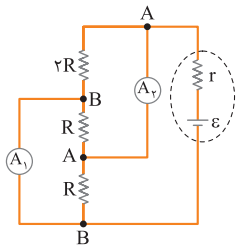
با توجه به پایستگی بار الکتریکی، مجموع جریانهایی که به هر گره وارد می شود با مجموع جریانهایی که از آن گره خارج می شود برابر است. شکل مقابل این قاعده را برای گره های مانند M را نمایش می دهد.



$$I_{\text{خروجی}} = I_{\text{ورودی}}$$

$$I_1 + I_3 = I_2 + I_4 + I_5$$

پاسخ تشریحی گام اول: با مشخص کردن نقاط هم پتانسیل، وضعیت مقاومتها را مشخص می کنیم:



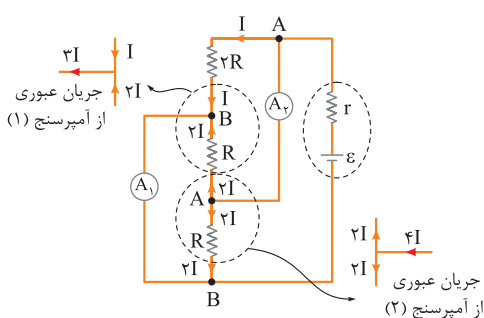
هر سه مقاومت بین دو اختلاف پتانسیل یکسان قرار دارند؛ بنابراین هر سه با هم موازی هستند.

گام دوم: جریان عبوری از مقاومت $2R$ را I فرض می کنیم. در این صورت جریان عبوری از مقاومت های R را به دست می آوریم. از آن جا که مقاومتها موازی هستند، اختلاف پتانسیل دو سر آنها یکسان است.

$$V_R = V_{2R} \Rightarrow R \times x = 2R \times I \Rightarrow x = 2I$$

گام سوم: با توجه به این که جهت جریان از پتانسیل بیشتر به پتانسیل کم تر است (یعنی از A به B)، جهت و اندازه جریان را در مدار مشخص می کنیم و به کمک

قاعده انشعاب جریان عبوری از آمپرسنجها را مشخص می کنیم:



$$4I - 2I = I = 2A$$

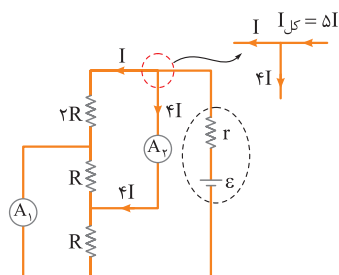
اختلاف جریان آمپرسنجهای آرمانی $2A$ است؛ بنابراین داریم:



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

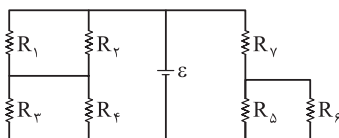
گام چهارم: حال به کمک گره مشخص شده، جریان کل مدار را به دست می آوریم:



$$I_{\text{کل}} = \Delta I = 5(2) = 10 \text{ A}$$

تست و پاسخ ۶۴

در مدار شکل زیر، تمام مقاومت‌ها، یکسان هستند. توان مصرفی مقاومت R_f چند برابر توان مصرفی مقاومت R_p است؟



$$\frac{9}{16} \quad (2)$$

$$\frac{4}{9} \quad (4)$$

$$\frac{16}{9} \quad (1)$$

$$\frac{9}{4} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۴

خود حل کنی بهتره با ساده کردن مدار، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌های R_p و R_f را به دست آورید. سپس به کمک رابطه

$$P = \frac{V^2}{R}$$

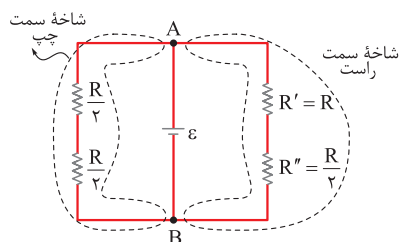
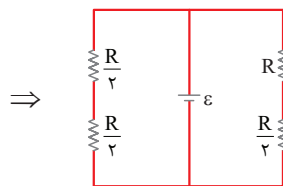
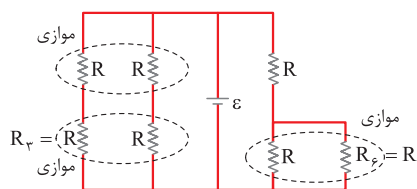
توان مصرفی مقاومت‌ها را با هم مقایسه کنید.

درس نامه

- در مقاومت‌های موازی اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌ها با هم برابر است.
- اگر دو مقاومت R_1 و R_2 به صورت متوالی به یک اختلاف پتانسیل V وصل شوند، اختلاف پتانسیل دو سر یک مقاومت مانند R_1 از رابطه $V_1 = \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2}\right)V$ به دست می آید.
- اگر جریان عبوری از یک مقاومت خارجی R ، برابر با I و اختلاف پتانسیل دو سر آن V باشد، توان مصرفی توسط مقاومت R از رابطه‌های زیر به دست می آید:

$$P = VI = RI^2 = \frac{V^2}{R}$$

پاسخ تشریحی گام اول: هر یک از مقاومت‌ها را R فرض می کنیم و مدار را ساده تر می کنیم:



گام دوم: اختلاف پتانسیل بین دو نقطه A و B برابر ε است؛ بنابراین اختلاف پتانسیل دو شاخه سمت چپ و راست که موازی با باتری آرمانی بسته شده‌اند نیز ε است.

در شاخه سمت چپ، اختلاف پتانسیل کل دو مقاومت متوالی و مشابه، معادل ε است؛ بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر هر یک از مقاومت‌ها برابر $\frac{\varepsilon}{2}$ است؛ پس اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_p ، $\frac{\varepsilon}{4}$ است.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



در شاخه سمت راست، اختلاف پتانسیل دو مقاومت متوالی R و $\frac{R}{3}$ ، برابر ε است.

$$V_{R'} + V_{R''} = \varepsilon \xrightarrow{\substack{\text{مقاومت } R' \text{ دو برابر مقاومت } R'' \\ V_{R'} = 2V_{R''}}} 2V_{R''} + V_{R''} = \varepsilon \Rightarrow V_{R''} = \frac{\varepsilon}{3}$$

پس اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R ، $\frac{2\varepsilon}{3}$ است.

البته از رابطه $\varepsilon = \left(\frac{R''}{R' + R''}\right) \varepsilon$ هم می‌توانیم $V_{R''}$ را به دست آوریم.

گام سوم: با استفاده از رابطه $P = \frac{V^2}{R}$ توان مصرفی مقاومت‌های R_3 و R_6 را با هم مقایسه می‌کنیم:

$$\frac{P_6}{P_3} = \frac{\frac{V_6^2}{R_6}}{\frac{V_3^2}{R_3}} = \left(\frac{V_6}{V_3}\right)^2 \times \left(\frac{R_3}{R_6}\right) = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \times \frac{R}{R} = \frac{4}{9}$$

تست و پاسخ ۶۵

ذره‌ای با بار الکتریکی $-5 \mu\text{C}$ و جرم 4 mg در میدان مغناطیسی یکنواخت \vec{B} ، با سرعت 10^5 m/s در راستای افقی و به سمت شمال شرقی پرتاب می‌شود و بدون انحراف به حرکت خود ادامه می‌دهد. \vec{B} چند گاوس و در چه جهتی است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$ و بردار \vec{B} بر بردار سرعت عمود است.)

(۱) $8/0$ ، جنوب شرقی (۲) $8/0$ ، شمال غربی (۳) $8/0$ ، جنوب شرقی (۴) $8/0$ ، شمال غربی

پاسخ: گزینه ۱

خودت حل کنی بهتره برای این که ذره بدون انحراف باشد، نیروی ناشی از میدان مغناطیسی (F_B) باید در خلاف جهت نیروی وزن و هم‌اندازه با آن باشد. با استفاده از قاعده دست راست و داشتن جهت راستای حرکت و نیروی F_B ، جهت میدان مغناطیسی را مشخص کنید. سپس با رابطه $F_B = mg$ ، اندازه میدان مغناطیسی را به دست آورید.

درس نامه

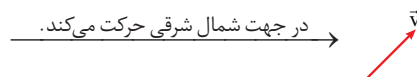
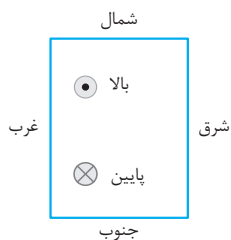
اگر ذره‌ای باردار با تندی v در فضایی تحت تأثیر میدان مغناطیسی (B) حرکت کند، نیرویی از طرف میدان مغناطیسی به آن وارد می‌شود که از رابطه مقابل به دست می‌آید:

$$F_B = |q| v B \sin \alpha$$

زاویه بین راستای حرکت و راستای میدان مغناطیسی است.

پاسخ تشریحی گام اول: یک صفحه کاغذ را مطابق شکل مقابل، برای مشخص کردن جهت‌های جغرافیایی

در نظر می‌گیریم و راستای حرکت را در آن مشخص می‌کنیم.



گام دوم: جهت نیروی وزن رو به پایین است. برای این که ذره بدون انحراف حرکت کند باید نیرویی به سمت بالا و هم‌اندازه به آن وارد شود که در این سؤال نیروی مغناطیسی این نقش را بازی می‌کند. حال جهت میدان مغناطیسی را به کمک قاعده دست راست مشخص می‌کنیم:



با توجه به جهت‌های جغرافیایی، میدان مغناطیسی در جهت جنوب شرقی است.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

گام سوم: اندازه نیروی وزن باید با نیرویی که از طرف میدان مغناطیسی (\vec{B}) به ذره وارد شده است، برابر باشد؛ بنابراین داریم:

$$F_B = mg \Rightarrow |q| vB \sin \alpha = mg \xrightarrow[\sin 90^\circ = 1]{\text{بردار } \vec{B} \text{ بردار } \vec{v} \text{ عمود است.}} |q| vB = mg$$

$$\Rightarrow 5 \times 10^{-6} \times 10^5 \times B = 4 \times 10^{-6} \times 10 \Rightarrow B = 0.8 \times 10^{-4} \text{ T} \xrightarrow{1G = 10^{-4} \text{ T}} B = 0.8 \text{ G}$$

تکنیک در فصل مغناطیس گاهی با سؤال‌هایی مواجه هستیم که جهت کمیت‌های برداری را براساس جهت جغرافیایی بیان می‌کنند.

در این صورت از یک صفحه کاغذ برای تصویرسازی سریع و راحت به دو حالت زیر استفاده می‌کنیم:

حالت اول: در حالتی که رو به سمت شمال ایستاده یا نشسته‌اید، یک کاغذ را در روبه‌روی خود قرار دهید. در این صورت، برداری که به درون صفحه کاغذ می‌رود، درون سو و برداری که از صفحه کاغذ بیرون می‌آید، برون سو است، این در حالی است که سمت راست و چپ شما به ترتیب در جهت‌های شرق و غرب هستند و به شکل مقابل این صفحه را نام‌گذاری می‌کنیم:



حالت دوم: در حالتی که رو به سمت شمال ایستاده یا نشسته‌اید، یک کاغذ را به صورت افقی (صفحه کاغذ هم‌راستا با سطح زمین باشد) در جلوی خود قرار دهید یا بر روی یک سطح افقی قرار دهید. در این صورت برداری که به درون صفحه می‌رود، رو به پایین و برداری که از صفحه بیرون می‌آید، رو به بالا است. این در حالی است که سمت راست و چپ شما به ترتیب شرق و غرب و روبه‌روی شما به سمت شمال است. در این صورت صفحه کاغذ به صورت مقابل نام‌گذاری می‌شود:

آزمون چهاردهم حضوری

دوازدهم ریاضی

تست و پاسخ ۶۶

$$\theta_1 = 0^\circ$$

سطح پیچه‌ای که شامل ۵۰۰ حلقه است، عمود بر خطوط میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی ۲۰۰ G قرار دارد. در مدت ۰/۰۱ s پیچه چرخیده و سطح آن، موازی خطوط میدان می‌شود. اگر اندازه نیروی محرکه القایی

$$B = 200 \times 10^{-4} \text{ T}$$

متوسط در پیچه در این بازه زمانی برابر ۲۰ V باشد، مساحت حلقه‌ها چند سانتی‌متر مربع است؟

$$\theta_2 = 90^\circ$$

۲۰۰ (۴)

۱۰۰ (۳)

۲۰ (۲)

۱۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

درس‌نامه

در حالتی که زاویه نیم‌خط عمود بر سطح پیچه با خطوط میدان (B) تغییر کند طبق قانون القای الکترومغناطیسی فاراده می‌توانیم بنویسیم:

$$\varepsilon_{av} : \text{نیروی محرکه القایی متوسط (V)}$$

$$N : \text{تعداد حلقه‌ها}$$

$$A : \text{مساحت هر حلقه (m}^2\text{)}$$

$$B : \text{میدان مغناطیسی (T)}$$

$$\theta : \text{زاویه بین خطوط میدان مغناطیسی } (\vec{B}) \text{ با نیم‌خط عمود بر سطح حلقه}$$

$$\Delta t : \text{مدت زمان تغییر زاویه } \theta \text{ (s)}$$

پاسخ تشریحی طبق درس‌نامه بالا می‌توانیم بنویسیم:

$$|\varepsilon_{av}| = NAB \times \frac{|\cos \theta_2 - \cos \theta_1|}{\Delta t} \xrightarrow[\substack{B=200 \text{ G} = 2 \times 10^{-2} \text{ T}, \theta_1=0^\circ, \theta_2=90^\circ}]{|\varepsilon_{av}|=20 \text{ V}, N=500, \Delta t=0.01 \text{ s}} 20 = 500 \times A \times 2 \times 10^{-2} \times \frac{|\cos 90^\circ - \cos 0^\circ|}{0.01}$$

$$\xrightarrow[\cos 90^\circ = 0]{\cos 0^\circ = 1} A = \frac{20 \times 0.01}{500 \times 2 \times 10^{-2} \times 1} = 0.2 \text{ m}^2 \xrightarrow{1 \text{ m}^2 = 10^4 \text{ cm}^2} A = 0.2 \times 10^4 = 2000 \text{ cm}^2$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۶۷

طول یک سیم‌لوله آرمانی ۴۰ cm و جریان الکتریکی عبوری از آن ۱/۲ A است. اگر اندازه میدان مغناطیسی درون آن و دور از لبه‌ها ۷۵ G

$$B = 75 \times 10^{-4} \text{ T}$$

باشد، تعداد دورهای سیم‌لوله کدام است؟ $(\mu_0 = 12/5 \times 10^{-7} \frac{\text{T.m}}{\text{A}})$

۲۰۰۰ (۴)

۵۰۰ (۳)

۲۰۰ (۲)

۵۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

درس نامه

برای محاسبه میدان مغناطیسی (B) ناشی از یک سیم‌لوله با تعداد دورهای (N) و طول (l) که از آن جریان الکتریکی (I) عبور می‌کند، از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{l}$$

B = اندازه میدان مغناطیسی (T)

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{T.m}}{\text{A}}$$

μ_0 = ضریب تراوایی مغناطیسی خلأ

پاسخ تشریحی طبق درس‌نامه بالا داریم:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{l} \xrightarrow{B=75G=75 \times 10^{-4} \text{ T}, I=1/2 \text{ A}, l=40 \text{ cm}=0.4 \text{ m}} 75 \times 10^{-4} = \frac{12/5 \times 10^{-7} \times N \times 1/2}{0.4} \Rightarrow N = 2000$$

تست و پاسخ ۶۸

یک ظرف استوانه‌ای که روی سطح افقی قرار دارد، با جرم یکسانی از آب و روغن پر شده است. اگر این ظرف را با حجم یکسانی از آب و روغن

پر کنیم، فشار ناشی از مایع‌ها در کف ظرف چند درصد و چگونه تغییر می‌کند؟ ($\rho_{\text{آب}} = 1000 \text{ kg/m}^3$)

(۱) ۲/۵، افزایش می‌یابد.

(۲) ۲/۵، کاهش می‌یابد.

(۳) ۱/۲۵، کاهش می‌یابد.

(۴) ۱/۲۵، افزایش می‌یابد.

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره سؤالی مثل این تست ظاهر ساده‌ای دارن، ولی پر از نکته‌ان. اگر نتونستی تو آزمون بوش درست جواب بدی یا شانس درست زدی، هتماً

پاسخ‌نامه را بررسی کن.

