

# دوازدهم ریاضی



## آزمون ۱۶ فروردین ۱۴۰۳

آزمون اختصاصی  
گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات

| ردیف | مواد امتحانی  | تعداد سؤال | از شماره | تا شماره |
|------|---------------|------------|----------|----------|
| ۱    | حسابان ۲      | ۶۰         | ۱        | ۶۰       |
|      | هندسه ۳       |            |          |          |
|      | ریاضیات گسسته |            |          |          |

جلسه مشاوره روز آزمون با کاظم قلمچی

ساعت ۱۳

<https://l.kanoon.ir/JalaseRE>

جلسه مشاوره هفتگی مدیرگروه آزمون دوازدهم ریاضی (مهرداد ملوندی)

<https://www.skyroom.online/ch/ghalamchi1400/hriazi12>

روزهای شنبه ساعت ۱۸



# آزمون «۱۶ فروردین ۱۴۰۳» اختصاصی دوازدهم ریاضی

## زنگنه سوال

مدت پاسخ گویی کل : ۹۰ دقیقه (۶۰ دقیقه (اجباری) + ۳۰ دقیقه (اختیاری))  
تعداد کل سؤالات: ۶۰ سؤال

| شماره سؤال | تعداد سؤال | نام درس       |
|------------|------------|---------------|
| ۱-۳۰       | ۲۰         | اجباری        |
|            | ۱۰         | اختیاری       |
| ۳۱-۴۵      | ۱۰         | حسابان ۲      |
|            | ۵          | اختیاری       |
| ۴۶-۶۰      | ۱۰         | هندسه ۳       |
|            | ۵          | اختیاری       |
| ۱-۶۰       | ۶۰         | ریاضیات گسسته |
|            |            | جمع کل        |

### پدیدآورندگان

| نام طراحان                                                                                                                                                                                                  | نام درس       | اختصاصی |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------|---------|
| کاظم اجلالی-توحید اسدی-سیدرضا اسلامی-مهدی براتی-مسعود برملا-جمال الدین حسینی-عادل حسینی-محمدابراهیم درمان-محمد رضا راسخ-مجید رفعتی-محمدحسن سلامی حسینی-حمید علیزاده-کامیار علییون-لیلا مرادی-جهانبخش نیکنام | حسابان ۲      |         |
| امیرحسین ابومحبوب-اسحاق اسفندیار-جواد ترکمن-سیدمحمد رضا حسینی-فرد-افشین خاصه-خان-فرزانه خاکپاش-مصطفی دیداری-سوگند روشنی-علی ساوچی-مسعود طایفه-هومن عقیلی-احمد رضا فلاح-مهرداد ملوندی-نیلوفر مهدوی           | هندسه و گسسته |         |

### گزینشگران و ویراستاران

| نام درس                    | حسابان ۲      | هندسه                        | ریاضیات گسسته                |
|----------------------------|---------------|------------------------------|------------------------------|
| گزینشگر                    | کاظم اجلالی   | جواد ترکمن<br>اسحاق اسفندیار | جواد ترکمن<br>اسحاق اسفندیار |
| گروه ویراستاری             | محمد رضا راسخ | مهرداد ملوندی                | مهرداد ملوندی                |
| ویراستاری<br>رتبه های برتر | سهیل تقی زاده | امیر محمد کریمی              | امیر محمد کریمی              |
| مسئول درس                  | عادل حسینی    | امیرحسین ابومحبوب            | امیرحسین ابومحبوب            |
| مسئند سازی                 | سمیه اسکندری  | سرژ یقیا زاریان تبریزی       | سرژ یقیا زاریان تبریزی       |

### گروه فنی و تولید

|                 |                                                    |
|-----------------|----------------------------------------------------|
| مدیر گروه       | مهرداد ملوندی                                      |
| مسئول دفترچه    | نرگس غنی زاده                                      |
| گروه مستند سازی | مدیر گروه: محیا اصغری<br>مسئول دفترچه: الهه شهبازی |
| حروف نگار       | فرزانه فتح اله زاده                                |
| ناظر چاپ        | سوران نعیمی                                        |

### گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۴۳

وقت پیشنهادی: ۳۰ دقیقه

حسابان ۲: فصل‌های ۱ تا ۳: صفحه‌های ۱ تا ۶۹

۱- حاصل  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{[x - \sqrt{3}]x - \sqrt{3}}{x - 1}$  کدام است؟ ( [ ] ، نماد جزء صحیح است.)

+∞ (۴)

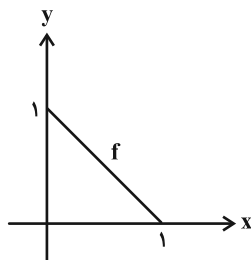
۱ (۳)

صفر (۲)

-∞ (۱)

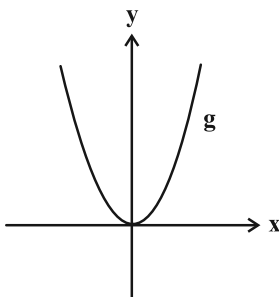
۲- نمودار تابع  $f$  در شکل زیر رسم شده است و نمودار تابع  $g$  از انقباض افقی و انبساط عمودی این نمودار، هر دو با ضریب ۳ به

دست می‌آید. طول نقطه برخورد دو نمودار کدام است؟

 $\frac{1}{3}$  (۱) $\frac{3}{4}$  (۲) $\frac{1}{4}$  (۳) $\frac{2}{3}$  (۴)

۳- طول نقاط نمودار تابع  $f(x) = 4x^2 - x + 1$  را در ۲ ضرب می‌کنیم و سپس آن را  $m$  واحد به چپ و  $n$  واحد به پایین انتقال

می‌دهیم تا نمودار تابع  $g$ ، مطابق شکل زیر به دست آید. حاصل  $\frac{n}{m}$  کدام است؟

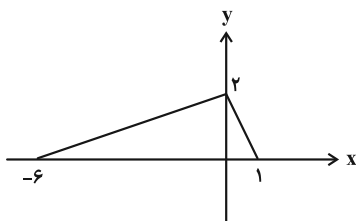
 $\frac{15}{4}$  (۱)

-۳۰ (۲)

 $-\frac{15}{8}$  (۳)

۶۰ (۴)

۴- نمودار تابع  $y = f(\frac{1}{4}x - 1)$  در شکل زیر رسم شده است. به ازای چند مقدار صحیح  $a$ ، معادله  $f(x) = \sqrt{-x - a}$  جواب دارد؟



۳ (۱)

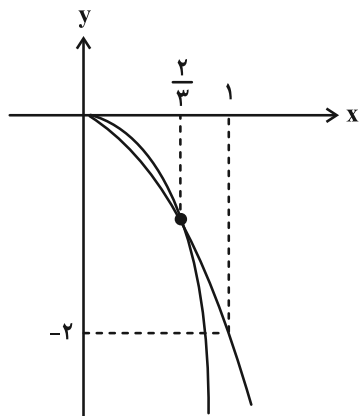
۴ (۲)

۷ (۳)

۸ (۴)

محل انجام محاسبات

۵- در شکل زیر نمودارهای دو تابع  $f(x) = ax^3$  و  $g(x) = bx^2$  رسم شده است. حاصل  $f(b) + g(a)$  کدام است؟



(۱) -۶

(۲) ۶

(۳)  $-\frac{16}{27}$ (۴)  $\frac{16}{27}$ 

۶- تابع  $f(x) = \begin{cases} |x+1|+1 & ; x \leq -2 \\ -x^2-ax & ; x > -2 \end{cases}$  روی  $\mathbb{R}$  اکیداً نزولی است. حدود مقادیر  $a$  کدام است؟

(۲)  $[4, +\infty)$ (۱)  $[3, 4]$ (۴) هیچ مقدار  $a$ (۳)  $(-\infty, 2]$ 

۷- تابع  $f(x) = |x-1|(x-1) - 4x$  مفروض است. اگر به ازای هر مقدار  $m$  عضو بازه  $(a, b)$ ، نامساوی  $f(\frac{m+a}{2}) > f(\frac{m+b}{2})$  برقرار باشد، بیشترین مقدار  $b-a$  کدام است؟

(۲) ۴

(۱) ۵

(۴) ۲

(۳) ۳

۸- اگر  $(x^3 + 2)p(x) = x^{30} - 32x^2$  باشد، مجموع ضرایب مثبت چندجمله‌ای  $p(x)$  کدام است؟

(۲) ۳۴۱

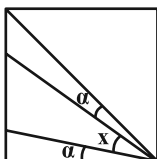
(۱) ۲۵۶

(۴) ۶۸۲

(۳) ۵۱۲

۹- دوره تناوب تابع  $f(x) = \sin^6 x - \cos^6 x + \frac{1}{8} \cos 2x \cos 4x$  برابر  $T$  و بیشترین مقدار آن برابر  $M$  است. حاصل  $TM$  کدام است؟

(۲)  $\frac{5\pi}{16}$ (۱)  $\frac{7\pi}{8}$ (۴)  $\frac{7\pi}{12}$ (۳)  $\frac{7\pi}{4}$



۱۰- در مربع شکل مقابل، اگر  $\tan \alpha = \frac{1}{5}$  باشد، مقدار  $\tan x$  کدام است؟

(۲)  $\frac{7}{22}$

(۱)  $\frac{5}{17}$

(۴)  $\frac{5}{22}$

(۳)  $\frac{7}{17}$

۱۱- تعداد جوابهای معادله  $2 - 3 \sin 3\pi x = 0$  در بازه  $(0, \frac{5}{3})$  کدام است؟

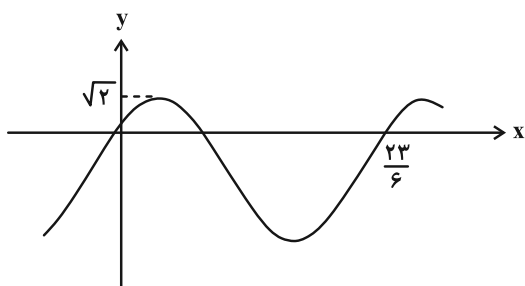
(۲) ۵

(۱) ۴

(۴) ۷

(۳) ۶

۱۲- بخشی از نمودار تابع  $f(x) = 2a \sin(b\pi x + \frac{\pi}{4}) - a$  در شکل زیر رسم شده است. اگر  $b > 0$  باشد، حاصل  $\frac{a^2}{b}$  کدام است؟



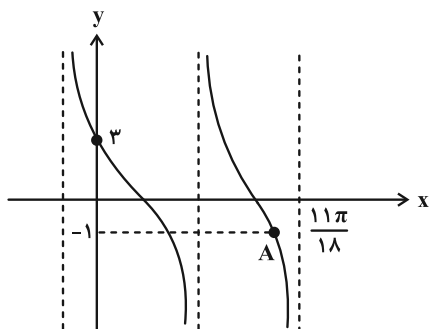
(۱) ۴

(۲)  $\frac{92}{7}$

(۳)  $\frac{4}{9}$

(۴) -۹۲

۱۳- بخشی از نمودار تابع  $f(x) = a \tan(bx - \frac{\pi}{3})$  در شکل زیر رسم شده است. طول نقطه A کدام است؟



(۱)  $\frac{\pi}{2}$

(۲)  $\frac{4\pi}{9}$

(۳)  $\frac{7\pi}{18}$

(۴)  $\frac{5\pi}{6}$

۱۴- مجموع جوابهای معادله  $\sin x = \tan 2x$  در بازه  $(0, 2\pi)$  کدام است؟

(۲)  $\frac{5\pi}{2}$

(۱)  $2\pi$

(۴)  $\frac{7\pi}{2}$

(۳)  $3\pi$

۱۵- معادله  $\frac{1}{\sin x} + \frac{1}{\cos x} = 2\sqrt{2}$  چند جواب متمایز در بازه  $(0, 2\pi)$  دارد؟

(۱) ۱ (۲) ۲

(۳) ۳ (۴) ۴

۱۶- اگر  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-2}{2x^5 + ax^2 + b} = -\infty$  باشد، حاصل  $a-b$  کدام است؟

(۱) -۶ (۲) -۸

(۳) -۱۰ (۴) -۱۲

۱۷- فرض کنید  $f(x) = \tan\left(\frac{2\pi}{x+1}\right)$  و  $D_f = \left(\frac{1}{3}, 3\right)$  باشد. نمودار تابع  $f$  چند مجانب قائم دارد؟

(۱) ۱ (۲) ۲

(۳) ۳ (۴) صفر

۱۸- اگر  $f\left(-\frac{x}{x+1}\right) = \frac{2x^2}{x^2+x+1}$  باشد، نمودار تابع  $g(x) = \frac{x-2}{f(x)-2}$  در اطراف  $x=-1$  کدام است؟



۱۹- فرض کنید  $f(x) = \frac{x^3}{x^2+x+1}$  و  $g(x) = \frac{x^3}{x^2-2x-1}$  باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f-g)(x)$  کدام است؟

(۱) صفر (۲) -۱

(۳) -۲ (۴) -۳

۲۰- اگر مساحت مثلث حاصل از وصل کردن محل تقاطع مجانب‌های نمودار تابع  $f(x) = \frac{x^2 + ax|x|}{x^2 - x + \frac{1}{4}}$  با مبدأ مختصات برابر ۸ باشد،

مقدار  $a$  کدام می‌تواند باشد؟

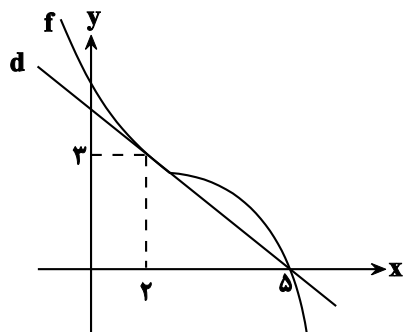
(۱) ۲ (۲) -۴

(۳) ۸ (۴) -۱۶

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

حسابان ۲ (اختیاری): مشتق + کاربردهای مشتق: صفحه‌های ۷۱ تا ۱۱۹

۲۱- مطابق شکل، خط  $d$  در نقطه  $x=2$  بر نمودار تابع  $f$  مماس است. حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(2+3x)-3}{x}$  کدام است؟



$$-\frac{1}{3} \quad (1)$$

$$-1 \quad (2)$$

$$3 \quad (3)$$

$$-3 \quad (4)$$

۲۲- در تابع  $f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x} + x & ; x \geq 1 \\ x^2 + ax + b & ; x < 1 \end{cases}$  مقدار  $f'(1)$  موجود است. مقدار  $f(1-\sqrt{2})$  کدام است؟

$$2 - \sqrt{2} \quad (2)$$

$$3 - \sqrt{2} \quad (1)$$

$$3 - 2\sqrt{2} \quad (4)$$

$$2 - 2\sqrt{2} \quad (3)$$

۲۳- مقدار مشتق تابع  $f(x) = \cos(x + \frac{\pi}{4})\cos(x - \frac{\pi}{6}) - \sin(x + \frac{\pi}{4})\sin(x - \frac{\pi}{6})$  در  $x = \frac{\pi}{12}$  کدام است؟

$$\sqrt{2} \quad (2)$$

$$-\sqrt{2} \quad (1)$$

$$\text{صفر} \quad (4)$$

$$-\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (3)$$

۲۴- اگر خط  $y = 3x + 7$ ، در نقطه  $x = -1$  بر نمودار توابع  $f$  و  $g(x) = f(x + \sqrt{f(x)})$  مماس باشد،  $f'(1)$  کدام است؟

$$\frac{4}{3} \quad (2)$$

$$\frac{12}{7} \quad (1)$$

$$\frac{7}{12} \quad (4)$$

$$\frac{3}{4} \quad (3)$$

۲۵- نقطه  $A(x, y)$  بر روی منحنی به معادله  $y = \sqrt{-x^2 + 6x + 1}$  در حرکت است.  $d$  فاصله نقطه  $A$  از نقطه  $(2, 0)$  است. عرض نقطه

$A$  کدام باشد تا آهنگ لحظه‌ای تغییر  $d$  در آن نقطه برابر  $\frac{1}{3}$  شود؟

$$3 \quad (2)$$

$$4 \quad (1)$$

$$1 \quad (4)$$

$$2 \quad (3)$$

محل انجام محاسبات

۲۶- مجموعه طول‌های نقاط بحرانی تابع  $f(x) = \sqrt[3]{x^2}(x^2 - 1)$  کدام است؟

(۱)  $\{-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\}$  (۲)  $\{-\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}\}$

(۳)  $\{0, \frac{1}{\sqrt{2}}\}$  (۴)  $\{-\frac{1}{\sqrt{2}}, 0\}$

۲۷- اگر تابع  $f(x) = \begin{cases} x-1 & ; x > 2 \\ x+a & ; 1 \leq x \leq 2 \\ 2x+1 & ; x < 1 \end{cases}$  به ازای  $a \in (m, n)$  دارای یک مینیمم نسبی و یک ماکزیمم نسبی باشد، بیش‌ترین مقدار

$n-m$ ، کدام است؟

(۱) ۴ (۲) ۳

(۳) ۲ (۴) ۱

۲۸- اگر  $f(x) = \frac{|2x-6|}{|x-1|}$  باشد، روی بازه  $[2, 5]$  اختلاف مقادیر ماکزیمم و مینیمم مطلق تابع کدام است؟ ([ ] نماد جزء صحیح است).

(۱)  $\frac{1}{2}$  (۲) ۱

(۳)  $\frac{3}{2}$  (۴) ۲

۲۹- اختلاف بیشترین و کم‌ترین مقدار تابع  $f(x) = \sin x - 3\sqrt[3]{1+\sin x}$  کدام است؟

(۱)  $\sqrt[3]{2}$  (۲)  $\sqrt{3}$

(۳) ۲ (۴) ۱

۳۰- بیش‌ترین مساحت مستطیلی که دو ضلع آن بر روی محورهای مختصات و یک رأس آن بر روی نمودار تابع  $y = \sqrt{-x+16}$  در

ناحیه اول واقع شود، کدام است؟

(۱)  $16\sqrt{2}$  (۲)  $\frac{128\sqrt{3}}{3}$

(۳)  $\frac{128\sqrt{3}}{9}$  (۴) ۱۶

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۳: فصل‌های ۱ و ۲ (تا انتهای درس دوم): صفحه‌های ۹ تا ۴۶

۳۱- اگر مجموع درایه‌های قطر اصلی ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -5 \\ 0 & 3 & 1 \\ 4 & -2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 5 & x \\ 1 & 1 & -1 \\ 2x & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  برابر با صفر باشد، آنگاه مجموع

درایه‌های قطر فرعی ماتریس  $A$  کدام است؟

(۱)  $-7$  (۲)  $-7/5$

(۳)  $-8/5$  (۴)  $-9$

۳۲- برای ماتریس‌های مربعی و هم‌مرتبه  $A$  و  $B$  داریم  $AB = B^T A$  و  $A^T = B^T = I$ ؛ کدام تساوی درست نیست؟

(۱)  $(AB^T)^T = A^T B$  (۲)  $(AB)^T = A^T$

(۳)  $(BA)^T = A^T$  (۴)  $(A^T B)^T = AB^T$

۳۳- ماتریس  $A + 2I = \begin{bmatrix} |A| & |A|+2 \\ |A|-1 & |A|+5 \end{bmatrix}$  را در نظر بگیرید. مجموع درایه‌های وارون ماتریس  $A$  کدام است؟

(۱)  $-\frac{10}{9}$  (۲)  $\frac{2}{9}$

(۳)  $-\frac{2}{9}$  (۴) صفر

۳۴- اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله زیر باشند، حاصل  $\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2}$  به کدام عدد صحیح نزدیک‌تر است؟

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 \\ x & 3 & -1 \\ x & -1 & 0 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 5x & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ -1 & 3 & x \end{vmatrix} = 0$$

(۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۲

۳۵- ماتریس ضرایب دستگاه  $\begin{cases} 2x - y = 1 - x \\ y + 2 = 2x - 1 \end{cases}$  به صورت  $(A + 2I)^{-1}$  می‌باشد و  $B = \begin{bmatrix} |A| & -1 & |A| \\ 0 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$  است. حاصل  $|B|$  کدام است؟

(۱) ۲۰ (۲)  $-20$

(۳) ۱۰ (۴)  $-10$

محل انجام محاسبات

۳۶- کمترین فاصله نقاط دایره  $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 11 = 0$  از خط  $L$  برابر ۱ واحد است. از چند نقطه روی خط  $L$  می توان مماسی به

طول ۳ واحد بر این منحنی رسم کرد؟

(۱) صفر (۲) ۱

(۳) ۲ (۴) بیشمار

۳۷- دو دایره  $(x+3)^2 + y^2 = (2m+1)^2$  و  $x^2 + y^2 - 8y - m^2 + 16 = 0$  متقاطع اند. حدود تغییرات  $m$  کدام است؟ ( $m > 0$ )

(۱)  $1 < m < \frac{5}{2}$  (۲)  $2 < m < \frac{10}{3}$

(۳)  $\frac{3}{2} < m < 3$  (۴)  $\frac{4}{3} < m < 4$

۳۸- دایره  $C$  از مبدأ مختصات می گذرد و از محورهای  $Ox$  و  $Oy$  به ترتیب وترهایی به نسبت ۱ به ۲ جدا می کند. اگر دورترین نقطه این

دایره نسبت به مبدأ مختصات، نقطه ای به طول ۶ باشد، در این صورت، این دایره روی خط  $y = 4$  و تری با کدام طول جدا می کند؟

(۱)  $4\sqrt{11}$  (۲) ۸

(۳)  $6\sqrt{3}$  (۴)  $2\sqrt{41}$

۳۹- به ازای چه مقادیری از  $k$ ، خط  $y + 2x = k$  بر دایره  $x^2 + y^2 - 3x + y = 0$  مماس است؟

(۱) ۱ و ۹ (۲) -۱ و -۹

(۳) -۱ و ۹ (۴) ۱ و -۹

۴۰- از نقطه  $M(-1, -1)$  دو مماس بر دایره به معادله  $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$  رسم می کنیم. معادله خطی که نقاط تماس را به هم

وصل می کند، کدام است؟

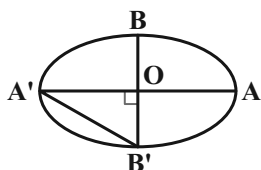
(۱)  $2x + 3y = 4$  (۲)  $2x + 3y = 1$

(۳)  $3x + 2y = 5$  (۴)  $3x + 2y = 7$

وقت پیشنهادی: ۸ دقیقه

هندسه ۳ (اختیاری): آشنایی با مقاطع مخروطی - بردارها: صفحه‌های ۴۷ تا ۶۸

۴۱- در بیضی زیر اگر طول پاره خط  $A'B'$  برابر نصف مجموع طول قطر بزرگ و فاصله کانونی باشد، خروج از مرکز بیضی کدام است؟



$$\frac{\sqrt{2}-1}{2} \quad (۱)$$

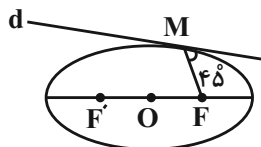
$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (۲)$$

$$\frac{\sqrt{3}-1}{2} \quad (۳)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (۴)$$

۴۲- در شکل مقابل خط  $d$  در نقطه  $M$  بر بیضی مماس است. اگر  $MF' = 5 + \sqrt{7}$  و فاصله  $M$  تا مرکز بیضی برابر ۴ باشد، خروج از

مرکز بیضی کدام است؟ ( $F$  و  $F'$  کانون‌های بیضی هستند.)



$$۵/۵ \quad (۱)$$

$$۵/۶ \quad (۲)$$

$$۵/۷۵ \quad (۳)$$

$$۵/۸ \quad (۴)$$

۴۳- نقطه  $F(4, -2)$  کانون یک سهمی است. اگر این سهمی محور عرض‌ها را تنها در نقطه  $M(0, 1)$  قطع کند، آنگاه فاصله کانونی

این سهمی کدام است؟

$$۴ \text{ یا } ۲ \quad (۴)$$

$$۴ \text{ یا } ۱ \quad (۳)$$

$$۳ \text{ یا } ۲ \quad (۲)$$

$$۳ \text{ یا } ۱ \quad (۱)$$

۴۴- یک شعاع نورانی بر یک سهمی آینه‌ای به معادله  $y^2 + 2y - 4x + 5 = 0$  تابیده است. اگر شعاع بازتابش بر روی خط  $y = 1$  قرار

داشته باشد، معادله شعاع تابش کدام است؟

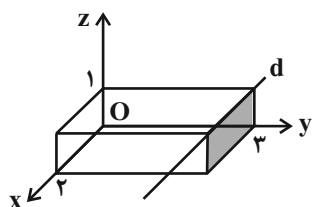
$$x = -2 \quad (۴)$$

$$x = -2y \quad (۳)$$

$$x = 2y \quad (۲)$$

$$x = 2 \quad (۱)$$

۴۵- در مکعب مستطیل شکل زیر، معادله خط  $d$  و صفحه رنگی به ترتیب از راست به چپ کدام است؟



$$y = 3 \text{ و } \begin{cases} y = 3 \\ z = 1 \end{cases} \quad (۲)$$

$$y = 3 \text{ و } \begin{cases} x = 2 \\ z = 1 \end{cases} \quad (۴)$$

$$x = 2 \text{ و } \begin{cases} x = 2 \\ z = 1 \end{cases} \quad (۱)$$

$$x = 2 \text{ و } \begin{cases} y = 3 \\ z = 1 \end{cases} \quad (۳)$$

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضیات گسسته: فصل‌های ۱ و ۲ (تا انتهای درس اول): صفحه‌های ۱ تا ۴۲

۴۶- برای دو عدد طبیعی  $a$  و  $b$ ، اگر  $a^7 | b^8$ ، حاصل  $[(3a^2, 6b^4), (2a^3, 6b^5)]$  کدام است؟

$3b^5$  (۴)

$3b^4$  (۳)

$6b^5$  (۲)

$6b^4$  (۱)

۴۷- دو عدد  $bn+5$  و  $an-2$  به ازای مقادیر مختلف و طبیعی  $n$  نسبت به هم اول هستند. چند زوج مرتب  $(a, b)$  وجود دارد که $a, b \in \{-4, -3, \dots, 3, 4\}$  باشد؟

۸ (۴)

۶ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

۴۸- در یک تقسیم، خارج قسمت از باقی‌مانده ۱ واحد بیشتر است. اگر ۹۱ واحد به مقسوم اضافه کنیم، خارج قسمت ۴ واحد اضافه

شده و باقی‌مانده برابر ۱۱ می‌شود. حداکثر مقدار مقسوم‌علیه این تقسیم کدام است؟

۲۶ (۴)

۲۷ (۳)

۲۸ (۲)

۲۹ (۱)

۴۹- می‌دانیم  $a$  کوچک‌ترین عدد سه رقمی و مضرب ۱۱ است که باقی‌مانده‌اش در تقسیم بر ۷ و ۱۲ به ترتیب برابر ۳ و ۲ می‌شود.مجموع ارقام فرد عدد  $a$  کدام است؟

۱۴ (۲)

۸ (۱)

۱۰ (۴)

۶ (۳)

۵۰- اگر معادله هم‌نهشتی  $65 \equiv (2n-5)x \pmod{2n+5}$  در مجموعه اعداد صحیح جواب داشته باشد،  $n$  چند عدد طبیعی دو رقمی می‌تواند

اختیار کند؟

۳ (۲)

۲ (۱)

۸۸ (۴)

۸۷ (۳)

محل انجام محاسبات

۵۱- چند عدد چهار رقمی  $\overline{xyxy}$  وجود دارد که مضرب ۱۵ است ولی مضرب ۹ نیست؟

- (۱) ۹      (۲) ۸      (۳) ۶      (۴) ۴

۵۲- گراف ساده  $G$  دارای ۵۹ یال است. کمترین مقدار  $q(\overline{G}) + \Delta(\overline{G})$  کدام است؟

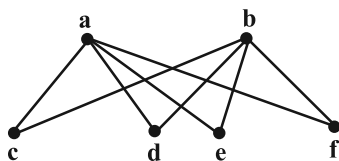
- (۱) ۸      (۲) ۹      (۳) ۱۰      (۴) ۱۱

۵۳- به ازای چند مقدار متمایز برای  $a+b$ ، گرافی با درجه رأس‌های ۱، ۴، ۴، ۵، ۶،  $b$ ،  $a$  وجود دارد؟

- (۱) هیچ      (۲) ۱

- (۳) ۲      (۴) ۳

۵۴- تعداد دورهای موجود در گراف زیر کدام است؟



- (۱) ۴

- (۲) ۶

- (۳) ۸

- (۴) ۹

۵۵- گراف  $G$  با مجموعه رأس‌های  $V(G) = \{a, b, c, d, e, f, g\}$  مفروض است. اگر مجموعه همسایگی باز رأس‌های  $a, b, c$ ،

$d$  و  $e$  به ترتیب دارای ۳، ۴، ۵ و ۶ عضو و  $\deg_G^{(f)} + \deg_G^{(g)}$  بیشترین مقدار ممکن را داشته باشد، آن گاه گراف  $\overline{G}$  چند

زیرگراف ۳ رأسی شامل رأس‌های  $a, b$  و  $c$  دارد؟

- (۱) ۳      (۲) ۴

- (۳) ۷      (۴) ۸

ریاضیات گسسته (اختیاری): گراف و مدل سازی: صفحه های ۴۳ تا ۶۱ / ریاضی ۱: شمارش بدون شمردن: صفحه های ۱۱۸ تا ۱۴۰ وقت پیشنهادی: ۷ دقیقه

۵۶- در گراف  $G$  از مرتبه ۶، برای هر دو رأس دلخواه  $a$  و  $b$ ، رابطه  $N_G(a) = N_G(b)$  برقرار است. عدد احاطه گری این گراف کدام است؟

۶ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

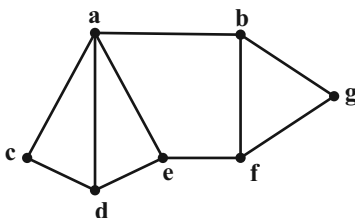
۵۷- گراف شکل مقابل، چند مجموعه احاطه گر مینیمم دارد؟

۹ (۱)

۸ (۲)

۷ (۳)

۶ (۴)



۵۸- با حروف کلمه «آسانسور»، چند کلمه هفت حرفی می توان نوشت که دو حرف «الف» کنار هم بوده ولی دو حرف «س» کنار هم نباشند؟

۶۰۰ (۴)

۳۶۰ (۳)

۲۴۰ (۲)

۱۲۰ (۱)

۵۹- در چه تعداد از جواب های صحیح و نامنفی معادله  $x_1 + x_2 + x_3 = 15$ ، حداقل یکی از متغیرها برابر صفر است؟

۶۰ (۴)

۵۵ (۳)

۴۵ (۲)

۳۵ (۱)

۶۰- معادله  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4^2 = 12$  چند جواب طبیعی دارد؟

۶۷ (۴)

۴۵ (۳)

۱۳۲ (۲)

۱۶۵ (۱)

محل انجام محاسبات



# دوازدهم ریاضی



## آزمون ۱۶ فروردین ۱۴۰۳

آزمون اختصاصی  
گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات

| ردیف | مواد امتحانی | تعداد سؤال | از شماره | تا شماره |
|------|--------------|------------|----------|----------|
| ۲    | فیزیک ۳      | ۳۰         | ۶۱       | ۹۰       |
| ۳    | شیمی ۳       | ۳۰         | ۹۱       | ۱۲۰      |

آزمون هدیه ۲۴ فروردین برای دانش آموزان کانونی و غیر کانونی است؛ در آن شرکت کنید.



