



ویژه
کنکوری‌های
۱۴۰۳

۱۴۰۳/۰۱/۱۶

آزمون
سیزدهم
حضور

دترچه شماره ۱



سال تحصیلی
۱۴۰۲-۱۴۰۳

هندسه	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	حسابان و ریاضیات پایه
<p>کل هندسه یازدهم (۲) هندسه صفحه ۹ تا ۷۷ کل هندسه دهم (۱) هندسه صفحه ۹ تا ۶۹</p>	<p>کل آمار و احتمال صفحه ۱ تا ۱۳۷ ریاضی دهم ریاضی (۱): فصل اول: مجموعه، الگو و دنباله (تا ابتدای الگو و دنباله) + فصل ششم: شمارش، بدون شمردن + فصل هفتم: آمار و احتمال صفحه ۱ تا ۱۳ و ۱۱۸ تا ۱۷۰</p>	<p>کل حسابان یازدهم حسابان (۱) صفحه ۱ تا ۱۵۱ کل ریاضی دهم ریاضی (۱) صفحه ۱ تا ۱۷۰</p>

آزمون آزمایشی خیلی سبز

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

• نام و نام خانوادگی: • شماره داوطلبی:

عنوان مواد امتحانی آزمون، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی	ملاحظات
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۵ دقیقه	۴۰ سؤال ۷۵ دقیقه

اساتید، مشاوران و دانش‌آموزان گرامی:

نظرات، پیشنهادات، انتقادات و بازخوردهای خود نسبت به سؤالات این آزمون را می‌توانید از طریق آیدی @Kheilisabz_edit در همه پیام‌رسان‌ها با ما به اشتراک بگذارید.

Azmoon.kheilisabz.com



حسابان و ریاضی پایه: حسابان (۱): صفحه‌های ۱ تا ۱۵۱، ریاضی (۱): صفحه‌های ۱ تا ۱۷۰

۱- فرض کنید a_n جمله عمومی یک دنباله حسابی با جملات مثبت و $b_n = na_n$ باشد، به طوری که جمله چهارم دنباله

b_n برابر جمله پانزدهم دنباله a_n و $a_1 b_1 = 4$ باشد. واسطه هندسی بین a_{47} و b_{47} کدام است؟

- ۸۴ (۱) ۱۴۰ (۲)
۷۰ (۳) ۹۱ (۴)

۲- صفرهای تابع $f(x) = 2mx^2 + (4+m)x - m + 4$ و نقطه تلاقی تابع با محور عرض‌ها، رئوس مثلثی با مساحت $\frac{1}{4}$ هستند. حاصل ضرب مقادیر مختلف m چه عددی است؟ ($m > 0$)

- $\frac{256}{9}$ (۱) $\frac{16}{3}$ (۲) $\frac{3}{16}$ (۳) $\frac{9}{256}$ (۴)

۳- α و β ریشه‌های معادله درجه دوم $ax^2 - ax - b = 0$ هستند، به طوری که $\beta = 7 - \alpha^2 + 3\beta^2$. مجموع توان‌های سوم ریشه‌ها، چه عددی است؟

- ۶ (۱) ۱۱ (۲) ۹ (۳) ۴ (۴)

۴- مجموع ریشه‌های معادله $6x\sqrt{x^2} = (\sqrt[3]{x} + 1)(\sqrt[3]{x} - 1) + \sqrt[3]{x^{-1}}$ کدام است؟

- $\frac{1}{6}$ (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴)

۵- اگر α ریشه بزرگ‌تر و β ریشه کوچک‌تر معادله $3 - |x| = \sqrt{2x+6}$ باشند، حاصل $\alpha - 11\beta + 8\beta^2$ کدام است؟ ($\alpha > 0, \beta < 0$)

- ۴ (۱) -۱ (۲) -۳ (۳) -۲ (۴)

۶- جواب نامعادله $|x| - 1 < k|x|$ فقط ۴ عدد طبیعی را شامل می‌شود. k کدام می‌تواند باشد؟

- ۱۵ (۱) ۲۰ (۲) ۲۵ (۳) ۳۰ (۴)

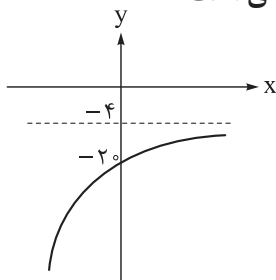
۷- خط d به معادله $y = 2x + 4$ محور x ها را در نقطه A قطع می‌کند. نقطه M با کدام عرض روی محور y ها انتخاب شود تا فاصله آن از A ، $5\sqrt{2}$ برابر فاصله آن از خط d باشد؟

- ۶ (۱) یا $\frac{26}{9}$ ۶ (۲) یا $\frac{24}{9}$
۴ (۳) یا $\frac{26}{9}$ ۴ (۴) یا $\frac{24}{9}$

محل انجام محاسبات



۸- نمودار تابع $f(x) = a - 2^{ax-b}$ در شکل روبه‌رو رسم شده است. مقدار $\log_{|a|} ab$ چه عددی است؟



$$\frac{1}{4} \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$2 \quad (3)$$

$$4 \quad (4)$$

۹- اگر $x > 1$ ، حداقل مقدار $A = \log_9 x + 2 \log_x 3$ کدام است؟

$$\sqrt{2} \quad (2)$$

$$2 \quad (1)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (4)$$

$$2\sqrt{2} \quad (3)$$

۱۰- عنصری هر ۲۰ دقیقه، $\frac{1}{9}$ جرم خود را از دست می‌دهد؛ بعد از گذشت چند دقیقه فقط $\frac{1}{4}$ از جرم اولیه آن باقی

می‌ماند؟ ($\log_4 3 = 0.78$)

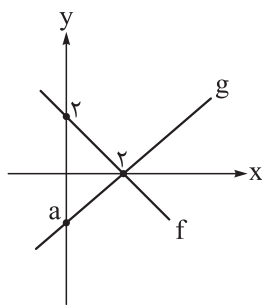
$$790 \quad (4)$$

$$780 \quad (3)$$

$$640 \quad (2)$$

$$760 \quad (1)$$

۱۱- نمودار توابع f و g به صورت روبه‌رو است. به ازای کدام مقدار a تابع $y = \frac{x(f(x) - 2g(x))}{2f(x) + g(x)}$ همانی است؟



$$-\frac{4}{3} \quad (1)$$

$$-\frac{3}{4} \quad (2)$$

$$-\frac{3}{2} \quad (3)$$

$$-\frac{2}{3} \quad (4)$$

۱۲- تابع خطی $f(x) = ax + b$ مفروض است. اگر نمودار تابع $\frac{f}{fof}$ بر نمودار وارون خود منطبق باشد، مقدار $f^{-1}(-a)$

کدام است؟

$$\frac{-1}{b} \quad (4)$$

$$\frac{1}{b} \quad (3)$$

$$b \quad (2)$$

$$-b \quad (1)$$

محل انجام محاسبات

۱۳- فرض کنید $f(x) = a + \sqrt{2a - 3 - x}$ باشد. اگر معادله $f^{-1} \circ f(x) = f \circ f^{-1}(x)$ دقیقاً یک ریشه داشته باشد، مقدار

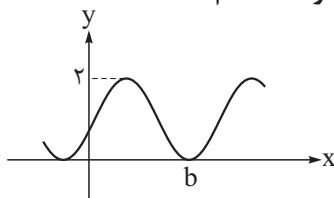
$f^{-1}(6)$ کدام است؟

- (۱) -۸ (۲) -۹ (۳) -۴ (۴) -۶

۱۴- اگر $\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{1}{\cos^2 x} = \frac{3}{2}$ ، مقدار $\cos 4x$ چه عددی است؟

- (۱) $-\frac{2}{9}$ (۲) $\frac{2}{9}$ (۳) $\frac{8}{9}$ (۴) $-\frac{7}{9}$

۱۵- بخشی از نمودار تابع $f(x) = a - \sin\left(\frac{3\pi}{4} + x\right)$ در شکل زیر رسم شده است. مقدار ab کدام است؟



- (۱) $\frac{3\pi}{4}$ (۲) $\frac{5\pi}{4}$

- (۳) $\frac{7\pi}{2}$ (۴) $\frac{7\pi}{4}$

۱۶- مقدار $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{\sqrt{x} - 2} + 1}{\sqrt{\sqrt{x} + 3} - 2}$ چه عددی است؟

- (۱) $-\frac{4}{3}$ (۲) $\frac{4}{9}$ (۳) $\frac{8}{9}$ (۴) $-\frac{8}{3}$

۱۷- اگر b عددی حقیقی و $\lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{\sqrt{a + \cos x}}{\sin 2x} = b$ ، مقدار $ab\sqrt{2}$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) -۲

۱۸- تابع $f(x) = [x] - x + a \cos\left(\frac{\pi[x]}{2}\right)$ در بازه $(1, 4)$ پیوسته است؛ مقدار a کدام است؟

- (۱) $a = 1$ (۲) $a = -1$ (۳) $a = \pm 1$ (۴) a یافت نمی‌شود.

محل انجام محاسبات



آمار و احتمال: صفحه‌های ۱ تا ۱۲۷، ریاضی (۱): صفحه‌های ۱ تا ۱۳ و ۱۱۸ تا ۱۷۰

۱۹- ارزش کدام گزاره، درست است؟

- (۱) مربع هر عدد حقیقی، عددی مثبت است.
 (۲) مجموع سه عددی متوالی بر عدد ۳ بخش پذیر است.
 (۳) حافظ، بهترین شاعر دنیاست.
 (۴) تهران، اصفهان و شیراز شهرهای زیبایی هستند.

۲۰- در چند زیرمجموعه از مجموعه $\{x \in \mathbb{N} \mid \frac{1}{x} > 0/1\}$ ، اختلاف کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین عضو آن کم‌تر از ۵ نیست؟

- (۱) ۲۰۸ (۲) ۳۱۲ (۳) ۴۱۶ (۴) ۶۲۴

۲۱- چه قدر احتمال دارد گزاره $(r \vee s) \Rightarrow (p \vee q)$ ، یک گزاره با ارزش درست باشد؟

- (۱) $\frac{13}{16}$ (۲) $\frac{11}{16}$ (۳) $\frac{9}{16}$ (۴) $\frac{7}{16}$

۲۲- هفت نفر با نام‌های A_1, A_2, \dots, A_7 می‌خواهند در یک رقابت به ترتیب تیراندازی کنند. چه قدر احتمال دارد بین A_1 و A_7 دقیقاً دو نفر تیراندازی کنند؟

- (۱) $\frac{1}{7}$ (۲) $\frac{4}{21}$ (۳) $\frac{5}{21}$ (۴) $\frac{2}{7}$

۲۳- اگر $A_n = \{m \in \mathbb{Z} \mid (m \geq -n) \wedge (2^m \leq n)\}$ و $B_i = (3 - i, 2i + 5]$ و $i \in \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ و n احتمال آن که مجموع

طول پاره‌خط‌های نمودار $A_n \times B_i$ بیشتر از ۲۰۰ باشد، کدام است؟

- (۱) ۰/۲۵ (۲) ۰/۲۸ (۳) ۰/۳۱ (۴) ۰/۳۴

۲۴- برای دو پیشامد A و B اگر $P(A - B) + P(B) = P(A' \cup B') = 0/79$ و $P(B \cap A') = P(B)(1 - P(A))$

باشد، آن‌گاه $P(A' | B)$ کدام است؟

- (۱) ۰/۳ یا ۰/۵ (۲) ۰/۵ یا ۰/۸ (۳) ۰/۳ یا ۰/۷ (۴) ۰/۵ یا ۰/۷

۲۵- مجموعه $A = \{a, b, c, d, e\}$ را به چند طریق می‌توان به سه مجموعه افراز کرد؟

- (۱) ۲۰ (۲) ۲۵ (۳) ۳۰ (۴) ۳۵

۲۶- اگر انحراف معیار تعدادی داده آماری برابر $1/5$ باشد و همه داده‌ها را سه برابر کنیم و سپس از هر کدام ۱ واحد کم

کنیم، واریانس داده‌های جدید برابر کدام گزینه می‌شود؟

- (۱) $4/5$ (۲) $6/75$ (۳) $13/5$ (۴) $20/25$

محل انجام محاسبات

۲۷- نمودار جعبه‌ای ۲۳ داده آماری را رسم کرده‌ایم. A_1, A_2, A_3, A_4 به ترتیب چهار دسته شامل داده‌های سمت چپ جعبه، داده‌های درون جعبه، داده‌های سمت راست جعبه و داده‌های روی جعبه هستند. برای این چهار دسته نمودار دایره‌ای رسم کرده‌ایم. θ تقریباً چند درجه است؟

- (۱) ۱۸۸ (۲) ۱۸۰ (۳) ۱۷۲ (۴) ۱۶۴

۲۸- از یک جامعه، نمونه ۱۱ و ۹ و ۸ و ۸ و ۷ و ۶ و ۵ و ۴ گرفته شده است. اگر انحراف معیار جامعه، نصف انحراف معیار نمونه باشد، بازه اطمینان بالای ۹۵ درصد برای میانگین این جامعه کدام است؟ ($\sqrt{20} \approx 4/5$)

- (۱) (۶/۲۵, ۷/۷۵) (۲) (۶, ۸) (۳) (۵/۵, ۸/۵) (۴) (۵, ۹)

هندسه (۲): صفحه‌های ۹ تا ۷۷، هندسه (۱): صفحه‌های ۹ تا ۶۹

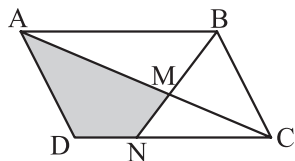
۲۹- پاره خط $AB = 2$ را در صفحه در نظر می‌گیریم. چند نقطه به فاصله $\sqrt{2}$ از A وجود دارد که فاصله آن از B برابر با $2\sqrt{2}$ باشد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۳۰- در مثلث ABC طول میانه AM با ضلع AB برابر است، کدام گزاره صحیح است؟

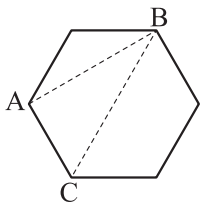
- (۱) اگر $\hat{B} = 30^\circ$ ، آن‌گاه $AC < AB$. (۲) اگر $\hat{C} = 60^\circ$ ، آن‌گاه $BC > AB$.
(۳) اگر $\hat{B} = 60^\circ$ ، آن‌گاه $BC = 2AB$. (۴) اگر $\hat{C} = 30^\circ$ ، آن‌گاه $AC > 2AB$.

۳۱- در متوازی‌الاضلاع رسم شده، اگر مساحت دو مثلث AMB و CMN به ترتیب ۹ و ۴ باشد، آن‌گاه مساحت ناحیه رنگ شده کدام است؟



- (۱) ۱۰ (۲) ۱۳ (۳) ۱۲ (۴) ۱۱

۳۲- در شکل زیر، اگر مساحت مثلث ABC برابر $\sqrt{3}$ باشد، طول ضلع شش ضلعی منتظم کدام است؟



- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) $\sqrt{3}$

محل انجام محاسبات

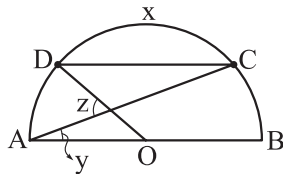
۳۳- طول بزرگ‌ترین ضلع یک مثلث قائم‌الزاویه a و اندازه کوچک‌ترین زاویه آن 30° است. حجم شکل حاصل از دوران این مثلث، حول کوچک‌ترین ضلع آن، چند برابر πa^3 است؟

$$\frac{\sqrt{3}}{16} \quad (۴) \qquad \frac{1}{16} \quad (۳) \qquad \frac{\sqrt{3}}{24} \quad (۲) \qquad \frac{1}{8} \quad (۱)$$

۳۴- مساحت مقطع یک استوانه قائم با صفحه‌ای که از محور آن می‌گذرد، دو برابر مساحت مقطع صفحه‌ای است که عمود بر ارتفاع، آن را قطع می‌کند. نسبت مساحت جانبی به مساحت کل استوانه کدام است؟

$$\frac{2}{\pi} \quad (۴) \qquad \frac{\pi}{4} \quad (۳) \qquad \frac{\pi}{\pi+2} \quad (۲) \qquad \frac{\pi}{\pi+1} \quad (۱)$$

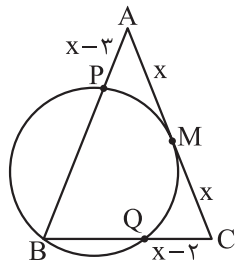
۳۵- در شکل زیر، O وسط قطر نیم‌دایره و CD با AB موازی است. اگر اندازه کمان CD برابر با x باشد، کدام گزینه حتماً درست است؟



$$\begin{aligned} 2z &= x + y \quad (۲) \\ x + y + z &= 180^\circ \quad (۴) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= y + z \quad (۱) \\ z &= x - 2y \quad (۳) \end{aligned}$$

۳۶- مطابق شکل، مثلث ABC متساوی‌الساقین ($AB = AC$) و دایره‌ی گذرنده از B در وسط AC بر آن مماس است. حاصل



$\frac{BP}{BQ}$ کدام است؟

$$\begin{aligned} 1/5 \quad (۱) \\ 1/6 \quad (۲) \\ 1/7 \quad (۳) \\ 1/8 \quad (۴) \end{aligned}$$

۳۷- نقطه A' ، تصویر A در بازتاب نسبت به خط d است. اگر $AA' = 6$ و O نقطه‌ای روی خط d باشد به طوری که $OA = 5$ ، آن‌گاه فاصله نقطه A از خط OA' کدام است؟

$$\frac{4}{8} \quad (۴) \qquad \frac{4}{4} \quad (۳) \qquad 4 \quad (۲) \qquad \frac{3}{6} \quad (۱)$$

محل انجام محاسبات

۳۸- نقطه A روی دایره $C(O, 4)$ قرار دارد. در تجانس به مرکز A و نسبت $\frac{1}{3}$ دایره C به دایره $C'(O', R')$ تبدیل می‌شود و در یک دوران پادساعتگرد به مرکز O و زاویه 60° دایره C' به دایره $C''(O'', R'')$ تبدیل می‌شود. طول مماس مشترک داخلی دو دایره C' و C'' کدام است؟

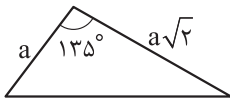
$2\sqrt{5}$ (۴)

$3\sqrt{3}$ (۳)

۴ (۲)

۵ (۱)

۳۹- شعاع دایره محیطی مثلث رسم شده، چند برابر a است؟

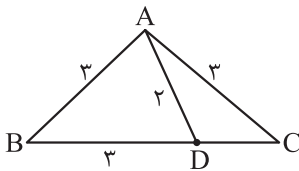


$\sqrt{2/5}$ (۲)

$\frac{\sqrt{5}}{2}$ (۱)

$\sqrt{10}$ (۴)

$\sqrt{5}$ (۳)



۴۰- با توجه به شکل، نسبت مساحت مثلث ABC به مساحت مثلث ADC کدام است؟

۳ (۲)

۲/۸ (۱)

۳/۴ (۴)

۳/۲ (۳)

دوستان عزیز خیلی سبز، سلام؛

فایل پاسخنامه این آزمون را که شامل درس‌نامه، نکات کنکوری، پاسخ تشریحی و ... است، ساعت ۱۴ امروز از صفحه شخصی خودتان در سایت آزمون خیلی سبز دریافت کنید.

همچنین شما می‌توانید همین امشب کارنامه اولیه آزمونتان را در صفحه شخصی خود مشاهده بفرمایید.

برای دسترسی به صفحه شخصی خود وارد سایت آزمون خیلی سبز به آدرس: azmoon.kheilisabz.com شوید و کدی را که توسط مدرسه و یا نمایندگی‌های آزمون‌های خیلی سبز به شما داده شده، در محل مشخص شده در

سایت ثبت بفرمایید.

محل انجام محاسبات



ویژه
کنکوری‌های
۱۴۰۳
۱۴۰۳/۰۱/۱۶

آزمون
سیزدهم
حضور
دفرچه شماره ۲

خیلی سبز!
آزمون
تجربہ | ریاضی | انسانی
سال تحصیلی
۱۴۰۲-۱۴۰۳

شیمی	فیزیک
کل شیمی یازدهم (۲) شیمی صفحه ۱ تا ۱۲۱	کل فیزیک یازدهم (۲) فیزیک صفحه ۱ تا ۱۳۰
کل شیمی دهم (۱) شیمی صفحه ۱ تا ۱۲۲	کل فیزیک دهم (۱) فیزیک صفحه ۱ تا ۱۴۹

آزمون آزمایشی خیلی سبز

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

• نام و نام خانوادگی: • شماره داوطلبی:

عنوان مواد امتحانی آزمون، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

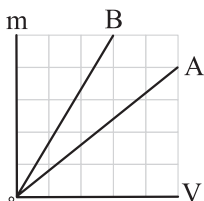
ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی	ملاحظات
۱	فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه	۶۵ سؤال
۲	شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۵ دقیقه	۸۰ دقیقه

اساتید، مشاوران و دانش‌آموزان گرامی؛
نظرات، پیشنهادات، انتقادات و بازخوردهای خود نسبت به سؤالات این آزمون را می‌توانید
از طریق آیدی @Kheilisabz_edit در همه پیام‌رسان‌ها با ما به اشتراک بگذارید.

Azmoon.kheilisabz.com

فیزیک پایه: فیزیک (۲): صفحه‌های ۱ تا ۱۳۰، فیزیک (۱): صفحه‌های ۱ تا ۱۴۹

۴۱- نمودار جرم بر حسب حجم دو مایع A و B به شکل زیر است. جرم یکسانی از این دو مایع را مخلوط می‌کنیم. چگالی مخلوط حاصل چند برابر چگالی مایع A است؟ (حجم دو مایع در اثر مخلوط شدن تغییر نمی‌یابد).



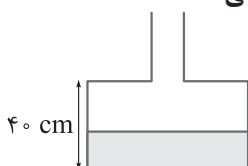
$$\frac{18}{29} \quad (2)$$

$$\frac{50}{37} \quad (4)$$

$$\frac{29}{18} \quad (1)$$

$$\frac{37}{50} \quad (3)$$

۴۲- مساحت مقطع قسمت پهن و قسمت باریک ظرف شکل زیر، به ترتیب 50 cm^2 و 25 cm^2 است و درون آن 1 kg آب ریخته‌ایم. اگر به این ظرف $1/6 \text{ kg}$ روغن اضافه شود، فشار در کف ظرف چند کیلوپاسکال تغییر می‌کند؟



$$(g = 10 \text{ N/kg} \text{ و } \rho_{\text{روغن}} = 0.8 \text{ g/cm}^3 = 0.8 \text{ g/cm}^3)$$

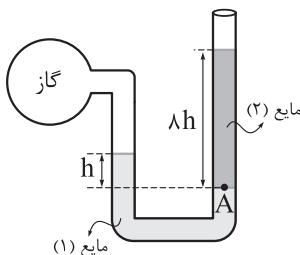
$$3/2 \quad (2)$$

$$4/8 \quad (4)$$

$$2/4 \quad (1)$$

$$3/6 \quad (3)$$

۴۳- در شکل زیر، چگالی مایع (۱)، ۴ برابر چگالی مایع (۲) است. اگر فشار گاز محبوس در مخزن، ۲۰ درصد بیشتر از فشار هوا باشد، فشار پیمانه‌ای نقطه A چند برابر فشار هوا است؟



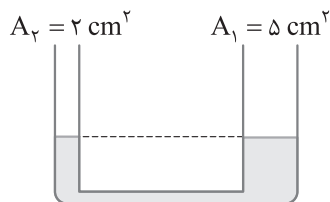
$$\frac{1}{5} \quad (1)$$

$$\frac{2}{5} \quad (2)$$

$$\frac{1}{6} \quad (3)$$

$$\frac{1}{3} \quad (4)$$

۴۴- مساحت مقطع شاخه‌های سمت راست و چپ لوله U شکل زیر، به ترتیب 5 cm^2 و 2 cm^2 است. در لوله مقداری جیوه به حال تعادل قرار دارد. اگر در شاخه سمت راست 170 g آب بریزیم، اختلاف ارتفاع جیوه در دو شاخه به چند سانتی‌متر می‌رسد؟ (چگالی جیوه $13/6 \text{ g/cm}^3$ است).



$$2/5 \quad (2)$$

$$1 \quad (4)$$

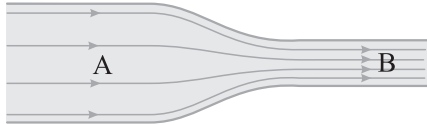
$$5 \quad (1)$$

$$2 \quad (3)$$

محل انجام محاسبات



۴۵- در لوله افقی شکل زیر که از دو بخش A و B تشکیل شده، جریان لایه‌ای و پایای آب برقرار است. اگر قطر مقطع بخش A، ۲ برابر قطر مقطع بخش B باشد، کدام یک از موارد زیر، درباره تندی آب (v) و فشار آن (P) در دو بخش A و B درست است؟



الف) $v_B = 2v_A$

ب) $v_B = 4v_A$

پ) $P_B > P_A$

ت) $P_A > P_B$

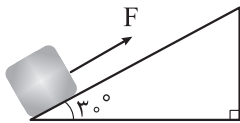
(۴) ب و ت

(۳) ب و پ

(۲) الف و ت

(۱) الف و پ

۴۶- در شکل زیر، به جسم ساکنی به جرم 2 kg ، نیروی ثابت $F = 20 \text{ N}$ ، موازی با سطح شیب‌دار وارد می‌شود و جسم را تا بالای سطح شیب‌دار جابه‌جا می‌کند. اگر کار انجام‌شده توسط نیروی F برابر با 72 J باشد، تندی جسم در بالای سطح شیب‌دار به چند متر بر ثانیه می‌رسد؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$ و اصطکاک و مقاومت هوا، ناچیز است.)



(۲) ۶

(۱) ۳

(۴) $6\sqrt{3}$

(۳) $3\sqrt{2}$

۴۷- یک پمپ با توان مصرفی 1 kW ، در هر دقیقه، 600 kg آب را از چاهی به عمق 5 m ، تا ارتفاع 1 متری از سطح زمین بالا آورده و آن را با تندی 4 m/s پرتاب می‌کند. بازده این پمپ چند درصد است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)

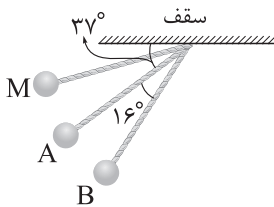
(۴) ۷۶

(۳) ۶۸

(۲) ۶۶

(۱) ۵۸

۴۸- در شکل زیر، آونگی به طول $5/1 \text{ m}$ از نقطه M رها می‌شود. اگر اختلاف تندی گلوله آونگ در دو نقطه A و B برابر با 1 m/s باشد، تندی گلوله در نقطه A چند متر بر ثانیه است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$ ، $\sin 37^\circ = 0.6$ و اتلاف انرژی مکانیکی ناچیز است.)



(۱) ۲/۵

(۲) ۳/۵

(۳) ۴/۵

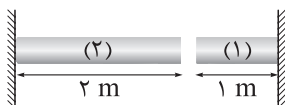
(۴) ۵/۵

محل انجام محاسبات



۴۹- در شکل زیر، دو میله فلزی (۱) و (۲) در دمای 20°C روبه روی یکدیگر قرار دارند. اگر در این دما فاصله بین دو میله 2 cm باشد، در چه دمایی بر حسب درجه فارنهایت دو میله به هم می‌رسند؟ (ضریب انبساط طولی میله‌های (۱) و (۲) به ترتیب

$$\alpha_1 = 10^{-5} \frac{1}{\text{K}} \text{ و } \alpha_2 = 2 \times 10^{-5} \frac{1}{\text{K}} \text{ (است.)}$$



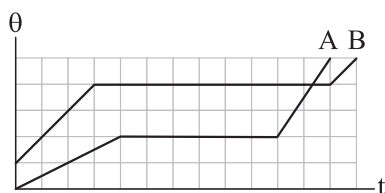
$$60 \text{ (۲)}$$

$$40 \text{ (۱)}$$

$$140 \text{ (۴)}$$

$$108 \text{ (۳)}$$

۵۰- نمودار دما بر حسب زمان برای دو جسم جامد A و B که با آهنک ثابت و یکسانی گرما دریافت می‌کنند، به شکل زیر است. کدام یک از موارد زیر درباره گرمای نهان ویژه ذوب دو جسم (L_F) و ظرفیت گرمایی آن‌ها در حالت جامد (C) الزاماً درست است؟



$$(L_F)_A = \frac{3}{2} (L_F)_B \text{ (الف)}$$

$$(L_F)_A = \frac{2}{3} (L_F)_B \text{ (ب)}$$

$$C_A = 2C_B \text{ (پ)}$$

$$C_B = 2C_A \text{ (ت)}$$

$$\text{ت (۴)}$$

$$\text{پ (۳)}$$

$$\text{ب و پ (۲)}$$

$$\text{الف و ت (۱)}$$

۵۱- درون ظرفی مسی به جرم m، یک قطعه یخ به جرم m و دمای 0°C قرار دارد. اگر به مجموعه گرما دهیم، تا لحظه‌ای که آب شروع به جوشیدن می‌کند، چند درصد از گرما به ظرف داده شده است؟ ($L_F = 336 \text{ J/g}$ ، $c_{\text{آب}} = 5c_{\text{مس}} = 4/2 \frac{\text{J}}{\text{g.K}}$) فشار هوای محیط 1 atm و تبخیر سطحی ناچیز است.

$$25 \text{ (۴)}$$

$$20 \text{ (۳)}$$

$$15 \text{ (۲)}$$

$$10 \text{ (۱)}$$

۵۲- جسم‌های A، B و C با دماهای 10°C ، 90°C و 30°C را در تماس با هم قرار می‌دهیم تا به تعادل گرمایی برسند. اگر اندازه گرمایی که جسم‌های A و B تا رسیدن به تعادل با مجموعه مبادله می‌کنند، به ترتیب 750 J و 250 J و ظرفیت گرمایی جسم C در SI برابر 100 باشد، دمای تعادل چند درجه سلسیوس است؟ (از تبادل گرما با محیط صرف نظر کنید.)

$$40 \text{ (۴)}$$

$$35 \text{ (۳)}$$

$$25 \text{ (۲)}$$

$$20 \text{ (۱)}$$

۵۳- جرم هوای موجود در اتاقی به طول 6 m ، عرض 4 m و ارتفاع 3 m در فشار 1 bar و دمای 17°C چند کیلوگرم است؟ ($R = 8 \frac{\text{J}}{\text{mol.K}}$ ، جرم مولی متوسط گازهای موجود در هوا 29 g/mol است.)

$$4/5 \text{ (۴)}$$

$$9 \text{ (۳)}$$

$$45 \text{ (۲)}$$

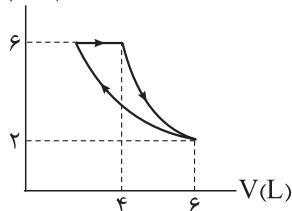
$$90 \text{ (۱)}$$

محل انجام محاسبات



۵۴- نمودار فشار بر حسب حجم مقدار معینی گاز آرمانی در طی یک چرخه ترمودینامیکی، که از سه فرایند هم‌دما، هم‌فشار و بی‌دررو تشکیل شده، به شکل زیر است. اگر کاری که گاز بر روی محیط انجام می‌دهد، در فرایند بی‌دررو برابر 1800 J باشد، گرمای مبادله‌شده بین گاز و محیط در فرایند هم‌فشار چند ژول است؟

P(atm)

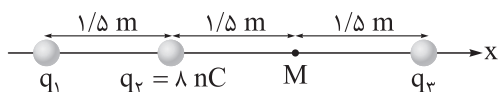


- (۱) ۳۰۰
(۲) ۱۲۰۰
(۳) ۱۸۰۰
(۴) ۳۰۰۰

۵۵- توان خروجی یک ماشین گرمایی درون‌سوز بنزینی، 60 kW و بازده آن 30% درصد است. اگر این ماشین در هر دقیقه 2000 چرخه را بپیماید، جرم بنزین مصرفی آن در هر چرخه چند گرم است؟ (گرمای حاصل از سوختن بنزین 50 kJ/g است.)

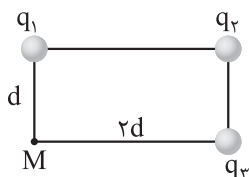
- (۱) $0/12$
(۲) $1/2$
(۳) $0/4$
(۴) 4

۵۶- در شکل زیر، سه بار الکتریکی نقطه‌ای روی محور x قرار دارند و نیروی الکتریکی خالص وارد بر هر یک از آنها برابر صفر است. اندازه میدان الکتریکی خالص در نقطه M بر حسب نیوتون بر کولن کدام است؟ ($k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}$)



- (۱) $302 \vec{i}$
(۲) $-302 \vec{i}$
(۳) $338 \vec{i}$
(۴) $-338 \vec{i}$

۵۷- در شکل زیر، سه بار الکتریکی نقطه‌ای q_1 ، q_2 و q_3 در سه رأس مستطیل قرار دارند. اگر میدان الکتریکی خالص در



نقطه M (رأس چهارم مستطیل) برابر صفر باشد، $\frac{q_2}{q_1}$ برابر با کدام گزینه است؟

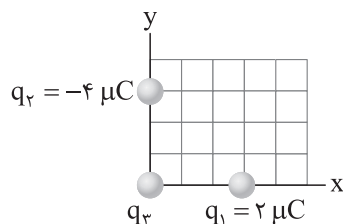
- (۱) ۵
(۲) -۵
(۳) $5\sqrt{5}$
(۴) $-5\sqrt{5}$

محل انجام محاسبات



۵۸- در شکل زیر، سه بار الکتریکی نقطه‌ای در صفحه مختصات قرار دارند. اگر نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_3 در

SI برابر $\vec{F} = 12\vec{i} - 18\vec{j}$ باشد، اندازه نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_3 چند نیوتون است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2})$



$$3\sqrt{2} \quad (1)$$

$$6\sqrt{2} \quad (2)$$

$$3\sqrt{5} \quad (3)$$

$$6\sqrt{5} \quad (4)$$

۵۹- در یک میدان الکتریکی، ذره‌ای به بار الکتریکی $50 \mu C$ از نقطه A با پتانسیل الکتریکی $100 V$ ، به نقطه B با پتانسیل

الکتریکی $300 V$ جابه‌جا می‌شود. کار انجام‌شده توسط میدان الکتریکی در طی این جابه‌جایی چند میلی‌ژول است؟

$$-20 \quad (4)$$

$$-10 \quad (3)$$

$$20 \quad (2)$$

$$10 \quad (1)$$

۶۰- بار الکتریکی یک کره فلزی به قطر 20 cm ، برابر $12 \mu C$ است. چگالی سطحی بار الکتریکی این کره در SI کدام

است؟ $(\pi = 3)$

$$10^{-5} \quad (2)$$

$$10^{-4} \quad (1)$$

$$2/5 \times 10^{-5} \quad (4)$$

$$2/5 \times 10^{-4} \quad (3)$$

۶۱- فاصله بین صفحه‌های خازنی 5 mm ، مساحت هر یک از صفحه‌های آن 40 cm^2 و بین صفحه‌های آن هوا است. فاصله

بین صفحه‌های خازن چند میلی‌متر و چگونه تغییر کند تا ظرفیت آن $4/8 \text{ pF}$ افزایش یابد؟ $(\epsilon_0 = 9 \times 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot m^2})$

(۲) افزایش یابد.

(۱) افزایش یابد.

(۴) کاهش یابد.

(۳) کاهش یابد.

۶۲- اگر اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر خازنی در طی دو مرحله متوالی ابتدا $20 V$ و سپس $10 V$ افزایش یابد، انرژی

الکتریکی ذخیره‌شده در خازن در هر مرحله $300 \mu J$ تغییر می‌کند. ظرفیت این خازن چند میکروفاراد است؟

$$20 \quad (4)$$

$$10 \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

محل انجام محاسبات



۶۳- مقاومت الکتریکی یک قطعه سیم فلزی در دمای 20°C برابر R است. سیم را از دستگاهی عبور می‌دهیم تا سطح مقطع آن ۲۰ درصد کاهش یابد. پس از عبور سیم از دستگاه، دمای آن را به چند درجه سلسیوس برسانیم تا مقاومتش برابر با $2R$ شود؟ ($\alpha_{\text{فلز}} = 4 \times 10^{-3} \text{K}^{-1}$)

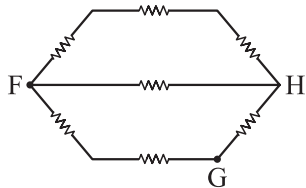
۷۰ (۴)

۹۰ (۳)

۱۱۰ (۲)

۱۳۰ (۱)

۶۴- در شکل زیر، مقاومت‌ها مشابه‌اند. اگر مقاومت الکتریکی معادل بین دو نقطه F و H برابر 18Ω باشد، مقاومت الکتریکی معادل بین دو نقطه F و G برابر چند اهم است؟



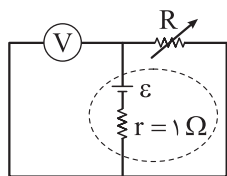
۱۴ (۱)

۱۵ (۲)

۳۰ (۳)

۲۸ (۴)

۶۵- در مدار شکل زیر، اگر مقاومت الکتریکی رئوستا $5\Omega / 2$ افزایش یابد، مقداری که ولت‌سنج آرمانی نشان می‌دهد، از 12V به 13V می‌رسد. در این مدار، نیروی محرکه الکتریکی مولد چند ولت است؟



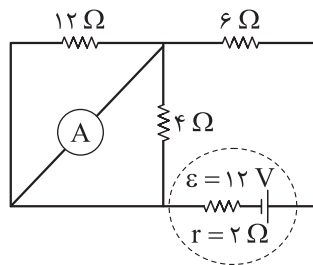
۱۵ (۱)

۱۶ (۲)

۱۸ (۳)

۲۰ (۴)

۶۶- اگر در مدار شکل زیر، جای آمپرسنج آرمانی و منبع نیروی محرکه الکتریکی را عوض کنیم، مقداری که آمپرسنج نشان می‌دهد، چند آمپر و چگونه تغییر می‌کند؟



(۱) ۱، افزایش می‌یابد.

(۲) ۱، کاهش می‌یابد.

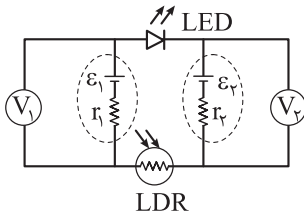
(۳) ۵/۰، افزایش می‌یابد.

(۴) ۵/۰، کاهش می‌یابد.

محل انجام محاسبات

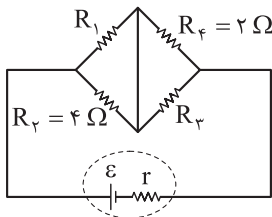


۶۷- در مدار شکل زیر، LED در حال گسیل نور است. اگر شدت نور تابیده به LDR را افزایش دهیم، مقدارهایی که ولت‌سنج‌های آرمانی V_1 و V_2 نشان می‌دهند، به ترتیب از راست به چپ، چگونه تغییر می‌کنند؟ (نور گسیلی از LED به LDR نمی‌تابد.)



- (۱) افزایش می‌یابد، افزایش می‌یابد.
- (۲) افزایش می‌یابد، کاهش می‌یابد.
- (۳) کاهش می‌یابد، کاهش می‌یابد.
- (۴) کاهش می‌یابد، افزایش می‌یابد.

۶۸- در مدار شکل زیر، اگر جریان الکتریکی عبوری از مقاومت‌های R_1 و R_2 یکسان باشد، توان مصرفی مقاومت R_3 چند برابر توان مصرفی مقاومت R_3 است؟



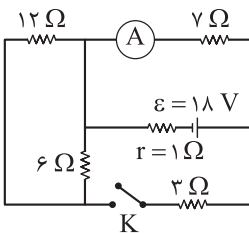
۲ (۲)

۱ (۱)

 $\frac{1}{4}$ (۴)

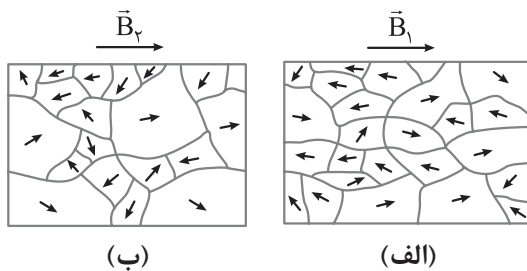
۴ (۳)

۶۹- در مدار شکل زیر، با بستن کلید K مقداری که آمپرسنج آرمانی نشان می‌دهد، چند آمپر و چگونه تغییر می‌کند؟



- (۱) $1/75$ ، افزایش می‌یابد.
- (۲) $1/75$ ، کاهش می‌یابد.
- (۳) $0/25$ ، افزایش می‌یابد.
- (۴) $0/25$ ، کاهش می‌یابد.

۷۰- جهت‌گیری دوقطبی‌های مغناطیسی در یک ماده، در حضور میدان‌های مغناطیسی \vec{B}_1 و \vec{B}_2 ، به شکل‌های (الف) و (ب) است. کدام مورد، به ترتیب، درباره نوع این ماده مغناطیسی و مقایسه بزرگی میدان‌های مغناطیسی درست است؟

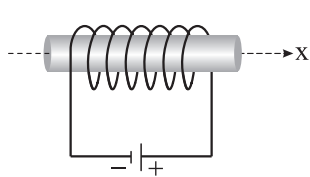


- (۱) پارامغناطیسی، $B_1 > B_2$
- (۲) پارامغناطیسی، $B_2 > B_1$
- (۳) فرومغناطیسی، $B_1 > B_2$
- (۴) فرومغناطیسی، $B_2 > B_1$

محل انجام محاسبات



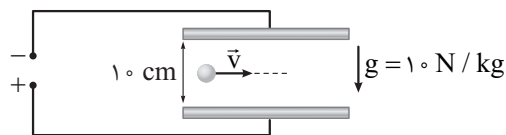
۷۱- در شکل زیر، محور سیملوله آرمانی منطبق بر محور x و جریان الکتریکی عبوری از آن برابر $4A$ است. اگر تعداد حلقه‌های سیملوله در هر سانتی‌متر از طول سیملوله برابر ۸ باشد، میدان مغناطیسی در داخل سیملوله و دور از لبه‌های



آن، بر حسب گوس کدام است؟ ($\mu_0 = 12/5 \times 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A}$)

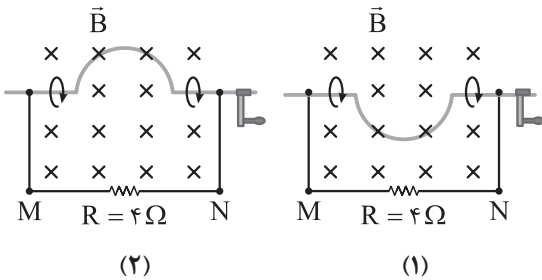
- (۱) $40\vec{i}$
 (۲) $4\vec{i}$
 (۳) $-40\vec{i}$
 (۴) $-4\vec{i}$

۷۲- مطابق شکل زیر، ذره‌ای به جرم $4g$ و بار الکتریکی $10\mu C$ با سرعتی به بزرگی $5 \times 10^3 m/s$ در امتداد افق، وارد فضای بین دو صفحه رسانای افقی که اختلاف پتانسیل الکتریکی آن‌ها $20V$ است، می‌شود. بین این دو صفحه، میدان مغناطیسی یکنواختی به اندازه چند تسلا و در چه جهتی ایجاد شود تا ذره بدون انحراف به مسیر خود ادامه دهد؟



- (۱) $0.04 \otimes$
 (۲) $0.04 \odot$
 (۳) $0.12 \otimes$
 (۴) $0.12 \odot$

۷۳- در شکل (۱)، میدان مغناطیسی یکنواخت و ثابتی به بزرگی $8T$ و بر صفحه عمود و شعاع نیم‌حلقه رسانا $10cm$ است. وضعیت نیم‌حلقه در مدت $2s$ ، پس از نیم‌دور چرخش یکنواخت در جهت نشان داده شده، از شکل (۱) به شکل (۲) تبدیل می‌شود. در این بازه زمانی، جریان متوسط القایی عبوری از مقاومت R چند میلی‌آمپر و در چه جهتی است؟



- (۱) π ، از M به N
 (۲) π ، از N به M
 (۳) $\frac{\pi}{2}$ ، از M به N
 (۴) $\frac{\pi}{2}$ ، از N به M

محل انجام محاسبات

۷۴- با استفاده از سیمی مسی به قطر مقطع 1mm حلقه‌ای به شعاع 25cm ساخته شده است. در مدتی که شار مغناطیسی عبوری از حلقه 8Wb / تغییر می‌کند، تعداد الکترون‌های شارش یافته در آن برابر کدام است؟ $(C = 1.6 \times 10^{-19})$ و مقاومت ویژه مس $2 \times 10^{-8}\ \Omega \cdot \text{m}$ است.

(۱) $1/25 \times 10^{16}$ (۲) $1/25 \times 10^{20}$ (۳) 5×10^{16} (۴) 5×10^{20}

۷۵- معادله جریان - زمان عبوری از یک القاگر با ضریب القاوری 2mH در SI به صورت $I = 0.2 \sin(100\pi t)$ است. در چه لحظه‌ای بر حسب ثانیه، برای اولین بار انرژی ذخیره شده در القاگر برابر با $30\ \mu\text{J}$ می‌شود؟

(۱) $\frac{1}{200}$ (۲) $\frac{1}{300}$ (۳) $\frac{1}{400}$ (۴) $\frac{1}{600}$

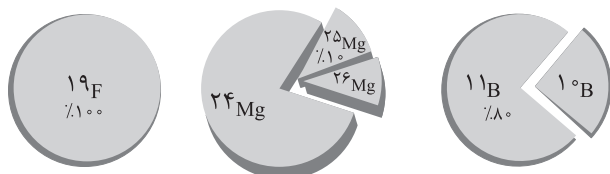
محل انجام محاسبات

شیمی پایه: شیمی (۱): صفحه‌های ۱ تا ۱۲۲، شیمی (۲): صفحه‌های ۱ تا ۱۲۱

۷۶- کدام مطلب درست است؟ ($H = 1, C = 12 : g.mol^{-1}$)

- (۱) نام شیمیایی ترکیب‌های CS_2, PCl_5 و Cr_2O_3 به ترتیب فسفر پنتاکلرید، کربن دی‌سولفید و دی‌کروم تری‌اکسید است.
 (۲) در دما و فشار یکسان، حجم $4/2$ گرم گاز اتن، بیشتر از حجم 4 گرم گاز متان است.
 (۳) در دما و فشار اتاق برای یک گاز معین، همواره نسبت شمار مولکول‌ها به شمار مول‌های گاز مقدار ثابتی است.
 (۴) $CuCl_2$ یک ترکیب غیرآلی است و در ساختار آن، مانند SCl_2 یون‌های کلرید وجود دارد.

۷۷- با توجه به شکل‌های زیر که ایزوتوپ‌های ۳ عنصر فلئور، منیزیم و بور را در یک نمونه طبیعی نشان می‌دهد، چند مورد از مطالب زیر درست است؟ (عدد جرمی را معادل جرم اتمی در نظر بگیرید.)



جرم اتمی میانگین: $24/32 \text{ amu}$

- ایزوتوپ فلئور - 20 به یقین ساختگی است.
- جرم اتمی میانگین بور، برابر $10/8 \text{ amu}$ است.
- جرم مولی BF_3 برابر $67/8$ گرم بر مول است.
- درصد فراوانی سبک‌ترین ایزوتوپ منیزیم، برابر 79 درصد است.

(۱) چهار (۲) سه (۳) دو (۴) یک

۷۸- کدام موارد زیر نادرست است؟

- الف) انرژی لایه‌ها و تفاوت انرژی میان لایه‌ها در یک اتم، یک کمیت کوانتومی است.
 ب) تفاوت طول موج دو نوار رنگی مجاور در طیف نشری خطی اتم هیدروژن، با افزایش طول موج این نوارهای رنگی، کاهش می‌یابد.
 پ) در یک اتم، لایه‌های الکترونی که عدد کوانتومی اصلی کوچک‌تر یا مساوی ۳ دارند، نمی‌توانند زیرلایه‌ای با عدد کوانتومی فرعی برابر ۳ داشته باشند.
 ت) مطابق قاعده آفبا، زیرلایه‌ای که پس از زیرلایه $6s$ و قبل از زیرلایه $6p$ الکترون می‌گیرد، نمی‌تواند $n + l$ برابر ۷ داشته باشد.

(۱) الف - پ (۲) ب - ت
 (۳) الف - ب - ت (۴) پ - ت

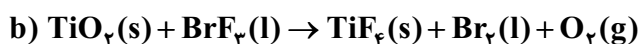
محل انجام محاسبات

۷۹- با توجه به جدول زیر، چند مورد از مطالب داده شده به یقین درست است؟

M	E	D	A	عنصر
۷	۱۳	۳	۸	نسبت شمار الکترون‌های دارای $n = 3$ به $n = 4$ در اتم

- عنصر A به یقین به دسته s جدول تناوبی تعلق دارد.
 - شمار الکترون‌های ظرفیتی اتم عنصرهای D و E برابر است.
 - نسبت شمار الکترون‌های دارای $l = 0$ به $l = 2$ در اتم E برابر $1/4$ است.
 - مجموع $n + l$ الکترون‌های بیرونی‌ترین زیرلایه یون M^{3+} برابر ۲۵ است.
 - شعاع اتمی عنصر A بزرگ‌تر از شعاع عنصر D است.
- ۱ (۴)
۲ (۳)
۳ (۲)
۴ (۱)

۸۰- پس از موازنه معادله واکنش‌های زیر کدام مطلب درست است؟

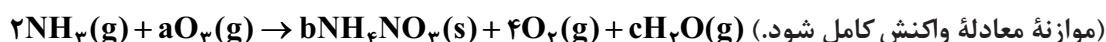


- (۱) بزرگ‌ترین ضریب استوکیومتری، متعلق به یکی از مواد شرکت‌کننده در واکنش (a) است.
- (۲) مجموع ضرایب استوکیومتری واکنش‌دهنده‌ها، در معادله‌های (a) و (c) برابر است.
- (۳) مجموع ضرایب استوکیومتری مواد شرکت‌کننده در یکی از معادله‌هایی که هر سه حالت فیزیکی مواد را دارد، برابر ۲۰ است.
- (۴) در واکنش (b) ضریب استوکیومتری هیچ دو ماده‌ای با یکدیگر برابر نیست.

۸۱- در تبدیل فلزی از دوره چهارم جدول تناوبی به یون پایدار M^{2+} ، مجموع $n + l$ الکترون‌های ظرفیت فلز M، ۹ واحد کاهش می‌یابد. اگر تفاوت شمار الکترون‌ها و نوترون‌ها در این یون برابر ۷ باشد، کدام مطلب به یقین درست است؟

- (۱) تفاوت عدد اتمی عنصر M با عدد اتمی گاز نجیب هم‌دوره خود برابر ۷ است.
- (۲) نسبت عدد جرمی به بار الکتریکی این یون برابر ۳۲ است.
- (۳) در بیرونی‌ترین لایه الکترونی اتم عنصر M، یک الکترون وجود دارد.
- (۴) اتم عنصر M دارای ۷ زیرلایه الکترونی است که از الکترون پر شده است.