درس نامه

فشار ناشی از مایع از رابطه زیر به دست می‌آید:

چگالی مایع (kg/m^3)

عمق مایع نسبت به سطح آزاد (m) $\rightarrow P_{\text{مایع}} = \rho g h \leftarrow$ فشار ناشی از مایع (Pa)

شتاب گرانشی (m/s^2)

پاسخ تشریحی گام اول: با توجه به یکسان بودن جرم آب و روغن، نسبت ارتفاع آب و روغن را در حالت اول حساب می‌کنیم:

$$m_{\text{آب}} = m_{\text{روغن}} \xrightarrow{m=\rho V} \rho_{\text{آب}} V_{\text{آب}} = \rho_{\text{روغن}} V_{\text{روغن}} \xrightarrow{V=Ah} \rho_{\text{آب}} \times Ah_{\text{آب}} = \rho_{\text{روغن}} \times Ah_{\text{روغن}} \Rightarrow h_{\text{آب}} = \rho_{\text{روغن}} / \rho_{\text{آب}} h_{\text{روغن}}$$

گام دوم: با توجه به یکسان بودن حجم آب و روغن در حالت دوم، نسبت ارتفاع آب و روغن را در این حالت نیز حساب می‌کنیم:

$$V_{\text{آب}} = V_{\text{روغن}} \xrightarrow{V=Ah} h'_{\text{آب}} = h'_{\text{روغن}}$$



گام سوم: با توجه به پرشدن ظرف در هر دو حالت، نسبت $\frac{h_{\text{روغن}}}{h'_{\text{روغن}}}$ را به دست می‌آوریم:

$$h_{\text{ظرف}} = h_{\text{آب}} + h_{\text{روغن}} \xrightarrow{h_{\text{آب}} = \frac{1}{\lambda} h_{\text{روغن}}} h_{\text{ظرف}} = \frac{1}{\lambda} h_{\text{روغن}} + h_{\text{روغن}} = \frac{1 + \lambda}{\lambda} h_{\text{روغن}} \quad (\text{I})$$

$$h_{\text{ظرف}} = h'_{\text{آب}} + h'_{\text{روغن}} \xrightarrow{h'_{\text{آب}} = h'_{\text{روغن}}} h_{\text{ظرف}} = h'_{\text{روغن}} + h'_{\text{روغن}} = 2h'_{\text{روغن}} \quad (\text{II})$$

$$\xrightarrow{(\text{I}) \text{ و } (\text{II})} \frac{1}{\lambda} h_{\text{روغن}} = 2h'_{\text{روغن}} \Rightarrow h'_{\text{روغن}} = \frac{1}{2\lambda} h_{\text{روغن}}$$

گام چهارم: طبق رابطه $P_{\text{مایع}} = \rho gh$ ، فشار را در هر دو حالت حساب می‌کنیم:

$$h_{\text{روغن}} \text{ حالت اول: } P_1 = \rho_{\text{آب}} gh_{\text{آب}} + \rho_{\text{روغن}} gh_{\text{روغن}} \xrightarrow{\frac{P_{\text{روغن}} = \frac{1}{\lambda} \rho_{\text{آب}}}{h_{\text{آب}} = \frac{1}{\lambda} h_{\text{روغن}}}} P_1 = \rho_{\text{آب}} g \left(\frac{1}{\lambda} h_{\text{روغن}} \right) + \left(\frac{1}{\lambda} \rho_{\text{آب}} \right) gh_{\text{روغن}} \Rightarrow P_1 = \frac{1 + \lambda}{\lambda} \rho_{\text{آب}} gh_{\text{روغن}}$$

$$h_{\text{روغن}} \text{ حالت دوم: } P_2 = \rho_{\text{آب}} gh'_{\text{آب}} + \rho_{\text{روغن}} gh'_{\text{روغن}} \xrightarrow{\frac{P_{\text{روغن}} = \frac{1}{\lambda} \rho_{\text{آب}}}{h'_{\text{آب}} = h'_{\text{روغن}}}} P_2 = \rho_{\text{آب}} gh'_{\text{روغن}} + \left(\frac{1}{\lambda} \rho_{\text{آب}} \right) gh'_{\text{روغن}}$$

$$\Rightarrow P_2 = \frac{1 + \lambda}{\lambda} \rho_{\text{آب}} gh'_{\text{روغن}} \xrightarrow{h'_{\text{روغن}} = \frac{1}{2\lambda} h_{\text{روغن}}} P_2 = \frac{1 + \lambda}{2\lambda} \rho_{\text{آب}} gh_{\text{روغن}}$$

گام پنجم: درصد تغییر فشار را به دست می‌آوریم:

$$\text{درصد تغییر فشار} = \frac{P_2 - P_1}{P_1} \times 100 = \frac{\frac{1 + \lambda}{2\lambda} \rho_{\text{آب}} gh_{\text{روغن}} - \frac{1 + \lambda}{\lambda} \rho_{\text{آب}} gh_{\text{روغن}}}{\frac{1 + \lambda}{\lambda} \rho_{\text{آب}} gh_{\text{روغن}}} \times 100 = \frac{\frac{1}{2} \rho_{\text{آب}} gh_{\text{روغن}}}{\frac{1 + \lambda}{\lambda} \rho_{\text{آب}} gh_{\text{روغن}}} \times 100$$

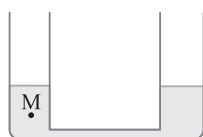
$$= \frac{1}{2} \times 100 = 50\%$$

بنابراین فشار در کف ظرف ۵۰٪ درصد افزایش می‌یابد.

تست و پاسخ ۶۹

در لوله U شکل زیر که سطح مقطع هر یک از شاخه‌های آن 5 cm^2 است، مقداری جیوه به ارتفاع 40 cm ریخته شده است. چند سانتی‌متر

مکعب آب روی جیوه شاخه سمت راست بریزیم تا فشار در نقطه M، 5 cmHg افزایش یابد؟ ($\rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \rho_{\text{آب}} = 13/6 \text{ g/cm}^3$)



۶۸ (۱)

۱۳۶ (۲)

۳۴۰ (۳)

۶۸۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی

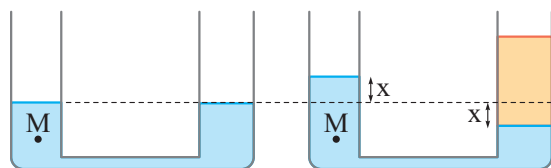
گام اول: ابتدا پس از افزودن آب به شاخه سمت

راست، تغییرات را در لوله اعمال می‌کنیم. با توجه به یکسان بودن سطح

مقطع لوله در دو شاخه، اگر در شاخه سمت راست سطح جیوه به اندازه X

پایین برود، در شاخه سمت چپ سطح جیوه به اندازه X بالا خواهد رفت.

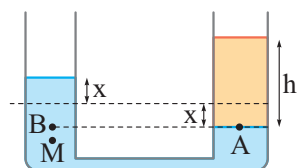
مطابق شکل مقابل داریم:



گام دوم: ارتفاع آب اضافه‌شده را حساب می‌کنیم. با توجه به این که فشار در نقطه M به اندازه 5 cmHg زیاد شده است، به اندازه 5 cm ارتفاع

مایع جیوه بالای نقطه M افزوده شده؛ بنابراین X برابر با 5 cm است.

حالا مطابق شکل زیر از روی برابری فشار در نقاط A و B داریم:



$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_{\text{آب}} gh = \rho_{\text{جیوه}} g(2x) \Rightarrow \rho_{\text{آب}} h = 2\rho_{\text{جیوه}} x$$

$$\xrightarrow{\frac{\rho_{\text{آب}} = 1 \text{ g/cm}^3, x = 5 \text{ cm}}{\rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \text{ g/cm}^3}} 1 \times h = 2 \times 13/6 \times 5 \Rightarrow h = 136 \text{ cm}$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



$$V = Ah \xrightarrow{A=5\text{ cm}^2, h=136\text{ cm}} V = 5 \times 136 = 680\text{ cm}^3$$

گام سوم: حجم آب اضافه شده را حساب می کنیم:

$$\beta = 3\alpha = 3 \times 2 \times 10^{-5}$$

تست و پاسخ ۷۰

در یک آزمایش یک استوانه توپر فلزی با چگالی اولیه 8 g/cm^3 ، گرمای ویژه 4 J/g.K و ضریب انبساط طولی $2 \times 10^{-5}\text{ K}^{-1}$ ، 8 kJ گرما دریافت می کند. اگر در این آزمایش دمای استوانه 18°F افزایش یابد، حجم آن چند میلی متر مکعب افزایش می یابد؟

باید تغییر دما برحسب سلسیوس نوشته شود.

$$2/7 (4)$$

$$1/5 (3)$$

$$27 (2)$$

$$15 (1)$$

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره این سؤال به تنهایی ۳ سؤال توی دل فودش داره، از انبساط گرمایی، گرمایی که صرف تغییر دما می شه و تبدیل یکاهای دما، پس هواسه باشه، می تونی علامت بزراری برای روزای جمع بندی نکاتشو مرور کنی.

درس نامه

رابطه دما برحسب درجه فارنهایت (F) و درجه سلسیوس (θ) به صورت مقابل است:

$$F = \frac{9}{5}\theta + 32 \Rightarrow \Delta F = \frac{9}{5}\Delta\theta$$

اگر به جسمی به جرم m و با گرمای ویژه c ، گرمای Q را بدهیم و حالت جسم تغییر نکند، دمای جسم به اندازه $\Delta\theta$ تغییر می کند.

$$Q = mc\Delta\theta$$

اگر دمای جامدی با حجم اولیه V_1 و ضریب انبساطی حجمی $\beta = 3\alpha$ ، به اندازه $\Delta\theta$ تغییر کند، حجم آن به اندازه ΔV تغییر می کند:

$$\Delta V = V_1 \beta \Delta\theta$$

بنابراین طبق رابطه روبه رو داریم:

پاسخ تشریحی گام اول: جرم جسم را حساب می کنیم. طبق رابطه $Q = mc\Delta\theta$ ، داریم:

$$Q = mc\Delta\theta \xrightarrow{Q=8\text{ kJ}=8 \times 10^3\text{ J}, \Delta F=\frac{9}{5}\Delta\theta \Rightarrow 18=\frac{9}{5}\Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta=10^\circ\text{ C}} \xrightarrow{c=4\frac{\text{J}}{\text{g.K}}=4000\frac{\text{J}}{\text{kg.K}}} \rightarrow$$

$$8 \times 10^3 = m \times 4 \times 10^3 \times 10 \Rightarrow m = 0.2\text{ kg} = 200\text{ g}$$

گام دوم: حجم اولیه جسم را حساب می کنیم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho} \xrightarrow{\rho=8\text{ g/cm}^3, m=200\text{ g}} \rightarrow V = \frac{200}{8} = 25\text{ cm}^3 = 25 \times 10^{-6}\text{ m}^3$$

گام سوم: تغییر حجم جسم را حساب می کنیم:

$$\Delta V = V_1 \beta \Delta\theta \xrightarrow{V_1=25 \times 10^{-6}\text{ m}^3, \beta=3\alpha=6 \times 10^{-5}\text{ /K}, \Delta\theta=10^\circ\text{ C}} \rightarrow \Delta V = 25 \times 10^{-6} \times 6 \times 10^{-5} \times 10$$

$$\Rightarrow \Delta V = 15 \times 10^{-9}\text{ m}^3 \xrightarrow{1\text{ m}^3=10^9\text{ mm}^3} \rightarrow \Delta V = 15\text{ mm}^3$$

تست و پاسخ ۷۱

قطعه یخی به جرم 100 g و دمای صفر درجه سلسیوس را درون 2 kg آب با دمای θ می اندازیم. اگر نیمی از یخ به صورت ذوب نشده باقی بماند،

θ چند درجه سلسیوس است؟ (گرمای ویژه آب $4/2\frac{\text{J}}{\text{g.K}}$ و گرمای نهان ذوب آن 336 J/g است.)

یعنی 50 g یخ ذوب شود و دمای تعادل صفر درجه باشد.

$$4 (2)$$

$$2 (1)$$

$$40 (4)$$

$$20 (3)$$

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی با توجه به این که اتلاف گرما نداریم، می توانیم بنویسیم:

$$Q_{\text{یخ}} + Q_{\text{آب}} = 0 \Rightarrow \frac{Q_{\text{ذوب}} = m_{\text{ذوب}} L_f}{Q_{\text{آب}} = m_{\text{آب}} c \Delta\theta} \rightarrow m_{\text{ذوب}} L_f + m_{\text{آب}} c \Delta\theta = 0$$

$$\xrightarrow{m_{\text{ذوب}} = \frac{1}{2} \times 100 = 50\text{ g} = 0.05\text{ kg}, L_f = 336 \times 10^3\text{ J/kg}} \rightarrow (0.05 \times 336 \times 10^3) + (2 \times 4200 \times (-\theta)) = 0 \Rightarrow \theta = 2^\circ\text{C}$$

$$m_{\text{آب}} = 2\text{ kg}, c = 4/2\frac{\text{J}}{\text{g.K}} = 4200\frac{\text{J}}{\text{kg.K}}, \Delta\theta = -\theta = -\theta$$



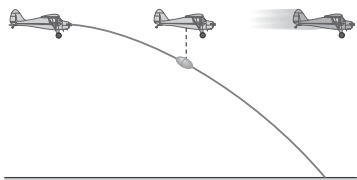
پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

تست و پاسخ ۷۲

در شکل زیر، هواپیمایی که در ارتفاع 320 m از سطح زمین و با تندی 60 m/s در حال حرکت است، بسته‌ای را رها می‌کند. اگر مقاومت هوا ناچیز باشد، بسته با تندی چند متر بر ثانیه به سطح زمین می‌رسد؟ ($g = 10\text{ m/s}^2$)

تندی اولیه بسته، برابر با 60 m/s است.



۸۰ (۱)

۱۰۰ (۲)

$80\sqrt{2}$ (۳)

$100\sqrt{2}$ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

درس نامه ● اصل پایستگی انرژی مکانیکی

وقتی نیروهای اتلافی مانند اصطکاک و مقاومت هوا نداشته باشیم، انرژی مکانیکی ثابت بوده و مجموع تغییرات انرژی جنبشی و پتانسیل جسم صفر است؛ بنابراین طبق رابطه زیر داریم:

$$\Delta K + \Delta U = 0$$

طبق درس نامه بالا می‌توانیم بنویسیم:

$$\Delta K + \Delta U = 0 \rightarrow \frac{\Delta U = mg\Delta h}{\Delta K = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)} \rightarrow mg\Delta h + \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) = 0$$

$$\Rightarrow g\Delta h + \frac{1}{2}(v_2^2 - v_1^2) = 0 \rightarrow \frac{\Delta h = h_2 - h_1 = -320 = -320\text{ m}}{v_1 = 60\text{ m/s}} \rightarrow 10 \times (-320) + \frac{1}{2}(v_2^2 - 60^2) = 0$$

$$\Rightarrow v_2^2 = 10000 \Rightarrow v_2 = 100\text{ m/s}$$

تست و پاسخ ۷۳

مطابق شکل در قسمتی از یک خط انتقال نفت، در هر دقیقه 120 m^3 نفت از طریق لوله‌ای توسط دو پمپ مشابه از ارتفاع 200 m تا ارتفاع 260 m سطح زمین منتقل می‌شود. اگر بازده هریک از این پمپها 30% درصد باشد، توان ورودی هر یک از پمپها چند مگاوات است؟ ($g = 10\text{ N/kg}$ و چگالی نفت 9 g/cm^3 است.)

۳۶ (۲)

۴۰ (۱)

۱۸ (۴)

۲۰ (۳)

پاسخ: گزینه ۲

درس نامه ●

(۱) کاری که یک پمپ برای بالا آوردن آب انجام می‌دهد:

$$\text{کار} = W$$

$$\text{جرم} = m$$

$$g = \text{اندازه شتاب گرانش زمین} = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$$

$$\Delta h = \text{تغییر ارتفاع جسم (m)}$$

(۲) توان خروجی یک پمپ از رابطه مقابل به دست می‌آید:

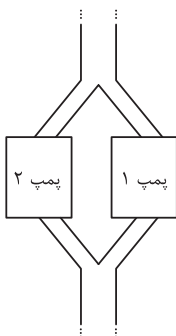
$$P = \text{توان خروجی (مفید)} (W)$$

$$\text{کار} = W$$

$$\text{زمان} = t$$

$$W = mg\Delta h$$

$$P_{\text{خروجی}} = \frac{W}{t}$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



$$\rho = 0.9 \text{ g/cm}^3 = 900 \text{ kg/m}^3$$

گام اول: کار مفید هر یک از پمپ‌ها را حساب می‌کنیم:

$$W_t = mg\Delta h \xrightarrow{\substack{m=\rho V=900 \times 120=108000 \text{ kg} \\ \Delta h=2600-2000=600 \text{ m}}} W_t = 108000 \times 10 \times 600 = 648 \times 10^6 \text{ J}$$

$$\xrightarrow{\substack{\text{پمپ مشابه داریم} \\ W_t=2W}} 2W = 648 \times 10^6 \Rightarrow W = 324 \times 10^6 \text{ J}$$

گام دوم: توان خروجی هر یک از پمپ‌ها را حساب می‌کنیم:

$$P_{\text{خروجی}} = \frac{W}{t} \xrightarrow{\substack{W=324 \times 10^6 \text{ J} \\ t=1 \text{ min}=60 \text{ s}}} P_{\text{خروجی}} = \frac{324 \times 10^6}{60} = 5.4 \times 10^6 \text{ W} = 5.4 \text{ MW}$$

گام سوم: توان ورودی هر یک از پمپ‌ها را حساب می‌کنیم:

$$R_a = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}} \times 100 \xrightarrow{\substack{R_a=30 \\ P_{\text{خروجی}}=5.4 \text{ MW}}} 30 = \frac{5.4}{P_{\text{ورودی}}} \times 100 \Rightarrow P_{\text{ورودی}} = \frac{540}{30} = 18 \text{ MW}$$