## آزمون «۱۶ فروردین ۱۴۰۳» اختصاصی دوازدهم ریاضی

نقد و نظر

مدت پاسخ گویی: ۷۵ دقیقه (۵۰ دقیقه اجباری) + ۲۵ دقیقه (اختیاری))  
تعداد کل سؤالات: ۶۰ سؤال

| نام درس | تعداد سؤال | شماره سؤال |
|---------|------------|------------|
| اجباری  | ۲۰         | ۶۱-۹۰      |
|         | ۱۰         |            |
| فیزیک   | ۲۰         | ۹۱-۱۲۰     |
|         | ۱۰         |            |
| جمع کل  |            | ۶۱-۱۲۰     |

### پدیدآورندگان

| نام طرحان                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | نام درس | اختصاصی |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|---------|
| زهره آقامحمدی-امیرحسین برادران-علی برزگر-علیرضا جباری-فراز رسولی-محسن سلماسی<br>محمدجواد سورچی-معصومه شریعت ناصری-محمد رضا شریفی-مهدی شریفی-مسعود قره خانی<br>محسن قندچلر-مصطفی کیانی-محمدصادق مام سیده-غلامرضا محبی-محمد کاظم منشادی<br>امیراحمد میرسعید-سیده ملیحه میر صالحی-حسام نادری-حسین ناصحی-مجتبی نکوئیان-شادمان ویسی<br>عین الله ابوالفتحی-امیرحسین بختیاری-محمد رضا پورجاوید-سعید تیزرو-امیر حاتمیان-پیمان خواجوی مجد<br>علیرضا رضایی سراب-محمد رضا زهرهوند-رضا سلیمانی-جهان شاه ییگباغی-امیرحسین طیبی<br>رسول عابدینی زواره-محمد عظیمیان زواره-حسن عیسی زاده-علی کریمی-امیرمحمد کنگرانی<br>علیرضا کیانی دوست-امیرحسین مسلمی-هادی مهدی زاده-امین نوروزی | فیزیک   |         |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | شیمی    |         |

### گزینشگران و ویراستاران

| نام درس                        | فیزیک                       | شیمی                                        |
|--------------------------------|-----------------------------|---------------------------------------------|
| گزینشگر                        | حسام نادری                  | امیرحسین مسلمی                              |
| گروه ویراستاری                 | زهره آقامحمدی<br>آراس محمدی | محمدحسن محمدزاده مقدم<br>امیرحسین مسلمی     |
| بازبینی نهایی<br>رتبه های برتر | حسین بصیر ترکمبور           | علی رضایی<br>احسان پنجه شاهی                |
| مسئول درس                      | حسام نادری                  | پارسا عیوض پور                              |
| مستند سازی                     | علیرضا همایون خواه          | امیرحسین مرتضوی<br>حسین شاهسواری (ویراستار) |

### گروه فنی و تولید

|                |                       |
|----------------|-----------------------|
| مدیر گروه      | مهرداد ملوندی         |
| مسئول دفترچه   | نرگس غنی زاده         |
| گروه مستندسازی | مدیر گروه، محیا اصغری |
| حروف نگار      | فرزانه فتح اله زاده   |
| ناظر چاپ       | سوران نعیمی           |

### گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

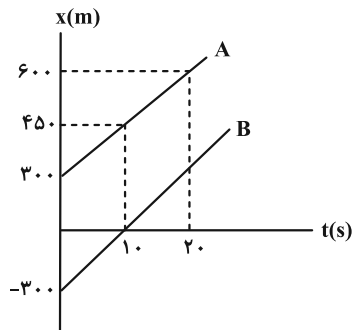
دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

وقت پیشنهادی: ۳۰ دقیقه

فیزیک ۳: فصل‌های ۱، ۲ و ۳ (تا انتهای تشدید): صفحه‌های ۱ تا ۶۹

۶۱- نمودار مکان- زمان دو خودرو که روی خط راست حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. در چه لحظه یا لحظاتی برحسب ثانیه،

فاصله دو متحرک از هم ۱۵۰ m می‌شود؟

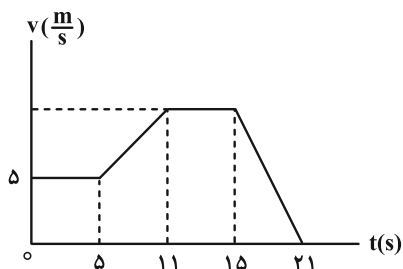


(۱) ۵۰، ۳۰

(۲) ۴۵، ۷۵

(۳) ۳۰

(۴) ۴۵

۶۲- نمودار سرعت- زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، به صورت زیر است. اگر شتاب متحرک در لحظه  $t = 9s$ ،  $\frac{2}{3}$  برابراندازه شتاب متحرک در لحظه  $t = 19s$  باشد، بیشترین تندی متحرک در بازه زمانی صفر تا ۱۴ s، چند متر بر ثانیه است؟

(۱) ۱۰

(۲) ۱۲

(۳) ۱۵

(۴) ۱۸

۶۳- در یک مسیر مستقیم و از یک نقطه، متحرک A در مبدأ زمان با شتاب ثابت  $\frac{1}{4}a$  از حال سکون به حرکت درمی‌آید و ۴ ثانیه

بعد، متحرک B از همان نقطه و در همان مسیر، با شتاب ثابت a از حال سکون به حرکت درمی‌آید. اگر در لحظه‌ای که دو

متحرک به هم می‌رسند، تندی متحرک B،  $\frac{9}{6} \frac{m}{s}$  باشد، ۲ s پس از این که دو متحرک به هم می‌رسند، تندی متحرک A،

چند متر بر ثانیه است؟

(۴) ۱۰

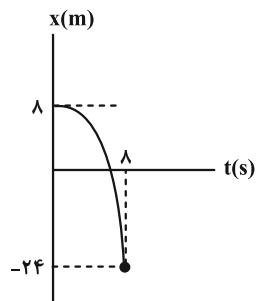
(۳) ۸

(۲) ۶

(۱) ۴

۶۴- نمودار مکان- زمان متحرکی که با شتاب ثابت روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل است. سرعت متحرک در لحظه‌ای که از

مبدأ مکان عبور کرده است، چند متر بر ثانیه است؟



(۱) ۴

(۲) -۴

(۳) ۸

(۴) -۸

محل انجام محاسبات

۶۵- متحرکی با شتاب ثابت بر روی محور  $x$  حرکت می‌کند و در لحظه‌های  $2s$  و  $6s$  از مبدأ مکان عبور می‌کند و در لحظه‌ای که به مکان  $x = 2m$  می‌رسد، جهت حرکتش عوض می‌شود. تندی متوسط این متحرک در بازه زمانی  $t_1 = 1s$  تا  $t_2 = 5s$  چند متر بر ثانیه است؟

$$\frac{5}{4} \quad (۴)$$

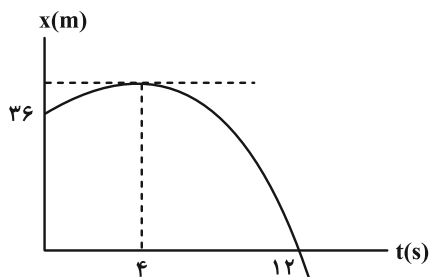
$$\frac{5}{2} \quad (۳)$$

$$\frac{5}{8} \quad (۲)$$

$$1 \quad (۱)$$

۶۶- نمودار مکان- زمان متحرکی که روی محور  $x$  حرکت می‌کند، به صورت سهمی شکل زیر است. کمترین تندی متوسط متحرک در

یک بازه زمانی ۴ ثانیه‌ای چند  $\frac{m}{s}$  است؟



$$1 \quad (۱)$$

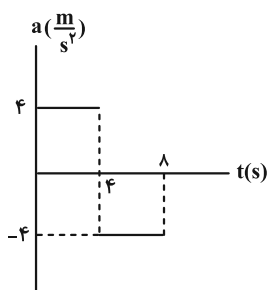
$$0.5 \quad (۲)$$

$$2 \quad (۳)$$

$$1.5 \quad (۴)$$

۶۷- نمودار شتاب- زمان جسمی که روی محور  $x$  از حال سکون شروع به حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. سرعت متوسط در

۸s اول حرکت چند متر بر ثانیه است؟



$$4 \quad (۱)$$

$$6 \quad (۲)$$

$$8 \quad (۳)$$

$$10 \quad (۴)$$

۶۸- گلوله‌ای از بالای یک ساختمان رها می‌شود. اگر این گلوله  $\frac{1}{9}$  ابتدایی مسیر را در مدت زمان  $t_1$  و  $\frac{5}{9}$  انتهایی مسیر را در مدت

زمان  $t_2$  طی کند، حاصل  $\frac{t_2}{t_1}$  کدام است؟ ( $g = 9.8 \frac{m}{s^2}$ )

$$2 \quad (۴)$$

$$\sqrt{3} \quad (۳)$$

$$\sqrt{2} \quad (۲)$$

$$1 \quad (۱)$$

۶۹- چهار نیروی  $6N$ ،  $12N$ ،  $4N$  و  $8N$  به جسمی اثر می‌کند و جسم در حال تعادل است. دو نیروی  $6N$  و  $8N$  که بر هم عمودند را حذف می‌کنیم. جسم با شتاب  $a_1$  حرکت می‌کند. اگر در حالت دیگر علاوه بر چهار نیروی اولیه، دو نیروی هم‌راستا و خلاف

جهت  $10N$  و  $6N$  دیگر نیز به جسم اثر کند، جسم با شتاب  $a_2$  حرکت خواهد کرد. نسبت  $\left| \frac{a_2}{a_1} \right|$  کدام است؟

$$\frac{2}{5} \quad (۴)$$

$$\frac{5}{2} \quad (۳)$$

$$\frac{3}{10} \quad (۲)$$

$$\frac{10}{3} \quad (۱)$$

۷۰- فنی به طول ۳۴ cm و ثابت  $400 \frac{N}{m}$  را به سقف یک آسانسور می‌بندیم و از انتهای آن وزنه ۴ کیلوگرمی آویزان می‌کنیم. اگر

طول فنر به ۴۲ cm برسد، کدام گزینه صحیح است؟  $(g = 10 \frac{N}{kg})$

(۱) آسانسور با شتاب ثابت  $2 \frac{m}{s^2}$ ، از حال سکون به سمت بالا شروع به حرکت می‌کند.

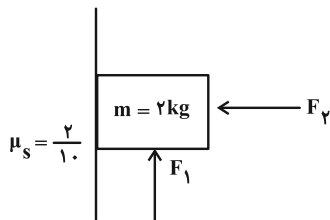
(۲) آسانسور با سرعت ثابت  $2 \frac{m}{s}$ ، به سمت پایین حرکت می‌کند.

(۳) آسانسور در حالی که با شتاب ثابت  $2 \frac{m}{s^2}$ ، به طرف بالا حرکت می‌کند، متوقف می‌شود.

(۴) آسانسور در حالی که با شتاب ثابت  $2 \frac{m}{s^2}$ ، به طرف پایین حرکت می‌کند، متوقف می‌شود.

۷۱- در شکل زیر دو نیروی  $F_1$  و  $F_2$  به جسمی مطابق شکل وارد می‌شوند. اگر رابطه  $F_2 = \frac{4}{3} F_1$  همواره بین این دو نیرو برقرار باشد،

به ازای کدام مقدار  $F_1$  جسم ساکن می‌ماند؟  $(g = 10 \frac{N}{kg})$



(۱) ۱۷ N

(۲) ۱۲ N

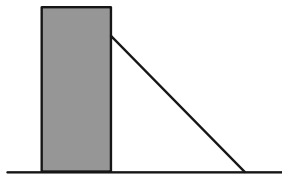
(۳) ۲۵ N

(۴) به ازای هر سه گزینه ساکن می‌ماند.

۷۲- مطابق شکل زیر، نردبان یکنواختی به جرم m به دیوار قائم با ضریب اصطکاک ایستایی  $\frac{2}{3}$  تکیه داده شده و در آستانه لغزیدن

است. اگر ضریب اصطکاک ایستایی بین سطح افقی و نردبان برابر با  $\frac{1}{4}$  و اندازه نیرویی که دیوار قائم به نردبان وارد می‌کند،

$20\sqrt{13}$  نیوتون باشد، جرم نردبان (m) چند کیلوگرم است؟  $(g = 10 \frac{N}{kg})$



(۱) ۱۲

(۲) ۹

(۳) ۱۶

(۴) ۸

۷۳- معادلهٔ تکانهٔ جسمی بر حسب زمان در SI به صورت  $p = 15t^2 + 5t$  می‌باشد. نیروی خالص (برایند) متوسط وارد بر جسم در بازهٔ

زمانی  $t_1 = 3s$  تا  $t_2 = 6s$  چند نیوتون است؟

(۴) ۱۹۰

(۳) ۸۵

(۲) ۱۴۰

(۱) ۷۰

۷۴- گلوله‌ای به جرم ۴۰۰ گرم روی سطح افقی، مسیر دایره‌ای به شعاع ۵۰ cm را می‌پیماید. اگر اندازهٔ تغییر تکانهٔ گلوله در مدت

نصف دوره،  $\frac{kg \cdot m}{s} / 8\pi$  باشد، شتاب مرکزگرای گلوله، چند واحد SI است؟  $(\pi^2 = 10)$

(۴) ۸۰

(۳) ۴۰

(۲) ۲۰

(۱) ۱۰

۷۵- مراکز دو سیاره به جرم‌های  $m_1 = m$  و  $m_2 = 4m$  و شعاع‌های  $R_1 = R$  و  $R_2 = 4R$  در فاصلهٔ  $30R$  از هم قرار دارند. جسمی در نقطهٔ O روی خط واصل بین مراکز دو سیاره و تحت تاثیر نیروی گرانشی آن دو سیاره قرار دارد. فاصلهٔ این جسم از سطح

سیارهٔ (۲)، چند برابر R باشد تا به حالت تعادل باقی بماند؟

(۴) ۹

(۳) ۸

(۲) ۶

(۱) ۱۶

۷۶- کمترین مسافتی که یک نوسانگر هماهنگ ساده می تواند در مدت ۱۸ داشته باشد، برابر با دامنه نوسان است. این نوسانگر در مدت یک دقیقه چند بار پاره خط نوسان را طی می کند؟

۸۰ (۴)

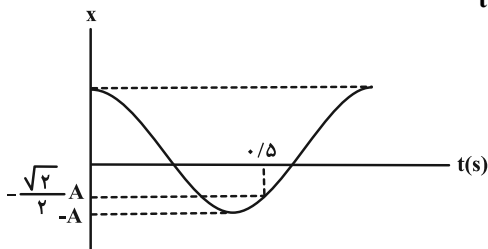
۴۰ (۳)

۲۰ (۲)

۱۰ (۱)

۷۷- نمودار مکان- زمان نوسانگر هماهنگ ساده ای مطابق شکل زیر است. اگر نوسانگر پس از لحظه  $t=0$  در لحظه های  $t_1$  و  $t_2$  و در

یک دوره تناوب، دو بار متوالی از مکان  $x = -\frac{\sqrt{3}}{2}A$  بگذرد و  $\frac{t_2}{t_1} = \frac{17}{7}$  باشد،  $t_2$  چند ثانیه است؟



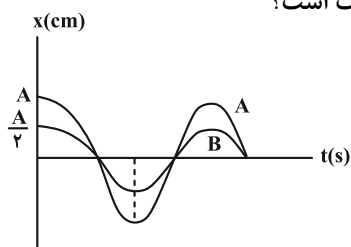
1/3 (۱)

19/25 (۲)

7/15 (۳)

17/15 (۴)

۷۸- نمودار مکان- زمان دو نوسانگر جرم- فنر A و B مطابق شکل زیر است. اگر جرم نوسانگر A دو برابر جرم نوسانگر B باشد، انرژی جنبشی A در مرکز نوسان چند برابر انرژی پتانسیل کشسانی B در نقطه بازگشت است؟



۸ (۱)

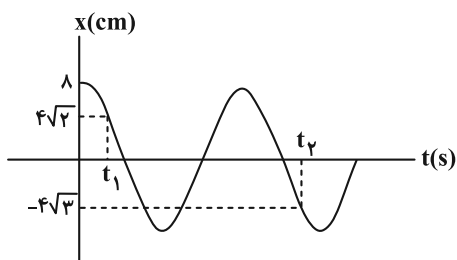
1/8 (۲)

۴ (۳)

1/4 (۴)

۷۹- نمودار مکان- زمان حرکت نوسانی یک آونگ ساده مطابق شکل زیر است. اگر طول آونگ ۶۴cm باشد، حاصل  $t_2 - t_1$  چند

ثانیه می باشد؟ ( $g = \pi^2 \frac{m}{s^2}$ )



62/10 (۱)

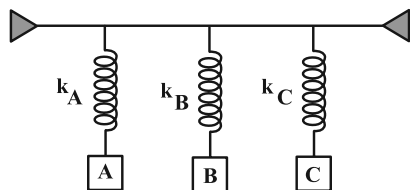
62/15 (۲)

31/15 (۳)

31/30 (۴)

۸۰- مطابق شکل زیر، ۳ سامانه جرم- فنر به میله ای افقی متصل شده اند. اگر با نوسان سامانه A، در هر دو سامانه B و C پدیده

تشدید رخ دهد، نسبت  $\frac{k_B}{k_C}$  کدام است؟ ( $m_A = 2\text{ kg}$ ،  $m_B = 4\text{ kg}$ ،  $m_C = 1\text{ kg}$  و k نماد ثابت فنر است).



1/4 (۱)

۴ (۲)

1/2 (۳)

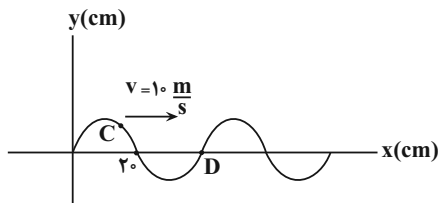
۲ (۴)

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۳ (اختیاری): نوسان و موج - برهم کنش های موج: صفحه های ۶۹ تا ۱۱۴

۸۱- شکل زیر، تصویر یک موج عرضی را که در جهت محور  $x$  منتشر می شود، در لحظه  $t$  نشان می دهد. اگر تندی متوسط حرکت ذره

$C$  در مدت  $0.12\text{ s}$  برابر  $2\frac{\text{m}}{\text{s}}$  باشد، تندی ذره  $D$  در لحظه  $t$  چند  $\frac{\text{cm}}{\text{s}}$  و جهت حرکت آن کدام سمت است؟

(۱)  $100\pi$ ، بالا(۲)  $100\pi$ ، پایین(۳)  $200\pi$ ، بالا(۴)  $200\pi$ ، پایین

۸۲- چه تعداد از عبارات زیر درست است؟

(الف) در شرایط یکسان، هر چه طناب نازک تر باشد، تندی موج عرضی ایجاد شده در آن، کمتر می شود.

(ب) در انتشار صوت، مولکول های هوا حول نقطه تعادل خود و عمود بر راستای انتشار موج، نوسان می کنند.

(پ) امواج لرزه ای  $P$  و  $S$  به ترتیب طولی و عرضی می باشند.

(ت) انتقال انرژی در موج گاما، به صورت انرژی جنبشی و پتانسیل ذرات محیط صورت می گیرد.

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

۸۳- در یک سیم همگن که با نیروی  $F$  کشیده شده است، موج عرضی ایجاد کرده ایم و تندی انتشار موج در آن  $160\frac{\text{m}}{\text{s}}$  است.  $\frac{3}{4}$

قسمت طول سیم را بریده و کنار می گذاریم و  $\frac{1}{4}$  باقیمانده را از دستگاهی عبور می دهیم تا بدون تغییر جرم طول آن به طول

اولیه سیم برسد. اگر در این حالت، سیم را با نیروی  $4F$  بکشیم، تندی انتشار موج عرضی در آن چه تغییری می کند؟

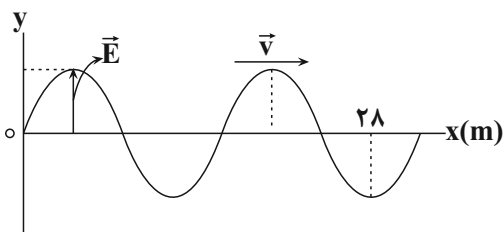
(۱)  $320\frac{\text{m}}{\text{s}}$  کاهش می یابد. (۲)  $480\frac{\text{m}}{\text{s}}$  افزایش می یابد.

(۳)  $240\frac{\text{m}}{\text{s}}$  افزایش می یابد. (۴)  $160\frac{\text{m}}{\text{s}}$  کاهش می یابد.

۸۴- شکل زیر نمودار انتشار میدان الکتریکی یک موج الکترومغناطیسی که در خلأ و در جهت محور  $x$  منتشر می شود را در لحظه

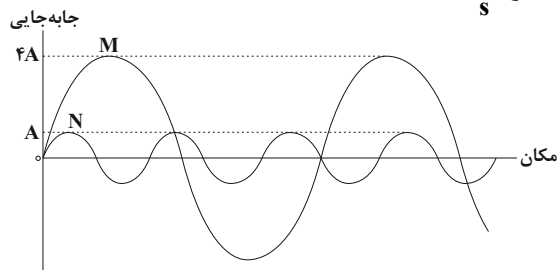
$t = 0$  نشان می دهد. جهت میدان مغناطیسی در لحظه  $t = \frac{3T}{8}$  و در مبدأ مختصات و همچنین بسامد این موج به ترتیب از

راست به چپ کدام است؟ (  $\epsilon_0$  و  $\mu_0$  به ترتیب ضریب گذردهی الکتریکی خلأ و تراوایی مغناطیسی خلأ و  $T$  دوره تناوب موج است.)

(۱) درونسو،  $16\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$ (۲) درونسو،  $\frac{1}{16\sqrt{\epsilon_0\mu_0}}$ (۳) برونسو،  $\frac{1}{16\sqrt{\epsilon_0\mu_0}}$ (۴) برونسو،  $16\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$ 

محل انجام محاسبات

۸۵- نمودار جابه‌جایی بر حسب مکان دو موج صوتی M و N مطابق شکل زیر است. موج صوتی M در آب و موج صوتی N در هوا منتشر می‌شوند. شدت صوت دریافتی در فاصله ۱۶ متری از چشمه صوت موج M چند برابر شدت صوت دریافتی در فاصله ۴ متری از چشمه صوت موج N است؟ (تندی صوت در آب و هوا به ترتیب  $۱۲۰۰ \frac{m}{s}$  و  $۳۰۰ \frac{m}{s}$  است).



- (۱)  $\frac{۶۴}{۲۵}$   
 (۲)  $\frac{۲۵}{۱۰۲۴}$   
 (۳)  $\frac{۱۰۲۴}{۲۵}$   
 (۴)  $\frac{۲۵}{۶۴}$

۸۶- دو متحرک A و B در حال حرکت به سمت چشمه صوتی ساکن O هستند. اگر تندی متحرک B، بیشتر از تندی متحرک A باشد، در این صورت اگر طول موج‌های چشمه و دریافتی را به ترتیب  $\lambda_O$  و  $\lambda_A$  و  $\lambda_B$  و بسامدهای چشمه و دریافتی را به ترتیب  $f_O$  و  $f_A$  و  $f_B$  بنامیم، کدام مقایسه به درستی صورت گرفته است؟

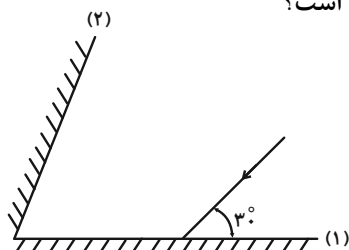
$$f_B > f_A > f_O, \lambda_O = \lambda_A = \lambda_B \quad (۲)$$

$$f_O = f_A = f_B, \lambda_O = \lambda_A = \lambda_B \quad (۱)$$

$$f_B < f_A < f_O, \lambda_O < \lambda_A < \lambda_B \quad (۴)$$

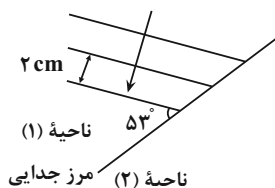
$$f_B > f_A > f_O, \lambda_O > \lambda_A > \lambda_B \quad (۳)$$

۸۷- در شکل زیر، پرتو بازتابش از آینه (۲) موازی آینه (۱) است. زاویه بین دو آینه چند درجه است؟



- (۱) ۷۰  
 (۲) ۷۵  
 (۳) ۸۰  
 (۴) ۹۰

۸۸- شکل زیر، جبهه‌های متوالی موج تخت داخل تشت موجی را نشان می‌دهد که از ناحیه (۱) وارد ناحیه (۲) می‌شود. اگر تندی انتشار موج در ناحیه (۱)، ۶۰ درصد بیشتر از تندی انتشار موج در ناحیه (۲) باشد، زاویه شکست و طول موج در ناحیه (۲) به ترتیب چقدر هستند؟ ( $\sin ۳۷^\circ = ۰/۶$ )



- (۱)  $۱/۲ \text{ cm}, ۳۰^\circ$   
 (۲)  $۱/۲۵ \text{ cm}, ۳۰^\circ$   
 (۳)  $۱/۲ \text{ cm}, ۳۷^\circ$   
 (۴)  $۱/۲۵ \text{ cm}, ۳۷^\circ$

۸۹- وقتی آزمایش یانگ در محیطی با ضریب شکست ۳ انجام می‌شود، پهنای هر کدام از نوارهای تداخلی برابر  $۱/۲ \text{ mm}$  است. اگر این آزمایش در محیط شفاف که تندی نور در آن  $۱/۵ \times ۱۰^۸ \frac{m}{s}$  است، انجام گردد، پهنای هر کدام از نوارها چند میلی‌متر خواهد شد؟ ( $c = ۳ \times ۱۰^۸ \frac{m}{s}$ )

$$۱/۸ \quad (۴)$$

$$۰/۴ \quad (۳)$$

$$۳/۶ \quad (۲)$$

$$۰/۸ \quad (۱)$$

۹۰- اختلاف بسامدهای هماهنگ پنجم و سوم یک تار دو انتها بسته برابر  $۶۰۰ \text{ Hz}$  است. اگر طول تار  $۰/۵ \text{ m}$  و اندازه نیروی کشش آن  $۱۸۰۰ \text{ N}$  باشد، جرم تار چند گرم است؟

$$۱۰ \quad (۴)$$

$$۲۵ \quad (۳)$$

$$۱۲ \quad (۲)$$

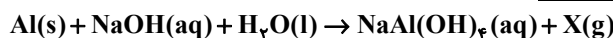
$$۵ \quad (۱)$$

وقت پیشنهادی: ۲۰ دقیقه

شیمی ۳: فصل‌های ۱ و ۲: صفحه‌های ۱ تا ۶۶

۹۱- کدام موارد از مطالب زیر درست است؟

- (الف) شیر منیزی برخلاف ژله از ذرات ریز ماده تشکیل شده است و هر دو مخلوطی ناپایدار و ناهمگن تشکیل داده‌اند.  
 (ب) نسبت شمار اتم‌ها به جفت الکترون‌های ناپیوندی در اوره، نصف شمار پیوندهای کووالانسی اتیلن گلیکول است.  
 (پ) حداکثر شمار اتم‌های یک پاک‌کننده صابونی با زنجیر آلکیل ۱۶ کربنه، برابر ۵۷ می‌باشد.  
 (ث) افزودن مواد شیمیایی کلردار به پاک‌کننده‌ها خاصیت ضدعفونی‌کنندگی می‌دهد و نمک سولفات، خاصیت پاک‌کنندگی را افزایش می‌دهد.  
 (ث) از واکنش مخلوط پودری سدیم هیدروکسید و آلومینیم با آب، فراوان‌ترین عنصر موجود در جهان تولید می‌شود.  
 (۱) پ، ت، ث (۲) پ، ث (۳) الف، ث (۴) پ، پ، ث
- ۹۲- کدام یک از عبارات‌های زیر در مورد پاک‌کننده خورنده‌ای که طبق واکنش موازنه نشده زیر موجب باز شدن مجاری مسدود شده در دستگاه‌های صنعتی می‌شود، نادرست است؟ (X یک نماد فرضی است).



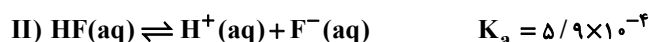
- (آ) پاک‌کنندگی آن هم براساس برهم‌کنش بین ذره‌ای و هم براساس واکنش با آلاینده‌ها است.  
 (ب) واکنشی گرماگیر بوده و این مسئله زدودن آلاینده‌ها را تسهیل می‌کند.  
 (پ) گاز تک اتمی X به دلیل ایجاد حباب‌های ریز و پرفشار، جدا شدن چربی‌ها و آلاینده‌ها را راحت‌تر می‌کند.  
 (ت) مجموع ضرایب مولی عناصر موجود در واکنش پس از موازنه برابر با ۵ می‌باشد.  
 (۱) آ، پ (۲) آ، ت (۳) پ، پ (۴) ب، ت
- ۹۳- ۸۰۰ میلی‌لیتر محلول ۰/۰۵ مولار از اسید HX در دمای ۲۵°C در اختیار داریم. با افزایش دمای این محلول به میزان ۵°C pH محلول به تقریب چند برابر می‌شود؟ ( $K_a$  این اسید را در دمای ۲۵°C برابر با  $2 \times 10^{-5}$  در نظر بگیرید و به ازای هر درجه سلسیوس افزایش دما،  $K_a$  این اسید به مقدار  $5 \times 10^{-6}$  واحد به صورت خطی افزایش می‌یابد، از تغییرات حجم محلول با افزایش دما صرف‌نظر کنید.) ( $\log 5 \approx 0/7$  ,  $\log 3 \approx 0/5$ )

(۱) ۱/۰۷ (۲) ۱/۰۳ (۳) ۰/۹۷ (۴) ۰/۹۳

۹۴- درستی یا نادرستی عبارات‌های زیر در کدام گزینه آمده است؟

- (آ) کربن مونوکسید برخلاف سدیم اکسید، اکسیدی اسیدی محسوب می‌شود.  
 (ب) بر اثر حل شدن یک مول آمونیاک، دو مول یون در آب تولید می‌شود.  
 (پ) یونش سدیم هیدروکسید برخلاف یونش نیتریک اسید به صورت کامل است.  
 (ت) در باران اسیدی نیتریک اسید و سولفوریک اسید وجود دارند که اسیدهایی قوی هستند.  
 (۱) درست، نادرست، درست، درست (۲) نادرست، درست، نادرست، نادرست  
 (۳) نادرست، نادرست، درست، درست (۴) نادرست، نادرست، نادرست، درست

۹۵- با توجه به دو واکنش زیر، چه تعداد از عبارات‌های زیر درست است؟



- (الف) در غلظت اولیه برابر، مقایسه درجه یونش این دو اسید به صورت  $\text{HSO}_4^- > \text{HF}$  است.  
 (ب) اگر از HF و  $\text{NaHSO}_4$  محلول‌های یک مولار تهیه کنیم رسانایی الکتریکی محلول  $\text{NaHSO}_4$  بیشتر از HF خواهد بود.  
 (پ) در محلول (II)، سرعت واکنش برگشت بیشتر از سرعت واکنش رفت است.  
 (ت) اگر محلول (I) را رقیق کنیم، غلظت همه گونه‌های شیمیایی موجود در آن کاهش می‌یابد.

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۱ (۴) ۴

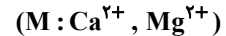
محل انجام محاسبات

۹۶- ۱/۲ لیتر محلول غلیظ سدیم هیدروکسید با  $\text{pH} = ۱۳/۵$  می‌تواند با ۱۴۲ گرم اسید چرب ۸۰٪ خالص با فرمول  $\text{RCOOH}$  که راه لوله آب را مسدود کرده است واکنش دهد، فرمول مولکولی این اسید چرب کدام است؟ (زنجیر هیدروکربنی (R) اسید چرب سیرشده می‌باشد و  $\log 3 \approx 0/5$ ) ( $\text{H} = ۱, \text{C} = ۱۲, \text{O} = ۱۶ : \text{g.mol}^{-1}$ )



۹۷- چند مورد از جمله‌های زیر درباره نوعی پاک‌کننده با فرمول  $\text{C}_{۱۲}\text{H}_{۲۵}\text{C}_6\text{H}_4\text{SO}_3\text{Na}$  نادرست است؟

- مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن در حلقه آروماتیک برابر عدد اکسایش هر اتم کربن در دومین عضو خانواده آلکان‌هاست.
- در واکنش با هر یک از یون‌های  $\text{Mg}^{2+}$  و  $\text{Ca}^{2+}$  نمک‌های محلول  $\text{M}(\text{C}_{۱۲}\text{H}_{۲۳}\text{C}_6\text{H}_4\text{SO}_3)_2$  را تشکیل می‌دهد.



- اگر زنجیر کربنی آن بدون شاخه باشد نسبت شمار گروه‌های  $\text{CH}_2$  به  $\text{CH}$  در این شوینده برابر ۲/۷۵ است.
- هرگاه به مخلوط آب و روغن این شوینده را بیافزاییم، مخلوط حاصل پایدار بوده و همانند شیر نور را پخش می‌کند.



۹۸- چه تعداد از مقایسه‌های زیر به درستی انجام شده است؟

- اختلاف  $\text{pH}$  دو محیط: محیط معده و خون انسان < محتویات محیط روده و دهان انسان
- شمار آنیون‌ها: در یک لیتر محلول نیتریک اسید با  $\text{pH} = ۲$  < شمار آنیون‌ها در یک لیتر محلول نیترواسید با  $\text{pH} = ۲$

• نسبت  $\frac{[\text{OH}^-]}{[\text{H}_3\text{O}^+]}$  در دما و غلظت یکسان: محلول اسید  $\text{HX}$  با ثابت یونش  $1/8 \times 10^{-5}$  محلول  $\text{HY}$  با ثابت یونش  $7/2 \times 10^{-3}$

- نمک تولید شده در واکنش با مقدار کافی سود سوزآور: ۱L محلول  $\text{CH}_3\text{COOH}$  با  $\text{pH} = ۲$  < ۱L محلول  $\text{HCOOH}$  با  $\text{pH} = ۲$
- اختلاف غلظت یون‌های هیدرونیوم و هیدروکسید در محلول باز  $\text{KOH}$ : پیش از افزودن آب به محلول > پس از افزودن آب به محلول



۹۹- با توجه به جدول داده شده، در دمای اتاق، چند مورد از نتیجه‌گیری‌ها نادرست هستند؟

| $K_a$                 | اسید |
|-----------------------|------|
| $5/9 \times 10^{-4}$  | HF   |
| بسیار بزرگ            | HI   |
| بسیار بزرگ            | HBr  |
| $4/9 \times 10^{-10}$ | HCN  |

(آ) در محلول ۰/۵ مولار هیدروبرمیک اسید، غلظت یون هیدرونیوم ۰/۵ مولار است.

(ب) در محلول ۰/۳ مولار هیدروسیانیک اسید،  $[\text{CN}^-] = 0/3 \text{ mol.L}^{-1}$  است.

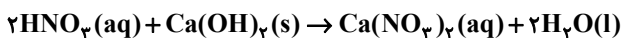
(پ) در محلول ۰/۰۵ مولار هیدرویدیک اسید در لحظه تعادل  $[\text{HI}] = [\text{H}^+] = [\text{I}^-]$  است.

(ت) در محلول M مولار هیدروفلوئوریک اسید همواره  $[\text{HF}] > [\text{H}^+] = [\text{F}^-]$  است.



۱۰۰- در یک آزمایش حجم ۴۰ میلی‌لیتر از محلول نیتریک اسید را با افزودن آب مقطر به ۵ برابر مقدار اولیه آن می‌رسانیم. اگر ۱۰۰ میلی‌لیتر از این محلول طبق واکنش زیر به‌طور کامل با ۲۲/۲ میلی‌گرم کلسیم هیدروکسید به‌طور کامل خنثی شود،  $\text{pH}$

محلول اسیدی اولیه چقدر بوده است؟ (دما  $25^\circ\text{C}$  است.) ( $\log 3 \approx 0/5$ ) ( $\text{H} = ۱, \text{N} = ۱۴, \text{O} = ۱۶, \text{Ca} = ۴۰ : \text{g.mol}^{-1}$ )

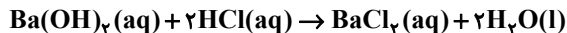


۱۰۱- اگر در اثر حل شدن x گرم HF در یک لیتر آب، غلظت ppm یون فلوئورید در آن برابر ۱۹۰ شود، x به تقریب کدام است؟ (درجه یونش HF برابر ۰/۰۲۴ است. چگالی محلولی را برابر  $1 \text{ g.mL}^{-1}$  در نظر گرفته و جرم محلول را با جرم حلال یکسان در نظر

بگیرید.) ( $\text{H} = ۱, \text{F} = ۱۹ : \text{g.mol}^{-1}$ )



۱۰۲- به مخزنی به حجم هزار لیتر که حاوی ۲۰۰L محلول هیدروکلریک اسید با  $\text{pH} = ۰/۷$  می باشد، در هر ثانیه ۲۵۰mL محلول باریم هیدروکسید با غلظت  $۱۷/۱ \text{ g.L}^{-۱}$  جهت خنثی کردن اسید وارد می شود. پس از چند دقیقه  $\text{pH}$  محلول داخل مخزن به ۱/۳ می رسد و در این حالت حجم محلول داخل مخزن به تقریب چند لیتر است؟ (دما  $۲۵^\circ\text{C}$  است).  
 $(\text{H} = ۱, \text{O} = ۱۶, \text{Ba} = ۱۳۷ : \text{g.mol}^{-۱})$



$$۴۸۰ - ۸ \quad (۴)$$

$$۴۸۰ - ۴ \quad (۳)$$

$$۳۲۰ - ۸ \quad (۲)$$

$$۳۲۰ - ۴ \quad (۱)$$

۱۰۳- کدام گزینه نادرست است؟  $(\text{Cu} = ۶۴ \text{ g.mol}^{-۱})$

(۱) در واکنش  $\text{Zn}$  با محلول مس (II) سولفات به ازای مبادله  $۰/۴$  مول الکترون، مقدار  $۱۲/۸ \text{ g}$   $\text{Cu}$  تولید می شود.

(۲) با قرار دادن تیغه ای از فلز  $\text{Au}$  در محلول مس (II) سولفات دمای مخلوط واکنش تغییر نمی کند.