۸۲- برای مصرف ۱۶۰ لیتر گاز اوزون در واکنش زیر، به چند گرم آمونیاک نیاز است و در این واکنش چند گرم فراورده جامد تولید می‌شود؟ (چگالی گاز اکسیژن در شرایط آزمایش ۱/۴۲ گرم بر لیتر است.) ($H = 1, N = 14, O = 16 : g \cdot mol^{-1}$)



۹۴،۴۰ / ۲۳ (۲)

۱۴۲،۴۰ / ۲۳ (۱)

۹۴،۶۰ / ۳۵ (۴)

۱۴۲،۶۰ / ۳۵ (۳)

محل انجام محاسبات

۸۳- چند مورد از مطالب زیر درباره فرایند هابر، درست است؟

- روشی صنعتی برای تولید آمونیاک از واکنش گازهای نیتروژن و هیدروژن است.
- با استفاده از کاتالیزگر آهن، سرعت و دمای لازم برای انجام واکنش افزایش می‌یابد.
- واکنش آن برگشت‌ناپذیر است و در دما و فشار اتاق به کندی انجام می‌شود.
- در شرایط یکسان، انحلال‌پذیری فراورده آن در آب بیشتر از انحلال‌پذیری واکنش‌دهنده‌ها است.
- حالت فیزیکی فراورده آن در دما و فشار اتاق، مایع است که می‌تواند به طور مستقیم به خاک تزریق شود.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

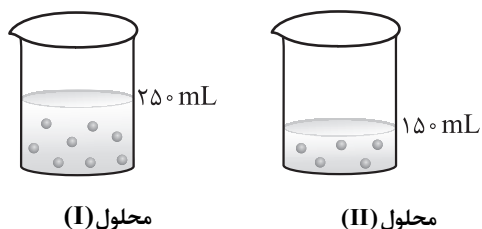
۸۴- 0.004% مول نمک XSO_4 را در ۴ لیتر آب مقطر حل می‌کنیم تا محلولی با چگالی یک گرم بر میلی‌لیتر و غلظت 16ppm از این نمک تهیه شود. جرم مولی فسفات فلز X (با بار الکتریکی مشابه در XSO_4)، چند گرم بر مول است؟ ($O = 16, P = 31, S = 32 : \text{g.mol}^{-1}$)

۳۱۵ (۱) ۳۵۸ (۲) ۲۶۲ (۳) ۳۸۲ (۴)

۸۵- چه تعداد از موارد زیر امکان‌پذیر است؟

- یک مولکول اتم‌های H و F داشته باشد، اما توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی نداشته باشد.
- یک ماده دارای مولکول‌های ناقصی باشد، اما نقطه جوش بیشتری نسبت به آب داشته باشد.
- یک ترکیب مولکولی قطبی، جاذبه بین مولکولی قوی‌تری از یک ترکیب یونی داشته باشد.
- یک هیدروکربن بتواند به هر نسبت در آب حل شود.
- یک ترکیب یونی، فاقد اتم فلزی باشد.

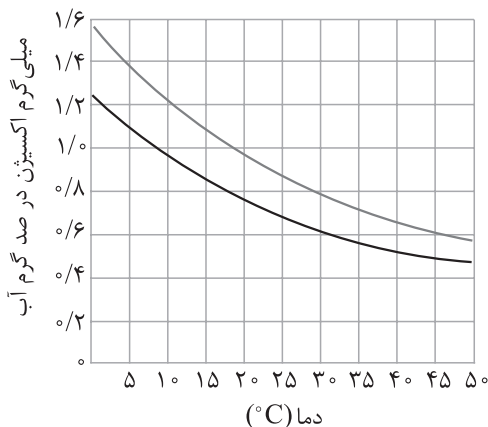
۵ (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴)



۸۶- شکل داده‌شده دو محلول با حل‌شونده‌های متفاوت را در آب نشان می‌دهد. هر ذره نشان داده شده در شکل، هم‌ارز با 0.05% مول و چگالی محلول‌های (I) و (II) به ترتیب $1/6$ و $1/2$ گرم بر میلی‌لیتر است. اگر درصد جرمی حل‌شونده دو محلول برابر باشد، جرم مولی حل‌شونده محلول (II) چند برابر جرم مولی حل‌شونده محلول (I) است؟

۰/۷۲ (۱) ۰/۸۴ (۲)
۱/۱۹ (۳) ۱/۴۳ (۴)

محل انجام محاسبات



۸۷- شکل مقابل، انحلال پذیری گاز اکسیژن را در آب آشامیدنی و آب دریا نشان می‌دهد. اگر گاز اکسیژن آزاد شده از افزایش دمای ۲ تن آب از دمای 18°C به 45°C بتواند 0.125 مول گاز متان را به طور کامل بسوزاند، نوع این آب کدام است و شمار مولکول‌های اکسیژن حل شده در 300 گرم از این آب که نسبت به گاز O_2 سیر شده است، در دمای اتاق به تقریب کدام است؟ ($\text{O} = 16 \text{ g.mol}^{-1}$)

(۲) دریا - 5×10^{19}

(۱) آشامیدنی - 5×10^{19}

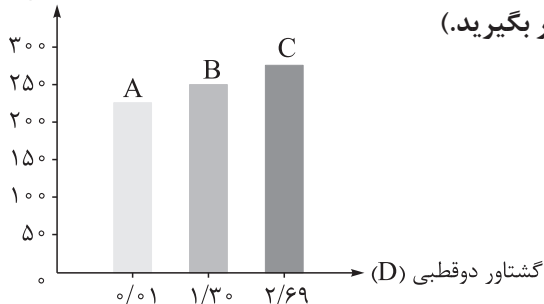
(۴) آشامیدنی - 5×10^{22}

(۳) دریا - 5×10^{22}

۸۸- کدام مطلب درست است؟

- (۱) ترکیب‌های آلی فزار به دلیل داشتن نقطه جوش پایین‌تر از آب، به راحتی در تصفیه آب به روش تقطیر، از آب جدا می‌شوند.
- (۲) آب تصفیه شده به روش اسمز معکوس برخلاف روش تقطیر، نیاز به کلرزی ندارد.
- (۳) اگر دو طرف یک غشای نیمه تراوا آب مقطر و شیر وجود داشته باشد، با گذشت زمان حجم شیر افزایش می‌یابد.
- (۴) آلایندگی موجود در آب تصفیه شده به روش صافی کربن، کم‌تر از آب تصفیه شده به روش اسمز معکوس است.

نقطه جوش (K)



۸۹- با توجه به نمودار روبه‌رو، چند مورد از مطالب زیر به یقین درست است؟

(جرم مولی هر سه ماده آلی A، B و C را با یکدیگر برابر در نظر بگیرید.)

- در شرایط یکسان، انحلال پذیری ماده A در هگزان از دو ماده دیگر بیشتر است.
- اگر C یک آلدهید دوکربنه باشد، A می‌تواند آلکانی راست‌زنجیر با ۱۸ اتم هیدروژن باشد.
- حالت فیزیکی هیچ کدام از مواد A، B و C در دمای اتاق مایع نیست.

• بین مولکول‌های B نمی‌تواند پیوند هیدروژنی تشکیل شود.

- (۱) چهار
(۲) سه
(۳) دو
(۴) یک

محل انجام محاسبات



۹۰- با توجه به شکل زیر که جایگاه چند عنصر را در جدول تناوبی نشان می‌دهد، کدام موارد داده شده درست است؟

								E		Y					
A		M													
					Z										X

(الف) مجموع شمار الکترون‌های دارای عددهای کوانتومی $l = 0$ و $l = 2$ در اتم عنصر D دو برابر مجموع شمار این الکترون‌ها در اتم عنصر A است.
(ب) اتم‌های M و E با از دست دادن سه الکترون به کاتیون پایدار $+3$ تبدیل می‌شوند و به آرایش الکترونی گاز نجیب می‌رسند.

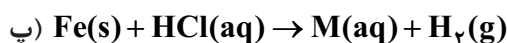
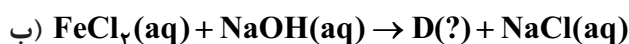
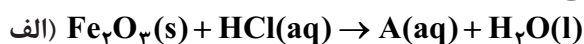
(پ) ترکیبی با فرمول YX_3 یک ماده مولکولی است که نسبت شمار جفت الکترون پیوندی به ناپیوندی در آن برابر $3/0$ است.

(ت) Z نخستین عنصر ساخت بشر است و تفاوت عدد اتمی دو عنصر هم‌گروه آن برابر ۵۱ است.
(۱) الف - ب (۲) ب - پ (۳) پ - ت (۴) الف - ت

۹۱- درستی یا نادرستی کدام گزینه با دیگر گزینه‌ها متفاوت است؟

- (۱) شیوه اتصال اتم‌(های) کربن در ترکیب‌های هیدروژن سیانید، اتان و اتن به اتم‌های جانبی متفاوت است.
- (۲) در مدل گلوله-میله پیروبین، تفاوت اتصال کربن مرکزی به اتم‌های کربن جانبی از طریق تعداد میله‌ها قابل مشاهده است.
- (۳) در مدل فضاپرکن هیدروژن سیانید، اندازه اتم مرکزی از اتم‌های جانبی بزرگ‌تر است.
- (۴) در ساختار ۲، ۳-دی‌متیل هگزان، ۴ اتم کربن وجود دارند که هر کدام به سه کربن دیگر متصل هستند.

۹۲- براساس واکنش‌های زیر، چند مورد از مطالب زیر درست است؟



• A و M فرمول یکسانی دارند.

• حالت فیزیکی ماده D جامد است.

• از واکنش ماده A با سدیم هیدروکسید کافی، رسوب قرمز مایل به قهوه‌ای ایجاد می‌شود.

• واکنش فلز مس با ماده D در شرایط مناسب، پیشرفت خودبه‌خودی دارد.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۹۳- در واکنش زیر، با مصرف کامل ۴/۶ گرم مس (I) سولفید با خلوص ۵۰٪، ۱/۶ لیتر گاز با چگالی ۱۵/۱ گرم بر لیتر به دست آمده است. بازده درصدی واکنش کدام است؟ ($N = 14, O = 16, S = 32, Cu = 64: g.mol^{-1}$)



(۱) ۱۰ (۲) ۲۰ (۳) ۳۰ (۴) ۴۰

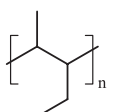
محل انجام محاسبات

۹۴- ۷ گرم از یک هیدروکربن که هر مولکول آن دارای ۱۵ اتم است، در شرایط STP با ۱۶/۸ لیتر گاز اکسیژن به طور کامل واکنش می‌دهد. کدام مطلب درباره این هیدروکربن نادرست است؟ ($H = 1, C = 12 : g.mol^{-1}$)

(۱) $\frac{2}{3}$ شمار کل پیوندهای آن از نوع C-H است.

(۲) می‌تواند دارای ۵ پیوند C-C باشد.

(۳) تفاوت جرم مولی آن با بنزن با جرم ۸ مول گاز هیدروژن برابر است.

(۴) اگر ترکیب مورد نظر امکان واکنش با برم مایع را داشته باشد، از آن می‌توان پلیمری با ساختار  تهیه کرد.

۹۵- اگر آنتالپی سوختن کامل گاز اتان در دمای اتاق برابر با -1560 کیلوژول بر مول و آنتالپی پیوندهای $C=O$ ، $O=O$ و $C \equiv O$ به ترتیب برابر با ۷۹۹، ۴۹۵ و 1072 کیلوژول بر مول باشد، آنتالپی واکنش سوختن ناقص ۱ مول گاز

اتان به طوری که فرآورده‌های آن، $CO(g)$ و $H_2O(l)$ باشند، چند کیلوژول است؟

(۱) -1003

(۲) -2117

(۳) -1030

(۴) -2711

۹۶- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

• علت پخته شدن بهتر تخم مرغ در آب نسبت به روغن زیتون به ازای تغییر دمای یکسان و به ازای جرم مساوی از

آب و روغن، بیشتر بودن گرمای ویژه آب نسبت به روغن زیتون است.

• وقتی یک لیوان شیر گرم می‌نوشیم، گرمای مبادله شده به واسطه اختلاف دمای شیر گرم با بدن، بیشتر از گرمای

آزاد شده در اثر گوارش و سوخت و ساز شیر $37^\circ C$ در بدن است.

• برای مقایسه پایداری الماس و گرافیت می‌توان از مقایسه گرمای سوختن یک مول از آن‌ها استفاده کرد.

• از بین فرایندهای «تصدید کربن دی‌اکسید جامد، تجزیه N_2O_4 به NO_2 ، انحلال کلسیم کلرید در آب و سوختن متان»،

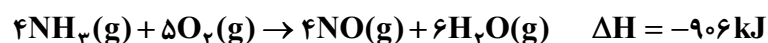
۳ فرایند، گرماده بوده و علامت ΔH آن‌ها منفی است.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۹۷- اگر تفاوت جرم واکنش دهنده‌های مصرفی در واکنش زیر، $4/6$ گرم باشد، با انجام کامل واکنش، چند کیلوژول گرما آزاد

می‌شود و اگر مخلوط فرآورده‌ها به شرایط STP برسند، حجم گاز به دست آمده چند لیتر خواهد بود؟

($H = 1, N = 14, O = 16 : g.mol^{-1}$)



(۱) $4/48, 27/8$

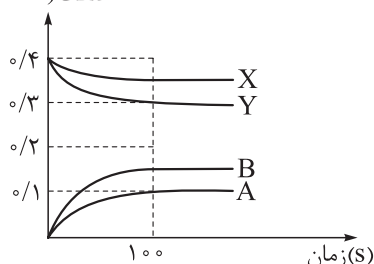
(۲) $11/2, 27/8$

(۳) $4/48, 45/3$

(۴) $11/2, 45/3$

محل انجام محاسبات

غلظت (mol/L)



۹۸- براساس نمودار مقابل که مربوط به تغییرات غلظت مواد شرکت‌کننده در یک واکنش است، کدام موارد از مطالب زیر درست است؟

(الف) سرعت کلی واکنش برابر با $5 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ است.
 (ب) با افزایش دمای واکنش، در $t = 50 \text{ s}$ ، $[A]$ می‌تواند 0.04 mol.L^{-1} باشد.
 (پ) با استفاده از کاتالیزگر می‌توان به ازای همین مقدار واکنش‌دهنده، غلظت ماده B را به 0.2 mol.L^{-1} رساند.

(ت) مجموع ضریب استوکیومتری فراورده‌ها و واکنش‌دهنده‌ها، با یکدیگر برابر نیست.

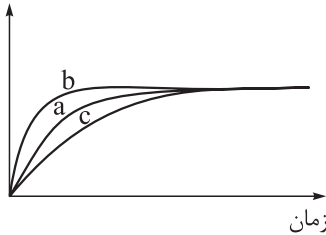
- (۱) الف - ب
 (۲) ب - پ
 (۳) پ - ت
 (۴) الف - ت

۹۹- براساس واکنش موازنه‌نشده: $\text{H}_2\text{O}_2(\text{aq}) \rightarrow \text{H}_2\text{O}(\text{l}) + \text{O}_2(\text{g})$ و جدول داده‌شده، سرعت کلی واکنش چند مول بر دقیقه است و اگر حجم محلول در طول انجام فرایند ثابت و چگالی آن نیز یک گرم بر میلی‌لیتر باشد، سرعت مصرف آب اکسیژنه در ۲۰ دقیقه اول، چند مول بر لیتر بر دقیقه است؟

جرم مواد درون ظرف (گرم)	۲۰۰۰	۱۹۹۰/۴	۱۹۸۳/۲	۱۹۷۸/۴	۱۹۷۵/۲	۱۹۷۵/۲
زمان (دقیقه)	۰	۱۰	۲۰	۳۰	۴۰	۵۰

- (۱) $387/5 \times 10^{-4}$ و $26/25 \times 10^{-3}$
 (۲) $193/75 \times 10^{-4}$ و $26/25 \times 10^{-3}$
 (۳) $387/5 \times 10^{-4}$ و $52/5 \times 10^{-3}$
 (۴) $193/75 \times 10^{-4}$ و $52/5 \times 10^{-3}$

غلظت فراورده



۱۰۰- نمودارهای غلظت - زمان مقابل، مربوط به تولید یک فراورده خاص در یک واکنش برگشت‌ناپذیر است. چه تعداد از عبارتهای زیر در رابطه با آن درست است؟

- اگر در اثر حضور یک ماده در واکنش، نمودار a به نمودار c تبدیل شود، نقش آن ماده می‌تواند شبیه به نقش لیکوپین در بدن انسان باشد.
- تبدیل نمودار a به b می‌تواند بر اثر استفاده از کاتالیزگر یا افزایش دما باشد.
- اگر به جای محلول ۱ مولار واکنش‌دهنده به حجم ۱ لیتر، از محلول ۲ مولار آن با حجم ۰/۵ لیتر و مقدار کافی از سایر واکنش‌دهنده‌ها استفاده شود، نمودار a به نمودار c تبدیل می‌شود.
- برای تبدیل نمودار a به b می‌توان به جای ۱ لیتر محلول واکنش‌دهنده با غلظت ۲ مولار، از ۰/۵ لیتر محلول واکنش‌دهنده با غلظت ۴ مولار استفاده کرد.

- (۱) ۱
 (۲) ۲
 (۳) ۳
 (۴) ۴

محل انجام محاسبات

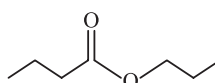
۱۰۱- کدام موارد از مطالب زیر، درست‌اند؟

- (الف) شمار اتم‌های کربن در مونومر سازنده پلی‌سیانو اتن و پلی‌پروپن برابر است.
 (ب) اگر عدد n در واکنش پلیمری شدن استیرن برابر ۲۰۰۰ باشد، یک مولکول پلی‌استیرن دارای ۴۰۰۰ اتم کربن است.
 (پ) شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی وینیل‌کلرید سه برابر شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی سیانو اتن است.
 (ت) پلیمر به‌کاررفته برای تهیه کیسه خون، همانند پلیمر به‌کاررفته در تهیه نخ دندان و پتواز سه نوع عنصر تشکیل شده است.

- (۱) الف - ب
 (۲) الف - ت
 (۳) ب - ت
 (۴) ب - پ

۱۰۲- کدام گزینه نادرست است؟ ($H = 1, C = 12, O = 16 : g.mol^{-1}$)

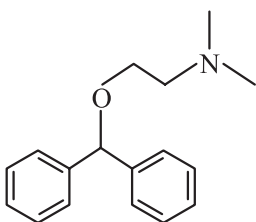
(۱) استری که از واکنش یک الکل دارای دو اتم کربن و یک اسید تک‌عاملی با بخش ناقصی ۵ کربنی تولید می‌شود، هگزیل اتانوات نام دارد.

(۲) بیشتر از ۱۰ درصد جرم ترکیب  را هیدروژن تشکیل داده است.

(۳) اتیل بوتانوات ماده موجود در آناناس است که در حضور آب کافی و کاتالیزگر، الکی را تولید می‌کند که از واکنش اتن با آب نیز قابل تهیه است.

(۴) $HO - C_2H_4 - COOH$ می‌تواند به تنهایی در شرایط مناسب یک پلی‌استر تولید کند.

۱۰۳- دیفن هیدرامین یک آنتی‌هیستامین است که عمدتاً برای درمان آلرژی استفاده می‌شود. با توجه به ساختار آن، چند مورد از مطالب زیر درست است؟ ($H = 1, C = 12, N = 14, O = 16 : g.mol^{-1}$)



- در ساختار آن، اختلاف تعداد اتم‌های هیدروژن و کربن برابر ۴ است.
- دارای یک گروه عاملی اتری و یک گروه عاملی آمیدی است.
- دارای ۱۱ اتم کربن است که تنها به یک هیدروژن متصل هستند.

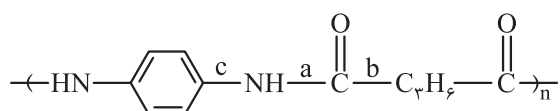
• اگر یکی از گروه‌های CH_3 آن با گروه $-C(=O)H$ جایگزین شود، جرم مولی آن ۱۴ گرم بر مول افزایش می‌یابد.

- (۱) ۱
 (۲) ۲
 (۳) ۳
 (۴) ۴

محل انجام محاسبات



۱۰۴- یک پلی آمید دارای ساختار مقابل است:

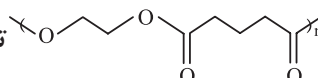


کدام موارد از مطالب زیر در رابطه با آن درست است؟

الف) هر دو مونومر سازنده آن، آروماتیک هستند.

ب) نسبت شمار جفت الکترون‌های پیوندی به ناپیوندی در دی‌اسید سازنده آن برابر ۲/۲۵ است.

پ) در حضور رطوبت و انجام آبکافت، یکی از پیوندهای b یا c شکسته می‌شوند.

ت) از واکنش دی‌اسید سازنده آن با اتیلن گلیکول، یک پلیمر با ساختار  تولید می‌شود.

الف - پ (۱) ب - ت (۲) ب - پ (۳) الف - ت (۴)

۱۰۵- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

• نشاسته در محیط گرم و مرطوب به سرعت به گلوکز تبدیل می‌شود.

• مواد زیست تخریب پذیر مانند نایلون‌ها و پلی لاکتیک اسید، توسط جانداران ذره‌بینی به مولکول‌های ساده و کوچک تبدیل می‌شوند.

• الیاف پلی آمیدی و پلی استری در حضور آب و مواد شوینده به مونومرهای سازنده خود تبدیل می‌شوند که باعث ایجاد بوی بد و نافذ می‌شود.

• برای تولید پلی اتن، علاوه بر گرما و فشار، می‌توان از کاتالیزگری که دارای فلزهای تیتانیوم و آلومینیوم است، استفاده کرد.

الف - پ (۱) ب - ت (۲) ب - پ (۳) الف - ت (۴)

محل انجام محاسبات

دوستان عزیز خیلی سبز، سلام؛

فایل پاسخنامه این آزمون را که شامل درس نامه، نکات کنکوری، پاسخ تشریحی و ... است، ساعت ۱۴ امروز از صفحه شخصی خودتان در سایت آزمون خیلی سبز دریافت کنید.

همچنین شما می توانید همین امشب کارنامه اولیه آزمونتان را در صفحه شخصی خود مشاهده بفرمایید. برای دسترسی به صفحه شخصی خود وارد سایت آزمون خیلی سبز به آدرس: azmoon.kheilisabz.com شوید و کدی را که توسط مدرسه و یا نمایندگی های آزمون های خیلی سبز به شما داده شده، در محل مشخص شده در سایت ثبت بفرمایید.



ویژه
کنکوری های
۱۴۰۳

۱۴۰۳/۰۱/۱۶

دفترچه
پاسخ
آزمون سیزدهم
حضور

علوم ریاضی و فنی



سال تحصیلی
۱۴۰۲ - ۱۴۰۳

آزمون آزمایشی خیلی سبز

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا
حسابان	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان
ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	علیرضا شریف خطیبی - عطا صادقی - حمید گلزاری - سروش موئینی
هندسه	محمد رضا حسینی فرد - محمد طاهر شعاعی - کیوان صارمی - حمید گلزاری - محسن محمد کریمی
فیزیک	محمد باغبان - محسن توانا - علیرضا جباری - محمد رضا زارع - مجید ساکی - رضا سبزمیدانی - محمد جواد سورچی - نوید شاهی - علیرضا عبدالهی - علیرضا علینقی - علیرضا گونه - حامد نبی منصور
شیمی	مهدی براتی - محمد علی توسلی فر - یاسر عبدالهی - مرضیه قاسمی

نام درس	مسئول درس	گزینشگر	مؤلف پاسخ نامه	کارشناسان علمی - محتوایی به ترتیب حروف الفبا	ویراستاران به ترتیب حروف الفبا
حسابان	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان	عاطفه خان محمدی	سجاد داوطلب	زهرا جالینوسی - محمد حمیدی - امیرحسین قنبری
ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	حمید گلزاری	حمید گلزاری	مسعود شفیعی	امیرحسین ابومحبوب	سمیه خادمان - ماهان فنی فر - علیرضا کاظمی بقا
هندسه	حمید گلزاری	حمید گلزاری	زهرا جالینوسی	امیرحسین ابومحبوب	زهرا جالینوسی - ماهان فنی فر - ابوالفضل ناصری
فیزیک	رضا سبزمیدانی	نوید شاهی	محمد باغبان - علیرضا جباری - محمد جواد سورچی	علیرضا جباری	مهدی بابائی - ماهان فنی فر - مریم گلی حسن لو - احسان محمدی - امیر محمودی انزلی
شیمی	یاسر عبدالهی	یاسر عبدالهی	حمید ذبحی	محمد مرادی - فاطمه صیقلی	یاسر رایش - احسان رحیمی - هومن زندی - وحید فارسین

سرپرست محتوایی: فاطمه آقاجانپور

Azmoon.kheilisabz.com

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



حسابان و ریاضی پایه: حسابان (۱): صفحه‌های ۱ تا ۱۵۱، ریاضی (۱): صفحه‌های ۱ تا ۱۷۰

تست و پاسخ ۱

فرض کنید a_n جمله عمومی یک دنباله حسابی با جملات مثبت و $b_n = na_n$ باشد، به طوری که جمله چهارم دنباله b_n برابر جمله

$$\pm \sqrt{b_7 a_{47}} = ?$$

پانزدهم دنباله a_n و $a_1 b_1 = 4$ باشد. واسطه هندسی بین a_{47} و b_7 کدام است؟

$$۱۴۰ (۲)$$

$$۸۴ (۱)$$

$$۹۱ (۴)$$

$$۷۰ (۳)$$

$$a_n > 0$$

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره جمله عمومی دنباله حسابی را به صورت $a_n = a_1 + (n-1)d$ در نظر بگیرد و رابطه‌ها را به دست آورید.

درس نامه

دنباله حسابی

مثال	توضیح فارسی	ویژگی
$\begin{array}{c} +6 \quad +6 \quad +6 \\ -1, 5, 11, 17, \dots \\ a_1 = -1, d = 6 \end{array}$	هر جمله با عدد ثابت (d یا قدرنسبت) جمع شده و عدد بعدی به دست می‌آید.	دنباله حسابی
$a_n = -1 + (n-1)6 = 6n - 7$	جمله عمومی دنباله حسابی	$a_n = a_1 + (n-1)d$
$a_{15} - a_7 = 8d$	اختلاف جمله n ام و m ام، $(n-m)$ برابر قدرنسبت است.	$a_n - a_m = (n-m)d$
$-15, x, 20 \Rightarrow x = \frac{-15+20}{2} = \frac{5}{2}$ حسابی	اگر سه عدد متوالی تشکیل دنباله حسابی بدهند، عدد وسط میانگین دو عدد کناری (واسطه حسابی) است.	$a, b, c \Rightarrow b = \frac{a+c}{2}$ دنباله حسابی
$\begin{array}{c} -11, \square, \square, \square, 29 \\ \text{درج ۳ واسطه حسابی} \\ d = \frac{29 - (-11)}{3+1} = \frac{40}{4} = 10 \end{array}$	اگر بین دو عدد a و b بخواهیم n واسطه حسابی درج کنیم، d از رابطه داده شده به دست می‌آید.	$a, \square, \dots, \square, b$ n واسطه حسابی $d = \frac{b-a}{n+1}$
$\begin{array}{c} -1, 5, 11, \dots \\ S_{100} = \frac{100}{2} (-2 + 99 \times 6) \end{array}$	S_n برابر با مجموع n جمله ابتدایی دنباله حسابی است.	$S_n = \frac{n}{2} (2a_1 + (n-1)d)$
$1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$	فرمول دوم S_n که برابر است با: (جمله آخر + جمله اول) \times تعداد $\div 2$ $S_n = \frac{\text{تعداد}}{2} (a_1 + a_n)$	$S_n = \frac{n}{2} (a_1 + a_n)$



دنباله هندسی

مثال	توضیح فارسی	ویژگی
$\begin{matrix} \times \frac{1}{3} & \times \frac{1}{3} \\ \downarrow & \downarrow \\ 3, & \frac{3}{3}, & \frac{3}{4}, \dots \end{matrix}$	هر جمله در عدد ثابت (q یا قدرنسبت) ضرب شده و جمله بعدی به دست می‌آید.	دنباله هندسی
$a_n = 3 \times \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$	جمله عمومی دنباله هندسی	$a_n = a_1 q^{n-1}$
$\frac{a_{15}}{a_7} = q^8$	نسبت دو جمله در دنباله هندسی برابر با q به توان اختلاف اندیس‌ها است.	$\frac{a_m}{a_n} = q^{m-n}$
$3, x, 12 \Rightarrow x^2 = 3 \times 12$ $\Rightarrow x = \pm 6$	اگر سه عدد متوالی تشکیل دنباله هندسی بدهند، مربع وسطی برابر ضرب دو جمله کناری است. (واسطه هندسی)	$a, b, c \Rightarrow b^2 = ac$ دنباله هندسی
$10, \underbrace{\square, \square, \square}_{\text{درج 3 واسطه هندسی}}, 1000$ $q^4 = \frac{1000}{10} = 100 \Rightarrow q = \pm \sqrt[4]{100} = \pm \sqrt{10}$	اگر بین دو عدد a و b بخواهیم n واسطه هندسی قرار دهیم، q از رابطه داده شده به دست می‌آید.	$a, \underbrace{\square, \square, \dots, \square}_n, b$ واسطه هندسی $q^{n+1} = \frac{b}{a}$
$3, \frac{3}{3}, \frac{3}{4}, \dots \Rightarrow S_n = \frac{3(1 - (\frac{1}{3})^n)}{1 - \frac{1}{3}}$	مجموع n جمله اول دنباله هندسی	$S_n = \frac{a_1(1 - q^n)}{1 - q}$

پاسخ تشریحی گام اول: a_n جمله عمومی یک دنباله حسابی با جملات مثبت است؛ پس آن را به صورت $a_n = a_1 + (n-1)d$ در نظر می‌گیریم.

گام دوم: برای دنباله b_n نیز داریم:

$$b_n = na_n = a_1 n + (n-1)nd = dn^2 + (a_1 - d)n$$

گام سوم: جمله چهارم دنباله b_n برابر با جمله پانزدهم دنباله a_n است و $a_1 b_1 = 4$ است. داریم:

$$\begin{cases} b_4 = a_{15} \\ a_1 b_1 = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 16d + 4(a_1 - d) = a_1 + 14d \\ a_1(d + a_1 - d) = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3a_1 - 2d = 0 \\ a_1^2 = 4 \end{cases} \xrightarrow[\text{حسابی مثبت هستند}]{\text{جملات دنباله}} a_1 = 2, d = 3 \quad (*)$$

گام چهارم: مقدار a_{47} و b_7 را پیدا می‌کنیم:

$$a_{47} = a_1 + 46d \stackrel{(*)}{=} 2 + 46 \times 3 = 140$$

$$b_7 = 49d + 7(a_1 - d) = 49 \times 3 + 7(2 - 3) = 140$$

گام پنجم: واسطه هندسی بین a_{47} و b_7 برابر است با:

$$\text{واسطه هندسی} = \pm \sqrt{a_{47} \cdot b_7} = \pm 140$$

با توجه به گزینه‌ها، واسطه هندسی برابر با 140 است.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۲

صفرهای تابع $f(x) = 2mx^2 + (4+m)x - m + 4$ و نقطه تلاقی تابع با محور عرض‌ها، رئوس مثلثی با مساحت $\frac{1}{4}$ هستند. حاصل ضرب مقادیر مختلف m چه عددی است؟ ($m > 0$)

$$\frac{16}{3} \quad (2)$$

$$\frac{9}{256} \quad (4)$$

$$\frac{256}{9} \quad (1)$$

$$\frac{3}{16} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۱

خودت حل کنی بهتره اختلاف صفرهای تابع، طول قاعده مثلث و عرض از مبدأ تابع، ارتفاع مثلث است.

پاسخ تشریحی گام اول: صفرهای تابع f را می‌یابیم:

$$f(x) = 2mx^2 + (4+m)x - m + 4 = 0 \Rightarrow (x+1)(2mx + 4 - m) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = \frac{m-4}{2m} \end{cases}$$

اختلاف صفرهای تابع، طول قاعده مثلث را می‌دهند.

$$x = 0 \Rightarrow y = 4 - m$$

گام دوم: محل تلاقی تابع f با محور عرض‌ها را پیدا می‌کنیم:

مقدار y به دست آمده، ارتفاع مثلث را می‌دهد.

گام سوم: مساحت مثلث تشکیل شده را به دست می‌آوریم:

$$S = \frac{1}{2} |x_1 - x_2| |y| = \frac{1}{2} \left| -1 - \frac{m-4}{2m} \right| |4-m| = \frac{1}{4}$$

$$\left| \frac{(-2m+4)(4-m)}{2m} \right| = 1 \Rightarrow |-12m + 3m^2 + 16 - 4m| = |2m|$$

$$\Rightarrow |3m^2 - 16m + 16| = |2m| \xrightarrow{m > 0} |3m^2 - 16m + 16| = 2m$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3m^2 - 16m + 16 = 2m \\ \text{یا} \\ 3m^2 - 16m + 16 = -2m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3m^2 - 18m + 16 = 0 \Rightarrow \Delta = (18)^2 - 12 \times 16 = 132 > 0 \\ \Rightarrow P_1 = \frac{c}{a} = \frac{16}{3} > 0, S_1 = \frac{-b}{a} = \frac{18}{3} > 0. \text{ پس ریشه‌ها مثبت هستند.} \\ 3m^2 - 14m + 16 = 0 \Rightarrow (m-2)(3m-8) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m=2 \\ m=\frac{8}{3} \end{cases} \Rightarrow P_2 = 2 \times \frac{8}{3} = \frac{16}{3} \end{cases}$$

گام چهارم: پس حاصل ضرب مقادیر مختلف m برابر با $\left(\frac{16}{3}\right)^2 = \frac{256}{9}$ می‌شود.

تست و پاسخ ۳

α و β ریشه‌های معادله درجه دوم $ax^2 - ax - b = 0$ هستند، به طوری که $\beta^2 + 2\alpha^2 - \beta = 7$. مجموع توان‌های سوم ریشه‌ها، چه عددی است؟

$$4 \quad (4)$$

$$9 \quad (3)$$

$$11 \quad (2)$$

$$6 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۴



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

درس نامه • روابط بین ضرایب و ریشه‌های معادله درجه دوم

(۱) در هر معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ با ریشه‌های α و β ، اگر جمع ریشه‌ها S و ضرب ریشه‌ها، P باشد روابط زیر برقرار است:

$$S = \alpha + \beta = \frac{-b}{a}$$

$$P = \alpha\beta = \frac{c}{a}$$

نتایج:

$$\alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P$$

$$\alpha^3 + \beta^3 = S^3 - 3PS$$

(۲) اگر α و β دو عدد دلخواه و $S = \alpha + \beta$ و $P = \alpha\beta$ باشد، آنگاه α و β جواب‌های معادله $x^2 - Sx + P = 0$ هستند.

پاسخ تشریحی گام اول: از معادله داده شده، داریم:

$$ax^2 - ax - b = 0 \Rightarrow x^2 - x = \frac{b}{a} \xrightarrow{\substack{\alpha, \beta \text{ ریشه‌های} \\ \text{معادله هستند}}} \begin{cases} \alpha^2 - \alpha = \frac{b}{a} & (*) \\ \beta^2 - \beta = \frac{b}{a} & (**) \end{cases}$$

گام دوم: از طرفی جمع و ضرب ریشه‌ها برابر است با:

$$S = \alpha + \beta = \frac{-B}{A} = \frac{-(-a)}{a} = 1$$

$$P = \alpha\beta = \frac{C}{A} = \frac{-b}{a}$$

گام سوم: رابطه داده شده را ساده می‌کنیم:

$$3\beta^2 + 2\alpha^2 - \beta = \gamma \Rightarrow 2(\alpha^2 + \beta^2) + \beta^2 - \beta = \gamma \Rightarrow$$

$$2(S^2 - 2P) + \underbrace{\beta^2 - \beta}_{(**)} = \gamma \Rightarrow 2\left(1 + \frac{2b}{a}\right) + \frac{b}{a} = \gamma \Rightarrow 2 + \frac{4b}{a} + \frac{b}{a} = \gamma \Rightarrow \frac{5b}{a} = \gamma \Rightarrow \frac{b}{a} = 1$$

گام چهارم: باتوجه به گام اول، معادله درجه دوم به صورت زیر می‌شود:

$$x^2 - x = 1 \Rightarrow x^2 - x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} S = 1 \\ P = -1 \end{cases}$$

گام پنجم: مجموع توان‌های سوم ریشه‌ها را محاسبه می‌کنیم:

$$\alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta) = S^3 - 3PS = 1 - 3 \times (-1) \times 1 = 4$$

تست و پاسخ ۴

مجموع ریشه‌های معادله $(\sqrt[3]{x} - 1 + \sqrt[3]{x^{-1}})(\sqrt[3]{x} + 1) = 6x\sqrt[3]{x^2}$ کدام است؟

$$\frac{1}{4} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{3} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{2} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{6} \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۱

خود حل کنی بهتره طرفین معادله را در $\sqrt[3]{x}$ ضرب کنید تا بتوانید از اتحاد چاق و لاغر استفاده کنید.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



درس نامه •• اتحادهای جبری

نام اتحاد	فرمول
مربع دو جمله‌ای	$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
مربع سه جمله‌ای	$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + ac + bc)$
مزدوج	$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$
جمله مشترک	$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$
چاق و لاغر	۱) $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$
	۲) $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

پاسخ تشریحی گام اول: دو طرف معادله را در عبارت $\sqrt[3]{x}$ ضرب می‌کنیم تا در سمت چپ معادله، اتحاد چاق و لاغر، به دست بیاید:

$$(\sqrt[3]{x} - 1 + \sqrt[3]{x^{-1}})(\sqrt[3]{x} + 1) = 6x \sqrt[3]{x^2} \xrightarrow{\times \sqrt[3]{x}} (\sqrt[3]{x^3} - \sqrt[3]{x} + 1)(\sqrt[3]{x} + 1) = 6x \sqrt[3]{x^2} \times \sqrt[3]{x} \Rightarrow x + 1 = 6x^2$$

اتحاد چاق و لاغر

گام دوم: حالا در معادله به دست آمده، از فرمول مجموع ریشه‌ها استفاده می‌کنیم:

$$6x^2 - x - 1 = 0 \Rightarrow S = \frac{-b}{a} = \frac{1}{6}$$

تست و پاسخ ۵

اگر α ریشه بزرگ‌تر و β ریشه کوچک‌تر معادله $\sqrt{2x+6} = 4|x| - 3$ باشند، حاصل $8\beta^2 + 11\beta - \alpha$ کدام است؟ ($\beta < 0, \alpha > 0$)

-۲ (۴) -۳ (۳) -۱ (۲) -۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

خودت حل کنی بهتره معادله را یک بار به ازای $x > 0$ و یک بار به ازای $x < 0$ حل کنید.

پاسخ تشریحی گام اول: قبل از حل معادله، محدوده‌ای را که x در آن می‌تواند باشد، به دست می‌آوریم:

$$2x + 6 \geq 0 \Rightarrow x \geq -3$$

(۱) زیر رادیکال باید نامنفی باشد:

$$4|x| - 3 \geq 0 \Rightarrow |x| \geq \frac{3}{4} \Rightarrow \begin{cases} x \geq \frac{3}{4} \\ \text{یا} \\ x \leq -\frac{3}{4} \end{cases}$$

(۲) حاصل رادیکال، نامنفی است؛ پس:

پس با اشتراک (۱) و (۲)، نتیجه می‌گیریم که $x \in [-3, -\frac{3}{4}] \cup [\frac{3}{4}, +\infty)$ است.

گام دوم: معادله را در دو حالت $x < 0$ و $x \geq 0$ حل می‌کنیم:

$$(I) x \geq 0: \sqrt{2x+6} = 4x - 3 \xrightarrow{\text{به توان ۲ می‌رسانیم}} 2x + 6 = 16x^2 - 24x + 9 \Rightarrow$$

$$16x^2 - 26x + 3 = 0 \Rightarrow \Delta = (-26)^2 - 12 \times 16 = 484 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{26 + \sqrt{484}}{32} = \frac{26 + 22}{32} = \frac{3}{2} \\ x_2 = \frac{26 - \sqrt{484}}{32} = \frac{26 - 22}{32} = \frac{1}{8} \end{cases}$$

با توجه به محدوده x ، $x_1 = \frac{3}{2}$ قابل قبول است و همان مقدار α است.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

$$(II) x < 0: \sqrt{2x+6} = -4x-3 \xrightarrow{\text{به توان ۲ می‌رسانیم}} 2x+6 = 16x^2 + 24x + 9 \Rightarrow 16x^2 + 22x + 3 = 0$$

از آن جایی که در این معادله، $S = \frac{-22}{16}$ و $P = \frac{3}{16}$ است، دو ریشه منفی دارد و مقدار β را می‌دهد. البته دقت کنید که یکی از ریشه‌ها، در بازه $[-3, -\frac{3}{4}]$ که در گام اول به دست آوردیم، قرار نمی‌گیرد. (خودتان می‌توانید ریشه‌ها را به دست آورید).

با توجه به این که حاصل $8\beta^2 + 11\beta - \alpha$ خواسته شده، لازم نیست که مقدار β را به دست آوریم. از معادله به دست آمده داریم:

$$16x^2 + 22x = -3 \Rightarrow 2(8x^2 + 11x) = -3 \xrightarrow[\text{است.}]{\text{ریشه معادله}} 8\beta^2 + 11\beta = -\frac{3}{2}$$

$$8\beta^2 + 11\beta - \alpha = -\frac{3}{2} - \frac{3}{2} = -3$$

گام سوم: حالا حاصل مقدار خواسته شده را به دست می‌آوریم:

تست و پاسخ ۶

جواب نامعادله $|x| < k|x^2 - 1|$ فقط ۴ عدد طبیعی را شامل می‌شود. k کدام می‌تواند باشد؟

۳۰ (۴)

۲۵ (۳)

۲۰ (۲)

۱۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی: گام اول: دو طرف نامعادله را بررسی می‌کنیم:

$$x \underbrace{|x^2 - 1|}_{(+)} < k \underbrace{|x|}_{(+)}$$

با توجه به گزینه‌ها، k مثبت است.

از آن جایی که k مثبت است، در نامعادله داده شده نتیجه می‌گیریم که $x < 0$ صدق می‌کند، پس $x < 0$ قطعاً جواب نامعادله است.

گام دوم: از آن جایی که نامعادله، فقط شامل ۴ عدد طبیعی است و $x < 0$ نیز جواب نامعادله است، برای $x > 0$ ، نامعادله فقط شامل اعداد

طبیعی ۱، ۲، ۳، ۴ است و نباید بقیه اعداد طبیعی در آن صدق کنند. پس با برداشتن قدرمطلق در سمت راست نامعادله داریم:

$$x > 0: x|x^2 - 1| < kx \xrightarrow{x \neq 0} |x^2 - 1| < k \Rightarrow$$

$$\left. \begin{array}{l} x=1: k > 0 \\ x=2: k > 3 \\ x=3: k > 8 \\ x=4: k > 15 \\ x=5: k > 24 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{اشتراک} \rightarrow k > 15 \\ \text{اشتراک محدوددهای} \\ \text{به دست آمده برای } k \end{array} \rightarrow 15 < k \leq 24$$

k نباید بیشتر از ۲۴ باشد \Rightarrow در غیر این صورت $x=5$ نیز شامل جواب نامعادله می‌شود.

پس با توجه به گزینه‌ها، $k=20$ می‌تواند باشد.

تست و پاسخ ۷

خط d به معادله $y = 2x + 4$ محور x ها را در نقطه A قطع می‌کند. نقطه M با کدام عرض روی محور y ها انتخاب شود تا فاصله آن از A ،

$5\sqrt{2}$ برابر فاصله آن از خط d باشد؟

۲۴/۹ یا ۶ (۲)

۲۶/۹ یا ۶ (۱)

۲۴/۹ یا ۴ (۴)

۲۶/۹ یا ۴ (۳)

پاسخ: گزینه ۱

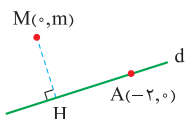


درس نامه •• فرمول‌های هندسه تحلیلی

$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$	فاصله دو نقطه $A(x_A, y_A), B(x_B, y_B)$
وسط $M(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2})$	وسط پاره خط A و B
$\begin{cases} x_A + x_C = x_B + x_D \\ y_A + y_C = y_B + y_D \end{cases}$	رابطه بین رأس‌های متوازی الاضلاع
$d = \frac{ ax_0 + by_0 + c }{\sqrt{a^2 + b^2}}$	فاصله نقطه از خط
$d = \frac{ c - c' }{\sqrt{a^2 + b^2}}$	فاصله دو خط موازی
$S = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_A & x_B & x_C \\ y_A & y_B & y_C \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \left(\begin{vmatrix} x_B & x_C \\ y_B & y_C \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} x_A & x_C \\ y_A & y_C \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} x_A & x_B \\ y_A & y_B \end{vmatrix} \right)$	مساحت مثلث از روی مختصات سه نقطه $()$ علامت دترمینان است.

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا مختصات نقطه A را به دست می‌آوریم:

$$y = 0 \Rightarrow 0 = 2x + 4 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow A(-2, 0)$$

گام دوم: نقطه M روی محور y ها قرار دارد؛ پس مختصات آن را به صورت $(0, m)$ در نظر می‌گیریم.گام سوم: فاصله نقطه M از نقطه A ، $5\sqrt{2}$ برابر فاصله نقطه M تا خط d است. پس:

$$d: 2x - y + 4 = 0$$

$$AM = 5\sqrt{2} MH \Rightarrow \sqrt{m^2 + 4} = 5\sqrt{2} \frac{|-m + 4|}{\sqrt{1 + 4}} \Rightarrow \sqrt{m^2 + 4} = \frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{5}} |4 - m|$$

طرفین معادله به دست آمده را به توان ۲ می‌رسانیم:

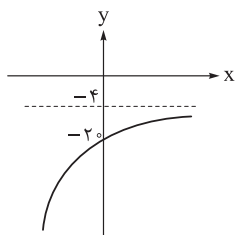
$$m^2 + 4 = \frac{25 \times 2}{5} (16 - 8m + m^2) \Rightarrow m^2 + 4 = 10(16 - 8m + m^2) \Rightarrow$$

$$m^2 + 4 = 160 - 80m + 10m^2 \Rightarrow 9m^2 - 80m + 156 = 0 \Rightarrow (m - 6)(9m - 26) = 0 \Rightarrow m = 6 \text{ یا } m = \frac{26}{9}$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات



تست و پاسخ ۸

نمودار تابع $f(x) = a - 2^{ax-b}$ در شکل روبه‌رو رسم شده است. مقدار $\log_{|a|} ab$ چه عددی است؟

۱) $\frac{1}{4}$

۲) $\frac{1}{2}$

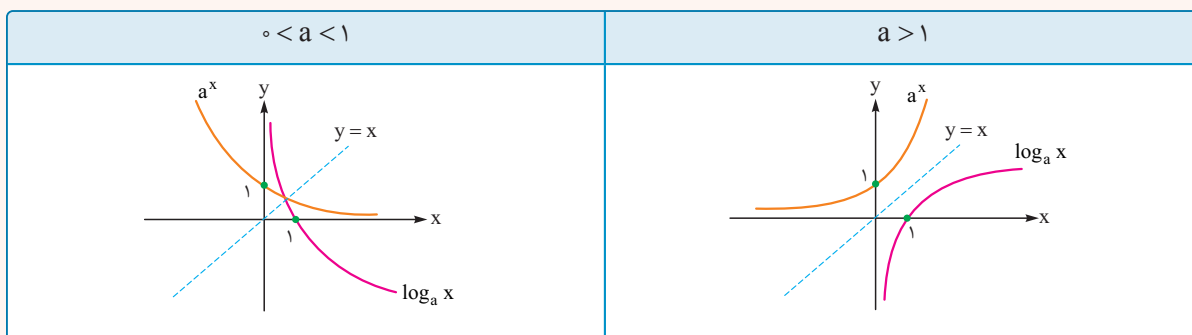
۳) ۲

۴) ۴

پاسخ: گزینه ۳

خودت حل کنی بهتره از $f(0) = -2$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -4$ استفاده کنید.

درس نامه نمودار تابع نمایی $y = a^x$ و وارون آن $(y = \log_a x)$



نکته نمودار وارون آن، نسبت به نمیساز ربع اول و سوم، متقارن هستند، همان‌طور که در شکل‌های بالا می‌بینید.

پاسخ تشریحی گام اول: از نمودار داده‌شده، می‌فهمیم که $f(0) = -2$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -4$ است.

داریم:

$$f(0) = -2 \Rightarrow f(0) = a - 2^{0-b} = a - 2^{-b} = -2 \quad (*)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (a - 2^{ax-b}) = -4$$

چون $x \rightarrow +\infty$ ، پس باید ضریب x^2 منفی باشد تا حاصل حد جواب داشته باشد ($a < 0$). وقتی $x \rightarrow +\infty$ ، $2^{ax-b} \rightarrow 0$ می‌شود؛ پس:

گام دوم: مقدار $a = -4$ را در (*) جای‌گذاری می‌کنیم تا مقدار b به دست آید:

$$-4 - 2^{-b} = -2 \Rightarrow 2^{-b} = 16 \Rightarrow -b = 4 \Rightarrow b = -4$$

گام سوم: مقدار $\log_{|a|} ab$ را محاسبه می‌کنیم:

$$ab = 16 \Rightarrow \log_{|a|} ab = \log_{|-4|} 16 = \log_4 4^2 = 2$$

تست و پاسخ ۹

اگر $x > 1$ ، حداقل مقدار $A = \log_9 x + 2 \log_x 3$ کدام است؟

۱) ۲

۲) $\sqrt{2}$

۳) $2\sqrt{2}$

۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره عبارت A را ساده کنید و بعد از رابطه $a + b \geq 2\sqrt{ab}$ ($a, b > 0$) استفاده کنید.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا A را ساده می‌کنیم:

$$A = \log_a x + 2 \log_{x^2} 3 = \log_{x^2} x + \frac{2}{x^2} \log_x 3 = \frac{1}{x^2} \log_x x + \log_x 3$$

گام دوم: از تغییر متغیر $t = \log_x^x$ استفاده می‌کنیم. از آن جایی که $x > 1$ ، هر دو مقدار \log_x^x و \log_x^x مثبت هستند و رابطه $\log_b a = \frac{1}{\log_a b}$

$$A = \frac{t}{x^2} + \frac{1}{t}$$

را داریم، پس:

گام سوم:

نکته برای دو مقدار مثبت a, b رابطه $a + b \geq 2\sqrt{ab}$ همواره برقرار است.

پس داریم:

$$A = \frac{t}{\frac{2}{a}} + \frac{1}{\frac{2}{b}} \geq 2\sqrt{\frac{t}{2} \times \frac{1}{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

بنابراین حداقل مقدار A برابر با $\sqrt{2}$ می‌شود.

تست و پاسخ ۱۰

عنصری هر ۲۰ دقیقه، $\frac{1}{9}$ جرم خود را از دست می‌دهد؛ بعد از گذشت چند دقیقه فقط $\frac{1}{4}$ از جرم اولیه آن باقی می‌ماند؟ ($\log_4 3 = 0.78$)

۷۹۰ (۴)

۷۸۰ (۳)

۶۴۰ (۲)

۷۶۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره درست است که از کاربردهای لگاریتم کم‌تر سؤال در کنکور مطرح شده است، اما سابقه سؤال آمدن دارد. اگر به دنبال درصدهای بالاتر در کنکور هستید، به آن نیز بپردازید.