تست و پاسخ ۷۴

درون یک مخزن به حجم ۲۰ L، مقداری گاز اکسیژن با دمای ۲۷°C و فشار ۴/۵ atm وجود دارد. شیر مخزن را باز می‌کنیم تا بخشی از گاز درون مخزن خارج شود. اگر در این حالت فشار و دمای گاز به ترتیب ۴/۵ × ۱۰^۵ Pa و ۱/۴ atm و ۷°C شده باشد، جرم گاز خارج شده چند گرم است؟ (جرم مولی گاز اکسیژن ۳۲ g/mol و R = ۸ J/mol.K است.)

$$1/25 \text{ (۴)}$$

$$2/5 \text{ (۳)}$$

$$40 \text{ (۲)}$$

$$80 \text{ (۱)}$$

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی: گام اول: ابتدا تعداد مول‌های اولیه گاز را حساب می‌کنیم. طبق معادله حالت برای گازهای کامل داریم:

$$PV = nRT \xrightarrow{\substack{P_1=4/5 \text{ atm}=4/5 \times 10^5 \text{ Pa}, V_1=20 \text{ L}=20 \times 10^{-3} \text{ m}^3 \\ R=8 \frac{\text{J}}{\text{mol.K}}, T_1=27+273=300 \text{ K}}} 4/5 \times 10^5 \times 20 \times 10^{-3} = n_1 \times 8 \times 300 \Rightarrow n_1 = \frac{15}{4} \text{ mol}$$

گام دوم: تعداد مول‌های گاز در حالت دوم را حساب می‌کنیم:

$$\frac{P_1 V_1}{n_1 T_1} = \frac{P_2 V_2}{n_2 T_2} \xrightarrow{\substack{P_1=4/5 \text{ atm}, T_1=27+273=300 \text{ K}, n_1=\frac{15}{4} \text{ mol} \\ P_2=1/4 \text{ atm}, V_2=V_1=20 \text{ L}, T_2=7+273=280 \text{ K}}} \frac{4/5 \times 20}{\frac{15}{4} \times 300} = \frac{1/4 \times 20}{n_2 \times 280} \Rightarrow n_2 = \frac{5}{4} \text{ mol}$$

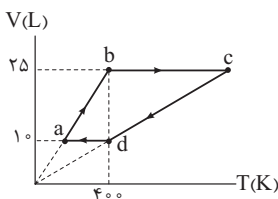
گام سوم: جرم گاز خارج شده را حساب می‌کنیم:

$$m_2 - m_1 = (n_2 - n_1)M \xrightarrow{\substack{n_2 - n_1 = \frac{5}{4} - \frac{15}{4} = -\frac{10}{4} \text{ mol} \\ M=32 \text{ g/mol}}} m_2 - m_1 = \left(-\frac{10}{4}\right) \times 32 = -80 \text{ g}$$

تست و پاسخ ۷۵

نمودار حجم - دما برای ۵ mol گاز کامل در طی یک چرخه، به شکل مقابل است. در این چرخه،

کار انجام شده روی گاز چند ژول است؟ $(R = 8 \frac{\text{J}}{\text{mol.K}})$



$$-1440 \text{ (۲)}$$

$$1440 \text{ (۱)}$$

$$-750 \text{ (۴)}$$

$$750 \text{ (۳)}$$

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره: نکته: به وقت گول بفروری فک کنی چون پرفه ساعتگرده پس کار منفیه. اون مال نمودار P-V هست، نه V-T!

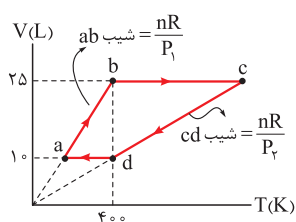


پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

نکات

- ۱) اگر نمودار $V-T$ یک فرایند برای مقدار معینی گاز کامل به صورت خطی باشد که امتداد آن از مبدأ مختصات عبور می‌کند، آن فرایند یک فرایند هم‌فشار است و شیب نمودار $V-T$ برابر با $\frac{nR}{P}$ است.
- ۲) اگر نمودار $V-T$ یک فرایند برای مقدار معینی گاز کامل به صورت خطی موازی محور T (افقی) باشد، آن فرایند یک فرایند هم‌حجم است.
- ۳) در یک فرایند هم‌حجم کار محیط بر روی گاز برابر با صفر است.
- ۴) کار کل در یک چرخه برابر با جمع جبری کار تک‌تک فرایندهای آن است.



پاسخ تشریحی طبق نکته ۱) درمی‌یابیم فرایندهای ab و cd فرایندهایی هم‌فشار هستند؛ بنابراین مطابق شکل مقابل، کار محیط بر روی گاز در هر یک از این فرایندها به صورت زیر به دست می‌آید:

$$25L = 25 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$10L = 10 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$\frac{n = \frac{\Delta \text{mol}}{R = 8 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}}}{\left\{ \begin{array}{l} \text{شیب } ab = \frac{nR}{P_1} \Rightarrow \frac{25 \times 10^{-3}}{400} = \frac{0/5 \times 8}{P_1} \Rightarrow P_1 = 64 \times 10^3 \text{ Pa} \\ \text{شیب } cd = \frac{nR}{P_2} \Rightarrow \frac{10 \times 10^{-3}}{400} = \frac{0/5 \times 8}{P_2} \Rightarrow P_2 = 160 \times 10^3 \text{ Pa} \end{array} \right.}$$

$$\text{فرایند هم‌فشار: } W = -P\Delta V \Rightarrow \begin{cases} W_{ab} = -(64 \times 10^3)(25 - 10)10^{-3} = -960 \text{ J} \\ W_{cd} = -(160 \times 10^3)(10 - 25)10^{-3} = 2400 \text{ J} \end{cases}$$

از طرفی، طبق نکته‌های ۲) و ۳) درمی‌یابیم کار در فرایندهای bc و da که فرایندهایی هم‌حجم هستند، برابر با صفر است؛ در نتیجه طبق نکته ۴) کار کل را در چرخه $abcd$ حساب می‌کنیم:

$$W_t = W_{ab} + W_{bc} + W_{cd} + W_{da} \xrightarrow{\substack{W_{ab} = -960 \text{ J}, W_{bc} = 0 \\ W_{cd} = 2400 \text{ J}, W_{da} = 0}} W_t = -960 + 0 + 2400 + 0 \Rightarrow W_t = 1440 \text{ J}$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۷۶

کدام مورد، نادرست است؟



(۱) در ساختار لوویس یون سیلیکات، نسبت شمار الکترون‌های ناپیوندی به پیوندی برابر ۳ است.



(۲) نفتالن و پارازایلن ایزومر یکدیگر به شمار می‌آیند.



(۳) بار یون‌های سولفات و سولفید برخلاف بار یون‌های نیترات و نیتريد، با هم یکسان است.



(۴) شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی در مولکول اتیلن با شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی در اوزون برابر است.



پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی: ایزومرها فرمول مولکولی یکسان اما فرمول ساختاری متفاوتی دارند. نفتالن (C_{10}H_8)، و پارازایلن (C_8H_{10})، اصلاً فرمول

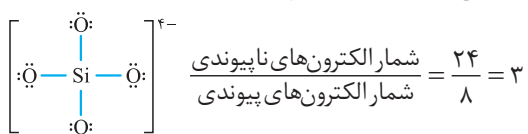
مولکولی یکسانی ندارند!

نکته

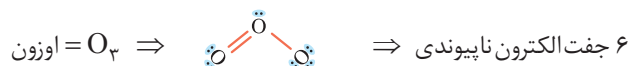
مهم‌ترین ترکیبات آلی حلقوی که در کتاب درسی می‌فونیم، در جدول زیر آمده است:

پارازایلن (C_8H_{10})	ترفتالیک اسید ($\text{C}_8\text{H}_6\text{O}_4$)	استیرن (C_8H_8)	بنزوئیک اسید ($\text{C}_7\text{H}_6\text{O}_2$)	بنزآلدئید ($\text{C}_7\text{H}_6\text{O}$)	سیکلوهگزان (C_6H_{12})	نفتالن (C_{10}H_8)	بنزن (C_6H_6)

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) سیلیسیم از جمله عنصرهای اکسیژن‌دوست است و با اکسیژن می‌تواند یون چنداتمی مثل سیلیکات (SiO_4^{4-}) تشکیل دهد:۳) یون‌های سولفات (SO_4^{2-}) و سولفید (S^{2-}) دارای بارهای یکسان بوده، اما یون‌های نیترات (NO_3^-) و نیتريد (N^{3-}) بارشان با هم متفاوت می‌باشد.

۴) درست! خودتون ببینید:



تست و پاسخ ۷۷

با توجه به جدول زیر، محلول ۵۶ درصد جرمی سدیم نیترات در دمای $97/5^\circ\text{C}$ چه نوع محلولی است و اگر 300 گرم از این محلول را تا دمای 10°C سرد کنیم، چند گرم سدیم نیترات رسوب می‌کند؟

$\theta(^\circ\text{C})$	۱۰	۲۰	۳۰
$S\left(\frac{\text{g NaNO}_3}{100\text{g H}_2\text{O}}\right)$	۸۰	۸۸	۹۶

(۲) سیرنشده - ۶۲/۴

(۱) سیرنشده - ۸۴

(۴) فراسیرشده - ۶۲/۴

(۳) فراسیرشده - ۸۴

پاسخ: گزینه ۲



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

پاسخ تشریحی ابتدا معادله انحلال پذیری سدیم نیترات بر حسب دما را به دست می آوریم:

$$S - S_1 = \frac{S_2 - S_1}{\theta_2 - \theta_1} (\theta - \theta_1) \Rightarrow S - 80 = \frac{88 - 80}{20 - 10} (\theta - 10) \Rightarrow S = 0.8\theta + 72$$

انحلال پذیری NaNO_3 را در دمای $97/5^\circ\text{C}$ حساب می کنیم:

$$\theta = 97/5 \Rightarrow S = 0.8 \times 97/5 + 72 = 150$$

بنابراین در دمای $97/5^\circ\text{C}$ ، به ازای 100 گرم آب، حداکثر 150 گرم NaNO_3 حل می شود و 250 گرم محلول را ایجاد می کند؛ پس خواهیم داشت:

$$\text{درصد جرمی محلول سیر شده } \text{NaNO}_3 = \frac{\text{جرم } \text{NaNO}_3}{\text{جرم محلول}} \times 100 = \frac{150}{250} \times 100 = 60\%$$

درصد جرمی محلول سیر شده NaNO_3 در دمای $97/5^\circ\text{C}$ برابر 60 درصد است؛ بنابراین محلول 56 درصد جرمی آن در این دما، یک محلول سیر نشده می باشد، زیرا به ازای جرم معینی محلول، مقدار کمتری حل شونده در آن وجود دارد.

برای قسمت دوم سؤال، ابتدا باید جرم نمک و آب موجود در 300 گرم محلول 56 درصد جرمی را حساب کنیم:

$$\text{جرم نمک} = 300 \times \frac{56}{100} = 168 \text{ g} \Rightarrow \text{جرم آب} = 300 - 168 = 132 \text{ g}$$

انحلال پذیری نمک در دمای 10°C برابر 80 گرم در 100 گرم آب است؛ بنابراین حداکثر جرم نمکی که می توان در 132 گرم آب در دمای 10°C حل کرد، برابر است با:

$$\text{نمک } 105/6 \text{ g} = \frac{80 \text{ g نمک}}{100 \text{ g آب}} \times 132 \text{ g آب}$$

پس، از 168 گرم نمک اولیه، $62/4 = 168 - 105/6$ گرم آن رسوب می کند.

دام تستی وقتی محلول سیر شده نیست، باید از فرمول زیر، جرم رسوب را به دست آورد:

جرم نمک قابل حل در دمای نهایی به ازای آب موجود - جرم نمک اولیه = جرم نمک رسوب کرده

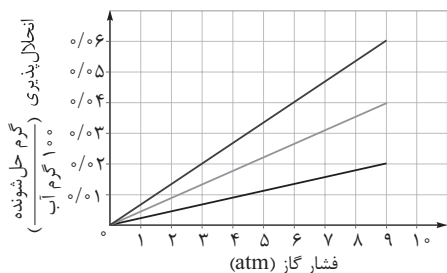
اگر به اشتباه از جرم اولیه محلول استفاده می کردیم، به 84 گرم رسوب می رسیدیم:

$$\left. \begin{array}{l} \theta_1 = 97/5^\circ\text{C} = S_1 = 150 \text{ g} \\ \theta_2 = 10^\circ\text{C} \Rightarrow S_2 = 80 \text{ g} \end{array} \right\} \Rightarrow 300 \text{ g محلول} \times \frac{\text{رسوب } 70 \text{ g}}{\text{محلول } 250 \text{ g}} = 84 \text{ g رسوب}$$

تست و پاسخ ۷۸

شکل زیر، تغییر انحلال پذیری سه گاز NO ، N_2 و O_2 را با تغییر فشار گاز، در دمای ثابت، نشان می دهد. اگر فشار گازی که شیب نمودار آن حدود $6/66 \times 10^{-3} \text{ g/atm}$ است، بر روی یک مخزن آب 3000 لیتری برابر 6 atm باشد، حداکثر شمار مولکول های این گاز که می توان

در مخزن حل کرد، کدام است؟ ($\text{N} = 14$ ، $\text{O} = 16$: g.mol^{-1})



$$(1) \quad 2/408 \times 10^{25}$$

$$(2) \quad 1/204 \times 10^{25}$$

$$(3) \quad 2/408 \times 10^{24}$$

$$(4) \quad 1/204 \times 10^{24}$$

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



درس نامه

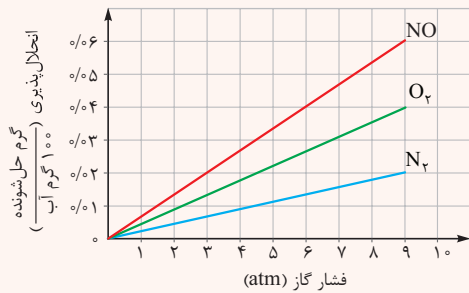
● مطابق قانون هنری، با افزایش فشار، انحلال پذیری گازها در آب افزایش می یابد.

● معادله انحلال پذیری گازها بر حسب فشار را می توان به صورت روبه رو نشان داد:

$$S = K \times P \rightarrow \text{فشار}$$

شیب خط
↑
↓
انحلال پذیری

● هر گازی که انحلال پذیری بیشتری در آب دارد، تأثیر فشار بر انحلال پذیری آن بیشتر است؛ یعنی شیب نمودار انحلال پذیری بر حسب فشار برای آن بیشتر (تندتر) می باشد؛ مثلاً:



مولکول ناقطبی یا جرم مولی بیشتر

تأثیر فشار بر انحلال پذیری: $NO > O_2 > N_2$

مولکول ناقطبی با جرم مولی کمتر

ابتدا باید گازی را پیدا کنیم که شیب نمودار آن g/atm $6/66 \times 10^{-3}$ است:

پاسخ تشریحی

$$\Rightarrow \begin{cases} NO: \frac{0.06 - 0}{9 - 0} = \frac{2}{3} \times 10^{-2} = 6/66 \times 10^{-3} g/atm \checkmark \\ O_2: \frac{0.04 - 0}{9 - 0} = \frac{4}{9} \times 10^{-2} = 4/44 \times 10^{-3} g/atm \\ N_2: \frac{0.02 - 0}{9 - 0} = \frac{2}{9} \times 10^{-2} = 2/22 \times 10^{-3} g/atm \end{cases}$$

شیب نمودار سه گاز NO, O_2, N_2 (atm) $9 - 0$

فب تا این با فهمیدیم که گاز مورد نظر، گاز NO می باشد. حالا چون سؤال از ما تعداد مولکول های NO رو در فشار $6 atm$ رو می فواد! با توجه به نمودار و یک تناسب ساده حساب می کنیم که در $6 atm$ ، انحلال پذیری NO چه قدر است:

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{P_2}{P_1} \Rightarrow \frac{S_2}{0.06} = \frac{0.06}{9} \Rightarrow S_2 = 4 \times 10^{-3} \frac{g NO}{100 g آب}$$

فشار $6 atm$ / فشار $9 atm$

انحلال پذیری در فشار $6 atm$ ← S_2

انحلال پذیری در فشار $9 atm$ ← S_1

و در نهایت تعداد مولکول های NO را در این مخزن 3000 لیتری محاسبه می کنیم: (چگالی آب را $1 g.ml^{-1}$ در نظر می گیریم).

$$3000 L \times \frac{1000 mL}{1 L} \times \frac{1 g آب}{1 mL} \times \frac{4 \times 10^{-3} g NO}{100 g آب} \times \frac{1 mol NO}{30 g NO} \times \frac{6/02 \times 10^{23} NO}{1 mol NO} = 2/408 \times 10^{24} NO$$

کسر تبدیل یکا کسر چگالی کسر انحلال پذیری کسر جرم مولی کسر تعداد ذره

تست و پاسخ ۷۹

کدام مورد درست است؟

- حرکت مولکول های آب از یک غشای تراوا از محیط رقیق به غلیظ را گذرندگی می گویند.
- در فرایند اسمز معکوس، غلظت محلول رقیق اولیه با گذشت زمان کاهش می یابد.
- اگر گلبول های قرمز خون انسان در آب مقطر قرار بگیرند، احتمال چروکیدگی آنها وجود دارد.
- آب تصفیه شده به روش تقطیر برخلاف آب به دست آمده از روش صافی کرین، نیازی به کلر زنی ندارد.