(۳) در برخی واکنش های اکسایش- کاهش افزون بر داد و ستد الکترون، انرژی نیز آزاد می شود.

(۴) در واکنش  $۲\text{Al}^{3+} + ۳\text{Cu} \rightarrow ۳\text{Cu}^{2+} + ۲\text{Al}$  با گذشت زمان شدت رنگ آبی محلول افزایش می یابد.

۱۰۴- در واکنش موازنه نشده:  $\text{Fe(s)} + \text{H}_2\text{O(l)} + \text{O}_2(\text{g}) \rightarrow \text{Fe(OH)}_2(\text{s})$ ، به ازای تشکیل  $۴/۲۸$  کیلوگرم فراورده، ..... مول الکترون باید مبادله شود و برای جلوگیری یا به تاخیر انداختن وقوع این واکنش انجام ..... مورد از موارد زیر می تواند مفید باشد.  $(\text{H} = ۱, \text{O} = ۱۶, \text{Fe} = ۵۶ : \text{g.mol}^{-۱})$

• قیراندود کردن فلز واکنش دهنده

• استفاده از  $\text{CaCl}_2$  به عنوان جاذب رطوبت محیط

• پوشاندن سطح فلز واکنش دهنده با کروم

• افزودن مقداری اسید به محیط واکنش

• قرار دادن یک قطعه فلز قلع در کنار فلز واکنش دهنده

• پوشاندن سطح فلز واکنش دهنده با گریس

$$۴ - ۱۲۰ \quad (۴)$$

$$۵ - ۲۴۰ \quad (۳)$$

$$۵ - ۱۲۰ \quad (۲)$$

$$۴ - ۲۴۰ \quad (۱)$$

۱۰۵- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

(آ) رایج ترین سلول سوختی، سلول هیدروژن- اکسیژن است و در آن گاز هیدروژن با گاز اکسیژن به صورت کنترل شده واکنش می دهد.

(ب) سلول سوختی هیدروژن- اکسیژن، نوعی سلول گالوانی است و منبع تولید سوخت سبز به شمار می رود و رد پای کربن دی اکسید را کاهش می دهد.

(پ) نیم واکنش کاتدی سلول سوختی هیدروژن- اکسیژن به صورت  $\text{O}_2(\text{g}) + ۴\text{H}^+(\text{aq}) + ۴\text{e}^- \rightarrow ۲\text{H}_2\text{O(l)}$  می باشد.

(ت) یکی از چالش هایی که در کاربرد سلول های سوختی خودنمایی می کند تامین سوخت آن هاست.

(ث) اغلب فلزها و نافلزهای واسطه عدد اکسایش گوناگونی در ترکیب های خود دارند برای نمونه عدد اکسایش  $\text{Fe}$  در  $\text{Fe}_2\text{O}_3$  برابر ۳+ می باشد.

$$۲ \quad (۴)$$

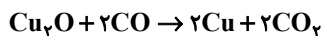
$$۳ \quad (۳)$$

$$۴ \quad (۲)$$

$$۵ \quad (۱)$$

۱۰۶- اگر در سلول گالوانی  $(\text{Al} - \text{Cu})$ ،  $۱/۸۰۶ \times ۱۰^{۲۲}$  الکترون از طریق مدار بیرونی جابه جا شود، میزان افزایش جرم تیغه مسی چند گرم است و برای به دست آوردن این مقدار مس، چند گرم  $\text{CO}$  باید در واکنش زیر مصرف شود؟

$$(\text{O} = ۱۶, \text{C} = ۱۲, \text{Fe} = ۵۶, \text{Cu} = ۶۴ : \text{g.mol}^{-۱})$$



$$E^\circ(\text{Al}^{3+} / \text{Al}) = -۱/۶۶\text{V}, \quad E^\circ(\text{Cu}^{2+} / \text{Cu}) = +۰/۳۴\text{V}$$

$$۰/۲۱, ۰/۹۶ \quad (۴)$$

$$۰/۴۲, ۱/۹۲ \quad (۳)$$

$$۰/۲۱, ۱/۹۲ \quad (۲)$$

$$۰/۴۲, ۰/۹۶ \quad (۱)$$

۱۰۷- اگر الکترون‌های لازم برای آبکاری یک جسم با نقره که جرم اولیه آن ۲۱۷ g است را از سلول سوختی «هیدروژن-اکسیژن» تأمین کنیم، چنانچه الکترون‌های لازم برای کاهش ۱۳/۴۴ لیتر اکسیژن در شرایط STP در آبکاری مصرف شود، جرم نهایی جسم به چند گرم خواهد رسید؟ ( $Ag = 108 : g.mol^{-1}$ )

۳۴۶/۸ (۴)

۳۸۶/۴ (۳)

۳۴۶/۶ (۲)

۴۷۶/۲ (۱)

۱۰۸- چند مورد از عبارات‌های زیر درباره فرایند هال درست است؟

- این فرایند همان آبکاری یک قاشق فولادی با نقره در سلول الکترولیتی انجام می‌شود.
- تغییر عدد اکسایش هر ذره اکسنده در معادله کلی واکنش برابر تغییر عدد اکسایش هر اتم کاهنده در معادله کلی خوردگی آهن است.
- جنس آند و کاتد یکسان است و فراورده گازی سه اتمی اطراف قطب مثبت تولید می‌شود.
- همانند سلول الکترولیتی برقکافت منیزیم کلرید مذاب، چگالی فلز مذاب تولید شده در سلول هال، از چگالی الکترولیت بیشتر است.

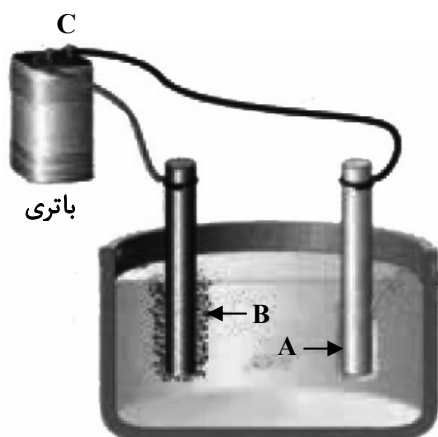
۲ (۴)

۳ (۳)

۴ (۲)

صفر (۱)

۱۰۹- با توجه به شکل زیر که مربوط به فرایند برقکافت سدیم کلرید مذاب است، A، B و C به ترتیب از راست به چپ کدام‌اند؟

(۱)  $Na^+$ ،  $Cl^-$ ، قطب مثبت(۲)  $Cl^-$ ،  $Na^+$ ، قطب منفی(۳)  $e^-$ ،  $Na^+$ ، قطب مثبت(۴)  $e^-$ ،  $Cl^-$ ، قطب منفی

۱۱۰- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- الف) به ازای مبادله شمار یکسانی الکترون در دو واکنش خوردگی آهن و فرایند هال، شمار مول فراورده اکسیژن‌دار در دو واکنش یکسان است.
- ب) از واکنش فراورده گازی واکنش برقکافت منیزیم کلرید مذاب با سدیم فلوئورید، گاز فلوئور تولید می‌شود.
- پ) با افزایش شمار الکترون‌ها با  $I = 0$  در فلزهای قلیایی، قدرت کاهندگی و شعاع اتمی آن‌ها افزایش می‌یابد.
- ت) اگر فراورده‌های سلول سوختی متان-اکسیژن را به شرایط STP ببریم، فراورده با جرم مولی بیشتر به حالت فیزیکی مایع نمی‌رسد.

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

**شیمی ۳ (اختیاری):** شیمی جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری + شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر (تا انتهای انرژی فعال‌سازی در واکنش‌های شیمیایی):  
صفحه‌های ۶۷ تا ۱۰۲

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

۱۱۱- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- (آ) شمار نزدیک‌ترین یون‌های موجود پیرامون هر یون در شبکه بلور، عدد کوئوردیناسیون نام دارد.  
(ب) آنتالپی فروپاشی شبکه بلور NaF از آنتالپی فروپاشی شبکه بلور KBr بیشتر و از آنتالپی فروپاشی شبکه بلور NaCl کمتر است.  
(پ) آلیاژ هوشمند که در ساخت فراورده‌های صنعتی و پزشکی کاربرد دارد از عناصر Mn و Ti ساخته می‌شود.  
(ت) به‌طور کلی فلزهای دسته d با فلزهای دسته s و p از نظر سختی، نقطه ذوب و تنوع اعداد اکسایش متفاوتند.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۱۲- همه عبارت‌های زیر درباره دریای الکترونی نادرست‌اند، به‌جز:

- (۱) دریای الکترونی عاملی است که انسجام شبکه بلور فلز را حفظ می‌کند و رسانایی الکتریکی و گرمایی و اعداد اکسایش متنوع فلزها را می‌توان با این مفهوم توضیح داد.  
(۲) همه الکترون‌های اتم‌های هر فلز در به‌وجود آمدن دریای الکترونی شرکت دارند.  
(۳) دلیل پایدار ماندن شبکه بلوری فلزها، تعداد برابر کاتیون‌ها و الکترون‌های دریای الکترونی در ساختار آنهاست.  
(۴) جاذبه قوی میان هسته اتم‌های فلز و دریای الکترونی سبب می‌شود که فلزات در عین چکش‌خوار بودن از استحکام بالایی برخوردار باشند.  
۱۱۳- ۷/۸ گرم فلز روی با ۲۰۰ mL محلول وانادیم (V) کلرید ۰/۴ مولار مخلوط می‌گردد. اگر واکنش‌دهنده‌ها به‌طور کامل مصرف

شوند محلول در پایان واکنش به رنگ ..... است و به‌تقریب ..... الکترون میان

| رنگ محلول | نمک وانادیم   |
|-----------|---------------|
| زرد       | وانادیم (V)   |
| آبی       | وانادیم (IV)  |
| سبز       | وانادیم (III) |
| بنفش      | وانادیم (II)  |

گونه‌های کاهنده و اکسنده مبادله می‌گردد. ( $Zn = 65 \text{ g.mol}^{-1}$ )

(۱) سبز،  $1/4 \times 10^{23}$

(۲) سبز،  $7/2 \times 10^{22}$

(۳) بنفش،  $1/4 \times 10^{23}$

(۴) بنفش،  $7/2 \times 10^{22}$

۱۱۴- چند مورد از عبارت‌های زیر درست است؟ ( $O = 16 \text{ g.mol}^{-1}$ )

(آ) جرم اکسیژن لازم برای سوختن کامل ۰/۲ مول از هیدروکربن  $C_xH_y$  برابر  $3/2x + 0/8y$  گرم است.

(ب) گاز NO از واکنش میان  $N_2$  و  $O_2$  در دمای اتاق حاصل می‌شود.

(پ) گاز NO به عنوان یک رادیکال می‌تواند با اکسیژن هوا ترکیب شده و گاز  $NO_2$  را تولید کند که اتم مرکزی آن فاقد آرایش هشت‌تایی است.

(ت) با توجه به این‌که شمار و نوع اتم‌های سازنده هر گروه عاملی متفاوت از دیگری است، هر یک از آن‌ها تنها گستره معین و منحصر به فردی از پرتوهای فروسرخ را جذب می‌کنند.

(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۱۱۵- اگر به نمونه‌ای از خاک رس حاوی ۲۰ درصد جرمی آب حرارت داده شود، بخشی از آب موجود در آن تبخیر شده و درصد جرمی سیلیس و آب در آن به ترتیب برابر با ۵۰ و ۸ درصد می‌گردد. درصد جرمی سیلیس در نمونه اولیه این خاک رس به تقریب کدام است؟

۲۳/۴ (۴)

۳۲/۴ (۳)

۴۳/۵ (۲)

۳۸/۵ (۱)

۱۱۶- کدام گزینه درست است؟

(۱) در یک دوره از جدول تناوبی، هرچه بار منفی یون پایدار یک عنصر بیشتر باشد، شعاع آن یون کوچکتر است.

(۲) در مقایسه شعاع دو یون، لزوماً یونی که تعداد لایه‌های الکترونی بیشتری دارد، شعاع بزرگتری ندارد.

(۳) در دوره دوم جدول تناوبی، مقایسه چگالی بار آنیون‌ها به صورت « $F^- > O^{2-} > N^{3-}$ » درست است.

(۴) در یک ترکیب یونی دوتایی، هرچه شعاع آنیون و کاتیون بزرگتر باشد، پیوند یونی قوی‌تر است.

۱۱۷- با توجه به فناوری‌های شیمیایی و دستاورد آنها در زندگی، عبارات درست a, b, c, d به ترتیب در کدام گزینه آمده است؟

| عنوان فناوری شیمیایی       | دستاورد                   |
|----------------------------|---------------------------|
| فناوری تصفیه آب            | a                         |
| b                          | توسعه و تحول پوشاک و دارو |
| فناوری شیمیایی و تولید کود | c                         |
| مبدل کاتالستی              | d                         |

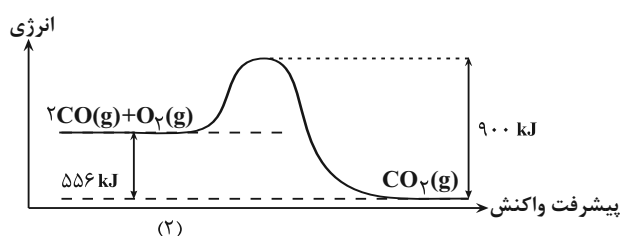
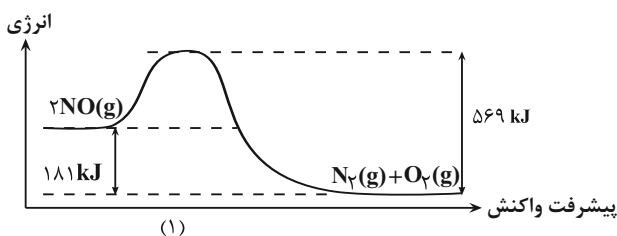
(۱) مانع گسترش بیماری - فناوری شناسایی مواد معدنی - گسترش کشاورزی - توسعه قطعات کشاورزی

(۲) دسترسی آسان به آب - فناوری تولید نخ و مواد - تأمین غذا - توسعه ماشین‌آلات

(۳) مانع گسترش بیماری - فناوری تولید پلاستیک - تأمین غذا - کاهش آلودگی

(۴) سهولت در دستیابی به آب شرب - فناوری تولید پلاستیک - گسترش کشاورزی - کاهش آلودگی

۱۱۸- با توجه به نمودارهای داده شده، کدام گزینه نادرست است؟ ( $O = 16 : g \cdot mol^{-1}$ )



(۱) در شرایط یکسان، واکنش (۲) نسبت به واکنش (۱)، سریع‌تر انجام می‌شود.

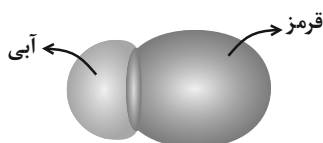
(۲) در ازای تشکیل ۴۰ گرم گاز اکسیژن در واکنش (۱)، ۲۲۶/۲۵ کیلوژول انرژی آزاد می‌شود.

(۳) هر دو واکنش گرماده بوده و  $\Delta H$  واکنش (۲) برابر  $-556 kJ$  است.

(۴) در ازای مصرف ۸ گرم گاز اکسیژن در واکنش (۲)،  $139 kJ$  انرژی مصرف می‌شود.

۱۱۹- چه تعداد از عبارتهای زیر نادرست است؟

- (آ) فضای میان دو هسته اتمهای سازنده مولکول دو اتمی جور هسته دارای کمترین تراکم بارالکتریکی است.
- (ب) شکل هندسی و تعداد پیوندها در یونهای کربنات و مولکول گوگرد تریاکسید، مشابه یکدیگر است.
- (پ) دی‌متیل اتر ( $C_2H_6O$ ) همانند کلروفرم ( $CH_3Cl$ )، یک ماده قطبی به شمار می‌رود.
- (ت) نقشه پتانسیل الکتروستاتیکی روبه رو را می‌توان به مولکول دو اتمی حاصل از دو هالوژن مختلف نسبت داد.



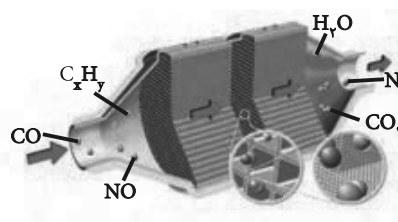
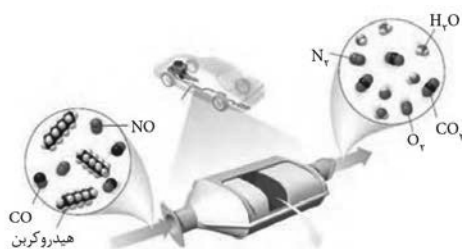
(۱)

(۲)

(۳)

(۴)

۱۲۰- با توجه به شکل های زیر کدام گزینه درست است؟



(۱) در این مبدل‌های کاتالیستی، بازده واکنش‌های تبدیل آلاینده‌ها با اندازه ذره‌های کاتالیزگر رابطه مستقیم دارد.

(۲) به دلیل این‌که واکنش‌های تبدیل آلاینده‌ها در اگزوز خودرو در دماهای پایین، متعادل و بالا انجام شود از ۳ نوع کاتالیزگر استفاده می‌شود.

(۳) کاتالیزگرها مسیر و چگونگی انجام واکنش را تغییر می‌دهند و اغلب انتخابی و اختصاصی عمل می‌کنند.

(۴) در مبدل‌های کاتالیستی خودروهای بنزینی از کاتالیزگرهای رودیم ( $Rh$ )، پلاتین ( $Pt$ ) و پالادیم ( $Pa$ ) استفاده می‌شود.



# دفترچه سؤال ؟

## فرهنگیان

(رشته ریاضی و فیزیک)

۱۶ فروردین ماه ۱۴۰۳

تعداد سؤالات و زمان پاسخ‌گویی آزمون

| نام درس         | تعداد سؤال | شماره سؤال | وقت پیشنهادی |
|-----------------|------------|------------|--------------|
| مهارت‌های معلمی | ۱۰         | ۱۲۱ - ۱۳۰  | ۱۵           |
| دین و زندگی (۲) | ۱۰         | ۱۳۱ - ۱۴۰  | ۱۵           |
| دین و زندگی (۱) | ۱۰         | ۱۴۱ - ۱۵۰  |              |
| استعداد تملیلی  | ۳۰         | ۱۵۱ - ۱۸۰  | ۳۰           |
| جمع دروس        | ۶۰         | —          | ۶۰           |

طراحان به ترتیب حروف الفبا

| مهارت‌های معلمی | مرتضی محسنی کبیر                                                                                                                    |
|-----------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| دین و زندگی (۲) | یاسین ساعدی - فردین سماقی - عباس سیدشبه‌ستری - مرتضی محسنی کبیر                                                                     |
| دین و زندگی (۱) | محمد رضایی بقا - فردین سماقی - عباس سیدشبه‌ستری - مرتضی محسنی کبیر                                                                  |
| استعداد تملیلی  | علی اشرف پور - حمید اصفهانی - نیلوفر امینی - مریم جهانبانی - فاطمه راسخ - مهسا سارخانی - فرزاد شیرمحمدلی - حمید گنجی - عرفان مرزبان |

گزینشگران و ویراستاران به ترتیب حروف الفبا

| نام درس         | مسئول درس    | گزینشگر      | گروه ویراستاری             | مسئول درس‌های مستندسازی |
|-----------------|--------------|--------------|----------------------------|-------------------------|
| مهارت‌های معلمی | یاسین ساعدی  | یاسین ساعدی  | محسن رحمانی<br>سکینه گلشنی | سجاد حقیقی‌پور          |
| دین و زندگی (۲) | یاسین ساعدی  | یاسین ساعدی  |                            |                         |
| دین و زندگی (۱) | یاسین ساعدی  | یاسین ساعدی  |                            |                         |
| استعداد تملیلی  | حمید اصفهانی | حمید اصفهانی | فاطمه راسخ                 | علیرضا همایون‌خواه      |

|                              |                                                   |
|------------------------------|---------------------------------------------------|
| مدیران گروه                  | الهام محمدی - فاطمه راسخ                          |
| مسئول دفترچه                 | متین داوودی                                       |
| مستندسازی و مطابقت با مصوبات | مدیر: محیا صغری، مسئول دفترچه: علیرضا همایون‌خواه |
| حروف نگار و صفحه‌آرا         | لیلا عظیمی - معصومه روحانیون                      |

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

آدرس دفتر مرکزی: خیابان انقلاب - بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن چهار رقمی: ۰۲۱-۶۴۶۳



۱۵ دقیقه

مهارت معلمی

فصل اول: ارزش و امتیاز کار

معلمی

فصل دوم: صفات معلم

فصل سوم: وظایف معلم

صفحه ۱۵ تا ۱۱۶

۱۲۱- ذکر «بسم الله» در آغاز کار تدریس، بیانگر حقایقی بود؛ چند عبارت زیر در مورد این حقایق به درستی ذکر شده است؟

(الف) «بسم الله»، گام اول در مسیر عبودیت و بندگی است.

(ب) «بسم الله»، رمز خروج از تکبر و اظهار عجز به درگاه الهی است.

(ج) «بسم الله»، ذکر پیامبران است؛ یعنی خدایا تو من را فراموش نکرده‌ای.

(د) «بسم الله»، عامل قداست یافتن کارها و بیمه شدن آنهاست.

(۴) چهار

(۳) سه

(۲) دو

(۱) یک

۱۲۲- عبارت شریفه «لا تتخذوا بطانة من دونكم» مبین چه موضوعی است و شرط پذیرش این تبیین، چگونه توصیف شده است؟

(۱) تحذیر از دشمنان به عنوان یکی از هشدارهای قرآن - اهل صبر و تقوا بودن

(۲) تحذیر از دشمنان به عنوان یکی از هشدارهای قرآن - تعقل در آیات بیان شده

(۳) ارتداد و بازگشت از دین به عنوان یکی از آرزوهای دشمنان - تعقل در آیات بیان شده

(۴) ارتداد و بازگشت از دین به عنوان یکی از آرزوهای دشمنان - اهل صبر و تقوا بودن

۱۲۳- کدام عبارت قرآنی نقطه مقابل اصطلاح «نان به نرخ روز خوردن» بوده و این موضوع بیانگر کدام وظیفه معلم است که باید به آن اهتمام داشته

باشد؟

(۲) «فاصبر كما صبروا اولوا العظم من الرسل» - قالب سازی

(۱) «فاصبر كما صبروا اولوا العظم من الرسل» - قالب پذیری

(۴) «لا يخافون في الله لومة لائم» - قالب سازی

(۳) «لا يخافون في الله لومة لائم» - قالب پذیری

۱۲۴- کدام عبارت قرآنی از زبان پیامبری است که جمله «و ما توفیقی الا بالله» نیز از زبان او بیان شده است و آن عبارت بیانگر کدام یک از وظایف معلم

است؟

(۱) «ما اريدُ أن أخالفكم الى ما أنهاكم عنه ...» - عملی بودن درس‌ها

(۲) «ما اريدُ أن أخالفكم الى ما أنهاكم عنه ...» - آغاز کار با نام خدای متعال

(۳) «أتأمرون الناس بالبرّ و تنسون انفسكم» - عملی بودن درس‌ها

(۴) «أتأمرون الناس بالبرّ و تنسون انفسكم» - آغاز کار با نام خدای متعال

۱۲۵- در کلام معصومین (ع) به ترتیب، «مسبب جاری کردن چشمه‌های حکمت از قلب فرد بر زبانش توسط خداوند» و «فردی که سخت‌ترین حسرت را

در قیامت خواهد داشت»، در کدام گزینه منعکس شده است؟

(۱) هرکس که ایمان و توحید قوی داشته باشد. - کسی که از عدالت سخن بگوید ولی عادل نباشد.

(۲) هرکس که چهل روز کارهای خود را خالص قرار دهد. - کسی که از عدالت سخن بگوید ولی عادل نباشد.

(۳) هرکس که ایمان و توحید قوی داشته باشد. - کسی که نزد مردم به علم معروف باشد ولی به عمل معروف نباشد.

(۴) هرکس که چهل روز کارهای خود را خالص قرار دهد. - کسی که نزد مردم به علم معروف باشد ولی به عمل معروف نباشد.

۱۲۶- خداوند با کدام عبارت قرآنی پیامبر اکرم (ص) را غم‌خوار امت معرفی کرده است و کدام اسماء الهی، تنها به ایشان اطلاق شده است؟

(۱) «عزیز علیه ما عنتم» - غفور و رحیم

(۲) «باخع نفسک آلاً یکنونا مؤمنین» - غفور و رحیم

(۳) «عزیز علیه ما عنتم» - رؤف و رحیم

(۴) «باخع نفسک آلاً یکنونا مؤمنین» - رؤف و رحیم

۱۲۷- کدام یک از خصوصیات یک معلم، در رفتارهایی هم‌چون کمک‌کردن به همسر، توقع نداشتن از مردم و اقرار به برتری دیگران تجلی دارد؟

(۴) سعه صدر داشتن

(۳) بی‌تکلف‌بودن

(۲) مخلص بودن

(۱) با شهامت بودن

۱۲۸- رمز رسیدن به زندگی پاک و طیب در کدام عبارت شریفه ذکر شده است؟

(۱) «و ما کان المؤمنون لینفروا کافّةً فلولاً نفر من کلّ فرقة منهم طائفة لیقفقها فی الدّین...»

(۲) «مَنْ عَمِلَ صَالِحًا مِّنْ ذَکَرٍ أَوْ اُنْثٰی وَ هُوَ مُؤْمِنٌ...»

(۳) «و جَعَلَهَا کَلِمَةً بَاقِیةً فِی عَقِبِهِ لَعَلَّهِمْ یَرْجِعُونَ»

(۴) «فَبِعِثِ اللّٰه غَرَابًا یَّبْحَثُ فِی الْاَرْض لیریه کیف یواری سوءة اخیه...»

۱۲۹- یک انسان باید به کدام مرحله برسد تا خدایی شود و نتیجه این خدایی شدن چیست؟

(۱) خداوند به او تقوا الهام کند. - استفاده از همه ابزارها در راه رضای خدا

(۲) خداوند به او تقوا الهام کند. - استفاده از همه ابزارها در مسیر مقصود خویش

(۳) پروردگار او را هدایت کند. - استفاده از همه ابزارها در راه رضای خدا

(۴) پروردگار او را هدایت کند. - استفاده از همه ابزارها در مسیر مقصود خویش

۱۳۰- پیامبران الهی بیش از هر چیزی با چه تعبیری در قرآن کریم وصف شده‌اند؟

(۲) «و علّم آدم السماء»

(۱) «یسئلونک»

(۴) «یعلّمهم الكتاب و الحکمة و یزکّیهم»

(۳) «الرّحمن علّم القرآن»



۱۵ دقیقه

دین و زندگی ۲

عزت نفس

پیوند مقدس

درس ۱۱ و ۱۲

صفحه ۱۳۴ تا ۱۵۸

۱۳۱- عزت به چه معناست و عبارت قرآنی «بِمِثْلِهَا وَ تَرْهَقُهُمْ ذِلَّةٌ» در مورد چه کسانی است؟

- (۱) نفوذناپذیری و تسلیم نبودن - بدکاران  
(۲) متواضع و فروتن بودن - بدکاران  
(۳) نفوذناپذیری و تسلیم نبودن - نیکوکاران  
(۴) متواضع و فروتن بودن - نیکوکاران

۱۳۲- حدیث علوی «حُبُّ الشَّيْءِ يَعْصِي وَ يَصْمُ» در ارتباط با چه مفهومی است؟

- (۱) داشتن قدرت انتخاب، ارزشمند و در عین حال مسئولیت‌آور است.  
(۲) پیشوایان از ما خواسته‌اند که در مورد همسر آینده با پدر و مادر خود مشورت کنیم.  
(۳) پدران و مادران نباید نظر خود را بر فرزندان‌شان تحمیل کنند.  
(۴) قرآن کریم، مهم‌ترین معیار همسر شایسته را با ایمان بودن او معرفی می‌کند.

۱۳۳- آن‌جا که خداوند خطاب به انسان می‌فرماید که «... تو را برای خودم آفریدم»، به کدام یک از راه‌های تقویت عزت نفس اشاره دارد و کدام آیه

پاسخگوی این پرسش است که چرا باید برای دستیابی به عزت، به سرچشمه آن اتصال یافت؟

- (۱) شناخت ارزش خود و نفروختن خویش به بهای اندک - «مَنْ كَانَ يَرِيدَ الْعِزَّةَ فَلِلَّهِ الْعِزَّةُ جَمِيعاً»  
(۲) توجه به عظمت خدا و تلاشی برای بندگی او - «مَنْ كَانَ يَرِيدَ الْعِزَّةَ فَلِلَّهِ الْعِزَّةُ جَمِيعاً»  
(۳) شناخت ارزش خود و نفروختن خویش به بهای اندک - «لِلَّذِينَ أَحْسَنُوا الْحُسْنَى وَ زِيَادَةٌ»  
(۴) توجه به عظمت خدا و تلاشی برای بندگی او - «لِلَّذِينَ أَحْسَنُوا الْحُسْنَى وَ زِيَادَةٌ»

۱۳۴- پیامد پندار باطل «فراهم‌شدن همه امکانات زندگی» قبل از ازدواج از سوی برخی پدران و مادران چیست؟

- (۱) افزایش فشارهای روحی و روانی و روابط نامشروع و آسیب‌های اجتماعی  
(۲) پژمرده شدن روح و روان و شکسته‌شدن شخصیت افراد  
(۳) گرفتار هیجانات و طغیان‌های غیراخلاقی شدن و گسترش بحران‌های اجتماعی  
(۴) کشاندن فرزندان به گناه و گرفتار آسیب‌شدن جامعه

۱۳۵- با توجه به آیات و احادیث، بازتاب تسلیم و بندگی خداوند چیست و انسان عزتمند در برابر مردم چه ویژگی خاصی دارد؟

- (۱) عزت نفس - تواضع و فروتنی  
(۲) عزت نفس - حافظ پیمان خویش  
(۳) عدم غفلت از خداوند - حفظ پیمان خویش  
(۴) عدم غفلت از خداوند - تواضع و فروتنی

۱۳۶- به ترتیب، «ابتدایی‌ترین زمینه ازدواج»، «تجربه مسئولیت‌پذیری» و «تحکیم‌بخش وحدت روحی زن و شوهر» را می‌توان در کدام یک از اهداف ازدواج جاری دانست؟

(۱) رشد و پرورش فرزندان - رشد اخلاقی و معنوی - انس با همسر (۲) پاسخ به نیاز جنسی - رشد اخلاقی و معنوی - رشد و پرورش فرزندان

(۳) انس با همسر - رشد و پرورش فرزندان - پاسخ به نیاز جنسی (۴) انس با همسر - رشد و پرورش فرزندان - رشد اخلاقی و معنوی

۱۳۷- طبق کلام علوی (ع)، علت هریک از موارد زیر، به ترتیب، کدام است؟

- «بنده کسی مثل خود نبودن»

- «نفروختن خویش به بهایی اندک»

(۱) آزاد آفریده شدن انسان - برای خود خلق کردن انسان توسط خداوند

(۲) آزاد آفریده شدن انسان - بهشت برین بودن بهای جان انسان

(۳) بزرگ بودن خالق جهان در نظر انسان - بهشت برین بودن بهای جان انسان

(۴) بزرگ بودن خالق جهان در نظر انسان - برای خود خلق کردن انسان توسط خداوند

۱۳۸- کدام برنامه از برنامه‌های مهم در مورد تشکیل خانواده در اسلام است؟

(۱) شناخت معیارها و شاخص‌های همسر مناسب (۲) انجام منظم عبادات، به‌خصوص نماز

(۳) داشتن دوستان درست‌کار و سالم (۴) نامشروع بودن عقد صورت‌گرفته با زور و اصرار

۱۳۹- در منظر پیامبر اسلام (ع)، چه کسانی به آسمان نزدیک‌تر هستند؟

(۱) کسانی که در برابر مستکبران و ظالمان یعنی عوامل بیرونی و هوی و هوس یعنی عوامل درونی می‌ایستند.

(۲) کسانی که در سخت‌ترین شرایط هم عزتمندانه زندگی می‌کنند و هیچ گاه تن به ذلت و خواری نمی‌دهند.

(۳) کسانی که در راه بندگی خداوند سبحان تلاش کرده‌اند و به عظمت خالق حکیم پی برده‌اند.

(۴) کسانی که هنوز به گناه عادت نکرده و خواسته‌های نامشروع در وجود آن‌ها ریشه‌دار نشده است.

۱۴۰- نشانه‌های خداوند را می‌توان در کدام آیه شریفه یافت و به فرموده پیامبر اکرم (ص)، پیامد فراهم آمدن امکان ازدواج برای دختران و پسران توسط

والدین چیست؟

(۱) «و الله جعل لکم من انفسکم ازواجاً و جعل لکم من ازواجکم بنین و حفدة...» - پاسخ‌دادن به نیاز جنسی با شیوه صحیح و شادابی روح و ایجاد آرامش

(۲) «و الله جعل لکم من انفسکم ازواجاً و جعل لکم من ازواجکم بنین و حفدة...» - نیکو شدن اخلاق، وسعت روزی و زیاد شدن غیرت

(۳) «و من آیاته ان خلق لکم من انفسکم ازواجاً لِتَسْكُنُوا اليها و جعل بینکم مودةً و رحمةً» - نیکو شدن اخلاق، وسعت روزی و زیاد شدن غیرت

(۴) «و من آیاته ان خلق لکم من انفسکم ازواجاً لِتَسْكُنُوا اليها و جعل بینکم مودةً و رحمةً» - پاسخ‌دادن به نیاز جنسی با شیوه صحیح و شادابی روح و ایجاد آرامش



## دین و زندگی ۱

آهنگ سفر، دوستی با خدا،

باری از نماز و روزه،

فضیلت آراستگی

زیبایی پوشیدگی

(دس ۸ تا ۱۲)

صفحه ۹۸ تا ۱۵۲

۱۴۱- امام علی (ع) می فرماید: «گذشت ایام، آفاتی در پی دارد...»، پیامد این آفات چیست؟

(۱) موجب کم‌طاقتی و ناشکیبایی افراد می‌شود.

(۲) افسردگی و یأس را در انسان افزایش می‌دهد.

(۳) سبب از هم‌گسیختگی تصمیم‌ها و کارها می‌شود.

(۴) سبب فراموشی هدف و کوتاهی در اطاعت خداوند می‌گردد.