درس نامه ●● الگوهای رشد یا زوال

فرض کنید مقدار اولیه A_0 باشد، اگر پس از گذشت هر t سال:

(الف) درصد افزایش یابد، مقدار آن پس از n سال برابر $A_0 \left(1 + \frac{r}{100}\right)^n$ می‌شود.

(ب) درصد کاهش یابد، مقدار آن پس از n سال برابر $A_0 \left(1 - \frac{r}{100}\right)^n$ می‌شود.

پاسخ تشریحی گام اول: عنصر هر ۲۰ دقیقه، $\frac{1}{9}$ جرم خود را از دست می‌دهد. پس $1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$ جرم آن باقی می‌ماند.

اگر فرض کنیم جرم اولیه عنصر، A_0 باشد، بعد از گذشت t دقیقه، جرم باقی‌مانده آن، از فرمول زیر به دست می‌آید:

$$A = A_0 \left(\frac{8}{9}\right)^{\frac{t}{20}}$$

گام دوم: بعد از t دقیقه، فقط $\frac{1}{4}$ از جرم اولیه عنصر باقی می‌ماند، پس:

$$\frac{1}{4} A_0 = A_0 \left(\frac{8}{9}\right)^{\frac{t}{20}} \Rightarrow \frac{1}{4} = \left(\frac{8}{9}\right)^{\frac{t}{20}} \xrightarrow{\log_4} -\log_4 4 = \frac{t}{20} \log_4 \frac{8}{9}$$

$$\Rightarrow -(\log_4 3 + \log_4 8) = \frac{t}{20} (\log_4 8 - \log_4 9) \Rightarrow -(\log_4 3 + \log_4 2^3) = \frac{t}{20} (\log_4 2^3 - \log_4 3^2) \Rightarrow$$

$$-(\log_4 3 + \frac{3}{2}) = \frac{t}{20} \left(\frac{3}{2} - 2 \log_4 3\right)$$

گام سوم: در معادله به دست آمده، $\log_4 3 = 0.78$ را جای‌گذاری می‌کنیم تا مقدار t به دست آید:

$$-(0.78 + 1.5) = \frac{t}{20} (1.5 - 2 \times 0.78) \Rightarrow t = \frac{-2.28 \times 20}{-0.56} = 76$$

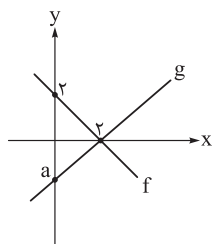


پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

تست و پاسخ ۱۱

نمودار توابع f و g به صورت روبه‌رو است. به ازای کدام مقدار a تابع $y = \frac{x(f(x) - 2g(x))}{2f(x) + g(x)}$ همانی است؟



$$y = x$$

$$\frac{-3}{4} \quad (2)$$

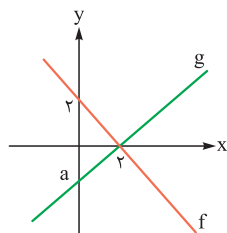
$$-\frac{4}{3} \quad (1)$$

$$\frac{-2}{3} \quad (4)$$

$$-\frac{3}{2} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی: گام اول: باتوجه به نمودار داده‌شده، ابتدا معادله خطوط f و g را پیدا می‌کنیم:



$$f(x) = -x + 2 = -(x - 2)$$

$$g(x) = \frac{-a}{2}x + a = -\frac{a}{2}(x - 2), (a < 0)$$

نکته: دقت کنید که مقدار a منفی است و شیب خط g مثبت است؛ پس ضریب x باید $\frac{-a}{2}$ باشد.

گام دوم: حالا تابع y را تشکیل می‌دهیم:

$$y = \frac{x(f(x) - 2g(x))}{2f(x) + g(x)} = \frac{x\left(-x - 2 - 2\left(\frac{-a}{2}\right)(x - 2)\right)}{-2(x - 2) - \frac{a}{2}(x - 2)} = \frac{(x - 2)(-x + ax)}{(x - 2)\left(-2 - \frac{a}{2}\right)} = \frac{(a - 1)x}{-2 - \frac{a}{2}}$$

گام سوم: تابع داده شده همانی است، پس رابطه $y = x$ برقرار است. بنابراین ضریب x باید برابر با ۱ باشد:

$$\frac{a - 1}{-2 - \frac{a}{2}} = 1 \Rightarrow a - 1 = -2 - \frac{a}{2} \Rightarrow \frac{3}{2}a = -1 \Rightarrow a = -\frac{2}{3}$$

تست و پاسخ ۱۲

تابع خطی $f(x) = ax + b$ مفروض است. اگر نمودار تابع $\frac{f}{f \circ f}$ بر نمودار وارون خود منطبق باشد، مقدار $f^{-1}(-a)$ کدام است؟

$$\frac{-1}{b} \quad (4)$$

$$\frac{1}{b} \quad (3)$$

$$b \quad (2)$$

$$-b \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۲

خود حل کنی بهتره! ابتدا $\frac{f}{f \circ f}$ را تشکیل دهید.

درس نامه •• تابع هموگرافیک $f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$ ($ad - bc \neq 0, c \neq 0$) در یک نگاه:

$$f^{-1}(x) = \frac{-dx + b}{cx - a} \quad (1)$$

(۲) اگر $c = 0$ ، تابع هموگرافیک نبوده و تبدیل به تابع خطی می‌شود.

(۳) اگر $ad - bc = 0$ باشد، صورت و مخرج ساده شده و تابع تبدیل به تابع ثابت می‌گردد.

(۴) اگر در تابع هموگرافیک $f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$ داشته باشیم: $a + d = 0$ ، آن‌گاه $f^{-1}(x) = f(x)$.

$$y = \frac{f(x)}{f(f(x))} = \frac{ax + b}{a(ax + b) + b} = \frac{\frac{A}{a}x + \frac{B}{b}}{\frac{A}{a}x + \frac{(ab + b)}{D}}$$

پاسخ تشریحی: گام اول: ابتدا تابع $\frac{f}{f \circ f}$ را تشکیل می‌دهیم:

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام دوم: تابع y ، یک تابع هموگرافیک است. نمودار این تابع زمانی بر نمودار وارون خود منطبق است که شرط زیر برقرار باشد:

$$A + D = 0 \Rightarrow a + ab + b = 0 \Rightarrow a + b = -ab (*)$$

گام سوم: وارن تابع f را پیدا می‌کنیم:

$$y = ax + b \Rightarrow ax = y - b \Rightarrow x = \frac{y - b}{a} \xrightarrow[\text{عوض می‌کنیم}]{\text{جای } x, y \text{ را}} f^{-1}(x) = \frac{x - b}{a}$$

گام چهارم: حالا مقدار $f^{-1}(-a)$ را به دست می‌آوریم:

$$f^{-1}(a) = \frac{-a - b}{a} = \frac{-ab}{a} = b$$

تست و پاسخ ۱۳

فرض کنید $f(x) = a + \sqrt{2a - 3 - x}$ باشد. اگر معادله $f^{-1} \circ f(x) = f \circ f^{-1}(x)$ دقیقاً یک ریشه داشته باشد، مقدار $f^{-1}(6)$ کدام است؟

- (۱) -۸ (۲) -۹ (۳) -۴ (۴) -۶

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره سؤال مهم مشابه سؤال‌های کنکور که نشان می‌دهد برای حل سؤال‌های تابع وارون نباید فقط به عددگذاری اکتفا کنید.

این سؤال اول باید بازه مناسب را پیدا کنید.

درس نامه • نکات تابع وارون f

(۱) اگر f در بازه‌های یک‌به‌یک باشد، در این بازه وارون پذیر است.

(۲) $D_{f^{-1}} = R_f$ (دامنه تابع وارون برابر برد تابع است) و $R_{f^{-1}} = D_f$.

(۳) برای پیدا کردن ضابطه f^{-1} ، x را بر حسب y پیدا کرده و جای y و x را عوض می‌کنیم.

(۴) اگر $(a, b) \in f$ ، آن‌گاه $(b, a) \in f^{-1}$. به زبان دیگر اگر $f(a) = b$ ، آن‌گاه $f^{-1}(b) = a$.

از این نکته برای رد گزینه نیز می‌توانیم استفاده کنیم. اگر نقطه (a, b) روی تابع باشد، (b, a) باید روی f^{-1} باشد.

(۵) برای پیدا کردن $f^{-1}(a)$ کافی است معادله $f(x) = a$ را حل کنیم.

پاسخ تشریحی گام اول: از آنجایی که معادله $f^{-1} \circ f(x) = f \circ f^{-1}(x)$ فقط یک ریشه دارد، نتیجه می‌گیریم که به ازای ریشه معادله، D_f با

R_f برابر است؛ زیرا:

$$D_{f^{-1} \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_{f^{-1}}\} = \{x \in D_f \mid f(x) \in R_f\}$$

$$D_{f \circ f^{-1}} = \{x \in D_{f^{-1}} \mid f^{-1}(x) \in D_f\} = \{x \in R_f \mid f^{-1}(x) \in D_f\} \Rightarrow x \in D_f, x \in R_f \text{ ریشه معادله است.}$$

گام دوم: برد و دامنه تابع f را تعیین می‌کنیم:

$$f(x) = a + \sqrt{2a - 3 - x}$$

$$\text{دامنه: } 2a - 3 - x \geq 0 \Rightarrow x \leq 2a - 3 \Rightarrow D_f = (-\infty, 2a - 3]$$

$$\text{برد: } \sqrt{2a - 3 - x} \geq 0 \Rightarrow a + \sqrt{2a - 3 - x} \geq a \Rightarrow R_f = [a, +\infty)$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

گام سوم: از آنجایی که در معادله داده شده، به ازای ریشه معادله، D_f با R_f برابر است و این معادله فقط یک ریشه دارد، در نتیجه، نقاط مرزی با هم برابر می‌شوند:

$$2a - 3 = a \Rightarrow a = 3$$

پس $f(x) = 3 + \sqrt{3-x}$ می‌شود.

گام چهارم: حالا مقدار $f^{-1}(-6)$ را مطابق مورد ۵ درس‌نامه پیدا می‌کنیم:

$$f^{-1}(6) = t \Rightarrow 6 = f(t) = 3 + \sqrt{3-t} \Rightarrow 3 = \sqrt{3-t} \Rightarrow 9 = 3-t \Rightarrow t = -6$$

پس $f^{-1}(6) = -6$ می‌شود.

تست و پاسخ ۱۴

اگر $\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{1}{\cos^2 x} = \frac{3}{2}$ ، مقدار $\cos 4x$ چه عددی است؟

$$\frac{-7}{9} \quad (4) \qquad \frac{8}{9} \quad (3) \qquad \frac{2}{9} \quad (2) \qquad -\frac{2}{9} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره مسلط بودن به اتحادهای مثلثاتی، در حل معادله‌های مثلثاتی مهم است. حتماً بر روی اتحادهای مثلثاتی زیاد تمرین حل کنید.

درس‌نامه فرمول‌های دو برابر کمان

$$1) \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}$$

$$2) \left\{ \begin{array}{l} \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2} \\ \cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha \Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{فرمول‌های توان‌شکن (طلایی)}$$

$$\cos 2\alpha = \frac{1 - \tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}$$

پاسخ تشریحی گام اول: در معادله داده شده، مخرج مشترک می‌گیریم:

$$\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{1}{\cos^2 x} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{(\sin x \cos x)^2} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{\cos 2x}{\left(\frac{1}{2} \sin 2x\right)^2} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{\cos 2x}{\sin^2 2x} = \frac{3}{8} \Rightarrow \cos 2x = \frac{3}{8} \sin^2 2x$$

گام دوم: حالا از اتحاد $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ استفاده می‌کنیم و به جای $\sin^2 2x$ ، جای گذاری می‌کنیم:

$$\cos 2x = \frac{3}{8} (1 - \cos^2 2x) \Rightarrow 8 \cos 2x = 3 - 3 \cos^2 2x \Rightarrow$$

$$3 \underbrace{\cos^2 2x}_t + 8 \underbrace{\cos 2x}_t - 3 = 0 \Rightarrow 3t^2 + 8t - 3 = 0 \Rightarrow \Delta = 64 + 36 = 100$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} t = \cos 2x = \frac{-8 + 10}{6} = \frac{1}{3} \\ t = \cos 2x = \frac{-8 - 10}{6} = -3 \end{array} \right.$$

غرق چون $1 \leq \cos < -1$ است.

گام سوم: حالا مقدار $\cos 4x$ را پیدا می‌کنیم:

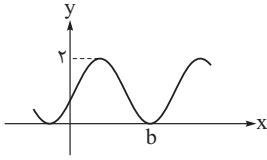
$$\cos 4x = 2 \cos^2 2x - 1 = 2 \left(\frac{1}{3}\right)^2 - 1 = \frac{2}{9} - 1 = \frac{-7}{9}$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۱۵

بخشی از نمودار تابع $f(x) = a - \sin\left(\frac{3\pi}{4} + x\right)$ در شکل زیر رسم شده است. مقدار ab کدام است؟



$$\frac{5\pi}{4} \quad (2)$$

$$\frac{3\pi}{4} \quad (1)$$

$$\frac{7\pi}{4} \quad (4)$$

$$\frac{7\pi}{2} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۴

درس نامه ●● به دست آوردن ضرایب مجهول در توابع به فرم $y = a \sin(bx) + c$ یا $y = a \cos(bx) + c$

گام	چی کار می کنیم؟	توضیح
۱	ساده کردن	اگر ضابطه ساده می شود، حتماً ساده می کنیم، مثلاً جای $4 \sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right)$ می نویسیم $4 \cos x$.
۲	دوره تناوب	اگر از روی شکل دوره تناوب معلوم بود، $\frac{2\pi}{ b }$ را با آن برابر قرار می دهیم تا b به دست آید.
۳	min و max	اگر مقدار min و max روی نمودار معلوم بود، از معادلات $\max = a + c$ و $\min = - a + c$ مقدار $ a $ و c را حساب می کنیم.
۴	نقطه کمکی	اگر مختصات نقطه‌ای از نمودار معلوم بود، آن را در ضابطه جایگذاری می کنیم تا یک معادله به ما بدهد.
۵	علامت a و b	برای تعیین علامت a و b از جدول زیر استفاده می کنیم.

● پیداکردن علامت a و b در توابع $y = a \sin(bx) + c$ و $y = a \cos(bx) + c$

نمودار کسینوسی		نمودار سینوسی		شکل نمودار در سمت راست محور y ها
صعودی یا مثل $-\cos x$	نزولی یا مثل $\cos x$	نزولی یا مثل $-\sin x$	صعودی یا مثل $\sin x$	شبيهه به ...
$a < 0$	$a > 0$	ناهم علامت‌اند ($ab < 0$)	هم‌علامت‌اند ($ab > 0$)	علامت a و b

پاسخ تشریحی گام اول: حداکثر مقدار تابع برابر با ۲ است؛ پس داریم:

$$-1 \leq \sin\left(\frac{3\pi}{4} + x\right) \leq 1 \Rightarrow -1 \leq -\sin\left(\frac{3\pi}{4} + x\right) \leq 1 \Rightarrow a - 1 \leq a - \sin\left(\frac{3\pi}{4} + x\right) \leq \underbrace{a}_{\max} \Rightarrow a + 1 = 2 \Rightarrow a = 1$$

پس: $f(x) = 1 - \sin\left(\frac{3\pi}{4} + x\right)$ است.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

گام دوم: نقطهٔ مینیمم تابع f روی محور X ها است و اولین نقطهٔ مثبت است که حداقل مقدار تابع در آن رخ می‌دهد؛ پس داریم:

$$f(x) = 0 \Rightarrow \sin\left(\frac{3\pi}{4} + x\right) = 1 \Rightarrow \frac{3\pi}{4} + x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = 2k\pi - \frac{\pi}{4}$$

$$\xrightarrow{b > 0} k = 1 \Rightarrow b = 2\pi - \frac{\pi}{4} = \frac{7\pi}{4}$$

گام سوم: حاصل ab برابر با $\frac{7\pi}{4}$ می‌شود.

تست و پاسخ ۱۶

مقدار $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{\sqrt{x}-2}+1}{\sqrt{\sqrt{x}+3}-2}$ چه عددی است؟

$$-\frac{1}{3} \quad (4)$$

$$\frac{1}{9} \quad (3)$$

$$\frac{4}{9} \quad (2)$$

$$-\frac{4}{3} \quad (1)$$

پاسخ: گزینهٔ ۲

مشاوره در به دست آوردن حد توابع در یک نقطه، ابتدا مقدار X را در تابع جایگذاری کنید تا متوجه شوید حد از کدام نوع است. مثلاً در این سؤال با جای‌گذاری $X = 1$ در تابع، حاصل حد به صورت $\frac{0}{0}$ می‌شود که باید رفع ابهام شود. سپس سعی کنید به روش‌های مختلف اتحادها، عامل صفرکننده را از صورت و مخرج حذف کنید و سپس حاصل حد را به دست آورید.

پاسخ تشریحی گام اول: به ازای $X \rightarrow 1$ ، حاصل حد $\frac{0}{0}$ است؛ پس باید رفع ابهام کنیم. از اتحادها استفاده می‌کنیم. اول مخرج را ساده می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{\sqrt{x}-2}+1}{\sqrt{\sqrt{x}+3}-2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt[3]{\sqrt{x}-2}+1)(\sqrt{\sqrt{x}+3}+2)}{(\sqrt{\sqrt{x}+3}-2)(\sqrt{\sqrt{x}+3}+2)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt[3]{\sqrt{x}-2}+1) \times 4}{(\sqrt{x}+3-4)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4(\sqrt[3]{\sqrt{x}-2}+1)}{(\sqrt{x}-1)}$$

گام دوم: حالا برای ساده کردن صورت کسر، آن را در عبارت چاق ضرب می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4(\sqrt[3]{\sqrt{x}-2}+1)(\sqrt[3]{(\sqrt{x}-2)^2} - \sqrt[3]{\sqrt{x}-2}+1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt[3]{(\sqrt{x}-2)^2} - \sqrt[3]{\sqrt{x}-2}+1)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4(\sqrt[3]{\sqrt{x}-2}+1)}{3(\sqrt{x}-1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4(\sqrt[3]{\sqrt{x}-1})}{3(\sqrt{x}-1)}$$

گام سوم: دوباره صورت را در عبارت چاق و مخرج را در عبارت مزدوج آن ضرب می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4(\sqrt[3]{\sqrt{x}-1})}{3(\sqrt{x}-1)} \times \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1} \times \frac{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x}+1}{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x}+1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{x-1}{x-1} = \frac{8}{9}$$

تست و پاسخ ۱۷

اگر b عددی حقیقی و $\lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{\sqrt{a+\cos x}}{\sin 2x} = b$ ، مقدار $\sqrt{2}ab$ کدام است؟

$$-2 \quad (4)$$

$$-\frac{1}{3} \quad (3)$$

$$\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$2 \quad (1)$$

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



مشاوره مشابه این تیپ سؤال‌ها در کنکور بسیار تکرارپذیر است. روی رفع ابهام حدهای \circ مسلط باشید.

پاسخ تشریحی گام اول: به ازای $x = \pi$ ، مخرج عبارت داده شده صفر می‌شود و از آن جایی که حاصل حد، عدد حقیقی b است، به ازای

$x = \pi$ ، صورت نیز باید صفر باشد:

$$\sqrt{a + \cos \pi} = 0 \Rightarrow a = 1$$

گام دوم: حد را بازنویسی می‌کنیم.

$$\lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{\sqrt{1 + \cos x}}{\sin 2x} = \lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{\sqrt{2 \cos^2 \frac{x}{2}}}{2 \sin x \cos x} = \lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{\sqrt{2} |\cos \frac{x}{2}|}{2 \sin x \cos x} \xrightarrow{\text{تعیین علامت } (\cos \frac{x}{2}) \text{ با توجه به } x \rightarrow \pi^+} \lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{-\sqrt{2} \cos \frac{x}{2}}{2 \sin x (-1)} = \lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{\sqrt{2} \cos \frac{x}{2}}{2 \times 2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

گام سوم: مقدار $ab\sqrt{2} = 1 \times \frac{\sqrt{2}}{4} \times \sqrt{2} = \frac{1}{4}$ به دست می‌آید.

تست و پاسخ ۱۸

تابع $f(x) = [x] - x + a \cos(\frac{\pi[x]}{4})$ در بازه $(1, 4)$ پیوسته است؛ مقدار a کدام است؟

(۴) a یافت نمی‌شود.

(۳) $a = \pm 1$

(۲) $a = -1$

(۱) $a = 1$

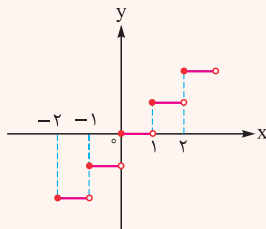
پاسخ: گزینه ۲

مشاوره از پیوستگی حتماً یک سؤال در کنکور می‌آید که با بررسی تیپ‌های سال‌های قبل، می‌توانید بر روی آن مسلط شوید.

خودت حل کنی بهتره پیوستگی تابع را در نقاط صحیح بازه داده شده، بررسی کنید.

درس نامه ●● بررسی پیوستگی تابع‌های براکتی

نمودار تابع $y = [x]$ به صورت مقابل است:



این تابع در نقاط صحیح (x صحیح) ناپیوسته و در نقاط دیگر پیوسته است.

نکات

۱) تابع‌های $y = [ax + b]$ در نقاطی که داخل براکت عددی صحیح شود، ناپیوسته و در سایر نقاط پیوسته است. برای پیدا کردن نقاطی

که $ax + b$ صحیح می‌شود، $ax + b = k$ (که $k \in \mathbb{Z}$) قرار می‌دهیم:

$$ax + b = k \Rightarrow x = \frac{k - b}{a} \Rightarrow \text{به جای } k \text{ اعداد صحیح قرار می‌دهیم.}$$

۲) تابع‌های $y = [\sqrt{ax + b}]$ در نقاطی که داخل براکت عددی صحیح شود، ناپیوسته و در سایر نقاط پیوسته است.

۳) تابع‌های $y = [ax^2]$ (که $a > 0$) و $y = [\sin x]$ و $y = [\cos x]$ در نقاطی که داخل براکت صحیح شود، ناپیوسته هستند، اما اگر

این نقطه یک نقطه \min تابع درون براکت باشد، تابع در آن نقطه پیوسته است.

مثلاً درست است که درون براکت در تابع $y = [x^2]$ به ازای $x = 0$ صحیح می‌شود ولی چون این نقطه یک نقطه \min تابع $y = x^2$

است، تابع $y = [x^2]$ در آن نقطه پیوسته می‌شود یا تابع $y = [\sin x]$ در $x = \frac{3\pi}{4}$ پیوسته است، چون تابع $y = \sin x$ در این

نقطه \min دارد.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

پاسخ تشریحی گام اول: تابع جزء صحیح در نقاط صحیح، ناپیوسته است. پس برای اینکه تابع f در بازه $(1, 4)$ پیوسته باشد، باید در نقاط صحیح، پیوسته باشد. باید پیوستگی تابع f را در نقاط $x=2$ و $x=3$ (اعداد صحیح در بازه $(1, 4)$) بررسی کنیم.

گام دوم: ابتدا پیوستگی را در نقطه $x=2$ بررسی می‌کنیم:

$$f(x) = [x] - x + a \cos\left(\pi \frac{[x]}{2}\right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = f(2) = 2 - 2 + a \cos \frac{2\pi}{2} = -a$$

در $x=2$ پیوسته است. $\rightarrow a=1$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 1 - 2 + a \cos \frac{\pi}{2} = -1$$

گام سوم: پیوستگی را در نقطه $x=3$ بررسی می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = f(3) = 3 - 3 + a \cos \frac{3\pi}{2} = 0$$

در $x=3$ پیوسته است. $\rightarrow -a - 1 = 0 \Rightarrow a = -1$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = 2 - 3 + a \cos \frac{2\pi}{2} = -1 - a$$

گام چهارم: باید مقداری که در گام دوم و سوم به دست می‌آید، یکسان باشد (که نیست!) پس مقداری برای a یافت نمی‌شود که به ازای آن، تابع f در بازه داده‌شده، پیوسته باشد.

آمار و احتمال: صفحه‌های ۱ تا ۱۲۷، ریاضی (۱): صفحه‌های ۱ تا ۱۳ و ۱۱۸ تا ۱۷۰

تست و پاسخ ۱۹

ارزش کدام گزاره، درست است؟

- (۱) مربع هر عدد حقیقی، عددی مثبت است.
 (۲) مجموع سه عددی متوالی بر عدد ۳ بخش پذیر است.
 (۳) حافظ، بهترین شاعر دنیاست.
 (۴) تهران، اصفهان و شیراز شهرهای زیبایی هستند.

پاسخ: گزینه ۲

درس نامه ● گزاره: جمله‌ای خبری است که در حال حاضر یا آینده، ارزشی به وضوح درست یا نادرست داشته باشد.

نکات ۱) جمله‌های خبری که ارزش آن‌ها به وضوح مشخص نیست، گزاره نیستند.

۲) جمله‌های امری، پرسشی و عاطفی گزاره نیستند.

پاسخ تشریحی هر چهار گزینه را بررسی می‌کنیم:

- ۱) ارزش گزاره «مربع هر عدد حقیقی، عددی مثبت است.» نادرست است چون $x=0$ عددی حقیقی است و $x^2=0$ عددی مثبت نیست.
 ۲) ارزش گزاره «مجموع سه عدد متوالی بر عدد ۳ بخش پذیر است» درست است. سه عدد $a, a+1, a+2$ متوالی هستند داریم:
 مجموع سه عدد متوالی بر ۳ بخش پذیر است. $\Rightarrow (a+1) + a + a = 3a + 3 = 3(a+1)$
 ۳) بهترین شاعر از نظر آدم‌ها متفاوت است، پس گزاره نیست.
 ۴) طبق درس‌نامه این گزینه هم اصلاً گزاره نیست.

تست و پاسخ ۲۰

در چند زیرمجموعه از مجموعه $A = \{x \in \mathbb{N} \mid \frac{1}{x} > 0/1\}$ ، اختلاف کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین عضو آن کم‌تر از ۵ نیست؟

۶۲۴ (۴)

۴۱۶ (۳)

۳۱۲ (۲)

۲۰۸ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

- درس نامه** ● ۱) تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه n عضوی برابر است با: 2^n
 ۲) تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه n عضوی که شامل k عضو خاص از آن باشند، برابر است با: 2^{n-k}
 ۳) تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه n عضوی که فاقد t عضو خاص از آن باشند، برابر است با: 2^{n-t}
 ۴) تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه n عضوی که شامل k عضو خاص و فاقد t عضو خاص از آن باشند، برابر است با: 2^{n-k-t}

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام اول: ابتدا اعضای A را مشخص می‌کنیم. اعضای A اعداد طبیعی مثل x هستند که $\frac{1}{x} > 0/1$ است:

$$\frac{1}{x} > 0/1 \Rightarrow \frac{1}{x} > \frac{1}{10} \xrightarrow{\text{معکوس}} x < 10 \xrightarrow{x \in \mathbb{N}} x = 1, 2, 3, \dots, 9$$

$$A = \{1, 2, 3, \dots, 9\}$$

پس:

گام دوم: زیرمجموعه‌هایی از A را می‌خواهیم که اختلاف کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین عضو آن‌ها کم‌تر از ۵ نیست. برحسب بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین عضو حالت بندی می‌کنیم:

حالت اول: اگر کوچک‌ترین عضو ۱ و بزرگ‌ترین عضو ۶ باشد، تعداد زیرمجموعه‌هایی از A را می‌خواهیم که شامل ۱ و ۶ باشند (چون بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین عضوهای آن هستند) و فاقد ۷، ۸، ۹ (فوب بین آن‌ها یا ۷ یا ۸ یا ۹ نوی زیرمجموعه باشد، دیگر بزرگ‌ترین عضو ۶ نیست). یعنی زیرمجموعه‌هایی از یک مجموعه ۹ عضوی که شامل ۲ عضو خاص و فاقد ۳ عضو خاص هستند که برابر $2^4 = 2^{9-2-3}$ تا می‌شود.

این جوری هم بین: کوچک‌ترین عضو ۱ و بزرگ‌ترین عضو ۶ است، پس هر کدام از اعداد ۲، ۳، ۴ و ۵ دو حالت دارند که در این زیرمجموعه باشند یا نباشند که طبق اصل ضرب برابر است با:

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4 = 16$$

۵ باشد یا نه ۴ باشد یا نه ۳ باشد یا نه عضو ۲ در

زیرمجموعه
باشد یا نباشد.

حالت دوم: کوچک‌ترین عضو ۱ و بزرگ‌ترین عضو ۷ باشد که مشابه بالا داریم:

$$\{1, \dots, 7\} \xrightarrow{\text{هر کدام از اعداد ۲ تا ۶ می‌توانند در زیرمجموعه باشند یا نباشند.}} 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5 = 32$$

۶ باشد یا نه ۵ باشد یا نه ۴ باشد یا نه ۳ باشد یا نه ۲ باشد یا نه

حالت سوم: کوچک‌ترین عضو ۱ و بزرگ‌ترین عضو ۸ باشد:

$$\{1, \dots, 8\} \xrightarrow{\text{هر کدام از اعداد ۲ تا ۷ می‌توانند در زیرمجموعه باشند یا نباشند.}} 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^6 = 64$$

حالت چهارم: کوچک‌ترین عضو ۱ و بزرگ‌ترین عضو ۹ باشد:

$$\{1, \dots, 9\} \xrightarrow{\text{هر کدام از اعداد ۲ تا ۸ می‌توانند در زیرمجموعه باشند یا نباشند.}} 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^7 = 128$$

حالت پنجم: کوچک‌ترین عضو ۲ و بزرگ‌ترین عضو ۷ باشد:

$$\{2, \dots, 7\} \xrightarrow{\text{هر کدام از اعداد ۳ تا ۶ می‌توانند در زیرمجموعه باشند یا نباشند.}} 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4 = 16$$

حالت ششم: کوچک‌ترین عضو ۲ و بزرگ‌ترین عضو ۸ باشد:

$$\{2, \dots, 8\} \xrightarrow{\text{هر کدام از اعداد ۳ تا ۷ می‌توانند در زیرمجموعه باشند یا نباشند.}} 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5 = 32$$

حالت هفتم: کوچک‌ترین عضو ۲ و بزرگ‌ترین عضو ۹ باشد:

$$\{2, \dots, 9\} \xrightarrow{\text{هر کدام از اعداد ۳ تا ۸ می‌توانند در زیرمجموعه باشند یا نباشند.}} 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^6 = 64$$

حالت هشتم: کوچک‌ترین عضو ۳ و بزرگ‌ترین عضو ۸ باشد:

$$\{3, \dots, 8\} \xrightarrow{\text{هر کدام از اعداد ۴ تا ۷ می‌توانند در زیرمجموعه باشند یا نباشند.}} 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4 = 16$$

حالت نهم: کوچک‌ترین عضو ۳ و بزرگ‌ترین عضو ۹ باشد:

$$\{3, \dots, 9\} \xrightarrow{\text{هر کدام از اعداد ۴ تا ۸ می‌توانند در زیرمجموعه باشند یا نباشند.}} 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5 = 32$$

حالت دهم: کوچک‌ترین عضو ۴ و بزرگ‌ترین عضو ۹ باشد:

$$\{4, \dots, 9\} \xrightarrow{\text{هر کدام از اعداد ۵ تا ۸ می‌توانند در زیرمجموعه باشند یا نباشند.}} 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4 = 16$$

$$16 + 32 + 64 + 128 + 16 + 32 + 64 + 16 + 32 + 16 = 416$$

گام سوم: بنابراین طبق اصل جمع جواب برابر است با:

تست و پاسخ ۲۱

چه قدر احتمال دارد گزاره $(r \vee s) \Rightarrow (p \vee q)$ ، یک گزاره با ارزش درست باشد؟

$$\frac{7}{16} \quad (4)$$

$$\frac{9}{16} \quad (3)$$

$$\frac{11}{16} \quad (2)$$

$$\frac{13}{16} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره در کنکورهای چند سال اخیر، بسیاری از سوالات نظریه اعداد، گراف، جبر گزاره‌ها و ... با احتمال ترکیب شده‌اند، پس لازم است نگاه ویژه‌ای به سوالات ترکیب شده با احتمال داشته باشیم.



درس نامه •• جبر گزاره‌ها

۱) نقیض یک گزاره: نقیض گزاره p را با $\sim p$ نمایش می‌دهیم و آن را «چنین نیست که p » می‌خوانیم.

P	$\sim P$
د	ن
ن	د

نکات ۱) اگر ارزش p درست باشد، ارزش $\sim p$ نادرست است و برعکس:

۲) ارزش نقیض نقیض یک گزاره، با ارزش خود گزاره یکسان است:

$$\sim(\sim p) \equiv p$$

۲) ترکیب‌های فصلی و عطفی دو گزاره: اگر دو گزاره را با حرف ربط «یا» به هم مرتبط کنیم، ترکیب فصلی دو گزاره به وجود می‌آید که آن را می‌خوانیم « p یا q » و می‌نویسیم « $p \vee q$ ».

اگر دو گزاره را با حرف ربط «و» به هم مرتبط کنیم، ترکیب عطفی دو گزاره به وجود می‌آید که آن را می‌خوانیم « p و q » و می‌نویسیم « $p \wedge q$ ».

نکته ارزش $p \vee q$ زمانی درست است که ارزش دست کم یکی از دو گزاره p یا q درست باشد و ارزش $p \wedge q$ زمانی درست است که ارزش هر دو گزاره p و q درست باشد:

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$
د	د	د	د
د	ن	ن	د
ن	د	ن	د
ن	ن	ن	ن

۳) ترکیب شرطی دو گزاره: به گزاره $p \Rightarrow q$ ترکیب شرطی دو گزاره می‌گوییم و آن را به صورت «اگر p آن‌گاه q » می‌خوانیم. ارزش یک گزاره شرطی تنها در حالتی نادرست است که p درست و q نادرست باشد:

p	q	$p \Rightarrow q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	د
ن	ن	د

نکات ۱) در ترکیب شرطی $p \Rightarrow q$ ، به p «مقدم» و به q «تالی» یا «حکم» می‌گوییم.

۲) گزاره شرطی $p \Rightarrow q$ را به دو صورت زیر نیز می‌خوانیم:

p شرط کافی است برای q

q شرط لازم است برای p

۳) اگر $p \Rightarrow q$ یک گزاره شرطی باشد:

به $p \Rightarrow q$ عکس گزاره شرطی می‌گوییم:

به $\sim p \Rightarrow \sim q$ عکس نقیض یک گزاره شرطی می‌گوییم (که با $p \Rightarrow q$ هم‌ارزش است، یعنی $p \Rightarrow q \equiv \sim q \Rightarrow \sim p$);

و به $(q \Rightarrow p)$ نقیض عکس یک گزاره شرطی می‌گوییم.

۴) انتفای مقدم: در گزاره شرطی $p \Rightarrow q$ ، اگر p یا «مقدم» نادرست باشد، گزاره به انتفای مقدم درست است:

$$p \equiv F \xrightarrow{\text{در این صورت}} p \Rightarrow q \equiv T$$

۵) درست‌بودن (صحت) تالی: در گزاره شرطی $p \Rightarrow q$ ، اگر q یا «تالی» درست باشد، $p \Rightarrow q$ همواره درست است:

$$q \equiv T \xrightarrow{\text{در این صورت}} p \Rightarrow q \equiv T$$

۴) ترکیب دو شرطی: اگر دو گزاره شرطی $p \Rightarrow q$ و $q \Rightarrow p$ را با ترکیب عطفی « \wedge » به هم مرتبط کنیم، ترکیب دو شرطی $p \Leftrightarrow q$ به دست می‌آید که آن را به صورت « p اگر و تنها اگر q » یا « p شرط لازم و کافی برای q است» می‌خوانیم.

p	q	$p \Leftrightarrow q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	ن
ن	ن	د

نکات ۱) ارزش $p \Leftrightarrow q$ فقط در حالتی درست است که p و q هم‌ارزش باشند:

۲) نقیض $p \Leftrightarrow q$ را به یکی از صورت‌های زیر می‌توان نوشت:

$$\sim(p \Leftrightarrow q) \equiv \sim p \Leftrightarrow q \quad \sim(p \Leftrightarrow q) \equiv p \Leftrightarrow \sim q$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



۲ ترکیب دو شرطی یک گزاره با خودش همواره درست و ترکیب دو شرطی یک گزاره با نقیضش همواره نادرست است:

$$p \Leftrightarrow p \equiv T \quad p \Leftrightarrow \sim p \equiv F$$

هم‌ارزی‌های منطقی:

$$p \vee q \equiv q \vee p, \quad p \wedge q \equiv q \wedge p$$

(۱) جابه‌جایی

$$(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r), \quad (p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$$

(۲) شرکت‌پذیری

$$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r), \quad p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$$

(۳) توزیع‌پذیری

$$\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q, \quad \sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$$

(۴) دمورگان

$$p \wedge (p \vee q) \equiv p, \quad p \vee (p \wedge q) \equiv p$$

(۵) جذب

$$p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$$

$$p \Leftrightarrow q \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p) \equiv (\sim p \wedge \sim q) \vee (p \wedge q)$$

پاسخ تشریحی روش اول: گام اول: جدول ارزش گزاره $(p \vee q) \Rightarrow (r \vee s)$ را رسم می‌کنیم:

p	q	r	s	$p \vee q$	$r \vee s$	$(p \vee q) \Rightarrow (r \vee s)$
T	T	T	T	T	T	T
T	T	T	F	T	T	T
T	T	F	T	T	T	T
T	T	F	F	T	F	F
T	F	T	T	T	T	T
T	F	T	F	T	T	T
T	F	F	T	T	T	T
T	F	F	F	T	F	F
F	T	T	T	T	T	T
F	T	T	F	T	T	T
F	T	F	T	T	T	T
F	T	F	F	T	F	F
F	F	T	T	F	T	T
F	F	T	F	F	T	T
F	F	F	T	F	T	T
F	F	F	F	F	F	T

گام دوم: همان‌طور که می‌بینید، گزاره $(p \vee q) \Rightarrow (r \vee s)$ ، ۱۶ حالت دارد که در ۱۳ حالت ارزش آن درست است، پس احتمال این که این گزاره درست باشد، برابر $\frac{13}{16}$ می‌شود.

روش دوم: گام اول: می‌دانیم جدول ارزش گزاره n گزاره، 2^n حالت (سطر) دارد، حالا در این جا چهار گزاره p, q, r, s را داریم پس جدول ارزش آن‌ها $2^4 = 16$ حالت دارد.

گام دوم: از اصل متمم کمک می‌گیریم. تعداد حالاتی را می‌شماریم که گزاره $(p \vee q) \Rightarrow (r \vee s)$ نادرست باشد. این گزاره در حالتی نادرست می‌شود که $p \vee q$ درست و $r \vee s$ نادرست باشد.

گام سوم: $p \vee q$ در ۳ حالت $((p \equiv T, q \equiv T))$ یا $(p \equiv T, q \equiv F)$ یا $(p \equiv F, q \equiv T)$ درست و $r \vee s$ در ۱ حالت $(s \equiv F, r \equiv F)$ نادرست است، پس گزاره $(p \vee q) \Rightarrow (r \vee s)$ در $3 \times 1 = 3$ حالت نادرست می‌شود، بنابراین طبق اصل متمم ارزش این گزاره در $16 - 3 = 13$

حالت درست می‌شود که احتمال آن برابر است با: $\frac{13}{16}$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

تست و پاسخ ۲۲

هفت نفر با نام‌های A_1, A_2, \dots, A_7 می‌خواهند در یک رقابت به ترتیب تیراندازی کنند. چه قدر احتمال دارد بین A_1 و A_7 دقیقاً دو نفر تیراندازی کنند؟

$$\frac{2}{7} \text{ (۴)} \quad \frac{5}{21} \text{ (۳)} \quad \frac{4}{21} \text{ (۲)} \quad \frac{1}{7} \text{ (۱)}$$

پاسخ: گزینه ۲

درس نامه ●● (۱) تعداد جایگشت‌های n شیء متمایز برابر است با: $n!$

(۲) اگر تعداد جایگشت‌های n شیء را بخواهیم به طوری که k شیء از آن‌ها کنار هم باشند، کافی است آن k شیء را درون یک بسته و هر شیء دیگر را نیز درون یک بسته قرار دهیم و سپس جایگشت بسته‌ها را بشماریم. دقت کنید که باید جایگشت اشیاء درون هر بسته را نیز بشماریم.

(۳) تعداد حالت‌های انتخاب k شیء از بین n شیء متمایز به طوری که جایگشت اشیای انتخاب شده مهم نباشد، برابر است با:

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

پاسخ تشریحی

گام اول: تعداد کل جایگشت‌های ۷ نفر برابر است با $7!$ ، پس $n(S) = 7!$ می‌شود.

گام دوم: برای شمارش تعداد حالات مطلوب، اول ۲ نفر از ۵ نفر A_3, A_4, A_5, A_6, A_7 را به $10 = \binom{5}{2}$ حالت انتخاب می‌کنیم. (مثلاً A_3 و A_4) این دو نفر را بین A_1 و A_7 قرار می‌دهیم.

گام سوم: حالا این ۴ نفر را درون یک بسته و هر کدام از مابقی افراد دیگر را درون یک بسته دیگر قرار می‌دهیم:

$$(A_1 \ A_3 \ A_4 \ A_7) \ (A_5) \ (A_6) \ (A_2)$$

گام چهارم: این چهار بسته ۴ جایگشت دارند. به علاوه خود A_3 و A_4 هم ۲ جایگشت دارند. $2!$ جایگشت دارند (مواستون باشد که

$$n(A) = \binom{5}{2} \times 4! \times 2! \times 2! \quad \text{پس تعداد حالات مطلوب برابر است با:}$$

گام پنجم: بنابراین احتمال این که دو نفر بین A_1 و A_7 باشند برابر است با:

$$\frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{5}{2} \times 4! \times 2! \times 2!}{7!} = \frac{10 \times 1 \times 2 \times 2}{7 \times 6 \times 5} = \frac{4}{21}$$

تست و پاسخ ۲۳

اگر $A_n = \{m \in \mathbb{Z} \mid (m \geq -n) \wedge (2^m \leq n)\}$ و $B_i = (3-i, 2i+5]$ و $i \in \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ و n احتمال آن که مجموع طول پاره‌خط‌های

نمودار $A_n \times B_i$ بیشتر از ۲۰۰ باشد، کدام است؟

$$\bullet / 25 \text{ (۱)} \quad \bullet / 28 \text{ (۲)} \quad \bullet / 31 \text{ (۳)} \quad \bullet / 34 \text{ (۴)}$$

پاسخ: گزینه ۳

گام اول: ابتدا دقت کنید که:

$$B_1 = (3-1, 2 \times 1 + 5] = (2, 7] \xrightarrow{\text{طول}} 5$$

$$B_2 = (3-2, 2 \times 2 + 5] = (1, 9] \xrightarrow{\text{طول}} 8$$

$$B_3 = (3-3, 2 \times 3 + 5] = (0, 11] \xrightarrow{\text{طول}} 11$$

$$B_4 = (3-4, 2 \times 4 + 5] = (-1, 13] \xrightarrow{\text{طول}} 14$$

$$B_5 = (3-5, 2 \times 5 + 5] = (-2, 15] \xrightarrow{\text{طول}} 17$$

$$B_6 = (3-6, 2 \times 6 + 5] = (-3, 17] \xrightarrow{\text{طول}} 20$$

$$B_7 = (3-7, 2 \times 7 + 5] = (-4, 19] \xrightarrow{\text{طول}} 23$$

$$B_8 = (3-8, 2 \times 8 + 5] = (-5, 21] \xrightarrow{\text{طول}} 26$$

$$B_9 = (3-9, 2 \times 9 + 5] = (-6, 23] \xrightarrow{\text{طول}} 29$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



$$B_1 = (3 - 1, 2 \times 10 + 5] = (-7, 25] \xrightarrow{\text{طول}} 32$$

$$A_1 = \{m \in \mathbb{Z} \mid (m \geq -1) \wedge \underbrace{(2^m \leq 1)}_{m \leq 0}\} = \{-1, 0\}$$

$$A_2 = \{m \in \mathbb{Z} \mid (m \geq -2) \wedge \underbrace{(2^m \leq 2)}_{m \leq 1}\} = \{-2, -1, 0, 1\}$$

$$A_3 = \{m \in \mathbb{Z} \mid (m \geq -3) \wedge \underbrace{(2^m \leq 3)}_{m \leq 1}\} = \{-3, -2, -1, 0, 1\}$$

$$A_4 = \{m \in \mathbb{Z} \mid (m \geq -4) \wedge \underbrace{(2^m \leq 4)}_{m \leq 2}\} = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2\}$$

$$A_5 = \{-5, -4, \dots, 2\}$$

$$A_6 = \{-6, -5, \dots, 2\}$$

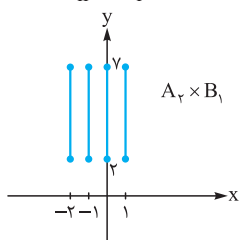
$$A_7 = \{-7, -6, \dots, 2\}$$

$$A_8 = \{-8, -7, \dots, 3\}$$

$$A_9 = \{-9, -8, \dots, 3\}$$

$$A_{10} = \{-10, -9, \dots, 3\}$$

گام دوم: حالا دقت کنید اگر طول بازه B_i برابر k و تعداد اعضای مجموعه A_n برابر t باشد، جمع طول پاره‌خط‌های نمودار $A_n \times B_i$ برابر kt می‌شود، برای مثال:



$$\xrightarrow{\text{چهار پاره خط به طول ۵}} 4 \times 5 = 20$$

گام سوم: حالا جمع طول پاره‌خط‌های نمودار $A_n \times B_i$ را با $f(A_n \times B_i)$ نمایش می‌دهیم:

$$\begin{cases} f(A_1 \times B_1) = 2 \times 5 = 10 \\ f(A_2 \times B_1) = 4 \times 5 = 20 \\ \vdots \\ f(A_{10} \times B_1) = 14 \times 5 = 70 \end{cases}$$

$$\begin{cases} f(A_1 \times B_2) = 2 \times 8 = 16 \\ f(A_2 \times B_2) = 4 \times 8 = 32 \\ \vdots \\ f(A_1 \times B_3) = 2 \times 11 = 22 \\ f(A_2 \times B_3) = 4 \times 11 = 44 \\ \vdots \\ f(A_{10} \times B_3) = 14 \times 11 = 154 \end{cases}$$

$$\begin{cases} f(A_1 \times B_4) = 2 \times 14 = 28 \\ f(A_2 \times B_4) = 4 \times 14 = 56 \\ \vdots \\ f(A_{10} \times B_4) = 14 \times 14 = 196 \end{cases}$$



$$\begin{cases} f(A_1 \times B_5) = 2 \times 17 = 34 \\ f(A_2 \times B_5) = 4 \times 17 = 68 \\ \vdots \\ f(A_8 \times B_5) = 12 \times 17 = 204 \quad \checkmark \\ f(A_9 \times B_5) = 13 \times 17 = 221 \quad \checkmark \\ f(A_{10} \times B_5) = 14 \times 17 = 238 \quad \checkmark \end{cases}$$

به طور مشابه از $A_8 \times B_6$ تا $A_{10} \times B_6$ (یعنی ۳ تا دیگه)

از $A_6 \times B_7$ تا $A_{10} \times B_7$ (یعنی ۵ تا دیگه)

از $A_5 \times B_8$ تا $A_{10} \times B_8$ (یعنی ۶ تا دیگه)

از $A_4 \times B_9$ تا $A_{10} \times B_9$ (یعنی ۷ تا دیگه)

$$3 + 3 + 5 + 6 + 7 + 7 = 31$$

و از $A_4 \times B_{10}$ تا $A_{10} \times B_{10}$ (یعنی ۷ تا دیگه) داریم، پس تعداد حالات مطلوب برابر است با:

$$\text{بنابراین جواب برابر } 31/100 = 31\% \text{ می شود.}$$

تست و پاسخ ۲۴

برای دو پیشامد A و B اگر $P(A - B) + P(B) = P(A' \cup B') = 0/79$ و $P(B \cap A') = P(B)(1 - P(A))$ باشد، آن گاه $P(A'|B)$ کدام است؟

$$0/7 \text{ یا } 0/5 (4)$$

$$0/7 \text{ یا } 0/3 (3)$$

$$0/8 \text{ یا } 0/5 (2)$$

$$0/5 \text{ یا } 0/3 (1)$$

پاسخ: گزینه ۳

خودت حل کنی بهتره بهترین راه، استفاده از نمودار ون است.

درس نامه •• قوانین احتمال

$$P(S) = 1$$

$$P(A') = 1 - P(A)$$

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$$

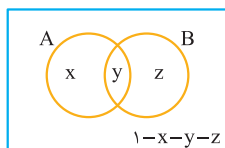
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A' \cap B') = 1 - P(A \cup B)$$

$$P(A' \cup B') = 1 - P(A \cap B)$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا یک نمودار ون رسم می کنیم و احتمال رخ دادن هر قسمت را درون ناحیه آن می نویسیم:



گام دوم: حالا داریم:

$$\begin{aligned} P(A - B) + P(B) = P(A' \cup B') = 0/79 &\Rightarrow \begin{cases} \underbrace{P(A - B)}_x + \underbrace{P(B)}_{y+z} = 0/79 \\ P(A' \cup B') = 0/79 \Rightarrow \underbrace{1 - P(A \cap B)}_y = 0/79 \end{cases} \\ \Rightarrow \begin{cases} x + y + z = 0/79 \\ 1 - y = 0/79 \Rightarrow y = 0/21 \end{cases} \end{aligned}$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

پس:

$$x + \frac{y}{\frac{1}{21}} + z = \frac{0}{79} \Rightarrow x + z = \frac{0}{58} \Rightarrow x = \frac{0}{58} - z$$

گام سوم: سراغ تساوی دوم می‌رویم:

$$P(B \cap A') = P(B)(1 - P(A)) \Rightarrow \underbrace{P(B - A)}_{z} = \underbrace{P(B)}_{y+z} (1 - \underbrace{P(A)}_{x+y})$$

$$\Rightarrow z = \left(\frac{y}{\frac{1}{21}} + z \right) (1 - (x + \frac{y}{\frac{1}{21}})) \Rightarrow z = (\frac{0}{21} + z) (1 - (x + \frac{0}{21}))$$

با جای‌گذاری $x = \frac{0}{58} - z$ به جای x داریم:

$$z = (\frac{0}{21} + z) (1 - (\frac{0}{58} - z + \frac{0}{21})) \Rightarrow z = (\frac{0}{21} + z) (\frac{0}{21} + z)$$

$$z = \frac{0}{441} + \frac{0}{42}z + z^2$$

$$\Rightarrow z^2 - \frac{0}{58}z + \frac{0}{441} = 0 \xrightarrow{\Delta = \frac{0}{16}} \begin{cases} z = \frac{\frac{0}{58} + \frac{0}{4}}{2} = \frac{0}{49} \Rightarrow x = \frac{0}{9} \\ z = \frac{\frac{0}{58} - \frac{0}{4}}{2} = \frac{0}{9} \Rightarrow x = \frac{0}{49} \end{cases}$$

گام چهارم:

بنابراین:

$$P(A' | B) = \frac{P(B - A)}{P(B)} = \frac{z}{y + z} = \begin{cases} \frac{\frac{0}{49}}{\frac{0}{21} + \frac{0}{49}} = \frac{\frac{0}{49}}{\frac{0}{70}} = \frac{0}{7} \\ \frac{\frac{0}{9}}{\frac{0}{21} + \frac{0}{9}} = \frac{\frac{0}{9}}{\frac{0}{30}} = \frac{0}{3} \end{cases} \text{ یا}$$

تست و پاسخ ۲۵

مجموعه $A = \{a, b, c, d, e\}$ را به چند طریق می‌توان به سه مجموعه افراز کرد؟

۳۵ (۴)

۳۰ (۳)

۲۵ (۲)

۲۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

درس نامه •• روش پیدا کردن تعداد افزازها


فرض کنید ۴ نفر را می‌خواهیم به دو گروه دو نفره A و B تقسیم کنیم. ابتدا به $\binom{4}{2} = 6$ حالت ۲ نفر از ۴ نفر را برای گروه A انتخاب می‌کنیم و دو نفر باقی‌مانده به گروه B می‌روند این ۶ حالت به صورت مقابل‌اند: (۴ نفر را با d, c, b, a نمایش می‌دهیم. واضح است که جایگشت افراد درون یک گروه اهمیتی ندارد!)