پاسخ: گزینه ۲



نکته مقایسه اسمز و اسمز معکوس:

فرایند	اسمز	اسمز معکوس
ویژگی		
جهت خالص انتقال مولکول‌های حلال (آب)	از محلول رقیق‌تر به محلول غلیظ‌تر (یا از حلال خالص به محلول)	از محلول غلیظ‌تر به محلول رقیق‌تر (یا از محلول به حلال خالص)
تغییر غلظت محلول‌ها با گذشت زمان	محلول رقیق	محلول غلیظ
	محلول غلیظ	محلول رقیق
تغییر حجم و ارتفاع محلول‌ها با گذشت زمان	محلول رقیق	محلول غلیظ
	محلول غلیظ	محلول رقیق
نوع فرایند	خودبه‌خودی	غیر خودبه‌خودی (اعمال فشار)

پاسخ تشریحی در فرایند اسمز معکوس، جابه‌جایی مولکول‌های حلال از محلول غلیظ به رقیق است؛ بنابراین با گذشت زمان محلول غلیظ، غلیظ‌تر و محلول رقیق نیز رقیق‌تر می‌شود.

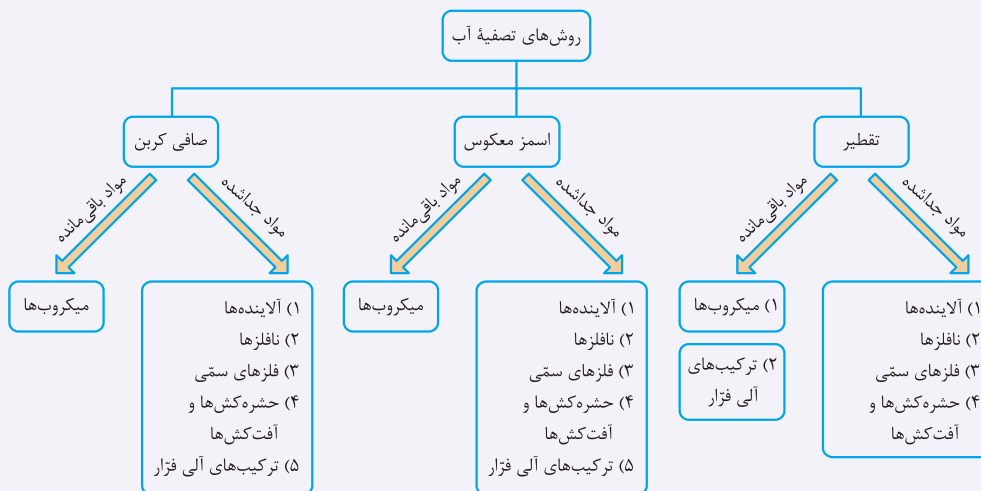
بررسی گزینه‌های نادرست:

۱) اسمز یا گذرندگی، به حرکت مولکول‌های آب از درون یک غشای نیمه‌تراوا از سمت محلول رقیق‌تر به سمت محلول غلیظ‌تر و یا از سمت حلال خالص به سمت محلول گفته می‌شود.

۳) هنگامی که گلبول قرمز خون درون آب مقطر (خالص) قرار می‌گیرد، مولکول‌های آب به طور خودبه‌خود از محیط رقیق (یعنی آب) به سمت غشای نیمه‌تراوای محیط غلیظ (یعنی گلبول قرمز خون) رفته و در نتیجه گلبول قرمز متورم (نه چروک) می‌شود!

۴) آب به‌دست‌آمده از هر سه روش تقطیر، اسمز معکوس و صافی کربن، حاوی میکروب بوده و نیاز به کلرزنی دارند.

نکته مقایسه روش‌های تصفیه آب:



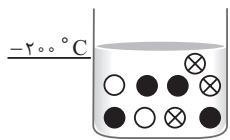
پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۸۰

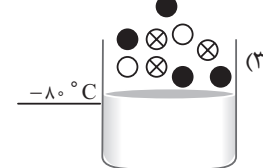
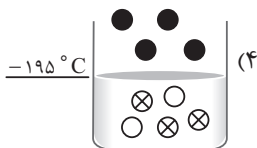
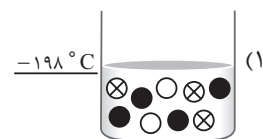
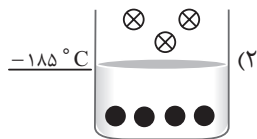
با توجه به شکل که اجزای ظرف حاوی هوای مایع در دمای -200°C را نشان می‌دهد و توضیحات زیر در مورد مواد موجود در ظرف، کدام شکل نمایش درستی از وضعیت اجزای هوای مایع در دمای مشخص شده را نشان نمی‌دهد؟ (نسبت اجزای سازنده هوا در شکل رعایت نشده است).

● اختلاف نقطه جوش آن با گازی که برای خنک کردن قطعات الکترونیکی مانند MRI استفاده می‌شود، برابر 73K است.



He

○ مجموع عددهای کوانتومی فرعی الکترون‌های ظرفیت آن برابر ۶ است.

 O_2 ⊗ فشار این گاز در سطح زمین به تقریب برابر 2atm است.

پاسخ: گزینه ۲

نکته جوش چهار گاز نیتروژن، اکسیژن، آرگون و هلیم در جدول زیر آمده است:

گاز	نقطه جوش ($^{\circ}\text{C}$)	نقطه جوش (K)
اکسیژن	-183	90
آرگون	-186	87
نیتروژن	-196	77
هلیم	-269	4

پاسخ تشریحی ابتدا باید بررسی کنیم هر کدام از گوی‌های داده شده مربوط به کدام گاز می‌باشد:

● ← برای خنک کردن قطعات الکترونیکی از هلیم استفاده می‌شود.

از آن‌جا که نقطه جوش هلیم 4K (-269°C) است، اختلاف آن با گاز مورد نظر 73K می‌باشد؛ پس خواهیم داشت:

$$4 - \text{نقطه جوش گاز مورد نظر} = 73 \Rightarrow \text{نقطه جوش گاز مورد نظر} = \text{نقطه جوش هلیم} - \text{اختلاف نقطه جوش}$$

$$\Rightarrow 77\text{K} = \text{نقطه جوش گاز مورد نظر}$$

بنابراین گاز مورد نظر نیتروژن (N_2) با نقطه جوش 77K (-196°C) می‌باشد.

○ ← در بین اجزای هوای مایع، تنها گاز آرگون (Ar) می‌تواند چنین شرایطی داشته باشد:

$$[\text{Ne}] 3s^2 3p^6 \Rightarrow \text{مجموع عدد کوانتومی فرعی (l) الکترون‌های ظرفیت} = \underbrace{2(0)}_s + \underbrace{6(1)}_p = 6$$

⊗ ← سطح زمین، فشار گاز اکسیژن (O_2) برابر با $20/9 \times 10^{-2}$ اتمسفر یا حدوداً 2atm می‌باشد.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

فب! حالا تا این جا متوجه شدیم که هر کدام از گوی‌های داده شده مربوط به کدام گاز می‌باشد:

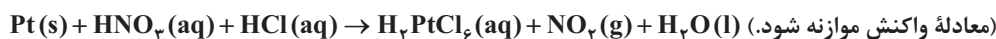
⊗	○	●	
O _۲	Ar	N _۲	گاز
-۱۸۳	-۱۸۶	-۱۹۶	نقطه جوش (°C)

بررسی گزینه‌ها:

- در دمای 198°C هر سه گوی در حالت مایع‌اند؛ چراکه نقطه جوش هر سه گاز (گوی) بالاتر از 198°C می‌باشد.
- نادرسته! در دمای 185°C گاز آرگون ○ در حال تبخیرشدن و خارج شدن از مخلوط است، چراکه نقطه جوش پایین تری از 185°C دارد. همچنین در این ظرف اکسیژن ⊗ که نقطه جوش بالاتری از 185°C دارد، باید به صورت مایع باشد!
- دمای 8°C بالاتر از نقطه جوش هر سه گاز است؛ پس در این دما هیچ کدام از این سه ماده را به صورت مایع نداریم و هر سه به صورت گازند.
- از آن جا که دمای مخلوط 195°C است، در این دما گاز N_۲ (●) در حالت گاز قرار دارد، زیرا نقطه جوش آن پایین تر از 195°C است. همچنین نقطه جوش دو گاز O_۲ و Ar بالاتر از 195°C می‌باشد و در این دما به حالت مایع درون ظرف قرار دارند.

تست و پاسخ (۸۱)

اگر در واکنش زیر به ازای ۳۹ گرم پلاتین ناخالص، ۲۹/۴۴ گرم گاز تولید شده باشد، درصد خلوص پلاتین کدام است و طی این فرایند چند لیتر محلول ۰/۲ مولار هیدروکلریک اسید مصرف شده است؟ (Pt = ۱۹۵, O = ۱۶, N = ۱۴ : g.mol⁻¹)



۴/۸ - ۸۰ (۴)

۱/۶ - ۷۵ (۳)

۴/۸ - ۷۵ (۲)

۱/۶ - ۸۰ (۱)

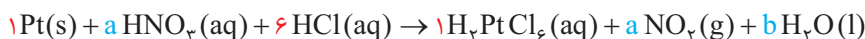
پاسخ: گزینه (۲)

پاسخ تشریحی: اول باید معادله واکنش را موازنه کنیم:

ابتدا موازنه را با عنصر Pt و Cl از ترکیب پیچیده H_۲PtCl_۶ شروع می‌کنیم:



موازنه را با هیچ یک از عنصرهای O، N و H نمی‌توان ادامه داد، زیرا هنوز ضریب بیش از یک ماده دارای آن‌ها نامشخص است؛ پس ناپاریم ضرایب مجهول a و b را استفاده کنیم. دقت داشته باشید به منظور موازنه اتم‌های نیتروژن، ضریب HNO_۳ باید با ضریب NO_۲ برابر باشد؛ بنابراین ضریب هر دو را a در نظر می‌گیریم. برای H_۲O هم ضریب b را انتخاب می‌کنیم.



$$\begin{cases} 3a = 2a + b \\ 2b - a = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = b \\ a = 4, b = 4 \end{cases}$$

$$\text{موازنه O: } 3a = 2a + b$$

$$\text{موازنه H: } a + 6 = 2 + 2b$$

پس معادله موازنه شده به صورت زیر است:



در مرحله بعد باید درصد خلوص پلاتین و حجم مصرفی محلول HCl را به دست آوریم:

روش اول: استفاده از کسر تبدیل:

$$29/44 \text{ g NO}_2 \times \frac{1 \text{ mol NO}_2}{46 \text{ g NO}_2} \times \frac{1 \text{ mol Pt}}{4 \text{ mol NO}_2} \times \frac{195 \text{ g Pt}}{1 \text{ mol Pt}} = 31/2 \text{ g Pt}$$

$$\text{درصد خلوص} = \frac{\text{جرم ماده خالص}}{\text{جرم ماده ناخالص}} \times 100 = \frac{31/2}{39} \times 100 = 80$$

$$31/2 \text{ g Pt} \times \frac{1 \text{ mol Pt}}{195 \text{ g Pt}} \times \frac{6 \text{ mol HCl}}{1 \text{ mol Pt}} \times \frac{1 \text{ L HCl}}{0/2 \text{ mol HCl}} = 4/8 \text{ L HCl}$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



روش دوم: استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{\text{جرم ناخالص} \times \frac{\text{درصد خلوص}}{100}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{جرم} \times \text{غلظت مولی}}{\text{ضریب}} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}$$

$$\Rightarrow \frac{39 \times \frac{x}{100}}{1 \times 195} = \frac{0.2 \times y}{6} = \frac{29/44}{4 \times 46} \Rightarrow x = 1.8\%, y = 4/8 \text{ L HCl(aq)}$$

تست و پاسخ ۸۲

چند مورد از مطالب زیر، به یقین درست است؟

- روند تغییرات واکنش پذیری عنصرها و شعاع اتمی آن‌ها در گروه‌های جدول تناوبی، همسو است.
- در همهٔ عنصرهای یک دورهٔ جدول تناوبی، شمار لایه‌های الکترونی اشغال شدهٔ عنصرها برابر است.
- در جدول تناوبی، مقدار کم‌ترین و بیشترین عدد اکسایش عنصرهای هم‌گروه مشابه است.
- شمار الکترون‌های ظرفیت دو عنصر غیرهم‌گروه، نمی‌تواند یکسان باشد.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی فقط عبارت دوم درست است.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: واکنش پذیری و خصلت فلزی با شعاع اتمی در فلزها رابطهٔ مستقیم و برای اغلب نافلزها رابطهٔ وارونه دارد.

نکته در یک گروه با افزایش شعاع اتمی در فلزها ← افزایش خصلت فلزی و واکنش پذیری

شعاع اتمی: $\text{Li} < \text{Na} < \text{K} < \text{Rb} < \text{Cs}$ واکنش پذیری فلزهای گروه ۱

در گروه نافلزها مانند هالوژن‌ها، با افزایش شعاع اتمی ← کاهش خصلت نافلزی و واکنش پذیری

شعاع اتمی: $\text{F} > \text{Cl} > \text{Br} > \text{I} \rightarrow$ خصلت نافلزی و واکنش پذیری

عبارت دوم: مهم‌ترین وجه تشابه عنصرهای یک دوره از جدول تناوبی، تعداد لایه‌های اصلی الکترونی اشغال شده می‌باشد. مثلاً در دورهٔ دوم، همهٔ عنصرها دارای ۲ لایهٔ الکترونی اشغال شده می‌باشند.

عبارت سوم: برای عنصرهای گروه ۱۴ تا ۱۷ به جز اکسیژن و فلورین می‌تواند صادق باشد! دامنهٔ تغییرات عدد اکسایش اکسیژن از گروه ۱۶ از ۲- تا ۲+ است و هم‌چنین فلورین از گروه ۱۷ تنها دارای عددهای اکسایش صفر (در F_2) و ۱- است. در ضمن، عدد اکسایش هیدروژن از گروه اول نیز می‌تواند صفر، ۱+ و ۱- باشد.

عبارت چهارم: مثلاً شمار الکترون‌های ظرفیت عنصرهای گروه ۴ و ۱۴، ۵ و ۱۵ ... با هم برابر است.

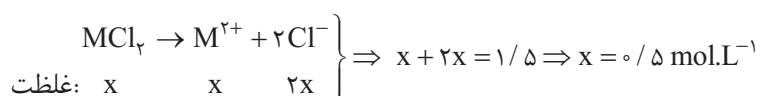
شمار الکترون‌های ظرفیت ← گروه‌های ۱ تا ۱۲ = شمارهٔ گروه

← گروه‌های ۱۳ تا ۱۸ (به جز هلیوم) = یکان شمارهٔ گروه

تست و پاسخ ۸۳

در ۸۰۰ گرم محلول نمک کلرید فلز M، ۴۰ گرم MCl_x وجود دارد. اگر چگالی محلول $1/11 \text{ g.mL}^{-1}$ و مجموع غلظت یون‌ها در محلول برابر $1/5 \text{ mol.L}^{-1}$ باشد، فلز M کدام است؟ ($\text{Cl} = 35/5 \text{ g.mol}^{-1}$) ${}_{12}^{24}\text{Mg}$ (۴) ${}_{30}^{65}\text{Zn}$ (۳) ${}_{20}^{40}\text{Ca}$ (۲) ${}_{80}^{200}\text{Hg}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی روش اول: ابتدا از روی مجموع غلظت مولی یون‌ها، غلظت نمک MCl_x را حساب می‌کنیم:



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

در مرحله بعد، حجم محلول را محاسبه می‌کنیم:

$$800 \text{ g} \times \frac{1 \text{ mL}}{1.11 \text{ g}} \times \frac{1 \text{ L}}{1000 \text{ mL}} = \frac{800}{1.11} \text{ L}$$

حالا با استفاده از غلظت مولار MCl_4 و حجم محلول، می‌توانیم تعداد مول و جرم مولی حل‌شونده را حساب کنیم:

$$(M) \text{ غلظت مولی} = \frac{\text{تعداد مول ماده حل‌شونده (n)}}{\text{حجم محلول بر حسب لیتر (L)}} \Rightarrow 0.5 = \frac{n}{\frac{800}{1.11}} \Rightarrow \text{تعداد مول } \text{MCl}_4 = \frac{400}{111} \text{ mol}$$

$$40 \text{ g } \text{MCl}_4 \times \frac{1 \text{ mol } \text{MCl}_4}{a \text{ g } \text{MCl}_4} = \frac{40}{111} \text{ mol } \text{MCl}_4 \Rightarrow a = \text{جرم مولی } \text{MCl}_4 = 111 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

و در نهایت جرم مولی فلز M را می‌یابیم:

$$\text{جرم مولی } \text{MCl}_4 = M + 2(35.5) \Rightarrow 111 = M + 71 \Rightarrow M = 40 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} \Rightarrow M: {}^{\circ}\text{Ca}$$

روش دوم:

نکته اگر درصد جرمی محلول برابر «a» و چگالی محلول بر حسب $\text{g} \cdot \text{mL}^{-1}$ برابر «d» باشد، غلظت مولی (M) این محلول بر حسب

$(\text{mol} \cdot \text{L}^{-1})$ برابر است با:

$$M = \frac{10 \cdot a \cdot d}{\text{جرم مولی}}$$

ابتدا درصد جرمی MCl_4 را حساب می‌کنیم:

$$(a) \text{ درصد جرمی} = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 100 = \frac{40 \text{ g}}{800 \text{ g}} \times 100 = 5$$

حالا با استفاده از فرمولون، جرم مولی MCl_4 را به دست می‌آوریم:

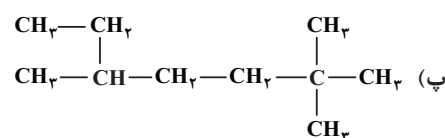
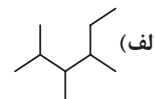
$$M = \frac{10 \cdot a \cdot d}{\text{جرم مولی حل‌شونده}} \Rightarrow 0.5 = \frac{10 \cdot 5 \cdot 1.11}{\text{جرم مولی } \text{MCl}_4} \Rightarrow \text{جرم مولی } \text{MCl}_4 = 111 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

حالا جرم مولی M را به دست می‌آوریم:

$$\text{جرم مولی } \text{MCl}_4 = M + 2(35.5) \Rightarrow 111 = M + 71 \Rightarrow M = 40 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} \Rightarrow M: {}^{\circ}\text{Ca}$$

تست و پاسخ ۸۴

بر اساس ترکیب‌های داده‌شده، کدام مورد درست است؟



(۱) هر سه ترکیب با یکدیگر همپار هستند.