۱۴۲- چگونه می‌توان عفاف یک فرد را شناخت و قرآن کریم فلسفه حجاب را چه می‌فرماید؟

(۱) از نوع پوشش - «یدنین علیهنّ من جلابیبهنّ»

(۲) با شناخت خانواده‌وی - «یدنین علیهنّ من جلابیبهنّ»

(۳) با شناخت خانواده‌وی - «أن یعرفن فلا یؤذین»

(۴) از نوع پوشش - «أن یعرفن فلا یؤذین»

۱۴۳- وقتی خداوند کریم درباره حکم و حکمت نماز در آیه شریفه «واقم الصلاة ان الصلاة تنهی عن الفحشاء والمنکر» سخن می‌گوید، در ادامه کدام

صفت خداوندی را یادآوری می‌نماید و دل‌ن بستن به راه‌های انحرافی معلول چیست؟

(۱) حکمت الهی - بیان صادقانه عبارت «اهدنا الصراط المستقیم»

(۲) علم الهی - بیان صادقانه عبارت «اهدنا الصراط المستقیم»

(۳) علم الهی - با توجه گفتن عبارت «غیر المغضوب علیهم و لالضّالین»

(۴) حکمت الهی - با توجه گفتن عبارت «غیر المغضوب علیهم و لالضّالین»

۱۴۴- شرط اصلی دوستی با خدا چیست و کدام آیه شریفه به آن اشاره دارد؟

(۱) عمل به دستورات الهی که توسط پیامبر اکرم آورده شده است. - «قل إن كنتم تحبون الله فاتّبعونی یحببکم الله»

(۲) قلب انسان با خدا باشد، آنچه مهم است درون و باطن انسان است. - «یحبتونهم کحبّ الله و الذین آمنوا اشدّ حبّاً لله»

(۳) عمل به دستورات الهی که توسط پیامبر اکرم آورده شده است. - «یحبتونهم کحبّ الله و الذین آمنوا اشدّ حبّاً لله»

(۴) قلب انسان با خدا باشد، آنچه مهم است درون و باطن انسان است. - «قل إن كنتم تحبون الله فاتّبعونی یحببکم الله»

۱۴۵- کدام یک از موارد زیر، درباره احکام روزه شخص مکلف، به درستی ذکر شده است؟

الف) کسی که غسل بر او واجب است، اگر عمداً تا اذان صبح غسل نکند یا اگر وظیفه اش تیمم است، عمداً تیمم نکند، نمی تواند روزه بگیرد.

ب) اگر روزه دار سهواً چیزی بخورد یا بیاشامد، روزه اش صحیح است ولی برای احتیاط، قضای آن را به جای آورد.

ج) اگر کسی عمداً روزه ماه مبارک رمضان را نگیرد، باید علاوه بر قضای روزه، شصت روز روزه بگیرد و به شصت فقیر طعام بدهد.

د) اگر کسی به واسطه عذری مانند بیماری نتواند روزه بگیرد و بعد از ماه رمضان عذرش برطرف شود و تا رمضان آینده عمداً قضا نکند، باید علاوه بر

قضای روزه، یک مُدّ طعام به فقیر بدهد.

(۴) الف - د

(۳) ج - د

(۲) ب - ج

(۱) الف - ب

۱۴۶- کدام مورد، یکی از آثار اراده و تصمیم قوی برای انجام کارها را بیان نموده و حال صاحبان این اراده قوی در مقابل مشکلات چگونه است؟

(۱) «و اصبر علی ما اصابک» - سرنوشت را به دست حوادث نمی سپارند و با قدرت قدم برمی دارند.

(۲) «فإن اصابه خیر اطمأن به» - سرنوشت را به دست حوادث نمی سپارند و با قدرت قدم برمی دارند.

(۳) «و اصبر علی ما اصابک» - راه رستگاری را که همان قرب به خداست، شناخته و در آن مسیر قدم برمی دارند.

(۴) «فإن اصابه خیر اطمأن به» - راه رستگاری را که همان قرب به خداست، شناخته و در آن مسیر قدم برمی دارند.

۱۴۷- برخی از مورخان غربی، منشأ اصلی گسترش حجاب در جهان را چه می دانند و قرآن کریم بعد از بیان دستور حجاب و فلسفه آن چه می فرماید؟

(۲) پوشش زنان در ایران باستان - «و الله غفور رحیم»

(۱) حجاب زنان در جزیره العرب - «و الله غفور رحیم»

(۴) حجاب زنان در جزیره العرب - «كان الله غفوراً رحیماً»

(۳) پوشش زنان در ایران باستان - «كان الله غفوراً رحیماً»



۱۴۸- نشانه ضعف و سستی در دینداری از دیدگاه امام صادق (ع) چیست؟

(۲) عرضه نابه‌جای زیبایی

(۱) آراستن خود برای دیگران

(۴) لباس نازک و بدن‌نما پوشیدن

(۳) خودنمایی و افراط در آراستگی

۱۴۹- کدام عبارت، رابطه میان نافرمانی خداوند را با دوستی و محبت او بیان می‌کند و تحولات عظیمی که به سبب محبت به خداوند در انسان ایجاد

می‌شود، چه علتی دارد؟

(۱) «يَحِبُّونَهُمْ كَحَبِّ اللَّهِ» - قلب انسان جایگاه خداوند است.

(۲) «ما احبَّ الله من عساه» - قلب انسان جایگاه خداوند است.

(۳) «يَحِبُّونَهُمْ كَحَبِّ اللَّهِ» - دینداری با دوستی و محبت به خدا آغاز می‌شود.

(۴) «ما احبَّ الله من عساه» - دینداری با دوستی و محبت به خدا آغاز می‌شود.

۱۵۰- پاک و باصفاشدن زندگی و حفظ آراستگی در طول شبانه‌روز، تابع چه امری است؟

(۲) پرهیز از خودنمایی و افراط در آراستگی

(۱) توجه داشتن به همه نیازها در حد مطلوب و صحیح

(۴) بهترکردن وضع ظاهر و باطن و زیبا نمودن آنها

(۳) تکرار دائمی نماز در شبانه‌روز

۳۰ دقیقه

استعداد تحلیلی

\* چهار سؤال ابتدایی بخش استعداد معلمی این آزمون، به اصول اولیه‌ای از امر آموزش اختصاص دارد.

۱۵۱- دانش‌آموزی که اولویت‌های چهار عمل اصلی ریاضی را به‌درستی نمی‌شناسد، حاصل عبارت زیر را کدام می‌داند؟

$$7 + 5 \times 2 - 2 + 5 = ?$$

۱۰ (۲)

۷ (۱)

۲۷ (۴)

۲۰ (۳)

۱۵۲- برای تدریس مبحث «عروض: خواندن شعر با آهنگ درست»، معلمی با ضرب گرفتن روی میز، به کلاس شور و هیجان می‌دهد. کدام مورد از

ضروریات پیشینی این کار است؟

(۱) اطمینان از این که دانش‌آموزان، مطلب را فراموش نخواهند کرد.

(۲) اطمینان از این که دانش‌آموزان، به موسیقی‌های امروزی که ترانه‌های بی‌وزن دارند، علاقه ندارند.

(۳) اطمینان از این که آشفته‌گی صداها، به بی‌نظمی منجر نمی‌شود.

(۴) اطمینان از این که دانش‌آموزان، با بزرگترین شاعران ادبیات فارسی آشنا هستند.

۱۵۳- گفت‌وگوی زیر، بین یک معلم و دانش‌آموز درگرفته‌است:

- حاصل  $100 - 40 = ?$  کدام است؟

- نمی‌دانم. اصلاً چرا باید بدانم؟

- که بدانی اگر در فروشگاه خریدی چهل هزار تومنی کردی و صد هزار تومنی دادی، چه قدر باید پس بگیری.

- در فروشگاه اسکناس نمی‌دهیم، کارت بانکی می‌کشیم.

درباره‌ی این گفت‌وگو چه می‌توان گفت؟

(۱) یادگیری آنچه معلم در بیان آن ناتوان است، قطعاً فایده‌ای برای دانش‌آموز ندارد.

(۲) دانستن هدف یادگیری، در بسیاری از موارد نه تنها مفید نیست که مضر است.

(۳) معلم و آنچه تدریس می‌شود، باید مدام در حال به‌روزرسانی باشد.

(۴) در دنیای جدید و با ابزار نو، نیازی به یادگیری محاسبات ریاضی نیست.

۱۵۴- کدام بیت با بیت زیر نزدیکی معنایی بیشتری دارد؟

«اگر کارآگاهی آگه ز کاریست / هم از شاگردی آموزگاریست»

(۱) فروغ افکن به هر کوتاه بامی / که هر بامی نشانی شد ز نامی

(۲) رخ افروزد چو مهر عالم‌آرای / همان بهتر که من خالی کنم جای

(۳) درین درگه، بلند او شد که افتاد / کسی استاد شد کاو داشت استاد

(۴) توانگر چون شویم از وام ایام / چو فردا باز خواهد خواست این وام

\* معلم خوب باید بتواند متون کهن ادبیات فارسی را به درستی بخواند و درک کند. در سه سؤال بعدی، به سه پرسش از این نوع، برگزیده از کتاب ده آزمون اختصاصی فرهنگیان کانون، پاسخ دهید.

\* در سنه اثنین و خمسمایه، یکی از مشاهیر نشابور را قولنج بگرفت و مرا بخواند و بدیدم و به معالجت مشغول شدم و آنچه در این باب فراز آمد به جای آوردم. البته شفا روی ننمود و سه روز بر آن بر آمد. نماز شام بازگشتم ناامید بر آن که نیمشب بیمار درگذرد. در این رنج بخفتم. صبحدم بیدار گشتم و شک نکردم که درگذشته بود. به بام برشدم و روی بدان جانب آوردم و نیوشه کردم. هیچ آوازی نشنیدم که برگزیده او دلیل بودی. سوره فاتحه بخواندم و از آن جانب بدمیدم و گفتم: الهی و سیدی و مولای! تو گفته‌ای در کلام مبرم و کتاب محکم «و نزل من القرآن ما هو شفاء و رحمة للمؤمنین» و تحسّر همی‌خوردم که جوان بود و منعم و متنعم. پس وضو ساختم و به مصلى شدم و سنت بگزاردم. یکی در سرای بزد، نگاه کردم کس او بود. بشارت داد که «بگشای!» گفتم: «چه شد؟» گفت: «این ساعت راحت یافت!» دانستم که از برکات فاتحه‌الکتاب بوده است و این شربت از داروخانه ربانی رفته است. و این مرا تجربه شد و بسیار جای‌ها این شربت در دادم، همه موافق افتاد و شفا به حاصل آمد.

۱۵۵- بر اساس متن بالا، واژه «نیوشیدن» به کدام معناست؟

- (۱) آشامیدن (۲) شنیدن (۳) پوشاندن (۴) شناختن

۱۵۶- کدام گزینه از متن بالا برداشت نمی‌شود؟

- (۱) بیماری قولنج در گذشته امکان آن را داشته که به مرگ منجر شود. همچنین مرگ شخص را با صدایی بلند اعلام می‌کرده‌اند.  
(۲) طبیب قرن سومی داستان، از تجربه شفا یافتن بیمار درس گرفته و اذعان کرده که آن را در مواردی دیگر نیز اعمال کرده است.  
(۳) بیمار داستان که در آغاز امیدی به شفای او نبود، جوانی ثروتمند بوده است که مرگ او مایه حسرت طبیب می‌بوده است.  
(۴) شفایافتن بیمار برای اطرافیان او، بسیار مهم بوده و ناشی از کار طبیب قلمداد شده است، پس طبیب را با خبرکردنش، محترم شمرده‌اند.

۱۵۷- طبق متن بالا، طبیب باید که ...

- (۱) رقت قلب به دست آورد و جید الحدس باشد.  
(۲) نیکواعتقاد بود و امر و نهی شرع را معظم دارد.  
(۳) محتشم و محترم بود و مرقه و ثروتمند.  
(۴) شرح آثار طبی به دست آورد و مطالعت همی‌کند.

\* بخش مهمی از مهارت معلّمی، صبر و حوصله است. صبر و حوصله در کشف روش‌های متنوع تدریس برای دانش‌آموزان مختلف، صبر و حوصله در مواجهه شدن با خطاهای دانش‌آموزان و صبر و حوصله در بیان چندباره‌ی یک مطلب. همچنین تقویت قدرت ذهن در تشخیص اولویت‌ها و کشف منطق سؤال‌ها، یکی از مهارت‌های اکتسابی هر شخص است. شش سؤال از بخش هوش و استعداد معلّمی در این آزمون، بر این اساس طراحی شده‌است.

در یک کدگذاری، به ترتیب به حروف یک‌چهارم اول الفبا عددهای یک تا هشت (الف: ۱، ح: ۸) و به حروف یک‌چهارم دوم الفبا عددهای منفی نه تا منفی شانزده (خ: ۹-، ش: ۱۶-) را نسبت داده‌ایم. همچنین حروف یک‌چهارم سوم به ترتیب عددهای هفده تا بیست و چهار (ص: ۱۷، ق: ۲۴) و حروف یک‌چهارم پایانی عددهای منفی بیست و پنج تا منفی سی و دو (ک: ۲۵-، ی: ۳۲-) را گرفته‌اند. بر این اساس به دو پرسش بعدی پاسخ دهید.

۱۵۸- اگر عدد مربوط به کلمه، عدد حاصل از جمع اعداد مربوط به حروف آن کلمه باشد، عدد کدام کلمه کوچکتر خواهد بود؟

- (۱) نارس (۲) سوار  
(۳) نثار (۴) ابتر

۱۵۹- اگر عدد مربوط به کلمه، عدد حاصل از ضرب اعداد مربوط به حروف آن کلمه باشد، عدد کدام کلمه کوچکتر خواهد بود؟

(۲) فردا

(۱) روشن

(۴) دارا

(۳) پوزش

\* در چهار سؤال بعدی، تعیین کنید با همهی حروف مشترک دو جدول، کدام نوع واژه ساخته می‌شود.

-۱۶۰

|   |   |   |
|---|---|---|
| د | ل | ر |
| ا | س | ی |
| ح | ع | ط |

|   |   |   |
|---|---|---|
| ع | ز | ی |
| ن | ش | س |
| ب | د | ج |

(۲) نام یک غذا

(۱) نام یک کشور

(۳) نام یک رنگ

(۴) نام یک حیوان

-۱۶۱

|   |   |    |
|---|---|----|
| ک | ب | هـ |
| ز | ص | ژ  |
| ا | ن | ج  |

|   |   |   |
|---|---|---|
| ژ | چ | ی |
| و | ر | م |
| ض | ب | د |

(۲) نام یک غذا

(۱) نام یک کشور

(۳) نام یک رنگ

(۴) نام یک حیوان

-۱۶۲

|   |   |    |
|---|---|----|
| ق | پ | و  |
| ی | ب | ر  |
| س | ا | هـ |

|   |   |   |
|---|---|---|
| ا | م | س |
| ش | ت | ن |
| ل | ب | ف |

(۲) نام یک غذا

(۱) نام یک کشور

(۳) نام یک رنگ

(۴) نام یک حیوان

-۱۶۳

|   |   |   |
|---|---|---|
| چ | ج | م |
| ق | ی | د |
| ا | ن | ز |

|   |   |   |
|---|---|---|
| ب | س | ل |
| چ | ا | ح |
| ف | ر | د |

(۲) نام یک غذا

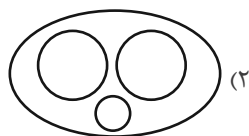
(۱) نام یک کشور

(۳) نام یک رنگ

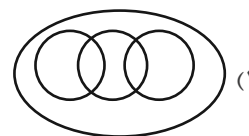
(۴) نام یک حیوان

\* انجام درست محاسبات عددی و نیز کشف الگوها و درک فضا، قسمتی دیگر از هوش و استعداد تحلیلی است. در ادامه‌ی این بخش از آزمون، به پرسش‌هایی از این دست پاسخ دهید.

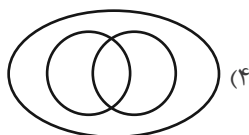
۱۶۴- در مجموعه اعداد طبیعی، رابطه بین «عددی زوج»، «عددی مضرب ۱۲»، «عددی مضرب ۱۶» و «عددی مضرب ۴۸» با کدام دسته‌بندی بهتر بیان می‌شود؟



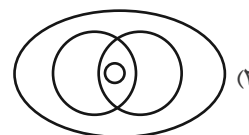
(۲)



(۱)



(۴)



(۳)

۱۶۵- ناصر شوهر تنها خاله ارشیا و علی پسر تنها خاله حامد است. اگر حامد پسرعمه نیلوفری باشد که خود دخترخاله ارشیا است، ناصر چه نسبتی با علی دارد؟

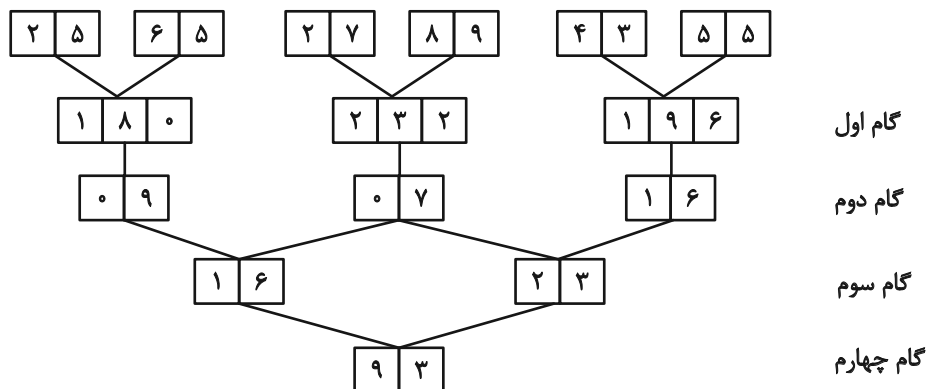
(۲) عمو

(۱) دایی

(۴) شوهرعمه

(۳) شوهرخاله

\* در یک ماشین، اعداد زیر وارد شده‌اند و در هر گام عملیاتی روی آن‌ها انجام شده است.



با این فرض که اعداد زیر با همین ترتیب به همین ماشین داده شود، به چهار سؤال زیر پاسخ دهید.



۱۶۶- تفاضل اعداد گام سوم کدام است؟

(۲) ۸

(۱) ۵

(۴) ۱۹

(۳) ۱۰

۱۶۷- کدام رقم در گام اول دیده نمی‌شود؟

(۲) ۷

(۱) ۶

(۴) ۹

(۳) ۸

۱۶۸- مجموع ارقامی که در گام‌های اول و سوم بیش‌تر از ۲ بار آمده‌اند کدام است؟

- (۱) ۲  
(۲) ۳  
(۳) ۴  
(۴) ۵

۱۶۹- کدام گزینه در کل جدول بیش از یک‌بار آمده است؟ (صرفاً در اعداد دو رقمی بررسی شوند.)

- (۱) 

|   |   |
|---|---|
| ۲ | ۱ |
|---|---|

  
(۲) 

|   |   |
|---|---|
| ۲ | ۹ |
|---|---|

  
(۳) 

|   |   |
|---|---|
| ۰ | ۵ |
|---|---|

  
(۴) 

|   |   |
|---|---|
| ۱ | ۷ |
|---|---|

۱۷۰- مخزنی پر از آب داریم که شیر خروجی A آن را به تنهایی در ۵ ساعت و شیر خروجی B آن را به تنهایی در ۴ ساعت کاملاً خالی می‌کنند. شیر خروجی C را نیز داریم که اگر همزمان با شیرهای A و B باز کنیم، پس از دو ساعت، تنها پنج درصد از آب مخزن در آن باقی می‌ماند. شیر C به تنهایی مخزن پر را در چند ساعت خالی می‌کند؟

- (۱) ۵  
(۲) ۱۰  
(۳) ۲۰  
(۴) ۴۰

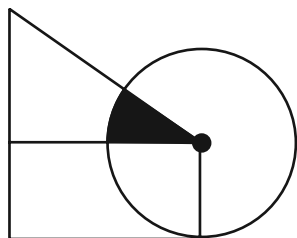
۱۷۱- هشت سال بعد، زمانی که سن زهرا پنج برابر سن کنونی‌اش خواهد شد، سن خواهرش مینا سه برابر سن کنونی مینا خواهد شد. اگر پدر و مادر این دو دختر، همان هشت سال بعد صاحب یک دوقلوی پسر شوند، شانزده سال بعد از امروز، میانگین سن فرزندان این خانواده چه عددی خواهد بود؟ این خانواده فرزند دیگری ندارد.

- (۱)  $13/5$   
(۲) ۱۵  
(۳)  $15/5$   
(۴) ۱۷

۱۷۲- برای فهم اندازه مساحت رنگی شکل زیر - که تشکیل شده است از یک مستطیل، یک مثلث قائم‌الزاویه و یک دایره به مرکز یکی از رئوس مشترک مثلث و مستطیل - به کدام داده(ها) احتیاج داریم؟

الف) نسبت اندازه‌های ضلع‌های قائمه مثلث

ب) اندازه عرض مستطیل



(۱) داده «الف» کافی است. به داده «ب» نیاز نداریم.

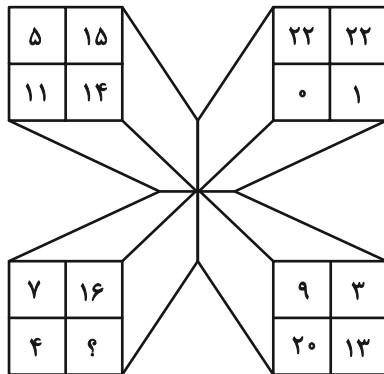
(۲) داده «ب» کافی است. به داده «الف» نیاز نداریم.

(۳) اگر هر دو داده را داشته باشیم به پاسخ می‌رسیم.

(۴) با هر دو داده نیز به پاسخ نمی‌رسیم.

در الگوهای عددی دو سؤال بعدی، بهترین گزینه را برای جایگزینی علامت سؤال انتخاب کنید.

۱۷۳-



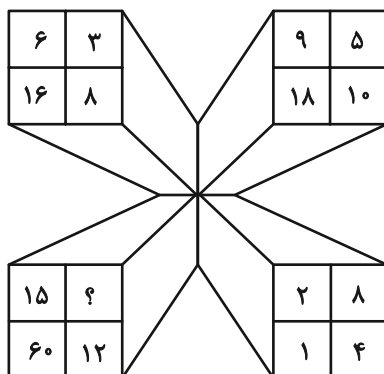
۱۷ (۱)

۱۸ (۲)

۱۹ (۳)

۲۰ (۴)

۱۷۴-



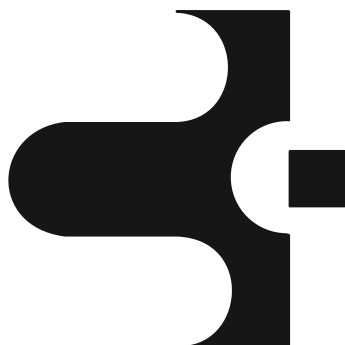
۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

۱۷۵- کل مساحت شکل زیر چند برابر مساحت مربع رنگی کنار آن است؟ همه کمان‌های شکل، دایره‌ای رسم شده است.



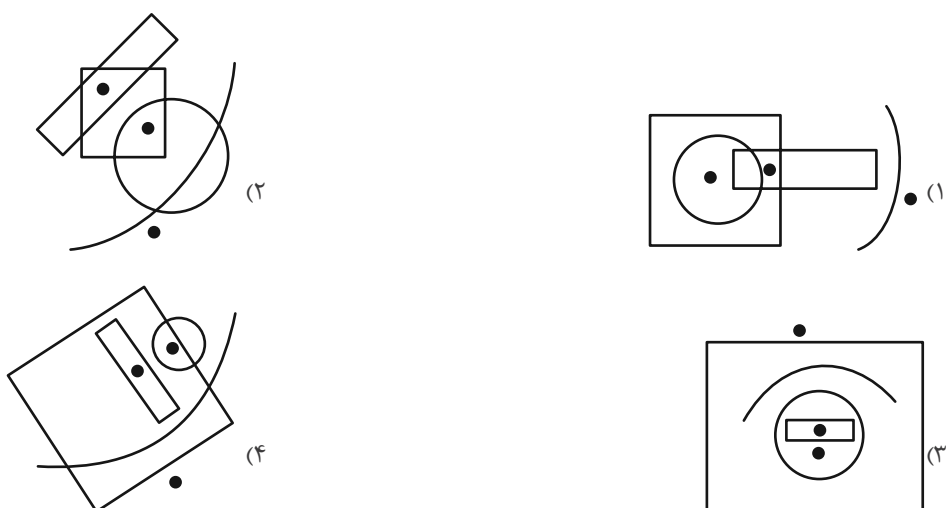
$8 - 2\pi$  (۱)

$16 - \pi$  (۲)

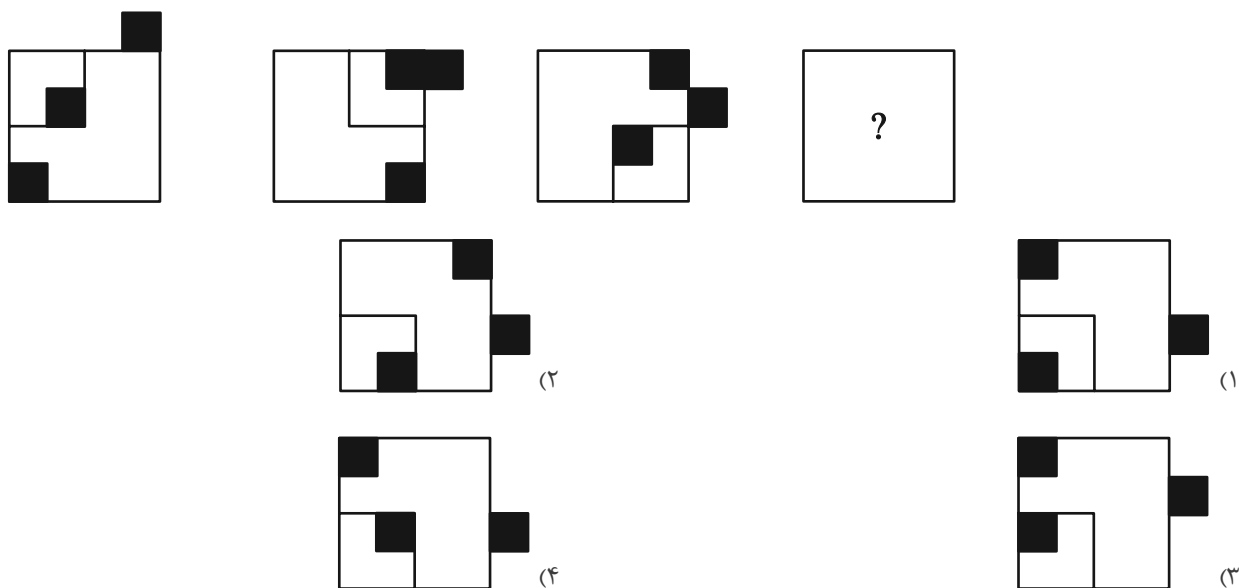
$32 - 2\pi$  (۳)

$64 - 4\pi$  (۴)

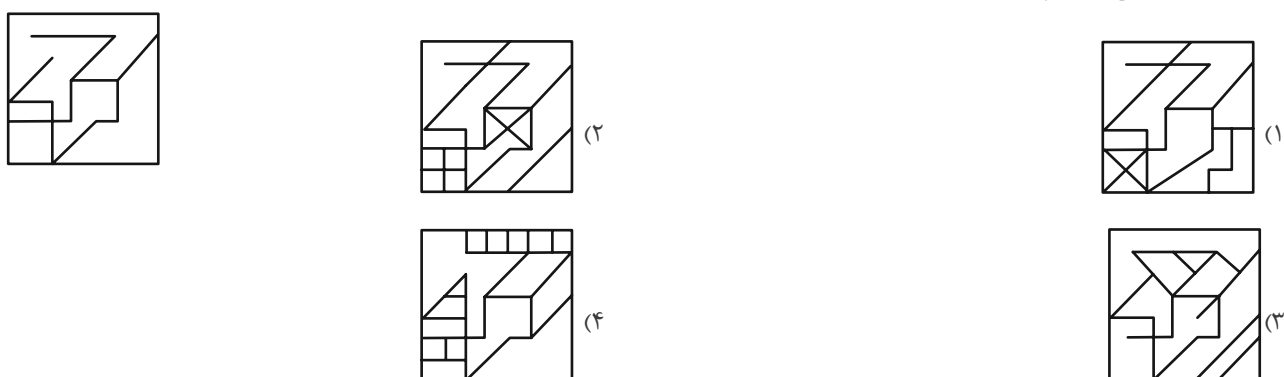
۱۷۶- جایگاه نقاط نسبت به دیگر شکل‌ها، در کدام گزینه متفاوت است؟



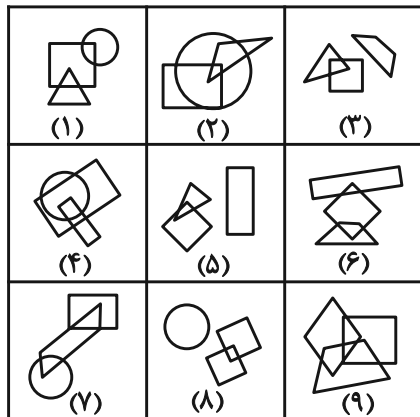
۱۷۷- شکل جایگزین علامت سؤال الگوی تصویری زیر کدام است؟



۱۷۸- شکل زیر، جزئی از کدام شکل است؟



۱۷۹- با توجه به شکل‌های داده شده و ویژگی‌های آن‌ها کدام دسته‌بندی زیر صحیح است؟



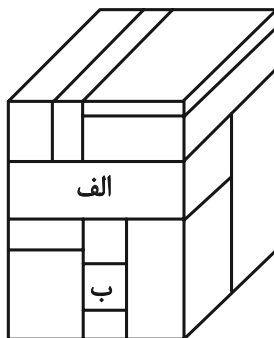
(۱)  $\{۸, ۵, ۴\}, \{۷, ۹, ۲\}, \{۶, ۳, ۱\}$

(۲)  $\{۸, ۳, ۵\}, \{۴, ۹, ۲\}, \{۷, ۶, ۱\}$

(۳)  $\{۸, ۳, ۶\}, \{۴, ۹, ۲\}, \{۷, ۵, ۱\}$

(۴)  $\{۹, ۵, ۳\}, \{۷, ۴, ۲\}, \{۶, ۸, ۱\}$

۱۸۰- حجم زیر از دوازده مکعب مستطیل تشکیل شده است. مکعب مستطیل‌های «الف» و «ب» به ترتیب با چند مکعب مستطیل دیگر در تماسند؟



(۱) هفت - چهار

(۲) شش - چهار

(۳) هفت - پنج

(۴) شش - پنج



# آزمون ۱۶ فروردین ۱۴۰۳

## اختصاصی دوازدهم ریاضی

دفترچه پاسخ

| نام درس               | نام طراحان                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|-----------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| حسابان ۲              | کاظم اجلالی-توحید اسدی-سیدرضا اسلامی-مهدی براتی-مسعود برملا-جمال الدین حسینی-عادل حسینی-محمدابراهیم درمان-محمد رضا راسخ-مجید رفعتی-محمدحسن سلامی-حسینی-حمید علیزاده-کامیار علییون-لیلا مرادی-جهانبخش نیکنام                                                                                                                |
| هندسه و ریاضیات گسسته | امیرحسین ابومحبوب-اسحاق اسفندیار-جواد ترکمن-سیدمحمد رضا حسینی-فرد-افشین خاصه-خان-فرزانه خاکپاش-مصطفی دیداری-سوگند روشنی-علی ساوجی-مسعود طایفه-هومن عقیلی-احمد رضا فلاح-مهرداد ملوندی-نیلوفر مهدوی                                                                                                                          |
| فیزیک                 | زهره آقامحمدی-امیرحسین برادران-علی برزگر-علیرضا جبیری-فراز رسولی-محسن سلماسی-محمدجواد سورچی-معصومه شریعت-ناصری-محمد رضا شریفی-مهدی شریفی-مسعود قره-خانی-محسن قندچلر-مصطفی کیانی-محمدصادق مام-سیده-غلامرضا مجبی-محمد کاظم منشادی-امیراحمد میرسعید-سیده ملیحه-میر صالحی-حسام نادری-حسین ناصحی-مجتبی نکوئیان-شادمان ویسی      |
| شیمی                  | عین الله ابوالفتحی-امیرحسین بختیاری-محمد رضا پور جاوید-سعید تیزرو-امیر حاتمیان-پیمان خواجوی-مجد-علیرضا رضایی-سراب-محمد رضا زهره-وند-رضا سلیمانی-جهان شاهی-پیگباغی-امیرحسین طیبی-رسول عابدینی-زواره-محمد عظیمیان-زواره-حسن عیسی-زاده-علی کریمی-امیرمحمد کنگرانی-علیرضا کیانی-دوست-امیرحسین مسلمی-هادی مهدی-زاده-امین نوروزی |

### گزینشگران و ویراستاران

| نام درس                        | حسابان ۲      | هندسه و گسسته                | فیزیک                       | شیمی                                    |
|--------------------------------|---------------|------------------------------|-----------------------------|-----------------------------------------|
| گزینشگر                        | کاظم اجلالی   | جواد ترکمن<br>اسحاق اسفندیار | حسام نادری                  | امیرحسین مسلمی                          |
| گروه ویراستاری                 | محمد رضا راسخ | مهرداد ملوندی                | زهره آقامحمدی<br>آراس محمدی | محمدحسن محمدزاده-مقدم<br>امیرحسین مسلمی |
| بازبینی نهایی<br>رتبه های برتر | سهیل تقی-زاده | امیرمحمد کریمی               | حسین بصیر تر-کمپور          | علی رضایی<br>احسان پنجه-شاهی            |
| مسئول درس                      | عادل حسینی    | امیرحسین ابومحبوب            | حسام نادری                  | پارسا عیوض-پور                          |
| مستندسازی                      | سمیه اسکندری  | سرژ یقیا-زاریان-تهریزی       | علیرضا همایون-خواه          | امیرحسین مرتضوی                         |

### گروه فنی و تولید

|                |                                                    |
|----------------|----------------------------------------------------|
| مدیر گروه      | مهرداد ملوندی                                      |
| مسئول دفترچه   | نرگس غنی-زاده                                      |
| گروه مستندسازی | مدیر گروه: محیا اصغری<br>مسئول دفترچه: الهه شهبازی |
| حروفنگار       | فرزانه فتح-اله-زاده                                |
| ناظر چاپ       | سوران نعیمی                                        |

### گروه آزمون

### بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳



## حسابان ۲

گزینه «۱» -۱

(عادل مسینی)

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{[x - \sqrt{3}]x - \sqrt{3}}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-x - \sqrt{3}}{x - 1}$$

$$= \frac{-1 - \sqrt{3}}{0^+} = -\infty$$

(مسابان ۲- مرهای نامتناهی- هر در پی نوایت: صفحه‌های ۴۸ تا ۵۰)

گزینه «۳» -۲

(عادل مسینی)

ضابطه تابع  $f$  به صورت  $f(x) = 1 - x$  است و ضابطه تابع  $g$  از رابطه  $g(x) = 3f(3x)$  به دست می‌آید.

$$\Rightarrow g(x) = 3(1 - 3x) = 3 - 9x$$

$$\frac{f(x)=g(x)}{1-x=3-9x} \Rightarrow 8x=2 \Rightarrow x=\frac{1}{4}$$

(مسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

گزینه «۱» -۳

(کامظم ایلالی)

ضابطه تابع  $g$  از روی ضابطه تابع  $f$  از رابطه  $g(x) = f\left(\frac{x+m}{2}\right) - n$  به دست می‌آید. پس داریم:

$$g(x) = 4\left(\frac{x+m}{2}\right)^2 - \left(\frac{x+m}{2}\right) + 1 - n$$

$$= x^2 + \left(2m - \frac{1}{2}\right)x + m^2 - \frac{m}{2} + 1 - n$$

با توجه به نمودار تابع  $g$ ، ضابطه آن باید  $g(x) = x^2$  باشد، پس داریم:

$$\left. \begin{aligned} 2m - \frac{1}{2} &= 0 \Rightarrow m = \frac{1}{4} \\ m^2 - \frac{m}{2} + 1 - n &= 0 \xrightarrow{m=\frac{1}{4}} n = \frac{15}{16} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{n}{m} = \frac{15}{4}$$

(مسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

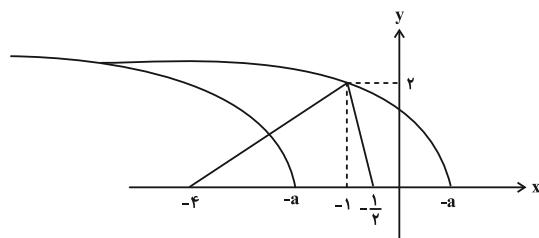
گزینه «۴» -۴

(پوانیش نیکنام)

باید نمودارهای دو تابع  $y = f(x)$  و  $g(x) = \sqrt{-x-a}$  نقطه مشترک داشته باشند. برای رسم نمودار تابع  $y = f(x)$ ، نمودار تابع

$$y = f\left(\frac{1}{4}x - 1\right)$$

تقسیم می‌کنیم.