$A B / A B / A B / A B / A B / A B$
 $ab cd / cd ab / ac bd / bd ac / ad bc / bc ad$

حالا فرض کنید می‌خواهیم این ۴ نفر را در دو گروه بدون اسم تقسیم‌بندی کنیم. در این‌جا برای مثال، دو حالت $A B / A B$ دیگر

$ab cd / cd ab$


یکسان می‌شوند چون اسم گروه‌ها دیگر اهمیتی ندارد و این کار را به ۳ حالت می‌توانیم انجام دهیم. به این کار افراز می‌گوییم، افراز یعنی

تقسیم کردن تعدادی آدم، شیء یا ... در چند گروه به طوری که گروه‌ها اشتراک ندارند. ما برای راحتی کار افزازها را با 

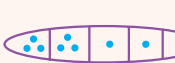
نمایش می‌دهیم. برای مثال  یعنی افراز ۴ نفر در دو گروه دونفره یا  یعنی افراز ۵ نفر در یک گروه

۳نفره، و دو گروه یک‌نفره.

حالا تعداد افزازها را چطوری بشماریم؟

ابتدا به روش معمولی شروع به انتخاب کنید، برای مثال فرض کنید می‌خواهیم تعداد افزازها به صورت  را بشماریم که

ابتدا $\binom{5}{3} \binom{2}{1} \binom{1}{1}$ می‌شود، حالا مثل جایگشت با تکرار، حاصل را بر گروه‌های با تعداد عضو یکسان تقسیم می‌کنیم، پس جواب $\frac{\binom{5}{3} \binom{2}{1} \binom{1}{1}}{2!}$

می‌شود. یا به عنوان مثال آخر تعداد افزازها به صورت  برابر با $\frac{\binom{6}{3} \binom{3}{1} \binom{2}{1} \binom{1}{1}}{2! 3!}$ می‌شود.

دو گروه یک‌نفره

$\frac{2! 3!}{2! 3!}$
سه گروه یک‌نفره دو گروه ۳نفره



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

پاسخ تشریحی گام اول: مجموعه A را به صورت‌های زیر می‌توان به سه مجموعه افراز کرد:



$$\frac{\binom{5}{2} \binom{2}{1} \binom{1}{1}}{2!} = \frac{10 \times 2 \times 1}{2} = 10$$



$$\frac{\binom{5}{1} \binom{3}{2} \binom{1}{1}}{2!} = \frac{10 \times 3 \times 1}{2} = 15$$

گام دوم: بنابراین جواب برابر $10 + 15 = 25$ می‌شود.

تست و پاسخ ۲۶

اگر انحراف معیار تعدادی داده آماری برابر $1/5$ باشد و همه داده‌ها را سه برابر کنیم و سپس از هر کدام ۱ واحد کم کنیم، واریانس داده‌های جدید برابر کدام گزینه می‌شود؟

۶/۷۵ (۲)

۴/۵ (۱)

۲۰/۲۵ (۴)

۱۳/۵ (۳)

پاسخ: گزینه ۴

نکته اگر تمام داده‌ها را در a ضرب و با b جمع کنیم، تغییرات زیر ایجاد می‌شود:

ضریب تغییرات	واریانس	انحراف معیار	دامنه تغییرات	میان	میانگین
$\frac{\sigma}{\bar{x}}$	σ^2	σ	R	Q_2	\bar{x}
$\frac{a\sigma}{a\bar{x} + b}$	$a^2\sigma^2$	$ a \sigma$	$ a R$	$aQ_2 + b$	$a\bar{x} + b$

پاسخ تشریحی گام اول: انحراف معیار داده‌ها برابر $1/5$ است. پس واریانس داده‌های اولیه برابر است با:

$$\sigma_{\text{اولیه}}^2 = 2/25 \Rightarrow \sigma_{\text{اولیه}} = 1/5$$

گام دوم: طبق نکته بالا، اگر داده‌ها را ۳ برابر کنیم، واریانس آن‌ها ۹ برابر می‌شود و کم کردن یک واحد تأثیری روی واریانس ندارد. پس واریانس جدید برابر است با:

$$\sigma_{\text{جدید}}^2 = 9\sigma_{\text{اولیه}}^2 = 9 \times 2/25 = 20/25$$

تست و پاسخ ۲۷

نمودار جعبه‌ای ۲۳ داده آماری را رسم کرده‌ایم. A_4, A_3, A_2, A_1 به ترتیب چهار دسته شامل داده‌های سمت چپ جعبه، داده‌های درون جعبه، داده‌های سمت راست جعبه و داده‌های روی جعبه هستند. برای این چهار دسته نمودار دایره‌ای رسم کرده‌ایم. θ تقریباً چند درجه است؟

۱۸۰ (۲)

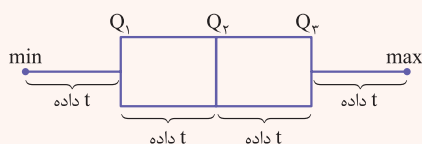
۱۸۸ (۱)

۱۶۴ (۴)

۱۷۲ (۳)

پاسخ: گزینه ۳

درس نامه ۱ اگر n داده آماری متمایز داشته باشیم و $n = 4t$ باشد، نمودار جعبه‌ای به شکل زیر است:

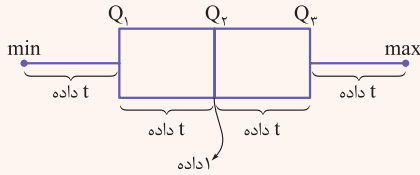


در این حالت، هیچ کدام از داده‌ها برابر هیچ کدام از چارک‌ها نیستند.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

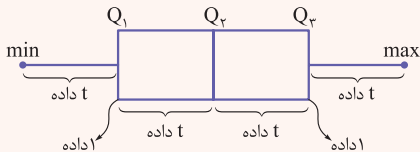


۲) $n = 4t + 1$ باشد، نمودار جعبه‌ای به شکل زیر است:



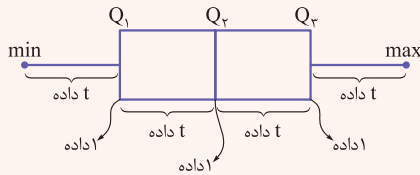
در این حالت، فقط چارک دوم (همان Q_2) برابر با یکی از داده‌ها است.

۳) $n = 4t + 2$ باشد، نمودار جعبه‌ای به شکل زیر است:



در این حالت فقط چارک اول و سوم (همان Q_1 و Q_3) برابر با داده‌ها هستند.

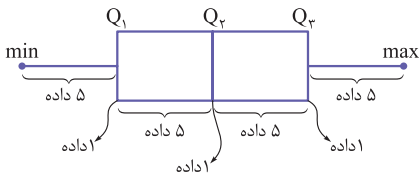
۴) $n = 4t + 3$ باشد، نمودار جعبه‌ای به شکل زیر است:



در این حالت هر سه چارک (Q_1, Q_2, Q_3) برابر با داده‌ها هستند.

پاسخ تشریحی گام اول: ۲۳ داده آماری داریم و از آن جایی که $23 = 4 \times 5 + 3 = 4t + 3$

است، نمودار جعبه‌ای این داده‌ها به شکل مقابل می‌شود:



گام دوم: حالا با توجه به نمودار جعبه‌ای رسم شده داریم:

داده‌های سمت چپ جعبه: $A_1 = 5$

دقت کنید Q_1 و Q_3 روی جعبه هستند نه درون آن. $A_2 = 5 + 1 + 5 = 11$: داده‌های درون جعبه

داده‌های سمت راست جعبه: $A_3 = 5$

(فقط Q_1 و Q_3 روی جعبه هستند). $A_4 = 2$: داده‌های روی جعبه

نکته

$$\text{فراوانی دسته} = \frac{\text{فراوانی نسبی}}{\text{فراوانی کل}}$$

$$360^\circ \times \text{فراوانی نسبی} = \text{زاویه مرکزی}$$

گام سوم: جدول مربوط به فراوانی و فراوانی نسبی این ۴ داده را رسم می‌کنیم و زاویه مرکزی متناظر با هر دسته، در نمودار دایره‌ای را نیز محاسبه می‌کنیم:

دسته	A_1	A_2	A_3	A_4
فراوانی	۵	۱۱	۵	۲
فراوانی نسبی	$\frac{5}{23}$	$\frac{11}{23}$	$\frac{5}{23}$	$\frac{2}{23}$
زاویه مرکزی	$\theta_1 = 78/2$	$\theta_2 = 172/1$	$\theta_3 = 78/2$	$\theta_4 = 31/3$

بنابراین θ_2 تقریباً برابر ۱۷۲ درجه است.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

تست و پاسخ ۲۸

از یک جامعه، نمونه‌ای ۱۱ و ۹ و ۸ و ۸ و ۷ و ۶ و ۵ و ۵ و ۴ گرفته شده است. اگر انحراف معیار جامعه، نصف انحراف معیار نمونه باشد، بازه اطمینان بالای ۹۵ درصد برای میانگین این جامعه کدام است؟ ($\sqrt{20} = 4/5$)

- (۱) (۶/۲۵, ۷/۷۵) (۲) (۶, ۸) (۳) (۵/۵, ۸/۵) (۴) (۵, ۹)

پاسخ: گزینه ۱

درس نامه ●● اگر از جامعه، نمونه‌ای به اندازه n انتخاب کنیم به طوری که انحراف معیار جامعه برابر σ و میانگین اعضای نمونه برابر \bar{x} باشد، در این صورت بازه اطمینان بالای ۹۵٪ برای میانگین جامعه به شکل زیر می‌شود:

$$\left(\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \right)$$

پاسخ تشریحی گام اول: میانگین اعضای نمونه برابر است با:

$$\bar{x} = \frac{4 + 5 + 5 + 6 + 7 + 8 + 8 + 9 + 11}{9} = 7$$

گام دوم: انحراف معیار اعضای نمونه و اعضای جامعه را محاسبه می‌کنیم:

$$\sigma_{\text{نمونه}} = \sqrt{\frac{(4-7)^2 + 2(5-7)^2 + (6-7)^2 + (7-7)^2 + 2(8-7)^2 + (9-7)^2 + (11-7)^2}{9}}$$

$$= \sqrt{5} = \frac{1}{4} \times \sqrt{20} = 2/25$$

طبق فرض سؤال، انحراف معیار جامعه، نصف انحراف معیار نمونه است، یعنی: $\frac{1}{4} \times 2/25$

گام سوم: طبق فرمول گفته‌شده در درس نامه داریم:

$$\%95 \text{ بازه اطمینان بالای } 95\% = \left(\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \right) = \left(7 - \frac{2/25}{3}, 7 + \frac{2/25}{3} \right) = \left(6/25, 7/75 \right)$$

هندسه (۲): صفحه‌های ۹ تا ۷۷، هندسه (۱): صفحه‌های ۹ تا ۶۹

تست و پاسخ ۲۹

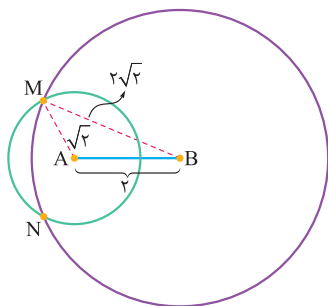
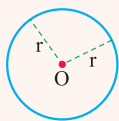
پاره خط $AB = 2$ را در صفحه در نظر می‌گیریم. چند نقطه به فاصله $\sqrt{2}$ از A وجود دارد که فاصله آن از B برابر با $2\sqrt{2}$ باشد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

پاسخ: گزینه ۳

درس نامه ●●

نقطه‌ای که از نقطه ثابت O به فاصله r هستند، روی دایره‌ای به مرکز O و شعاع r قرار دارند.



پاسخ تشریحی با توجه به درس‌نامه، نقطه‌ای که از A به فاصله $\sqrt{2}$ هستند روی دایره‌ای به مرکز A و شعاع $\sqrt{2}$ و نقطه‌ای که از B به فاصله $2\sqrt{2}$ هستند روی دایره‌ای به مرکز B و شعاع $2\sqrt{2}$ قرار دارند.

از آن‌جا که $\sqrt{2} = 1/4 < 2 < 2\sqrt{2} + \sqrt{2}$ داریم:

$$|2\sqrt{2} - \sqrt{2}| < 2 < 2\sqrt{2} + \sqrt{2}$$

پس این دو دایره مانند شکل روبه‌رو در نقاط M و N مشترک‌اند که این دو نقطه به فاصله $\sqrt{2}$ از A و $2\sqrt{2}$ از B قرار دارند.

یادآوری دو دایره $C(O, R)$ و $C'(O', R')$ زمانی متقاطع‌اند که $|R - R'| < OO' < R + R'$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۳۰

در مثلث ABC طول میانه AM با ضلع AB برابر است، کدام گزاره صحیح است؟

- (۱) اگر $\hat{B} = 30^\circ$ ، آن گاه $AC < AB$.
 (۲) اگر $\hat{C} = 60^\circ$ ، آن گاه $BC > AB$.
 (۳) اگر $\hat{B} = 60^\circ$ ، آن گاه $BC = 2AB$.
 (۴) اگر $\hat{C} = 30^\circ$ ، آن گاه $AC > 2AB$.

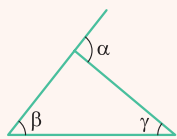
پاسخ: گزینه ۳

درس نامه

(۱) در هر مثلث، ضلع روبه‌رو به زاویه بزرگ‌تر، همواره بزرگ‌تر از ضلع روبه‌رو به زاویه کوچک‌تر است و برعکس.



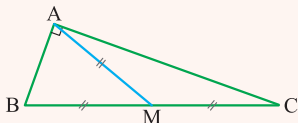
$$\hat{B} > \hat{C} \Leftrightarrow AC > AB$$



(۲) در هر مثلث، هر زاویه خارجی برابر با مجموع دو زاویه داخلی غیرمجاور است:

$$\alpha = \beta + \gamma$$

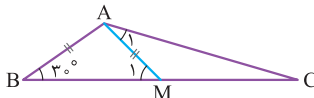
(۳) در مثلث قائم‌الزاویه، طول میانه وارد بر وتر، نصف طول وتر است و برعکس یعنی اگر طول میانه وارد بر یکی از اضلاع مثلثی نصف طول آن ضلع باشد، زاویه روبه‌روی آن ضلع قائمه است.



$$\hat{A} = 90^\circ \Leftrightarrow AM = \frac{1}{2} BC$$

پاسخ تشریحی با توجه به درس نامه گزینه‌ها را تک‌تک بررسی می‌کنیم.

(۱) نادرست است. طبق صورت سؤال $AB = AM$ ، پس مثلث ABM متساوی‌الساقین است و داریم:



$$\hat{B} = \hat{M}_1 = 30^\circ$$

از طرفی طبق قسمت (۲) درس نامه، \hat{M}_1 زاویه خارجی برای $\triangle AMC$ است؛ در نتیجه:

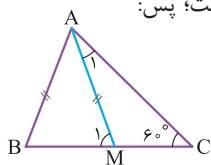
$$\hat{M}_1 = \hat{A}_1 + \hat{C} \Rightarrow \hat{C} < \hat{M}_1 \Rightarrow \hat{C} < 30^\circ \Rightarrow \hat{C} < \hat{B}$$

بنابراین طبق قضیه (۱) درس نامه، در مثلث ABC ضلع روبه‌روی زاویه C (AB)، از ضلع روبه‌روی زاویه B (AC) کوچک‌تر است:

$$AB < AC$$

(۲) نادرست است.

طبق قضیه (۲) درس نامه داریم: $\hat{M}_1 = \hat{A}_1 + 60^\circ$. چون AB با AM برابر است و مثلث ABM متساوی‌الساقین است؛ پس:



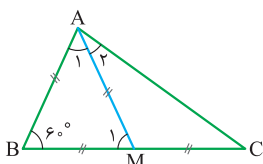
$$\hat{B} = \hat{M}_1 = \hat{A}_1 + 60^\circ \xrightarrow{\triangle ABC} \hat{A} = 180^\circ - (\hat{B} + \hat{C}) = 180^\circ - ((\hat{A}_1 + 60^\circ) + 60^\circ) = 60^\circ - \hat{A}_1$$

$$BC < AB$$

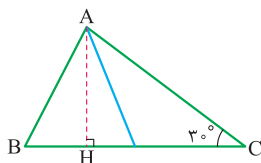
پس \hat{A} کوچک‌ترین زاویه مثلث است و ضلع روبه‌روی آن کوچک‌ترین ضلع مثلث، یعنی:

(۳) درست است. با توجه به شکل داریم:

$$AB = AM \xrightarrow{\triangle ABM \text{ متساوی‌الساقین}} \hat{B} = \hat{M}_1 = 60^\circ \Rightarrow \hat{A}_1 = 60^\circ \Rightarrow \text{ABM متساوی‌الاضلاع است.}$$



$$\Rightarrow AB = AM = BM \xrightarrow{BM = \frac{BC}{2}} AB = \frac{BC}{2}$$



۴ نادرست است. در شکل زیر اگر ارتفاع AH را رسم کنیم در مثلث قائم الزاویه AHC داریم:

$$\sin \hat{C} = \frac{AH}{AC} \xrightarrow{\hat{C}=30^\circ} \frac{1}{2} = \frac{AH}{AC}$$

$$\Rightarrow AH = \frac{1}{2} AC \quad (1)$$

$$AH < AB \quad (2)$$

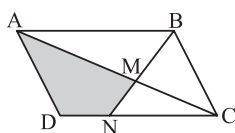
$$(1), (2) \Rightarrow \frac{1}{2} AC < AB \Rightarrow AC < 2AB$$

و در مثلث قائم الزاویه ABH می دانیم که وتر بزرگترین ضلع است:

پس:

تست و پاسخ ۳۱

در متوازی الاضلاع رسم شده، اگر مساحت دو مثلث AMB و CMN به ترتیب ۹ و ۴ باشد، آن گاه مساحت ناحیه رنگ شده کدام است؟



۱۳ (۲)

۱۰ (۱)

۱۱ (۴)

۱۲ (۳)

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره بایک سؤال ترکیبی از نسبت مساحت مثلث های متشابه و نسبت مساحت مثلث های هم ارتفاع مواجهیم که از مدل های سؤال

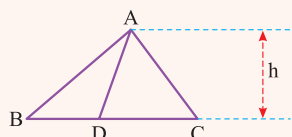
مورد علاقه طراحان کنکور است.

خودت حل کنی بهتره دو مثلث AMB و CMN متشابه اند.

درس نامه

(۱) نسبت مساحت های دو مثلث متشابه، برابر با مجذور نسبت تشابه آن هاست.

(۲) اگر دو مثلث دارای ارتفاع برابری باشند، نسبت مساحت های آن ها برابر با نسبت قاعده های نظیر آن ارتفاع است. مثلاً در شکل زیر داریم:



$$\frac{S_{ABD}}{S_{ADC}} = \frac{BD}{DC}, \quad \frac{S_{ADC}}{S_{ABC}} = \frac{DC}{BC}$$

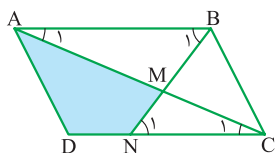
پاسخ تشریحی گام اول (تحلیل سؤال): مساحت دو مثلث AMB و MNC را در فرض سؤال داریم، کافی است از طریق نسبت تشابه

AMB و MNC و نسبت مساحت مثلث های هم ارتفاع AMB و BMC، مساحت های BMC و ABC را محاسبه کنیم تا مساحت ناحیه

رنگی مشخص شود.

گام دوم (محاسبه نسبت تشابه): شکل صورت سؤال متوازی الاضلاع است، پس اضلاع روبه روی آن موازی اند، پس $AB \parallel NC$ ؛ بنابراین طبق

قضیه موازی و مورب می توانیم بنویسیم:



$$\begin{cases} \hat{A}_1 = \hat{C}_1 \\ \hat{B}_1 = \hat{N}_1 \end{cases} \xrightarrow{zz} \triangle AMB \sim \triangle CMN \Rightarrow \frac{AB}{NC} = \frac{AM}{MC} = \frac{BM}{MN}$$

از طرفی طبق مورد (۱) درس نامه، می دانیم نسبت مساحت های مثلث های متشابه مجذور نسبت تشابه است؛ پس:

$$\frac{AB}{NC} = \frac{AM}{MC} = \frac{BM}{MN} = \sqrt{\frac{S_{AMB}}{S_{MNC}}} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$$

گام سوم (پیدا کردن مثلث های هم ارتفاع): همان طور که در شکل بالا می بینیم، دو مثلث AMB و BMC در رأس B هم ارتفاع اند و نسبت

قاعده های آن ها را هم در گام قبل به دست آوردیم؛ پس نسبت مساحت های آن ها برابر است با:

$$\frac{S_{AMB}}{S_{BMC}} = \frac{AM}{MC} = \frac{3}{2} \quad (1)$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام چهارم (محاسبه خواسته سؤال): می‌دانیم $S_{ABM} = 9$ و از رابطه (۱) داریم:

$$\frac{9}{S_{BMC}} = \frac{3}{2} \Rightarrow S_{BMC} = 6 \Rightarrow S_{ABC} = 9 + 6 = 15$$

$$S_{ADC} = S_{ABC} = 15$$

$$S_{AMND} = S_{ADC} - S_{MNC} = 15 - 4 = 11$$

هر قطر در متوازی‌الاضلاع، آن را به دو مثلث هم‌مساحت تقسیم می‌کند؛ پس:
حالا می‌توانیم مساحت ناحیه رنگی را به دست آوریم:

نکته یک سری ساختار هندسی معروف داریم که وقتی آن‌ها را در شکلی می‌بینیم، باید در اولین گام تشابه را بنویسیم. این ساختارها را در جدول زیر می‌بینید، در هر سه شکل، دو مثلث OAB و OCD متشابه‌اند.

ساختار تالسی	ساختار پروانه‌ای	ساختار اشتراک در رأس

تست و پاسخ ۳۳

در شکل زیر، اگر مساحت مثلث ABC برابر $\sqrt{3}$ باشد، طول ضلع شش‌ضلعی منتظم کدام است؟

$$2 \quad (2)$$

$$\sqrt{3} \quad (4)$$

$$3 \quad (1)$$

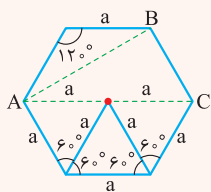
$$\sqrt{2} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۳

درس‌نامه

(۱) زوایای داخلی هر شش‌ضلعی منتظم برابر 120° هستند.

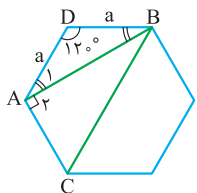
(۲) اگر طول ضلع یک شش‌ضلعی منتظم برابر a باشد، آن‌گاه طول قطرهای کوچک و بزرگ این شش‌ضلعی برابر است با:



$$\text{قطر کوچک} = AB = a\sqrt{3}$$

$$\text{قطر بزرگ} = AC = 2a$$

پاسخ تشریحی در شش‌ضلعی منتظم زیر، طول هر ضلع را a فرض می‌کنیم، مثلث ADB متساوی‌الساقین است و داریم:



$$\begin{cases} \hat{D} = 120^\circ \\ \hat{A} = 120^\circ \end{cases} \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{B}_1 = 30^\circ \Rightarrow \hat{A}_r = 90^\circ$$

$$S_{ABC} = \frac{AB \times AC}{2}$$

پس ABC قائم‌الزاویه است و مساحت آن برابر است با:

از طرفی، طبق مورد (۲) درس‌نامه می‌دانیم $AB = a\sqrt{3}$ ؛ پس:

$$S_{ABC} = \frac{a\sqrt{3} \times a}{2} = \sqrt{3} \Rightarrow a^2 = 2 \Rightarrow a = \sqrt{2}$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

تست و پاسخ ۳۳

طول بزرگ ترین ضلع یک مثلث قائم الزاویه a و اندازه کوچک ترین زاویه آن 30° است. حجم شکل حاصل از دوران این مثلث، حول کوچک ترین ضلع آن، چند برابر πa^3 است؟

$$\frac{\sqrt{3}}{16} \quad (4)$$

$$\frac{1}{16} \quad (3)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{24} \quad (2)$$

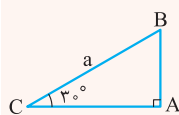
$$\frac{1}{8} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۱

خودت حل کنی بهتره طول اضلاع زاویه قائمه مثلث را بر حسب a به دست آورید.

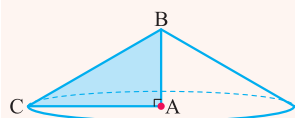
درس نامه

(۱) مطابق شکل، در مثلث قائم الزاویه ABC ، داریم:



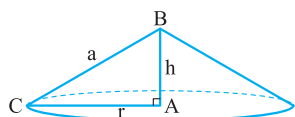
$$AB = \frac{1}{2}a, AC = \frac{\sqrt{3}}{2}a$$

(۲) از دوران مثلث قائم الزاویه، حول یکی از اضلاع زاویه قائمه آن، یک مخروط قائمه به دست می آید.



(۳) حجم مخروطی به شعاع قاعده r و ارتفاع h برابر است با $\frac{1}{3}\pi r^2 h$.

پاسخ تشریحی با توجه به آنچه در درس نامه گفتیم، یک مخروط قائم به ارتفاع $h = AB = \frac{1}{2}a$ و شعاع قاعده $r = AC = \frac{\sqrt{3}}{2}a$ داریم که حجم آن برابر می شود با:



$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \left(\frac{\sqrt{3}}{2}a\right)^2 \left(\frac{1}{2}a\right) = \frac{1}{8}\pi a^3$$

تست و پاسخ ۳۴

مساحت مقطع یک استوانه قائم با صفحه ای که از محور آن می گذرد، دو برابر مساحت مقطع صفحه ای است که عمود بر ارتفاع، آن را قطع می کند. نسبت مساحت جانبی به مساحت کل استوانه کدام است؟

$$\frac{2}{\pi} \quad (4)$$

$$\frac{\pi}{4} \quad (3)$$

$$\frac{\pi}{\pi+2} \quad (2)$$

$$\frac{\pi}{\pi+1} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره باید انواع برش مقطع در شکل های مختلف فضایی و محاسبه مساحت ها و حجم های آن ها را بلد باشید.

درس نامه

(۱) شکلی که از برخورد یک صفحه با یک جسم هندسی حاصل می شود، سطح مقطع آن نامیده می شود.

(۲) در جدول زیر، حالت های مختلف برش استوانه قائم را می بینید.

نوع برش	برش افقی	برش قائم	برش مایل	
شکل فضایی				
مقطع	دایره	مستطیل	بیضی	قسمتی از یک بیضی

(۳) مساحت جانبی استوانه قائمی به شعاع قاعده R و ارتفاع h برابر است با $2\pi Rh$ و مساحت کل آن برابر است با: $2\pi Rh + 2\pi R^2$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

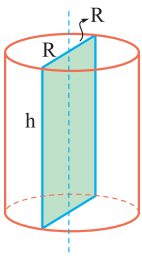


آزمون سیزدهم حضوری

دوازدهم ریاضی

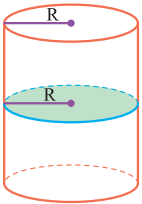
پاسخ تشریحی

گام اول (محاسبه مساحت مقطع استوانه با صفحه‌ای که از محور آن می‌گذرد): مقطع یک استوانه قائم با صفحه‌ای که از محور آن می‌گذرد، یک مستطیل است به ابعاد قطر قاعده استوانه و ارتفاع استوانه؛ پس مساحت آن برابر است با:



$$S = 2Rh$$

گام دوم (محاسبه مساحت مقطع استوانه با صفحه عمود بر ارتفاع): مقطع استوانه قائم با صفحه عمود بر ارتفاع، یک دایره با شعاع قاعده استوانه است که مساحت آن برابر است با:



$$S' = \pi R^2$$

$$2Rh = 2\pi R^2 \Rightarrow h = \pi R$$

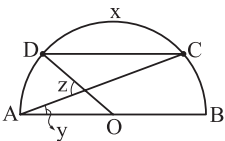
گام سوم (محاسبه خواسته سؤال): حال سؤال گفته که $S = 2S'$ است؛ پس:

پس نسبت مساحت جانبی به مساحت کل استوانه برابر است با:

$$\frac{S_{\text{جانبی}}}{S_{\text{کل}}} = \frac{2\pi Rh}{2\pi Rh + 2\pi R^2} = \frac{h}{h + R} = \frac{\pi R}{\pi R + R} = \frac{\pi}{\pi + 1}$$

تست و پاسخ ۳۵

در شکل زیر، O وسط قطر نیم‌دایره و CD با AB موازی است. اگر اندازه کمان CD برابر با x باشد، کدام گزینه حتماً درست است؟



$$2z = x + y \quad (2)$$

$$x + y + z = 180^\circ \quad (4)$$

$$x = y + z \quad (1)$$

$$z = x - 2y \quad (3)$$

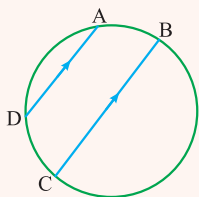
پاسخ: گزینه ۴

درس نامه

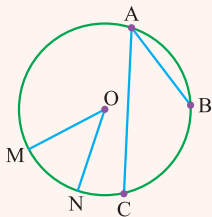
(۱) کمان‌های محصور بین دو وتر موازی در دایره با هم برابرند.

(۲) اندازه زاویه محاطی در یک دایره برابر است با نصف اندازه کمان مقابل به آن.

(۳) اندازه زاویه مرکزی در یک دایره برابر است با اندازه کمان مقابل به آن.



$$AD \parallel BC \Rightarrow \widehat{AB} = \widehat{DC}$$



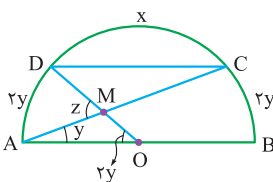
$$\hat{A} = \frac{\widehat{BC}}{2}, \hat{O} = \widehat{MN}$$

پاسخ تشریحی

$$\left. \begin{aligned} DC \parallel AB &\Rightarrow \widehat{BC} = \widehat{AD} \\ \hat{A} \text{ زاویه محاطی} &\Rightarrow \widehat{BC} = 2y \end{aligned} \right\} \Rightarrow \widehat{BC} = \widehat{AD} = 2y \Rightarrow \text{زاویه مرکزی } \hat{AOD} = 2y$$

گام دوم: با توجه به این که $\widehat{DC} = x$ ، اگر مجموع سه کمان تشکیل‌دهنده نیم‌دایره را برابر 180° قرار

دهیم، خواهیم داشت:



$$x + 4y = 180^\circ \quad (I)$$

$$z = y + 2y \Rightarrow z = 3y \Rightarrow z - 2y = 0 \quad (II)$$

همچنین z، یک زاویه خارجی مثلث AOM است؛ پس داریم:



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

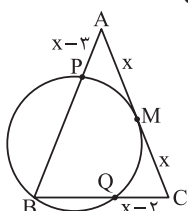
ریاضیات

$$\begin{aligned}x + 4y &= 18^\circ \\z - 3y &= 0 \\ \hline x + y + z &= 18^\circ\end{aligned}$$

گام سوم: از جمع کردن طرفین معادله‌های (I) و (II) خواهیم داشت:

تست و پاسخ ۳۶

مطابق شکل، مثلث ABC متساوی‌الساقین ($AB = AC$) و دایره‌گذرنده از B در وسط AC بر آن مماس است. حاصل $\frac{BP}{BQ}$ کدام است؟



(۱) $1/5$

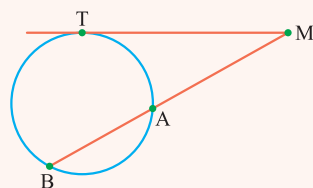
(۲) $1/6$

(۳) $1/7$

(۴) $1/8$

پاسخ: گزینه ۴

درس نامه ●● رابطه طولی قاطع و مماس در دایره



$$MT^2 = MA \times MB$$

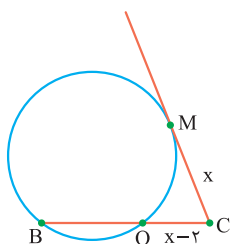
پاسخ تشریحی گام اول: با توجه به شکل و رابطه طولی قاطع و مماس در دایره، داریم:

$$\begin{aligned}AM^2 &= AP \times AB \xrightarrow{AB=AC=2x} x^2 = (x-3) \cdot 2x \Rightarrow x^2 = 2x^2 - 6x \\ \Rightarrow x^2 - 6x &= 0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \text{ (غ ق ق)} \\ x=6 \checkmark \end{cases}\end{aligned}$$

گام دوم: چون مثلث ABC متساوی‌الساقین است، داریم:

$$AB = AC = 2x \Rightarrow BP + x - 3 = 2x \xrightarrow{x=6} BP + 3 = 12 \Rightarrow BP = 9$$

گام سوم: با نگاهی دوباره به شکل می‌توانیم رابطه طولی قاطع و مماس دیگری را نیز در دایره پیدا کنیم.



$$CM^2 = CQ \times BC \Rightarrow x^2 = (x-2) \times BC \xrightarrow{x=6} 4BC = 36 \Rightarrow BC = 9$$

$$BC = BQ + QC \Rightarrow 9 = BQ + (x-2) \Rightarrow 9 = BQ + 4 \Rightarrow BQ = 5$$

$$\frac{BP}{BQ} = \frac{9}{5} = 1/8$$

گام چهارم: اکنون که مقادیر BQ و BP را به دست آوردیم به سراغ خواسته مسئله می‌رویم:

تست و پاسخ ۳۷

نقطه A' ، تصویر A در بازتاب نسبت به خط d است. اگر $AA' = 6$ و O نقطه‌ای روی خط d باشد به طوری که $OA = 5$ ، آن‌گاه فاصله نقطه

A از خط OA' کدام است؟

(۴) $4/8$

(۳) $4/4$

(۲) 4

(۱) $3/6$

پاسخ: گزینه ۴

درس نامه ●●

(۱) بازتاب یک تبدیل ایزومتري است، یعنی طول پاره‌خط را حفظ می‌کند.

(۲) یکی از تکنیک‌های به دست آوردن طول ارتفاع در مثلث، پیدا کردن مساحت آن مثلث با ارتفاع و مساحت آن هاست.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



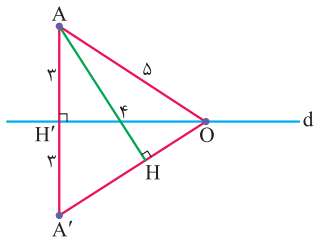
پاسخ تشریحی گام اول: چون نقطه A' بازتاب A نسبت به خط d است و بازتاب نیز یک تبدیل ایزومتري است؛ پس $AH' = A'H'$ و چون $AA' = 6$ داریم:

$$AH' = A'H' = 3$$

همچنین مثلث AOH' قائم‌الزاویه است و با توجه به این که $OA = 5$ ، با استفاده از قضیه فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویه AOH' داریم:

$$OH' = 4$$

گام دوم: با توجه به شکل، به دلیل ایزومتري بودن بازتاب داریم $OA = OA'$ و فاصله نقطه A از خط OA' همان طول ارتفاع وارد بر قاعده OA' در مثلث متساوی‌الساقين AOA' است. اکنون با توجه به مورد (2) درس‌نامه مساحت مثلث AOA' را با دو روش مختلف به دست می‌آوریم و با هم برابر قرار می‌دهیم:



$$\begin{cases} S_{AOA'} = \frac{OH' \times AA'}{2} \Rightarrow S_{AOA'} = \frac{4 \times 6}{2} = 12 \\ S_{AOA'} = \frac{AH \times A'O}{2} \Rightarrow S_{AOA'} = \frac{5}{2} \times AH \end{cases} \Rightarrow \frac{5}{2} \times AH = 12 \Rightarrow AH = \frac{24}{5} = 4 \frac{4}{5}$$

تست و پاسخ 38

نقطه A روی دایره $C(O, 4)$ قرار دارد. در تجانس به مرکز A و نسبت $\frac{1}{4}$ دایره C به دایره $C'(O', R')$ تبدیل می‌شود و در یک دوران پادساعتگرد به مرکز O و زاویه 60° دایره C' به دایره $C''(O'', R'')$ تبدیل می‌شود. طول مماس مشترک داخلی دو دایره C' و C'' کدام است؟

$$2\sqrt{5} \quad (4)$$

$$3\sqrt{3} \quad (3)$$

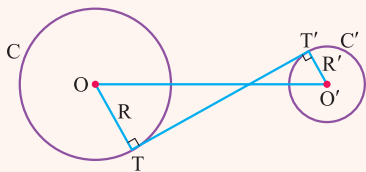
$$4 \quad (2)$$

$$5 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه 4

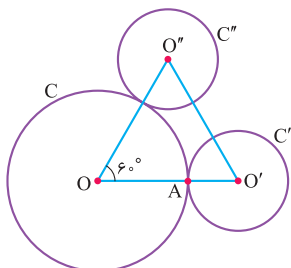
درس‌نامه

- دوران یک تبدیل ایزومتري است، یعنی طول پاره‌خط را حفظ می‌کند.
- برای رسم دوران یافته دایره $C(O, R)$ در دوران به مرکز M و زاویه θ ، باید O را حول M به اندازه θ دوران دهیم تا O' به دست آید، سپس به مرکز O' و شعاع R یک دایره رسم کنیم.
- برای رسم مجانس دایره $C(O, R)$ در تجانس به مرکز M و نسبت k ، تصویر O را در تجانس به مرکز M و نسبت k به دست می‌آوریم و آن را O' می‌نامیم، سپس دایره‌ای به مرکز O' و شعاع $|k|R$ رسم می‌کنیم.
- طول مماس مشترک داخلی دو دایره C و C' از رابطه زیر به دست می‌آید:



$$TT' = \sqrt{OO'^2 - (R + R')^2}$$

پاسخ تشریحی گام اول: نقطه A را روی دایره C در نظر می‌گیریم. نقطه O با تجانسی به مرکز A و $k = -\frac{1}{4}$ بر روی نقطه O' منطبق می‌شود و داریم:



$$OA' = \frac{1}{4}OA \Rightarrow O'A = 2 = R'$$

اکنون دایره C' را به مرکز O' و شعاع 2 رسم می‌کنیم.



گام دوم: برای دوران دایره C' به اندازه 60° درجه به مرکز نقطه O کافی است نقطه O' را حول O به اندازه 60° درجه دوران دهیم تا مرکز دایره C'' یا همان O'' به دست آید. چون $\hat{O} = 60^\circ$ و $OO' = OO''$ ؛ پس می توان نتیجه گرفت که مثلث $OO'O''$ متساوی الاضلاع است و خواهیم داشت:

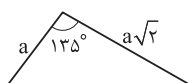
$$OO' = OO'' = O'O'' = OA + OA' = R + R' = 6$$

گام سوم: با توجه به قسمت (۴) درس نامه، طول مماس مشترک داخلی دو دایره C' و C'' را به دست می آوریم:

$$\text{طول مماس مشترک داخلی} = \sqrt{(O'O'')^2 - (R' + R'')^2} = \sqrt{36 - 16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

تست و پاسخ ۳۹

شعاع دایره محیطی مثلث رسم شده، چند برابر a است؟



$$\sqrt{2/5} \quad (2)$$

$$\sqrt{10} \quad (4)$$

$$\frac{\sqrt{5}}{2} \quad (1)$$

$$\sqrt{5} \quad (3)$$

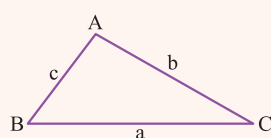
پاسخ: گزینه ۲

درس نامه

(۱) قضیه سینوسها: در مثلث ABC با اضلاع $AB = c$ ، $AC = b$ و $BC = a$ داریم:

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$$

که R شعاع دایره محیطی مثلث است.



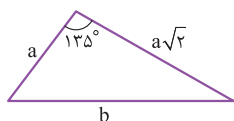
(۲) قضیه کسینوسها: در هر مثلث، مربع اندازه هر ضلع برابر است با مجموع مربعهای اندازههای دو ضلع دیگر، منهای دو برابر حاصل ضرب اندازه آن دو ضلع در کسینوس زاویه بین آنها:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

$$\alpha + \beta = 180^\circ \Rightarrow \begin{cases} \sin \alpha = \sin \beta \\ \cos \alpha = -\cos \beta \end{cases}$$

(۳) برای دو زاویه α و β همواره داریم:

پاسخ تشریحی گام اول: در ابتدا با استفاده از قضیه کسینوسها، ضلع سوم مثلث (همان b) را بر حسب a به دست می آوریم:



$$b^2 = a^2 + (a\sqrt{2})^2 - 2a \times a\sqrt{2} \times \cos 135^\circ \Rightarrow b^2 = 3a^2 - 2\sqrt{2}a^2 \cos 135^\circ$$

$$\cos 135^\circ = -\sin 45^\circ \Rightarrow b^2 = 3a^2 - 2\sqrt{2}a^2 \left(-\sin 45^\circ \right) \Rightarrow b^2 = 3a^2 + 2a^2$$

$$\Rightarrow b^2 = 5a^2 \Rightarrow b = \sqrt{5}a$$

گام دوم: با استفاده از قضیه سینوسها طول شعاع دایره محیطی را بر حسب a به دست می آوریم:

$$\frac{\sqrt{5}a}{\sin 135^\circ} = 2R \Rightarrow \frac{\sqrt{5}a}{\frac{\sin 45^\circ}{\frac{\sqrt{2}}{2}}} = 2R \Rightarrow \sqrt{5}a = \sqrt{2}R \Rightarrow R = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}a = \sqrt{\frac{5}{2}}a = \sqrt{2/5}a$$

تست و پاسخ ۴۰

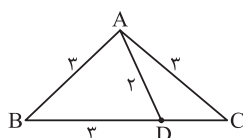
با توجه به شکل، نسبت مساحت مثلث ABC به مساحت مثلث ADC کدام است؟

$$3 \quad (2)$$

$$2/8 \quad (1)$$

$$3/4 \quad (4)$$

$$3/2 \quad (3)$$



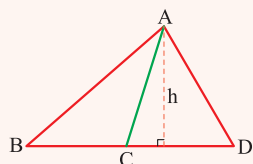
پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



درس نامه

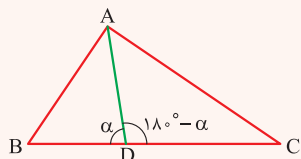
(۱) اگر دو مثلث در یک ارتفاع مشترک باشند، نسبت مساحت‌های آن‌ها برابر است با نسبت قاعده‌های نظیر این ارتفاع مشترک.



$$\frac{S_{ABC}}{S_{ACD}} = \frac{BC}{CD}$$

(۲) قضیه استوارت: در مثلث ABC، نقطه دلخواه D روی BC مفروض است.

رابطه زیر همواره برقرار است:

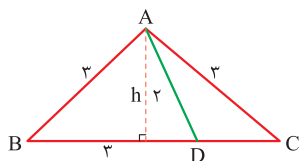


$$AB^2 \cdot DC + AC^2 \cdot BD = AD^2 \cdot BC + BD \cdot DC \cdot BC$$

$$AB^2 - AD^2 = BD \cdot DC$$

حالت خاص: اگر $AB = AC$ باشد، داریم:

پاسخ تشریحی گام اول: طبق مورد (۲) درس نامه، از حالت خاص رابطه استوارت در مثلث متساوی الساقین ABC استفاده می‌کنیم، داریم:



$$AB^2 - AD^2 = BD \cdot DC \Rightarrow 9 - 4 = 3 \times DC \Rightarrow DC = \frac{5}{3} \Rightarrow BC = \frac{5}{3} + 3 = \frac{14}{3}$$

گام دوم: طبق مورد (۱) درس نامه، نسبت مساحت‌های دو مثلث ABC به ADC برابر با نسبت قاعده‌های آن‌هاست و خواهیم داشت:

$$\frac{S_{ABC}}{S_{ADC}} = \frac{BC}{DC} = \frac{\frac{14}{3}}{\frac{5}{3}} = \frac{14}{5} = 2 \frac{4}{5}$$



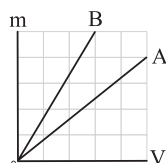
پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

فیزیک پایه: فیزیک (۲): صفحه‌های ۱ تا ۱۳۰، فیزیک (۱): صفحه‌های ۱ تا ۱۴۹

تست و پاسخ (۴۱)

نمودار جرم بر حسب حجم دو مایع A و B به شکل زیر است. جرم یکسانی از این دو مایع را مخلوط می‌کنیم. چگالی مخلوط حاصل چند برابر چگالی مایع A است؟ (حجم دو مایع در اثر مخلوط شدن تغییر نمی‌یابد).



$$\frac{18}{29} \quad (2)$$

$$\frac{50}{37} \quad (4)$$

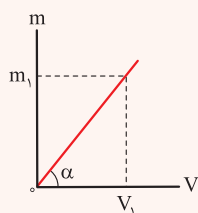
$$\frac{29}{18} \quad (1)$$

$$\frac{37}{50} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه (۴)

خودت حل کنی بهتره به کمک شیب نمودار، نسبت چگالی‌های دو مایع A و B را مشخص کنید، سپس به کمک رابطه $\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B}$ چگالی مایع مخلوط را بر حسب ρ_A به دست آورید.

درس نامه •• شیب نمودار جرم - حجم بیانگر چگالی جسم است.

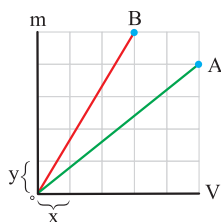


$$\Rightarrow \rho = \frac{m_1}{V_1} = \tan \alpha$$

اگر مایعی به جرم m_A و چگالی ρ_A را با مایعی به جرم m_B و چگالی ρ_B مخلوط کنیم، چگالی مخلوط آن‌ها از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B} \xrightarrow{V = \frac{m}{\rho}} \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_A + m_B}{\frac{m_A}{\rho_A} + \frac{m_B}{\rho_B}}$$

پاسخ تشریحی گام اول: به کمک نمودار جرم بر حسب حجم، نسبت چگالی مایع B به چگالی مایع A را به دست می‌آوریم:



$$\rho_B = \frac{m_B}{V_B} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\Delta}{\Delta} \left(\frac{y}{x} \right)$$

$$\rho_A = \frac{m_A}{V_A} = \frac{4y}{5x} = \frac{4}{5} \left(\frac{y}{x} \right)$$

$$\frac{\rho_B}{\rho_A} = \frac{\frac{\Delta}{\Delta} \left(\frac{y}{x} \right)}{\frac{4}{5} \left(\frac{y}{x} \right)} = \frac{25}{12}$$

گام دوم: با استفاده از رابطه $\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B}$ چگالی مخلوط حاصل از دو مایع A و B را به دست می‌آوریم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B} = \frac{m_A + m_B}{\frac{m_A}{\rho_A} + \frac{m_B}{\rho_B}} \xrightarrow{m_A = m_B = m} \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m + m}{\frac{m}{\rho_A} + \frac{m}{\rho_B}}$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{2m}{\frac{m}{\rho_B} + \frac{m}{\rho_A}} = \frac{2\rho_A\rho_B}{\rho_A + \rho_B} \xrightarrow{\rho_B = \frac{25}{12}\rho_A} \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{2\rho_A \left(\frac{25}{12}\rho_A \right)}{\rho_A + \frac{25}{12}\rho_A}$$

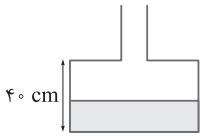
$$\Rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\frac{50}{12}\rho_A^2}{\frac{37}{12}\rho_A} = \frac{50}{37}\rho_A$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۴۲

مساحت مقطع قسمت پهن و قسمت باریک ظرف شکل زیر، به ترتیب 50 cm^2 و 25 cm^2 است و درون آن 1 kg آب ریخته‌ایم. اگر به این ظرف $1/6 \text{ kg}$ روغن اضافه شود، فشار در کف ظرف چند کیلوپاسکال تغییر می‌کند؟ ($\rho_{\text{آب}} = 1000 \text{ kg/m}^3$ و $\rho_{\text{روغن}} = 800 \text{ kg/m}^3$ و $g = 10 \text{ N/kg}$)



$$3/2 \quad (2)$$

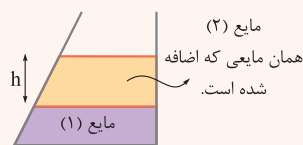
$$2/4 \quad (1)$$

$$4/8 \quad (4)$$

$$3/6 \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۴

خودت حل کنی بهتره ابتدا با استفاده از حجم آب، ارتفاع آب درون ظرف را به دست آورید، سپس با استفاده از رابطه $\rho = \frac{m}{V}$ ، جرمی که توسط روغن در ظرف اشغال می‌شود و ارتفاع روغن اضافه‌شده را محاسبه کرده و فشار ناشی از روغن را به دست آورید.



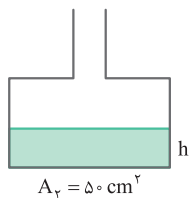
درس نامه طبق اصل پاسکال، با اضافه کردن یک مایع به درون ظرف، فشار در تمام نقاط زیر آن به مقدار یکسانی افزایش می‌یابد. این افزایش فشار از رابطه $\Delta P = \rho_{\text{مایع}} gh$ به دست می‌آید.

$$\Delta P = \rho_{\text{مایع}} gh$$

معمولاً در حل این نوع سؤالات، چالش اصلی ما یافتن ارتفاع مایع اضافه شده است.

پاسخ تشریحی **گام اول:** با توجه به این که در ظرف 1000 g آب ریخته شده است، ارتفاع آب (h) در این حالت

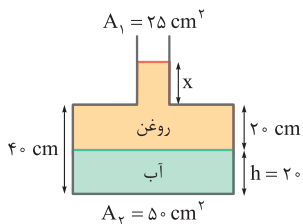
را به دست می‌آوریم:



$$V_{\text{آب}} = \frac{m_{\text{آب}}}{\rho_{\text{آب}}} = \frac{1000}{1} = 1000 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{آب}} = A_{\text{ب}} \times h \Rightarrow 1000 = 50 \times h \Rightarrow h = 20 \text{ cm}$$

گام دوم: حجم روغن و سپس ارتفاع روغن درون ظرف را به دست می‌آوریم:



$$V_{\text{روغن}} = \frac{m_{\text{روغن}}}{\rho_{\text{روغن}}} = \frac{1600}{800} = 2000 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{روغن}} = A_1 x + A_2 (20) \Rightarrow 2000 = 25(x) + 50(20) \Rightarrow 1000 = 25x \Rightarrow x = 40 \text{ cm}$$

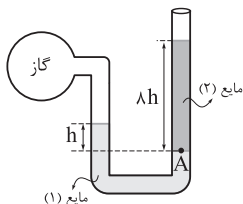
بنابراین ارتفاع روغن در ظرف، 60 cm ($20 + 40$) است.