(۲) نام ترکیب «الف»، ۳، ۴، ۵ - تری‌متیل هگزان است.

(۳) ترکیب «ب» دارای یک کربن با عدد اکسایش صفر و دو کربن با عدد اکسایش (-۲) است.

(۴) آلکان راست‌زنجیری که همپار ترکیب «پ» است، نسبت به هگزان فرّارتر بیشتری دارد.

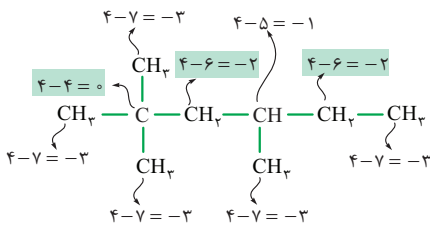
پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



پاسخ تشریحی عدد اکسایش هر یک از اتم‌های کربن موجود در ساختار «ب» را محاسبه می‌کنیم:

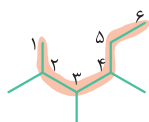
همان‌طور که می‌بینید یک کربن، عدد اکسایش صفر و دو کربن عدد اکسایش (-۲) دارند.



بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) ترکیب‌های «الف» و «ب» دارای ۹ کربن، اما ترکیب «پ» دارای ۱۰ اتم کربن می‌باشد؛ پس این سه ترکیب فرمول مولکولی یکسانی نخواهند داشت و بنابراین ایزومر یا همپار نخواهند بود.

۲) با توجه به ساختار روبه‌رو، نام ترکیب مورد نظر ۲، ۳، ۴ - تری متیل هگزان می‌باشد.



۳) آلکان راست‌زنجیر ۱۰ کربنه ($C_{10}H_{22}$)، نسبت به هگزان (C_6H_{14})، تعداد اتم‌های کربن و هیدروژن بیشتر و در نتیجه جرم مولی بیشتری دارد؛ بنابراین میزان فشاریت آن نسبت به هگزان کم‌تر می‌باشد.

نکته

با افزایش تعداد اتم‌های کربن در آلکان‌های راست‌زنجیر، جرم مولکولی، قدرت نیروهای بین مولکولی، نقطه جوش، گرانشی و چسبندگی، افزایش می‌یابد. فشاریت کاهش می‌یابد.

تست و پاسخ ۸۵

درصد جرمی زیرکونیم (IV) هیدروکسید در ۱۲۰ میلی‌لیتر از محلول آن برابر با ۲ درصد است. اگر در اثر واکنش کامل با ۳۰ میلی‌لیتر محلول سولفوریک اسید، درصد جرمی زیرکونیم (IV) سولفات در محلول نهایی برابر با ۲/۸۴ درصد شود، جرم مولی فلز زیرکونیم چند گرم بر مول است؟ (از حجم آب تولیدشده در واکنش صرف نظر کنید و چگالی محلول‌ها را برابر یک گرم بر میلی‌لیتر در نظر بگیرید و $H = 1, O = 16, S = 32 : g \cdot mol^{-1}$)



۱۰۱ (۲)

۹۲ (۱)

۱۷۸ (۴)

۱۱۸ (۳)

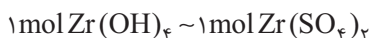
پاسخ: گزینه ۱

خودت حل کنی بهتره رابطه استوکیومتری را بین محلول‌های $Zr(OH)_4$ و $Zr(SO_4)_2$ بنویس و جرم مولی Zr را به دست بیار! حواست باشه که در استوکیومتری محلول‌ها باید از جرم حل‌شونده استفاده کنیم و نه جرم محلول! با توجه به معلوم بودن حجم و چگالی محلول‌ها، جرم آن‌ها به دست می‌آید که می‌تونی به کمک درصد جرمی، جرم محلول‌ها را به جرم حل‌شونده‌های آن‌ها تبدیل کنی!



گام دوم: جرم محلول‌ها را مشخص می‌کنیم: با توجه به فرضیات سؤال (چشم‌پوشی کردن از حجم آب تولیدشده و در نظر گرفتن چگالی همه محلول‌ها برابر با: $1g \cdot mL^{-1}$)، از واکنش کامل ۱۲۰g (یا همان ۱۲۰mL) محلول $Zr(OH)_4$ با ۳۰g (یا همان ۳۰mL) محلول H_2SO_4 ، ۱۵۰g ($120 + 30 = 150$) محلول $Zr(SO_4)_2$ تولید می‌شود.

گام سوم: با داشتن جرم محلول‌ها و درصد جرمی حل‌شونده در آن‌ها، روابط استوکیومتری بین دو ماده $Zr(OH)_4$ و $Zr(SO_4)_2$ را نوشته و جرم مولی Zr را به دست می‌آوریم.





پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

روش اول: استفاده از کسر تبدیل:

$$\text{درصد جرمی} = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 100$$

$$120 \text{ g Zr(OH)}_4 \times \frac{2 \text{ g Zr(OH)}_4}{100 \text{ g Zr(OH)}_4} \times \frac{1 \text{ mol Zr(OH)}_4}{(M+68) \text{ g Zr(OH)}_4} \times \frac{1 \text{ mol Zr(SO}_4)_2}{1 \text{ mol Zr(OH)}_4} \times \frac{\text{جرم مولی Zr(SO}_4)_2}{(M+192) \text{ g Zr(SO}_4)_2}$$

$$\times \frac{100 \text{ g Zr(SO}_4)_2}{2/84 \text{ g Zr(SO}_4)_2} = 150 \text{ g} \Rightarrow \frac{2 \times (M+192) \times 100}{(M+68) \times 2/84} = 150 \Rightarrow \frac{M+192}{M+68} = \frac{7}{4}$$

درصد جرمی $\text{Zr(SO}_4)_2$ در محلول

نکته (تکنیک محاسباتی تفاضل نسبت در صورت یا مخرج کسر):

در درس ریاضی خوانده‌اید که اگر دو کسر با هم برابر باشند، می‌توان صورت‌های هر کدام را از مخرج‌های آن‌ها، کم کرده و به جای صورت یا مخرج کسر اولیه نوشت و کسرهایی برابر با هم را به دست آورد؛ یعنی این پوری:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d} \quad \text{یا} \quad \frac{a}{a-b} = \frac{c}{c-d}$$

$$\text{مثال: } \frac{2}{3} = \frac{6}{9} \Rightarrow \frac{2-3}{3} = \frac{6-9}{9} \quad \text{یا} \quad \frac{2}{2-3} = \frac{6}{6-9}$$

برای راحت‌تر به دست آوردن M می‌توانیم از تکنیک بالا استفاده کنیم:

$$\frac{M+192}{M+68} = \frac{7}{4} \Rightarrow \frac{(M+192)-(M+68)}{M+68} = \frac{7}{4} - 1 = \frac{7-4}{4}$$

روش دوم: استفاده از کسر تناسب:

$$1 \text{ mol Zr(OH)}_4 \sim 1 \text{ mol Zr(SO}_4)_2$$

$$\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{120 \times \frac{2}{100}}{1 \times (M+68)} = \frac{150 \times \frac{2/84}{100}}{1 \times (M+192)} \Rightarrow \frac{M+192}{M+68} = \frac{150 \times 2/84}{120 \times 2} = \frac{7}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{(M+192)-(M+68)}{M+68} = \frac{7}{4} - 1 = \frac{7-4}{4} \Rightarrow \frac{124}{M+68} = \frac{3}{4} \Rightarrow M = 160 - 68 = 92 \text{ g.mol}^{-1}$$

تست و پاسخ ۸۶

کدام موارد از مطالب زیر درباره ترکیب داده شده، درست است؟

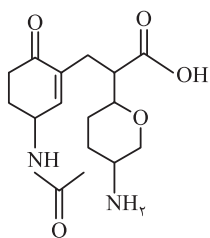
(الف) در ساختار آن یک گروه کربوکسیل، یک گروه اتری، دو گروه کتون و دو گروه آمینی وجود دارد.

(ب) بیش از ۵۰ درصد شمار کل اتم‌های سازنده آن را اتم هیدروژن تشکیل داده است.

(پ) در شرایط مناسب می‌تواند در واکنش‌های تهیه آمید و پلی آمید شرکت کند.

(ت) در ساختار آن، ۱۲ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد.

(ث) در ساختار آن، ۳ اتم کربن وجود دارند که به اتم هیدروژن متصل نیستند.



(۴) ب - پ - ث

(۳) ب - پ - ث

(۲) پ - ث

(۱) الف - ب - ث

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

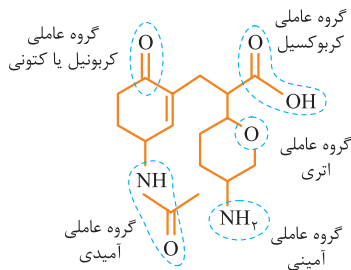


پاسخ تشریحی

عبارت‌های «ب»، «پ» و «ت» درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) در ساختار داده‌شده، یک گروه کربوکسیل ($\text{C}-\text{OH}$), یک گروه اتری ($-\text{O}-$), یک گروه کتونی ($-\text{C}-$), یک گروه آمینی ($-\text{NH}_2$) و یک گروه آمیدی ($-\text{C}-\text{N}-$) وجود دارد.



(ب)

نکته) تعداد اتم‌های هیدروژن در ترکیب‌های آلی را می‌توان با استفاده از فرمول زیر، به سرعت تعیین کرد.

(تعداد پیوندهای سه‌گانه $\times 4$) - (تعداد حلقه‌ها + تعداد پیوندهای دوگانه) $\times 2$ - (تعداد اتم‌های هیدروژن در ترکیبی با n کربن) = (تعداد اتم‌های نیتروژن $\times 1$) + (تعداد اتم‌های هالوژن) -

ترکیب داده‌شده، دارای ۱۶ اتم کربن است؛ بنابراین تعداد اتم‌های هیدروژن در آن برابر است با:

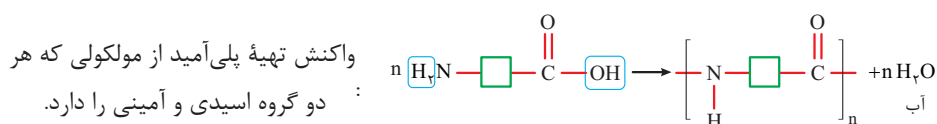
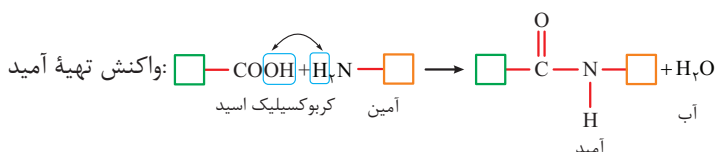
$$\text{تعداد اتم‌های نیتروژن} \times 1 + \text{تعداد پیوندهای دوگانه} \times 2 - \text{تعداد حلقه‌ها} \times 2 - 2 \times (\text{تعداد اتم‌های هیدروژن در ترکیبی با } n \text{ کربن}) = 24$$

پس فرمول مولکولی ترکیب داده‌شده، $\text{C}_{16}\text{H}_{24}\text{O}_5\text{N}_4$ است و بیش از ۵۰ درصد شمار کل اتم‌های سازنده آن راه اتم هیدروژن تشکیل داده است.

$$\%50 > \frac{\text{شمار اتم‌های هیدروژن}}{\text{شمار کل اتم‌ها}} \times 100 = \frac{24}{(16+24+5+2)} \times 100 = \frac{24}{47} \times 100 = 51.06\%$$

(پ)

نکته) آمیدها ($-\text{C}-\text{N}-$) از واکنش کربوکسیلیک اسیدها ($-\text{C}-\text{OH}$) با آمین‌ها ($-\text{N}-\text{H}$)، که حداقل یکی از گروه‌های R یا R' گروه هیدروکربنی‌اند یا آمونیاک ($\text{H}-\text{N}-\text{H}$)، به دست می‌آیند. پلی‌آمیدها هم از واکنش آمین‌های دوعاملی با اسیدهای دوعاملی یا از واکنش پلیمری شدن مولکولی که هر دو گروه عاملی اسیدی و آمینی را با هم داشته باشد، به وجود می‌آیند.



مولکول داده‌شده، هر دو گروه عاملی اسیدی و آمینی را با هم دارد؛ بنابراین هم می‌تواند با کربوکسیلیک اسیدها، آمین‌ها و آمونیاک و حتی مولکول‌های خود در واکنش تشکیل آمید شرکت کند و هم می‌تواند با مولکول‌های خود در تشکیل پلی‌آمید شرکت کند.



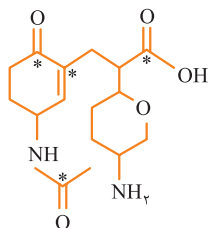
پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

(ت) ترکیب داده شده دارای ۵ اتم اکسیژن و دو اتم نیتروژن است. هر اتم اکسیژن، دو جفت الکترون ناپیوندی و هر اتم نیتروژن، یک جفت الکترون ناپیوندی دارد؛ بنابراین:

$$= 12 = (2 \times 5) + (1 \times 2)$$

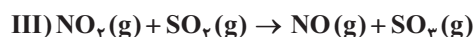
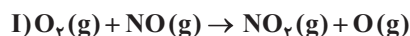
شماراتمهای N شماراتمهای O



(ث) در ساختار ترکیب داده شده ۴ اتم کربن (اتمهای کربن مشخص شده در شکل) وجود دارد که به اتم هیدروژن متصل نیستند، نه ۳ تا!

تست و پاسخ ۸۷

اگر سه واکنش داده شده، مراحل انجام یک واکنش کلی باشند، ΔH واکنش کلی (بدون تغییر در ضرایب استوکیومتری معادله واکنشها) برابر چند کیلوژول است و اگر ۲ مول فراورده نهایی را در آب کافی حل کنیم و سپس حجم محلول را به ۵ L برسانیم، محلول حاصل با چند گرم سدیم هیدروکسید ۸۰٪ خالص، خنثی خواهد شد؟ (آنتالپی پیوند $O=O$ برابر ۴۹۵ و میانگین آنتالپی پیوند $S-O$ برابر ۳۶۵ کیلوژول بر مول است.) ($H = 1, O = 16, Na = 23: g.mol^{-1}$)



۱۶۰، -۲۳۵ (۴)

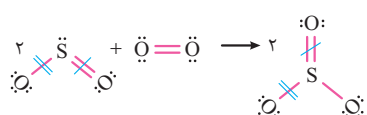
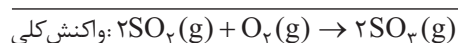
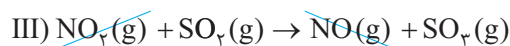
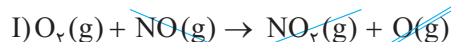
۱۶۰، -۳۳۵ (۳)

۲۰۰، -۲۳۵ (۲)

۲۰۰، -۳۳۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی: گام اول: ابتدا معادله واکنش کلی را به دست می آوریم:



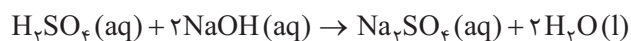
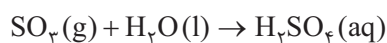
گام دوم: به کمک آنتالپی های پیوند، ΔH واکنش کلی را به دست می آوریم:

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد واکنش دهنده}] - [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد فراورده}]$$

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = [\Delta H(O=O)] - [2\Delta H(S-O)] = 495 - (2 \times 365) = -235 \text{ kJ}$$

گام سوم: از انحلال گاز SO_3 در آب، سولفوریک اسید (H_2SO_4) تشکیل می شود. حالا باید حساب کنیم که محلول حاصل از انحلال کامل ۲ مول SO_3 در آب، با چند گرم $NaOH$ ۸۰٪ خالص خنثی می شود.