حال مطابق شکل بالا، برای این که نمودارهای دو تابع  $f$  و  $g$  نقطه مشترک

داشته باشند، دو حالت پیش می‌آید. (حالت اول)  $-a > -\frac{1}{4}$  باشد که در

آن صورت باید  $g(-1) \leq 2$  شود، (حالت دوم)  $-a \leq -\frac{1}{4}$  باشد که در

آن صورت باید  $-a \geq -4$  شود:

$$\begin{cases} -a \leq -\frac{1}{4}, & -a \geq -4 \Rightarrow \frac{1}{4} \leq a \leq 4 \\ -a > -\frac{1}{4}, & g(-1) = \sqrt{1-a} \leq 2 \Rightarrow 1-a \leq 4 \Rightarrow -3 \leq a < \frac{1}{4} \end{cases}$$

پس به ازای مقادیر عضو بازه  $[-3, 4]$  که شامل ۸ عدد صحیح است،

معادله  $f(x) = \sqrt{-x-a}$  جواب حقیقی دارد.

(مسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

گزینه «۲» -۵

(سیرضا اسلامی)

در همسایگی  $x = 0$ ، نمودار بالاتر مربوط به تابع  $f$  است. پس داریم:

$$\begin{cases} g(1) = b = -2 \\ f\left(\frac{2}{3}\right) = g\left(\frac{2}{3}\right) \Rightarrow \frac{1}{27}a = -2\left(\frac{2}{3}\right) \Rightarrow a = -3 \end{cases}$$

پس ضابطه‌های دو تابع  $f(x) = -3x^3$  و  $g(x) = -2x^2$  است و داریم:

$$f(b) + g(a) = f(-2) + g(-3) = 24 - 18 = 6$$

(مسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

گزینه «۴» -۶

(کامیار علینون)

تابع  $y = |x+1| + 1$  روی بازه  $[-2, -\infty)$  اکیداً نزولی است. پس برای

این که تابع  $f$  روی  $\mathbb{R}$  اکیداً نزولی باشد، لازم است شرط‌های زیر برقرار باشد:

الف) سهمی  $y = -x^2 - ax$  روی بازه  $(-\infty, -2)$  اکیداً نزولی باشد،

این یعنی این بازه نباید شامل طول رأس سهمی باشد:

$$x_S = -\frac{a}{2} \leq -2 \Rightarrow a \geq 4$$



و داریم:

$$\begin{aligned} x^{30} - 3x^{27} &= x^{30} - 2^{10} = (x^3)^{10} - 2^{10} \\ &= (x^3 + 2) \left( (x^3)^9 - 2(x^3)^8 + \dots + 2^8 x^3 - 2^9 \right) \\ \Rightarrow p(x) &= x^{27} - 2x^{24} + 2^2 x^{21} - 2^3 x^{18} + \dots + 2^8 x^3 - 2^9 \end{aligned}$$

و مجموع ضرایب مثبت  $p(x)$  برابر است با:

$$1 + 2^2 + 2^4 + 2^6 + 2^8 = \frac{(2^2)^5 - 1}{2^2 - 1} = \frac{1023}{3} = 341$$

(مسابقان ۲- تابع: صفحه ۲۰)

(لازم ایلالی)

۹- گزینه «۱»

ابتدا باید ضابطه تابع را ساده کنیم:

$$\begin{aligned} \sin^6 x - \cos^6 x &= (\sin^2 x - \cos^2 x)(\sin^4 x + \cos^4 x + \sin^2 x \cos^2 x) \\ &= -\cos 2x \left( (\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - \sin^2 x \cos^2 x \right) \\ &= -\cos 2x \left( 1 - \frac{1}{4} \sin^2 2x \right) = -\cos 2x \left( 1 - \frac{1}{4} \left( \frac{1 - \cos 4x}{2} \right) \right) \\ &= -\frac{3}{4} \cos 2x + \frac{1}{4} \cos 2x \cos 4x \\ f(x) &= -\frac{3}{4} \cos 2x \quad \text{در نتیجه ضابطه تابع } f \text{ به صورت مقابل است:} \end{aligned}$$

$$\text{که یعنی } T = \frac{2\pi}{2} = \pi \text{ و } M = \frac{3}{4} \text{ و در نتیجه } TM = \frac{3\pi}{4} \text{ است.}$$

(مسابقان ۲- مثلثات: صفحه ۲۷)

(عمید عزیزانه)

۱۰- گزینه «۳»

با توجه به شکل  $x + 2\alpha = 45^\circ$  است. پس برای محاسبه  $\tan x$  لازم داریم که  $\tan 2\alpha$  را حساب کنیم:

$$\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} = \frac{\frac{2}{5}}{1 - \frac{1}{25}} = \frac{10}{24} = \frac{5}{12}$$

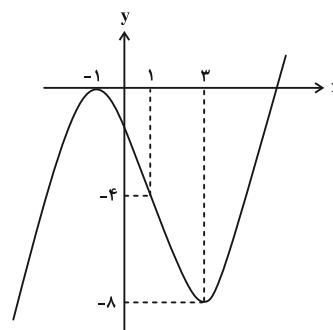
ب) مقدار تابع  $y = -x^2 - ax$  در  $x = -2$  بیشتر از مقدار تابع  $y = |x+1| + 1$  در این نقطه نباشد:  $-4 + 2a \leq 2 \Rightarrow a \leq 3$   
در نتیجه هیچ مقداری برای  $a$  نمی توان پیدا کرد.

(مسابقان ۲- تابع: صفحه های ۱۵ تا ۱۸)

(پویش نیکنام)

۷- گزینه «۲»

$$f(x) = \begin{cases} -(x+1)^2 & ; x < 1 \\ x^2 - 6x + 1 & ; x \geq 1 \end{cases}$$

نمودار تابع  $f$  در شکل زیر رسم شده است:

اگر  $a < m < b$  باشد، نامساوی  $\frac{m+a}{2} < \frac{m+b}{2}$  برقرار است و از

آنجا که  $f\left(\frac{m+a}{2}\right) > f\left(\frac{m+b}{2}\right)$  است، نتیجه می شود تابع  $f$  روی بازه

محدود، نزولی است. حال با توجه به نمودار، تابع  $f$  روی بازه  $(-1, 3)$

اکیداً نزولی است، پس داریم:

$$-1 < \frac{m+a}{2} < \frac{m+b}{2} < 3 \Rightarrow m \in (-2-a, 6-b)$$

بازه  $(a, b)$  باید زیرمجموعه بازه فوق باشد:

$$\Rightarrow \begin{cases} -2-a \leq a \Rightarrow a \geq -1 \\ 6-b \geq b \Rightarrow b \leq 3 \end{cases}$$

پس بیشترین مقدار  $b-a$  برابر  $3 - (-1) = 4$  است.

(مسابقان ۲- تابع: صفحه های ۱۵ تا ۱۸)

(سیدرضا اسلامی)

۸- گزینه «۲»

از اتحاد زیر استفاده می کنیم:

$$a^n - b^n = (a+b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - \dots - b^{n-1}) \quad \text{زوج } n$$



با توجه به نمودار  $\frac{23}{6}$  از یک دوره تناوب کمتر و از  $\frac{3}{4}$  آن بیشتر است.

$$\Rightarrow \frac{3T}{4} < \frac{23}{6} < T \xrightarrow{b>0} \frac{3}{4} \left(\frac{2}{b}\right) < \frac{23}{6} < \frac{2}{b}$$

$$\Rightarrow \frac{9}{23} < b < \frac{12}{23}$$

حال با توجه به مقادیر به دست آمده برای  $b$  داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{9}{23} < \frac{24k-1}{46} < \frac{12}{23} \Rightarrow \frac{19}{24} < k < \frac{25}{24} \\ k \in \mathbb{Z} \rightarrow k=1 \xrightarrow{(*)} b = \frac{1}{2} \end{array} \right.$$

$$\frac{9}{23} < \frac{24k+7}{46} < \frac{12}{23} \Rightarrow \frac{11}{24} < k < \frac{17}{24} : \text{عضو صحیح ندارد}$$

$$\Rightarrow \frac{a^2}{b} = \frac{2}{\frac{1}{2}} = 4$$

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

(سیدرضا اسلامی)

۱۳- گزینه «ا»

$$f(0) = 3 \Rightarrow a \tan\left(-\frac{\pi}{3}\right) = -a\sqrt{3} = 3 \Rightarrow a = -\sqrt{3}$$

از طرفی نمودار روی هر بازه از دامنه‌اش اکیداً نزولی است، پس  $ab < 0$  و در نتیجه  $b > 0$  است. مجانب‌های قائم نمودار، نقاطی است که تابع در آن‌ها

$$\Rightarrow bx - \frac{\pi}{3} = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = (6k+5)\frac{\pi}{6b} \quad \text{تعریف نمی‌شوند:}$$

که مقادیر مثبت آن‌ها به ترتیب  $\frac{5\pi}{6b}$ ،  $\frac{11\pi}{6b}$ ،  $\frac{17\pi}{6b}$  و ... هستند. یعنی

$$\Rightarrow \frac{11\pi}{6b} = \frac{11\pi}{18} \Rightarrow b = 3 \quad \text{دومین مجانب قائم} \quad \frac{11\pi}{6b} \text{ است.}$$

در نتیجه  $f(x) = -\sqrt{3} \tan\left(3x - \frac{\pi}{3}\right)$  است. در نقطه  $A$

$$f(x) = -1 \quad \text{برقرار است.}$$

$$-\sqrt{3} \tan\left(3x - \frac{\pi}{3}\right) = -1 \Rightarrow \tan\left(3x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{\sqrt{3}} = \tan\left(\frac{\pi}{6}\right)$$

$$\Rightarrow 3x - \frac{\pi}{3} = k\pi + \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = (2k+1)\frac{\pi}{6} \quad ; \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$x = 45^\circ - 2\alpha$$

حال داریم:

$$\Rightarrow \tan x = \tan(45^\circ - 2\alpha) = \frac{1 - \tan 2\alpha}{1 + \tan 2\alpha} = \frac{1 - \frac{5}{12}}{1 + \frac{5}{12}} = \frac{7}{17}$$

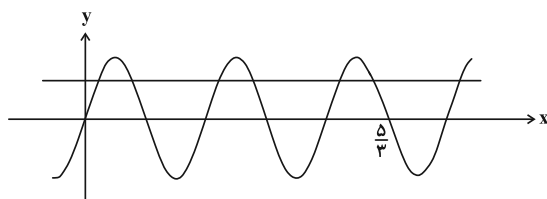
(مسئله ۲- مثلثات: صفحه ۴۲)

(مسعود برملا)

۱۱- گزینه «۳»

تعداد جواب‌های معادله، تعداد نقاط برخورد خط  $y = \frac{2}{3}$  و تابع

$f(x) = \sin 3\pi x$  است. این دو نمودار را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم:



تعداد نقاط برخورد در بازه  $\left(0, \frac{5}{3}\right)$  برابر ۶ است.

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۷)

(کاظم اهلایی)

۱۲- گزینه «ا»

ابتدا مقدار  $a$  را حساب می‌کنیم:

$$f(0) = 2a \sin \frac{\pi}{4} - a = \sqrt{2}a - a = (\sqrt{2} - 1)a > 0 \Rightarrow a > 0$$

$$f_{\max} = \sqrt{2} \Rightarrow |2a| - a = 2a - a = a = \sqrt{2}$$

پس  $f(x) = 2\sqrt{2} \sin(b\pi x + \frac{\pi}{4}) - \sqrt{2}$  است. مقدار این تابع در

$$x = \frac{23}{6} \quad \text{برابر صفر است.}$$

$$\Rightarrow \sin\left(\frac{23b\pi}{6} + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} \frac{23b\pi}{6} + \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ \frac{23b\pi}{6} + \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

$$\Rightarrow b = \frac{24k-1}{46} \quad \text{یا} \quad b = \frac{24k+7}{46} \quad ; \quad k \in \mathbb{Z} \quad (*)$$



| k                        | ۰               | ۱                  | ۲                  |
|--------------------------|-----------------|--------------------|--------------------|
| $-2k\pi + \frac{\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{4}$ |                    |                    |
| $(8k+3)\frac{\pi}{12}$   | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{11\pi}{12}$ | $\frac{19\pi}{12}$ |

پس تعداد جواب‌های مورد نظر برابر ۳ است.

(حسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

(کالظم ایلالی)

۱۶- گزینه «۲»

اولاً باید حد مخرج کسر در  $x=1$  صفر باشد تا حد کسر نامتناهی شود. ثانیاً چون حد صورت کسر برابر ۱- است، علامت مخرج کسر باید در دو طرف  $x=1$  مثبت باشد. بنابراین داریم:

$$2+a+b=0 \Rightarrow b=-a-2$$

$$2x^5+ax^2+b=2x^5+ax^2-a-2=2(x^5-1)+a(x^2-1)$$

$$=2(x-1)(x^4+x^3+x^2+x+1)+a(x-1)(x+1)$$

$$=(x-1)(2x^4+2x^3+2x^2+2x+2+ax+a)=(x-1)Q(x)$$

$Q(x)$  هم باید عامل  $x-1$  داشته باشد، پس باید  $Q(1)=0$  باشد:

$$\Rightarrow 2+2+2+2+2+a+a+0 \Rightarrow a=-5$$

بنابراین  $b=3$  و در نتیجه  $a-b=-8$  است.

البته به روش زیر نیز می‌توانستیم عمل کنیم.

اگر  $f(x)=2x^5+ax^2+b$  مفروض باشد،  $x=1$  باید صفر توابع  $f$  و

$f'$  باشد تا  $x=1$  ریشه مضاعف مخرج باشد.

$$\begin{cases} f(1)=2+a+b=0 \Rightarrow a+b=-2 \\ f'(x)=10x^4+2ax \xrightarrow{f'(1)=0} 10+2a=0 \Rightarrow a=-5 \end{cases}$$

پس  $b=3$  و در نتیجه  $a-b=-8$  است.

(حسابان ۲- تابع و عرهای نامتناهی- هر در پی‌نویاست:

صفحه‌های ۲۰ و ۴۸ تا ۵۵)

(کالظم ایلالی)

۱۷- گزینه «۲»

معادله مجانب‌های قائم تابع تانژانت به صورت  $x=(2k+1)\frac{\pi}{2}$  است

$(k \in \mathbb{Z})$ . بنابراین داریم:

طول نقطه  $A$ ، دومین مقدار مثبت در دسته جواب بالاست.

$$\xrightarrow{k=1} x_A = \frac{\pi}{2}$$

(حسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۴)

(عارل مسینی)

۱۴- گزینه «۳»

$$\sin x = \frac{\sin 2x}{\cos 2x} = \frac{2 \sin x \cos x}{2 \cos^2 x - 1}$$

جواب‌های معادله بالا، اجتماع جواب‌های دو معادله زیر است:

$$\sin x = 0, \quad \frac{2 \cos x}{2 \cos^2 x - 1} = 1$$

$$\sin x = 0 \Rightarrow x = k\pi; \quad k \in \mathbb{Z}$$

پس داریم:

$$\frac{2 \cos x}{2 \cos^2 x - 1} = 1 \Rightarrow 2 \cos^2 x - 2 \cos x - 1 = 0$$

$$\Rightarrow \cos x = \frac{1-\sqrt{3}}{2} \Rightarrow x = 2k\pi + \pi \pm \theta$$

که  $\theta$  زاویه‌ای نامعلوم در ربع اول است که کسینوس آن برابر  $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$

است. در نتیجه جواب‌های بازه  $(0, 2\pi)$  به صورت  $\pi - \theta$  و

$\pi + \theta$  هستند که مجموع آن‌ها برابر  $2\pi$  است.

(حسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

(کالظم ایلالی)

۱۵- گزینه «۳»

$$\frac{1}{\sin x} + \frac{1}{\cos x} = 2\sqrt{2} \Rightarrow \sin x + \cos x = 2\sqrt{2} \sin x \cos x$$

$$\sqrt{2} \sin(x + \frac{\pi}{4}) = \sqrt{2} \sin 2x \Rightarrow \sin(x + \frac{\pi}{4}) = \sin 2x$$

$$\begin{cases} x + \frac{\pi}{4} = 2k\pi + 2x \Rightarrow x = -2k\pi + \frac{\pi}{4}, \quad k \in \mathbb{Z} \\ x + \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \pi - 2x \Rightarrow 3x = 2k\pi + \frac{3\pi}{4} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x = (8k+3)\frac{\pi}{12}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

حال جواب‌های بازه  $(0, 2\pi)$  را پیدا می‌کنیم. به ازای مقادیر مختلف  $k$

در دسته جواب‌های بالا، مقادیر جدول زیر در این بازه قرار می‌گیرند:



(ناظم ایلالی)

۱۹- گزینه «۴»

ابتدا ضابطه تابع  $f - g$  را به دست می آوریم:

$$(f - g)(x) = f(x) - g(x) = \frac{x^3}{x^2 + x + 1} - \frac{x^3}{x^2 - 2x - 1}$$

$$= \frac{x^5 - 2x^4 - x^2 - x^5 - x^4 - x^2}{(x^2 + x + 1)(x^2 - 2x - 1)} = \frac{-3x^4 - 2x^2}{(x^2 + x + 1)(x^2 - 2x - 1)}$$

در نتیجه داریم:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (f - g)(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3x^4}{x^2 \times x^2} = -3$$

(مسئله ۲- هرهای منتهای- هر در بی نهایت: صفحه های ۶۳ تا ۶۶)

(معمدرضا راسخ)

۲۰- گزینه «۴»

ابتدا مجانب های افقی و قائم نمودار تابع را پیدا می کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + ax|x|}{x^2 - x + \frac{1}{4}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(1+a)x^2}{x^2} = 1+a \quad (a \neq -1)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + ax|x|}{x^2 - x + \frac{1}{4}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(1-a)x^2}{x^2} = 1-a \quad (a \neq 1)$$

پس خطوط  $y = 1 \pm a$  مجانب های افقی نمودار هستند.  $x = \frac{1}{4}$  نیز خط

مجانب قائم است؛ زیرا:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}} \frac{x^2 + ax|x|}{x^2 - x + \frac{1}{4}} = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}} \frac{x^2 + ax|x|}{(x - \frac{1}{4})^2} = \infty$$

بنابراین نقاط  $(\frac{1}{4}, 1+a)$ ،  $(\frac{1}{4}, 1-a)$  و  $(0, 0)$  رئوس مثلث مورد

نظر هستند که مساحت آن برابر است با:

$$S = \frac{1}{2} \left( |(1+a) - (1-a)| \times \frac{1}{4} \right) = \frac{|a|}{2} = 8$$

$$\Rightarrow |a| = 16 \Rightarrow a = \pm 16$$

(مسئله ۲- هرهای نامتناهی- هر در بی نهایت:

صفحه های ۵۵ تا ۵۸، ۶۷ و ۶۸)

$$\frac{2\pi}{x+1} = (2k+1)\frac{\pi}{2} \Rightarrow x+1 = \frac{4}{2k+1} \Rightarrow x = \frac{4}{2k+1} - 1$$

$$D_f = (\frac{1}{3}, 3) \Rightarrow \frac{1}{3} \leq \frac{4}{2k+1} - 1 \leq 3$$

$$\frac{4}{3} \leq \frac{4}{2k+1} \leq 4 \Rightarrow \frac{1}{3} \leq \frac{1}{2k+1} \leq 1 \Rightarrow 1 \leq 2k+1 \leq 3$$

$$0 \leq 2k \leq 2 \Rightarrow 0 \leq k \leq 1, \quad k \in \mathbb{Z}$$

در نتیجه نمودار تابع دو مجانب قائم دارد.

(مسئله ۲- هرهای نامتناهی- هر در بی نهایت: صفحه های ۵۵ تا ۵۸)

(سیدرضا اسلامی)

۱۸- گزینه «۴»

$$f(-1 + \frac{1}{x+1}) = 2 - \frac{2x+2}{x^2+x+1}$$

پس وقتی  $x \rightarrow \pm\infty$ ، مقدار عبارت  $-1 + \frac{1}{x+1} = -1 + \frac{1}{x+1}$  به  $-1$  میل

$$\text{می کند و در نتیجه عبارت } \frac{2x^2}{x^2+x+1} = 2 - \frac{2x+2}{x^2+x+1} \text{ به } 2 \text{ میل}$$

می کند. به صورت دقیق تر داریم:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(-\frac{x}{x+1}) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2}{x^2+x+1} = 2$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = 2$$

تابع  $f$  با مقادیر بیشتر از ۲ به آن نزدیک می شود.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(-\frac{x}{x+1}) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2}{x^2+x+1} = 2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = 2$$

تابع  $f$  با مقادیر کمتر از ۲ به آن نزدیک می شود. حال برای تابع  $g$ 

می توانیم بنویسیم:

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} g(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{x-2}{f(x)-2} = \frac{-3}{0^+} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} g(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{x-2}{f(x)-2} = \frac{-3}{0^-} = +\infty$$

نمودار گزینه «۴» درست است.

(مسئله ۲- هرهای نامتناهی- هر در بی نهایت: صفحه های ۵۵ تا ۵۸)



## حسابان ۲-۲ اختیاری

۲۱- گزینه «۴»

(توضیح اسری)

با توجه به نمودار تابع  $f$  داریم:  $f(2) = 3$  و همچنین شیب خط  $d$  برابر  $f'(2)$  است. بنابراین:

$$m_d = \frac{0-3}{5-2} = -1 \Rightarrow f'(2) = -1$$

می‌دانیم:  $f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$ . حال با تغییر متغیر  $3x = t$

نتیجه می‌شود:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(2+3x) - 3}{x} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{f(2+t) - f(2)}{\frac{t}{3}} = 3 \times \lim_{t \rightarrow 0} \frac{f(2+t) - f(2)}{t}$$

$$= 3f'(2) = 3 \times (-1) = -3$$

(حسابان ۲-۲ مشتق: صفحه‌های ۷۸ تا ۸۰)

۲۲- گزینه «۳»

(سراسری خارج از کشور ریاضی ۹۲)

با توجه به اینکه  $f'(1)$  موجود است داریم:

$$f'_-(1) = f'_+(1) \quad (1)$$

(۲) تابع در  $x=1$  پیوسته است یعنی:  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1)$

ابتدا پیوستگی تابع را بررسی می‌کنیم:

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1^+} \left(-\frac{1}{x} + x\right) &= -1 + 1 = 0 \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} (x^2 + ax + b) &= 1 + a + b \end{aligned} \right\} \Rightarrow a + b + 1 = 0 \quad (1)$$

و با توجه به مشتق‌پذیری داریم:

$$\left. \begin{aligned} x \geq 1: f'(x) &= \frac{1}{x^2} + 1 \Rightarrow f'_+(1) = 1 + 1 = 2 \\ x < 1: f'(x) &= 2x + a \Rightarrow f'_-(1) = 2 + a \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2 + a = 2 \Rightarrow a = 0$$

با جایگذاری  $a$  در رابطه (۱)،  $b = -1$  می‌شود.بنابراین در  $x < 1$  ضابطه تابع به صورت  $f(x) = x^2 - 1$  است و داریم:

$$f(1 - \sqrt{2}) = (1 - \sqrt{2})^2 - 1 = 1 - 2\sqrt{2} + 2 - 1 = 2 - 2\sqrt{2}$$

(حسابان ۲-۲ مشتق: صفحه‌های ۸۶ تا ۸۹، ۹۳ و ۹۴)

۲۳- گزینه «۱»

(مبیر رفعتی)

ابتدا با استفاده از اتحاد کسینوس مجموع زوایا، تابع را ساده می‌کنیم:

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\Rightarrow f(x) = \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \cos\left(2x + \frac{\pi}{12}\right)$$

$$f'(x) = -2 \sin\left(2x + \frac{\pi}{12}\right) \quad \text{پس داریم:}$$

$$\Rightarrow f'\left(\frac{\pi}{12}\right) = -2 \sin\left(2\left(\frac{\pi}{12}\right) + \frac{\pi}{12}\right) = -2 \sin \frac{\pi}{4} = -\sqrt{2}$$

(حسابان ۲-۲ مشتق: صفحه‌های ۹۵ و ۹۶)

۲۴- گزینه «۱»

(معمد ابراهیم درمان)

خط  $y = 3x + 7$  در  $x = -1$  بر دو تابع  $f$  و  $g$  مماس است. این یعنی  $f(-1) = g(-1) = 4$  و  $f'(-1) = g'(-1) = 3$ . حال داریم:

$$g'(x) = \left(1 + \frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}\right) f'(x + \sqrt{f(x)})$$

 $x = -1$  را جای گذاری می‌کنیم:

$$g'(-1) = \left(1 + \frac{f'(-1)}{2\sqrt{f(-1)}}\right) f'(-1 + \sqrt{f(-1)})$$

$$= \left(1 + \frac{3}{2 \times 2}\right) f'(1) = \frac{5}{4} f'(1) = 3$$

$$\Rightarrow f'(1) = \frac{12}{5}$$

(حسابان ۲-۲ مشتق: صفحه‌های ۹۳ تا ۹۶)

۲۵- گزینه «۲»

(معدری برای)

فاصله نقطه  $A(x, y)$  از نقطه  $(2, 0)$  به صورت

$$d = \sqrt{(x-2)^2 + (y-0)^2} \quad \text{است. عبارت } y = \sqrt{-x^2 + 6x + 1}$$

جایگزین می‌کنیم تا  $d$  بر حسب متغیر  $x$  به دست آید.

$$d = \sqrt{(x-2)^2 + (-x^2 + 6x + 1)} = \sqrt{x^2 - 4x + 4 - x^2 + 6x + 1} = \sqrt{2x + 5}$$

از  $d$  نسبت به  $x$  مشتق می‌گیریم و برابر با  $\frac{1}{3}$  قرار می‌دهیم.

$$d'(x) = \frac{2}{2\sqrt{2x+5}} = \frac{1}{\sqrt{2x+5}} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2x+5}} = \frac{1}{3} \Rightarrow \sqrt{2x+5} = 3 \Rightarrow 2x+5=9 \Rightarrow x=2$$

برای به دست آوردن عرض نقطه مورد نظر،  $x=2$  را در ضابطه منحنی قرار می‌دهیم.

$$y = \sqrt{-x^2 + 6x + 1} \xrightarrow{x=2} y = \sqrt{-4 + 12 + 1} = \sqrt{9} = 3$$

(حسابان ۲-۲ مشتق: صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۶)

۲۶- گزینه «۲»

(جمال الدین حسینی)

با ساده کردن ضابطه تابع داریم:

$$f(x) = x^{\frac{2}{3}}(x^2 - 1) = x^{\frac{8}{3}} - x^{\frac{2}{3}}$$

$$f'(x) = \frac{8}{3}x^{\frac{5}{3}} - \frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}} = \frac{2}{3}x^{\frac{1}{3}}(4x^2 - 1) = \frac{2(4x^2 - 1)}{3\sqrt[3]{x}}$$

از  $f'(x) = 0$  داریم:

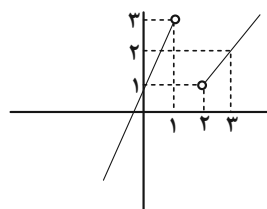
$$4x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x = \pm \frac{1}{2}$$

از طرفی  $f'(x)$  در  $x = 0$  تعریف نشده است، بنابراین مجموعه طول‌هاینقاط بحرانی تابع عبارت است از  $\{-\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}\}$ .

(مسئله ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه ۱۱۷)

۲۷- گزینه «۲»

(معمربن سلامی مسینی)

نمودار  $f(x)$  را در  $x > 2$  و  $x < 1$  رسم می‌کنیم. با توجه به شکل، محدودهرسم  $y = x + a$  را مشخص می‌کنیم.حال باید  $f(2) > 1$  و  $f(1) < 3$  باشد، پس:

$$\begin{cases} 1 + a < 3 \Rightarrow a < 2 \\ 2 + a > 1 \Rightarrow a > -1 \end{cases} \Rightarrow a \in (-1, 2)$$

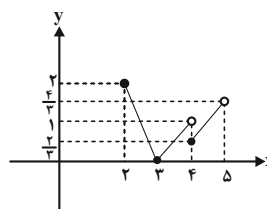
بیشترین مقدار  $n - m$  برابر  $2 - (-1) = 3$  است.

(مسئله ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۶)

۲۸- گزینه «۴»

(معدری براتی)

$$f(x) = \begin{cases} -2x + 6 & ; 2 \leq x < 3 \\ x - 3 & ; 3 \leq x < 4 \\ \frac{2x - 6}{3} & ; 4 \leq x < 5 \end{cases}$$



با توجه به نمودار، واضح است که مقدار ماکزیمم مطلق برابر ۲ و مقدار

مینیمم مطلق برابر صفر است که اختلاف آن‌ها برابر ۲ است.

(مسئله ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۶)

۲۹- گزینه «۳»

(عارل مسینی)

با تغییر متغیر  $t = \sqrt[3]{1 + \sin x}$  و استفاده از ضابطه  $f$ ، تابع  $g$  را به صورت زیر می‌سازیم:

$$g(t) = t^3 - 1 - 3t = t^3 - 3t - 1; 0 \leq t \leq \sqrt[3]{2}$$

برد تابع  $g$  همان برد تابع  $f$  است. پس داریم:

$$g(0) = -1, g(\sqrt[3]{2}) = 1 - 3\sqrt[3]{2}$$

نقطه بحرانی بازه  $(0, \sqrt[3]{2})$  را نیز پیدا کنیم، برای این کار ریشه‌های

$$g'(t) = 0$$

$$g'(t) = 3t^2 - 3 \xrightarrow[t > 0]{g'(t) = 0} t = 1, g(1) = -3$$

پس نقطه  $(1, -3)$  دیگر نقطه بحرانی تابع  $g$  است. از آنجا که

$$-3 < 1 - 3\sqrt[3]{2} < -1$$

پس اختلاف بیشترین و کم‌ترین مقدار تابع  $f$  برابر

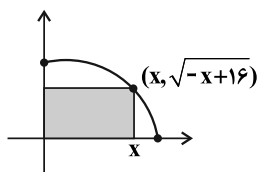
$$-1 - (-3) = 2$$

(مسئله ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۱۸ و ۱۱۹)

۳۰- گزینه «۳»

(لیلا مرادی)

شکل مسئله به صورت زیر است:



مساحت مستطیل ساخته شده برابر است با:

$$S(x) = x\sqrt{-x + 16}$$

$$S'(x) = \sqrt{-x + 16} + x \frac{-1}{2\sqrt{-x + 16}} = \frac{-2x + 32 - x}{2\sqrt{-x + 16}}$$

$$\xrightarrow{S'(x) = 0} -3x + 32 = 0 \Rightarrow x = \frac{32}{3}$$

$$\Rightarrow y = \sqrt{-x + 16} = \sqrt{-\frac{32}{3} + 16} = \sqrt{\frac{16}{3}} = \frac{4}{\sqrt{3}}$$

پس بیش‌ترین مساحت برابر می‌شود با:

$$S_{\max} = \frac{32}{3} \times \frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{128}{3\sqrt{3}} = \frac{128\sqrt{3}}{9}$$

(مسئله ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۱۸ و ۱۱۹)



در مورد گزینه «۱» داریم:

$$(AB^T)^T = (AB^T)(AB^T) = A(B^T A)B^T \\ = A(AB)B^T = A^T B^T = A^T$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربرد ها: صفحه های ۱۹ تا ۲۱)

(اسحاق اسفندیار)

گزینه «۴» ۳۳-

$$A + 2I = \begin{bmatrix} |A| & |A| + 2 \\ |A| - 1 & |A| + 5 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A = \begin{bmatrix} |A| & |A| + 2 \\ |A| - 1 & |A| + 5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A = \begin{bmatrix} |A| - 2 & |A| + 2 \\ |A| - 1 & |A| + 3 \end{bmatrix} \xrightarrow{\det}$$

$$|A| = (|A| - 2)(|A| + 3) - (|A| + 2)(|A| - 1)$$

$$\Rightarrow |A| = |A|^2 + |A| - 6 - |A|^2 - |A| + 2$$

$$\Rightarrow |A| = -4 \Rightarrow A = \begin{bmatrix} -6 & -2 \\ -5 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{-4} \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 5 & -6 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{5}{4} & \frac{3}{2} \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{جمع درایه ها}} \text{صفر}$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربرد ها: صفحه های ۲۳ و ۲۷)

(اسحاق اسفندیار)

گزینه «۲» ۳۴-

به کمک روش بسط نسبت به سطر اول داریم:

$$x[2(-1) - 1(x) - 1(-4x)] - [5x(-x - 3) + 2(2x + 1) + 1(5)] = 0$$

$$8x^2 + 9x - 7 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -\frac{9}{8} \\ \alpha \cdot \beta = \frac{c}{a} = -\frac{7}{8} \end{cases}$$

$$\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2} = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha^2 \beta^2} = \frac{(-\frac{9}{8})^2 - 2(-\frac{7}{8})}{(-\frac{7}{8})^2} = \frac{193}{49} = 3\frac{9}{49}$$

عدد مورد نظر به عدد صحیح ۴ نزدیک است.