گام سوم: از آن‌جا که سؤال، تغییرات فشار را پس از اضافه کردن روغن خواسته است، کافی است فشار ناشی از روغن را به دست آوریم:

$$\Delta P = P_{\text{روغن}} = \rho_{\text{روغن}} gh = 800 \times 10^3 \times 10 \times 0.6 = 4.8 \text{ kPa}$$

تست و پاسخ ۴۳

در شکل زیر، چگالی مایع (۱)، ۴ برابر چگالی مایع (۲) است. اگر فشار گاز محبوس در مخزن، ۲۰ درصد بیشتر از فشار هوا باشد، فشار پیمانه‌ای نقطه A چند برابر فشار هوا است؟



$$\frac{2}{5} \quad (2)$$

$$\frac{1}{5} \quad (1)$$

$$\frac{1}{3} \quad (4)$$

$$\frac{1}{6} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره یکی از سؤالات رایج در بحث فشار، لوله‌های U شکل است. در این سؤال‌ها باید به سراغ نقاط هم‌تراز در یک مایع برویم.



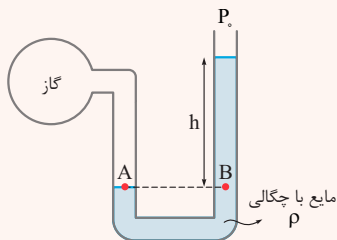
پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

خودت حل کنی بهتره نقطه‌ای هم‌تراز با نقطه A را بیابید و با نوشتن برابری فشار برای این نقطه و نقطه A، رابطه‌ای بین فشار هوا و چگالی مایع (۲) مشخص کنید.
فشار پیمانهای را در نقطه A به دست آورده و نسبت آن با فشار هوا در مرحله قبلی را محاسبه کنید.

درس نامه مانومتر وسیله‌ای برای اندازه‌گیری فشار گاز مخزن‌ها است. یک شاخه لوله U شکل به مخزن گاز بسته می‌شود و معمولاً شاخه دیگر با هوای آزاد در ارتباط است.

برای حل این سؤالات، مانند شکل زیر، از هم‌تراز بودن نقاطی که در یک مایع هستند استفاده می‌کنیم.

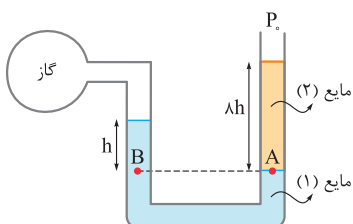


$$P_A = P_B$$

$$\Rightarrow P_{\text{گاز}} = P_0 + \rho gh$$

$$\Rightarrow \underbrace{P_{\text{گاز}} - P_0}_{\text{فشار پیمانهای گاز}} = \rho gh$$

پاسخ تشریحی **گام اول:** دو نقطه A و B در یک مایع و در یک تراز قرار دارند، بنابراین فشار در این دو نقطه برابر است.



$$P_A = P_B$$

$$\Rightarrow P_0 + \rho_2 g(\lambda h) = P_{\text{گاز}} + \rho_1 gh$$

$$\xrightarrow[\frac{P_{\text{گاز}} = 1/2 P_0}]{\rho_1 = 4 \rho_2} P_0 + \lambda \rho_2 gh = 1/2 P_0 + 4 \rho_2 gh \Rightarrow 4 \rho_2 gh = 1/2 P_0 \Rightarrow 20 \rho_2 gh = P_0$$

$$P_A = P_0 + \rho_2 g(\lambda h) \Rightarrow \underbrace{P_A - P_0}_{\text{فشار پیمانهای در نقطه A}} = \lambda \rho_2 gh$$

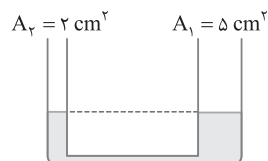
گام دوم: فشار پیمانهای را در نقطه A به دست می‌آوریم:

$$\frac{P_{\text{پیمانهای A}}}{P_0} = \frac{\lambda \rho_2 gh}{20 \rho_2 gh} = \frac{\lambda}{20} = \frac{2}{5}$$

گام سوم: نسبت فشار پیمانهای نقطه A را به فشار هوا به دست می‌آوریم:

تست و پاسخ ۴۴

مساحت مقطع شاخه‌های سمت راست و چپ لوله U شکل زیر، به ترتیب 5 cm^2 و 2 cm^2 است. در لوله مقداری جیوه به حال تعادل قرار دارد. اگر در شاخه سمت راست آب 170 g آب بریزیم، اختلاف ارتفاع جیوه در دو شاخه به چند سانتی‌متر می‌رسد؟ (چگالی جیوه 13.6 g/cm^3 است.)



$$2 / 5 \quad (2)$$

$$5 \quad (1)$$

$$1 \quad (4)$$

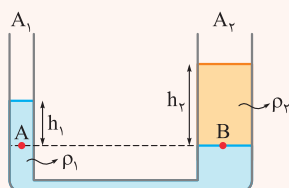
$$2 \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره ابتدا وضعیت نهایی آب و جیوه را پس از اضافه کردن آب به صورت کیفی در شکل مشخص کنید، سپس به کمک نقاط هم‌تراز در یک مایع، اختلاف سطح جیوه در دو طرف را به دست آورید.

درس نامه

شکل مقابل دو مایع مخلوط‌نشده را نمایش می‌دهد که به تعادل رسیده‌اند. مایعی که چگالی‌اش بیشتر است، در قسمت پایین لوله قرار می‌گیرد.



$$P_A = P_B \Rightarrow P_0 + \rho_1 gh_1 = P_0 + \rho_2 gh_2 \Rightarrow \rho_1 gh_1 = \rho_2 gh_2 \Rightarrow \rho_1 h_1 = \rho_2 h_2$$

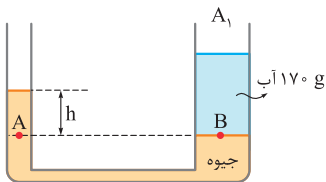
پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



با توجه به این که معمولاً در لوله‌های U شکل، سطح مقطع لوله در یک طرف تغییر نمی‌کند، برای محاسبه فشار می‌توانیم از رابطه $P = \frac{mg}{A}$

هم استفاده کنیم؛ مثلاً در شکل بالا برای محاسبه P_B می‌توان نوشت:

$$P_B = P_0 + \frac{m_{\text{مایع (۲)}} g}{A_2}$$



پاسخ تشریحی با اضافه کردن ۱۷۰ گرم آب به شاخه سمت راست، جیوه در شاخه سمت راست پایین می‌آید و به اندازه همان حجم، جیوه در شاخه سمت چپ بالا می‌رود. شکل مقابل وضعیت نهایی آب و جیوه را نشان می‌دهد.

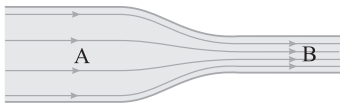
فشار در نقاط هم‌تراز A و B با هم برابرند:

$$P_A = P_B \Rightarrow P_0 + \rho_{\text{جیوه}} gh = P_0 + \frac{mg}{A_1} \Rightarrow \rho_{\text{جیوه}} h = \frac{m}{A_1} \Rightarrow 13/6 \times 10^3 \times h = \frac{170 \times 10^{-3}}{5 \times 10^{-4}}$$

$$\Rightarrow h = \frac{170 \times 10^{-3}}{5 \times 10^{-4} \times 13/6 \times 10^3} = \frac{17 \times 10^{-2}}{68 \times 10^{-1}} = \frac{1}{40} \text{ m} \Rightarrow h = \frac{100}{40} \text{ cm} = 2/5 \text{ cm}$$

تست و پاسخ ۴۵

در لوله افقی شکل زیر که از دو بخش A و B تشکیل شده، جریان لایه‌ای و پایای آب برقرار است. اگر قطر مقطع بخش A، ۲ برابر قطر مقطع بخش B باشد، کدام یک از موارد زیر، درباره تندی آب (v) و فشار آن (P) در دو بخش A و B درست است؟



الف) $v_B = 2v_A$

ب) $v_B = 4v_A$

پ) $P_B > P_A$

ت) $P_A > P_B$

الف و پ (۱)

ب و پ (۳)

الف و ت (۲)

ب و ت (۴)

پاسخ: گزینه ۴

خودت حل کنی بهتره با استفاده از معادله پیوستگی ($A_A v_A = A_B v_B$) رابطه بین تندیها را در قسمت‌های A و B مشخص کنید.

سپس به کمک اصل برنولی فشار در نقاط A و B را مقایسه کنید.

درس نامه

● **پیوستگی:** اگر شاره‌ای با جریان لایه‌ای در لوله‌ای با دو سطح مقطع متفاوت حرکت کند، آهنگ شارش حجمی شاره، در طول لوله مقداری ثابت دارد.



$$A_1 \times v_1 = A_2 \times v_2$$

● **اصل برنولی:** در یک شاره در حال حرکت، با افزایش تندی، فشار داخل شاره کاهش می‌یابد. به کمک معادله پیوستگی می‌توانیم نتیجه بگیریم که اگر شاره‌ای وارد قسمت باریک‌تر شود، تندی آن افزایش می‌یابد و فشار آن کمتر می‌شود.

پاسخ تشریحی گام اول: به کمک معادله پیوستگی، رابطه بین تندیهای A و B را مشخص می‌کنیم:

$$A_A v_A = A_B v_B \Rightarrow r_A^2 \times v_A = r_B^2 \times v_B \xrightarrow{r_A = 2r_B} 4v_A = v_B$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

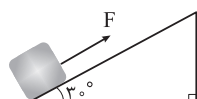
گام دوم: طبق اصل برنولی، با افزایش تندی شارۀ در حال حرکت، فشار آن کاهش می‌یابد.

$$v_B > v_A \xrightarrow{\text{اصل برنولی}} P_B < P_A$$

بنابراین موارد «ب» و «ت»، درست هستند.

تست و پاسخ ۴۶

در شکل زیر، به جسم ساکنی به جرم 2 kg ، نیروی ثابت $F = 20 \text{ N}$ موازی با سطح شیب‌دار وارد می‌شود و جسم را تا بالای سطح شیب‌دار جابه‌جا می‌کند. اگر کار انجام‌شده توسط نیروی F برابر با 72 J باشد، تندی جسم در بالای سطح شیب‌دار به چند متر بر ثانیه می‌رسد؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$ و اصطکاک و مقاومت هوا، ناچیز است.)



۶ (۲)

۳ (۱)

$6\sqrt{3}$ (۴)

$3\sqrt{2}$ (۳)

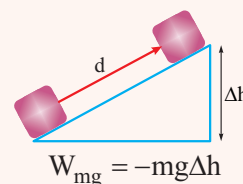
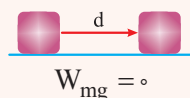
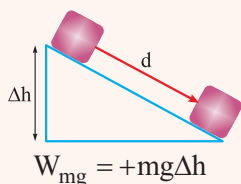
پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره با استفاده از رابطه $W_F = Fd \cos \theta$ ، مسافتی را که جسم تا رسیدن به بالاترین نقطه پیموده است به دست آورید، سپس به کمک زاویه 30° ، تغییر ارتفاع جسم را به دست آورید.

در نهایت با به کار بردن قضیه کار و انرژی جنبشی ($W_t = \Delta K$)، تندی جسم در بالای سطح شیب‌دار را به دست آورید.

درس نامه

- کار نیروی ثابت \vec{F} در جابه‌جایی \vec{d} از رابطه مقابل به دست می‌آید:
 $W_F = \text{کار نیروی } F \text{ (J)} = F \text{ (اندازه نیرو (N))} \times d \text{ (اندازه جابه‌جایی (m))} = \theta = \text{زاویه بین } \vec{F} \text{ و } \vec{d}$
- برای محاسبه کار نیروی وزن از رابطه $W_{mg} = \pm mg \Delta h$ استفاده می‌کنیم. برای محاسبه کار نیروی وزن در جابه‌جایی یک جسم در طول یک مسیر، تنها تغییرات ارتفاع (جابه‌جایی در راستای نیروی وزن) مهم است. به طوری که اگر جابه‌جایی قائم جسم رو به پایین باشد، کار نیروی وزن مثبت و اگر رو به بالا باشد، کار نیروی وزن منفی است.

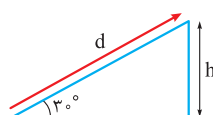


- قضیه کار - انرژی جنبشی: کار کل انجام‌شده روی یک جسم در یک جابه‌جایی معین، با تغییر انرژی جنبشی آن برابر است. چه مسیر آن مستقیم باشد و چه نباشد.

$$W_t = K_2 - K_1$$

$W_t = \text{کار کل (کار برابری نیروها) (J)} = K_1 = \text{انرژی جنبشی در وضعیت (۱) (J)} = K_2 = \text{انرژی جنبشی در وضعیت (۲) (J)}$

پاسخ تشریحی گام اول: کار انجام‌شده توسط نیروی F برابر 72 J است. مسافت طی شده تا رسیدن به بالای سطح شیب‌دار را به دست می‌آوریم:



$$W_F = Fd \cos \theta \Rightarrow 72 = 20 \times d \times \cos 30^\circ \Rightarrow d = \frac{72}{20 \times \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{3}{\sqrt{3}} \text{ m}$$

حال به کمک زاویه 30° ، تغییرات ارتفاع جسم را در این جابه‌جایی به دست می‌آوریم:

$$\sin 30^\circ = \frac{h}{d} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{h}{\frac{3}{\sqrt{3}}} \Rightarrow h = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ m}$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام دوم: از قضیه کار و انرژی جنبشی برای محاسبه تندی در بالای سطح شیبدار استفاده می‌کنیم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{mg} + W_F = \Delta K$$

$$\Rightarrow -mgh + 72 = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) \xrightarrow{v_1=0} -2(10)(1/8) + 72 = \frac{1}{2}(2)(v_2^2)$$

$$\Rightarrow -36 + 72 = v_2^2 \Rightarrow 36 = v_2^2 \Rightarrow v_2 = 6 \text{ m/s}$$

تست و پاسخ ۴۷

یک پمپ با توان مصرفی ۱kW، در هر دقیقه، ۶۰۰kg آب را از چاهی به عمق ۵m، تا ارتفاع ۱ متری از سطح زمین بالا آورده و آن را با تندی ۴ m/s پرتاب می‌کند. بازده این پمپ چند درصد است؟ (g = ۱۰ N/kg)

۷۶ (۴)

۶۸ (۳)

۶۶ (۲)

۵۸ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

خودت حل کنی بهتره به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی، کار انجام‌شده توسط پمپ را به دست آورید، سپس توان خروجی پمپ را با

$$\text{استفاده از رابطه } P = \frac{W}{t} \text{ محاسبه کنید و در نهایت بازده پمپ را با رابطه } Ra = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}} \times 100 \text{ به دست آورید.}$$

درس نامه

به نسبت کار مفید یک سیستم به کار ورودی، بازده می‌گوییم که از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$Ra = \frac{E_{\text{خروجی}}}{E_{\text{ورودی}}} \times 100 \quad \text{یا} \quad Ra = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}} \times 100$$

پاسخ تشریحی گام اول: با استفاده از رابطه $W_t = \Delta K$ ، کار انجام‌شده توسط پمپ را به دست می‌آوریم:

$$W_{\text{پمپ}} + W_{\text{زن}} = \Delta K$$

$$\Rightarrow W_{\text{پمپ}} - mg\Delta h = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

توجه کنید که آب از عمق ۵m به ارتفاع ۱ متری سطح زمین آمده است و تغییرات ارتفاع آن ۶m است.

$$W_{\text{پمپ}} - 600 \times 10 \times 6 = \frac{1}{2}(600)(4^2 - 0^2)$$

$$\Rightarrow W_{\text{پمپ}} - 36000 = 4800 \Rightarrow W_{\text{پمپ}} = 40800 \text{ J}$$

$$P_{\text{خروجی}} = \frac{W}{t} = \frac{40800}{60} = 680 \text{ W}$$

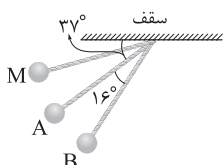
گام دوم: توان خروجی پمپ را به دست می‌آوریم:

$$Ra = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}} \times 100 = \frac{680}{1000} \times 100 = 68\%$$

گام سوم: بازده پمپ را حساب می‌کنیم:

تست و پاسخ ۴۸

در شکل زیر، آونگی به طول ۵m از نقطه M رها می‌شود. اگر اختلاف تندی گلوله آونگ در دو نقطه A و B برابر با ۱ m/s باشد، تندی گلوله در نقطه A چند متر بر ثانیه است؟ (g = ۱۰ N/kg، $\sin 37^\circ = 0/6$ و اتلاف انرژی مکانیکی ناچیز است.)



۳/۵ (۲)

۲/۵ (۱)

۵/۵ (۴)

۴/۵ (۳)

پاسخ: گزینه ۱



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

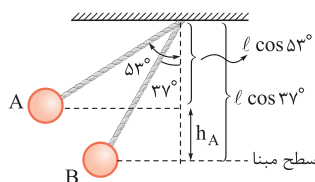
فیزیک

خود حل کنی بهتره تغییر ارتفاع گلوله آونگ در جابه‌جایی از نقطه A تا نقطه B را به دست آورید (برای محاسبه تغییر ارتفاع از طول آونگ و زاویه‌ای که آونگ با خط قائم می‌سازد استفاده کنید)، سپس تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی را به کمک رابطه $\Delta U = mg\Delta h$ محاسبه کنید تا در نهایت با به کار بردن رابطه $\Delta U + \Delta K = 0$ تندی در نقطه A را محاسبه کنید.

درس نامه در یک سامانه که با محیط بیرون تبادل انرژی ندارد، انرژی مکانیکی (E) مقداری ثابت است، بنابراین داریم:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2 \Rightarrow 0 = \underbrace{(U_2 - U_1)}_{\Delta U} + \underbrace{(K_2 - K_1)}_{\Delta K} \Rightarrow \Delta U + \Delta K = 0$$

پاسخ تشریحی گام اول: تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی را به دست می‌آوریم:



$$h_A = l \cos 37^\circ - l \cos 53^\circ \Rightarrow h_A = l (\cos 37^\circ - \cos 53^\circ)$$

$$\Rightarrow h_A = l (0.8 - 0.6) = 1/5 (0.2) = 0.2 \text{ m}, h_B = 0$$

$$\Delta U_{AB} = mgh_B - mgh_A = 0 - m(1)(0.2) = -0.2 \text{ m}$$

گام دوم: از آنجا که اتلاف انرژی مکانیکی نداریم، رابطه $\Delta U + \Delta K = 0$ برقرار است.

$$\Delta U + \Delta K = 0 \Rightarrow -0.2 \text{ m} + \frac{1}{2} m (v_B^2 - v_A^2) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m (v_B^2 - v_A^2) = 0.2 \text{ m} \Rightarrow v_B^2 - v_A^2 = 0.4$$

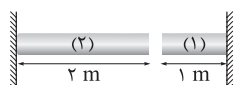
تندی گلوله در نقطه B، 1 m/s بیشتر از تندی گلوله در نقطه A است، بنابراین داریم:

$$(v_A + 1)^2 - v_A^2 = 0.4 \Rightarrow v_A^2 + 2v_A + 1 - v_A^2 = 0.4$$

$$\Rightarrow 2v_A = -0.6 \Rightarrow v_A = -0.3 \text{ m/s}$$

تست و پاسخ ۴۹

در شکل زیر، دو میله فلزی (۱) و (۲) در دمای 20°C روبه‌روی یکدیگر قرار دارند. اگر در این دما فاصله بین دو میله 2 cm باشد، در چه دمایی بر حسب درجه فارنهایت دو میله به هم می‌رسند؟ (ضریب انبساط طولی میله‌های (۱) و (۲) به ترتیب $\alpha_1 = 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ و $\alpha_2 = 2 \times 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ است.)



۶۰ (۲)

۴۰ (۱)

۱۴۰ (۴)

۱۰۸ (۳)

پاسخ: گزینه ۴

خود حل کنی بهتره تغییرات طول میله (۱) و میله (۲) را با استفاده از رابطه $\Delta L = \alpha L_0 \Delta \theta$ به دست آورید و مجموع تغییر طول دو میله را برابر با عدد 0.2 cm قرار دهید تا تغییرات دما به دست آید.

توجه کنید در نهایت به کمک رابطه $F = \frac{9}{5}\theta + 32$ ، دما را بر حسب درجه فارنهایت محاسبه کنید.

درس نامه

اگر دمای میله‌ای به طول L_0 را به اندازه $\Delta \theta$ تغییر دهیم، طول میله به اندازه ΔL تغییر می‌کند. تغییر طول از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$\Delta L = \alpha L_0 \Delta \theta$$

α ضریب انبساط طولی است که یکای آن $\frac{1}{\text{K}}$ یا $\frac{1}{^\circ \text{C}}$ است.

پاسخ تشریحی گام اول: اگر مجموع تغییرات طول میله (۱) و میله (۲) برابر 0.2 cm شود، دو میله به یکدیگر می‌رسند.

$$\Delta L_1 + \Delta L_2 = 0.2 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow \alpha_1 (L_0)_1 \Delta \theta + \alpha_2 (L_0)_2 \Delta \theta = 0.2 \text{ cm} \Rightarrow 10^{-5} \times 100 \times \Delta \theta + 2 \times 10^{-5} \times 200 \times \Delta \theta = 0.2$$

$$\Rightarrow \Delta \theta (10^{-3} + 4 \times 10^{-3}) = 0.2 \Rightarrow \Delta \theta = \frac{0.2}{5 \times 10^{-3}} = \frac{0.2 \times 10^3}{5} = \frac{200}{5} = 40^\circ \text{C}$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



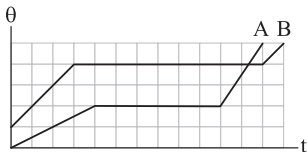
$$\Delta\theta = \theta_r - \theta_1 \Rightarrow 40 = \theta_r - 20 \Rightarrow \theta_r = 60^\circ\text{C}$$

گام دوم: دمای ثانویه را به دست می‌آوریم:

$$F_r = \frac{9}{5}\theta_r + 32 \xrightarrow{\theta_r = 60^\circ\text{C}} F_r = \frac{9}{5}(60) + 32 = 140^\circ\text{F}$$

تست و پاسخ ۵۰

نمودار دما بر حسب زمان برای دو جسم جامد A و B که با آهنگ ثابت و یکسانی گرما دریافت می‌کنند، به شکل زیر است. کدام یک از موارد زیر دربارهٔ گرمای نهان ویژه ذوب دو جسم (L_F) و ظرفیت گرمایی آن‌ها در حالت جامد (C) الزاماً درست است؟



(۴) ت

(۳) پ

(۲) ب و پ

(۱) الف و ت

$$(L_F)_A = \frac{3}{4}(L_F)_B \text{ (الف)}$$

$$(L_F)_A = \frac{2}{3}(L_F)_B \text{ (ب)}$$

$$C_A = 2C_B \text{ (پ)}$$

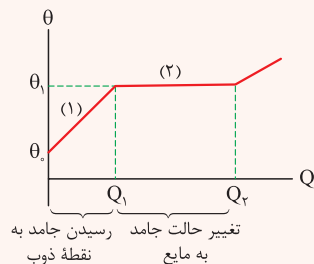
$$C_B = 2C_A \text{ (ت)}$$

پاسخ: گزینه ۳

خودت حل کنی بهتره در قسمت اول نمودار، به کمک رابطه $Q = C\Delta\theta$ و رابطه $Q = Pt$ به طور هم‌زمان، ظرفیت گرمایی دو جسم را

به دست آورید و مقایسه کنید. سپس در قسمتی که نمودار به صورت افقی است، دو رابطه $Q = mL_F$ و $Q = Pt$ را به طور هم‌زمان به کار ببرید تا نسبت L_F دو جسم را مشخص کنید.

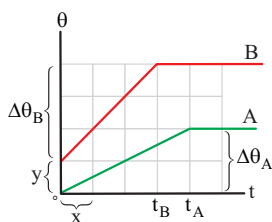
درس نامه نمودار مقابل، تغییرات دما بر حسب گرما را نشان می‌دهد. ظرفیت گرمایی در حالت جامد (C) و گرمای نهان ویژه ذوب (L_F) به صورت زیر قابل محاسبه هستند.



تغییر حالت جامد به مایع
رسیدن جامد به نقطه ذوب

$$(۱) \text{ قسمت} \Rightarrow Q_1 - 0 = C(\theta_1 - \theta_0) \Rightarrow Q_1 = C(\theta_1 - \theta_0)$$

$$(۲) \text{ قسمت} \Rightarrow Q_2 - Q_1 = mL_F$$



پاسخ تشریحی گام اول: هر دو جسم A و B با آهنگ ثابت و یکسانی گرما دریافت کرده‌اند

(آن را P فرض کرده‌ایم). به کمک رابطه $Q = C\Delta\theta$ ، ظرفیت گرمایی دو جسم را در حالت جامد

به دست می‌آوریم و مقایسه می‌کنیم:

$$Q_A = C_A \Delta\theta_A \Rightarrow P \times t_A = C_A \Delta\theta_A \Rightarrow P \times 4x = C_A \times 2y \Rightarrow C_A = \frac{2Px}{y}$$

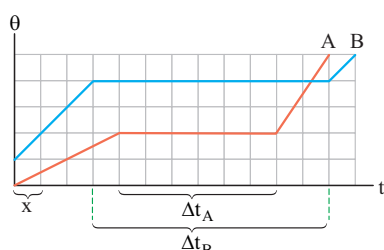
$$Q_B = C_B \Delta\theta_B \Rightarrow P \times t_B = C_B \Delta\theta_B \Rightarrow P \times 2x = C_B \times 2y \Rightarrow C_B = \frac{Px}{y}$$

$$\Rightarrow \frac{C_A}{C_B} = \frac{\frac{2Px}{y}}{\frac{Px}{y}} = 2 \Rightarrow C_A = 2C_B$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک



گام دوم: گرمای نهان ذوب (L_F) دو جسم را به کمک رابطه $Q = mL_F$ به دست می‌آوریم:

$$Q_A = m_A(L_F)_A \Rightarrow P \times \Delta t_A = m_A(L_F)_A \Rightarrow P \times 6x = m_A \times (L_F)_A \Rightarrow (L_F)_A = \frac{6Px}{m_A}$$

$$Q_B = m_B(L_F)_B \Rightarrow P \times \Delta t_B = m_B(L_F)_B \Rightarrow P \times 9x = m_B(L_F)_B \Rightarrow (L_F)_B = \frac{9Px}{m_B}$$

با توجه به این که درباره نسبت جرم‌های A و B اطلاعاتی نداریم، نمی‌توانیم رابطه‌ای بین $(L_F)_B$ و $(L_F)_A$ بیان کنیم.

تست و پاسخ (۵۱)

درون ظرفی مسی به جرم m، یک قطعه یخ به جرم m و دمای 10°C قرار دارد. اگر به مجموعه گرما دهیم، تا لحظه‌ای که آب شروع به جوشیدن می‌کند، چند درصد از گرما به ظرف داده شده است؟ ($c_{\text{آب}} = 4/2 \frac{\text{J}}{\text{g}\cdot\text{K}}$ ، $L_F = 336 \text{ J/g}$ ، فشار هوای محیط 1 atm و تبخیر سطحی ناچیز است).

۲۵ (۴)

۲۰ (۳)

۱۵ (۲)

۱۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

خود حل کنی بهتره گرمایی که یخ صفر درجه نیاز دارد تا به آب 10°C تبدیل شود را به دست آورید، سپس گرمایی که ظرف مسی نیاز دارد تا به دمای 10°C برسد را محاسبه کنید. در نهایت نسبت گرمایی که مس دریافت کرده به گرمای کل را محاسبه کنید.

درس نامه

• اگر جسمی به جرم m، به اندازه Q با محیط تبادل گرما داشته باشد و بدون تغییر حالت، دمای آن از θ_1 به θ_2 برسد، رابطه گرمای مبادله‌شده به صورت زیر به دست می‌آید:

$$Q = mc(\theta_2 - \theta_1)$$

c: گرمای ویژه جسم است که یکای آن $\frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{C}}$ است.

• گرمایی که برای ذوب کردن جسمی به جرم m در نقطه ذوب آن نیاز داریم، از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$Q = mL_F$$

L_F ، گرمای نهان ذوب است که یکای آن $\frac{\text{J}}{\text{kg}}$ است.

پاسخ تشریحی گام اول: گرمایی که مس دریافت می‌کند به یخ منتقل می‌شود؛ بنابراین برای رسیدن یخ صفر درجه به آب 10°C ، کل گرمای داده‌شده به مجموعه به صورت زیر خواهد بود:

$$Q_{\text{کل}} = Q_{\text{تبدیل مس صفر به مس } 10^\circ\text{C}} + Q_{\text{تبدیل آب صفر به آب } 10^\circ\text{C}} + Q_{\text{تبدیل یخ صفر به آب صفر}}$$

$$\Rightarrow Q_{\text{کل}} = mL_F + mc_{\text{آب}}(100 - 0) + m\left(\frac{c_{\text{آب}}}{5}\right)(100 - 0) \Rightarrow Q_{\text{کل}} = m(80c_{\text{آب}}) + 100mc_{\text{آب}} + 20mc_{\text{آب}}$$

$$\Rightarrow Q_{\text{کل}} = 200mc_{\text{آب}}$$

$$\frac{Q_{\text{مس}}}{Q_{\text{کل}}} = \frac{20mc_{\text{آب}}}{200mc_{\text{آب}}} = 0/1$$

گام دوم: نسبت گرمایی که مس دریافت کرده به گرمای کل را به دست می‌آوریم:
بنابراین ۱۰ درصد گرما، به ظرف مسی داده شده است.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۵۲

جسم‌های A، B و C با دماهای $\theta_A = 1^\circ\text{C}$ ، $\theta_B = 9^\circ\text{C}$ و $\theta_C = 3^\circ\text{C}$ را در تماس با هم قرار می‌دهیم تا به تعادل گرمایی برسند. اگر اندازه گرمایی که جسم‌های A و B تا رسیدن به تعادل با مجموعه مبادله می‌کنند، به ترتیب ۷۵۰ J و ۲۵۰ J و ظرفیت گرمایی جسم C در SI برابر ۱۰۰ باشد، دمای تعادل چند درجه سلسیوس است؟ (از تبادل گرما با محیط صرف نظر کنید).

۲۰ (۱) ۲۵ (۲) ۳۵ (۳) ۴۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره با توجه به این که تبادل گرمایی با محیط صورت نگرفته، رابطه $Q_A + Q_B + Q_C = 0$ را بنویسید و سپس Q_C را به دست آورید. در نهایت به کمک رابطه $Q_C = C\Delta\theta_C$ ، دمای تعادل را به دست آورید.

درس نامه

اگر چند جسم با دماهای متفاوت در کنار هم باشند، آن قدر با هم گرما مبادله می‌کنند تا دمای آن‌ها یکسان شود. در این حالت که به تعادل گرمایی رسیده‌اند، دمای آن‌ها به یک دمای یکسان به نام دمای تعادل (θ_e) رسیده است.

$$\Rightarrow Q_1 + Q_2 + Q_3 + \dots = 0$$

قانون پایستگی انرژی

نکته دمای تعادل (θ_e) بین کم‌ترین و بیشترین دمای جسم‌هایی است که در کنار هم قرار گرفته‌اند.

$$\theta_{\min} < \theta_e < \theta_{\max}$$

پاسخ تشریحی گام اول: جسم A کم‌ترین دما را دارد، بنابراین جسم A برای رسیدن به دمای تعادل گرما دریافت می‌کند. ($\theta_e > \theta_A$)

$$Q_A = +750 \text{ J}$$

گام دوم: جسم B بیشترین دما را دارد، بنابراین جسم B برای رسیدن به دمای تعادل گرما از دست می‌دهد. ($\theta_e < \theta_B$)

$$Q_B = -250 \text{ J}$$

گام سوم: براساس قانون پایستگی انرژی داریم:

$$Q_A + Q_B + Q_C = 0 \Rightarrow 750 - 250 + Q_C = 0 \Rightarrow Q_C = -500 \text{ J}$$

گام چهارم: به کمک رابطه $Q_C = C_C(\theta_e - \theta_C)$ دمای تعادل را به دست می‌آوریم:

$$Q_C = C_C(\theta_e - \theta_C) \Rightarrow -500 = 100(\theta_e - 3)$$

$$\Rightarrow -5 = \theta_e - 3 \Rightarrow \theta_e = +2^\circ\text{C}$$

تست و پاسخ ۵۳

جرم هوای موجود در اتاقی به طول ۶ m، عرض ۴ m و ارتفاع ۳ m در فشار ۱ bar و دمای 17°C چند کیلوگرم است؟ ($R = 8 \frac{\text{J}}{\text{mol.K}}$ ، جرم مولی متوسط گازهای موجود در هوا 29 g/mol است).

$$17 + 273 = 290 \text{ K}$$

۹۰ (۱) ۴۵ (۲) ۹ (۳) ۴/۵ (۴)

پاسخ: گزینه ۱

درس نامه معادله حالت برای گازهای کامل مطابق رابطه زیر است:

$$PV = nRT$$

ثابت جهانی گاز (J/mol.K) حجم (m^3)
 دما (K) مقدار ماده (mol) فشار (Pa)

پاسخ تشریحی گام اول: با استفاده از معادله حالت، تعداد مول گازها را به دست می‌آوریم:

$$PV = nRT \quad \frac{P=1 \text{ bar}=10^5 \text{ Pa}, V=6 \times 4 \times 3=72 \text{ m}^3}{R=8 \frac{\text{J}}{\text{mol.K}}, T=273+17=290 \text{ K}} \rightarrow 10^5 \times 72 = n \times 8 \times 290 \Rightarrow n = \frac{9 \times 10^5}{290} \text{ mol}$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

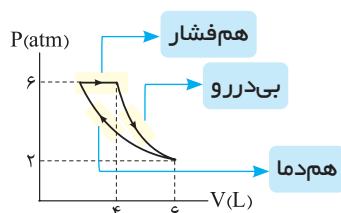
فیزیک

گام دوم: با داشتن تعداد مول گازها و جرم مولی، جرم گاز را حساب می‌کنیم:

$$n = \frac{m}{M} \Rightarrow m = n \cdot M \xrightarrow{n = \frac{9 \times 10^5}{290} \text{ mol}} m = \frac{9 \times 10^5}{290} \times 29 = 9 \times 10^4 \text{ g} \xrightarrow{10^3 \text{ g} = 1 \text{ kg}} m = 90 \text{ kg}$$

تست و پاسخ ۵۴

نمودار فشار بر حسب حجم مقدار معینی گاز آرمانی در طی یک چرخه ترمودینامیکی، که از سه فرایند هم‌دما، هم‌فشار و بی‌دررو تشکیل شده، به شکل زیر است. اگر کاری که گاز بر روی محیط انجام می‌دهد، در فرایند بی‌دررو برابر 1800 J باشد، گرمای مبادله‌شده بین گاز و محیط در



قرینه کار محیط بر روی گاز

فرایند هم‌فشار چند ژول است؟

۳۰۰ (۱)

۱۲۰۰ (۲)

۱۸۰۰ (۳)

۳۰۰۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره به سری سؤال مثل این تست رو هتماً علامت بذار تا توی دوران جمع‌بندی مرورش کنی. چون هم‌زمان با این سؤال ۳ تا فرایند و یک پرفه رو مرور می‌کنی.

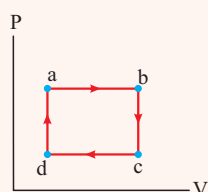
درس نامه

● فرایند هم‌فشار: فرایندی است که فشار گاز در طی فرایند ثابت می‌ماند. کار در فرایند هم‌فشار طبق رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$W = -P \cdot \Delta V$$

● فرایند هم‌دما: فرایندی است که دمای گاز در طی فرایند ثابت می‌ماند. بنابراین در این فرایند انرژی درونی گاز تغییر نمی‌کند ($\Delta U = 0$).

● فرایند بی‌دررو: فرایندی است که در طی آن گرما مبادله نمی‌شود. بنابراین در این فرایند تغییر انرژی درونی با کاری که محیط بر روی گاز انجام می‌دهد برابر است.



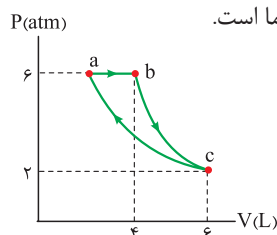
● چرخه ترمودینامیکی: مجموعه‌ای از فرایندهای ترمودینامیکی که دستگاه پس از طی کردن آن‌ها به حالت اولیه خود بازمی‌گردد. مثلاً در شکل مقابل abcda یک چرخه ترمودینامیکی را نشان می‌دهد. در طی یک چرخه ترمودینامیکی کامل، انرژی درونی دستگاه تغییر نمی‌کند.

$$\Delta U_{abcda} = \Delta U_{ab} + \Delta U_{bc} + \Delta U_{cd} + \Delta U_{da} = 0$$

پاسخ تشریحی گام اول: مطابق شکل زیر، نوع هر یک از فرایندها را مشخص می‌کنیم.

نکته در نمودار P - V برای دو فرایند هم‌دما و بی‌درروی مقدار معینی گاز کامل، شیب نمودار بی‌دررو بیشتر از شیب نمودار هم‌دما است.

با توجه به نکته بالا درمی‌یابیم که بین فرایندهای bc و ca، فرایند bc انبساط بی‌دررو و فرایند ca تراکم هم‌دما است.



ab: انبساط هم‌فشار:

bc: انبساط بی‌دررو:

ca: تراکم هم‌دما:

گام دوم: با توجه به این که انرژی درونی دستگاه در طی چرخه تغییر نمی‌کند و $\Delta U_{bc} = W_{bc}$ و $\Delta U_{ca} = 0$ است، می‌توانیم بنویسیم:

$$\Delta U_{abca} = \Delta U_{ab} + \Delta U_{bc} + \Delta U_{ca} \xrightarrow{\Delta U_{abca} = 0, \Delta U_{ca} = 0} \Delta U_{bc} = W_{bc} = -W_{bc} = -1800 \text{ J}$$

$$0 = \Delta U_{ab} + (-1800) + 0 \Rightarrow \Delta U_{ab} = 1800 \text{ J}$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام سوم: کار انجام شده در فرایند ab را حساب می‌کنیم:

$$P_1 V_1 = P_2 V_2$$

نکته در فرایند هم دما، حاصل ضرب P.V مقداری ثابت است. بنابراین داریم:

با توجه به نکته بالا می‌توانیم حجم اولیه گاز در نقطه a را به کمک فرایند ca به دست آوریم:

$$P_c V_c = P_a V_a \Rightarrow 2 \times 6 = 6 \times V_a \Rightarrow V_a = 2 L$$

$$W_{ab} = -P \Delta V \Rightarrow W_{ab} = -6 \times 10^5 \times ((4-2) \times 10^{-3}) = -1200 J \quad \text{حالا داریم:}$$

گام چهارم: با داشتن ΔU_{ab} و W_{ab} ، گرمای مبادله شده در فرایند ab را حساب می‌کنیم:

$$\Delta U_{ab} = Q_{ab} + W_{ab} \xrightarrow[\begin{smallmatrix} W_{ab} = -1200 J \\ \Delta U_{ab} = 1800 J \end{smallmatrix}]{1800 = Q_{ab} - 1200}$$

$$\Rightarrow Q_{ab} = 3000 J$$

تست و پاسخ ۵۵

توان خروجی یک ماشین گرمایی درون سوز بنزینی، $60 kW$ و بازده آن 30% درصد است. اگر این ماشین در هر دقیقه 2000 چرخه را ببیماید، گرم بنزین مصرفی آن در هر چرخه چند گرم است؟ (گرمای حاصل از سوختن بنزین $50 kJ/g$ است.)

$$1/2 \quad (2)$$

$$0/12 \quad (1)$$

$$4/4$$

$$0/4 \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۱

درس نامه

بازده ماشین گرمایی از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

مقدار کاری که ماشین انجام می‌دهد.

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H}$$

مقدار گرمایی که ماشین می‌گیرد.

$$P = \frac{W}{\Delta t}$$

کار (J) ↑
توان خروجی (W) ↑
زمان (s) ↓

توان خروجی یک دستگاه طبق رابطه زیر محاسبه می‌شود:

پاسخ تشریحی گام اول: مقدار کاری که ماشین گرمایی در هر چرخه انجام می‌دهد را حساب می‌کنیم:

$$P = \frac{W_t}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t = 1 \text{ min} = 60 \text{ s}]{P = 60 \text{ kW} = 6 \times 10^4 \text{ W}} 6 \times 10^4 = \frac{W_t}{60} \Rightarrow W_t = 3 \times 6 \times 10^6 J$$

$$W_t = n |W| \xrightarrow[\begin{smallmatrix} W_t = 3 \times 6 \times 10^6 \\ n = 2000 \text{ چرخه} \end{smallmatrix}]{3 \times 6 \times 10^6 = 2000 \times |W|} \Rightarrow |W| = 1800 J$$

گام دوم: با داشتن بازده ماشین گرمایی و کاری که ماشین انجام می‌دهد، گرمای دریافتی ماشین گرمایی را به دست می‌آوریم:

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} \xrightarrow[\begin{smallmatrix} |W| = 1800 J \\ \eta = \frac{3}{6} = 0/3 \end{smallmatrix}]{0/3 = \frac{1800}{Q_H}} \Rightarrow Q_H = 6000 J$$

گام سوم: مقدار بنزین مصرفی را حساب می‌کنیم:

$$m_{\text{بنزین مصرفی}} = 6000 J \times \frac{1 \text{ g بنزین}}{50 \text{ kJ}} \times \frac{1 \text{ kJ}}{1000 J} = 0/12 \text{ g بنزین}$$



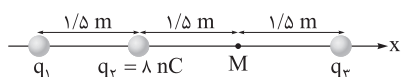
پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

تست و پاسخ ۵۶

در شکل زیر، سه بار الکتریکی نقطه‌ای روی محور x قرار دارند و نیروی الکتریکی خالص وارد بر هر یک از آن‌ها برابر صفر است. اندازه میدان

الکتریکی خالص در نقطه M برحسب نیوتون بر کولن کدام است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{N.m^2}{C^2})$



$$-3.02 \hat{i} \quad (2)$$

$$3.02 \hat{i} \quad (1)$$

$$-3.38 \hat{i} \quad (4)$$

$$3.38 \hat{i} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۱

خود حل کنی بهتره ابتدا با استفاده از تعادل بارهای الکتریکی، اندازه و علامت بارهای q_3 و q_1 را به دست آورید، سپس میدان

الکتریکی هر یک از بارها را در نقطه M مشخص کنید و در پایان، میدان الکتریکی خالص در این نقطه را به دست آورید.

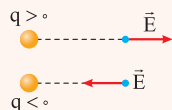
درس نامه

(۱) میدان الکتریکی حاصل از یک ذره باردار، در نقطه‌ای به فاصله r از بار q :

$$E = k \frac{|q|}{r^2}$$

اندازه بار الکتریکی (C) ثابت کولن $(9 \times 10^9 \frac{N.m^2}{C^2})$
فاصله (m) r
اندازه میدان الکتریکی (N/C)

جهت میدان الکتریکی، از بارهای مثبت رو به خارج و به سوی بارهای منفی است.



(۲) **قانون کولن:** اندازه نیروی الکتریکی بین دو بار نقطه‌ای که در راستای خط مستقیم بین آن‌ها اثر می‌کند، با حاصل ضرب بزرگی آن‌ها

متناسب است و با مربع فاصله بین آن‌ها نسبت وارون دارد.

$$F = k \frac{|q_1| |q_2|}{r^2}$$

بارهای الکتریکی (C) ثابت کولن $(9 \times 10^9 \frac{N.m^2}{C^2})$
فاصله بین دو بار (m) r
اندازه نیرو (N)

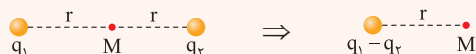
(۳) اگر دو بار ذره‌ای q_1 و q_2 به فاصله r از یکدیگر قرار گیرند و بخواهیم نقطه‌ای را روی خط واصل دو بار یا امتداد آن به گونه‌ای تعیین کنیم که بار سوم q_3 در آن جا به حال تعادل بماند، یعنی نیروی خالص وارد بر آن صفر شود، نقطه مورد نظر اولاً: در صورتی که q_1 و q_2 همنام باشند، بین آن دو و اگر ناهمنام باشند، خارج از فاصله آن دو قرار می‌گیرد. ثانیاً همواره به باری نزدیک‌تر است که اندازه آن کوچک‌تر است.

$$F_{13} - F_{23} = 0 \Rightarrow F_{13} = F_{23} \Rightarrow k \frac{|q_1| |q_3|}{r_1^2} = k \frac{|q_2| |q_3|}{r_2^2} \Rightarrow \left| \frac{q_2}{q_1} \right| = \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^2$$

وقتی ۳ ذره باردار در یک راستا قرار گیرند و نیروی خالص وارد بر هر یک از آن‌ها صفر باشد، همواره بار میانی با دو بار الکتریکی دیگر، ناهمنام است.

گاهی برای بررسی نیرو یا میدان الکتریکی حاصل از یک بار ذره‌ای، می‌توانیم آن بار الکتریکی را از محلی که قرار دارد، حذف کرده و به جای آن بار دیگری و در محل دیگری قرار دهیم که همان اثر بار اول را ایجاد کند.

مثال: بار q_2 به محل بار q_1 انتقال یافته است.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



پاسخ تشریحی گام اول: علامت و اندازه‌های q_3 و q_1 را تعیین می‌کنیم:

با توجه به درس‌نامه باید q_3 و q_1 همنام باشند و علامت آن‌ها مخالف با علامت بار q_2 باشد؛ بنابراین $q_1 < 0$ و $q_3 < 0$. از طرفی اگر بار q_3 را مبنا قرار داده و نیروی خالص وارد بر آن را صفر در نظر بگیریم، داریم:

$$F_{12} = F_{23} \Rightarrow \left| \frac{q_2}{q_1} \right| = \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^2 \xrightarrow[r_1 = 4/\Delta m]{r_2 = 3m, q_2 = \Delta nC} \left| \frac{\Delta}{q_1} \right| = \left(\frac{3}{4/\Delta} \right)^2 \Rightarrow \frac{\Delta}{|q_1|} = \left(\frac{3}{4} \right)^2$$

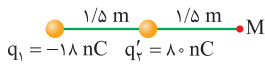
$$\Rightarrow \frac{\Delta}{|q_1|} = \frac{9}{16} \Rightarrow |q_1| = 16 \Delta nC \xrightarrow{q_1 < 0} q_1 = -16 \Delta nC$$

اکنون بار q_3 را مبنا قرار داده و نیروی خالص وارد بر آن را صفر در نظر می‌گیریم:

$$F_{12} = F_{23} \Rightarrow \left| \frac{q_2}{q_1} \right| = \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^2 \xrightarrow[r_1 = 1/\Delta m]{r_2 = 3m, q_1 = -16 \Delta nC} \left| \frac{q_3}{16} \right| = \left(\frac{3}{1/\Delta} \right)^2$$

$$\Rightarrow |q_3| = 16 \times 9 = 144 \Delta nC \xrightarrow{q_3 < 0} q_3 = -144 \Delta nC$$

گام دوم: بار q_3 را به محل بار q_2 منتقل می‌کنیم تا شکل ساده‌تر شود:



$$q'_1 = q_2 - q_3 = \Delta - (-144) = 145 \Delta nC$$

گام سوم: میدان الکتریکی حاصل از هر کدام از بارهای q_1 و q'_1 را در نقطه M به دست می‌آوریم:

$$E_1 = k \frac{|q_1|}{r_1^2} \xrightarrow[r_1 = 1/\Delta m + 1/\Delta m = 2m]{k = 9 \times 10^9 \text{ N.m}^2/\text{C}^2, |q_1| = 16 \Delta nC = 16 \times 10^{-9} \text{ C}} E_1 = 9 \times 10^9 \times \frac{16 \times 10^{-9}}{4}$$

$$\Rightarrow E_1 = 36 \text{ N/C} \xrightarrow{q_1 < 0} \vec{E}_1 = (-36 \text{ N/C}) \vec{i}$$

$$E'_1 = k \frac{|q'_1|}{r_1^2} \xrightarrow[r_1 = 1/\Delta m]{k = 9 \times 10^9 \text{ N.m}^2/\text{C}^2, |q'_1| = 145 \Delta nC = 145 \times 10^{-9} \text{ C}} E'_1 = 9 \times 10^9 \times \frac{145 \times 10^{-9}}{(1/\Delta)^2}$$

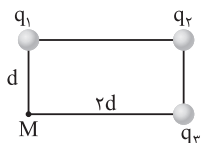
$$\Rightarrow E'_1 = \frac{9 \times 145}{2/25} = 320.625 \text{ N/C} \xrightarrow{q'_1 > 0} \vec{E}'_1 = (320.625 \text{ N/C}) \vec{i}$$

گام چهارم: میدان الکتریکی خالص در نقطه M را پیدا می‌کنیم: $\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}'_1 = (-36 \text{ N/C}) \vec{i} + (320.625 \text{ N/C}) \vec{i} = (284.625 \text{ N/C}) \vec{i}$

تست و پاسخ ۵۷

در شکل زیر، سه بار الکتریکی نقطه‌ای q_1 ، q_2 و q_3 در سه رأس مستطیل قرار دارند. اگر میدان الکتریکی خالص در نقطه M (رأس چهارم مستطیل)

برابر صفر باشد، $\frac{q_2}{q_1}$ برابر با کدام گزینه است؟



- (۱) ۵
(۲) -۵
(۳) $5\sqrt{5}$
(۴) $-5\sqrt{5}$

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره برای حل تست‌های الکتریسیته ساکن، لازم است اطلاعات کافی در مورد هندسه، بردارها، نسبت‌های مثلثاتی و محاسبات معمولی ریاضی داشته باشید وگرنه به مشکل بر می‌خورید.

پاسخ تشریحی گام اول: برای آن که میدان الکتریکی خالص در نقطه M صفر باشد، باید میدان الکتریکی برآیند حاصل از بارهای الکتریکی

q_1 و q_3 در نقطه M با میدان الکتریکی حاصل از بار q_2 در این نقطه، خنثی شود.