ضریب ماده مشترک در واکنش (H_2SO_4)، یکسان است؛ بنابراین می توانیم به طور مستقیم بین SO_3 و $NaOH$ کسر تبدیل های مناسب را بنویسیم یا تناسب برقرار کنیم:



روش اول: استفاده از کسر تبدیل:

$$2 \text{ mol } SO_3 \times \frac{2 \text{ mol } NaOH}{1 \text{ mol } SO_3} \times \frac{40 \text{ g } NaOH}{1 \text{ mol } NaOH} \times \frac{100 \text{ g } NaOH \text{ خالص}}{80 \text{ g } NaOH} = 200 \text{ g } NaOH \text{ خالص}$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



روش دوم: استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{\text{مول}}{\text{ضریب}} = \frac{\text{درصد خلوص} \times \text{جرم ناخالص}}{100} \Rightarrow \frac{x}{1} = \frac{x \times \frac{80}{100}}{2 \times 40} \Rightarrow x = 200 \text{ g NaOH ناخالص}$$

به ۵ لیتر حجم محلول H_2SO_4 هم نیازی نداشتیم، چون سؤال مول SO_3 رو بهمون داده بود!

تست و پاسخ

با توجه به معادله موازنه نشده: $\text{X(aq)} + \text{Y(aq)} \rightarrow \text{A(s)} + \text{E(aq)}$ ، کدام مطلب درست است؟

- (۱) اگر X و Y، کلسیم کلرید و سدیم فسفات باشند، A سدیم کلرید است و مجموع ضرایب مواد شرکت کننده در واکنش برابر ۱۲ است.
 (۲) اگر A باریوم سولفات باشد، X و Y می توانند باریوم نیترات و سدیم سولفات باشند و مجموع ضرایب مواد شرکت کننده در این واکنش برابر ۴ است.
 (۳) اگر X و Y، سدیم کلرید و نقره نیترات باشند، با مخلوط شدن آن ها و انجام واکنش، نسبت غلظت آنیون چنداتی به آنیون تک اتمی در محلول، افزایش می یابد.
 (۴) اگر X و Y، سدیم هیدروکسید و آهن (III) کلرید باشند، A آهن (III) هیدروکسید است و با انجام واکنش، pH محلول افزایش می یابد.

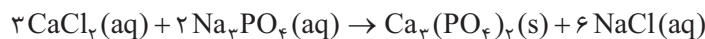
پاسخ: گزینه ۳

نکته در جدول زیر نام و فرمول شیمیایی همه ترکیب های یونی نامحلول که باید بلد باشین رو براتون آوردم.

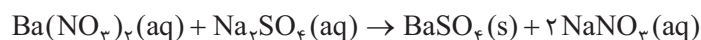
نام	فرمول شیمیایی	نام	فرمول شیمیایی
آهن (II) هیدروکسید	Fe(OH)_2	نقره کلرید	AgCl
آهن (III) هیدروکسید	Fe(OH)_3	کلسیم فسفات	$\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2$
منیزیم هیدروکسید	Mg(OH)_2	باریم سولفات	BaSO_4
آلومینیم هیدروکسید	Al(OH)_3		

پاسخ تشریحی بررسی گزینه ها:

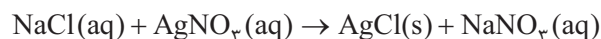
۱) از واکنش محلول های کلسیم کلرید (X) و سدیم فسفات (Y)، رسوب کلسیم فسفات (A) و محلول سدیم کلرید (E) به دست می آید:
 (سدیم کلرید، ترکیب یونی محلول در آب است، نه نامحلول در آب!)



۲) باریوم سولفات (BaSO_4) یک ترکیب یونی نامحلول در آب (A) است و می توان آن را از واکنش محلول های باریوم نیترات (X) و سدیم سولفات (Y) به دست آورد، ولی مجموع ضرایب مواد شرکت کننده در واکنش ۵ است، نه ۴!



۳) از واکنش محلول های سدیم کلرید (X) و نقره نیترات (Y)، رسوب نقره کلرید (A) و محلول سدیم نیترات (E) به دست می آید:



با انجام واکنش و تشکیل رسوب AgCl ، از غلظت یون $\text{Cl}^- (\text{aq})$ در محلول، کاسته می شود؛ بنابراین نسبت غلظت آنیون چنداتی

$$\text{NO}_3^- (\text{aq}) \text{ به غلظت آنیون تک اتمی } \text{Cl}^- (\text{aq}) \text{، در محلول افزایش می یابد. ثابت} \rightarrow \frac{[\text{NO}_3^- (\text{aq})]}{[\text{Cl}^- (\text{aq})]} \uparrow$$

(غلظت آنیون چنداتی) / (غلظت آنیون تک اتمی)

۴) از واکنش محلول های سدیم هیدروکسید (X) و آهن (III) کلرید (Y)، رسوب آهن (III) هیدروکسید (A) و محلول سدیم کلرید (E) به دست می آید. می دانیم که در محلول های آبی، غلظت یون هیدروکسید با pH رابطه مستقیم دارد؛ بنابراین در این واکنش با تشکیل رسوب Fe(OH)_3 ، از غلظت یون هیدروکسید ($\text{OH}^- (\text{aq})$) در محلول کاسته شده و pH محلول کاهش می یابد.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



پاسخ تشریحی بررسی گزینه‌ها:

۱

نکته بین ظرفیت گرمایی (C) و گرمای ویژه (c) یک ماده رابطه زیر برقرار است:

$$\text{جرم} \uparrow \quad \text{گرمای ویژه} \rightarrow C = mc \leftarrow \text{ظرفیت گرمایی}$$

$$\text{ظرفیت گرمایی} = \underbrace{(\Delta L \times \frac{1/5 \text{ g}}{1 \text{ L}})}_{\text{جرم}} \times 0/9 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{C}^{-1} = 6/75 \text{ J} \cdot \text{C}^{-1}$$

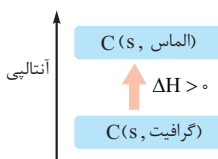
۲

نکته مهم‌ترین فرایندهای گرماگیر و گرماده در جدول زیر آورده شده است:

فرایندهای گرماده ($\Delta H < 0$)	فرایندهای گرماگیر ($\Delta H > 0$)
۱) همه واکنش‌های سوختن (مانند سوختن گاز هیدروژن، کربن، هیدروکربن‌ها و ...)	۱) تغییر حالت‌های فیزیکی ذوب، تبخیر و تصعید (فرازش)
۲) واکنش ترمیت:	۲) واکنش فتوسنتز:
$2\text{Al}(s) + \text{Fe}_2\text{O}_3(s) \rightarrow \text{Al}_2\text{O}_3(s) + 2\text{Fe}(l)$	$6\text{CO}_2(g) + 6\text{H}_2\text{O}(l) \rightarrow \text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6(s) + 6\text{O}_2(g)$
۳) واکنش فلزهای گروه اول با گاز کلر:	۳) انحلال آمونیوم نیترات در آب:
$2\text{M}(s) + \text{Cl}_2(g) \rightarrow 2\text{MCl}(s)$	$\text{NH}_4\text{NO}_3(s) \xrightarrow{\text{در آب}} \text{NH}_4^+(aq) + \text{NO}_3^-(aq)$
۴) انحلال کلسیم کلرید در آب:	۴) تجزیه N_2O_4 به NO_2 :
$\text{CaCl}_2(s) \xrightarrow{\text{در آب}} \text{Ca}^{2+}(aq) + 2\text{Cl}^-(aq)$	$\text{N}_2\text{O}_4(g) \rightarrow 2\text{NO}_2(g)$
۵) تشکیل HCl از H_2 و Cl_2 :	۵) تبدیل گرافیت به الماس:
$\text{H}_2(g) + \text{Cl}_2(g) \rightarrow 2\text{HCl}(g)$	$\text{C}(s, \text{گرافیت}) \rightarrow \text{C}(s, \text{الماس})$
۶) تشکیل NH_3 از H_2 و N_2 (فرایند هابر):	۶) تولید اوزون از گاز اکسیژن:
$\text{N}_2(g) + 3\text{H}_2(g) \rightarrow 2\text{NH}_3(g)$	$3\text{O}_2(g) \rightarrow 2\text{O}_3(g)$
۷) تشکیل آمونیاک از هیدرازین و هیدروژن:	۷) تشکیل NO از N_2 و O_2 :
$\text{N}_2\text{H}_4(g) + \text{H}_2(g) \rightarrow 2\text{NH}_3(g)$	$\text{N}_2(g) + \text{O}_2(g) \rightarrow 2\text{NO}(g)$
۸) تجزیه هیدروژن پراکسید:	۸) تشکیل N_2H_4 (هیدرازین) از N_2 و H_2 :
$2\text{H}_2\text{O}_2(l) \rightarrow 2\text{H}_2\text{O}(l) + \text{O}_2(g)$	$\text{N}_2(g) + 2\text{H}_2(g) \rightarrow \text{N}_2\text{H}_4(g)$
۹) واکنش گازهای CO و NO:	۹) تشکیل گاز هیدروژن یدید از گاز هیدروژن و ید جامد:
$2\text{CO}(g) + 2\text{NO}(g) \rightarrow 2\text{CO}_2(g) + \text{N}_2(g)$	$\text{H}_2(g) + \text{I}_2(s) \rightarrow 2\text{HI}(g)$
۱۰) تشکیل گاز هیدروژن یدید از گاز هیدروژن و ید گازی:	
$\text{H}_2(g) + \text{I}_2(g) \rightarrow 2\text{HI}(g)$	

آزمون چهاردهم حضوری

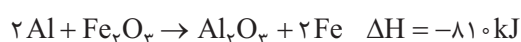
دوازدهم ریاضی



الماس سطح انرژی بالاتری نسبت به گرافیت دارد؛ بنابراین تبدیل گرافیت به الماس یک واکنش گرماگیر ($\Delta H > 0$) است، در حالی که انحلال کلسیم کلرید در آب، فرایندی گرماده ($\Delta H < 0$) می‌باشد.

۳ در دمای ثابت، انرژی گرمایی واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها، تفاوت چندانی با یکدیگر ندارد، اما انرژی پتانسیل مواد با هم متفاوت است.

گرمای مبادله‌شده در واکنش شیمیایی نیز به دلیل همین تفاوت انرژی پتانسیل واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها است.



۴ معادله واکنش ترمیت به صورت مقابل است:



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

$$1 \text{ g Al} \times \frac{1 \text{ mol Al}}{27 \text{ g Al}} \times \frac{810 \text{ kJ}}{2 \text{ mol Al}} = 15 \text{ kJ}$$

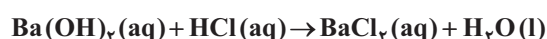
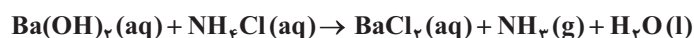
روش اول: استفاده از کسر تبدیل:

$$\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{Q}{|\Delta H|} \Rightarrow \frac{1}{2 \times 27} = \frac{Q}{810} \Rightarrow Q = 15 \text{ kJ}$$

روش دوم: استفاده از کسر تناسب:

تست و پاسخ ۹۱

۳۰۰ میلی لیتر باریم هیدروکسید با مخلوطی از آمونیوم کلرید و هیدروکلریک اسید مطابق معادله‌های زیر واکنش می‌دهد. اگر طی این فرایند، ۶/۸ میلی گرم آمونیاک و ۲۴۹/۶ میلی گرم باریم کلرید تولید شود، pH محلول باریم هیدروکسید اولیه کدام است؟
(Ba = ۱۳۷, Cl = ۳۵/۵, N = ۱۴, H = ۱: g.mol⁻¹)



(معادله واکنش‌ها موازنه شوند.)

۱۲/۷ (۴)

۱۲/۳ (۳)

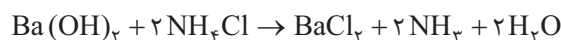
۱۲ (۲)

۱۱/۹ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

خودت حل کنی بهتره با کمک جرم آمونیاک تولیدشده، تعداد مول Ba(OH)₂ مصرفی و BaCl₂ تولیدی در واکنش اول رو به دست بیار! با توجه به مقدار کل BaCl₂ تولیدشده، مقدار BaCl₂ تولیدی در واکنش دوم نیز به دست می‌آید. این پوری می‌تونی تعداد مول Ba(OH)₂ مصرف شده در واکنش دوم را هم حساب کنی! در آخر با توجه به حجم محلول و تعداد کل مول Ba(OH)₂، غلظت OH⁻ و pH محلول را محاسبه کن!

پاسخ تشریحی گام اول: به کمک جرم NH₃ تولیدشده در واکنش اول، تعداد مول BaCl₂ تولیدی و Ba(OH)₂ مصرفی در این واکنش را حساب می‌کنیم:



$$\frac{\text{مول}}{\text{ضریب}} = \frac{\text{مول}}{\text{ضریب}} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{6/8 \times 10^{-3}}{2 \times 17} \Rightarrow x = y = 2 \times 10^{-4} \text{ mol}$$

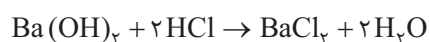
گام دوم: به کمک مقدار کل BaCl₂ تولیدشده در دو واکنش و مقدار BaCl₂ تولیدشده، در واکنش اول، تعداد مول BaCl₂ تولیدشده در واکنش دوم را حساب کرده و به کمک آن، تعداد مول Ba(OH)₂ مصرفی در واکنش دوم را به دست می‌آوریم:

$$\text{BaCl}_2 \text{ مولی} = 137 + 2(35/5) = 208 \text{ g.mol}^{-1}$$

$$\text{BaCl}_2 \text{ مولی} = 249/6 \times 10^{-3} \text{ g} \times \frac{1 \text{ mol}}{208 \text{ g}} = 1/2 \times 10^{-3} \text{ mol}$$

تعداد مول BaCl₂ تولیدی در واکنش اول - تعداد کل مول BaCl₂ = تعداد مول BaCl₂ تولیدی در واکنش دوم

$$= 1/2 \times 10^{-3} - \frac{2 \times 10^{-4}}{2 \times 10^{-3}} = 10^{-3}$$



$$\frac{\text{مول}}{\text{ضریب}} = \frac{\text{مول}}{\text{ضریب}} \Rightarrow \frac{x}{1} = \frac{10^{-3}}{1} \Rightarrow x = 10^{-3} \text{ mol Ba(OH)}_2$$

گام سوم: به کمک تعداد کل مول Ba(OH)₂ و حجم محلول، غلظت OH⁻ و سپس غلظت H⁺ و pH محلول را حساب می‌کنیم:

$$\text{Ba(OH)}_2 \text{ مولی} = \frac{2 \times 10^{-4}}{2 \times 10^{-3}} + 10^{-3} = 1/2 \times 10^{-3}$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



خودت حل کنی بهتره با حل کردن HCN در محلول، غلظت H^+ افزایش یافته و pH محلول کاهش می‌یابد. از روی pH محلول اولیه و نهایی، غلظت محلول‌ها را به دست بیار و از روی تفاوت غلظت محلول‌ها و حجم آن‌ها، به حجم HCN اضافه شده برس!

پاسخ تشریحی گام اول: به کمک pH محلول اولیه، غلظت مولی محلول اولیه را حساب می‌کنیم:

$$[H^+] = 10^{-pH} = 10^{-4/7} = 10^{-5} \times 10^{0/7} = 2 \times 10^{-5}$$

$$K_a = \frac{[H^+]^2}{M - [H^+]}$$

HCN اسید بسیار ضعیفی است.

$$\rightarrow K_a \approx \frac{[H^+]^2}{M}$$

$$5 \times 10^{-10} = \frac{(2 \times 10^{-5})^2}{M} \Rightarrow M_1 = \frac{4}{5} = 0.8 \text{ mol.L}^{-1}$$

گام دوم: به کمک pH نهایی، غلظت مولی محلول نهایی را به دست می‌آوریم.

با افزودن HCN به محلول، غلظت H^+ افزایش یافته و pH محلول کاهش می‌یابد.

با توجه به این که می‌خواهیم pH محلول، 0/1 واحد تغییر کند، pH محلول نهایی برابر با 4/6 = 0/1 + 4/7 است.

$$[H^+] = 10^{-pH} = 10^{-4/6} = \frac{10^{-4}}{10^{0/6}} = \frac{10^{-4}}{(10^{0/3})^2} = \frac{10^{-4}}{4}$$

$$K_a = \frac{[H^+]^2}{M} \Rightarrow 5 \times 10^{-10} = \frac{10^{-8}}{M_2} \Rightarrow M_2 = \frac{5}{4} = 1.25 \text{ mol.L}^{-1}$$

گام سوم: با توجه به تغییر غلظت محلول و حجم آن، حجم HCN اضافه شده را حساب می‌کنیم:

$$\text{حجم HCN اضافه شده} = (1.25 - 0.8) \frac{\text{mol}}{\text{L}} \times 0.5 \text{ L} \times \frac{22.4 \text{ L}}{1 \text{ mol}}$$

$$= 0.45 \times 0.5 \times 22.4 = \frac{9}{20} \times \frac{1}{2} \times 22.4 = 9 \times 0.56 = 5.04 \text{ L}$$

تست و پاسخ ۹۴

با توجه به سلول‌ها و پتانسیل‌های کاهش داده شده، چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

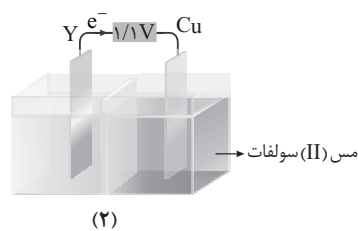
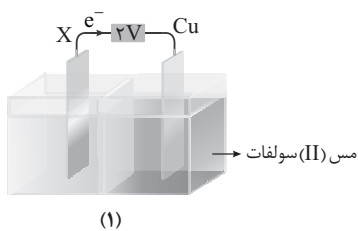
$$E^\circ(\text{Zn}^{2+} / \text{Zn}) = -0.76 \text{ V}$$

$$E^\circ(\text{Cu}^{2+} / \text{Cu}) = 0.34 \text{ V}$$

$$E^\circ(\text{Sn}^{2+} / \text{Sn}) = -0.14 \text{ V}$$

$$E^\circ(\text{Fe}^{2+} / \text{Fe}) = -0.44 \text{ V}$$

$$E^\circ(\text{Al}^{3+} / \text{Al}) = -1.66 \text{ V}$$



• قدرت کاهندگی فلز Y کم‌تر از X بوده و برخلاف فلز X، جزء فلزهای واسطه است.