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربرد ها: صفحه های ۲۷ تا ۳۱)

هندسه ۳

گزینه «۳» ۳۱-

(پوار ترکمن)

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -5 \\ 0 & 3 & 1 \\ 4 & -2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 5 & x \\ 1 & 1 & -1 \\ 2x & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1-10x & 6 & 2x-11 \\ 3+2x & 4 & -1 \\ -2+4x & 20 & 4x+6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -12x+12 & -6 & 2x-5 \\ 4+2x & -4 & 3 \\ -8 & -20 & 4x+26 \end{bmatrix}$$

با توجه به فرض، مجموع درایه های قطر اصلی ماتریس A برابر صفر است، داریم:

$$(-12x+12) + (-4) + (4x+26) = 0$$

$$\Rightarrow -8x + 34 = 0 \Rightarrow x = \frac{17}{4}$$

بنابراین مجموع درایه های قطر فرعی این ماتریس برابر است با:

$$(2x-5) + (-4) + (-8) = 2x-17 = 2(\frac{17}{4})-17 = -8/5$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربرد ها: صفحه های ۱۷ تا ۱۹)

(مهرداد ملونری)

گزینه «۱» ۳۲-

با توجه به فرض، گزینه ها را بررسی می کنیم:

گزینه «۲»:

$$(AB)^T = (AB)(AB) = (AB)(B^T A) = AB^T A = A^T$$

گزینه «۳»:

$$(BA)^T = (BA)(BA) = B(AB)A = B(B^T A)A = B^T A^T = A^T$$

همچنین از  $AB = B^T A$  نتیجه می گیریم  $BAB = B^T A = A$  و لذا

$$BA = BAB^T = (BAB)B^T = AB^T$$

گزینه «۴»:

$$(A^T B)^T = (A^T B)(A^T B) = A^T (BA)(AB)$$

$$= A^T (AB^T)AB = A^T (B^T A)B = (AB)B = AB^T$$



۳۵- گزینه «۲»

(اسحاق اسفندیار)

$$\begin{cases} 3x - y = 1 \\ 2x - y = 3 \end{cases} \xrightarrow{\text{ماتریس ضرایب}} \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} = (A + 2I)^{-1}$$

از دو طرف وارون می گیریم:

$$A + 2I = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 2 & -5 \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = 7 \Rightarrow B = \begin{bmatrix} 7 & -1 & 7 \\ 0 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

دترمینان B را نسبت به ستون اول بسط می دهیم:

$$|B| = 7 \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} -1 & 7 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = -20$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه های ۲۳ تا ۲۸)

۳۶- گزینه «۲»

(سوکندر روشنی)

مکان هندسی نقاطی که از آن نقاط بتوان مماس هایی با طول L بر دایره

رسم کرد دایره ای است به مرکز O و شعاع

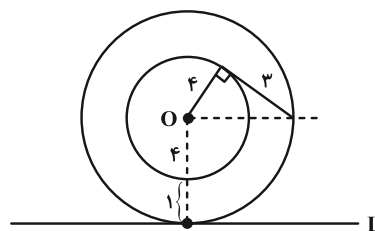
$$R' = \sqrt{R^2 + L^2}$$

در نتیجه با توجه به اطلاعات سؤال خواهیم داشت:

$$x^2 + y^2 - 2x + 4y - 11 = 0 \Rightarrow R = \frac{1}{2} \sqrt{4 + 16 + 44} = 4$$

$$\Rightarrow R' = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$$

که می بینیم دایره مفروض و خط داده شده در صورت سؤال یک نقطه تقاطع دارند.



(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه های ۴۰ تا ۴۳)

۳۷- گزینه «۴»

(هومن عقیلی)

مختصات مرکز و شعاع دو دایره را به دست می آوریم:

$$\begin{cases} O(-3, 0), R = 2m + 1 \\ O'(0, 4), R' = m \end{cases}, OO' = 5$$

$$|R - R'| < OO' < R + R' \quad \text{برای دو دایره متقاطع داریم:}$$

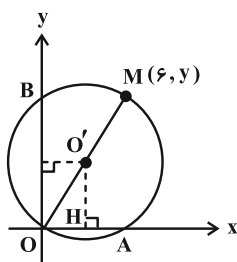
$$m + 1 < 5 < 3m + 1 \Rightarrow \begin{cases} 3m + 1 > 5 \Rightarrow m > \frac{4}{3} \\ m + 1 < 5 \Rightarrow m < 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{4}{3} < m < 4$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه های ۴۱ و ۴۴)

۳۸- گزینه «۴»

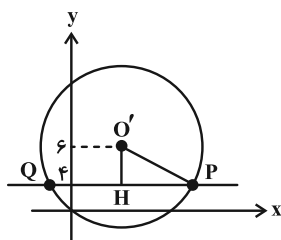
(علی ساوویی)

طبق فرض  $OA = \alpha$  و  $OB = 2\alpha$ . در نتیجه مختصات مرکز دایره $O'(\frac{\alpha}{2}, \alpha)$  است. همچنین مطابق شکل و فرض، OM قطر دایره است:

$$O' : \begin{cases} \frac{6}{2} = \frac{\alpha}{2} \\ \frac{y}{2} = \alpha \end{cases} \Rightarrow O'(3, 6)$$

داریم:

$$R = OO' = \sqrt{3^2 + 6^2} = 3\sqrt{5}$$





$$\begin{cases} C: x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0 \xrightarrow{\text{کم}} \\ C': x^2 + y^2 + 2x + 2y - 7 = 0 \end{cases}$$

$$4x + 6y - 8 = 0 \xrightarrow{+2} 2x + 3y = 4$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۳۳ تا ۳۶)

### هندسه ۳- اختیاری

(امیدرضا غلامح)

۴۱- گزینه «۳»

$$\triangle OA'B': A'B'^2 = OA'^2 + OB'^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow A'B' = \sqrt{a^2 + b^2}$$

طبق فرض سؤال داریم:

$$A'B' = a + c \Rightarrow \sqrt{a^2 + b^2} = a + c \xrightarrow{\text{به توان ۲}} a^2 + b^2 = (a + c)^2$$

$$a^2 + (a^2 - c^2) = a^2 + c^2 + 2ac$$

$$\Rightarrow 2c^2 + 2ac - a^2 = 0 \xrightarrow{+a^2} 2\left(\frac{c}{a}\right)^2 + 2\left(\frac{c}{a}\right) - 1 = 0$$

با حل معادله از روش  $\Delta$  داریم:

$$\Delta = 2^2 - 4(2)(-1) = 12$$

$$\frac{c}{a} = \frac{-2 \pm \sqrt{12}}{4} \Rightarrow \begin{cases} \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{3}-1}{2} \\ \frac{c}{a} = \frac{-\sqrt{3}-1}{2} < 0 \end{cases} \text{ غرض}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۳۷ تا ۳۹)

(امیدرضا غلامح)

۴۲- گزینه «۴»

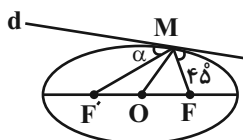
از نقطه  $M$  به نقاط  $O$  و  $F'$  وصل می‌کنیم. می‌دانیم پاره‌خط‌های  $MF$

و  $MF'$  با خط  $d$  زوایای یکسانی می‌سازند. بنابراین  $\alpha = 45^\circ$  و در

نتیجه  $\angle FMF' = 90^\circ$  است.

در مثلث قائم‌الزاویه  $FMF'$ ،  $MO$  میانه وارد بر وتر است و در نتیجه

داریم:



$$O'HP: HP = \sqrt{O'P^2 - O'H^2} = \sqrt{(3\sqrt{5})^2 - 2^2} = \sqrt{41}$$

$$\Rightarrow PQ = 2\sqrt{41}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۳۲ و ۳۳)

۳۹- گزینه «۳»

(مهردار ملونری)

مختصات مرکز و شعاع دایره مورد نظر را می‌یابیم:

$$x^2 + y^2 - 3x + y = 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{مرکز: } W = \left(\frac{-(-3)}{2}, -\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right) \\ \text{شعاع: } R = \frac{1}{2}\sqrt{(-3)^2 + 1^2} = \frac{\sqrt{10}}{2} \end{cases}$$

چون خط  $y + 3x = k$  بر دایره مماس است، پس فاصله مرکز این دایره از

خط مماس برابر شعاع دایره است:

$$\frac{\sqrt{10}}{2} = \frac{\left| -\frac{1}{2} + \frac{9}{2} - k \right|}{\sqrt{1+9}} \Rightarrow \frac{10}{2} = |4 - k|$$

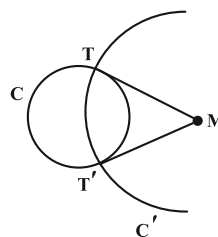
$$\Rightarrow 4 - k = \pm 5 \Rightarrow k = 9, -1$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۳۳ و ۳۵)

۴۰- گزینه «۱»

(هومن عقیلی)

از نقطه  $M$  دو مماس  $MT' = MT$  بر دایره رسم می‌کنیم.



طول مماس رسم شده از نقطه  $M(-1, -1)$  بر دایره داده شده برابر است با:

$$MT = MT' = \sqrt{(-1)^2 + (-1)^2 - 2(-1) - 4(-1) + 1} = 3$$

اکنون معادله دایره به مرکز  $M$  و شعاع  $MT = 3$  را می‌نویسیم:

$$C': (x+1)^2 + (y+1)^2 = 9$$

واضح است که خط گذرا از دو نقطه  $T$  و  $T'$ ، همان وتر مشترک دو دایره است

که با کم کردن معادله دو دایره از هم، به دست می‌آید. پس معادله وتر مشترک

عبارت است از:



(غرضانه کاپاش)

۴۴- گزینه «۱»

چون شعاع بازتابش موازی محور تقارن سهمی خارج شده است، پس شعاع تابش از کانون سهمی عبور کرده است. بنابراین معادله سهمی را به حالت متعارف تبدیل کرده و مختصات کانون سهمی را به دست می آوریم.

$$y^2 + 2y - 4x + 5 = 0 \Rightarrow y^2 + 2y + 1 = 4x - 4$$

$$\Rightarrow (y+1)^2 = 4(x-1)$$

سهمی رو به راست باز می شود و رأس  $A(1, -1)$  و  $a=1$  فاصله کانونی آن است و داریم:

$$\text{کانون: } F(1+1, -1) = (2, -1)$$

اگر  $B$  نقطه تلاقی پرتو تابش با سهمی باشد، آنگاه داریم:

$$y^2 + 2y - 4x + 5 = 0 \xrightarrow{y=1} -4x + 8 = 0 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow B(2, 1)$$

شعاع تابش از نقاط  $F(2, -1)$  و  $B(2, 1)$  عبور کرده است، پس معادله آن به صورت  $x=2$  است.

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه های ۵۰ تا ۵۶)

(امیدرضا فلاح)

۴۵- گزینه «۲»

راستای خط  $d$  بر محورهای  $y$  و  $z$  عمود است، پس معادله آن به فرم

$$\text{است. در همه نقاط واقع بر خط } d, \text{ مؤلفه } y \text{ (عرض) برابر ۳ و } \begin{cases} y = m \\ z = n \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 3 \\ z = 1 \end{cases} \text{ مؤلفه } z \text{ (ارتفاع) برابر ۱ است، پس معادله خط } d \text{ به صورت}$$

است. از طرفی همه نقاط واقع بر صفحه رنگی دارای مؤلفه  $y$  ثابتی هستند،

پس معادله آن به صورت  $y=3$  است.

(هندسه ۳- بردارها؛ صفحه های ۶۷ و ۶۸)

$$MO = \frac{1}{2} FF' \Rightarrow c = \frac{1}{2} FF' \Rightarrow FF' = 8 \Rightarrow 2c = 8$$

$$\Rightarrow c = 4$$

$$\Delta FMF': MF^2 + MF'^2 = FF'^2$$

$$\Rightarrow MF^2 = FF'^2 - MF'^2 = 8^2 - (5 + \sqrt{7})^2$$

$$= 64 - (25 + 7 + 10\sqrt{7}) = 32 - 10\sqrt{7}$$

$$\Rightarrow MF^2 = 25 + 7 - 10\sqrt{7} = (5 - \sqrt{7})^2$$

$$\Rightarrow MF = 5 - \sqrt{7}$$

$M$  نقطه ای روی بیضی است، بنابراین داریم:

$$MF + MF' = 2a \Rightarrow (5 - \sqrt{7}) + (5 + \sqrt{7}) = 2a$$

$$\Rightarrow 2a = 10 \Rightarrow a = 5$$

$$\text{خروج از مرکز} = \frac{c}{a} = \frac{4}{5} = 0.8$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه های ۴۷ تا ۵۰)

۴۳- گزینه «۳»

(سیر ممبر رضا حسینی فرد)

چون سهمی محور عرضها را فقط در یک نقطه قطع می کند، پس قطعاً رو به بالا یا رو به پایین باز می شود.

حالت اول: سهمی رو به بالا باز شود. در این صورت  $A(4, -2-a)$  رأس سهمی است و داریم:

$$\text{معادله سهمی: } (x-4)^2 = 4a(y+2+a)$$

$$\xrightarrow{M(0,1)} 16 = 4a(2+a)$$

$$\Rightarrow a^2 + 3a - 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a = -4 \end{cases} \text{ غقق}$$

حالت دوم: سهمی رو به پایین باز شود. در این صورت  $A(4, -2+a)$  رأس سهمی است و داریم:

$$\text{معادله سهمی: } (x-4)^2 = -4a(y+2-a) \xrightarrow{M(0,1)} 16 = -4a(3-a)$$

$$\Rightarrow a^2 - 3a - 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ a = 4 \end{cases} \text{ غقق}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه های ۵۲ تا ۵۵)



## ریاضیات گسسته

۴۶- گزینه «۱»

(پوار ترکمن)

از  $a^y \mid b^x$  می توان نتیجه گرفت  $a^3 \mid b^5$  (چرا؟). بنابراین:

$$a^3 \mid b^5 \xrightarrow{\times 2} 2a^3 \mid 2b^5 \Rightarrow 2a^3 \mid (2b^5) \times 3$$

$$\Rightarrow 2a^3 \mid 6b^5 \Rightarrow (2a^3, 6b^5) = 2a^3$$

به همین ترتیب از  $a^y \mid b^x$  می توان  $a^2 \mid b^4$  را نتیجه گرفت و در نتیجه:

$$a^2 \mid b^4 \xrightarrow{\times 3} 3a^2 \mid 3b^4 \Rightarrow 3a^2 \mid (3b^4) \times 2$$

$$\Rightarrow 3a^2 \mid 6b^4 \Rightarrow (3a^2, 6b^4) = 3a^2$$

پس  $[2a^3, 6b^4]$  مورد نظر است. با توجه به این که از  $a^y \mid b^x$ ,بخش پذیری  $a^3 \mid b^4$  نتیجه می شود، داریم:

$$a^3 \mid b^4 \Rightarrow 2a^3 \mid 6b^4 \Rightarrow [2a^3, 6b^4] = 6b^4$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه های ۱۰ و ۱۳)

۴۷- گزینه «۲»

(مصطفی دیراری)

اگر  $d = (an - 2, bn + 5)$  فرض شود، آن گاه:

$$\begin{cases} d \mid an - 2 \xrightarrow{\times(-b)} d \mid -abn + 2b \\ d \mid bn + 5 \xrightarrow{\times a} d \mid abn + 5a \end{cases} \Rightarrow d \mid 2b + 5a$$

پس  $2b + 5a = 1$  یا  $2b + 5a = -1$  است، تا  $d = 1$  گردد. اگرزوج باشد  $2b + 5a$  زوج می شود و در نتیجه  $a$  باید عددی فرد باشد. بهازای هر عدد فرد  $a$  از مجموعه  $\{4, 3, \dots, -3, -4\}$  از هر معادلهدقیقاً یک حالت برای  $b$  به دست می آید که طبق فرض، باید  $b$  عضو این

مجموعه باشد:

$$a = -3 \Rightarrow \begin{cases} b = 8 & \times \\ b = 7 & \times \end{cases}$$

$$a = -1 \Rightarrow \begin{cases} b = 3 & \checkmark \\ b = 2 & \checkmark \end{cases}$$

$$a = 1 \Rightarrow \begin{cases} b = -2 & \checkmark \\ b = -3 & \checkmark \end{cases}$$

$$a = 3 \Rightarrow \begin{cases} b = -7 & \times \\ b = -8 & \times \end{cases}$$

پس چهار زوج مرتب وجود دارد.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه های ۱۰ تا ۱۳)

۴۸- گزینه «۴»

(مهردار ملونری)

طبق صورت سؤال و شرط قضیه تقسیم داریم:

$$\begin{cases} a = bq + r, & q = r + 1 \\ 0 \leq r < b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = bq + q - 1 \\ 1 \leq q < b + 1 \end{cases}$$

در تقسیم جدید نیز داریم:

$$a + 91 = b(q + 4) + 11 \Rightarrow bq + q - 1 + 91 = bq + 4b + 11$$

$$\Rightarrow 79 = 4b - q \xrightarrow{1 \leq q < b+1} 3b - 1 < 79 \leq 4b - 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b \geq 20 \\ b < \frac{80}{3} \end{cases}$$

پس حداکثر مقدار  $b$  (مقسوم علیه) برابر ۲۶ است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه های ۱۴ و ۱۵)

۴۹- گزینه «۴»

(نیلوغر مهروری)

$$\left. \begin{matrix} a \equiv b^m \\ a \equiv b^n \end{matrix} \right\} \Rightarrow a \equiv b \quad \text{نکته:}$$

$$\left. \begin{matrix} a \equiv 3^7 \Rightarrow a \equiv 3 + 5(7) \Rightarrow a \equiv 38 \\ a \equiv 2^{12} \Rightarrow a \equiv 2 + 3(12) \Rightarrow a \equiv 38 \end{matrix} \right\} \Rightarrow a \equiv 38 \quad [7, 12]$$

$$\xrightarrow{84} a \equiv 38 \Rightarrow a = 84k + 38$$

به ازای  $k = 4$ ،  $a$  کوچک ترین عدد سه رقمی مضرب ۱۱ است.

$$k = 4 \Rightarrow a = (84 \times 4) + 38 = 374$$

$$\text{مجموع ارقام فرد: } 3 + 7 = 10$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه های ۱۸ تا ۲۲)

۵۰- گزینه «۳»

(سوکنر روشنی)

$$(\delta n - 2, 3n + 5) = d \Rightarrow \begin{cases} d \mid \delta n - 2 \xrightarrow{\times 3} d \mid 15n - 6 \\ d \mid 3n + 5 \xrightarrow{\times 5} d \mid 15n + 25 \end{cases}$$

$$d \mid 31 \Rightarrow d = 1 \text{ یا } 31$$

$$\delta n - 2 \equiv 0 \xrightarrow{31} \delta n \equiv 2 + 93 = 95 \xrightarrow{+5} n \equiv 19$$

$$\Rightarrow n = 31k + 19 \xrightarrow{k=0, 1, 2} 19, 50, 81$$

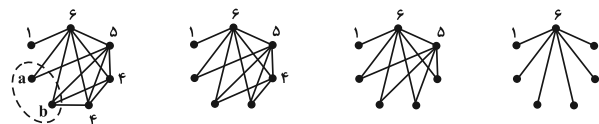
در نتیجه  $n$  می تواند  $87 = 90 - 3$  عدد طبیعی دو رقمی اختیار کند.



(مهردار ملونری)

۵۳- گزینه «۳»

در این گراف مرتبه ۷، یک رأس از درجه ۶ (Full درجه) داریم که مطابق شکل زیر، رسم گراف را از آن شروع کرده و به ترتیب به رأس‌های درجه ۵، ۴ و ۴ می‌رسیم:



دو رأس مشخص شده، مربوط به درجات  $a$  و  $b$  هستند که مطابق نمودار، مقدار اولیه برای مجموع آن‌ها  $a + b = 6$  است. چنانچه بین این دو رأس، یالی موجود باشد (یعنی مجاور باشند)، آن‌گاه  $a + b = 8$  خواهد شد. پس دو مقدار ۶ و ۸ برای  $a + b$  وجود دارد.

توجه: در نمودار گراف سمت چپ، رأس درجه ۴ دومی می‌تواند با رأس درجه ۴  $a$  مجاور باشد.

(ریاضیات گسسته-گراف و مدل‌سازی: صفحه ۳۵)

(مسعود طایفه)

۵۴- گزینه «۲»

تمام دورهای موجود در این گراف عبارتند از:

$$\begin{cases} acbda \\ acbea \\ acbfa \end{cases}, \begin{cases} adbea \\ adbf a \end{cases}, aebfa$$

(ریاضیات گسسته-گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)

(یوار ترکمن)

۵۵- گزینه «۴»

واضح است که درجه رأس‌های  $a, b, c, d$  و  $e$  در گراف  $G$ ، به ترتیب ۳، ۳، ۴، ۵ و ۶ می‌باشد. بنابراین طبق قضیه مجموع درجه‌های رأس‌های گراف داریم:

$$2q = \deg_G^{(f)} + \deg_G^{(g)} = 2q \Rightarrow \underbrace{3+3+4+5+6}_{\text{عددی فرد}} = 2q$$

بنابراین  $\deg_G^{(f)} + \deg_G^{(g)}$  باید عددی فرد باشد و با توجه به این که مرتبه گراف  $G$  برابر ۷ است، پس  $\Delta(G) \leq 6$  می‌باشد و در نتیجه

بیشترین مقدار  $\deg_G^{(f)} + \deg_G^{(g)}$  برابر ۱۱ است (چرا؟) و می‌توان

$$\deg_G^{(f)} = 6 \text{ و } \deg_G^{(g)} = 5 \text{ (یا برعکس) فرض کرد. از طرفی می‌دانیم}$$

$$\deg_G^{(v)} = (p-1) - \deg_G^{(v)}, \text{ بنابراین درجه رأس‌های } a, b, c, d,$$

$e, f$  و  $g$  در گراف  $\bar{G}$  به ترتیب ۳، ۲، ۱، ۰، ۰ و ۱ به دست

توجه: شرط وجود جواب معادله هم‌نهشتی مورد نظر به صورت  $65 \mid (3n+5, 2n-2)$  است که اگر  $d = 31$  باشد، برقرار نیست.

(ریاضیات گسسته-آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲۴ و ۲۵)

۵۱- گزینه «۴»

(مهردار ملونری)

طبق فرض، عدد  $xyy$  مضرب  $3 \times 5 = 15$  است ولی مضرب ۹ نیست، پس: (۱) رقم یکان آن (یعنی  $y$ ) یکی از ارقام ۵ یا ۰ است.

(۲) مجموع ارقام آن (یعنی  $2(x+y)$ ) مضرب ۳ است ولی مضرب ۹ نیست. در نتیجه مقادیر قابل قبول برای  $x$  و  $y$  به صورت زیر هستند:

$$\begin{cases} y=0 \Rightarrow x=3, 6 \\ y=5 \Rightarrow x=1, 7 \end{cases}$$

پس تنها ۴ عدد  $3300, 6600, 1155, 7755$  مطلوب هستند.

(ریاضیات گسسته-آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۵۲- گزینه «۲»

(مصطفی دیداری)

گراف  $K_{11}$  دارای  $\frac{11 \times 10}{2} = 55$  یال و گراف  $K_{12}$  دارای

$$\frac{12 \times 11}{2} = 66 \text{ یال است. پس برای این که } 59 \text{ یال در گراف قرار بگیرد}$$

نیاز به حداقل ۱۲ رأس داریم. اگر رأس‌ها را بیشتر از ۱۲ تا در نظر بگیریم  $q(\bar{G})$  زیاد می‌شود پس برای این که مقدار  $q(\bar{G}) + \Delta(\bar{G})$  کمترین باشد  $p = 12$  می‌گیریم:

$$q(G) + q(\bar{G}) = \frac{p(p-1)}{2} \Rightarrow 59 + q(\bar{G}) = \frac{12 \times 11}{2}$$

$$\Rightarrow q(\bar{G}) = 7$$

گراف  $\bar{G}$ ، ۱۲ رأس و ۷ یال دارد. در  $\bar{G}$ ، درجه همه رأس‌ها نمی‌تواند برابر یک باشد و طبق نمودار زیر، کمترین مقدار  $\Delta(\bar{G}) = 2$  است.



$$\min(q(\bar{G}) + \Delta(\bar{G})) = 7 + 2 = 9$$

(ریاضیات گسسته-گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۳۷ و ۳۸)

سپس تعداد جایگشت‌هایی را محاسبه می‌کنیم که هم دو حرف «الف» و هم دو حرف «س» در کنار هم هستند که در این حالت ۵! جایگشت وجود دارد. جواب مسئله برابر تفاضل دو مقدار به‌دست آمده است:

$$\frac{6!}{2!} - 5! = 360 - 120 = 240$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۵۶ تا ۵۹)

(امیررضا خلاج)

۵۹- گزینه «۲»

تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله  $x_1 + x_2 + x_3 = 15$  برابر است با:

$$\binom{15+3-1}{3-1} = \binom{17}{2} = 136$$

جواب‌هایی از این معادله که مؤلفه صفر ندارند، در واقع همان جواب‌های طبیعی معادله هستند که تعداد آن‌ها برابر است با:

$$\binom{15-1}{3-1} = \binom{14}{2} = 91$$

بنابراین تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله که حداقل یک مؤلفه صفر داشته باشد، برابر است با:

$$136 - 91 = 45$$

(ریاضیان گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

(امیرمسین ابومحبوب)

۶۰- گزینه «۴»

برای پیدا کردن جواب‌های طبیعی این معادله، کافی است به متغیر  $x_4$  که دارای توان ۲ است، مقادیر مناسب داده و تعداد جواب‌های طبیعی را در هر حالت پیدا کنیم.

$$x_4 = 1 \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = 11$$

$$\Rightarrow \text{تعداد جواب‌های طبیعی} = \binom{11-1}{3-1} = \binom{10}{2} = 45$$

$$x_4 = 2 \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = 8$$

$$\Rightarrow \text{تعداد جواب‌های طبیعی} = \binom{8-1}{3-1} = \binom{7}{2} = 21$$

$$x_4 = 3 \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = 5$$

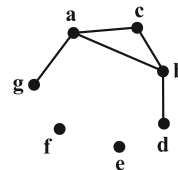
$$\Rightarrow \text{تعداد جواب‌های طبیعی} = \binom{5-1}{3-1} = \binom{4}{2} = 6$$

بنابراین تعداد جواب‌های طبیعی این معادله برابر است با:

$$45 + 21 + 6 = 72$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

می‌آید. با رسم گراف  $\bar{G}$  درمی‌یابیم، تعداد زیرگراف‌های ۳ رأسی آن، شامل رأس‌های  $a$ ،  $b$  و  $c$ ، با تعداد انتخاب‌های صفر یا ۱ تا ۳ یال از بین یال‌های  $ab$ ،  $ac$  و  $bc$  برابر است. یعنی جواب عبارت است از:



$$\binom{3}{0} + \binom{3}{1} + \binom{3}{2} + \binom{3}{3} = 2^3 = 8$$

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۳۶ تا ۳۸)

### ریاضیات گسسته - اختیاری

(فرزانه شاکپاش)

۵۶- گزینه «۴»

$N_G(a)$  مجموعه همسایگی باز رأس  $a$  و فاقد خود رأس  $a$  است. اگر یال  $ab$  در گراف  $G$  وجود داشته باشد، آنگاه  $a \in N_G(b)$  ولی  $a \notin N_G(a)$ . پس  $N_G(a) \neq N_G(b)$ . با توجه به اینکه برای هر دو رأس دلخواه  $a$  و  $b$  در گراف  $G$ ، رابطه  $N_G(a) = N_G(b)$  برقرار است، پس این گراف هیچ یالی ندارد و مجموعه همسایگی باز تمام رأس‌های آن تهی است. بنابراین در گراف  $G$ ، هر رأس تنها قادر به احاطه همان رأس است و در نتیجه  $\gamma(G) = 6$  خواهد بود.

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۳۶ و ۳۷)

(امیرمسین ابومحبوب)

۵۷- گزینه «۳»

عدد احاطه‌گری این گراف برابر ۲ است و مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمم آن عبارت‌اند از:

$$\{a, b\}, \{a, f\}, \{a, g\}, \{d, b\}, \{d, f\}, \{d, g\}, \{c, f\}$$

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۳۶ تا ۳۷)

(افشین فاضل‌نژاد)

۵۸- گزینه «۲»

ابتدا تعداد جایگشت‌هایی از حروف کلمه «آسانسور» را به‌دست می‌آوریم که در آن‌ها دو حرف «الف» در کنار هم هستند. در این حالت دو حرف «الف» را به صورت یک بسته در نظر می‌گیریم که به همراه ۵ حرف دیگر، دارای ۶! جایگشت هستند که به دلیل وجود دو حرف «س»، تعداد این

جایگشت‌ها برابر  $\frac{6!}{2!}$  است.



## فیزیک ۳

۶۱- گزینه «۱»

(سیرده ملیحه میرصالحی)

حرکت خودروها، حرکت با سرعت ثابت است و معادله حرکت آنها از رابطه  $x = vt + x_0$  به صورت زیر به دست می آید:

$$v_A = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{600 - (-300)}{20 - 0} = 15 \frac{m}{s}$$

$$v_B = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0 - (-300)}{10 - 0} = 30 \frac{m}{s}$$

$$x_A = 15t + 300, \quad x_B = 30t - 300$$

با داشتن معادله حرکت هر دو متحرک A و B داریم:

$$|x_A - x_B| = 150m \Rightarrow -15t + 600 = \pm 150 \Rightarrow \begin{cases} t = 50s \\ t = 30s \end{cases}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۶۲- گزینه «۳»

(علیرضا جباری)

فرض می‌کنیم بیشترین تندی متحرک  $v_M$  باشد. متحرک در بازه زمانی ۱۱s تا ۱۵s با این تندی حرکت می‌کند. چون شتاب متحرک در بازه زمانی ۵s تا ۱۱s ثابت است، پس شتاب متحرک در لحظه  $t = 9s$  با شتاب متوسط متحرک در این بازه زمانی،  $(a_{av})_1$  برابر است. شتاب متحرک در بازه زمانی ۱۵s تا ۲۱s نیز ثابت است. پس اندازه شتاب متحرک در لحظه  $t = 19s$  با اندازه شتاب متوسط در این بازه زمانی  $(a_{av})_2$  برابر است.

$$a_{t=9s} = \frac{v}{t} |a_{t=19s}| \Rightarrow (a_{av})_1 = \frac{v}{3} |(a_{av})_2| \xrightarrow{a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}}$$

$$\frac{v_M - 5}{11 - 5} = \frac{v}{3} \times \frac{0 - v_M}{21 - 15} \Rightarrow \frac{v_M - 5}{6} = \frac{v}{3} \times \frac{v_M}{6}$$

$$\Rightarrow v_M - 5 = \frac{v}{3} v_M \Rightarrow \frac{1}{3} v_M = 5 \Rightarrow v_M = 15 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۱ و ۱۵ تا ۱۹)

۶۳- گزینه «۲»

(زهرا آقاممیری)

حرکت هر دو متحرک با شتاب ثابت است. نقطه شروع را مبدأ مختصات در نظر می‌گیریم و معادله مکان- زمان هر دو متحرک را می‌نویسیم. توجه کنید که چون متحرک B، در لحظه  $t = 4s$  شروع به حرکت می‌کند، پس زمان حرکت متحرک B را  $(t - 4)$  قرار می‌دهیم:

$$\begin{array}{c} \boxed{A} \xrightarrow{a_A = \frac{1}{4}a} \\ \text{O} \\ \boxed{B} \xrightarrow{a_B = a} \end{array} \quad x$$

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \xrightarrow{x_A = x_B = 0, t_A = t, a_A = \frac{1}{4}a, v_{0A} = v_{0B} = 0, t_B = t - 4, a_B = a}$$

$$\begin{cases} x_A = \frac{1}{2}(\frac{1}{4}a)t^2 \\ x_B = \frac{1}{2}a(t-4)^2 \end{cases} \xrightarrow[\text{لحظه به هم رسیدن}]{x_A = x_B}$$

$$\frac{1}{2}(\frac{1}{4}a)t^2 = \frac{1}{2}a(t-4)^2 \Rightarrow \frac{1}{4}t^2 = (t-4)^2$$

$$\xrightarrow{\text{جذر می‌گیریم}} \frac{1}{2}t = t - 4 \Rightarrow t = 8s$$

در لحظه به هم رسیدن، تندی متحرک B برابر  $9/6 \frac{m}{s}$  است. با استفاده از معادله سرعت- زمان، شتاب متحرک B را محاسبه می‌کنیم:

$$v_B = a_B(t-4) + v_{0B} \xrightarrow{v_{0B} = 0, v_B = 9/6 \frac{m}{s}, t = 8s, a_B = a}$$

$$9/6 = a \times 4 \Rightarrow a = 2/4 \frac{m}{s^2} \Rightarrow a_A = \frac{1}{4}a = 0/6 \frac{m}{s^2}$$

اکنون تندی متحرک A را ۲ ثانیه پس از به هم رسیدن دو متحرک یعنی در لحظه  $t = 10s$  به دست می‌آوریم:

$$v_A = a_A t + v_{0A} \xrightarrow{v_{0A} = 0, a_A = 0/6 \frac{m}{s^2}} v_A = 0/6 \times 10 = 6 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۶۴- گزینه «۲»

(معصومه شریعت‌ناحری)

در لحظه  $t = 0$  خط مماس بر نمودار رسم شده است. یعنی  $v_0 = 0$  است. پس:

$$\text{در بازه زمانی صفر تا ۸ ثانیه} \Rightarrow \Delta x = \frac{v_8 + v_0}{2} \Delta t$$

$$\Rightarrow \frac{v_8 + 0}{2} \times 8 = -32 \Rightarrow v_8 = -8 \frac{m}{s}$$

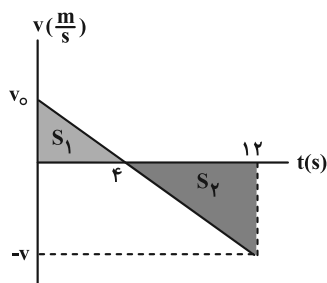
$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \frac{-8 - 0}{8} = -1 \frac{m}{s^2} \quad \text{بنابراین:}$$

اکنون معادله مستقل از زمان را بین دو مکان  $x = 0$  و  $x = 8m$  می‌نویسیم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow v^2 = 2 \times (-1) \times (-8) \Rightarrow v^2 = 16 \Rightarrow v = \pm 4 \frac{m}{s}$$

چون در این لحظه شیب خط مماس بر نمودار منفی است، پس سرعت در این لحظه منفی می‌باشد.