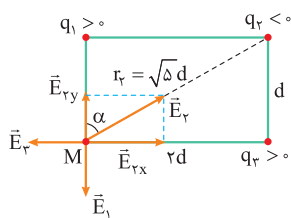
بنابراین باید q_1 و q_3 همنام باشند، اما q_2 با آن‌ها ناهمنام باشد؛ بنابراین $\frac{q_2}{q_1} < 0$ بوده و (۱) و (۳) رد می‌شوند.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

گام دوم: فرض می‌کنیم $q_1 > 0$ و $q_2 < 0$ باشند:



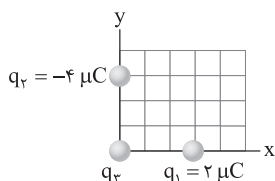
$$r_2 = \sqrt{d^2 + (rd)^2} = \sqrt{\Delta d^2} = \sqrt{\Delta}d$$

$$E_1 = E_{2y} \Rightarrow k \frac{|q_1|}{r_1^2} = k \frac{|q_2|}{r_2^2} \times \cos \alpha \xrightarrow{\substack{r_1=d \\ r_2=\sqrt{\Delta}d}} \frac{|q_1|}{d^2} = \frac{|q_2|}{\Delta d^2} \times \frac{d}{\sqrt{\Delta}d}$$

$$\Rightarrow |q_1| = \frac{|q_2|}{\Delta \sqrt{\Delta}} \xrightarrow{\substack{q_2 < 0 \\ q_1 > 0}} \frac{q_2}{q_1} = -\Delta \sqrt{\Delta}$$

تست و پاسخ ۵۸

در شکل زیر، سه بار الکتریکی نقطه‌ای در صفحه مختصات قرار دارند. اگر نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_3 در SI برابر $\vec{F} = 12\vec{i} - 18\vec{j}$ باشد، اندازه نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_3 چند نیوتون است؟ ($k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}$)



$$6\sqrt{2} \quad (2)$$

$$3\sqrt{2} \quad (1)$$

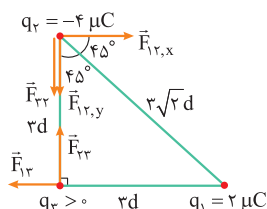
$$6\sqrt{5} \quad (4)$$

$$3\sqrt{5} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۳

درس نامه ● هنگام عددگذاری در رابطه قانون کولن، اگر بارهای الکتریکی برحسب میکروکولن و فاصله دو بار، برحسب سانتی‌متر نوشته شوند، ضریب ثابت (k) را برابر با $90 \frac{N \cdot cm^2}{(\mu C)^2}$ در نظر می‌گیریم تا نیرو برحسب نیوتون به دست آید.

پاسخ تشریحی گام اول: هر یک از مربع‌های موجود در زمینه شکل را به ضلع d (برحسب cm) فرض می‌کنیم.



با استفاده از قانون کولن، اندازه نیروی الکتریکی \vec{F}_{12} را به دست می‌آوریم:

$$F_{12} = k \frac{|q_1| |q_2|}{r_{12}^2}$$

$$\xrightarrow{\substack{k=90 \frac{N \cdot cm^2}{(\mu C)^2}, |q_1|=2\mu C, |q_2|=4\mu C \\ r_{12}=2\sqrt{2}d}} F_{12} = 90 \times \frac{2 \times 4}{18d^2} = \frac{40}{d^2}$$

گام دوم: اندازه مؤلفه افقی نیروی \vec{F}_{12} را برابر با 12N قرار می‌دهیم و d^2 را به دست می‌آوریم:

$$F_{12,x} = 12N \Rightarrow 12 = \frac{40}{d^2} \Rightarrow d^2 = \frac{40}{12} = \frac{10}{3} \text{ cm}^2$$

$$F_{12,y} + F_{23} = 18N \xrightarrow{F_{12,y}=F_{12,x}=12N} 12 + F_{23} = 18 \Rightarrow F_{23} = 6N$$

گام سوم: F_{23} را محاسبه می‌کنیم:

با توجه به قانون سوم نیوتون، $F_{23} = 6N$ خواهد بود.

$$F_{23} = k \frac{|q_2| |q_3|}{r_{23}^2} \xrightarrow{\substack{k=90 \frac{N \cdot cm^2}{(\mu C)^2}, |q_2|=4\mu C \\ r_{23}=2d, F_{23}=6N}} 6 = 90 \times \frac{4 \times q_3}{9d^2}$$

گام چهارم: بار q_3 را به دست می‌آوریم:

$$\xrightarrow{d^2 = \frac{10}{3} \text{ cm}^2} 6 = \frac{90 \times 4q_3}{9 \times \frac{10}{3}} \Rightarrow q_3 = 0.5 \mu C$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام پنجم: نیروی F_{13} را محاسبه می‌کنیم:

$$F_{13} = k \frac{|q_1| |q_3|}{r_{13}^2} \xrightarrow[k=9 \times 10^9 \frac{N \cdot cm^2}{(\mu C)^2}, |q_1|=2\mu C, |q_3|=5\mu C]{r_{13}=3d \Rightarrow r_{13}^2=9d^2}$$

$$F_{13} = \frac{9 \times 10^9 \times 2 \times 5 / 5}{9d^2} = \frac{10}{d^2} \xrightarrow{d^2 = \frac{10}{3} cm^2} F_{13} = 3 N$$

گام ششم: اندازه نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_3 را به دست می‌آوریم:

$$F_{T3} = \sqrt{F_{13}^2 + F_{23}^2} \xrightarrow{\substack{F_{13}=3N \\ F_{23}=6N}} F_{T3} = \sqrt{3^2 + 6^2} = \sqrt{3^2 + 4 \times 3^2}$$

$$\Rightarrow F_{T3} = \sqrt{5 \times 3^2} \Rightarrow F_{T3} = 3\sqrt{5} N$$

تست و پاسخ ۵۹

در یک میدان الکتریکی، ذره‌ای به بار الکتریکی $-50 \mu C$ از نقطه A با پتانسیل الکتریکی $100 V$ ، به نقطه B با پتانسیل الکتریکی $300 V$ جابه‌جا می‌شود. کار انجام‌شده توسط میدان الکتریکی در طی این جابه‌جایی چند میلی‌ژول است؟

(۴) -۲۰

(۳) -۱۰

(۲) ۲۰

(۱) ۱۰

پاسخ: گزینه ۴

درس نامه

شرط تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی این است که میدان الکتریکی بر روی ذره باردار کار انجام دهد و رابطه آن به صورت زیر است:

$$\Delta U_E = -W_E \rightarrow (J) \text{ کار نیروی الکتریکی}$$

تغییر انرژی

پتانسیل الکتریکی (J)

تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی (J)

رابطه تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی با تغییر پتانسیل الکتریکی به صورت زیر است:

$$\Delta V = \frac{\Delta U_E}{q}$$

تغییر پتانسیل الکتریکی (V) بار الکتریکی (C)

در این رابطه، q را همراه با علامت آن قرار دهید.

پاسخ تشریحی گام اول: تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی را حساب می‌کنیم:

$$\Delta V = \frac{\Delta U_E}{q} \xrightarrow{\substack{\Delta V = 300 - 100 = -200 V \\ q = -50 \mu C = -5 \times 10^{-5} C}} -400 = \frac{\Delta U_E}{-5 \times 10^{-5}} \Rightarrow \Delta U_E = 0.02 J = 20 mJ$$

$$W_E = -\Delta U_E = -20 mJ$$

گام دوم: کار انجام‌شده توسط میدان الکتریکی را به دست می‌آوریم:

تست و پاسخ ۶۰

بار الکتریکی یک کره فلزی به قطر $20 cm$ ، برابر $12 \mu C$ است. چگالی سطحی بار الکتریکی این کره در SI کدام است؟ ($\pi = 3$)

C/m^2

شعاع $10 cm =$

$10^{-5} (2)$

$10^{-4} (1)$

$2/5 \times 10^{-5} (4)$

$2/5 \times 10^{-4} (3)$

پاسخ: گزینه ۱



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

درس نامه

چگالی سطحی بار (σ) را طبق رابطه زیر محاسبه می‌کنیم:

$$\sigma = \frac{q}{A} \quad \text{بار الکتریکی (C)} \quad \text{جسم کروی} \quad \sigma = \frac{q}{4\pi r^2}$$

چگالی سطحی بار (C/m^2) ← مساحت سطح (m^2) ← شعاع کره (m)

طبق رابطه چگالی سطحی بار داریم:

$$\sigma = \frac{q}{4\pi r^2} \quad \begin{matrix} q=12\mu C=12 \times 10^{-6} C, \pi=3 \\ r=\frac{d}{2}=\frac{2}{2}=1 \text{ cm}=0.01 \text{ m} \end{matrix} \rightarrow \sigma = \frac{12 \times 10^{-6}}{4 \times 3 \times (0.01)^2} = 10^{-4} C/m^2$$

تست و پاسخ

فاصله بین صفحه‌های خازنی 5 mm ، مساحت هر یک از صفحه‌های آن 40 cm^2 و بین صفحه‌های آن هوا است. فاصله بین صفحه‌های خازن

چند میلی‌متر و چگونه تغییر کند تا ظرفیت آن $4/8 \text{ pF}$ افزایش یابد؟ ($\epsilon_0 = 9 \times 10^{-12} \frac{C^2}{N.m^2}$)

تغییرات فاصله رو می‌فوار،
نه فاصله نوایی!

۲، افزایش یابد.

۳، افزایش یابد.

۲، کاهش یابد.

۳، کاهش یابد.

پاسخ: گزینه ۴

درس نامه

ظرفیت خازن وابسته به ساختار خازن بوده و از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$C = \frac{\kappa \epsilon_0 A}{d} \quad \text{ضریب گذردهی الکتریکی خالص (F/m)} \quad \text{ثابت دی‌الکتریک}$$

مساحت صفحات خازن (m^2) ← ظرفیت خازن (F) ← فاصله صفحه‌های خازن (m)

طبق رابطه $C = \frac{\kappa \epsilon_0 A}{d}$ داریم:

$$C = \frac{\kappa \epsilon_0 A}{d} \quad \text{ثابت } \kappa, A \rightarrow C_2 - C_1 = \kappa \epsilon_0 A \left(\frac{1}{d_2} - \frac{1}{d_1} \right)$$

$$\frac{C_2 - C_1 = 4/8 \text{ pF} = 4/8 \times 10^{-12} \text{ F}, \kappa=1}{\epsilon_0 = 9 \times 10^{-12} C^2/N.m^2, A = 40 \text{ cm}^2 = 40 \times 10^{-4} \text{ m}^2, d_1 = 5 \text{ mm} = 5 \times 10^{-3} \text{ m}} \rightarrow 4/8 \times 10^{-12} = 1 \times 9 \times 10^{-12} \times 40 \times 10^{-4} \left(\frac{1}{d_2} - \frac{1}{5 \times 10^{-3}} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{400}{3} = \frac{1}{d_2} - 200 \Rightarrow \frac{1}{d_2} = \frac{1000}{3} \Rightarrow d_2 = 0.003 \text{ m} = 3 \text{ mm} \Rightarrow d_2 - d_1 = 3 - 5 = -2 \text{ mm}$$

بنابراین فاصله بین صفحات خازن باید 2 mm کاهش یابد.

تست و پاسخ

اگر اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر خازنی در طی دو مرحله متوالی ابتدا 20 V و سپس 10 V افزایش یابد، انرژی الکتریکی ذخیره‌شده در

خازن در هر مرحله $300 \mu\text{J}$ تغییر می‌کند. ظرفیت این خازن چند میکروفاراد است؟

۲۰ (۴)

۱۰ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

درس نامه

رابطه انرژی ذخیره‌شده در خازن با اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر خازن و ظرفیت خازن به صورت زیر است:

$$U = \frac{1}{2} CV^2$$

اختلاف پتانسیل دو سر خازن (V) انرژی خازن (J) ← ظرفیت خازن (F)



پاسخ تشریحی طبق رابطه $U = \frac{1}{2} CV^2$ ، داریم:

$$U' - U = \frac{1}{2} C(V'^2 - V^2) = \frac{1}{2} C(V' - V)(V' + V)$$

$$U_2 - U_1 = \frac{1}{2} C(V_2 - V_1)(V_2 + V_1) \Rightarrow 300 \times 10^{-6} = \frac{1}{2} C(20)(2V_1 + 20) \quad (1)$$

$$U_2 - U_2 = \frac{1}{2} C(V_2 - V_2)(V_2 + V_2) \Rightarrow 300 \times 10^{-6} = \frac{1}{2} C(10)(2V_2 + 10) \quad (2)$$

$$\frac{(1)}{(2)} \rightarrow 1 = \frac{4V_1 + 40}{2V_2 + 10} \xrightarrow{V_2 = V_1 + 20} 4V_1 + 40 = 2(V_1 + 20) + 10 \Rightarrow V_1 = 5 \text{ V}$$

$$\xrightarrow{(1)} 300 \times 10^{-6} = \frac{1}{2} C(20)(30) \Rightarrow C = 10^{-6} \text{ F} = 1 \mu\text{F}$$

حالا ظرفیت خازن را حساب می‌کنیم:

تست و پاسخ ۶۳

مقاومت الکتریکی یک قطعه سیم فلزی در دمای 20°C برابر R است. سیم را از دستگای عبور می‌دهیم تا سطح مقطع آن 20% درصد کاهش یابد. پس از عبور سیم از دستگاه، دمای آن را به چند درجه سلسیوس برسانیم تا مقاومتش برابر با $2R$ شود؟ ($\alpha_{\text{فلز}} = 4 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1}$)

۷۰ (۴)

۹۰ (۳)

۱۱۰ (۲)

۱۳۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره هتماً هواسـت به فـواستـه سـؤال باشـه! تـوی این سـؤال آرت دمای نهایی رومی فواد نه این که بیای تغییر دما رو انتظاب کنی و توی دام (۴) بیفتی!

درس نامه ..

رابطه مقایسه‌ای مقاومت یک سیم با حجم ثابت در دو حالت (۱) و (۲)

R : مقاومت

A : مساحت مقطع سیم

اگر دمای سیمی با مقاومت اولیه R_1 را به اندازه $\Delta\theta$ تغییر دهیم، مقاومت سیم به اندازه ΔR تغییر می‌کند و رابطه آن به صورت زیر است:

$$\Delta R = R_1 \alpha \Delta\theta$$

پاسخ تشریحی گام اول: مقاومت سیم را پس از تغییر سطح مقطع نسبت به مقاومت اولیه ($R_1 = R$) حساب می‌کنیم:

$$\frac{R_2}{R_1} = \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 \xrightarrow{A_2 = A_1 - \frac{20}{100} A_1 = \frac{80}{100} A_1} \frac{R_2}{R_1} = \left(\frac{A_1}{\frac{80}{100} A_1}\right)^2 = \frac{25}{16} \xrightarrow{R_1 = R} R_2 = \frac{25}{16} R$$

گام دوم: از روی تغییرات مقاومت سیم در حالت سوم (پس از افزایش دما) نسبت به حالت دوم، دمای نهایی را به دست می‌آوریم:

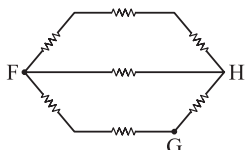
$$R_2 - R_2 = R_2 \alpha \Delta\theta \xrightarrow{\substack{R_2 = 25R, R_2 = \frac{25}{16} R \\ \alpha = 4 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1}}} 2R - \frac{25}{16} R = \frac{25}{16} R \times 4 \times 10^{-3} \times \Delta\theta$$

$$\Rightarrow \Delta\theta = 70^\circ\text{C} \Rightarrow \theta_2 - 20 = 70 \Rightarrow \theta_2 = 90^\circ\text{C}$$

تست و پاسخ ۶۴

در شکل زیر، مقاومت‌ها مشابه‌اند. اگر مقاومت الکتریکی معادل بین دو نقطه F و H برابر 18Ω باشد، مقاومت الکتریکی معادل بین دو نقطه

F و G برابر چند اهم است؟



۱۵ (۲)

۱۴ (۱)

۲۸ (۴)

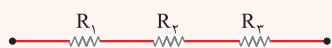
۳۰ (۳)

پاسخ: گزینه ۴



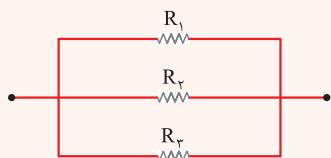
درس نامه

(۱) به هم بستن متوالی مقاومت‌ها: دو مقاومت را متوالی می‌گوییم که فقط از یک سر به هم متصل بوده و از محل اتصال آن‌ها هیچ انشعاب جریانی خارج نگردد.



$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3$$

مقاومت معادل (Ω)



(۲) به هم بستن موازی مقاومت‌ها: مقاومت‌هایی را موازی می‌گوییم که هر دو سر آن‌ها به وسیله سیم‌هایی رابط به یکدیگر متصل شده باشند.

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

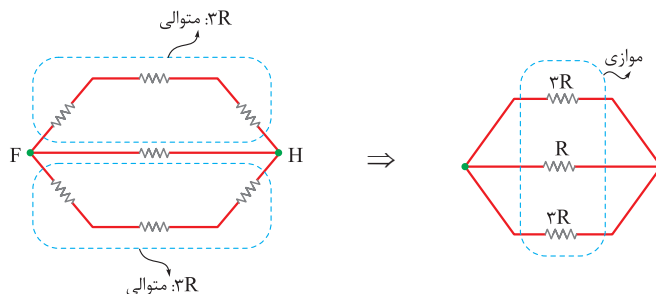
مقاومت معادل (Ω)

$$R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

هم‌چنین برای دو مقاومت موازی R_1 و R_2 به اختصار می‌توان نوشت:

پاسخ تشریحی گام اول: از روی مقاومت معادل بین دو نقطه F و H، مقدار هر یک از مقاومت‌ها را برحسب R حساب می‌کنیم. با توجه

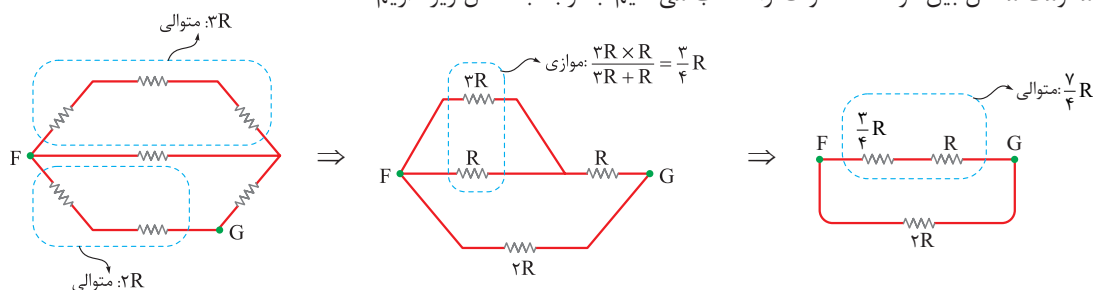
به شکل زیر داریم:



$$\frac{1}{R_{FH}} = \frac{1}{3R} + \frac{1}{3R} + \frac{1}{R} = \frac{1+1+3}{3R} = \frac{5}{3R}$$

$$\Rightarrow R_{FH} = \frac{3}{5}R = 18 \Rightarrow R = 30 \Omega$$

گام دوم: مقاومت معادل بین دو نقطه F و G را حساب می‌کنیم. با توجه به شکل زیر داریم:

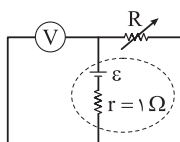


$$\frac{1}{R_{FG}} = \frac{1}{\frac{3}{4}R} + \frac{1}{2R} = \frac{4+3}{4R} = \frac{7}{4R} \Rightarrow R_{FG} = \frac{4}{7}R$$

$$\xrightarrow{R=30\Omega} R_{FG} = \frac{4}{7} \times 30 = 28 \Omega$$

تست و پاسخ ۶۵

در مدار شکل زیر، اگر مقاومت الکتریکی رنوستا $2/5 \Omega$ افزایش یابد، مقداری که ولت‌سنج آرمانی نشان می‌دهد، از $12V$ به $13V$ می‌رسد.



در این مدار، نیروی محرکه الکتریکی مولد چند ولت است؟

۱۶ (۲)

۱۵ (۱)

۲۰ (۴)

۱۸ (۳)

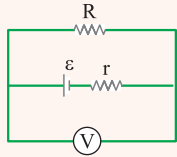
پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



درس نامه

در مدار تک حلقه ساده، مطابق شکل زیر، ولتاژ دو سر مقاومت خارجی و باتری یکسان بوده و برابر است با:



$$V = R I = \varepsilon - r I = \frac{R \varepsilon}{R + r}$$

مقاومت درونی جریانی مقاومت خارجی
نیروی محرکه اختلاف پتانسیل

پاسخ تشریحی طبق رابطه $V = \frac{R \varepsilon}{R + r}$ داریم:

$$V = \frac{R \varepsilon}{R + r} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{R_2 \varepsilon}{R_1 \varepsilon} = \frac{R_2 (R_1 + r)}{R_1 (R_2 + r)}$$

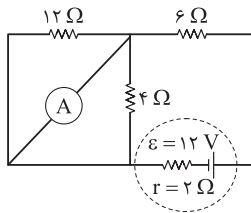
$$\frac{V_1 = 12V, V_2 = 13V, r = 1\Omega}{R_2 = R_1 + 2/5(\Omega)} \rightarrow \frac{13}{12} = \frac{(R_1 + 2/5)(R_1 + 1)}{R_1(R_1 + 2/5 + 1)} \Rightarrow R_1^2 + 3/5 R_1 - 30 = 0 \Rightarrow (R_1 - 4)(R_1 + 7/5) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} R_1 = 4\Omega \checkmark \\ R_1 = -7/5\Omega \times \end{cases}$$

$$\Rightarrow V_1 = \frac{R_1 \varepsilon}{R_1 + r} \Rightarrow 12 = \frac{4 \times \varepsilon}{4 + 1} \Rightarrow \varepsilon = 15V$$

تست و پاسخ ۶۶

اگر در مدار شکل زیر، جای آمپرسنج آرمانی و منبع نیروی محرکه الکتریکی را عوض کنیم، مقداری که آمپرسنج نشان می‌دهد، چند آمپر و چگونه تغییر می‌کند؟

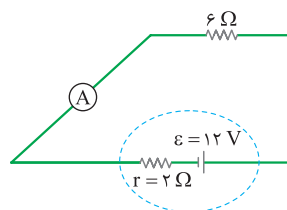
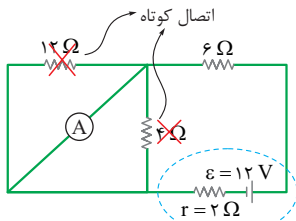


- (۱) کاهش می‌یابد.
(۲) ۱/۵، کاهش می‌یابد.
(۳) ۰/۵، افزایش می‌یابد.
(۴) ۰/۵، کاهش می‌یابد.

- (۱) افزایش می‌یابد.
(۲) ۱/۵، کاهش می‌یابد.
(۳) ۰/۵، افزایش می‌یابد.
(۴) ۰/۵، کاهش می‌یابد.

پاسخ: گزینه ۴

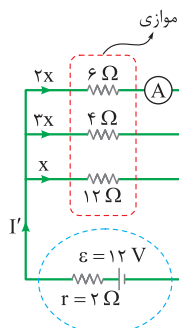
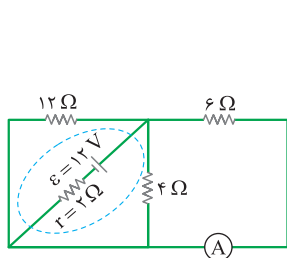
پاسخ تشریحی گام اول: مقداری که آمپرسنج در حالت اول نشان می‌دهد (I_A) را حساب می‌کنیم:



$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{12}{6 + 2} = 1/5 A$$

$$I_A = I = 1/5 A$$

گام دوم: جای آمپرسنج و باتری را عوض می‌کنیم و در حالت دوم هم مقداری که آمپرسنج نشان می‌دهد (I'_A) را حساب می‌کنیم:





پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

$$\frac{1}{R'_{eq}} = \frac{1}{12} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{1+3+2}{12} = \frac{1}{2} \Rightarrow R'_{eq} = 2 \Omega$$

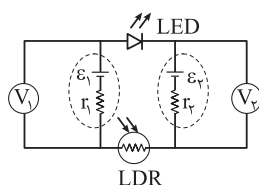
$$I' = \frac{\varepsilon}{R'_{eq} + r} = \frac{12}{2+2} = 3A \Rightarrow I'_A = \left(\frac{2x}{2x+3x+x}\right) I' = \frac{1}{3} \times 3 = 1A$$

بنابراین عددی که آمپرسنج نشان می‌دهد، به اندازه $5A$ کاهش می‌یابد.

تست و پاسخ ۶۷

در مدار شکل زیر، LED در حال گسیل نور است. اگر شدت نور تابیده به LDR را افزایش دهیم، مقدارهایی که ولتسنج‌های آرمانی V_1 و V_2 نشان می‌دهند، به ترتیب از راست به چپ، چگونه تغییر می‌کنند؟ (نور گسیلی از LED به LDR نمی‌تابد.)

بنابراین جهت جریان در مدار ساعتگرد است. (موافق LED)



مقاومت LDR کاهش می‌یابد.

(۱) افزایش می‌یابد، افزایش می‌یابد.

(۲) افزایش می‌یابد، کاهش می‌یابد.

(۳) کاهش می‌یابد، کاهش می‌یابد.

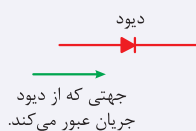
(۴) کاهش می‌یابد، افزایش می‌یابد.

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره این سؤال بسیار فلاقانه طراحی شده؛ LDR و LED، رو فوب یاد بگیرید چون سال‌های قبل هم ازش توی کنگور سؤال اومده.

پاسخ تشریحی

نکات ۱ از دیود تنها در یک جهت جریان الکتریکی می‌تواند عبور کند و در خلاف جهت، دیود مانع عبور جریان می‌شود. به شکل زیر نگاه کنید.



نکات ۲ وقتی شدت نور تابیده‌شده به LDR افزایش می‌یابد، مقاومت آن کم می‌شود.

با توجه به نکته (۱) چون LED که نوعی دیود است، در حال گسیل نور است، بنابراین جهت جریان مدار موافق با جریان ناشی از ε_1 به صورت ساعتگرد است. در نتیجه باتری ε_1 مولد و باتری ε_2 مصرف‌کننده است. بنابراین داریم:

$$V_1 = \varepsilon_1 - r_1 I$$

$$V_2 = \varepsilon_2 + r_2 I$$

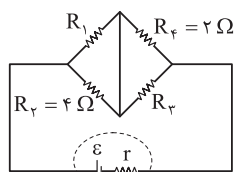
طبق نکته (۲) با افزایش شدت نور تابیده‌شده به LDR، مقاومت آن کاهش و جریان کل مدار افزایش می‌یابد، بنابراین داریم:

$$\downarrow V_1 = \varepsilon_1 - r_1 I \uparrow, \quad \uparrow V_2 = \varepsilon_2 + r_2 I \uparrow$$

در نتیجه V_1 کاهش و V_2 افزایش می‌یابد.

تست و پاسخ ۶۸

در مدار شکل زیر، اگر جریان الکتریکی عبوری از مقاومت‌های R_2 و R_3 یکسان باشد، توان مصرفی مقاومت R_1 چند برابر توان مصرفی مقاومت R_3 است؟



$$2 \quad (2)$$

$$\frac{1}{4} \quad (4)$$

$$1 \quad (1)$$

$$4 \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



مشاوره بعضی از دانش آموزان تصور می کنند که در حل تست های مربوط به مدارها، حتماً باید در ابتدا مقاومت معادل مدار را حساب کنند. در حالی که در حل بعضی از این تست ها اصلاً نیازی به محاسبه مقاومت معادل مدار نیست.

درس نامه

(۱) قاعده انشعاب: مجموع جریان هایی که به هر نقطه انشعاب (گره) وارد می شوند، برابر با مجموع جریان هایی است که از آن نقطه انشعاب خارج می شوند.

(۲) قانون اهم:

مقاومت الکتریکی (Ω)

$$V = RI \rightarrow (A)$$

اختلاف پتانسیل
دو سر مقاومت (V)

اختلاف پتانسیل (V)

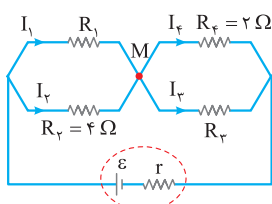
$$P = VI \rightarrow (A)$$

توان مصرفی (W)

(۳) توان الکتریکی مصرفی در یک مقاومت:

اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت های موازی، با یکدیگر برابر است.

پاسخ تشریحی گام اول: شکل ساده تری از مدار را رسم می کنیم و از قاعده انشعاب در نقطه M استفاده می کنیم:



$$I_1 + I_2 = I_3 + I_4 \xrightarrow{I_2=I_4} I_1 = I_3$$

گام دوم: R_2 و R_1 موازی هستند پس $V_1 = V_2$ است. به طور مشابه R_3 و R_4 نیز موازی اند و $V_3 = V_4$ است. پس داریم:

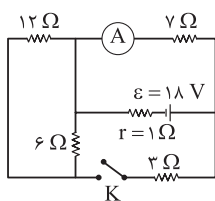
$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{V_3}{V_4} \xrightarrow{V=RI} \frac{V_1}{V_2} = \frac{R_2 I_2}{R_4 I_4} \xrightarrow{I_2=I_4, R_2=4\Omega, R_4=2\Omega} \frac{V_1}{V_2} = \frac{4}{2} = 2$$

گام سوم: نسبت توان مصرفی مقاومت R_1 به توان مصرفی مقاومت R_3 را به دست می آوریم:

$$\frac{P_1}{P_3} = \frac{V_1 I_1}{V_3 I_3} \xrightarrow{\frac{I_1=I_3}{\frac{V_1=2}{V_3=2}}} \frac{P_1}{P_3} = 2$$

تست و پاسخ ۶۹

در مدار شکل زیر، با بستن کلید K مقداری که آمپرسنج آرمانی نشان می دهد، چند آمپر و چگونه تغییر می کند؟



(۱) ۱/۷۵، افزایش می یابد.

(۲) ۱/۷۵، کاهش می یابد.

(۳) ۰/۲۵، افزایش می یابد.

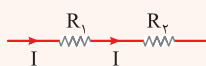
(۴) ۰/۲۵، کاهش می یابد.

پاسخ: گزینه ۴

درس نامه

(۱) به هم بستن مقاومت ها:

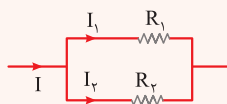
الف) متوالی:



$$R_{1,2} = R_1 + R_2$$



(ب) موازی:

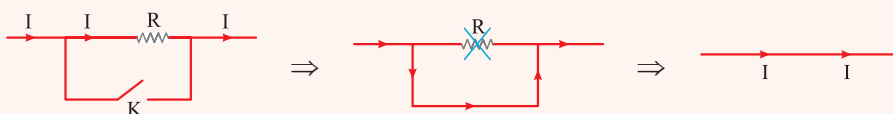


$$R_{1,2} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

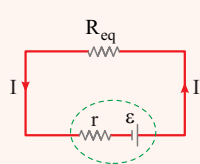
$$V_1 = V_2 \Rightarrow I_1 R_1 = I_2 R_2$$

۲) ساده کردن مدار: نقاطی از مدار را که با سیم رابط (با مقاومت ناچیز) به یکدیگر متصل شده‌اند، با پتانسیل یکسان و با نام مشترک یک نقطه در نظر می‌گیریم. بعد از نام‌گذاری چنین نقاطی، دو سر مدار یا دو سر مولد را مینا قرار داده و سایر اجزاء مدار را بین نقطه‌های نام‌گذاری شده جای‌گذاری می‌کنیم تا شکل ساده‌تری از مدار به دست آید.

۳) اتصال کوتاه: هرگاه دو سر یک مقاومت یا مجموعه‌ای از مقاومت‌ها، به وسیله یک سیم رابط (با مقاومت ناچیز) به هم متصل شوند، تمام جریان از درون آن سیم گذشته و از مقاومت مذکور هیچ جریانی نمی‌گذرد. در این حالت اصطلاحاً می‌گوییم که آن مقاومت، اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌گردد.



۴) جریان در یک مدار تک‌حلقه:

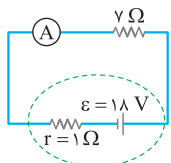


$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r}$$

نیروی محرکه مولد (V) جریان الکتریکی (A)
مقاومت درونی مولد (Ω) مقاومت معادل مدار (Ω)

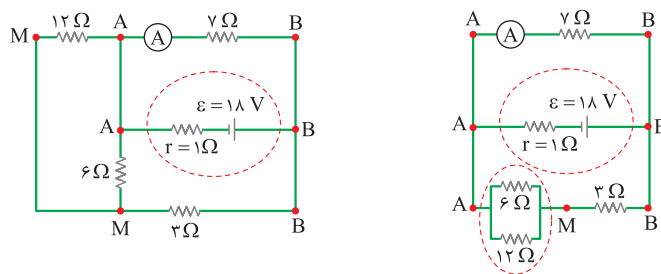
پاسخ تشریحی گام اول: در حالی که کلید K باز است مقاومت‌های 6Ω و 12Ω با هم متوالی می‌شوند، اما معادل آن دو اتصال کوتاه شده

و از مدار حذف می‌گردند. بنابراین مدار به صورت مقابل ساده می‌شود:



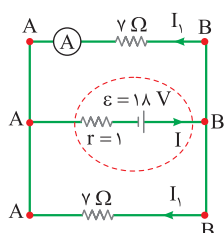
$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{18V}{7\Omega + 1\Omega} \rightarrow I = \frac{18}{8} = 2.25A$$

گام دوم: در حالتی که کلید بسته شود، مدار به شکل زیر درمی‌آید:



موازی: $\frac{6 \times 12}{6 + 12} = 4\Omega$

متوالی: $4 + 3 = 7\Omega$



$$R_{eq} = \frac{7 \times 7}{7 + 7} = 3.5\Omega$$

دو مقاومت 7Ω با یکدیگر موازی هستند. پس مقاومت معادل مدار به صورت زیر است:

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام سوم: جریان اصلی مدار و جریانی را که از آمپرسنج می‌گذرد، به دست می‌آوریم:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \xrightarrow[\substack{\varepsilon=18V, R_{eq}=3/5\Omega \\ r=1\Omega}]{\substack{\varepsilon=18V, R_{eq}=3/5\Omega \\ r=1\Omega}} I = \frac{18}{3/5+1} = \frac{18}{4/5} = 4A$$

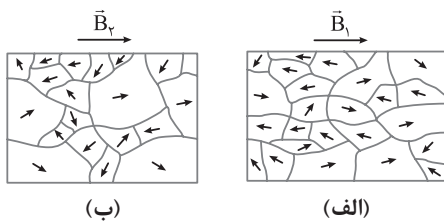
$$I = I_1 + I_2 = 2I_1 \xrightarrow{I=4A} I_1 = 2A$$

در گره B داریم:

آمپرسنج در حالت کلید بسته، جریان 2A را نشان می‌دهد. بنابراین جریان 25A / کاهش یافته است.

تست و پاسخ ۷۰

جهت‌گیری دو قطبی‌های مغناطیسی در یک ماده، در حضور میدان‌های مغناطیسی \vec{B}_1 و \vec{B}_2 ، به شکل‌های (الف) و (ب) است. کدام مورد، به ترتیب، درباره نوع این ماده مغناطیسی و مقایسه بزرگی میدان‌های مغناطیسی درست است؟



(۱) پارامغناطیسی، $B_1 > B_2$

(۲) پارامغناطیسی، $B_2 > B_1$

(۳) فرومغناطیسی، $B_1 > B_2$

(۴) فرومغناطیسی، $B_2 > B_1$

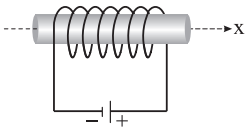
پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی گام اول: از آن‌جا که این ماده دارای حوزه‌های مغناطیسی است، پس فرومغناطیس محسوب می‌شود. ماده پارامغناطیس اصلاً حوزه مغناطیسی ندارد. بنابراین ۱ و ۲ رد می‌شوند.

گام دوم: میدان مغناطیسی B_2 با حضور خود، حوزه‌های مغناطیسی هم‌جهت با خود در ماده را بزرگ‌تر کرده است بنابراین اندازه میدان مغناطیسی B_2 بزرگ‌تر از B_1 است.

تست و پاسخ ۷۱

در شکل زیر، محور سیم‌لوله آرمانی منطبق بر محور x و جریان الکتریکی عبوری از آن برابر 4A است. اگر تعداد حلقه‌های سیم‌لوله در هر سانتی‌متر از طول سیم‌لوله برابر 8 باشد، میدان مغناطیسی در داخل سیم‌لوله و دور از لبه‌های آن، بر حسب گاوس کدام است؟ ($\mu_0 = 12/5 \times 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A}$)



$$4\vec{i} \quad (2)$$

$$-4\vec{i} \quad (4)$$

$$40\vec{i} \quad (1)$$

$$-40\vec{i} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۱

درس نامه

اندازه میدان مغناطیسی درون یک سیم‌لوله آرمانی حامل جریان و دور از لبه‌های آن از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$B = \frac{\mu_0 N I}{\ell}$$

تعداد حلقه‌ها N ، تراوایی مغناطیسی خلأ μ_0 (T.m/A)، جریان الکتریکی (A) I ، اندازه میدان مغناطیسی (T) B ، طول سیم‌لوله (m) ℓ

$$1G = 10^{-4} T$$

رابطه تسلا و گاوس به صورت مقابل است:

میدان مغناطیسی فوق، به موازات محور سیم‌لوله بوده و جهت آن به کمک قاعده دست راست به دست می‌آید. به طوری که اگر چهار انگشت دست راست خود را در جهت جریان سیم‌لوله ببندیم، انگشت شست، جهت میدان درون سیم‌لوله را نشان می‌دهد.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

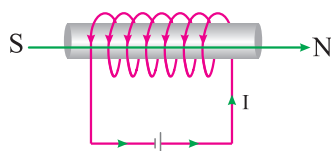
فیزیک

گام اول: اندازه میدان مغناطیسی درون سیملوله را به دست می آوریم:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{\ell} \quad \mu_0 = 12/5 \times 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A}, \quad N = 8$$

$$I = 4A, \quad \ell = 1 \text{ cm} = 10^{-2} \text{ m} \rightarrow B = \frac{12/5 \times 10^{-7} \times 8 \times 4}{10^{-2}}$$

$$\Rightarrow B = 400 \times 10^{-5} T = 40 \times 10^{-4} T \xrightarrow{1G=10^{-4}T} B = 40 G$$

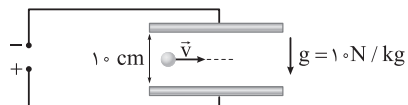


گام دوم: جهت این میدان با قاعده دست راست تعیین می شود. با توجه به شکل، جهت این میدان مغناطیسی به طرف راست است.

$$\vec{B} = (40 G) \vec{i}$$

تست و پاسخ ۷۲

مطابق شکل زیر، ذره‌ای به جرم 4 g و بار الکتریکی $10 \mu\text{C}$ با سرعتی به بزرگی $5 \times 10^3 \text{ m/s}$ در امتداد افق، وارد فضای بین دو صفحه رسانای افقی که اختلاف پتانسیل الکتریکی آن‌ها 20 V است، می شود. بین این دو صفحه، میدان مغناطیسی یکنواختی به اندازه چند تسلا و در چه جهتی ایجاد شود تا ذره بدون انحراف به مسیر خود ادامه دهد؟



(۱) $\odot, 0.04$

(۲) $\otimes, 0.04$

(۳) $\odot, 0.12$

(۴) $\otimes, 0.12$

پاسخ: گزینه ۱

درس نامه

(۱) نیروی وارد بر بار ذره‌ای q در میدان الکتریکی E :

بار الکتریکی (C)

$$\vec{F} = q \vec{E} \rightarrow \text{میدان الکتریکی (N/C)}$$

نیرو (N)

اگر $q > 0$ باشد، \vec{F} و \vec{E} هم جهت هستند؛ اما اگر $q < 0$ باشد، \vec{F} و \vec{E} در خلاف جهت یکدیگر قرار می گیرند.

(۲) میدان الکتریکی یکنواخت بین دو صفحه رسانای موازی از رابطه زیر به دست می آید.

اختلاف پتانسیل الکتریکی بین صفحات (V)

$$E = \frac{\Delta V}{d}$$

اندازه میدان الکتریکی (N/C) یکنواخت ←

فاصله بین دو صفحه (m) ↓

(۳) نیروی مغناطیسی وارد بر ذره باردار متحرک در میدان مغناطیسی به صورت زیر به دست می آید:

زاویه بین \vec{v} و \vec{B} تند ذره باردار (m/s)

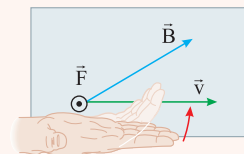
$$F = |q| v B \sin \theta$$

اندازه نیرو (N) ←

اندازه میدان مغناطیسی (T) (C) بار الکتریکی

جهت این نیرو، با استفاده از قاعده دست راست برای ذرات دارای بار مثبت، به صورت زیر تعیین می گردد:

اگر دست راست خود را طوری نگه داریم که انگشتان باز شده ما در جهت \vec{v} باشد - به گونه‌ای که وقتی آن‌ها را روی زاویه کوچکتری که \vec{v} با \vec{B} می‌سازد و در جهت چرخش طبیعی انگشتان خم کنیم، در جهت \vec{B} قرار گیرد - انگشت شست ما در جهت نیروی وارد بر ذره دارای بار مثبت خواهد بود.



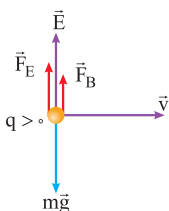
(۴) اگر ذره باردار به وزن $m\vec{g}$ از ناحیه‌ای عبور کند که هم زمان تحت تأثیر دو میدان الکتریکی و مغناطیسی است و بخواهد بدون انحراف، مسیر مستقیم خود را ادامه دهد، باید نیروی خالص وارد بر این ذره در راستای قائم، برابر صفر باشد.



پاسخ تشریحی گام اول: جهت میدان الکتریکی یکنواخت، از صفحه دارای بار مثبت به طرف صفحه دارای بار منفی است؛ پس جهت میدان

الکتریکی \vec{E} به طرف بالا است و اندازه آن از رابطه زیر به دست می آید:

$$E = \frac{\Delta V}{d} \xrightarrow{\substack{\Delta V = 20V \\ d = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}}} E = \frac{20}{0.1} = 200 \text{ V/m یا N/C}$$



گام دوم: نیروی ناشی از میدان الکتریکی (F_E) رو به بالا است:

$$F_E = qE \xrightarrow{\substack{q = 1.0 \mu\text{C} = 1.0 \times 10^{-6} \text{ C} \\ E = 200 \text{ N/C}}} F_E = 10^{-5} \times 200 \text{ N}$$

$$\Rightarrow F_E = 2 \times 10^{-3} \text{ N}$$

$$\vec{F}_E + \vec{F}_B + m\vec{g} = 0$$

گام سوم: اندازه و جهت \vec{F}_B را تعیین می کنیم:

$$mg = 0.4 \times 10^{-3} \times 10 = 4 \times 10^{-3} \text{ N}$$

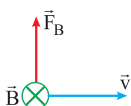
$$2 \times 10^{-3} + F_B = 4 \times 10^{-3} \Rightarrow F_B = 2 \times 10^{-3} \text{ N}$$

بنابراین \vec{F}_B باید رو به بالا باشد:

گام چهارم: اندازه و جهت میدان مغناطیسی \vec{B} را به دست می آوریم:

$$F_B = |q| v_B \sin \theta \xrightarrow{\substack{F_B = 2 \times 10^{-3} \text{ N}, v = 5 \times 10^3 \text{ m/s} \\ |q| = 1.0 \mu\text{C} = 1.0^{-6} \text{ C}, \theta = 90^\circ}} 2 \times 10^{-3} = 10^{-5} \times 5 \times 10^3 \times B \times 1$$

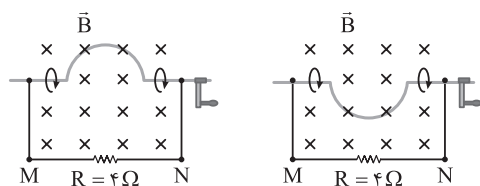
$$\Rightarrow B = \frac{2}{5} \times 10^{-1} = 0.04 \text{ T}$$



جهت \vec{B} نیز با توجه به قاعده دست راست، درون سو خواهد بود.

تست و پاسخ ۷۳

در شکل (۱)، میدان مغناطیسی یکنواخت و ثابتی به بزرگی 0.8 T بر صفحه عمود و شعاع نیم حلقه رسانا 10 cm است. وضعیت نیم حلقه در مدت 0.2 s ، پس از نیم دور چرخش یکنواخت در جهت نشان داده شده، از شکل (۱) به شکل (۲) تبدیل می شود. در این بازه زمانی، جریان متوسط القایی عبوری از مقاومت R چند میلی آمپر و در چه جهتی است؟



(۲)

(۱)

π ، از M به N

π ، از N به M

$\frac{\pi}{2}$ ، از M به N

$\frac{\pi}{2}$ ، از N به M

پاسخ: گزینه ۱

درس نامه

(۱) قانون القای الکترومغناطیسی فاراده: هرگاه شار مغناطیسی ای که از مدار بسته ای می گذرد تغییر کند، نیروی محرکه ای در آن القا می شود که بزرگی آن با آهنگ تغییر شار مغناطیسی متناسب است.

$$\begin{array}{c} \text{تغییر شار مغناطیسی (Wb)} \\ \uparrow \\ \varepsilon_{av} = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ \text{القایی متوسط (V)} \quad \text{تعداد حلقه} \quad \text{بازه زمانی (s)} \\ \text{نیروی محرکه} \end{array}$$



در حالت خاص، اگر تغییر شار مغناطیسی به علت تغییر مساحت سطح مدار بسته باشد، می توان نوشت:

$$\Phi = AB \cos \theta \Rightarrow \varepsilon_{av} = -NB \cos \theta \frac{\Delta A}{\Delta t}$$

اندازه میدان مغناطیسی (T) شار مغناطیسی (Wb)

زاویه بین بردار میدان مغناطیسی و نیم خط عمود بر سطح

مساحت سطح مدار (m²)

جریان القایی متوسط ایجاد شده در مقاومت R از رابطه زیر به دست می آید:

$$I_{av} = \frac{\varepsilon_{av}}{R}$$

نیروی محرکه القایی متوسط (V)

مقاومت الکتریکی (Ω)

جریان القایی متوسط (A)

۲) **قانون لنز:** جریان حاصل از نیروی محرکه القایی در یک مدار یا پیچه، در جهتی است که آثار میدان مغناطیسی ناشی از آن، با عامل به وجود آورنده جریان القایی یعنی تغییر شار مغناطیسی مخالفت می کند. از قانون لنز برای تعیین جهت جریان القایی استفاده می شود. الف) وقتی شار افزایشی است:

میدان مغناطیسی القایی (ثانویه) در جهت مخالف میدان اصلی (اولیه) است تا از این راه با افزایش شار مخالفت کند.

ب) وقتی شار کاهش می یابد:

میدان مغناطیسی القایی (ثانویه) هم جهت با میدان اصلی (اولیه) است تا از این راه با کاهش شار مخالفت کند.

پاسخ تشریحی گام اول: در بازه زمانی ۰/۲s مساحت سطح مدار بسته، به اندازه مساحت سطح دایره ای به شعاع ۱cm افزایش می یابد.

$$\Delta A = \pi r^2 \xrightarrow{r=1 \text{ cm} = 10^{-2} \text{ m}} \Delta A = \pi \times 10^{-2} \text{ m}^2$$

اندازه نیروی محرکه القایی متوسط را به دست می آوریم:

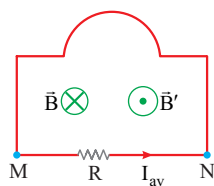
$$|\varepsilon_{av}| = NB \cos \theta \frac{\Delta A}{\Delta t} \xrightarrow{N=1, B=0.1 \text{ T}, \cos \theta=1} \frac{\Delta A = \pi \times 10^{-2} \text{ m}^2, \Delta t = 0.2 \text{ s}}$$

$$|\varepsilon_{av}| = 1 \times 0.1 \times 10^{-2} \times \frac{\pi \times 10^{-2}}{0.2} = \frac{0.1 \times 10^{-4} \times \pi}{0.2} = 4\pi \times 10^{-3} \text{ V}$$

گام دوم: اندازه جریان القایی متوسط ایجاد شده در مدار بسته را حساب می کنیم:

$$|I_{av}| = \frac{|\varepsilon_{av}|}{R} \xrightarrow{\frac{|\varepsilon_{av}| = 4\pi \times 10^{-3} \text{ V}}{R = 4\Omega}} |I_{av}| = \frac{4\pi \times 10^{-3}}{4} = \pi \times 10^{-3} \text{ A}$$

$$\Rightarrow |I_{av}| = \pi \text{ mA}$$



گام سوم: شار مغناطیسی عبوری در بازه زمانی ۰ تا ۰/۲s در حال افزایش است. پس طبق قانون لنز، جهت جریان القایی باید به گونه ای عمل کند که میدان مغناطیسی ناشی از آن (B') در خلاف جهت B باشد. طبق قاعده دست راست، جهت جریان القایی در مقاومت R باید از M به طرف N باشد تا میدان مغناطیسی برون سوی حاصل از آن (B') برخلاف جهت میدان B باشد.

تست و پاسخ ۷۴

با استفاده از سیمی مسی به قطر مقطع ۱mm حلقه ای به شعاع ۲۵cm ساخته شده است. در مدتی که شار مغناطیسی عبوری از حلقه ۸Wb /

تغییر می کند، تعداد الکترون های شارش یافته در آن برابر کدام است؟ (C) $e = 1.6 \times 10^{-19}$ و مقاومت ویژه مس $2 \times 10^{-8} \Omega \cdot m$ است.)

$$5 \times 10^2 \quad (4)$$

$$5 \times 10^{16} \quad (3)$$

$$1/25 \times 10^{20} \quad (2)$$

$$1/25 \times 10^{16} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۲



درس نامه

(۱) مقاومت یک جسم در دمای ثابت، با طول و جنس آن نسبت مستقیم دارد، ولی با مساحت سطح مقطع آن رابطه عکس دارد.

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

طول (m) ↑
مقاومت الکتریکی (Ω) ↑
مقاومت ویژه (Ωm) ↑
مساحت سطح مقطع (m²) ↓
مقاومت (Ω) ↓

(۲) اگر شار مغناطیسی ای که از یک مدار بسته می‌گذرد تغییر کند، نیروی محرکه القایی و جریان القایی حاصل از آن سبب می‌شود که بار الکتریکی Δq در آن مدار شارش کند.

$$\Delta q = -N \frac{\Delta \Phi}{R}$$

تغییر شار مغناطیسی (Wb) ↑
تعداد حلقه ↑
بار الکتریکی ← Δq
شارش یافته (C) ←
مقاومت الکتریکی مدار (Ω) ↓

(۳) بار الکتریکی جسم، مضرب درستی از بار بنیادی e است.