• به ازای شمار الکترون‌های مبادله شده یکسان، تغییر جرم تیغه آندی در سلول (2) بیشتر است.

• ولتاژ سلول گالوانی استاندارد حاصل از الکترودهای X و Y برابر 0/9 ولت است.

• مجموع ضرایب مواد در معادله واکنش کلی انجام شده در سلول (1) بیشتر از سلول (2) است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

نکته ولتاژ سلول‌های گالوانی از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\text{emf} = E^\circ(\text{آند}) - E^\circ(\text{کاتد})$$

هر چه ولتاژ یک سلول گالوانی بیشتر باشد، تفاوت قدرت کاهندگی آند و کاتد آن سلول بیشتر است و الکترودهای آندی و کاتدی در سری الکتروشیمیایی، فاصله بیشتری از هم دارند.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

پاسخ تشریحی همه عبارت‌های داده شده درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

در سلول‌های گالوانی، جهت حرکت الکترون‌ها در مدار بیرونی از آند به کاتد است؛ پس در هر دو سلول داده شده، فلز مس نقش کاتد را دارد. از اون‌جایی که ولتاژ سلول (۱) بیشتر از سلول (۲) است، می‌توان فهمید که X کاهنده‌تر از Y است، اما برای این‌که بدو نیم، X و Y چه فلزهایی هستند، باید E° آن‌ها را حساب می‌کنیم:

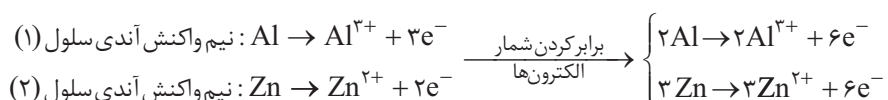
$$emf = E^\circ(\text{کاتد}) - E^\circ(\text{آند})$$

$$(۱) \text{ همان فلز آلومینیم (Al) است. } \Rightarrow E^\circ(X) = -1/66 \text{ V} \Rightarrow E^\circ(X) = 0/34 - E^\circ(X) \Rightarrow E^\circ(X) = -1/66 \text{ V}$$

$$(۲) \text{ همان فلز روی (Zn) است. } \Rightarrow E^\circ(Y) = -0/76 \text{ V} \Rightarrow E^\circ(Y) = 0/34 - E^\circ(Y) \Rightarrow E^\circ(Y) = -0/76 \text{ V}$$

فلز آلومینیم (Al) جزء فلزهای اصلی دسته p و فلز روی (Zn) جزء فلزهای واسطه دسته d است.

فهمیدیم که آند سلول (۱)، آلومینیم و آند سلول (۲)، روی است.

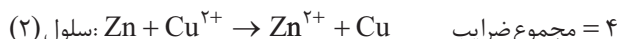


به ازای مبادله ۶ مول الکترون، ۲ مول Al و ۳ مول Zn مصرف می‌شود. با توجه به این‌که ۱۳ Al در دوره سوم و ۳ Zn در دوره چهارم قرار دارد، می‌شه فهمید که جرم ۳ مول Zn قطعاً بیشتر از جرم ۲ مول Al است.

X و Y به ترتیب آلومینیم و روی هستند؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$emf = E^\circ(\text{کاتد}) - E^\circ(\text{آند}) = E^\circ(Zn^{2+}/Zn) - E^\circ(Al^{3+}/Al) = -0/76 - (-1/66) = 0/9 \text{ V}$$

معادله‌های واکنش‌های انجام شده در دو سلول به صورت زیر است:



تست و پاسخ ۹۵

کدام مورد درباره دو ترکیب گوگرد تری‌اکسید (X) و آمونیاک (Y) درست است؟

(۱) بار جزئی اتم مرکزی در هر دو، δ^+ است.

(۲) مولکول X قطبی و مولکول Y، ناقطبی است.

(۳) هر دو مولکول، چهاراثری و شکل هندسی آن‌ها یکسان است.

(۴) کاغذ pH در محلول آبی X، به رنگ سرخ درمی‌آید.

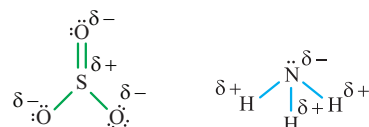
پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی گوگرد تری‌اکسید (SO_3) یک اکسید نافلز و اسیدی است؛ کاغذ pH در محلول‌های اسیدی به رنگ سرخ درمی‌آید.

بررسی سایر گزینه‌ها:

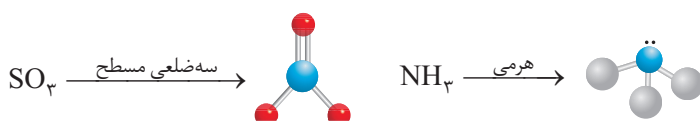
(۱) مقایسه خلصت نافلزی عنصرهای اکسیژن، نیتروژن، گوگرد و هیدروژن به صورت $O > N > S > H$ است؛ بنابراین در SO_3 ، اتم گوگرد

بار جزئی مثبت و در NH_3 ، اتم نیتروژن، بار جزئی منفی دارد.



(۲) برعکس گفته! مولکول SO_3 ناقطبی و مولکول NH_3 ، قطبی است.

(۳) شکل هندسی SO_3 با NH_3 متفاوت است.

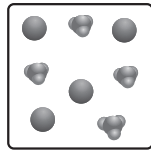


پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

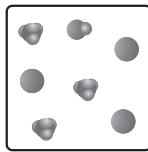


تست و پاسخ ۹۶

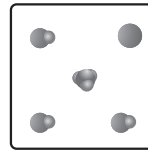
محلول‌های زیر از انحلال مول‌های مساوی از اسیدهای HA، HB و HX در مقادیر یکسان آب 25°C به دست آمده‌اند. کدام موارد زیر درست است؟ (حجم همهٔ محلول‌ها ۲۰۰ میلی‌لیتر است.)



HA(aq)



HB(aq)



HX(aq)

الف) pH محلول HA، بیشتر از pH محلول HX است.

ب) اگر مقدار ثابت یونش HX، برابر ۰/۱ باشد، هر ذرهٔ نشان داده شده در محلول آن، هم‌ارز ۰/۰۶ مول است.

پ) درجهٔ یونش اسید HB، سه برابر درجهٔ یونش اسید HX است.

ت) با افزودن مقدار یکسانی آب به محلول‌های HA، HX و pH آن‌ها به یک میزان تغییر می‌کند.

(۴) ب - ت

(۳) الف - پ

(۲) ب - پ

(۱) الف - ت

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ تشریحی عبارت‌های «ب» و «پ» درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) اسید HA به طور کامل به یون‌های H_3O^+ و A^- یونیده شده و اسیدی قوی است. درحالی‌که در محلول HX، علاوه بر یون‌ها، مولکول‌های اسید یونیده‌نشده نیز وجود دارد؛ یعنی اسید HX، یک اسید ضعیف است. در شرایط یکسان، pH محلول اسیدهای قوی، کم‌تر از pH محلول اسیدهای ضعیف است.

ب) در محلول HX، ۱ ذرهٔ H_3O^+ ، ۱ ذرهٔ X^- و ۳ ذرهٔ HX وجود دارد.

فرض می‌کنیم هر ذره معادل a مول باشد؛ با توجه به رابطهٔ ثابت یونش خواهیم داشت:

$$\text{حجم محلول} = 200 \text{ mL} = 0.2 \text{ L}$$

$$K_a = \frac{[\text{H}_3\text{O}^+]}{[\text{HX}]} \Rightarrow 0.1 = \frac{\left(\frac{1 \times a}{0.2}\right)^2}{\left(\frac{3 \times a}{0.2}\right)} \Rightarrow 0.1 = \frac{a^2}{0.2 \times 3a} \Rightarrow a = 0.06$$

(پ)

$$\text{تعداد ذرات اسید یونیده شده} + \text{تعداد ذرات اسید باقی مانده} = \text{تعداد کل ذرات اسید اولیه}$$

$$= \text{تعداد یون } \text{H}_3\text{O}^+$$

$$\text{درجهٔ یونش} = \frac{\text{تعداد مولکول‌های اسید یونیده شده}}{\text{تعداد کل مولکول‌های اسید حل شده}} \Rightarrow \begin{cases} \alpha(\text{HB}) = \frac{3}{3+1} = \frac{3}{4} \\ \alpha(\text{HX}) = \frac{1}{1+3} = \frac{1}{4} \end{cases}$$

ت) با توجه به این‌که HA، اسید قوی و HX، اسید ضعیف است، رقیق کردن آن‌ها به یک میزان، تأثیر یکسانی بر pH آن‌ها ندارد. (pH محلول اسید قوی HA نسبت به اسید ضعیف HX، بیشتر تغییر می‌کند.)

تکنیک در این‌جا فقط با بررسی‌های عبارت‌های «الف» و «ت»، می‌شد به جواب سؤال رسید و اصلاً نیازی به بررسی عبارت‌های «ب»

و «پ» که محاسباتی هستند، نبود!

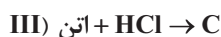


پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

تست و پاسخ ۹۷

با توجه به واکنش‌های داده شده، چند مورد از مطالب زیر درست است؟ (A فرآورده اصلی واکنش (I) است.)



- X و Y، هر دو سولفوریک اسید هستند که به عنوان کاتالیزگر در واکنش شرکت نکرده و دست نخورده باقی می‌مانند.
- C، کلرواتان می‌باشد که ترکیبی سیر شده است و به عنوان افشانه بی‌حس کننده استفاده می‌شود.
- واکنش‌های (I)، (II) و (III) برخلاف واکنش (IV)، از نوع اکسایش - کاهش هستند.
- D حلال چسب است که چهارمین عضو خانواده کربوکسیلیک اسیدها با زنجیره هیدروکربنی سیر شده، می‌تواند ایزومر آن باشد.
- A می‌تواند به عنوان مونومر در واکنش تولید پلی‌استر استفاده شود.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۵ (۱)

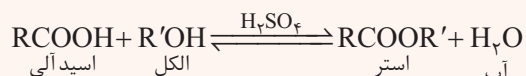
پاسخ: گزینه ۴

درس نامه

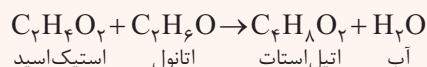
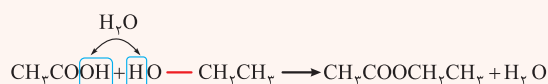
• گاز اتن یکی از مهم‌ترین خوراک‌ها در صنایع پتروشیمی است که می‌توان از آن، مواد آلی گوناگون پرمصرف و ارزشمند تهیه کرد.

کاربرد فرآورده هدف	فرآورده هدف	فرم نوشتاری سنتز	معادله موازنه شده سنتز
سوخت	گاز اتان (C_2H_6)	گاز اتان \rightarrow گاز هیدروژن + گاز اتن	$\text{C}_2\text{H}_6(\text{g}) + \text{H}_2(\text{g}) \xrightarrow{\text{Ni}(\text{s})} \text{C}_2\text{H}_6(\text{g})$
ضد عفونی کننده	اتانول ($\text{C}_2\text{H}_5\text{O}$)	اتانول \rightarrow آب + گاز اتن	$\text{C}_2\text{H}_6(\text{g}) + \text{H}_2\text{O}(\text{l}) \xrightarrow{\text{H}_2\text{SO}_4} \text{C}_2\text{H}_5\text{O}(\text{l})$
افشانه بی‌حس کننده موضعی	کلرو اتان ($\text{C}_2\text{H}_5\text{Cl}$)	کلرو اتان \rightarrow گاز هیدروژن کلرید + گاز اتن	$\text{C}_2\text{H}_6(\text{g}) + \text{HCl}(\text{g}) \rightarrow \text{C}_2\text{H}_5\text{Cl}(\text{g})$
سازنده اصلی برخی لوازم پلاستیکی	پلی اتن $-(\text{C}_2\text{H}_4)_n-$	پلی اتن \rightarrow اتن + اتن + ...	$n\text{C}_2\text{H}_6(\text{g}) \xrightarrow{\text{دما و فشار}} -(\text{C}_2\text{H}_4)_n (\text{s})$
ماده اولیه برای تهیه PET	اتیلن گلیکول ($\text{C}_2\text{H}_4\text{O}_2$)	+ ... اتیلن گلیکول \rightarrow پتاسیم پرمنگنات + اتن	$\text{C}_2\text{H}_6(\text{g}) + \text{KMnO}_4(\text{s}) \xrightarrow{\text{اکسایش}} \text{C}_2\text{H}_4\text{O}_2(\text{l}) + \dots$

برای سنتز یک استر می‌توان از واکنش یک اسید آلی (کربوکسیلیک اسید) با یک الکل در شرایط مناسب استفاده کرد:



مثال: اتیل استات (اتیل اتانوات) که به عنوان حلال چسب، کاربرد دارد، از واکنش اتانول و اتانویک اسید (استیک اسید) تولید می‌شود.

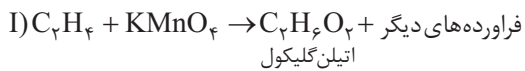


پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

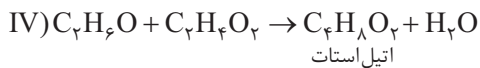
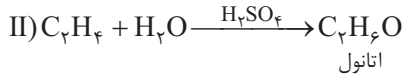


پاسخ تشریحی

به جز عبارت اول، بقیه عبارت‌ها درست‌اند.



ابتدا کامل شده واکنش‌ها را ببینیم:

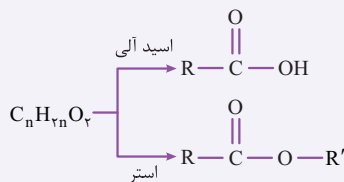


بررسی عبارت‌ها:

- کاتالیزگر واکنش اتن با آب و همچنین واکنش تولید استراز (الکل و اسید) سولفوریک اسید (H_2SO_4) است، اما دقت کنید که کاتالیزگرها در واکنش شرکت می‌کنند، ولی در پایان واکنش باقی می‌مانند.
- فرآورده واکنش اتن و گاز هیدروژن کلرید، کلرواتان (C_7H_7Cl) است. همه پیوندها در این ترکیب، یگانه بوده و به همین دلیل، سیرشده محسوب می‌شود. در ضمن، کلرواتان، به عنوان افشاننده بی‌حس‌کننده موضعی کاربرد دارد.
- در واکنش‌های (I)، (II) و (III)، حداقل عدد اکسایش یک عنصر تغییر می‌کند، ولی در واکنش (IV)، عدد اکسایش هیچ عنصری تغییر نمی‌کند.
- D، همان اتیل استات (حلال چسب) با فرمول $C_{14}H_{18}O_2$ است. فرمول عمومی کربوکسیلیک اسیدها با زنجیر هیدروکربنی سیرشده به صورت $C_nH_{2n}O_2$ است؛ بنابراین فرمول چهارمین عضو خانواده کربوکسیلیک اسیدها نیز به صورت $C_4H_8O_2$ می‌باشد.

نکته

کربوکسیلیک اسیدها و استرهای هم‌کربن، به شرطی که گروه‌های هیدروکربنی در آن‌ها، گروه آلکیل باشد، ایزومر یکدیگر بوده و فرمول مولکولی آن‌ها به صورت $C_nH_{2n}O_2$ است.



- همان الکل دوعاملی اتیلن‌گلیکول است که می‌تواند به عنوان مونومر واکنش تولید پلی‌استر به کار رود.