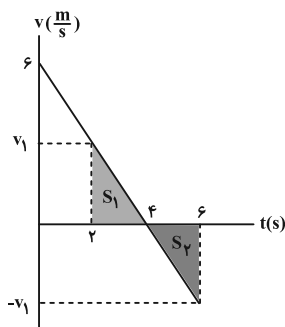
(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)



$$\text{تشابه: } \frac{v_0}{4} = \frac{v}{12-4} \Rightarrow v = 2v_0$$

$$S_1 + S_2 = 0 \Rightarrow \frac{v_0 \times 4}{2} + \frac{8 \times -2v_0}{2} = -36$$

$$\Rightarrow 2v_0 - 8v_0 = -36 \Rightarrow v_0 = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



$$\text{تشابه: } \frac{6}{2} = \frac{v_1}{6} \Rightarrow v_1 = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$S'_1 = \frac{3 \times 2}{2} = 3, \quad S'_2 = \frac{-3 \times 2}{2} = -3$$

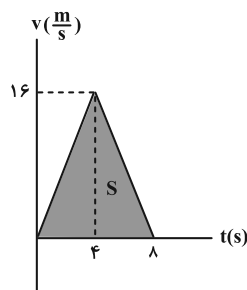
$$s_{av} = \frac{S'_1 + |S'_2|}{\Delta t} = \frac{6}{4} = 1.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۶۷- گزینه «۳»

(معمدرضا شریفی)

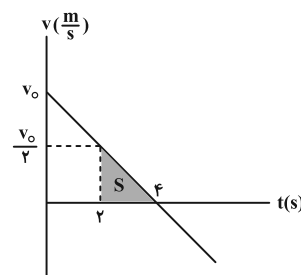
مساحت سطح زیر نمودار شتاب- زمان، اندازه تغییرات سرعت در هر بازه زمانی را نشان می‌دهد. بنابراین می‌توانیم سرعت را در هر لحظه به دست آوریم و نمودار سرعت زمان به صورت زیر می‌شود:



(مجتبی نگوئیان)

۶۵- گزینه «۴»

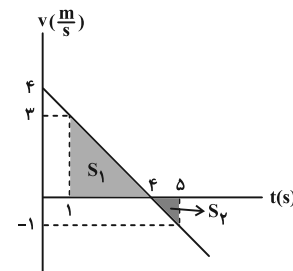
ابتدا نمودار سرعت- زمان متحرک را با استفاده از اطلاعات مسئله رسم می‌کنیم. توجه شود که لحظه تغییر جهت، وسط بازه ۲s تا ۶s می‌شود، یعنی  $t = 4s$



مساحت سطح محصور بین نمودار سرعت- زمان و محور زمان برابر با جابه‌جایی متحرک است. پس:

$$S = \Delta x = 2m \Rightarrow 2 = \frac{1}{2}(2)\left(\frac{v_0}{2}\right) \Rightarrow v_0 = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

بنابراین تندی متوسط متحرک در بازه زمانی  $t_1 = 1s$  تا  $t_2 = 5s$  به صورت زیر به دست می‌آید:



$$L = S_1 + |S_2| \Rightarrow L = \frac{1}{2}(3)(3) + \frac{1}{2}(1)(1) = 5m$$

$$s_{av} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{5}{4} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۰)

۶۶- گزینه «۴»

(امیراحمد میرسعید)

کمترین تندی متوسط در مدت ۴ ثانیه مربوط به زمانی است که تندی متحرک به کمترین مقدار می‌رسد، یعنی اطراف مکانی که تندی صفر است. پس ۲ ثانیه بعد از  $v = 0$  و ۲ ثانیه قبل از  $v = 0$  یعنی از لحظه  $t_1 = 2s$  تا  $t_2 = 6s$  را در نظر می‌گیریم. برای حل این مسئله در گام اول نمودار سرعت- زمان را رسم می‌کنیم، با توجه به شکل سرعت اولیه مثبت ولی شتاب منفی است. پس:

(علی بزرگر)

گزینه «۴» - ۶۹

می‌دانیم وقتی جسمی در تعادل باشد، برآیند نیروها برابر صفر است. با حذف دو نیروی ۶N و ۸N تعادل جسم به هم خورده و برآیند نیروهای باقی‌مانده ۱۲N و ۴N دقیقاً برابر برآیند دو نیروی عمود بر هم ۶N و ۸N خواهد بود. لذا داریم:

$$F_{\text{net}_1} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10\text{N} \Rightarrow F_{\text{net}_1} = m \times a_1 \Rightarrow a_1 = \frac{10}{m}$$

در حالت بعدی به مجموعه در حال تعادل، دو نیروی خلاف جهت هم افزوده شده است لذا برآیند نیروها در این حالت برابر برآیند نیروهای جدید خواهد بود. چون نیروهای جدید خلاف جهت هم هستند، داریم:

$$F_{\text{net}_2} = 10 - 6 = 4\text{N} \Rightarrow F_{\text{net}_2} = m \times a_2 \Rightarrow a_2 = \frac{4}{m}$$

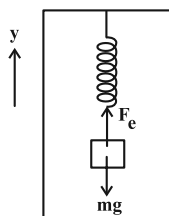
$$\Rightarrow \frac{a_2}{a_1} = \frac{\frac{4}{m}}{\frac{10}{m}} = \frac{2}{5}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۴)

(زهره آقاممدری)

گزینه «۳» - ۷۰

ابتدا نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم و با انتخاب جهت مثبت به طرف بالا، قانون دوم نیوتون را برای جسم می‌نویسیم:



$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F_e - mg = ma \xrightarrow{x=L-L_0} \frac{F_e=kx}{x=L-L_0}$$

$$k(L-L_0) = mg + ma \xrightarrow{k=400 \frac{\text{N}}{\text{m}} = 4 \frac{\text{N}}{\text{cm}}, g=10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}, L=42 \text{ cm}, L_0=34 \text{ cm}, m=4 \text{ kg}}$$

$$4(42-34) = 40 + 4a \Rightarrow 4a = 32 - 40 = -8 \Rightarrow a = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

با توجه به این که شتاب منفی به دست آمد، جهت شتاب رو به پایین است. بنابراین دو حالت داریم:

۱- آسانسور با شتاب ثابت  $2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ، تندشونده به سمت پایین حرکت می‌کند.

۲- آسانسور با شتاب ثابت  $2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ، کندشونده به سمت بالا حرکت می‌کند.

$$S = \Delta x = \frac{8 \times 16}{2} = 64 \text{ m}$$

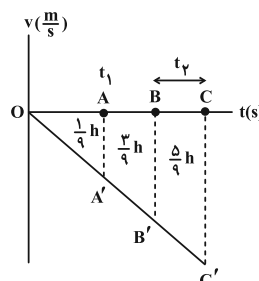
$$v_{\text{av}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{64}{8} = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

(فرار رسولی)

گزینه «۱» - ۶۸

حرکت سقوط آزاد یک حرکت شتابدار با شتاب ثابت  $g$  و بدون سرعت اولیه است. پس با رسم نمودار  $v-t$  برای این حرکت داریم؛ (دقت کنید که سطح زیر این نمودار در هر لحظه میزان ارتفاع پایین آمده تا آن لحظه را نشان می‌دهد).



پس نتیجه می‌گیریم مساحت قسمت میانی  $\frac{3}{9}h$  است.

حالا با استفاده از تشابه بین مثلث‌ها خواهیم داشت:

$$\frac{\Delta OAA'}{\Delta OBB'} : \left(\frac{OA}{OB}\right)^2 = \left(\frac{S_{\Delta OAA'}}{S_{\Delta OBB'}}\right)$$

$$\Rightarrow \left(\frac{t_1}{OB}\right)^2 = \frac{\frac{1}{9}h}{\frac{1}{9}h + \frac{3}{9}h} \Rightarrow OB = 2t_1$$

$$\frac{\Delta OAA'}{\Delta OCC'} : \left(\frac{OA}{OC}\right)^2 = \left(\frac{S_{\Delta OAA'}}{S_{\Delta OCC'}}\right)$$

$$\Rightarrow \left(\frac{t_1}{OC}\right)^2 = \frac{\frac{1}{9}h}{\frac{1}{9}h + \frac{3}{9}h + \frac{5}{9}h} \Rightarrow OC = 3t_1$$

صورت تست فاصله زمانی B تا C را  $t_2$  نامیده است که داریم:

$$\frac{t_2}{t_1} = \frac{OC - OB}{t_1} = \frac{3t_1 - 2t_1}{t_1} = 1$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)



با توجه به این که نردبان ساکن است، داریم:

$$F_{\text{net } x} = 0 \Rightarrow F'_N = f_{s, \text{max}} = \mu_s F_N \quad (1)$$

$$F_{\text{net } y} = 0 \Rightarrow F_N + f'_{s, \text{max}} = mg$$

$$\Rightarrow F_N + \mu'_s F'_N = mg \quad (2)$$

اگر نیروی وارده از طرف دیوار قائم به نردبان را با  $R'$  نشان دهیم، داریم:

$$R' = \sqrt{F'^2_N + f'^2_{s, \text{max}}} = F'_N \sqrt{1 + \mu'^2_s}$$

$$\frac{R' = 20\sqrt{13} \text{ (N)}}{\mu'_s = \frac{2}{3}} \rightarrow 20\sqrt{13} = F'_N \times \frac{\sqrt{13}}{3} \Rightarrow F'_N = 60 \text{ N} \quad (3)$$

$$\frac{(1) \text{ در } (2)}{\mu_s = \frac{1}{2}} \rightarrow 60 = \frac{1}{2} F_N \Rightarrow F_N = 120 \text{ N} \quad (4)$$

$$\frac{(2) \text{ در } (4) \cdot (2)}{g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}} \rightarrow 120 + \frac{2}{3}(60) = m(10) \Rightarrow m = 16 \text{ kg}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۹ تا ۴۶)

(مفسر سلامتی)

۷۳- گزینه «۲»

$$p_2 = 15 \times 9 + 15 = 15(1+9) = 150 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$$

$$p_6 = 15 \times 36 + 30 = 30(18+1) = 19 \times 30 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$$

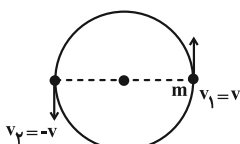
$$F_{\text{net}} = \frac{\Delta p}{\Delta t} \Rightarrow F_{\text{net}} = \frac{19 \times 30 - 150}{3} = \frac{3(190 - 50)}{3} = 140 \text{ N}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۴۶ تا ۴۸)

(زهره آقامحمدری)

۷۴- گزینه «۲»

گلوله در مدت یک دوره، یک دور کامل می‌زند، پس در مدت نصف دوره، نصف مسیر حرکت را می‌پیماید و سرعت آن در ابتدا و انتهای این مسیر مطابق شکل زیر خواهد شد. در نتیجه اندازه تغییر تکانه گلوله در این بازه، برابر است با:



$$\Delta p = m\Delta v = m(v_2 - v_1) = \frac{v_2 - v_1}{v_1 = v} \rightarrow$$

$$\Delta p = -2mv \Rightarrow |\Delta p| = 2mv \xrightarrow[\Delta p = 0.8\pi \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}]{m = 0.4 \text{ kg}}$$

$$0.8\pi = 2 \times 0.4 \times v \Rightarrow v = \frac{\pi}{\text{s}}$$

بنابراین گزینه «۳» صحیح است. توجه کنید که در گزینه «۱» حرکت آسانسور تندشونده به سمت بالا و در گزینه «۴» حرکت آسانسور کندشونده به سمت پایین است که در هر دو مورد، جهت شتاب آسانسور به سمت بالا است. (فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۴۳ و ۴۴)

۷۱- گزینه «۴»

(فرار رسولی)

به شکل دقت کنید. اگر نیروی  $F_1$  خیلی زیاد شود، جسم رو به بالا حرکت می‌کند و اگر خیلی کم باشد نیروی وزن باعث افتادن جسم خواهد شد. بنابراین محدوده‌ای برای نیروی  $F_1$  وجود دارد که در آن جسم ساکن می‌ماند. برای یافتن این محدوده باید جسم را در دو حالت بررسی کنیم:

۱) آستانه حرکت به پایین که به ما کمترین مقدار  $F_1$  برای ساکن نگه داشتن جسم را می‌دهد و ۲) آستانه حرکت رو به بالا که به ما بیشترین مقدار  $F_1$  برای ساکن ماندن جسم را خواهد داد. هر عددی در این محدوده قابل قبول است.

$$F_1 \text{ : آستانه حرکت به پایین : } mg = F_{1 \text{min}} + f_{s, \text{max}}$$

$$\Rightarrow mg = F_{1 \text{min}} + \mu_s (F_N) \xrightarrow{F_N = F_1 = \frac{4}{3} F_{1 \text{min}}} \Rightarrow$$

$$mg = F_{1 \text{min}} + \frac{2}{15} \left( \frac{4}{3} F_{1 \text{min}} \right) \Rightarrow 20 = F_{1 \text{min}} + \frac{4}{15} F_{1 \text{min}}$$

$$\Rightarrow 20 = \frac{19}{15} F_{1 \text{min}} \Rightarrow F_{1 \text{min}} = \frac{300}{19} \text{ N}$$

$$F_1 \text{ : بیشترین آستانه حرکت به بالا : } F_{1 \text{max}} = mg + f'_{s, \text{max}}$$

$$\Rightarrow F_{1 \text{max}} = mg + \mu_s (F'_N) \xrightarrow{F'_N = F'_1 = \frac{4}{3} F_{1 \text{max}}} \Rightarrow$$

$$F_{1 \text{max}} = mg + \frac{2}{15} \left( \frac{4}{3} F_{1 \text{max}} \right) \Rightarrow F_{1 \text{max}} = 20 + \frac{4}{15} F_{1 \text{max}}$$

$$\Rightarrow \frac{11}{15} F_{1 \text{max}} = 20 \Rightarrow F_{1 \text{max}} = \frac{300}{11} \text{ N}$$

هر مقدار  $F_1$  در محدوده  $\frac{300}{19} \leq F \leq \frac{300}{11} \approx 27 \frac{2}{3}$  قابل قبول است.

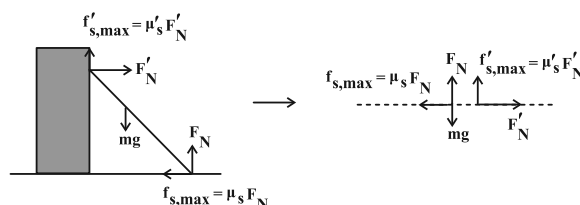
پس تمامی گزینه‌ها قابل قبول هستند.

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۹ تا ۴۳)

۷۲- گزینه «۳»

(مجتبی نکلویان)

ابتدا مطابق شکل زیر، نیروهای وارد بر نردبان را رسم می‌کنیم:





حالا با داشتن دوره تناوب، تعداد نوسان در مدت یک دقیقه را حساب می‌کنیم:

$$T = \frac{t}{n} \xrightarrow[t=2s]{t=1\text{min}=60s} 3 = \frac{60}{n} \Rightarrow n = 20$$

از طرفی با توجه به این که در هر نوسان کامل، ۲ بار پاره خط نوسان طی می‌شود، درمی‌یابیم در ۲۰ نوسان کامل، ۴۰ بار پاره خط نوسان طی می‌شود.

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴)

(مبتنی کلوئیان)

۷۷- گزینه «۴»

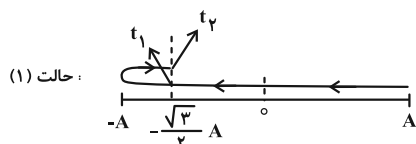
ابتدا از روی نمودار مکان- زمان، دوره تناوب نوسانگر را به دست می‌آوریم:

$$x = A \cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right) \xrightarrow[t=\frac{1}{2}s]{x=-\frac{\sqrt{2}}{2}A} -\frac{\sqrt{2}}{2}A = A \cos\left(\frac{2\pi}{T}\left(\frac{1}{2}\right)\right)$$

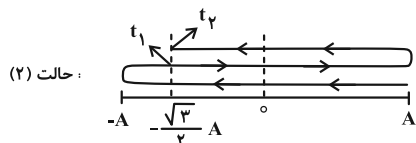
$$\Rightarrow \frac{\pi}{T} = \frac{5\pi}{4} \Rightarrow T = \frac{4}{5}s$$

با توجه به این که نوسانگر در یک دوره تناوب، دو بار متوالی از مکان

$$x = -\frac{\sqrt{3}}{2}A \text{ می‌گذرد، می‌توان دو حالت زیر را در نظر گرفت:}$$



$$-\frac{\sqrt{3}}{2}A = A \cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right) \Rightarrow \begin{cases} \frac{2\pi}{T}t_1 = \frac{5\pi}{6} \Rightarrow t_1 = \frac{5}{12}T \\ \frac{2\pi}{T}t_2 = \frac{7\pi}{6} \Rightarrow t_2 = \frac{7}{12}T \\ \frac{t_2}{t_1} = \frac{7}{5} \end{cases}$$



$$-\frac{\sqrt{3}}{2}A = A \cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right) \Rightarrow \begin{cases} \frac{2\pi}{T}t_1 = \frac{7\pi}{6} \Rightarrow t_1 = \frac{7}{12}T \\ \frac{2\pi}{T}t_2 = \frac{17\pi}{6} \Rightarrow t_2 = \frac{17}{12}T \\ \frac{t_2}{t_1} = \frac{17}{7} \end{cases}$$

پس حالت (۲) قابل قبول است، بنابراین:

$$t_2 = \frac{17}{12}T \xrightarrow[T=\frac{4}{5}s]{} t_2 = \frac{17}{15}s$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴)

شتاب مرکز گرای گلوله برابر است با:

$$a = \frac{v^2}{r} \xrightarrow[r=\frac{m}{s}]{r=\frac{5}{m}} a = \frac{\pi^2}{0.5} \xrightarrow{\pi^2=10} a = 20 \frac{m}{s^2}$$

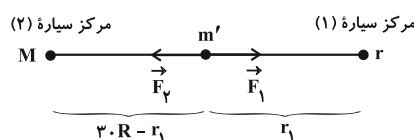
(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۶ تا ۵۳)

۷۵- گزینه «۱»

(غلامرضا ممینی)

شرط تعادل جسم بین دو سیاره آن است که اندازه نیروی گرانشی که از سوی سیاره‌ها بر جسم وارد می‌شود، با هم برابر باشند، با استفاده از رابطه

$$\text{نیروی گرانش } (F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}) \text{ داریم:}$$



$$|\vec{F}_2| = |\vec{F}_1| \Rightarrow G \frac{mm'}{(r_1)^2} = G \frac{Mm'}{(30R - r_1)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{M}{m} = \left(\frac{30R - r_1}{r_1}\right)^2 \xrightarrow{M=4m} \left(\frac{30R - r_1}{r_1}\right)^2 = 4$$

$$\Rightarrow \frac{30R - r_1}{r_1} = 2 \Rightarrow r_1 = 10R$$

فاصله از سطح سیاره بزرگ‌تر برابر است با:

$$20R = x + 4R \Rightarrow x = 16R$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۵۳ تا ۵۶)

۷۶- گزینه «۳»

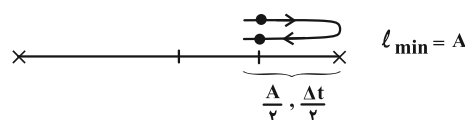
(محمدرضا سورپی)

می‌دانیم اگر بخواهیم نوسانگر کمترین مسافت طی شده را در بازه زمانی

$$\Delta t < \frac{T}{2} \text{ داشته باشد، باید نقطه شروع بررسی را } \frac{\Delta t}{2} \text{ قبل از انتهای}$$

$$\text{پاره خط نوسان و پایان را } \frac{\Delta t}{2} \text{ بعد از انتهای پاره خط نوسان در نظر بگیریم،}$$

بنابراین داریم:



با توجه به این که نوسانگر در مدت زمان  $\frac{\Delta t}{2}$  از مکان  $x = \frac{A}{2}$  به مکان

$$x = A \text{ رفته، درمی‌یابیم مدت زمان } \frac{\Delta t}{2} \text{ معادل } \frac{T}{6} \text{ است؛ بنابراین داریم:}$$

$$\frac{\Delta t}{2} = \frac{T}{6} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{3} \xrightarrow{\Delta t=1s} 1 = \frac{T}{3} \Rightarrow T = 3s$$



## فیزیک ۳-۲ اختیاری

## ۸۱- گزینه «۲»

(مسئله ناصبی)

چون نقطه D در لحظه t در حال عبور از وضع تعادل است، بنابراین، تندی آن در این لحظه بیشینه و برابر  $v = A\omega = A(\frac{2\pi}{T})$  است. از طرفی، با توجه به این که، هر جزء از محیط انتشار موج، حرکت ذره قبل از خود را تکرار می کند، بنابراین، با توجه به جهت انتشار موج، نقطه D در این لحظه به سمت پایین حرکت می کند. برای محاسبه تندی ذره D، ابتدا  $\lambda$  و سپس T را با توجه به نمودار به دست می آوریم:

$$\frac{\lambda}{2} = 20 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = 40 \text{ cm} = 0.4 \text{ m}$$

$$\lambda = vT \xrightarrow{v=10 \frac{\text{m}}{\text{s}}} 0.4 = 10 \cdot T \Rightarrow T = 0.04 \text{ s}$$

اکنون، با توجه به تندی متوسط ذره C، مسافت طی شده را به دست می آوریم:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \xrightarrow{s_{av} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \frac{\ell}{\Delta t = 0.12 \text{ s}} = 2 = \frac{\ell}{0.12} \Rightarrow \ell = 0.24 \text{ m}$$

در این قسمت، تعداد نوسان های کامل ذره C را در مدت 0.12 s می یابیم:

$$T = \frac{\Delta t}{n} \Rightarrow n = \frac{\Delta t}{T} = \frac{0.12}{0.04} = 3$$

با توجه به این که در هر دوره تناوب مسافت طی شده چهار برابر دامنه نوسان است، مسافت طی شده در مدت 0.12 s ثانیه که برابر 3 دوره تناوب می باشد را برحسب دامنه نوسان A به دست می آوریم و با استفاده از آن دامنه را می یابیم:

$$\ell = 3 \times (4A) \xrightarrow{\ell = 0.24 \text{ m}} 0.24 = 12A \Rightarrow A = 0.02 \text{ m} = 2 \text{ cm}$$

در آخر، تندی ذره D را پیدا می کنیم:

$$v = A(\frac{2\pi}{T}) \xrightarrow{\substack{T=0.04 \text{ s} \\ A=2 \text{ cm}}} v = 2 \times \frac{2\pi}{0.04} = 100\pi \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه های ۷۰ تا ۷۳)

## ۸۲- گزینه «۱»

(مسئله قنبرلر)

بررسی گزینه های نادرست:

الف) در طناب ها، تندی موج با شعاع طناب رابطه عکس دارد.

ب) صوت موجی طولی است و راستای انتشار موج و راستای نوسان ذرات محیط، موازی هستند.

ت) اشعه گاما از نوع امواج الکترومغناطیس است و انتقال انرژی آن مستقل از ذرات محیط است.

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه های ۶۵ تا ۶۹)

## ۷۸- گزینه «۱»

دوره تناوب A و B با هم یکسان است.

$$T_A = T_B \Rightarrow \omega_A = \omega_B$$

$$\frac{A_A}{A_B} = \frac{A}{A} = 2 \text{ برابر}$$

انرژی جنبشی A در مرکز نوسان  $E_A = K_{\max A}$

انرژی پتانسیل B در نقاط بازگشت  $E_B = U_{\max B}$

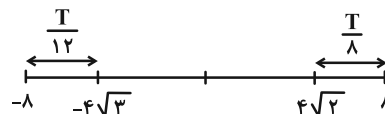
$$\frac{E_A}{E_B} = \frac{\frac{1}{2} m_A A_A^2 \omega_A^2}{\frac{1}{2} m_B A_B^2 \omega_B^2} \xrightarrow{\substack{m_A = 2, \omega_A = \omega_B \\ A_A = 2}} \frac{m_A}{m_B} = 2$$

$$\frac{E_A}{E_B} = 2 \times 2 = 4 \text{ برابر}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه های ۶۶ و ۶۷)

## ۷۹- گزینه «۳»

(معمداً نظم منشاری)



$$\begin{cases} t_r = T + \frac{\delta T}{12} \\ t_l = \frac{T}{8} \end{cases} \Rightarrow t_r - t_l = T + \frac{\delta T}{12} - \frac{T}{8} = T + \frac{10T - 3T}{24} = \frac{31T}{24}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow T^2 = 4\pi^2 \frac{L}{g} = 4L = 4 \times \frac{64}{100} = \frac{256}{100}$$

$$\Rightarrow T = 1/6 \text{ s} \xrightarrow{T=1/6 \text{ s}} \frac{31T}{24} = \frac{31}{24} \times \frac{16}{10} = \frac{62}{30} = \frac{31}{15} \text{ s}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه های ۶۳، ۶۷ و ۶۸)

## ۸۰- گزینه «۲»

(مسام ناری)

برای این که در سامانه B و C تشدید رخ دهد باید بسامد طبیعی آن ها با بسامد سامانه A برابر شود. در نتیجه خواهیم داشت:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\omega_A = \omega_B \Rightarrow \sqrt{\frac{k_A}{m_A}} = \sqrt{\frac{k_B}{m_B}} \Rightarrow k_B = \frac{m_B}{m_A} k_A = 2k_A$$

$$\omega_A = \omega_C \Rightarrow \sqrt{\frac{k_A}{m_A}} = \sqrt{\frac{k_C}{m_C}} \Rightarrow k_C = \frac{m_C}{m_A} k_A = \frac{1}{2} k_A$$

$$\Rightarrow \frac{k_B}{k_C} = \frac{2k_A}{\frac{1}{2}k_A} = 4$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه های ۶۵ تا ۶۹)



## ۸۳- گزینه «۲»

(مهم صارق مام سیره)

در حالت اول، طول، جرم و نیروی کشش سیم به ترتیب برابر  $m$ ،  $L$  و  $F$  و در حالت دوم که  $\frac{3}{4}$  از طول سیم را کنار گذاشته ایم و  $\frac{1}{4}$  از آن باقیمانده است، جرم سیم  $\frac{1}{4}$  جرم آن در حالت اول می باشد. بنابراین، با توجه به این که، طول سیم را به طول آن در حالت اولیه رسانده و آن را با نیروی  $4F$

کشیده ایم، با استفاده از رابطه  $v = \sqrt{\frac{FL}{m}}$  می توان نوشت:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\sqrt{F_2 \times \frac{L_2}{m_2}}}{\sqrt{F_1 \times \frac{L_1}{m_1}}} \rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{\sqrt{4F \times \frac{L}{4} \times \frac{m}{4}}}{\sqrt{F \times L \times m}} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{\sqrt{F \times L \times m}}{\sqrt{F \times L \times m}} = 1$$

$$\Delta v = v_2 - v_1 = 640 - 160 \Rightarrow \Delta v = 480 \frac{m}{s}$$

می بینیم، تندی انتشار موج عرضی در سیم،  $480 \frac{m}{s}$  افزایش پیدا کرده است.

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه های ۷۳ و ۷۴)

## ۸۴- گزینه «۲»

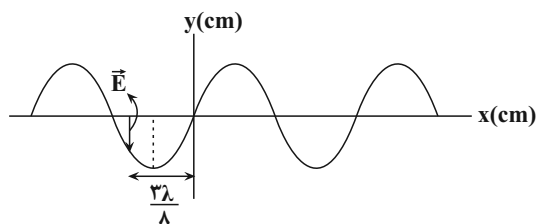
(امیرمسین برادران)

$$\frac{v\lambda}{f} = 2\lambda \Rightarrow \lambda = 16m$$

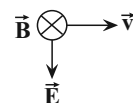
$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \rightarrow \frac{c}{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \rightarrow f = \frac{1}{16\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

با توجه به ادامه نقش موج در قسمت x های منفی جهت بردار  $\vec{E}$  را در

$$\text{لحظه } t = \frac{3T}{\lambda} \text{ مشخص می کنیم.}$$



اکنون با توجه به قاعده دست راست جهت میدان مغناطیسی را تعیین می کنیم:



(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه های ۷۴ تا ۷۶)

## ۸۵- گزینه «۱»

(امیرمسین برادران)

می دانیم شدت صوت با حاصل ضرب مجذور دامنه و بسامد رابطه مستقیم و با مجذور فاصله رابطه عکس دارد.

$$I \propto \frac{A^2 f^2}{d^2} \Rightarrow \frac{I_M}{I_N} = \left(\frac{A_M}{A_N}\right)^2 \times \left(\frac{f_M}{f_N}\right)^2 \times \left(\frac{d_N}{d_M}\right)^2$$

$$\text{از روی نمودار } \lambda_M = \frac{5}{4} \lambda_N \text{ است.}$$

اکنون با توجه به رابطه تندی و بسامد موج داریم:

$$v = \lambda f \Rightarrow \frac{v_M}{v_N} = \frac{\lambda_M}{\lambda_N} \times \frac{f_M}{f_N} \rightarrow \frac{v_M}{v_N} = \frac{5}{4} \times \frac{f_M}{f_N}$$

$$\frac{f_M}{f_N} = \frac{4}{5} \quad (I)$$

$$\frac{I_M}{I_N} = \left(\frac{A_M}{A_N}\right)^2 \times \left(\frac{f_M}{f_N}\right)^2 \times \left(\frac{d_N}{d_M}\right)^2 = \frac{64}{25}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه های ۸۰ و ۸۱)

## ۸۶- گزینه «۲»

(مسعود قره فانی)

طول موج ثابت می ماند، اما چون دو متحرک A و B به سمت چشمه صوت در حرکت اند، در واحد زمان با جبهه های صوت بیشتری مواجه شده و بسامد بیشتری دریافت می کنند. بنابراین داریم:

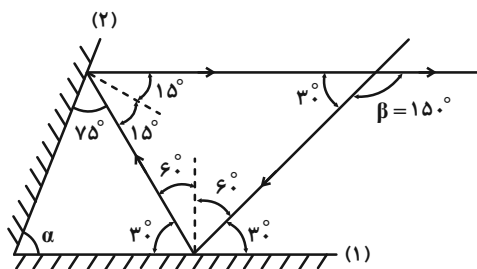
$$v_B > v_A \Rightarrow f_B > f_A > f_0$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه های ۸۱ تا ۸۴)

## ۸۷- گزینه «۲»

(شارمان ویسی)

روش اول: چون پرتو بازتابش از آینه (۲) موازی آینه (۱) است و پرتو تابش به عنوان خط مورب برای دو خط موازی می باشد، مطابق شکل زیر، زاویه های هم اندازه (زاویه های تند و زاویه های باز) را مشخص می کنیم و به دنبال آن زاویه بین دو آینه را می یابیم:



$$\alpha + 75^\circ + 3^\circ = 180^\circ \Rightarrow \alpha = 75^\circ$$



## ۸۹- گزینه «۴»

(معصومه شریعت ناصری)

می‌دانیم پهنای نوارهای تداخلی متناسب با طول‌موج است. بنابراین، ابتدا، تندی نور در محیط با ضریب شکست  $n_1 = 3$  را می‌یابیم و سپس با استفاده از رابطه  $\lambda = \frac{v}{f}$  و با توجه به اینکه  $f$  ثابت می‌باشد، به صورت زیر، پهنای نوار در محیط دوم را حساب می‌کنیم:

$$v_1 = \frac{c}{n_1} = \frac{3 \times 10^8 \frac{m}{s}}{3} \rightarrow v_1 = \frac{3 \times 10^8}{3} = 10^8 \frac{m}{s}$$

$$\lambda = \frac{v}{f} \xrightarrow{f=\text{ثابت}} \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{v_2}{v_1} \xrightarrow{v_2 = 1/5 \times 10^8 \frac{m}{s}, v_1 = 10^8 \frac{m}{s}}$$

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{1/5 \times 10^8}{10^8} = 1/5 \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{3}{2}$$

از طرف دیگر،  $a \propto \lambda$  است، لذا داریم:

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \xrightarrow{a_1 = 1/2 \text{ mm}} \frac{a_2}{1/2} = \frac{3}{2} \Rightarrow a_2 = 1/3 \text{ mm}$$

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۹۷، ۱۰۴ و ۱۰۵)

(مصطفی کیانی)

## ۹۰- گزینه «۴»

ابتدا با استفاده از رابطه  $f_n = \frac{nv}{2L}$ ، تندی انتشار موج عرضی در تار را می‌یابیم:

$$f_5 - f_3 = 600 \Rightarrow \frac{5v}{2L} - \frac{3v}{2L} = 600 \xrightarrow{L=0.5 \text{ m}} \frac{5v}{2 \times 0.5} - \frac{3v}{2 \times 0.5} = 600 \Rightarrow 5v - 3v = 600 \Rightarrow 2v = 600 \Rightarrow v = 300 \frac{m}{s}$$

اکنون به صورت زیر، جرم تار را پیدا می‌کنیم:

$$v = \sqrt{\frac{FL}{m}} \xrightarrow{F=1800 \text{ N}, v=300 \frac{m}{s}, L=0.5 \text{ m}} 300 = \sqrt{\frac{1800 \times 0.5}{m}} \Rightarrow 9 \times 10^4 = \frac{900}{m} \Rightarrow m = 10^{-2} \text{ kg} \xrightarrow{\times 1000} m = 10 \text{ g}$$

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۷)

روش دوم: در آینه‌های تخت متقاطع که زاویه بین دو آینه کوچک‌تر از  $90^\circ$  است و از هر آینه یک بازتاب رخ می‌دهد، زاویه بین پرتو بازتابش و پرتو تابش ( $\beta$ ) دو برابر زاویه بین دو آینه ( $\alpha$ ) است. یعنی  $\beta = 2\alpha$  است. در این سؤال، بدون محاسبه زاویه‌های تابش و بازتابش و تنها با دانستن این نکته که برای دو خط موازی و یک خط مورب، زاویه‌های تند با هم برابرند، به سادگی می‌توان زاویه بین دو آینه را به دست آورد.

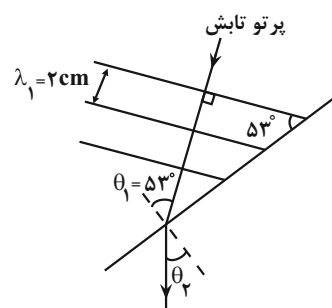
$$\beta = 2\alpha \Rightarrow 150^\circ = 2\alpha \Rightarrow \alpha = 75^\circ$$

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۹۰ تا ۹۴)

## ۸۸- گزینه «۲»

(زهره آقاممیری)

می‌دانیم که چون دو زاویه غیر روبه‌رو به هم با اضلاع عمود بر هم با هم برابرند، زاویه بین جبهه‌های موج تابشی و مرز جدایی دو محیط برابر زاویه تابش ( $\theta_1$ ) است. از طرف دیگر، چون تندی موج در محیط (۱)،  $60\%$  درصد بیشتر از تندی موج در محیط (۲) است،  $v_1 = v_2 + 0.6v_2 = \frac{1}{5}v_2$  می‌باشد. بنابراین طبق قانون شکست عمومی داریم:



$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{v_1}{v_2} \xrightarrow{v_1 = \frac{1}{5}v_2} \frac{\sin 53^\circ}{\sin \theta_2} = \frac{1}{5} \xrightarrow{\sin 53^\circ = 0.8} \frac{0.8}{\sin \theta_2} = \frac{1}{5} \Rightarrow \sin \theta_2 = 0.8 \Rightarrow \theta_2 = 30^\circ$$

با توجه به این که در عبور موج از یک محیط به محیط دیگر، بسامد موج ثابت می‌ماند، داریم:

$$v = \lambda f \xrightarrow{f=\text{ثابت}} \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \xrightarrow{\lambda_1 = 2 \text{ cm}} \frac{1}{5} = \frac{2}{\lambda_2} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{10}{5} = 2 \text{ cm}$$

دقت کنید، فاصله دو جبهه موج متوالی برابر یک طول‌موج ( $\lambda$ ) است. در این‌جا، طول‌موج در محیط (۱) برابر  $\lambda_1 = 2 \text{ cm}$  است.