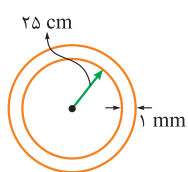
$$\Delta q = n e$$

بار بنیادی = $1/6 \times 10^{-19} C$
بار الکتریکی (C) ↑
تعداد الکترونها ↓

پاسخ تشریحی

گام اول: مقاومت الکتریکی سیم مسی را به دست می‌آوریم. طول این سیم، همان محیط دایره‌ای

به شعاع ۲۵ cm است.



$$L = 2\pi r = 2\pi \times 25 \times 10^{-2} = 0.5\pi \text{ m}$$

$$A = \pi \frac{d^2}{4} \quad d=1\text{mm}=10^{-3}\text{m} \rightarrow A = \frac{\pi}{4} \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$R = \rho \frac{L}{A} \quad \rho=2 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}, L=0.5\pi \text{ m} \rightarrow R = 2 \times 10^{-8} \times \frac{0.5\pi}{\frac{\pi}{4} \times 10^{-6}} = 4 \times 10^{-2} \Omega$$

گام دوم: اندازه بار الکتریکی گذرنده از سیم را حساب می‌کنیم:

$$|\Delta q| = N \frac{|\Delta \Phi|}{R} \quad \frac{N=1, |\Delta \Phi|=0.8 \text{ Wb}}{R=4 \times 10^{-2} \Omega} \rightarrow |\Delta q| = 1 \times \frac{0.8}{4 \times 10^{-2}} = 20 \text{ C}$$

گام سوم: تعداد الکترونها شارش یافته را به دست می‌آوریم:

$$n = \frac{|\Delta q|}{e} \quad \frac{|\Delta q|=20 \text{ C}}{e=1/6 \times 10^{-19} \text{ C}} \rightarrow n = \frac{20}{1/6 \times 10^{-19}} = 1/25 \times 10^{20}$$

تست و پاسخ ۷۵

معادله جریان - زمان عبوری از یک القاگر با ضریب القاوری ۲ mH در صورت $I = 0.2 \sin(100\pi t)$ است. در چه لحظه‌ای بر حسب ثانیه،

برای اولین بار انرژی ذخیره شده در القاگر برابر با $30 \mu\text{J}$ می‌شود؟

$$\frac{1}{600} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{400} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{300} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{200} \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۲

درس نامه

(۱) انرژی ذخیره شده در یک القاگر از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$U = \frac{1}{2} L I^2$$

جریان الکتریکی (A) ↑
انرژی ↑
ضریب القاوری (H) ذخیره شده (J) ↓



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

۲) معادله جریان متناوب سینوسی:

$$I = I_m \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right)$$

زمان (s) \uparrow $I = I_m \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right)$ \uparrow جریان الکتریکی (A)
 دوره (s) \downarrow $I = I_m \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right)$ \downarrow بیشینه اندازه جریان (A)

گام اول: با استفاده از انرژی ذخیره شده در القاگر، جریان الکتریکی مربوط به آن را به دست می آوریم:

$$U = \frac{1}{2} LI^2 \quad \frac{U=30\mu J=30 \times 10^{-6} J}{L=2mH=2 \times 10^{-2} H} \rightarrow 30 \times 10^{-6} = \frac{1}{2} \times 2 \times 10^{-2} \times I^2$$

$$\Rightarrow 30 \times 10^{-6} = I^2 \Rightarrow I^2 = \frac{3}{100} \Rightarrow I = \frac{\sqrt{3}}{10} A$$

گام دوم: اکنون باید ببینیم که پس از لحظه $t = 0$ جریان گذرنده از این القاگر در چه زمانی، برای اولین بار به $\frac{\sqrt{3}}{10} A$ می رسد:

$$I = 0 / 2 \sin(100\pi t) \xrightarrow{I = \frac{\sqrt{3}}{10} A} \frac{\sqrt{3}}{10} = \frac{2}{10} \sin(100\pi t)$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin(100\pi t) \Rightarrow \sin \frac{\pi}{3} = \sin(100\pi t) \Rightarrow \frac{\pi}{3} = 100\pi t$$

$$\Rightarrow t = \frac{1}{300} s$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



شیمی پایه: شیمی (۱): صفحه‌های ۱ تا ۱۲۲، شیمی (۲): صفحه‌های ۱ تا ۱۲۱

تست و پاسخ ۷۶

کدام مطلب درست است؟ ($H = 1, C = 12 \text{ g.mol}^{-1}$)

- (۱) نام شیمیایی ترکیب‌های CS_2 ، PCl_5 و Cr_2O_3 به ترتیب فسفر پنتاکلرید، کربن دی‌سولفید و دی‌کروم تری‌اکسید است.
- (۲) در دما و فشار یکسان، حجم $4/2$ گرم گاز اتن، بیشتر از حجم 4 گرم گاز متان است.
- (۳) در دما و فشار اتاق برای یک گاز معین، همواره نسبت شمار مولکول‌ها به شمار مول‌های گاز مقدار ثابتی است.
- (۴) $CuCl_2$ یک ترکیب غیرآلی است و در ساختار آن، مانند SCl_2 یون‌های کلرید وجود دارد.

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی بررسی گزینه‌ها:

(۱) نام شیمیایی ترکیب‌های CS_2 ، PCl_5 و C_2O_3 به ترتیب فسفر پنتاکلرید، کربن دی‌سولفید و کروم (III) اکسید است.

نکته برای نام‌گذاری ترکیب‌های یونی از پیشوندهای یونانی (مونو، دی، تری و ...) استفاده نمی‌شود. هم‌چنین می‌دانیم برای فلزهایی که چند نوع کاتیون دارند، باید بار آن‌ها به صورت عدد رومی (I، II، III و ...) بیاید.

(۲) براساس قانون آووگادرو در دما و فشار یکسان، حجم مولی گازها با هم برابر است؛ بنابراین می‌توان به جای حجم گازها، مقدار مول آن‌ها را با هم مقایسه کرد.

$$? \text{ mol } C_2H_4 = 4/2 \text{ g } C_2H_4 \times \frac{1 \text{ mol } C_2H_4}{28 \text{ g } C_2H_4} = 0/15$$

$$\Rightarrow \text{ حجم } C_2H_4 > \text{ حجم } CH_4 \Rightarrow \text{ مول } C_2H_4 > \text{ مول } CH_4$$

$$? \text{ mol } CH_4 = 4 \text{ g } CH_4 \times \frac{1 \text{ mol } CH_4}{16 \text{ g } CH_4} = 0/25$$

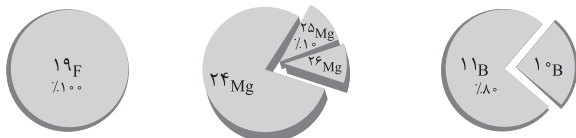
(۳) می‌دانیم در دما و فشار اتاق، همه گازها جزء مواد مولکولی هستند. نسبت شمار مولکول‌ها به شمار مول‌های یک ماده مولکولی همواره برابر با عدد آووگادرو ($6/02 \times 10^{23}$) است.

$$\frac{\text{شمار مولکول‌های ماده}}{\text{شمار مول ماده}} = \frac{\text{شمار مولکول‌های ماده}}{\text{شمار مول ماده}} \Rightarrow \frac{\text{شمار مولکول‌های ماده}}{6/02 \times 10^{23}} = \frac{\text{شمار مولکول‌های ماده}}{6/02 \times 10^{23}}$$

(۴) $CuCl_2$ یک ترکیب یونی است و در ساختار آن یون‌های مس (II) و کلرید وجود دارد اما SCl_2 که از دو نافلز تشکیل شده، یک ترکیب مولکولی است و از واحدهای مولکولی مجزا تشکیل شده است؛ یعنی در ساختار آن هیچ یونی (از جمله یون‌های کلرید) وجود ندارد.

تست و پاسخ ۷۷

با توجه به شکل‌های زیر که ایزوتوپ‌های ۳ عنصر فلئور، منیزیم و بور را در یک نمونه طبیعی نشان می‌دهد، چند مورد از مطالب زیر درست است؟ (عدد جرمی را معادل جرم اتمی در نظر بگیرید.)



جرم اتمی میانگین: $24/32 \text{ amu}$

- ایزوتوپ فلئور - ۲۰ به یقین ساختگی است.
- جرم اتمی میانگین بور، برابر $10/8 \text{ amu}$ است.
- جرم مولی BF_3 برابر $67/8$ گرم بر مول است.
- درصد فراوانی سبک‌ترین ایزوتوپ منیزیم، برابر ۷۹ درصد است.

یعنی 24 Mg ← (۴) یک (۳) دو (۲) سه (۱) چهار

پاسخ: گزینه ۱



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

پاسخ تشریحی همه عبارت‌ها درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: از آنجایی که درصد فراوانی ایزوتوپ فلئور - ۱۹ در طبیعت برابر ۱۰۰ است؛ بنابراین هیچ ایزوتوپ دیگری از آن در طبیعت وجود ندارد و ایزوتوپ فلئور - ۲۰ به یقین ساختگی است.

عبارت دوم:

روش اول: محاسبه جرم اتمی میانگین با فرمول کتاب درسی:

$$M = \frac{M_1 \times F_1 + M_2 \times F_2}{F_1 + F_2} = \frac{(10 \times 20) + (11 \times 80)}{20 + 80} = 10.8 \text{ amu}$$

روش دوم: محاسبه جرم اتمی میانگین با فرمول تستی:

$$M = M_1 + \left[(M_2 - M_1) \times \frac{F_2}{F_{\text{کل}}} \right] = 10 + \left[(11 - 10) \times \frac{80}{100} \right] = 10.8 \text{ amu}$$

عبارت سوم: جرم مولی BF_3 به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$BF_3 \text{ جرم مولی} = (1 \times B \text{ جرم مولی}) + (3 \times F \text{ جرم مولی}) = (10.8 \times 1) + (19 \times 3) = 67.8 \text{ g.mol}^{-1}$$

عبارت چهارم: می‌دانیم که مجموع درصد فراوانی ایزوتوپ‌ها برابر ۱۰۰ است، پس داریم:

$$F_1 + F_2 + F_3 = 100 \Rightarrow F_1 + 10 + F_3 = 100 \Rightarrow F_3 = 90 - F_1$$

روش اول: استفاده از فرمول کتاب درسی:

$$M = \frac{M_1 F_1 + M_2 F_2 + M_3 F_3}{F_1 + F_2 + F_3} \Rightarrow 24.32 = \frac{(24 \times F_1) + (25 \times 10) + (26 \times \frac{90 - F_1}{100})}{100}$$

$$2432 = 24F_1 + 250 + 2340 - 26F_1 \Rightarrow 2F_1 = 158 \Rightarrow F_1 = 79\%$$

روش دوم: استفاده از فرمول تستی:

$$M = M_1 + \left[(M_2 - M_1) \times \frac{F_2}{F_{\text{کل}}} \right] + \left[(M_3 - M_1) \times \frac{F_3}{F_{\text{کل}}} \right]$$

$$24.32 = 24 + \left[(25 - 24) \times \frac{10}{100} \right] + \left[(26 - 24) \times \frac{F_3}{100} \right] \Rightarrow 0.32 = 0 + 0.1 + \frac{2F_3}{100} \Rightarrow 0.22 = \frac{2F_3}{100} \Rightarrow F_3 = 11\%$$

$$\Rightarrow F_1 = 90 - F_3 = 90 - 11 = 79\%$$

تست و پاسخ ۷۸

کدام موارد زیر نادرست است؟

(الف) انرژی لایه‌ها و تفاوت انرژی میان لایه‌ها در یک اتم، یک کمیت کوانتومی است.

(ب) تفاوت طول موج دو نوار رنگی مجاور در طیف نشری خطی اتم هیدروژن، با افزایش طول موج این نوارهای رنگی، کاهش می‌یابد.

(پ) در یک اتم، لایه‌های الکترونی که عدد کوانتومی اصلی کوچک‌تر یا مساوی ۳ دارند، نمی‌توانند زیرلایه‌ای با عدد کوانتومی فرعی برابر ۳ داشته باشند.

(ت) مطابق قاعده آفبا، زیرلایه‌ای که پس از زیرلایه ۶s و قبل از زیرلایه ۶p الکترون می‌گیرد، نمی‌تواند n+1 برابر داشته باشد.

(۲) ب - ت

(۱) الف - ب

(۴) پ - ت

(۳) الف - ب - ت

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی موارد «ب» و «ت» نادرست هستند.

بررسی موارد:

(الف) مقادیر انرژی یک الکترون در یک اتم، تنها می‌تواند مقادیر معینی باشد. در واقع انرژی الکترون‌ها در اتم‌ها، کوانتومی است. هم‌چنین دادوستد

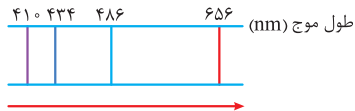
انرژی، هنگام انتقال الکترون از یک لایه به لایه دیگر کوانتومی است. یعنی الکترون هنگام انتقال از یک لایه به لایه دیگر، انرژی را به صورت پیمانه

معینی، جذب یا نشر می‌کند؛ بنابراین انرژی لایه‌ها و تفاوت انرژی میان لایه‌ها در اتم، یک کمیت کوانتومی (پیمانه‌ای) است. ✓

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



ب) در طیف نشری خطی اتم هیدروژن، با کاهش انرژی (افزایش طول موج) نوارهای رنگی، تفاوت طول موج آن‌ها افزایش می‌یابد (نه کاهش!) و خطوط رنگی از هم دورتر می‌شوند. *



کاهش انرژی، افزایش طول موج و افزایش تفاوت طول موج دو نوار رنگی مجاور

پ) در هر لایه الکترونی، مقادیر مجاز برای عدد کوانتومی فرعی (l) می‌تواند برابر صفر تا (n-1) باشد؛ بنابراین در لایه الکترونی سوم زیر لایه‌هایی با (s), (p), (d) و (f) وجود دارند، در لایه دوم زیر لایه‌های (s) و (p) وجود دارند و در لایه اول فقط زیر لایه (s) وجود دارد.

ت) مطابق قاعده آفبا زیر لایه‌ها به ترتیب زیر الکترون می‌گیرند: *
 $n+l = 5+2 = 7$
 $1s \ 2s \ 2p \ 3s \ 3p \ 4s \ 3d \ 4p \ 5s \ 4d \ 5p \ 6s \ 4f \ 5d \ 6p \ 7s \ 5f \ 6d \ 7p$
 $n+l = 4+3 = 7$

تست و پاسخ ۷۹

با توجه به جدول زیر، چند مورد از مطالب داده‌شده به یقین درست است؟

M	E	D	A	عنصر
۷	۱۳	۳	۸	نسبت شمار الکترون‌های دارای $n = 3$ به $n = 4$ در اتم

• عنصر A به یقین به دسته s جدول تناوبی تعلق دارد.

• شمار الکترون‌های ظرفیتی اتم عنصرهای D و E برابر است.

• نسبت شمار الکترون‌های دارای $l = 0$ به $l = 2$ در اتم E برابر $1/4$ است.

• مجموع $n+l$ الکترون‌های بیرونی‌ترین زیر لایه یون M^{3+} برابر ۲۵ است.

• شعاع اتمی عنصر A بزرگ‌تر از شعاع عنصر D است.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی عبارت‌های دوم، سوم، چهارم و پنجم درست‌اند.

با توجه به اطلاعات جدول داده‌شده آرایش الکترونی عنصرهای E، D، A و M را رسم می‌کنیم.

عنصر A می‌تواند ${}_{19}K$ یا ${}_{28}Ni$ باشد. $\Rightarrow \frac{16}{2} = \frac{8}{1} = 8$ یا ${}_{28}A: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^8 4s^2$ یا ${}_{19}A: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^1$

${}_{34}D: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^1 4s^2 4p^4 \Rightarrow \frac{18}{6} = 3$

${}_{24}E: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^5 4s^1 \Rightarrow \frac{13}{1} = 13$

${}_{26}M: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^6 4s^2 \Rightarrow \frac{14}{2} = 7$

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: در عنصر A در یک حالت، می‌تواند آخرین الکترون وارد زیر لایه $3d$ شود؛ بنابراین این عنصر می‌تواند به دسته d جدول تناوبی تعلق داشته باشد، پس نمی‌توانیم بگوییم این عبارت به یقین درست است!

عبارت دوم: عنصر D دارای ۶ الکترون ظرفیتی ($4s^2 4p^4$) است و عنصر E نیز ۶ الکترون ظرفیتی ($3d^5 4s^1$) دارد.

عبارت سوم: در اتم E، ۷ الکترون در زیر لایه‌های با $l = 0$ ($1s^2, 2s^2, 3s^2, 4s^1$) و ۵ الکترون نیز در زیر لایه با $l = 2$ ($3d^5$) وجود دارد.

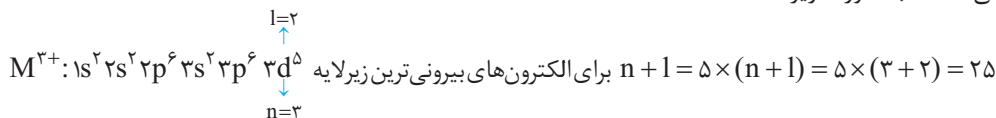
$\frac{7}{5} = 1/4$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

عبارت چهارم: آرایش الکترونی M^{3+} به صورت زیر است:



نکته برای محاسبه $(n+1)$ الکترون‌های یک زیرلایه، حاصل جمع n و l را در شمار الکترون‌های موجود در آن زیرلایه ضرب می‌کنیم.

عبارت پنجم: در هر دوره از چپ به راست شعاع اتمی عناصر کاهش می‌یابد. عنصر A (چه A باشد و چه $28A$) و $34D$ هر دو در دوره چهارم جدول تناوبی قرار دارند و $34D$ نسبت به A (یا $28A$) در سمت راست جدول تناوبی قرار دارد، پس شعاع اتمی کوچک‌تری نسبت به A دارد.

نکته در هر دوره از جدول تناوبی، شمار لایه‌های الکترونی اشغال شده برابر است اما از چپ به راست، با افزایش شمار پروتون‌های هسته، جاذبه بر روی لایه‌های الکترونی افزایش می‌یابد و لایه‌ها متراکم‌تر شده و شعاع اتمی کوچک‌تر می‌شود.

تست و پاسخ (۸۰)

پس از موازنه معادله واکنش‌های زیر، کدام مطلب درست است؟

- a) $C_4H_8(g) + NO(g) \rightarrow CO_2(g) + N_2(g) + H_2O(l)$
 b) $TiO_2(s) + BrF_3(l) \rightarrow TiF_4(s) + Br_2(l) + O_2(g)$
 c) $Sn(s) + HNO_3(aq) \rightarrow SnO_2(s) + NO(g) + H_2O(l)$

(۱) بزرگ‌ترین ضریب استوکیومتری، متعلق به یکی از مواد شرکت‌کننده در واکنش (a) است.

(۲) مجموع ضرایب استوکیومتری واکنش‌دهنده‌ها، در معادله‌های (a) و (c) برابر است.

(۳) مجموع ضرایب استوکیومتری مواد شرکت‌کننده در یکی از معادله‌هایی که هر سه حالت فیزیکی مواد را دارد، برابر ۲۰ است.

(۴) در واکنش (b) ضریب استوکیومتری هیچ دو ماده‌ای با یکدیگر برابر نیست.

یا واکنش b یا واکنش c

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی ابتدا معادله واکنش‌ها را موازنه می‌کنیم:

- a) $C_4H_8(g) + 12NO(g) \rightarrow 4CO_2(g) + 6N_2(g) + 4H_2O(l)$
 b) $3TiO_2(s) + 4BrF_3(l) \rightarrow 3TiF_4(s) + 2Br_2(l) + 3O_2(g)$
 c) $3Sn(s) + 4HNO_3(aq) \rightarrow 3SnO_2(s) + 4NO(g) + 2H_2O(l)$

بررسی گزینه‌ها:

(۱) بزرگ‌ترین ضریب استوکیومتری در بین همه مواد شرکت‌کننده در واکنش‌های a، b و c متعلق به NO از واکنش a، با ضریب ۱۲ است.

(۲) مجموع ضرایب استوکیومتری واکنش‌دهنده‌ها در معادله a برابر ۱۳ و در معادله c برابر ۷ است.

(۳) مجموع ضرایب استوکیومتری مواد شرکت‌کننده (یعنی هم واکنش‌دهنده‌ها و هم فراورده‌ها) در معادله b و c که هر سه حالت ماده (یعنی

s، l، g) را دارند به ترتیب برابر ۱۵ و ۱۶ است.

(۴) در واکنش b ضریب استوکیومتری TiO_2 ، TiF_4 و O_2 با هم برابر است.

تست و پاسخ (۸۱)

در تبدیل فلزی از دوره چهارم جدول تناوبی به یون پایدار M^{2+} ، مجموع $n+1$ الکترون‌های ظرفیت فلز M ، ۹ واحد کاهش می‌یابد. اگر تفاوت شمار الکترون‌ها و نوترون‌ها در این یون برابر ۷ باشد، کدام مطلب به یقین درست است؟

(۱) تفاوت عدد اتمی عنصر M با عدد اتمی گاز نجیب هم‌دوره خود برابر ۷ است.

(۲) نسبت عدد جرمی به بار الکتریکی این یون برابر ۳۲ است.

(۳) در بیرونی‌ترین لایه الکترونی اتم عنصر M ، یک الکترون وجود دارد.

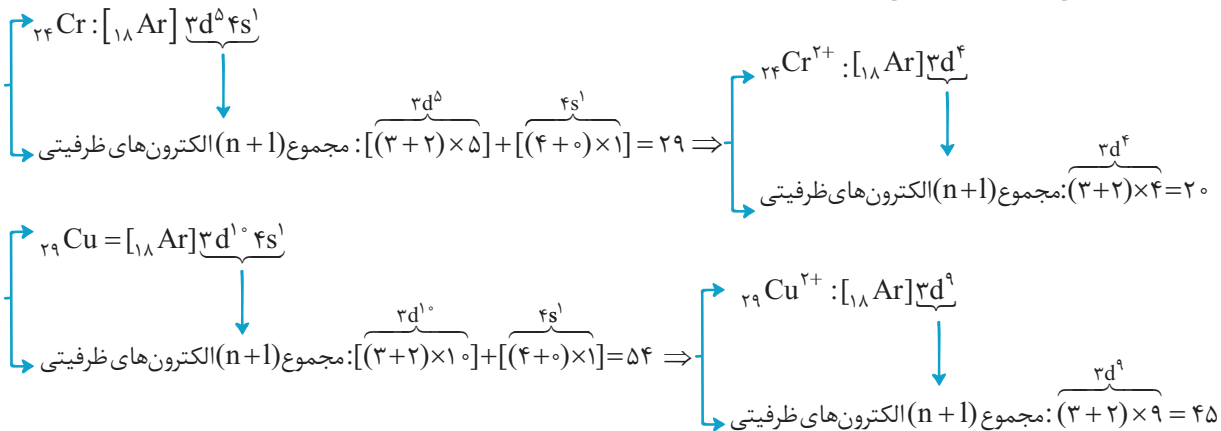
(۴) اتم عنصر M دارای ۷ زیرلایه الکترونی است که از الکترون پر شده است.

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



پاسخ تشریحی در بین عناصر دوره چهارم جدول تناوبی فقط هنگام تبدیل ${}_{24}\text{Cr}^{2+}$ به ${}_{24}\text{Cr}$ و ${}_{29}\text{Cu}^{2+}$ به ${}_{29}\text{Cu}$ مجموع $(n+1)$ الکترون‌های ظرفیتی ۹ واحد کاهش می‌یابد.



بررسی گزینه‌ها:

۱) تفاوت عدد اتمی ${}_{29}\text{Cu}$ با ${}_{36}\text{Kr}$ برابر ۷ واحد است اما تفاوت عدد اتمی ${}_{24}\text{Cr}$ با ${}_{36}\text{Kr}$ برابر ۱۲ واحد است. پس نمی‌توانیم بگوییم این مطلب به یقین درست است!

۲)

گام اول: ابتدا عدد جرمی ${}_{24}\text{Cr}^{2+}$ و ${}_{29}\text{Cu}^{2+}$ را محاسبه کنیم.

روش اول:

$${}_{24}\text{Cr}^{2+} \begin{cases} p = 24 \\ e = 22 \\ n - e = 7 \Rightarrow n - 22 = 7 \Rightarrow n = 29 \Rightarrow A = p + n = 24 + 29 = 53 \end{cases}$$

$${}_{29}\text{Cu}^{2+} \begin{cases} p = 29 \\ e = 27 \\ n - e = 7 \Rightarrow n - 27 = 7 \Rightarrow n = 34 \Rightarrow A = p + n = 29 + 34 = 63 \end{cases}$$

روش دوم: استفاده از رابطه تستی مقابل:

$$Z = \frac{A - (\text{اختلاف نوترون‌ها و الکترون‌ها})}{2} \begin{cases} {}_{24}\text{Cr}^{2+}: 24 = \frac{A - 7 + (+2)}{2} \Rightarrow A = 53 \\ {}_{29}\text{Cu}^{2+}: 29 = \frac{A - 7 + (+2)}{2} \Rightarrow A = 63 \end{cases}$$

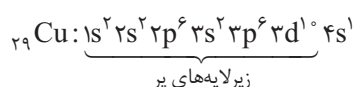
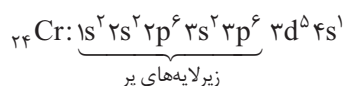
گام دوم: حال نسبت عدد جرمی به بار هر کاتیون را حساب می‌کنیم:

$$\frac{53}{24}\text{Cr}^{2+}: \frac{53}{2} = 26.5$$

$$\frac{63}{29}\text{Cu}^{2+}: \frac{63}{2} = 31.5$$

۳) در هر دو عنصر ${}_{24}\text{Cr}$ و ${}_{29}\text{Cu}$ ، در بیرونی‌ترین لایه الکترونی ($n=4$)، فقط یک الکترون وجود دارد.

۴) در عنصر ${}_{29}\text{Cu}$ فقط ۶ زیرلایه و در عنصر ${}_{24}\text{Cr}$ فقط ۵ زیرلایه از الکترون پر شده است.





پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

تست و پاسخ ۸۲

برای مصرف ۱۶۰ لیتر گاز اوزون در واکنش زیر، به چند گرم آمونیاک نیاز است و در این واکنش چند گرم فراورده جامد تولید می‌شود؟ (چگالی گاز اکسیژن در شرایط آزمایش ۱/۴۲ گرم بر لیتر است.) ($H = 1, N = 14, O = 16 : g \cdot mol^{-1}$)



(موازنه واکنش کامل شود.) $2NH_3(g) + aO_3(g) \rightarrow bNH_4NO_3(s) + cO_2(g) + dH_2O(g)$

$$94,60 / 35 (4)$$

$$142,60 / 35 (3)$$

$$94,40 / 23 (2)$$

$$142,40 / 23 (1)$$

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی گام اول: موازنه معادله واکنش را کامل می‌کنیم:



گام دوم: ابتدا چگالی گاز O_3 را از روی چگالی گاز O_2 ، در شرایط یکسان، حساب می‌کنیم. می‌دانیم در دما و فشار یکسان، نسبت چگالی دو گاز برابر با نسبت جرم مولی آن‌ها است.

$$\frac{d_{O_3}}{d_{O_2}} = \frac{M_{O_3}}{M_{O_2}} \rightarrow \frac{d_{O_3}}{1/42} = \frac{48}{32} \rightarrow d_{O_3} = \frac{48}{32} \times 1/42 = 3 \times 0/71 = 2/13 g \cdot L^{-1}$$

گام سوم: جرم آمونیاک مورد نیاز را از روی حجم گاز اوزون مصرف شده محاسبه می‌کنیم.

روش اول: استفاده از کسر تبدیل:

$$? g NH_3 = 160 \cdot LO_3 \times \frac{2/13 g O_3}{1 LO_3} \times \frac{1 mol O_3}{48 g O_3} \times \frac{2 mol NH_3}{4 mol O_3} \times \frac{17 g NH_3}{1 mol NH_3} = 60/35 g NH_3$$

روش دوم: استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{چگالی} \times \text{حجم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{xg}{2 \times 17} = \frac{160 \times 2/13}{4 \times 48} \Rightarrow x = 60/35 g NH_3$$

گام چهارم: جرم فراورده جامد ($NH_4NO_3(s)$) را حساب می‌کنیم.

روش اول: استفاده از کسر تبدیل:

$$? g NH_4NO_3 = 160 \cdot LO_3 \times \frac{2/13 g O_3}{1 LO_3} \times \frac{1 mol O_3}{48 g O_3} \times \frac{1 mol NH_4NO_3}{4 mol O_3} \times \frac{80 g NH_4NO_3}{1 mol NH_4NO_3} = 142 g NH_4NO_3$$

$$\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{چگالی} \times \text{حجم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{xg}{1 \times 80} = \frac{160 \times 2/13}{4 \times 48} \Rightarrow x = 142 g NH_4NO_3$$

روش دوم: استفاده از کسر تناسب:

تست و پاسخ ۸۳

چند مورد از مطالب زیر درباره فرایند هابر، درست است؟

- روشی صنعتی برای تولید آمونیاک از واکنش گازهای نیتروژن و هیدروژن است.
- با استفاده از کاتالیزگر آهن، سرعت و دمای لازم برای انجام واکنش افزایش می‌یابد.
- واکنش آن برگشتناپذیر است و در دما و فشار اتاق به کندی انجام می‌شود.
- در شرایط یکسان، انحلال پذیری فراورده آن در آب بیشتر از انحلال پذیری واکنش دهنده‌ها است.
- حالت فیزیکی فراورده آن در دما و فشار اتاق، مایع است که می‌تواند به طور مستقیم به خاک تزریق شود.

۲ (۲)

۱ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

پاسخ: گزینه ۲

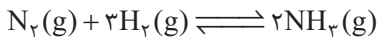
پاسخ تشریحی عبارت‌های اول و چهارم درست‌اند.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: در صنعت از واکنش گازهای هیدروژن و نیتروژن به روش هابر برای تولید آمونیاک استفاده می‌کنند. ✓



عبارت دوم: با استفاده از کاتالیزگر ورقه آهنی، تنها سرعت انجام واکنش افزایش می‌یابد. استفاده از کاتالیزگر ارتباطی به تغییر دما ندارد. ✗

عبارت سوم: واکنش تولید آمونیاک به روش هابر، واکنشی برگشت پذیر است (نه برگشت ناپذیر!) و دقت داشته باشید که در دما و فشار اتاق

گازهای هیدروژن و نیتروژن حتی در حضور جرقه یا کاتالیزگر نیز با هم واکنش نمی‌دهند. ✗

عبارت چهارم: آمونیاک یک ماده مولکولی قطبی است اما گازهای هیدروژن و نیتروژن مولکول‌های ناقطبی دارند؛ بنابراین انحلال پذیری آمونیاک

در آب از گازهای هیدروژن و نیتروژن بیشتر است. ✓

عبارت پنجم: حالت فیزیکی فرآورده فرایند هابر (آمونیاک)، در دما و فشار اتاق، گاز است نه مایع! البته دقت داشته باشید که آمونیاک مایع

می‌تواند به طور مستقیم به خاک تزریق شود. ✗

تست و پاسخ ۸۴

۰/۰۰۴ مول نمک XSO_4 را در ۴ لیتر آب مقطر حل می‌کنیم تا محلولی با چگالی یک گرم بر میلی‌لیتر و غلظت ۱۶۰ ppm از این نمک تهیهشود. جرم مولی فسفات فلز X (با بار الکتریکی مشابه در XSO_4)، چند گرم بر مول است؟ ($\text{O} = 16, \text{P} = 31, \text{S} = 32; \text{g.mol}^{-1}$)

۳۵۸ (۲)

۳۱۵ (۱)

۳۸۲ (۴)

۲۶۲ (۳)

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره تیپ تست‌هایی که جرم مولی یک عنصر موجود در ترکیب را مجهول می‌دهند و از محاسبات استوکیومتری یا محاسبات غلظت

محلول‌ها برای تعیین آن استفاده می‌کنند، در کنکورهای اخیر بسیار مورد توجه طراحان بوده است.

خودت حل کنی بهتره ابتدا از روی غلظت ppm و حجم محلول، جرم حل‌شونده XSO_4 را پیدا می‌کنیم و به کمک مول XSO_4 جرم مولی فلز X را محاسبه می‌کنیم. حال با توجه به بار کاتیون X^{2+} ، فرمول شیمیایی فسفات این کاتیون را می‌نویسیم و جرم مولی

فسفات فلز X را حساب می‌کنیم.

پاسخ تشریحی

گام اول: از روی غلظت و حجم محلول XSO_4 ، جرم مولی X را حساب می‌کنیم:

روش اول: استفاده از رابطه غلظت ppm:

$$\text{ppm} = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 \Rightarrow 160 = \frac{m_{\text{XSO}_4}(\text{g})}{4 \times 10^3(\text{g})} \times 10^6 \Rightarrow m_{\text{XSO}_4} = 0.64 \text{ g}$$

\downarrow
۴L=۴kg

$$\text{XSO}_4 \text{ مول} = \frac{\text{جرم XSO}_4}{\text{جرم مولی XSO}_4} \Rightarrow 0.004 = \frac{0.64}{\text{XSO}_4 \text{ مولی}} \Rightarrow \text{جرم مولی XSO}_4 = 160 \text{ g.mol}^{-1}$$

$$\text{X} + \underset{\text{S}}{32} + \underset{\text{O}}{(16 \times 4)} = 160 \Rightarrow \text{X} = 64 \text{ g.mol}^{-1}$$

روش دوم: استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{\text{مول}}{\text{ضریب}} = \frac{\text{جرم مولی} \times \text{ppm}}{\text{جرم محلول}} \Rightarrow \frac{\text{XSO}_4 \text{ حل‌شونده}}{\text{XSO}_4 \text{ محلول}} = \frac{160}{1 \times (\text{X} + \underset{\text{S}}{32} + \underset{\text{O}}{(16 \times 4)})} \Rightarrow \text{X} = 64 \text{ g.mol}^{-1}$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

گام دوم: با توجه به فرمول یون سولفات (SO_4^{2-}) می‌توان فهمید که کاتیون در XSO_4 به صورت X^{2+} است؛ بنابراین فرمول شیمیایی فسفات (PO_4^{3-}) این کاتیون به صورت $\text{X}_3(\text{PO}_4)_2$ خواهد بود.

$$\text{جرم مولی } \text{X}_3(\text{PO}_4)_2 = \underbrace{(64 \times 3)}_{192} + \underbrace{(31 + (16 \times 4)) \times 2}_{95} = 382 \text{ g.mol}^{-1}$$

تست و پاسخ ۸۵

چه تعداد از موارد زیر امکان پذیر است؟

- یک مولکول اتم‌های H و F داشته باشد، اما توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی نداشته باشد.
- یک ماده دارای مولکول‌های ناقطبی باشد، اما نقطه جوش بیشتری نسبت به آب داشته باشد.
- یک ترکیب مولکولی قطبی، جاذبه بین مولکولی قوی تری از یک ترکیب یونی داشته باشد.
- یک هیدروکربن بتواند به هر نسبت در آب حل شود.
- یک ترکیب یونی، فاقد اتم فلزی باشد.

۲ (۴)

۳ (۳)

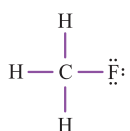
۴ (۲)

۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی عبارت‌های اول، دوم و پنجم امکان پذیر هستند.

بررسی عبارت‌ها:



عبارت اول: در صورتی میان مولکول‌های یک ماده می‌تواند پیوند هیدروژنی برقرار شود که در ساختار مولکول‌های آن ماده، اتم H به یکی از اتم‌های O یا F یا N متصل باشد، در غیر این صورت مولکول‌های آن ماده توانایی برقراری پیوند هیدروژنی بین خودشان را نخواهند داشت؛ برای مثال در بین مولکول‌های CH_3F پیوند هیدروژنی برقرار نمی‌شود.

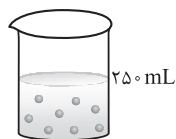
عبارت دوم: اگر جرم مولی دو ماده نزدیک به هم باشد، هر چه گشتاور دو قطبی مولکول‌های سازنده یک ماده بزرگ‌تر باشد، نقطه جوش آن نیز بیشتر خواهد بود. اما ممکن است جرم مولی ماده ناقطبی به اندازه‌ای بیشتر باشد که بر عامل قطبیت غلبه کند و نقطه جوش ماده ناقطبی بیشتر از ماده قطبی شود. مثلاً ماده ناقطبی I_2 نقطه جوش بیشتری نسبت به آب دارد.

عبارت سوم: در ترکیب‌های یونی واحدهای مجزای مولکول وجود ندارد و استفاده از واژه جاذبه بین مولکولی برای ترکیب‌های یونی نادرست است. البته ماده‌های یونی جاذبه‌های قوی تری (پیوند یونی) نسبت به ماده‌های مولکولی (نیروی بین مولکولی) دارند.

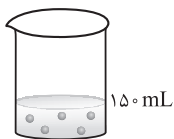
عبارت چهارم: گشتاور دو قطبی اغلب هیدروکربن‌ها ناچیز و در حدود صفر است. یک هیدروکربن هرگز نمی‌تواند به هر نسبتی در آب حل شود. عبارت پنجم: ترکیب‌های یونی که کاتیون سازنده آن‌ها آمونیوم است، فاقد اتم فلزی هستند. مانند آمونیوم کلرید (NH_4Cl).

تست و پاسخ ۸۶

شکل داده شده دو محلول با حل‌شونده‌های متفاوت را در آب نشان می‌دهد. هر ذره نشان داده شده در شکل، هم‌ارز با 0.5 / مول و چگالی محلول‌های (I) و (II) به ترتیب $1/6$ و $1/2$ گرم بر میلی لیتر است. اگر درصد جرمی حل‌شونده دو محلول برابر باشد، جرم مولی حل‌شونده محلول (II) چند برابر جرم مولی حل‌شونده محلول (I) است؟



محلول (I)



محلول (II)

۰ / ۸۴ (۲)

۰ / ۷۲ (۱)

۱ / ۴۳ (۴)

۱ / ۱۹ (۳)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



پاسخ تشریحی

روش اول:

گام اول: مول حل‌شوندهٔ محلول‌های (I) و (II) را حساب می‌کنیم.

$$n_{\text{I}} = 8 \times 0.05 = 0.4 \text{ mol} \quad n_{\text{II}} = 5 \times 0.05 = 0.25 \text{ mol}$$

گام دوم: درصد جرمی دو محلول را برابر هم قرار می‌دهیم تا نسبت جرم مولی حل‌شوندهٔ محلول I (M_{I}) به جرم مولی حل‌شوندهٔ محلول II (M_{II}) به دست آید.

$$\text{درصد جرمی} = \frac{\text{جرم مولی} \times \text{مول}}{\text{جرم محلول}} \times 100 \Rightarrow \frac{0.4 \times M_{\text{I}}}{250 \times 1/6} = \frac{0.25 \times M_{\text{II}}}{150 \times 1/2} \Rightarrow \frac{M_{\text{II}}}{M_{\text{I}}} = 0.72$$

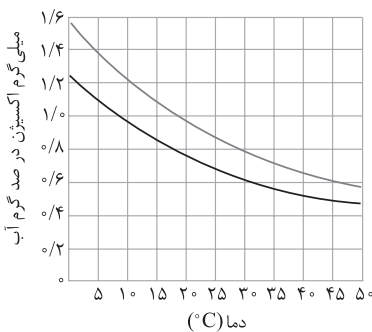
(چگالی محلول \times حجم محلول (mL))

روش دوم: از فرمول «غلظت مولی = $\frac{10ad}{\text{جرم مولی}}$ » استفاده می‌کنیم:

$$\frac{\text{غلظت مولی محلول (I)}}{\text{غلظت مولی محلول (II)}} = \frac{8 \times 0.05}{250} = \frac{15 \times 8}{5 \times 25} = \frac{24}{25}$$

$$\Rightarrow \frac{10 \times a_{\text{I}} d_{\text{I}}}{\text{جرم مولی I}} = \frac{24}{25} \Rightarrow \frac{\text{جرم مولی II}}{\text{جرم مولی I}} \times \frac{d_{\text{I}}}{d_{\text{II}}} = \frac{24}{25}$$

$$\Rightarrow \frac{\text{جرم مولی II}}{\text{جرم مولی I}} = \frac{24}{25} \times \frac{1/2}{1/6} = \frac{18}{25} = 0.72$$



تست و پاسخ ۸۷

شکل مقابل، انحلال‌پذیری گاز اکسیژن را در آب آشامیدنی و آب دریا نشان می‌دهد. اگر گاز اکسیژن آزاد شده از افزایش دمای ۲ تن آب از دمای 18°C به 45°C بتواند 0.125 مول گاز متان را به طور کامل بسوزاند، نوع این آب کدام است و شمار مولکول‌های اکسیژن حل‌شده در 300 گرم از این آب که نسبت به گاز O_2 سیر شده است، در دمای اتاق به تقریب کدام است؟ ($O = 16 \text{ g.mol}^{-1}$)

(۲) دریا - 5×10^{19} (۱) آشامیدنی - 5×10^{19} (۴) آشامیدنی - 5×10^{22} (۳) دریا - 5×10^{22}

پاسخ: گزینه ۱

خودت حل کنی بهتره ابتدا واکنش موازنه‌شدهٔ سوختن کامل متان را می‌نویسیم و از روی مول متان، جرم گاز اکسیژن را حساب می‌کنیم. سپس با توجه به این که از افزایش دمای ۲ تن ($2 \times 10^6 \text{ g}$) محلول چه قدر اکسیژن آزاد شده، مقدار گاز اکسیژن آزاد شده از 100 گرم آب را محاسبه می‌کنیم و با مقایسهٔ مقدار به‌دست‌آمده با نمودارهای داده‌شده نوع آب را تعیین می‌کنیم. برای حل قسمت دوم مسئله، در دمای اتاق (25°C) انحلال‌پذیری O_2 را در 100 گرم آب از روی نمودار پیدا می‌کنیم و با ضرب کردن آن در عدد ۳، جرم گاز اکسیژن موجود در 300 گرم آب به‌دست می‌آید و از روی آن، شمار مولکول‌های اکسیژن را به دست می‌آوریم.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

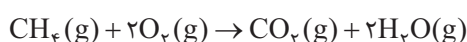
شیمی

نکته در یک دما و فشار معین، انحلال پذیری گاز اکسیژن در آب دریا کم تر از آب آشامیدنی است، به عبارت دیگر با افزایش مقدار نمک حل شده در آب، انحلال پذیری گازهای ناقطبی مانند اکسیژن، در آب کاهش می یابد.
دلیل: بین یون های یک نمک حل شده در آب (مانند یون های Na^+ و Cl^-) و مولکول های آب، نیروی جاذبه قوی یون - دوقطبی برقرار می شود؛ از این رو تمایل مولکول های قطبی آب به مولکول های ناقطبی اکسیژن کاهش یافته و گاز اکسیژن از محلول پا به فرار می دازد! (انحلال پذیری آن کم می شود).

پاسخ تشریحی

قسمت اول:

گام اول: معادله موازنه شده سوختن کامل متان را می نویسیم و جرم O_2 لازم برای سوختن $0/125$ مول متان را حساب می کنیم.



$$?gO_2 = 0/125 \text{ mol } CH_4 \times \frac{2 \text{ mol } O_2}{1 \text{ mol } CH_4} \times \frac{32 \text{ g } O_2}{1 \text{ mol } O_2} = 8 \text{ g } O_2$$

روش اول: استفاده از کسر تبدیل:

$$\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{مول}}{\text{ضریب}} \Rightarrow \frac{x \text{ g}}{2 \times 32} = \frac{0/125}{1} \Rightarrow x = 8 \text{ g } O_2$$

روش دوم: استفاده از کسر تناسب:

گام دوم: به ازای حرارت دادن 2 تن آب، 8 گرم (8000 میلی گرم) گاز اکسیژن آزاد شده است، حال مقدار گاز اکسیژن آزاد شده از حرارت دادن 100 گرم آب را حساب می کنیم.

$$?mgO_2 = 100 \text{ g آب} \times \frac{8000 \text{ mg } O_2}{2 \times 10^6 \text{ g آب}} = 0/4 \text{ mg } O_2$$

با توجه به نمودارهای داده شده، اگر دمای 100 گرم آب آشامیدنی (منحنی بالایی) را از $18^\circ C$ به $45^\circ C$ بالا ببریم، $0/4$ میلی گرم گاز اکسیژن از آب آزاد می شود.

قسمت دوم:

گام اول: با توجه به نمودار، در دمای اتاق ($25^\circ C$) در 100 گرم آب آشامیدنی، حداکثر $0/9$ میلی گرم گاز اکسیژن حل می شود، حال مقدار گاز اکسیژن در 300 گرم آب را حساب می کنیم.

$$?mgO_2 = 300 \text{ g آب} \times \frac{0/9 \text{ mg } O_2}{100 \text{ g آب}} = 2/7 \text{ mg } O_2$$

گام دوم: شمار مولکول های اکسیژن در $2/7 \text{ mg}$ از آن را محاسبه می کنیم.

$$? \text{ مولکول } O_2 = 2/7 \times 10^{-3} \text{ g } O_2 \times \frac{1 \text{ mol } O_2}{32 \text{ g } O_2} \times \frac{6/02 \times 10^{23} \text{ مولکول } O_2}{1 \text{ mol } O_2} \approx 5 \times 10^{19} \text{ مولکول } O_2$$

تست و پاسخ

کدام مطلب درست است؟

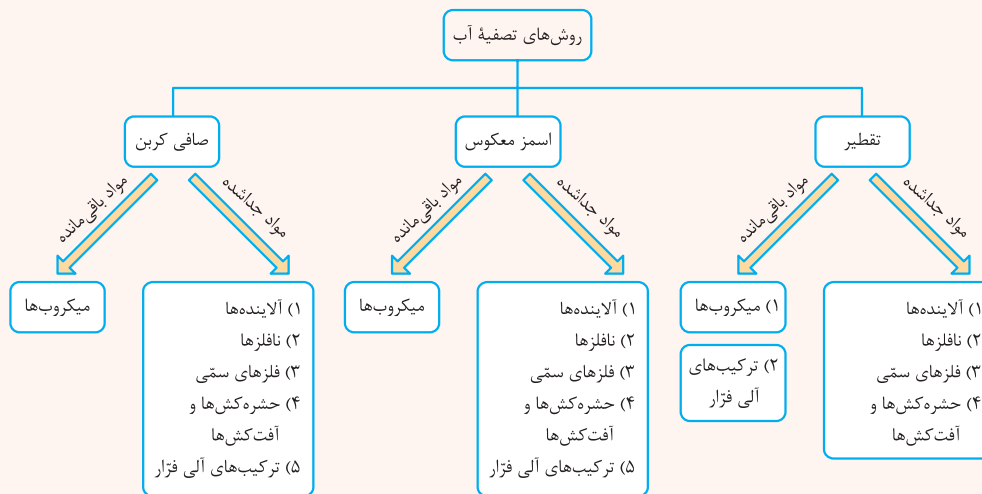
- (۱) ترکیب های آلی فزاد به دلیل داشتن نقطه جوش پایین تر از آب، به راحتی در تصفیه آب به روش تقطیر، از آب جدا می شوند.
- (۲) آب تصفیه شده به روش اسمز معکوس برخلاف روش تقطیر، نیاز به کلر زنی ندارد.
- (۳) اگر دو طرف یک غشای نیمه تراوا آب مقطر و شیر وجود داشته باشد، با گذشت زمان حجم شیر افزایش می یابد.
- (۴) آلاینده های موجود در آب تصفیه شده به روش صافی کربن، کم تر از آب تصفیه شده به روش اسمز معکوس است.

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



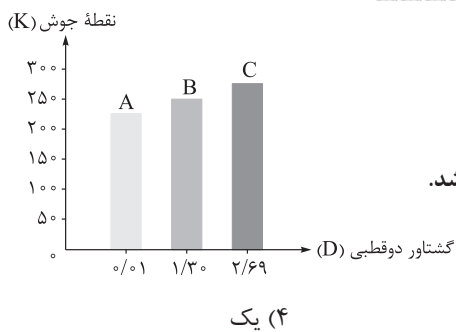
درس نامه •• مقایسه روش‌های تصفیه آب:



پاسخ تشریحی بررسی گزینه‌ها:

- به دلیل پایین تر بودن نقطه جوش ترکیب‌های آلی فزار از نقطه جوش آب، این مواد در روش تقطیر، از آب حذف نمی‌شوند.
- در آب تصفیه شده به هر ۳ روش تقطیر، اسمز معکوس و صافی کربن، میکروب‌ها حذف نمی‌شوند و در هر ۳ روش نیاز به کلر زنی وجود دارد.
- در فرایند اسمز، مولکول‌های آب (حلال) از طریق غشای نیمه‌تراوا از محیط رقیق (آب مقطر) به محیط غلیظ (شیر) مهاجرت می‌کنند و حجم محلول غلیظ (شیر) افزایش می‌یابد.
- در هر دو روش صافی کربن و اسمز معکوس، فقط میکروب‌ها، از آب جدا نمی‌شوند.

تست و پاسخ ۸۹



با توجه به نمودار روبه‌رو، چند مورد از مطالب زیر به یقین درست است؟

- (جرم مولی هر سه ماده آلی A، B و C را با یکدیگر برابر در نظر بگیرید.)
- در شرایط یکسان، انحلال پذیری ماده A در هگزان از دو ماده دیگر بیشتر است.
 - اگر C یک آلدئید دوکربنه باشد، A می‌تواند آلکانی راست‌زنجیر با ۱۸ اتم هیدروژن باشد.
 - حالت فیزیکی هیچ کدام از مواد A، B و C در دمای اتاق مایع نیست.
 - بین مولکول‌های B نمی‌تواند پیوند هیدروژنی تشکیل شود.

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی عبارات اول و سوم درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

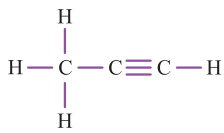
عبارت اول: گشتاور دو قطبی ماده A از دو ماده دیگر کم‌تر است؛ بنابراین در حلال‌های ناقطبی مانند هگزان بیشتر از دو ماده دیگر حل می‌شود. ✓
 عبارت دوم: آلکانی با ۱۸ اتم هیدروژن همان C_8H_{18} است. نقطه جوش آلکان با ۸ کربن، بالاتر از دمای اتاق ($25^\circ C$ یا $298K$) است، در حالی که نقطه جوش ماده A کم‌تر از $25^\circ K$ است. در ضمن جرم مولی آلدئید دوکربنه (C_2H_4O) با جرم مولی C_8H_{18} برابر نیست. ✗
 عبارت سوم: نقطه جوش هر سه ماده A، B و C پایین‌تر از دمای اتاق ($25^\circ C$ یا $298K$) است؛ بنابراین هر سه ماده در دمای اتاق به حالت گازی هستند. ✓

عبارت چهارم: نقطه جوش ماده B به تقریب برابر $25^\circ K$ یا $-23^\circ C$ است. دقت داشته باشید با این‌که آمونیاک نقطه جوش پایین‌تری ($-33^\circ C$) از ماده B دارد ولی بین مولکول‌های آمونیاک پیوند هیدروژنی برقرار است؛ بنابراین به یقین نمی‌توانیم بگوییم که میان مولکول‌های سازنده ماده B نمی‌تواند پیوند هیدروژنی برقرار شود. ✗

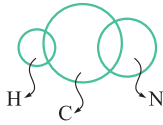
پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



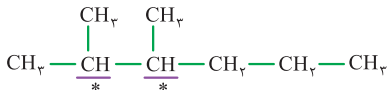
۲ در مدل گلوله و میله، اتم‌ها را با گلوله و پیوندها را با میله نمایش می‌دهند، پس تفاوت نوع و شمار پیوندهای هر اتم کربن با اتم‌های جانبی خود مشخص است. بنابراین در پروپین با ساختار مقابل، کربن مرکزی به یک کربن با یک میله (پیوند یگانه) و به یک کربن با سه میله (پیوند سه‌گانه) متصل است.



۳ شعاع اتمی کربن از هیدروژن و نیتروژن بزرگ‌تر است. ترتیب شعاع اتم‌ها: $C > N > H$

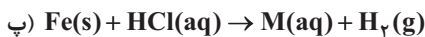


۴ با توجه به شکل زیر، در ساختار ۲، ۳-دی‌متیل‌هگزان فقط دو اتم کربن وجود دارد که هر کدام به سه اتم کربن دیگر متصل شده است.