تست و پاسخ ۹۸

درباره واکنش: $C_7H_8OH(aq) + MnO_4^-(aq) + H^+(aq) \rightarrow C_7H_7COOH(aq) + Mn^{2+}(aq) + H_2O(l)$ پس از موازنه، چند مورد

از مطالب زیر، درست است؟

- ترکیب آلی موجود در واکنش دهنده‌ها، خاصیت بازی دارد.
- تغییر عدد اکسایش هر اتم منگنز در این واکنش با این تغییر در واکنش اکسایش پارازایلن به ترفتالیک اسید در حضور پتاسیم پرمنگنات، برابر است.
- مجموع ضرایب مواد شرکت‌کننده در واکنش برابر ۴۱ است.
- ترکیب آلی موجود در فرآورده‌ها، قدرت اسیدی بیشتری نسبت به فورمیک اسید دارد.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

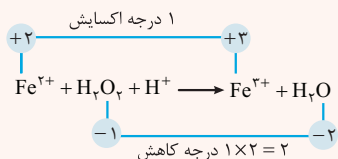
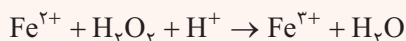
پاسخ: گزینه ۱

درس نامه • موازنه واکنش‌ها به روش اکسایش - کاهش

به طور کلی برای موازنه واکنش‌های اکسایش - کاهش، ابتدا تغییر عدد اکسایش اتم‌ها را حساب می‌کنیم، سپس مقدار تغییر عدد اکسایش گونه کاهنده را ضریب گونه اکسنده و مقدار تغییر عدد اکسایش گونه اکسنده را ضریب گونه کاهنده قرار می‌دهیم و در آخر، با توجه به ضرایبی که معلوم هستند، ضرایب بقیه گونه‌ها را تعیین می‌کنیم.



مثال: در این واکنش، عدد اکسایش آهن و اکسیژن تغییر کرده است:



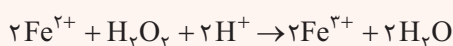
چون در سمت چپ معادله، ۲ اتم اکسیژن در H_2O_2 داشتیم، عدد اکسایش آن را در ۲ ضرب کردیم. حالا ۲ (تغییر عدد اکسایش O) را ضرب Fe^{2+} و ۱ (تغییر عدد اکسایش Fe) را ضرب H_2O_2 قرار می‌دهیم:



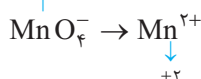
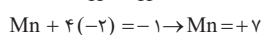
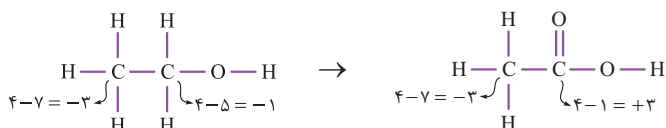
به منظور برابری تعداد اتم‌های Fe و O در دو سمت معادله، ضریب Fe^{3+} و H_2O را برابر با ۲ قرار می‌دهیم:



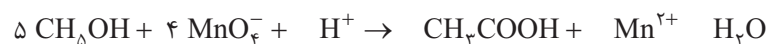
در آخر، به منظور موازنه شدن اتم‌های H و موازنه بار، ضریب H^+ را هم برابر با ۲ قرار می‌دهیم:



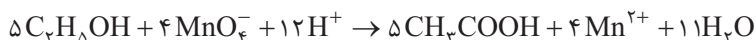
فقط عبارت سوم درست است. ابتدا باید معادله واکنش را موازنه کنیم. در این واکنش، عدد اکسایش کربن و منگنز تغییر می‌کند.



با انجام واکنش، عدد اکسایش یکی از اتم‌های کربن، ۴ واحد افزایش یافته و عدد اکسایش اتم منگنز، ۵ واحد کاهش یافته است؛ پس در مرحله اول، باید ضریب MnO_4^- را برابر ۴ و ضریب $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$ را برابر ۵ قرار دهیم.



به منظور موازنه اتم‌های C، Mn، O، H و ضرایب CH_3COOH ، Mn^{2+} ، H_2O و H^+ به ترتیب باید برابر ۵، ۴، ۱۱ و ۱۲ باشد:



بررسی عبارت‌ها:

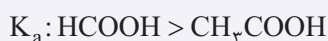
• ترکیب آلی موجود در واکنش‌دهنده‌ها، الکل اتانول ($\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$) است که به صورت مولکولی در آب حل می‌شود و یون OH^- ایجاد نمی‌کند؛ بنابراین خاصیت بازی ندارد.

• در اکسایش پارازایلن به ترفتالیک اسید، عدد اکسایش اتم منگنز از +۷ به +۴ می‌رسد، در حالی که در این واکنش، عدد اکسایش منگنز از +۷ به +۲ می‌رسد.

• مجموع ضرایب مواد در واکنش برابر با $5 + 4 + 12 + 5 + 4 + 11 = 41$ است.

• ترکیب آلی موجود در فرآورده‌ها، استیک اسید (CH_3COOH) است که قدرت اسیدی کم‌تری نسبت به فورمیک اسید (HCOOH) دارد.

نکته با افزایش شمار اتم‌های کربن، ثابت یونش و قدرت اسیدی کربوکسیلیک اسیدها کاهش می‌یابد.

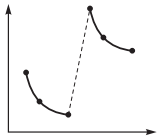


پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۹۹

کدام موارد از مطالب زیر، درباره شعاع اتمی و یونی عنصرهای دوره دوم و سوم جدول تناوبی، درست است؟



الف) شعاع آنیون از اتم خنثی خود بزرگ تر و شعاع کاتیون از اتم خنثی خود، کوچک تر است.

ب) در یک دوره، شعاع یک آنیون پایدار از شعاع یک کاتیون پایدار، بزرگ تر است.

پ) در یک دوره، بزرگ ترین شعاع یونی مربوط به عنصری با آرایش الکترونی لایه ظرفیت $ns^2 np^5$ است.

ت) نمودار داده شده را می توان به چگالی بار یون های پایدار عنصرهای دوره سوم بر حسب عدد اتمی آنها نسبت داد.

الف - ب (۱) الف - پ - ت (۲) ب - پ - ت (۳) ب - ت (۴)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی عبارت های «الف» و «ب» درست اند.

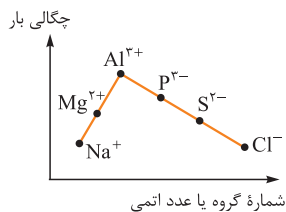
بررسی عبارت های نادرست:

پ) در دوره های دوم و سوم، بزرگ ترین شعاع یونی مربوط به عنصرهای گروه ۱۵ است. آرایش الکترونی عنصرهای گروه ۱۵ به $ns^2 np^3$ ختم می شود.

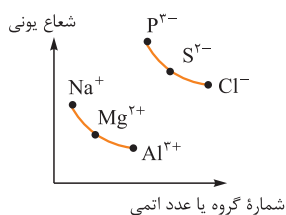
ت) می دانیم در مقایسه چگالی بار یون ها، اولویت با بار یون است؛ یعنی هر چه مقدار بار یون بیشتر باشد، چگالی بار یون بیشتر است. در ضمن اگر مقدار بار دو یون برابر باشد، یونی که شعاع کمتری دارد، چگالی بار آن بیشتر است.

چگالی بار: $Al^{3+} > P^{3-} > Mg^{2+} > S^{2-} > Na^+ > Cl^-$

بنابراین بیشترین چگالی بار یون پایدار در دوره سوم، متعلق به عنصر گروه ۱۳ (آلمینیم) و کمترین آن مربوط به عنصر گروه ۱۷ (کلر) است.



نمودار داده شده، در صورت سؤال، در واقع مربوط به مقایسه شعاع یون های پایدار عنصرهای دوره سوم است:



تست و پاسخ ۱۰۰

درباره فرایندهای الکتروشیمیایی انجام شده طی خراشیده شدن حلبی و آهن گالوانیزه، چند مورد از موارد زیر درست است؟

• در هر دو حالت، رسوب تشکیل شده در پایان واکنش ها، یکسان است.

• در حلبی خراشیده شده، آهن و در آهن گالوانیزه خراشیده شده، روی نقش آند را ایفا می کند.

• در هر دو حالت، مولکول های اکسیژن نقش اکسنده را دارند.

• این فرایندها، در حضور یون هیدرونیوم با سرعت بیشتری انجام می شوند.

الف - ب (۱) الف - پ (۲) ب - ت (۳) ب - ت (۴)

پاسخ: گزینه ۳



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

نکته: مقایسه حلی و آهن گالوانیزه:

نوع آهن	آهن گالوانیزه (آهن سفید) (آهن + لایه نازکی از فلز روی)	حلی (آهن + لایه نازکی از فلز قلع)
نوع حفاظت آهن	فیزیکی + کاتدی	فقط فیزیکی
آند	روی	آهن
نیم واکنش اکسایش	$Zn(s) \rightarrow Zn^{2+}(aq) + 2e^{-}$	$Fe(s) \rightarrow Fe^{2+}(aq) + 2e^{-}$
کاتد	آهن	قلع
نیم واکنش کاهش	$O_2(g) + 2H_2O(l) + 4e^{-} \rightarrow 4OH^{-}(aq)$	$O_2(g) + 2H_2O(l) + 4e^{-} \rightarrow 4OH^{-}(aq)$
گونه کاهنده	Zn	Fe
گونه اکسنده	O_2	O_2
رسوب تشکیل شده در پایان واکنش	روی هیدروکسید $(Zn(OH)_2)$	آهن (III) هیدروکسید $(Fe(OH)_3)$
کاربرد	تانکر آب و کانال کولر	ظروف بسته بندی مواد غذایی

پاسخ تشریحی عبارت های دوم تا چهارم درست اند.

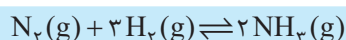
بررسی عبارت های اول و چهارم:

عبارت اول: با توجه به این که در آهن گالوانیزه، فلز روی و در حلی خراش دیده، آهن اکسایش می یابد؛ با خراش دیدن آهن گالوانیزه، رسوب $Zn(OH)_2$ و با خراش دیدن حلی، رسوب $Fe(OH)_3$ تشکیل می شود.

عبارت چهارم: از آن جا که پتانسیل کاهش اکسیژن در محیط اسیدی بیشتر است، حضور یون هیدرونیوم باعث افزایش سرعت واکنش ها خواهد شد.

تست و پاسخ (۱۰)

در واکنش تعادلی تولید آمونیاک به روش هابر، افزایش فشار، کاهش دما و خروج مقداری آمونیاک از ظرف واکنش، به ترتیب، تعادل را در کدام جهت جابه جا می کنند؟



(۲) برگشت - رفت - رفت

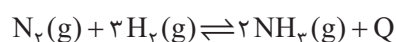
(۱) رفت - رفت - رفت

(۴) برگشت - رفت - برگشت

(۳) رفت - برگشت - رفت

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی معادله واکنش تولید آمونیاک به روش هابر به صورت زیر است:



- با افزایش فشار، تعادل به سمت تعداد مول های گازی کم تر یعنی در جهت رفت جابه جا می شود.
- واکنش تولید آمونیاک، گرماده است؛ بنابراین با کاهش دما در جهت رفت جابه جا می شود.
- با خروج مقداری آمونیاک از ظرف واکنش، تعادل به منظور جبران مقدار آمونیاک، در جهت رفت جابه جا می شود.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

نکته شمار الکترون‌های مبادله‌شده به ازای تشکیل هر واحد فرمولی از ترکیب‌های یونی را می‌توان از رابطه زیر حساب کرد:

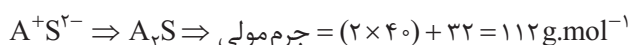
$$\text{تعداد آنیون} \times \text{قدرمطلق بار آنیون} = \text{تعداد کاتیون} \times \text{بار کاتیون} = e^-$$

۳) عدد اتمی عنصر A، برابر ۱۹ است؛ بنابراین اتم A، ۱۹ الکترون و ۱۹ پروتون دارد. حالا با توجه به مجموع شمار ذرات زیراتمی آن، می‌توان عدد جرمی و در نتیجه جرم مولی آن را به دست آورد:

$$40 = \text{عدد جرمی} \Rightarrow \text{عدد جرمی} = 19 + \underbrace{\text{شمار نوترون} + \text{شمار پروتون}}_{\text{عدد جرمی}} \Rightarrow 59 = 19 + \text{شمار الکترون} = \text{مجموع شمار ذرات زیراتمی}$$

$$\Rightarrow A \text{ جرم مولی} \approx 40 \text{ g.mol}^{-1}$$

حالا فرمول سولفید A را می‌نویسیم:



$$28 \text{ g } A_2S \times \frac{1 \text{ mol } A_2S}{112 \text{ g } A_2S} \times \frac{2 \text{ mol } A^+}{1 \text{ mol } A_2S} = \frac{56}{112} = 0.5 \text{ mol } A^+$$

۴) فلز E با عدد اتمی ۲۶ همان آهن است که دارای دو کاتیون پایدار Fe^{2+} و Fe^{3+} بوده که بیشترین بار الکتریکی مربوط به Fe^{3+} است.



تست و پاسخ ۱۰۴

در عنصری از دوره چهارم، تفاوت مجموع شمار الکترون‌های دارای $l=0$ و $l=1$ با شمار الکترون‌های دارای $l=2$ برابر ۹ است. کدام موارد از مطالب زیر درباره این عنصر درست است؟

فلوئور (F)

(الف) تفاوت عدد اتمی آن با اکسندترین عنصر جدول دوره‌ای برابر ۲۰ است.

(ب) با عنصرهایی با عددهای اتمی ۴۷ و ۷۹ هم‌گروه است.

(پ) فلزی اصلی است و یون پایدار آن، دارای آرایش الکترونی گاز نجیب است.

(ت) واکنش‌پذیری آن از عنصر بعد از خود در دوره چهارم، بیشتر است.

(۱) الف - ب

(۲) پ - ت

(۳) الف - پ

(۴) ب - ت

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی عبارت‌های «الف» و «ب» درست‌اند.

عدد اتمی عنصرهای دوره چهارم از ۱۹ تا ۳۶ است. در بین این عنصرها، فقط برای عنصر Cu ، تفاوت مجموع شمار الکترون‌های دارای $l=0$ و $l=1$ با شمار الکترون‌های دارای $l=2$ برابر ۹ است.

$${}_{29}Cu: 1s^2 / 2s^2 2p^6 / 3s^2 3p^6 3d^1 / 4s^1 \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \left. \begin{array}{l} 7 \text{ الکترون با } l=0 \text{ (زیرلایه‌های s)} \\ 12 \text{ الکترون با } l=1 \text{ (زیرلایه‌های p)} \end{array} \right\} 19 \\ 10 \text{ الکترون با } l=2 \text{ (زیرلایه } 3d) \end{array} \right\} 19 - 10 = 9$$

بررسی عبارت‌ها:

(الف) اکسندترین عنصر جدول دوره‌ای، فلوئور (F) است. تفاوت عدد اتمی مس و فلوئور برابر $29 - 9 = 20$ است.

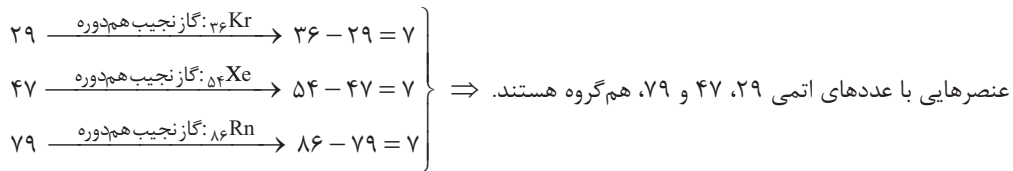
(ب) عنصرهایی با عددهای اتمی ۴۷، ۲۹ و ۷۹ در گروه ۱۱ جدول دوره‌ای قرار دارند.

نکته برای تعیین این‌که چند عنصر هم‌گروه هستند یا خیر، می‌توان تفاوت عدد اتمی آن‌ها با گاز نجیب هم‌دوره‌شان را مقایسه کرد. اگر

برای همه عنصرها، یک عدد به دست آمد، آن چند عنصر هم‌گروه می‌باشند. (البته به‌جز برای عنصرهای گروه‌های ۱ و ۲ که عدد اتمی آن‌ها

۱ یا ۲ واحد بیشتر از گاز نجیب دوره قبل است.)

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



پ) عنصر Cu ۲۹ جزء عنصرهای واسطه (دسته d) است و هیچ‌کدام از یون‌های پایدار آن (Cu^{2+} و Cu^{+}) آرایش گاز نجیب را ندارند.
ت) عنصر بعد از مس، در دوره چهارم، فلز روی (Zn) است. واکنش‌پذیری فلز مس از فلز روی کم‌تر است.

تست و پاسخ ۱۰۵

در جدول زیر، همه ویژگی‌ها در مورد چند ماده که نام آن‌ها داده شده، درست است؟

ویژگی‌ها	نام ماده	۱- هگزن	برم	اتیلن گلیکول	کلروفرم	آهن (III) اکسید
فرمول شیمیایی		C_6H_{12}	Br_2	$\text{C}_2\text{H}_6\text{O}_2$	CHCl_3	Fe_2O_3
حالت فیزیکی در دما و فشار اتاق		گاز	مایع	مایع	گاز	جامد
رنگ		بی‌رنگ	قرمز	سبز	بی‌رنگ	قرمز

۱(۴)

۲(۳)

۳(۲)

۴(۱)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی: اطلاعات داده شده در مورد برم، اتیلن گلیکول و آهن (III) اکسید، درست هستند.

دقت کنید که به رنگ اتیلن گلیکول که به عنوان ضدیخ خودروها کاربرد دارد، در فصل (۳) شیمی دهم و به رنگ‌های برم و آهن (III) اکسید در فصل (۱) یازدهم، اشاره شده است.

بررسی موارد نادرست:

- ۱- هگزن همانند هگزان، مایعی بی‌رنگ است.
- کلروفرم در دما و فشار اتاق به حالت مایع است. به باریکه این مایع در فصل (۳) شیمی دوازدهم اشاره شده است.