تست و پاسخ ۹۲

بر اساس واکنش‌های زیر، چند مورد از مطالب زیر درست است؟



• A و M فرمول یکسانی دارند.

• حالت فیزیکی ماده D جامد است.

• از واکنش ماده A با سدیم هیدروکسید کافی، رسوب قرمز مایل به قهوه‌ای ایجاد می‌شود.

• واکنش فلز مس با ماده D در شرایط مناسب، پیشرفت خودبه‌خودی دارد.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

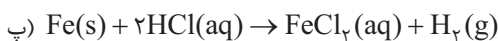
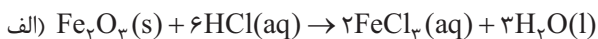
مشاوره با این‌که هر سال قبل از برگزاری کنکور سراسری سازمان سنجش به صورت رسمی اعلام می‌کند که واکنش‌های لازم را در آزمون

سراسری خواهیم داد ولی تجربه‌نشان داده که باید واکنش‌هایی که در متن کتاب درسی مطرح شده رو کامل حفظ باشین! از ما گفتن بود. 😊

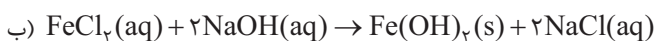
پاسخ تشریحی عبارت‌های دوم و سوم درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

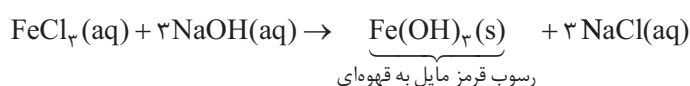
عبارت اول: در واکنش «الف» ماده A همان FeCl_3 است، ولی در واکنش «پ» ماده M، FeCl_3 می‌باشد.



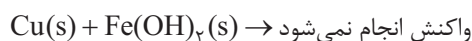
عبارت دوم: در واکنش «ب» ماده D همان رسوب آهن (II) هیدروکسید ($\text{Fe}(\text{OH})_2(\text{s})$) است.



عبارت سوم: از واکنش $\text{FeCl}_3(\text{aq})$ با محلول NaOH ، رسوب قرمز مایل به قهوه‌ای (آهن (III) هیدروکسید) حاصل می‌شود.



عبارت چهارم: از آنجایی که واکنش‌پذیری فلز مس از فلز آهن کم‌تر است پس واکنشی میان Cu با $\text{Fe}(\text{OH})_2$ انجام نمی‌گیرد.





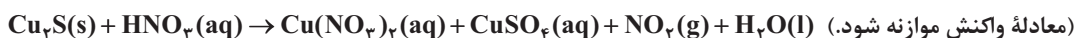
پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

تست و پاسخ ۹۳

در واکنش زیر، با مصرف کامل ۶/۴ گرم مس (I) سولفید با خلوص ۵۰٪، ۱/۶ لیتر گاز با چگالی ۱/۱۵ گرم بر لیتر به دست آمده است. بازده درصدی واکنش کدام است؟ (N = ۱۴, O = ۱۶, S = ۳۲, Cu = ۶۴ : g.mol⁻¹)

NO_۲(g) ←



۴۰ (۴)

۳۰ (۳)

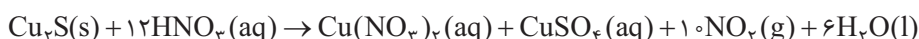
۲۰ (۲)

۱۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی

گام اول: معادله موازنه شده واکنش را می نویسیم:



گام دوم:

روش اول: استفاده از کسر تبدیل:

$$? \text{LNO}_۲ = ۶/۴ \text{g Cu}_۲\text{S} \times \frac{۵۰\% \text{Cu}_۲\text{S}}{۱۰۰\% \text{Cu}_۲\text{S}} \times \frac{۱ \text{mol Cu}_۲\text{S}}{۱۶۰\text{g Cu}_۲\text{S}} \times \frac{۱۰ \text{mol NO}_۲}{۱ \text{mol Cu}_۲\text{S}} \times \frac{۴۶ \text{g NO}_۲}{۱ \text{mol NO}_۲} \times \frac{۱ \text{LNO}_۲}{۱/۱۵ \text{g NO}_۲} = ۸ \text{LNO}_۲$$

(مقدار نظری) ناخالص خالص ناخالص

$$\%۲۰ = \frac{\text{مقدار نظری}}{\text{مقدار عملی}} \times ۱۰۰ = \frac{۱/۶}{۸} \times ۱۰۰$$

روش دوم: استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{\text{بازده درصدی} \times \frac{\text{درصد خلوص}}{۱۰۰} \times \text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{چگالی گاز} \times \text{حجم گاز}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{۶/۴ \times \frac{۵۰}{۱۰۰} \times X}{۱ \times ۱۶۰} = \frac{۱/۶ \times ۱/۱۵}{۱۰ \times ۴۶} \Rightarrow X = \%۲۰$$

Cu_۲S(s) NO_۲(g)

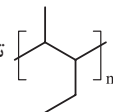
تست و پاسخ ۹۴

۷ گرم از یک هیدروکربن که هر مولکول آن دارای ۱۵ اتم است، در شرایط STP با ۱۶/۸ لیتر گاز اکسیژن به طور کامل واکنش می دهد. کدام مطلب درباره این هیدروکربن نادرست است؟ (H = ۱, C = ۱۲ : g.mol⁻¹)

(۱) $\frac{۲}{۳}$ شمار کل پیوندهای آن از نوع C-H است.

(۲) می تواند دارای ۵ پیوند C-C باشد.

(۳) تفاوت جرم مولی آن با بنزن با جرم ۸ مول گاز هیدروژن برابر است.

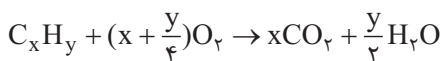
(۴) اگر ترکیب مورد نظر امکان واکنش با برم مایع را داشته باشد، از آن می توان پلیمری با ساختار  تهیه کرد.

سیر نشده باشد ←

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی بررسی گزینه ها:

(۱) گام اول: فرمول مولکولی هیدروکربن را C_xH_y در نظر می گیریم و واکنش سوختن آن را می نویسیم.



گام دوم: با استفاده از محاسبات استوکیومتری، رابطه میان X و Y را حساب می کنیم.

روش اول: استفاده از کسر تبدیل:

$$۷\text{g C}_x\text{H}_y = ۱۶/۸ \text{ LO}_۲ \times \frac{۱ \text{mol O}_۲}{۲۲/۴ \text{ LO}_۲} \times \frac{۱ \text{mol C}_x\text{H}_y}{(x + \frac{y}{۴}) \text{mol O}_۲} \times \frac{(۱۲x + y)\text{g C}_x\text{H}_y}{۱ \text{mol C}_x\text{H}_y}$$

$$\Rightarrow \frac{۷ \times ۴}{۳} = \frac{۱۲x + y}{x + \frac{y}{۴}} \Rightarrow ۲۸x + ۷y = ۳۶x + ۳y \Rightarrow ۴y = ۸x \Rightarrow y = ۲x$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

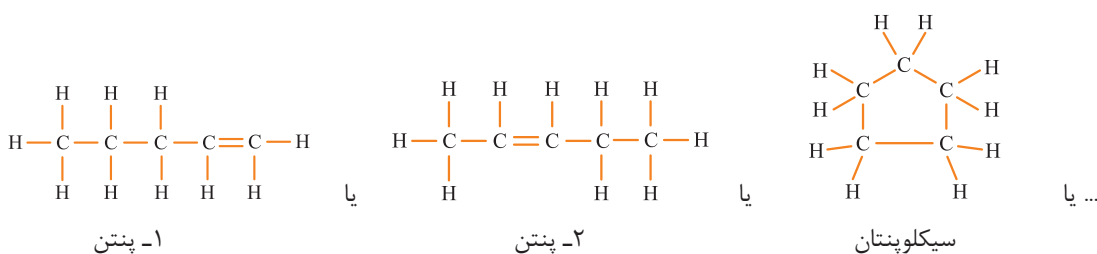


روش دوم: استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{حجم}}{\text{حجم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{y \text{ g}}{1 \times (12x + y)} = \frac{16/8 \text{ L}}{(x + \frac{y}{4}) \times \frac{22}{4}} \Rightarrow y = 2x$$

گام سوم: حالا با توجه به این که در صورت سؤال گفته شده که شمار کل اتم‌های هیدروکربن برابر ۱۵ است، می‌توانیم مقدار X و Y را حساب کنیم.

$$x + y = 15 \xrightarrow{y=2x} x + 2x = 15 \Rightarrow 3x = 15 \Rightarrow x = 5$$

فرمول مولکولی هیدروکربن C_5H_{10} است؛ بنابراین یا یک آلکن ۵ کربنی (۱- پنتن یا ۲- پنتن) است یا سیکلو آلکان ۵ کربنی (سیکلوپنتان، متیل سیکلوپنتان و ...):

بررسی گزینه‌ها:

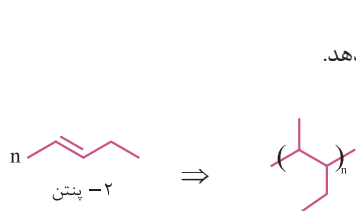
۱) با توجه به ساختار هر دو ترکیب می‌بینیم که شمار کل پیوندهای اشتراکی برابر ۱۵ و شمار پیوندهای C-H برابر ۱۰ است.

$$\frac{10}{15} = \frac{2}{3}$$

۲) این ترکیب می‌تواند سیکلوپنتان باشد که در ساختار آن ۵ پیوند C-C وجود دارد.

۳) تفاوت جرم مولی هیدروکربن ($C_5H_{10} = 70 \text{ g.mol}^{-1}$) با جرم مولی بنزن ($C_6H_6 = 78 \text{ g.mol}^{-1}$) برابر ۸ گرم بر مول است و این عدد با جرم مولی ۴ مول گاز هیدروژن (H_2) برابر می‌باشد نه ۸ مول!!!

۴) اگر هیدروکربن مد نظر سؤال ساختار آلکن داشته باشد، می‌تواند با برم مایع واکنش بدهد؛ بنابراین در این گزینه منظور طراح سؤال، آلکن ۵ کربنی است. اگر ترکیب مورد نظر ۲- پنتن باشد، می‌تواند پلیمری با ساختار $[CH_2-CH(CH_2CH_2)]_n$ تشکیل دهد.



تست و پاسخ ۹۵

اگر آنتالپی سوختن کامل گاز اتان در دمای اتاق برابر با -1560 کیلوژول بر مول و آنتالپی پیوندهای $C=O$ ، $O=O$ و $C \equiv O$ به ترتیب برابر با 799 ، 495 و 1072 کیلوژول بر مول باشد، آنتالپی واکنش سوختن ناقص ۱ مول گاز اتان به طوری که فرآورده‌های آن، $CO(g)$ و $H_2O(l)$ باشند، چند کیلوژول است؟

-۲۱۱۷ (۲)

-۱۰۰۳ (۱)

-۲۷۱۱ (۴)

-۱۰۳۰ (۳)

پاسخ: گزینه ۱



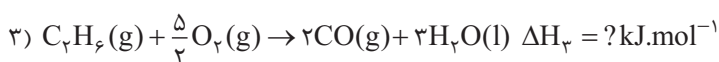
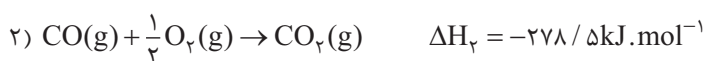
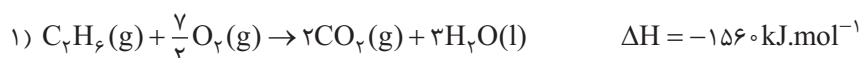
پاسخ تشریحی

گام اول: واکنش تبدیل CO(g) به $\text{CO}_2(\text{g})$ را می‌نویسیم و با استفاده از مقادیر میانگین آنتالپی‌های پیوند داده شده، آنتالپی این واکنش را حساب می‌کنیم.

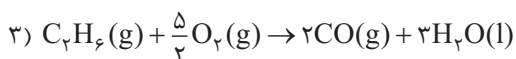
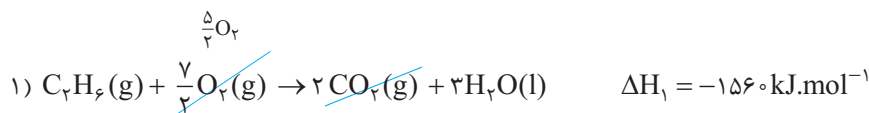


$$\Delta H_{\text{واکنش}} = (\Delta H_{\text{C=O}} + \frac{1}{2}\Delta H_{\text{O=O}}) - (2 \times \Delta H_{\text{C=O}}) = (1 \cdot 72 + \frac{495}{2}) - (2 \times 799) = -278 / \text{kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$$

گام دوم: با نوشتن واکنش سوختن ناقص اتان و استفاده از قانون هس، آنتالپی این واکنش را محاسبه می‌کنیم.



حال کافی است واکنش (۲) را معکوس و در عدد ۲ ضرب کنیم تا CO_2 با ضریب ۲ در سمت چپ واکنش (۲) قرار بگیرد.



$$\Delta H_3 = \Delta H_1 + \Delta H'_2 = -1560 + 557 = -1003 \text{kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$$

تست و پاسخ ۹۶

چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- علت پخته شدن بهتر تخم مرغ در آب نسبت به روغن زیتون به ازای تغییر دمای یکسان و به ازای جرم مساوی از آب و روغن، بیشتر بودن گرمای ویژه آب نسبت به روغن زیتون است.
- وقتی یک لیوان شیر گرم می‌نوشیم، گرمای مبادله شده به واسطه اختلاف دمای شیر گرم با بدن، بیشتر از گرمای آزاد شده در اثر گوارش و سوخت و ساز شیر 37°C در بدن است.
- برای مقایسه پایداری الماس و گرافیت می‌توان از مقایسه گرمای سوختن یک مول از آن‌ها استفاده کرد.
- از بین فرایندهای «تصفید کربن دی‌اکسید جامد، تجزیه N_2O_5 به NO_2 ، انحلال کلسیم کلرید در آب و سوختن متان»، ۳ فرایند، گرماده بوده و علامت ΔH آن‌ها منفی است.

۲ (۲)

۱ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی عبارت‌های اول و سوم درست‌اند.



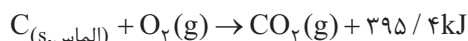
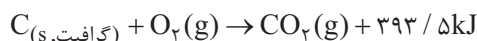
بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: اگر به دو ظرف یکسان که در دمای 25°C قرار دارند و حاوی جرم‌های برابری از آب و روغن هستند، گرما دهیم تا دمای هر دو به مقدار معینی (مثلاً تا 75°C) برسد و سپس در هر ظرف محتویات یک تخم مرغ را بریزیم، می‌بینیم که تخم مرغ در ظرف حاوی آب پخته می‌شود. اما روغن زیتون توانایی پختن تخم مرغ با این تغییر دما در همین زمان را ندارد، زیرا به ازای این تغییر دمای یکسان، آب به دلیل ظرفیت گرمایی بیشتر، گرمای بیشتری نسبت به روغن زیتون جذب کرده و همین گرمای بیشتر را به تخم مرغ منتقل می‌کند، پس باعث پختن تخم مرغ می‌شود.

نکته گرمای ویژه آب از روغن زیتون بیشتر است؛ بنابراین به ازای جرم و تغییر دمای یکسان، آب نسبت به روغن زیتون گرمای بیشتری با محیط مبادله می‌کند.

عبارت دوم: با خوردن یک لیوان شیر با دمای بالاتر از دمای بدن (مثلاً 6°C)، ابتدا شیر (سامانه) مقداری انرژی به شکل گرما از دست می‌دهد تا جایی که با بدن (محیط) هم‌دما شود (به دمای 37°C برسد). در مرحله بعد، در دمای ثابت 37°C ، بخش عمده انرژی موجود در شیر هنگام فرایند گوارش و سوخت و ساز به بدن می‌رسد.

عبارت سوم: معادله واکنش سوختن الماس و گرافیت به صورت زیر است:



از آنجا که از سوختن یک مول الماس، گرمای بیشتری آزاد می‌شود، نتیجه می‌گیریم که آنتالپی سوختن الماس از گرافیت بیشتر است و سطح انرژی الماس از سطح انرژی گرافیت بالاتر است (الماس ناپایدارتر از گرافیت است).

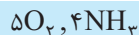
عبارت چهارم: تصعید کربن دی‌اکسید جامد و واکنش تجزیه $\text{N}_2\text{O}_4(\text{g})$ به $\text{NO}_2(\text{g})$ جزء فرایندهای گرماگیر ($\Delta H > 0$) و انحلال کلسیم کلرید جامد در آب و سوختن متان جزء فرایندهای گرماده ($\Delta H < 0$) هستند.

نکته مهم‌ترین فرایندهای گرماگیر و گرماده کتاب‌های درسی در جدول زیر آورده شده است.

فرایندهای گرماگیر ($\Delta H > 0$)	فرایندهای گرماده ($\Delta H < 0$)
۱) تغییر حالت‌های فیزیکی ذوب، تبخیر و تصعید (فرازش) ۲) واکنش فتوسنتز:	۱) واکنش‌های سوختن (مانند سوختن گاز هیدروژن، کربن، هیدروکربن‌ها و ...) ۲) واکنش فلزهای گروه اول با گاز کلر:
$6\text{CO}_2(\text{g}) + 6\text{H}_2\text{O}(\text{l}) \rightarrow \text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6(\text{s}) + 6\text{O}_2(\text{g})$	$2\text{M}(\text{s}) + \text{Cl}_2(\text{g}) \rightarrow 2\text{MCl}(\text{s})$
۳) انحلال آمونیوم نیترات در آب: $\text{NH}_4\text{NO}_3(\text{s}) \xrightarrow{\text{در آب}} \text{NH}_4^+(\text{aq}) + \text{NO}_3^-(\text{aq})$	۳) انحلال کلسیم کلرید در آب: $\text{CaCl}_2(\text{s}) \xrightarrow{\text{در آب}} \text{Ca}^{2+}(\text{aq}) + 2\text{Cl}^-(\text{aq})$
۴) تجزیه N_2O_4 به NO_2 :	۴) تشکیل HCl از H_2 و Cl_2 :
$\text{N}_2\text{O}_4(\text{g}) \rightarrow 2\text{NO}_2(\text{g})$	$\text{H}_2(\text{g}) + \text{Cl}_2(\text{g}) \rightarrow 2\text{HCl}(\text{g})$
۵) تولید اوزون از گاز اکسیژن:	۵) تشکیل NH_3 از H_2 و N_2 (فرایند هابر):
$3\text{O}_2(\text{g}) \rightarrow 2\text{O}_3(\text{g})$	$\text{N}_2(\text{g}) + 3\text{H}_2(\text{g}) \rightarrow 2\text{NH}_3(\text{g})$
۶) تشکیل NO از N_2 و O_2 :	۶) تشکیل آمونیاک از هیدرازین و هیدروژن:
$\text{N}_2(\text{g}) + \text{O}_2(\text{g}) \rightarrow 2\text{NO}(\text{g})$	$\text{N}_2\text{H}_4(\text{g}) + \text{H}_2(\text{g}) \rightarrow 2\text{NH}_3(\text{g})$
۷) تشکیل N_2H_4 (هیدرازین) از N_2 و H_2 :	۷) تجزیه هیدروژن پراکسید:
$\text{N}_2(\text{g}) + 2\text{H}_2(\text{g}) \rightarrow \text{N}_2\text{H}_4(\text{g})$	$2\text{H}_2\text{O}_2(\text{l}) \rightarrow 2\text{H}_2\text{O}(\text{l}) + \text{O}_2(\text{g})$
۸) تشکیل گاز هیدروژن یدید از گاز هیدروژن و ید جامد:	۸) واکنش گازهای CO و NO :
$\text{H}_2(\text{g}) + \text{I}_2(\text{s}) \rightarrow 2\text{HI}(\text{g})$	$2\text{CO}(\text{g}) + 2\text{NO}(\text{g}) \rightarrow 2\text{CO}_2(\text{g}) + \text{N}_2(\text{g})$
	۹) تشکیل گاز هیدروژن یدید از گاز هیدروژن و ید گازی:
	$\text{H}_2(\text{g}) + \text{I}_2(\text{g}) \rightarrow 2\text{HI}(\text{g})$



تست و پاسخ ۹۷



اگر تفاوت جرم واکنش دهنده‌های مصرفی در واکنش زیر، $4/6$ گرم باشد، با انجام کامل واکنش، چند کیلوژول گرما آزاد می‌شود و اگر مخلوط فرآورده‌ها به شرایط STP برسند، حجم گاز به دست آمده چند لیتر خواهد بود؟ ($H = 1, N = 14, O = 16 : g \cdot mol^{-1}$)

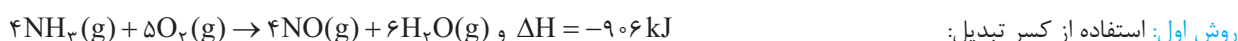


$$11/2, 45/3 \quad 4/48, 45/3 \quad 11/2, 27/8 \quad 4/48, 27/8$$

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی

قسمت اول: از روی تفاوت جرم NH_3 و O_2 مصرف شده، گرمای آزاد شده را حساب می‌کنیم.



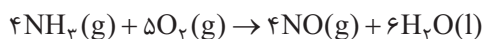
روش اول: استفاده از کسر تبدیل: با توجه به معادله موازنه شده واکنش به ازای مصرف 4 مول NH_3 ($4 \times 17 = 68 \text{ g}$)، 5 مول گاز اکسیژن ($5 \times 32 = 160 \text{ g}$) مصرف می‌شود و 906 kJ انرژی آزاد می‌شود. به عبارت دیگر اگر تفاوت جرم واکنش دهنده‌های مصرفی برابر 92 g ($160 - 68 = 92 \text{ g}$) باشد، 906 kJ انرژی آزاد می‌شود؛ پس می‌توان گرمای آزاد شده به ازای تفاوت جرم $4/6$ گرمی این دو ماده را حساب کرد.

$$906 \text{ kJ انرژی} \times \frac{4/6 \text{ g} (NH_3 \text{ و } O_2 \text{ تفاوت جرم})}{92 \text{ g} (NH_3 \text{ و } O_2 \text{ تفاوت جرم})} = 45/3 \text{ kJ}$$

روش دوم: استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{\text{تفاوت جرم } NH_3 \text{ و } O_2}{(\text{جرم مولی } O_2 \times \text{ضریب } O_2) - (\text{جرم مولی } NH_3 \times \text{ضریب } NH_3)} = \frac{q}{|\Delta H|} \Rightarrow \frac{4/6 \text{ g}}{(5 \times 32) - (4 \times 17)} = \frac{q}{906} \Rightarrow q = 45/3 \text{ kJ}$$

قسمت دوم: در صورتی که فرآورده‌ها به شرایط STP بازگردند، حالت فیزیکی آب مایع خواهد بود، پس تنها فرآورده گازی شکل $NO(g)$ خواهد بود.



روش اول: استفاده از کسر تبدیل:

با توجه به معادله موازنه شده واکنش به ازای مصرف 4 مول NH_3 ($4 \times 17 = 68 \text{ g}$)، 5 مول گاز اکسیژن ($5 \times 32 = 160 \text{ g}$) مصرف می‌شود و 4 مول $NO(g)$ تولید می‌شود. به عبارت دیگر اگر تفاوت جرم واکنش دهنده‌های مصرفی برابر 92 g ($160 - 68 = 92 \text{ g}$) باشد، 4 مول $NO(g)$ تولید می‌شود؛ بنابراین می‌توان حجم $NO(g)$ تولید شده را به ازای تفاوت جرم $4/6$ گرمی واکنش دهنده‌ها حساب کرد.

$$4 \text{ mol } NO \times \frac{22.4 \text{ L } NO}{1 \text{ mol } NO} \times \frac{4/6 \text{ g} (NH_3 \text{ و } O_2 \text{ تفاوت جرم})}{92 \text{ g} (NH_3 \text{ و } O_2 \text{ تفاوت جرم})} = 4/48 \text{ L } NO$$

روش دوم: استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{\text{تفاوت جرم } NH_3 \text{ و } O_2}{(\text{جرم مولی } O_2 \times \text{ضریب } O_2) - (\text{جرم مولی } NH_3 \times \text{ضریب } NH_3)} = \frac{\text{حجم مولی} \times \text{ضریب}}{NO} \Rightarrow \frac{4/6}{(5 \times 32) - (4 \times 17)} = \frac{x \text{ L}}{4 \times 22.4 / 4}$$

$$\Rightarrow x = 4/48 \text{ L } NO$$

تست و پاسخ ۹۸

بر اساس نمودار مقابل که مربوط به تغییرات غلظت مواد شرکت کننده در یک واکنش است، کدام موارد

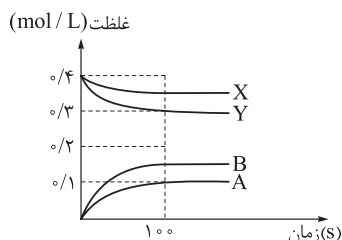
از مطالب زیر درست است؟

(الف) سرعت کلی واکنش برابر با $5 \times 10^{-4} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ است.

(ب) با افزایش دمای واکنش، در $t = 50 \text{ s}$ ، $[A]$ می‌تواند $0.04 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ باشد.

(پ) با استفاده از کاتالیزگر می‌توان به ازای همین مقدار واکنش دهنده، غلظت ماده B را به $0.2 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ رساند.

(ت) مجموع ضریب استوکیومتری فرآورده‌ها و واکنش دهنده‌ها، با یکدیگر برابر نیست.



(۴) الف - ت

(۳) پ - ت

(۲) ب - پ

(۱) الف - ب

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



پاسخ تشریحی عبارت‌های «الف» و «ت» درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) می‌دانیم که با گذشت زمان، غلظت واکنش‌دهنده‌ها کاهش و غلظت فراورده‌ها افزایش می‌یابد؛ پس دو منحنی نزولی مربوط به واکنش‌دهنده‌های X و Y است و منحنی‌های صعودی مربوط به فراورده‌های A و B می‌باشد. از طرف دیگر با توجه به شکل، تا پایان واکنش (لحظه افقی شدن نمودارها یا همان ثانیه صدم)، تغییرات غلظت ماده X برابر $0/05$ مولار، تغییرات غلظت ماده Y برابر $0/1$ مولار، تغییرات غلظت ماده A برابر $0/1$ مولار و تغییرات غلظت ماده B برابر $0/15$ مولار است. با توجه به این که تغییرات غلظت مواد در یک واکنش، متناسب با ضرایب استوکیومتری آن‌ها است، معادله این واکنش را می‌توان به صورت $X + 2Y \rightarrow 2A + 3B$ نوشت.

نکته برای پیدا کردن ضرایب استوکیومتری مواد می‌توان تغییرات غلظت هر ماده را به کوچک‌ترین تغییر غلظت، تقسیم کرد.

$$\text{ضریب } X = \frac{0/05}{0/05} = 1, \text{ ضریب } Y = \frac{0/1}{0/05} = 2, \text{ ضریب } A = \frac{0/1}{0/05} = 2, \text{ ضریب } B = \frac{0/15}{0/05} = 3$$

حال می‌توان از روی محاسبه سرعت هر یک از مواد واکنش‌دهنده یا فراورده، سرعت واکنش را حساب کرد.

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{\bar{R}_X}{1} = \frac{\bar{R}_Y}{2} = \frac{\bar{R}_A}{2} = \frac{\bar{R}_B}{3}$$

چون واکنش \bar{R} با \bar{R}_X برابر است؛ بنابراین سرعت مصرف X را حساب می‌کنیم.

$$\bar{R}_X = -\frac{\Delta[X]}{\Delta t} = -\frac{(-0/05)}{100} = 5 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$$

ب) سرعت متوسط تولید ماده A بدون تغییر دما برابر است با:

$$\frac{\bar{R}_X}{1} = \frac{\bar{R}_A}{2} \Rightarrow \bar{R}_A = 2 \times 5 \times 10^{-4} = 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$$

حال غلظت A تولیدشده را با فرض سرعت ثابت و بدون تغییر دما در زمان 50S محاسبه می‌کنیم.

$$\bar{R}_A = \frac{\Delta[A]}{\Delta t} \Rightarrow 10^{-3} = \frac{\Delta[A]}{50} \Rightarrow \Delta[A] = 0/05 \text{ mol.L}^{-1}$$

با توجه به این که سرعت واکنش در ابتدا بیشتر و در ادامه کاهش می‌یابد و با افزایش دما، سرعت واکنش و سرعت تولید یا مصرف همه مواد افزایش می‌یابد؛ بنابراین تغییرات غلظت A (غلظت A تولیدشده) در زمان 50S با افزایش دما قطعاً بیشتر از $0/05$ مولار بوده و نمی‌تواند $0/04$ مولار باشد. (پ) استفاده از کاتالیزگر میزان پیشرفت واکنش و مقدار فراورده‌های تولیدشده در پایان واکنش را تغییر نمی‌دهد. (ت) مجموع ضرایب استوکیومتری واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها به ترتیب برابر 3 و 5 است.

تست و پاسخ ۹۹

براساس واکنش موازنه‌نشده: $\text{H}_2\text{O}_2(\text{aq}) \rightarrow \text{H}_2\text{O}(\text{l}) + \text{O}_2(\text{g})$ و جدول داده‌شده، سرعت کلی واکنش چند مول بر دقیقه است و اگر حجم محلول در طول انجام فرایند ثابت و چگالی آن نیز یک گرم بر میلی‌لیتر باشد، سرعت مصرف آب اکسیژنه در 20 دقیقه اول، چند مول بر لیتر بر دقیقه است؟

از لحظه شروع تا دقیقه ۲۰

جرم مواد درون ظرف (گرم)	۲۰۰۰	۱۹۹۰/۴	۱۹۸۳/۲	۱۹۷۸/۴	۱۹۷۵/۲	۱۹۷۵/۲
زمان (دقیقه)	۰	۱۰	۲۰	۳۰	۴۰	۵۰

$$26/25 \times 10^{-3} \text{ و } 193/75 \times 10^{-4} \quad (2)$$

$$26/25 \times 10^{-3} \text{ و } 387/5 \times 10^{-4} \quad (1)$$

$$52/5 \times 10^{-3} \text{ و } 193/75 \times 10^{-4} \quad (4)$$

$$52/5 \times 10^{-3} \text{ و } 387/5 \times 10^{-4} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۲



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

پاسخ تشریحی

قسمت اول: با توجه به جدول، جرم مواد درون ظرف پس از دقیقه ۴۰ تغییر نمی‌کند، یعنی واکنش پس از گذشت ۴۰ دقیقه پایان می‌یابد؛ بنابراین از روی تغییرات جرم مواد درون ظرف (که همان جرم $O_2(g)$ خارج شده است)، سرعت $O_2(g)$ را حساب می‌کنیم.

$$\text{جرم } O_2 \text{ خارج شده} = 2000 - 1975 / 2 = 24 / 8 \text{ g } O_2$$

$$\Delta n_{O_2} = \frac{24 / 8}{32} = 0 / 775 \text{ mol } O_2 \text{ یا مول } O_2 \text{ خارج شده}$$

$$\bar{R}_{O_2} = \frac{\Delta n_{O_2}}{\Delta t} = \frac{0 / 775}{40} = 193 / 75 \times 10^{-4} \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

دقت داشته باشید، چون ضریب استوکیومتری O_2 برابر یک است، پس سرعت متوسط تولید O_2 با سرعت کلی واکنش برابر است.



قسمت دوم: در این مرحله سرعت O_2 را از لحظه شروع تا دقیقه ۲۰ محاسبه می‌کنیم و از روی آن به سرعت H_2O_2 می‌رسیم. با توجه به جرم اولیه مواد (۲۰۰۰ گرم) و چگالی محلول (یک گرم بر میلی لیتر) می‌فهمیم که حجم محلول ۲۰۰۰ میلی لیتر یا ۲ لیتر بوده است.

$$\text{جرم } O_2 \text{ خارج شده} = 2000 - 1983 / 2 = 16 / 8 \text{ g } O_2$$

$$\Delta n_{O_2} = \frac{16 / 8}{32} = 0 / 525 \text{ mol } O_2 \text{ یا مول } O_2 \text{ خارج شده}$$

$$\bar{R}_{O_2} = \frac{\Delta n_{O_2}}{\Delta t \times V} = \frac{0 / 525}{20 \times 2} = 13 / 125 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$$

حال می‌توان سرعت H_2O_2 را از روی سرعت O_2 محاسبه کرد.

$$\frac{\bar{R}_{H_2O_2}}{2} = \frac{\bar{R}_{O_2}}{1} \Rightarrow \bar{R}_{H_2O_2} = 13 / 125 \times 10^{-3} \times 2 = 26 / 25 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$$

تست و پاسخ ۱۰۰

نمودارهای غلظت - زمان مقابل، مربوط به تولید یک فراورده خاص در یک واکنش برگشتناپذیر است.

چه تعداد از عبارتهای زیر در رابطه با آن درست است؟

- اگر در اثر حضور یک ماده در واکنش، نمودار a به نمودار c تبدیل شود، نقش آن ماده می‌تواند شبیه به نقش لیکوپن در بدن انسان باشد.

بازدارنده

- تبدیل نمودار a به b می‌تواند بر اثر استفاده از کاتالیزگر یا افزایش دما باشد.

- اگر به جای محلول ۱ مولار واکنش‌دهنده به حجم ۱ لیتر، از محلول ۲ مولار آن با حجم ۵/۵ لیتر و مقدار کافی از سایر واکنش‌دهنده‌ها استفاده شود، نمودار a به نمودار c تبدیل می‌شود.

- برای تبدیل نمودار a به b می‌توان به جای ۱ لیتر محلول واکنش‌دهنده با غلظت ۲ مولار، از ۵/۵ لیتر محلول واکنش‌دهنده با غلظت ۴ مولار استفاده کرد.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی عبارت‌های اول، دوم و چهارم درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: با توجه به شکل، شیب نمودار غلظت - زمان (سرعت) در نمودار c کم‌تر از نمودار a است؛ بنابراین در حضور ماده ذکر شده در صورت سؤال، سرعت کاهش یافته است یعنی این ماده همانند لیکوپن یک بازدارنده می‌باشد.

عبارت دوم: شیب نمودار b نسبت به a تندتر است؛ بنابراین سرعت واکنش در نمودار b بیشتر از نمودار a است؛ می‌دانیم که در اثر استفاده از کاتالیزگر یا افزایش دما، سرعت واکنش نیز افزایش می‌یابد. (دقت داشته باشید که در هر دو نمودار a و b مقدار فراورده تولید شده در پایان واکنش تغییری نکرده است.)

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



عبارت سوم: با افزایش غلظت محلول واکنش دهنده، سرعت واکنش نیز افزایش می‌یابد و شیب نمودار غلظت - زمان افزایش می‌یابد نه کاهش!!!
عبارت چهارم: یک لیتر محلول واکنش دهنده با غلظت دو مولار (دو مول واکنش دهنده) با نیم لیتر محلول واکنش دهنده با غلظت ۴ مولار (دو مول واکنش دهنده) از نظر مقدار مول برابر هستند؛ اما در حالت دوم به دلیل دو برابر شدن غلظت واکنش دهنده، شیب نمودار غلظت - زمان (سرعت) افزایش می‌یابد.

تست و پاسخ ۱۰۱

کدام موارد از مطالب زیر، درست‌اند؟

- الف) شمار اتم‌های کربن در مونومر سازنده پلی‌سیانو اتن و پلی‌پروپن برابر است.
ب) اگر عدد n در واکنش پلیمری شدن استیرین برابر ۲۰۰۰ باشد، یک مولکول پلی‌استیرین دارای ۴۰۰۰ اتم کربن است.
پ) شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی وینیل کلرید سه برابر شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی سیانو اتن است.
ت) پلیمر به‌کاررفته برای تهیه کیسه خون، همانند پلیمر به‌کاررفته در تهیه نخ دندان و پتو از سه نوع عنصر تشکیل شده است.



(۲) الف - ت

(۱) الف - پ

(۴) ب - پ

(۳) ب - ت

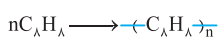
پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی عبارت‌های «الف» و «پ» درست‌اند.

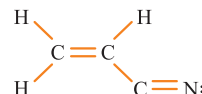
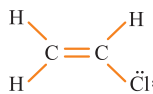
بررسی عبارت‌ها:

الف) مونومر سازنده پلی‌سیانو اتن، مولکول سیانو اتن با فرمول شیمیایی C_2H_3N است و مونومر سازنده پلی‌پروپن، مولکول پروپن با فرمول شیمیایی C_3H_6 می‌باشد. ✓

ب) فرمول مولکولی استیرین C_8H_8 است، هم‌چنین فرمول شیمیایی هر واحد تکرار شونده پلی‌استیرین نیز C_8H_8 است؛ بنابراین اگر شمار واحدهای تکرار شونده در پلی‌استیرین برابر ۲۰۰۰ باشد، هر مولکول پلی‌استیرین شامل $(2000 \times 8 = 16000)$ اتم کربن خواهد بود. ✗



پ) ساختار لوویس وینیل کلرید و سیانو اتن به صورت زیر است: ✓



۱ = شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی = ۳ شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی

ت) با توجه به جدول زیر پلیمر به کار رفته در نخ دندان، دو نوع عنصر دارد. ✓

کاربرد	کیسه خون	نخ دندان	پتو
نام پلیمر	پلی‌وینیل کلرید	تفلون	پلی‌سیانو اتن
ساختار	$\text{---}(C_2H_3Cl)\text{---}_n$	$\text{---}(C_2F_2)\text{---}_n$	$\text{---}(C_2H_3N)\text{---}_n$
نوع عناصر سازنده	C_2H_3Cl ۳ نوع عنصر	C_2F_2 ۲ نوع عنصر	C_2H_3N ۳ نوع عنصر



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

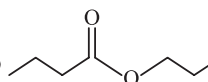
تست و پاسخ ۱۰۲

کدام گزینه نادرست است؟ ($H = 1, C = 12, O = 16 : g.mol^{-1}$)

(۱) استری که از واکنش یک الکل دارای دو اتم کربن و یک اسید تک‌عاملی با بخش ناقصی ۵ کربنی تولید می‌شود، هگزایل اتانوات نام دارد.

هگزانویک اسید

مثل اتانول

(۲) بیشتر از ۱۰ درصد جرم ترکیب  را هیدروژن تشکیل داده است.

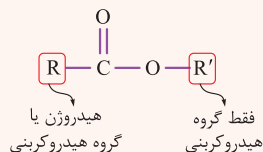
(۳) اتیل بوتانوات ماده موجود در آناناس است که در حضور آب کافی و کاتالیزگر، الکی را تولید می‌کند.

(۴) $HO - C_4H_9 - COOH$ می‌تواند به تنهایی در شرایط مناسب یک پلی‌استر تولید کند.

پاسخ: گزینه ۱

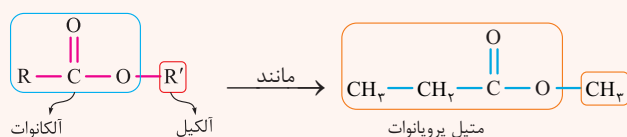
درس نامه

● **استرها:** دسته‌ای از ترکیب‌های آلی هستند که در ساختار آن‌ها گروه عاملی استری $-C(=O)-O-$ وجود دارد. فرمول ساختاری استرهای یک‌عاملی به صورت زیر است:



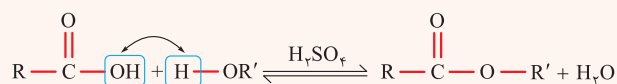
فرمول عمومی استرهای زنجیری و سیرشده یک‌عاملی با n اتم کربن به صورت $C_nH_{2n}O_2$ است.

برای نام‌گذاری استرها، ابتدا باید نام زنجیر هیدروکربنی متصل به اتم اکسیژن (R') را بیاوریم؛ نام R' را برحسب تعداد کربن موجود در ساختار آن بر وزن «آلکیل» نوشته، سپس نام تعداد کربن باقی‌مانده در زنجیر اصلی $R-C(=O)-O-$ را بر وزن «آلکانوات» می‌نویسیم. به این ترتیب نام‌گذاری استرها بر وزن «آلکیل آلکانوات» خواهد بود.



● **تهیه استرها:** یکی از ویژگی‌های مهم و کاربردی کربوکسیلیک اسیدها و الکل‌ها، واکنش میان آن‌هاست. از واکنش کربوکسیلیک اسید یک عاملی

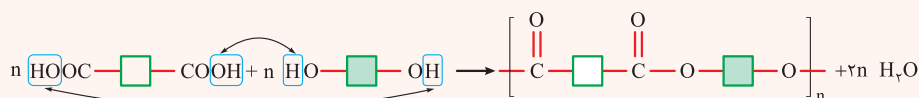
($R-C(=O)-OH$) با الکل یک‌عاملی ($R'-OH$) در شرایط مناسب، استر ($R-C(=O)-O-R'$) و آب (H_2O) به دست می‌آید. (واکنش استری‌شدن)



این واکنش برگشت‌پذیر است؛ یعنی استرها می‌توانند در اثر واکنش با آب، طی یک واکنش برگشت‌پذیر به الکل و کربوکسیلیک اسید سازنده خود تبدیل شوند.

● **تهیه پلی‌استرها:**

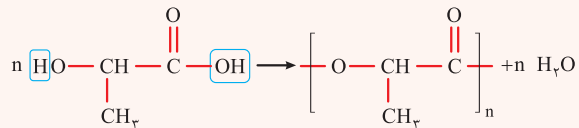
(۱) واکنش کربوکسیلیک اسید دو‌عاملی (دی‌اسید) با الکل دو‌عاملی:



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

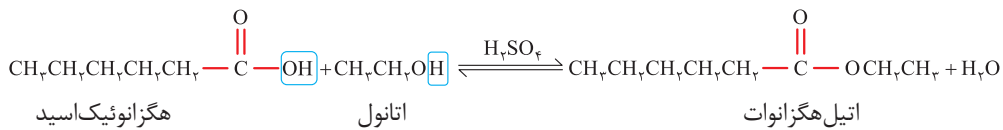


۲) واکنش تشکیل پلی استر از یک نوع مونومر که دارای هر دو گروه عاملی اسیدی و الکلی است (مانند لاکتیک اسید).



پاسخ تشریحی بررسی گزینه‌ها:

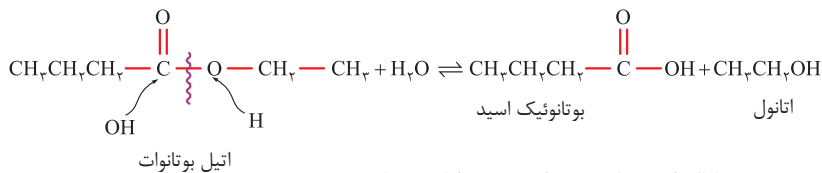
۱)



۲) فرمول مولکولی استر ۷ کربنی داده شده به صورت $\text{C}_p\text{H}_{14}\text{O}_p$ است.

$$\text{H درصد جرمی} = \frac{\text{جرم H}}{\text{جرم کل ترکیب}} \times 100 = \frac{14 \times 1}{(7 \times 12) + (14 \times 1) + (2 \times 16)} \times 100 = \frac{14}{130} \times 100 \approx 10.77\%$$

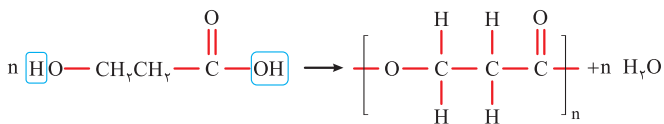
۳) از واکنش آبکافت اتیل بوتانوات (استر موجود در آناناس)، اتانول و بوتانویک اسید حاصل می‌شود.



از واکنش گاز اتن با آب در حضور کاتالیزگر سولفوریک اسید نیز، اتانول تولید می‌شود.



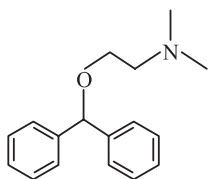
۴)



تست و پاسخ ۱۰۳

دیفن هیدرامین یک آنتی هیستامین است که عمدتاً برای درمان آلرژی استفاده می‌شود. با توجه به ساختار آن، چند مورد از مطالب زیر درست

است؟ ($\text{H} = 1, \text{C} = 12, \text{N} = 14, \text{O} = 16 \text{ g.mol}^{-1}$)



• در ساختار آن، اختلاف تعداد اتم‌های هیدروژن و کربن برابر ۴ است.

• دارای یک گروه عاملی اتری و یک گروه عاملی آمیدی است.

• دارای ۱۱ اتم کربن است که تنها به یک هیدروژن متصل هستند.

• اگر یکی از گروه‌های CH_3 آن با گروه $-\overset{\text{O}}{\parallel}{\text{C}}-\text{H}$ جایگزین شود، جرم مولی آن ۱۴ گرم بر مول افزایش می‌یابد.

۲ (۲)

۱ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی عبارت‌های اول، سوم و چهارم درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

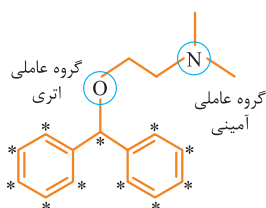
عبارت اول: فرمول مولکولی این ترکیب $\text{C}_{17}\text{H}_{21}\text{NO}$ است و تفاوت شمار اتم‌های کربن و هیدروژن آن برابر ۴ است.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

عبارت دوم: دارای یک گروه عاملی اتری و یک گروه عاملی آمینی است.



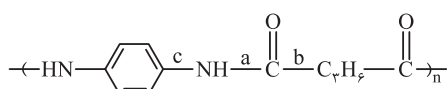
عبارت سوم: دارای ۱۱ اتم کربن است که فقط به یک اتم هیدروژن متصل شده‌اند (کربن‌ها در شکل بالا با ستاره مشخص شده‌اند).

عبارت چهارم: باید تفاوت جرم مولی گروه CH_3 و —C(=O)—H را حساب کنیم:

$$\text{COH و } \text{CH}_3 = \text{تفاوت جرم مولی } \text{OH و } \text{H}_3 = 17 - 3 = 14 \text{ g.mol}^{-1}$$

تست و پاسخ ۱۰۴

یک پلی آمید دارای ساختار مقابل است:



کدام موارد از مطالب زیر در رابطه با آن درست است؟

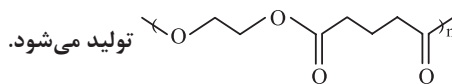
دارای حلقه بنزن

(الف) هر دو مونومر سازنده آن، آروماتیک هستند.

(ب) نسبت شمار جفت الکترون‌های پیوندی به ناپیوندی در دی‌اسید سازنده آن برابر ۲/۲۵ است.

(پ) در حضور رطوبت و انجام آبکافت، یکی از پیوندهای **b** یا **c** شکسته می‌شوند.

(ت) از واکنش دی‌اسید سازنده آن با اتیلن گلیکول، یک پلیمر با ساختار



تولید می‌شود.

(۴) الف - ت

(۳) ب - پ

(۲) ب - ت

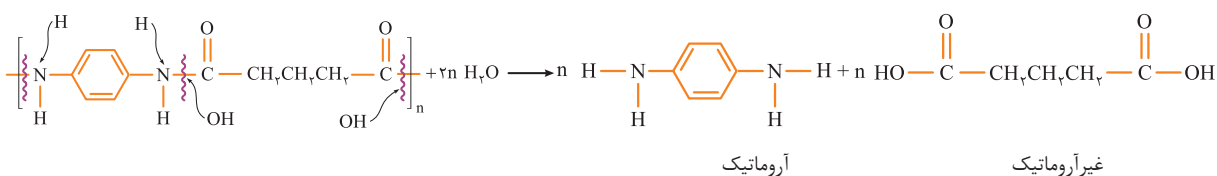
(۱) الف - پ

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی عبارت‌های «ب» و «ت» درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

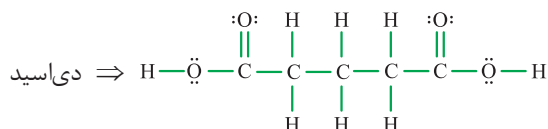
(الف) یکی از مونومرهای سازنده آن آروماتیک است.



آروماتیک

غیر آروماتیک

(ب)

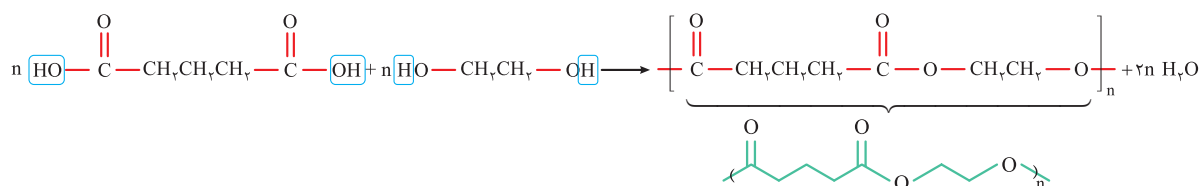


دی‌اسید \Rightarrow

$$\frac{\text{شمار جفت الکترون‌های پیوندی}}{\text{شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی}} = \frac{18}{8} = \frac{9}{4} = 2/25$$

(پ) در اثر آبکافت پلی‌آمیدها در حضور آب، پیوند آمیدی (a) شکسته می‌شود.

(ت) ساختار اتیلن گلیکول به صورت $\text{HO—CH}_2\text{CH}_2\text{—OH}$ است.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۱۰۵

چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- نشاسته در محیط گرم و مرطوب به سرعت به گلوکز تبدیل می‌شود.
- مواد زیست تخریب پذیر مانند نایلون‌ها و پلی لاکتیک اسید، توسط جانداران ذره بینی به مولکول‌های ساده و کوچک تبدیل می‌شوند.
- الیاف پلی آمیدی و پلی استری در حضور آب و مواد شوینده به مونومرهای سازنده خود تبدیل می‌شوند که باعث ایجاد بوی بد و نافذ می‌شود.
- برای تولید پلی اتن، علاوه بر گرما و فشار، می‌توان از کاتالیزگری که دارای فلزهای تیتانیوم و آلومینیم است، استفاده کرد.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی عبارت‌های سوم و چهارم درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: مولکول‌های نشاسته در شرایط مناسب مانند محیط مرطوب با کاتالیزگر یا محیط گرم و مرطوب به آرامی به گلوکز تجزیه می‌شوند.

عبارت دوم: پلی لاکتیک اسید جزء پلیمرهای زیست تخریب‌پذیر است اما نایلون جزء پلیمرهای زیست تخریب‌ناپذیر می‌باشد.

عبارت سوم: پلیمرهای سازنده لباس و پوشاک اغلب از نوع پلی آمیدها و پلی استرها هستند. هر نوع لباس و پوشاکی پس از مدتی پوسیده می‌شود؛ زیرا مولکول‌های پلیمر سازنده آن‌ها با مولکول‌های موجود در محیط اطراف واکنش داده و پیوندهای استری (پیوند C-O) در گروه عامل استری) و پیوندهای آمیدی (پیوند C-N) در گروه عامل آمیدی) که در ساختار پلیمرها وجود دارند، شکسته می‌شوند و به مونومرهای سازنده‌شان تبدیل می‌شوند. این مونومرها بوی بد و نافذی دارند.

عبارت چهارم: اگر گاز اتن را در حضور کاتالیزگرهای حاوی فلزهای آلومینیم و تیتانیوم در دما و فشار بالا قرار دهیم، پلی اتن تولید می‌شود. جرم مولی میانگین پلی اتن تولیدشده به نسبت مقدار کاتالیزگرهای مورد استفاده بستگی دارد.