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج: صفحه ۹۶)



## شیمی ۳

## ۹۱- گزینه ۲»

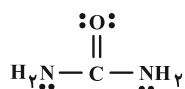
(امیرمسین مسلمی)

موارد (پ) و (ث) درست هستند.

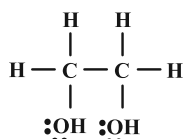
بررسی عبارت‌ها:

الف) زله نوعی کلویید است و ترکیبی پایدار می‌باشد.

ب) ساختار اوره به صورت:



و اتیلن گلیکول به صورت:



است و شامل ۹ پیوند کووالانسی است.

$$\frac{\text{شمار اتم‌ها}}{\text{شمار جفت الکترون ناپیوندی}} = \frac{\lambda}{4} = 2$$

پ) حداکثر شمار اتم‌ها در پاک‌کننده صابونی زمانی است که زنجیره آلکیل

سیر شده و کاتیون آن آمونیوم باشد.



ت) افزودن نمک فسفات باعث افزایش خاصیت پاک‌کنندگی می‌شود.

ث) فراوان‌ترین عنصر موجود در جهان هیدروژن است که از واکنش Al،

NaOH و H<sub>2</sub>O تولید می‌شود.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

## ۹۲- گزینه ۳»

(مهمربشا پوراوید)

این واکنش شدیداً گرماده است و گرمای حاصل می‌تواند موجب ذوب شدن

برخی از مواد مسدود کننده مجاری شود. در این صورت رفع آن‌ها راحت‌تر

صور می‌گیرد.

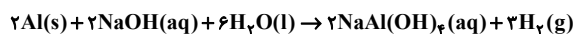
گاز X مولکول دو اتمی هیدروژن (H<sub>2</sub>) است که حباب‌های حاصل از آن

به باز شدن مسیر گرفتگی توسط چربی‌ها و آلاینده‌ها کمک می‌کند.

این پاک‌کننده‌ها هم براساس برهم‌کنش بین ذره‌ای عمل می‌کنند و هم با

انجام واکنش شیمیایی با آلاینده‌ها به رفع آن‌ها کمک می‌کنند.

معادله موازنه شده واکنش به صورت زیر است که مجموع ضرایب مولی

عناصر موجود در آن (یعنی Al و H<sub>2</sub>) برابر با ۵ خواهد بود:

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۲ و ۱۳)

## ۹۳- گزینه ۴»

(امیرمسین طیبی)

ابتدا pH این محلول در دمای ۲۵°C را محاسبه می‌کنیم:

$$K_a = \frac{[\text{H}^+]}{M} \Rightarrow [\text{H}^+] = \sqrt{K_a \cdot M}$$

$$\Rightarrow [\text{H}^+] = \sqrt{2 \times 10^{-5} \times 5 \times 10^{-2}} = \sqrt{10^{-6}} = 10^{-3}$$

$$\text{pH}_{(25^\circ\text{C})} = -\log[\text{H}^+] = -\log(10^{-3}) = 3 \text{ mol.L}^{-1}$$

دمای اولیه محلول اسید برابر با ۲۵°C می‌باشد، اگر ۲۰٪ دمای آن را افزایش

دهیم به دمای ۳۰°C خواهد رسید. به ازای ۵°C افزایش دما، K<sub>a</sub> این اسیدبه اندازه ۲۵×۱۰<sup>-۶</sup> mol.L<sup>-1</sup> = ۲۵×۱۰<sup>-۶</sup> افزایش می‌یابد.

$$K_{a(30^\circ\text{C})} = K_{a(25^\circ\text{C})} + 2/5 \times 10^{-5}$$

$$= 2 \times 10^{-5} + 2/5 \times 10^{-5} = 45 \times 10^{-5}$$

پس pH این محلول را در دمای ۳۰°C محاسبه می‌کنیم:

$$[\text{H}^+] = \sqrt{K_a \cdot M} = \sqrt{45 \times 10^{-5} \times 5 \times 10^{-2}}$$

$$= \sqrt{225 \times 10^{-8}} = 15 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\text{pH}_{(30^\circ\text{C})} = -\log[\text{H}^+] = -\log(15 \times 10^{-4}) = 4 - \log 15$$

$$= 4 - (\log 3 + \log 5) = 4 - (0/5 + 0/7) = 2/8$$

خواسته مسئله را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{\text{pH}_{(30^\circ\text{C})}}{\text{pH}_{(25^\circ\text{C})}} = \frac{2/8}{3} \approx 0/93$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی؛ صفحه‌های ۳۳ تا ۳۶)

## ۹۴- گزینه ۴»

(پیمان فواپوی‌میدر)

فقط مورد (ت) صحیح است.

بررسی سایر موارد:

(آ) کربن مونوکسید در آب خاصیت اسیدی ایجاد نمی‌کند.

(ب) آمونیاک بازی ضعیف است پس بر اثر حل شدن هر مول از آن در آب ۲

مول یون تولید نمی‌شود.



درصد خلوص

$$\frac{1}{2} \text{L NaOH} = 142 \text{ g} \times \frac{80}{100} \times \frac{1 \text{ mol NaOH}}{1 \text{ mol اسید چرب}} \times \frac{3 \text{ L NaOH}}{1 \text{ mol NaOH}} \times \frac{1 \text{ mol اسید چرب}}{(14n + 46) \text{ g}} \\ \frac{12}{10} = 142 \times \frac{80}{100} \times \frac{3}{(14n + 46)} \Rightarrow 14n + 46 = 284 \Rightarrow n = 17$$

فرمول مولکولی اسید چرب:  $\text{C}_{17}\text{H}_{35}\text{COOH}$  یا  $\text{C}_{18}\text{H}_{36}\text{O}_2$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی: صفحه‌های ۱۵، ۱۶ و ۱۹)

۹۷- گزینه «۴» (علیرضا کیانی دوست)

بررسی موارد نادرست:

مورد دوم: شوینده غیرصابونی با یون‌های  $\text{Ca}^{2+}$  و  $\text{Mg}^{2+}$  واکنش نمی‌دهد.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

۹۸- گزینه «۳» (سعید تیزرو)

موارد دوم و پنجم نادرست هستند.

بررسی موارد:

مورد اول: pH معده، خون، محتویات روده و دهان به ترتیب برابر ۱/۶ تا ۱/۸، ۷/۴، ۸/۵ و محدوده ۵/۲ تا ۷/۱ است که نشان‌دهنده درستی مورد اول است.

مورد دوم: یکسان بودن pH در دو محلول اسید تک پروتون‌دار به معنای یکسان بودن غلظت یون هیدرونیوم و در نتیجه غلظت آنیون‌ها در دو محلول

است.  $([\text{NO}_2^-] = [\text{NO}_3^-] = [\text{H}_2\text{PO}_4^-] = 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1})$

مورد سوم: با توجه به بالاتر بودن مقدار ثابت یونش اسید HY می‌توان نتیجه گرفت این اسید قوی‌تر بوده و غلظت یون هیدرونیوم در آن بیشتر و غلظت یون هیدروکسید کمتر است.

مورد چهارم: با توجه به این که  $\text{pH} = 2$ ، مقدار  $[\text{H}_2\text{PO}_4^-]$  برای هر دو

محلول برابر  $10^{-2}$  مولار است. با توجه به این که استیک اسید

$(\text{CH}_3\text{COOH})$  نسبت به فورمیک اسید  $(\text{HCOOH})$ ، اسید

ضعیف‌تری محسوب می‌شود، در غلظت بیشتر از آن، مقدار  $[\text{H}_2\text{PO}_4^-]$  به

$10^{-2}$  مولار می‌رسد. بنابراین در واکنش با NaOH، مول نمک تولید شده

از محلول  $\text{CH}_3\text{COOH}$  بیشتر از HCOOH خواهد بود.

پ) هر چند که عبارت یونش عمدتاً فقط برای ترکیبات مولکولی استفاده می‌شود، اما حتی اگر برای ترکیبات یونی مثل NaOH هم استفاده شود، چون NaOH هم مثل  $\text{HNO}_3$  در آب کاملاً به یون‌ها تفکیک می‌شود، این عبارت غلط است.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی: صفحه‌های ۱۵، ۱۶ و ۱۹)

۹۵- گزینه «۱» (امیرمهر کنگرانی)

بررسی موارد:

الف) درست؛  $\text{HSO}_4^-$  نسبت به HF اسید قوی‌تری است، بیشتر یونش می‌یابد و  $\alpha$  بزرگ‌تری دارد.

ب) درست؛ HF یک اسید ضعیف و  $K_a$  کوچک دارد و  $\text{HSO}_4^-$  یک اسید قوی است و  $K_a$  بزرگ‌تری دارد. بیشتر یونش می‌یابد و غلظت یون‌های تولید شده بیشتر است پس رسانایی بیشتری دارد.

پ) نادرست؛ محلول HF نمونه‌ای از اسیدهای ضعیف است و نمونه‌ای از سامانه تعادلی هستند که در آن سرعت واکنش رفت و برگشت با هم برابر هستند.

ت) نادرست؛ در صورت رقیق کردن یک محلول اسید، غلظت  $\text{OH}^-$  در آن زیاد می‌شود.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی: صفحه‌های ۱۶ تا ۲۰)

۹۶- گزینه «۲» (امیر هاتمیان)

از اطلاعات مسئله استفاده می‌کنیم:  $\log_{10} 3 = 0.5 \Rightarrow 10^{0.5} = 3$

$$[\text{H}^+] = 10^{-13.5} = 10^{-14} \times 10^{0.5} = 3 \times 10^{-14} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[\text{H}^+] \times [\text{OH}^-] = 10^{-14} \Rightarrow [\text{OH}^-] = \frac{10^{-14}}{[\text{H}^+]} = \frac{10^{-14}}{3 \times 10^{-14}} = \frac{1}{3} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\Rightarrow \text{غلظت مولی NaOH} = \frac{1}{3} \text{ mol.L}^{-1}$$

اسید چرب که زنجیر آلکیل آن سیر شده می‌باشد.

$$\text{C}_n\text{H}_{2n+1}\text{COOH} \\ \text{جرم مولی} = (14n + 46) \text{ g.mol}^{-1}$$

سپس با استفاده از استوکیومتری واکنش تعداد n را به دست می‌آوریم.



$$M_1 \times 40 = (6 \times 10^{-3}) \times 200 \Rightarrow M_1 = 0.03 \text{ mol.L}^{-1}$$

از آنجا که  $\text{HNO}_3$  یک اسید قوی تک پروتون دار است، برای محاسبه pH آن می توان گفت:

$$[\text{H}^+] = [\text{HNO}_3]_{\text{اولیه}} = 3 \times 10^{-2}$$

$$\text{pH} = -\log[\text{H}^+] = -\log 3 \times 10^{-2}$$

$$= -\log 3 + (-\log 10^{-2}) = -0.5 + 2 = 1.5$$

(شیمی ۳- مولکول ها در فرمت تدرستی: صفحه های ۳۳ تا ۳۶)

(کتاب آبی)

۱۰۱- گزینه «۲»

$$\text{غلظت ppm} = \frac{\text{میلی گرم حل شونده}}{\text{لیتر محلول}} \Rightarrow 190 = \frac{\text{ymgF}^-}{1\text{L}}$$

$$\Rightarrow y = 190 \text{ mgF}^-$$

$$? \text{ mol F}^- = 190 \times 10^{-3} \text{ gF}^- \times \frac{1 \text{ mol F}^-}{19 \text{ gF}^-} = 0.01 \text{ mol F}^-$$

$$\alpha = \frac{\text{شمار مولکول های یونیده شده}}{\text{شمار کل مولکول های حل شده}}$$

$$\Rightarrow 0.024 = \frac{0.01 \text{ mol}}{z \text{ mol}} \Rightarrow z = \frac{5}{12} \text{ mol HF}$$

$$? \text{ g HF} = \frac{5}{12} \text{ mol HF} \times \frac{20 \text{ g HF}}{1 \text{ mol HF}} \approx 8.3 \text{ g HF}$$

(شیمی ۳- مولکول ها در فرمت تدرستی: صفحه های ۲۲ و ۲۳)

(علیرضا کیانی دوست)

۱۰۲- گزینه «۲»

$$\text{pH} = 0.7 \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-0.7} = 10^{-1} \times 10^{0.3} = 0.2 \text{ mol.L}$$

$$\text{mol آغازی HCl} = 200 \text{ L} \times \frac{0.2 \text{ mol}}{1 \text{ L}} = 40 \text{ mol}$$

$$\frac{17/1 \text{ g}}{\text{L}} \times \frac{1 \text{ mol}}{171 \text{ g}} = 0.1 \text{ mol.L}$$



$$0.1x$$

$$40$$

$$-0.1x$$

$$-0.2x$$

$$0$$

$$40 - 0.2x$$

مورد پنجم: با افزودن آب به یک محلول بازی، محلول رقیق تر شده و

$[\text{OH}^-]$  و pH محلول کاهش می یابد. با کاهش  $[\text{OH}^-]$ ،  $[\text{H}_3\text{O}^+]$

افزایش می یابد تا حاصل ضرب آن ها ثابت بماند. بنابراین اختلاف  $[\text{OH}^-]$

و  $[\text{H}_3\text{O}^+]$  کاهش می یابد.

(شیمی ۳- مولکول ها در فرمت تدرستی: صفحه های ۲۳ تا ۲۶)

(امین نوروزی)

۹۹- گزینه «۲»

فقط مورد (آ) درست است.

(آ) محلول HBr اسید قوی بوده و غلظت اولیه HBr با غلظت نهایی

$\text{H}^+$  و  $\text{Br}^-$  برابر است.



$$M_1: \quad 0.5 \quad 0 \quad 0$$

$$\Delta M: \quad -0.5 \quad 0.5 \quad 0.5$$

$$M_2: \quad 0 \quad 0.5 \quad 0.5$$

(ب) محلول HCN اسید ضعیف بوده و غلظت نهایی  $[\text{H}^+]$  و  $[\text{CN}^-]$

کمتر از  $0.3 \text{ M}$  است.

(پ) محلول HI اسید قوی بوده و به هیچ وجه  $[\text{HI}] = [\text{H}^+] = [\text{I}^-]$

نیست زیرا تمام مولکول های HI به  $\text{H}^+$  و  $\text{I}^-$  تفکیک می شوند.

(ت) محلول HF اسید ضعیف بوده که اگر درجه یونش آن از  $0.5$

بزرگ تر باشد  $[\text{H}^+] = [\text{F}^-] > [\text{HF}]$  برقرار خواهد بود.

(شیمی ۳- مولکول ها در فرمت تدرستی: صفحه های ۲۱ تا ۲۳)

(محمدرضا پورجاوید)

۱۰۰- گزینه «۱»

در ابتدا لازم است غلظت اسید رقیق شده مصرفی در واکنش را محاسبه کنیم:

$$22/2 \text{ mg Ca(OH)}_2 \times \frac{1 \text{ g Ca(OH)}_2}{1000 \text{ mg Ca(OH)}_2}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol Ca(OH)}_2}{74 \text{ g Ca(OH)}_2} \times \frac{2 \text{ mol HNO}_3}{1 \text{ mol Ca(OH)}_2} = 6 \times 10^{-4} \text{ mol HNO}_3$$

به این ترتیب غلظت اولیه اسید اولیه برابر خواهد بود با (حجم محلول رقیق

شده  $200$  میلی لیتر است):

$$M_1 V_1 = M_2 V_2$$



قیراندود کردن، کاهش میزان رطوبت محیط، پوشاندن سطح فلز با کروم و گریس (به دلیل ناکطبی و نامحلول بودن در آب) می‌تواند از خوردگی فلز آهن جلوگیری کرد. اما اکسیژن در محیط اسیدی سریع‌تر کاهش یافته و این موضوع خوردگی آهن را تشدید می‌کند. همچنین فلز قلع به دلیل کاهندگی کمتر نسبت به آن، تنها در صورت قرار گرفتن به عنوان روکش آهن و پوشاندن سطح آن می‌تواند باعث حفاظت فیزیکی شود.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۵۶ تا ۵۹)

۱۰۵- گزینه «۳» (ممنوع عظیمیان زواره)

موارد (آ)، (پ) و (ت) درست هستند.

بررسی سایر موارد موارد:

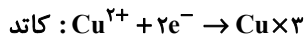
(ب) نادرست؛ سلول سوختی منبع انرژی سبز به شمار می‌رود.

(ث) نادرست؛ عناصر واسطه همگی فلزند.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۵۰ تا ۵۴)

۱۰۶- گزینه «۴» (هاری مهری زاده)

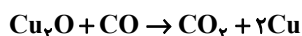
با توجه به داده‌های سؤال داریم:



$$? \text{ g Cu} = \frac{1}{1806} \times 10^{22} \text{ e}^- \times \frac{1 \text{ mol e}^-}{6.02 \times 10^{23} \text{ e}^-}$$

$$\times \frac{3 \text{ mol Cu}}{6 \text{ mol e}^-} \times \frac{64 \text{ g Cu}}{1 \text{ mol Cu}} = 0.96 \text{ g Cu}$$

با توجه به واکنش زیر داریم:



$$? \text{ g CO} = 0.96 \text{ g Cu} \times \frac{1 \text{ mol Cu}}{64 \text{ g Cu}} \times \frac{1 \text{ mol CO}}{2 \text{ mol Cu}}$$

$$\times \frac{28 \text{ g CO}}{1 \text{ mol CO}} = 0.21 \text{ g CO}$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۴۴ تا ۴۸)

$$\frac{(40 - 0.2x) \text{ mol}}{(200 + x)} = 0.05 \Rightarrow 40 - 0.2x = 10 + 0.05x$$

$$\Rightarrow 0.25x = 30 \Rightarrow x = 120 \text{ L}$$

$$\text{pH}(\text{HCl}) = 10^{-1/3} = 10^{-2} \times 10^{0/7} = 5 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$? \text{ min} = 120 \text{ L} \times \frac{1 \text{ s}}{0.25 \text{ L}} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 8 \text{ min}$$

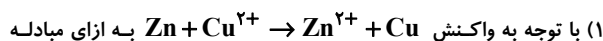
$$120 \text{ L} + 200 \text{ L} = 320 \text{ L}$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۶ و ۱۷)

۱۰۳- گزینه «۴» (امین نوروزی)

این واکنش انجام نمی‌شود و عکس آن انجام‌پذیر است.

بررسی سایر گزینه‌ها:



۶۴ g ، ۲e<sup>-</sup> مس تولید می‌شود.

$$\text{g Cu} = 0.4 \text{ mole}^- \times \frac{64 \text{ g Cu}}{2 \text{ mol e}^-} = 12.8 \text{ g Cu}$$

(۲) چون فلز Au با Cu<sup>2+</sup> واکنش نمی‌دهد.

(۳) درست

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۷)

۱۰۴- گزینه «۴» (سعید تیزرو)

معادله موازنه شده واکنش به صورت زیر است:



برای انجام واکنش بالا ۱۲ مول الکترون مبادله می‌شود و تعداد الکترون‌های

مبادله شده به ازای تشکیل ۴/۲۸ کیلوگرم فراورده را می‌توان به صورت زیر

محاسبه کرد:

$$4280 \text{ g Fe(OH)}_3 \times \frac{1 \text{ mol Fe(OH)}_3}{107 \text{ g Fe(OH)}_3}$$

$$\times \frac{6 \text{ mole}^-}{2 \text{ mol Fe(OH)}_3} = 120 \text{ mol e}^-$$



## ۱۰۷- گزینه «۱»

(پیمان فواوی میسر)

طبق واکنش  $2H_2 + O_2 \rightarrow 2H_2O$  به ازای مصرف یک مول  $O_2$ ، ۴ مول الکترون از مدار عبور می‌کند و هر مول الکترون باعث قرار گرفتن یک مول نقره بر روی جسم می‌شود.

$$13/44 L O_2 \times \frac{1 \text{ mol } O_2}{22/4 L O_2} \times \frac{4 \text{ mol } e^-}{1 \text{ mol } O_2}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol } Ag}{1 \text{ mol } e^-} \times \frac{108 \text{ g } Ag}{1 \text{ mol } Ag} = 259/2 \text{ g } Ag$$

پس جرم نهایی جسم برابر است با:  $217 + 259/2 = 476/2 \text{ g}$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۵۱، ۵۲، ۵۰ و ۶۱)

## ۱۰۸- گزینه «۳»

(علیرضا کیانی دوست)

بررسی موارد نادرست:

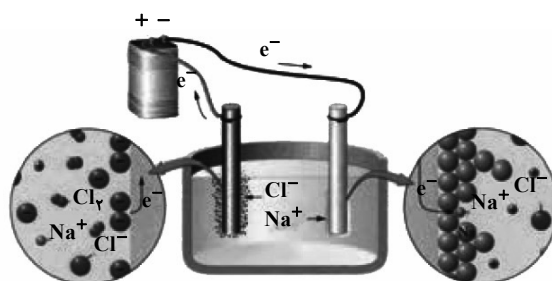
مورد چهارم: در فرایند هال برخلاف سلول برقکافت منیزیم کلرید مذاب، چگالی فلز مذاب تولید شده بیشتر از الکترولیت است.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۶۱ و ۶۲)

## ۱۰۹- گزینه «۲»

(هاری مهری زاده)

با توجه به شکل A، B و C به ترتیب  $Na^+$ ،  $Cl^-$  و قطب منفی سلول را تشکیل می‌دهند.



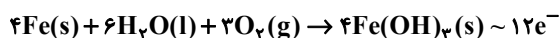
(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه ۵۵)

## ۱۱۰- گزینه «۲»

(امیرحسین مسلمی)

بررسی عبارت‌ها:

الف) نادرست؛ واکنش‌های خوردگی آهن و فرایند هال به صورت زیر است:

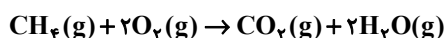


با شمار یکسانی مبادله الکترون، محلول آهن (III) هیدروکسید در واکنش خوردگی آهن یا کربن دی‌اکسید در فرایند هال تولید می‌شود.

ب) نادرست؛ فراورده گازی واکنش برقکافت منیزیم کلرید مذاب، گاز کلر است که به دلیل واکنش‌پذیری کمتر آن از گاز فلوئور، واکنش آن با سدیم فلوئورید جهت تشکیل  $F_2$ ، پیش نمی‌رود.

پ) نادرست؛ لیتیم در فلزات قلیایی کمترین شمار الکترون‌های با  $l=0$  (زیرلایه s) را دارد، اما بیشترین قدرت کاهندگی و کمترین  $E^\circ$  را دارد.

ت) درست؛ واکنش کلی سلول سوختی «متان-اکسیژن» به صورت زیر است:



STP، حالت فیزیکی آب، مایع خواهد بود و فراورده به جرم مولی بیشتر  $(CO_2)$  به شکل مایع در نمی‌آید.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۳۹ تا ۶۴)

## شیمی ۳- اختیاری

## ۱۱۱- گزینه «۱»

(رسول عابدینی زواره)

فقط مورد (ت) درست است.

بررسی موارد:

مورد آ) شمار نزدیک‌ترین یون‌های ناهم‌نام موجود پیرامون هر یون در شبکه بلور ترکیب یونی، عدد کوئوردیناسیون نام دارد.

مورد ب) مقایسه آنتالپی فروپاشی این سه ترکیب به صورت  $NaF > NaCl > KBr$  است.

مورد پ) آلیاژ هوشمند از عناصر Ni و Ti (نیکل و تیتانیوم) ساخته می‌شود.



$$\text{تعداد الکترون مبادله شده} = 0 / 12 \text{ mol Zn} \times \frac{2 \text{ mole}^-}{1 \text{ mol Zn}} \times \frac{6 / 0.2 \times 10^{23} \text{ e}^-}{1 \text{ mole}^-}$$

$$= 1 / 4 \times 10^{23} \text{ e}^-$$

(شیمی ۳- شیمی بلوهای از هنر، زیبایی و مانرگاری؛ صفحه ۸۴)

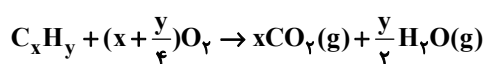
(حسن عیسی زاده)

۱۱۴- گزینه «۳»

عبارت‌های (پ) و (ت) درست‌اند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت (آ) گاز اکسیژن لازم برای سوختن هیدروکربن برابر است با:



$$? \text{gO}_2 = 0 / 2 \text{ mol C}_x\text{H}_y \times \frac{(x + \frac{y}{4}) \text{ mol O}_2}{1 \text{ mol C}_x\text{H}_y} \times \frac{32 \text{ gO}_2}{1 \text{ mol O}_2}$$

$$= (6 / 4x + 1 / 6y) \text{gO}_2$$

عبارت (ب) واکنش  $\text{N}_2(\text{g}) + \text{O}_2(\text{g}) \rightarrow 2\text{NO}(\text{g})$  در دمای اتاق انجام

نمی‌شود و در اثر رعد و برق یا در دمای موتور خودرو انجام می‌شود.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۹۱ تا ۹۴)

(امیر ماتیان)

۱۱۵- گزینه «۲»

فرض می‌کنیم جرم خاک رس بعد از حرارت دادن

(دیگر ۵۰gSiO<sub>2</sub> + ۸gH<sub>2</sub>O + ۴۲g) ۱۰۰g می‌باشد و مقدار آب خارج

شده از خاک رس در نمونه اولیه را x در نظر می‌گیریم.

$$\text{درصد جرمی آب در نمونه اولیه} = \frac{\text{جرم آب}}{\text{جرم خاک رس اولیه}} \times 100$$

$$20 = \frac{(8 + x) \text{gH}_2\text{O}}{(50 + 42 + 8 + x) \text{g خاک رس اولیه}} \times 100 \Rightarrow \frac{8 + x}{100 + x} = \frac{2}{10}$$

$$80 + 10x = 200 + 2x \Rightarrow x = 15 \text{g}$$

درصد جرمی SiO<sub>2</sub> در نمونه اولیه:

$$? \text{SiO}_2 = \frac{50 \text{ gSiO}_2}{(100 + 15) \text{g خاک}} \times 100\% = \frac{50}{115} \times 100\% \approx 43 / 5\%$$

(شیمی ۳- شیمی بلوهای از هنر، زیبایی و مانرگاری؛ صفحه‌های ۶۶ و ۶۷)

مورد ت) فلزهای دسته d از فلزهای دسته s و p سخت‌ترند و نقطه ذوب بالاتری دارند و عده‌های اکسایش آنها متنوع است.

(شیمی ۳- شیمی بلوهای از هنر، زیبایی و مانرگاری؛

صفحه‌های ۷۸، ۸۰، ۸۱، ۸۵ و ۸۶)

(رضا سلیمانی)

۱۱۲- گزینه «۴»

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: اعداد اکسایش متنوع از جمله ویژگی‌های شیمیایی فلزها است، در حالی که دریای الکترونی برخی از خواص فیزیکی فلزها را توجیه می‌کند.

گزینه «۲»: الکترون‌های ظرفیت هر فلز در به وجود آمدن دریای الکترونی شرکت دارند.

گزینه «۳»: در شبکه بلور فلزها، مجموع بار کاتیون‌ها و الکترون‌های دریای الکترونی برابر است، (نه تعداد آن‌ها!).

(شیمی ۳- شیمی بلوهای از هنر، زیبایی و مانرگاری؛ صفحه ۸۲)

(علیرضا رضایی سراب)

۱۱۳- گزینه «۳»

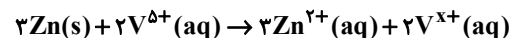
ابتدا شمار مول Zn را تعیین می‌کنیم:

$$? \text{ mol Zn} = 7 / 8 \text{ g Zn} \times \frac{1 \text{ mol Zn}}{65 \text{ g Zn}} = 0 / 12 \text{ mol Zn}$$

$$0 / 2 \text{ L} \times \frac{0 / 4 \text{ mol V}^{5+}}{1 \text{ L محلول}} \times \frac{b \text{ mol Zn}}{a \text{ mol V}^{5+}}$$

$$= 0 / 12 \text{ mol Zn} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{3}{2}$$

Zn و V<sup>5+</sup> با نسبت ۳ به ۲ واکنش داده‌اند.



$$\text{طبق موازنه بار الکترونی داریم} \Rightarrow 2 \times (+5) = 3 \times (+2) + 2 \times (x)$$

$$\Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = 2$$

یون وانادیم (II) فرآورده خواهد بود که رنگ بنفش دارد.



## ۱۱۶- گزینه «۲»

(ممبر رضا زهرهوند)

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: در یک دوره از جدول تناوبی، هرچه بار منفی یون پایدار یک عنصر بیشتر باشد، شعاع آن بیشتر و هرچه بار مثبت یون پایدار یک عنصر بیشتر باشد، شعاع آن کوچکتر است. برای مثال در دوره دوم و سوم جدول تناوبی مقایسه شعاع یون‌های هم‌الکترون به‌صورت « $N^{3-} > O^{2-} > F^- > Na^+ > Mg^{2+} > Al^{3+}$ » می‌باشد.

گزینه «۲»: شعاع  $O^{2-}$  (دارای ۲ لایه الکترون) از شعاع  $Ca^{2+}$  (دارای ۳ لایه الکترونی) بزرگتر است؛ بنابراین یونی که تعداد لایه‌های الکترونی بیشتری دارد، همواره شعاع بزرگتری ندارد.

گزینه «۳»: هرچه اندازه بار الکتريکی یک یون بیشتر و شعاع آن کوچکتر باشد، چگالی بار آن بیشتر است. مقایسه چگالی بار آنیون‌ها در دوره دوم جدول تناوبی به‌صورت « $N^{3-} > O^{2-} > F^-$ » است.

گزینه «۴»: در یک ترکیب یونی هرچه چگالی بار آنیون‌ها و کاتیون‌ها بیشتر باشد، پیوند یونی قوی‌تر است و چگالی بار یون‌ها متأثر از بار و شعاع آن‌ها می‌باشد.

(شیمی ۳- شیمی پلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۷۷ تا ۸۱)

## ۱۱۷- گزینه «۳»

(جهان شاهی بیکباغی)

با توجه به جدول زیر گزینه «۳» پاسخ تست است.

| عنوان فناوری               | دستاورد                   |
|----------------------------|---------------------------|
| فناوری تصفیه آب            | مانع گسترش بیماری         |
| فناوری تولید پلاستیک       | توسعه و تحول پوشاک و دارو |
| فناوری شیمیایی و تولید کود | تأمین غذای جمعیت          |
| مبدل کاتالیستی             | کاهش آلودگی               |

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۹۰ و ۹۱)

## ۱۱۸- گزینه «۴»

(امیرحسین بقیاری)

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: انرژی فعال‌سازی واکنش (۱)  $(\Delta H = 388 - 569 = -181 \text{ kJ})$  بیش‌تر از واکنش (۲)  $(\Delta H = 344 - 556 = -212 \text{ kJ})$  است، پس واکنش (۲) سریع‌تر انجام می‌شود.

$$? \text{ kJ} = 40 \text{ g O}_2 \times \frac{1 \text{ mol O}_2}{32 \text{ g O}_2} \times \frac{181 \text{ kJ}}{1 \text{ mol O}_2} = 226 / 25 \text{ kJ}$$

گزینه «۲»:

گزینه «۳»: با توجه به نمودارهای داده شده درست است.

$$? \text{ kJ} = 8 \text{ g O}_2 \times \frac{1 \text{ mol O}_2}{32 \text{ g O}_2} \times \frac{556 \text{ kJ}}{1 \text{ mol O}_2} = 139 \text{ kJ}$$

گزینه «۴»:

به‌ازای مصرف ۸ گرم گاز اکسیژن در واکنش (۲)،  $139 \text{ kJ}$  انرژی آزاد می‌شود.

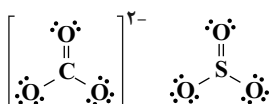
(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۹۴ تا ۹۶)

## ۱۱۹- گزینه «۳»

(عین‌الله ابوالفتی)

بررسی عبارت‌ها:

(آ) نادرست؛ فضای میان دو هسته در مولکول‌های دو اتمی جور هسته (مانند  $\text{Cl}_2$ ) بیش‌ترین احتمال حضور الکترون و همچنین بیش‌ترین تراکم بارالکتريکی را دارد.  
(ب) درست؛ شکل هندسی این دو گونه شبیه هم بوده و دارای ۴ پیوند اشتراکی هستند.

(پ) نادرست؛ فرمول مولکولی کلروفرم به صورت  $\text{CHCl}_3$  است.

(ت) نادرست؛ در گروه ۱۷ از بالا به پایین با افزایش شعاع اتمی خصلت نافلزی کاهش می‌یابد و اتم با شعاع بزرگ‌تر حتماً خصلت نافلزی کم‌تری دارد؛ بنابراین همواره در نقشه پتانسیل آن‌ها اتم با شعاع بزرگ‌تر آبی رنگ است.

(شیمی ۳- شیمی پلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۷۳ تا ۷۵)

## ۱۲۰- گزینه «۳»

(علی کریمی)

گزینه «۱»: هر چه اندازه ذره‌های کاتالیزگر ریزتر باشد سطح تماس بیش‌تر می‌شود.  
گزینه «۲»: به این دلیل از ۳ نوع کاتالیزگر استفاده می‌شود که ۳ نوع واکنش مختلف داریم.

گزینه «۴»: نماد پالادیم Pd می‌باشد.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۹۷ تا ۱۰۰)



# دفترچه پاسخ

(رشته ریاضی و فیزیک)

۱۶ فروردین ماه ۱۴۰۳

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

آدرس دفتر مرکزی: خیابان انقلاب - بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن چهار رقمی: ۰۲۱-۶۴۶۳

## کتاب مهارت‌های معلمی

## ۱۲۱- گزینه «۳»

(مرتضی ممسنی کبیر)

ذکر «بسم الله» در آغاز کار و تدریس، بیانگر حقایقی خواهد بود؛ از جمله آن که:

- «بسم الله»، رمز خروج از تکبر و اظهار عجز به درگاه الهی است.
- «بسم الله»، گام اول در مسیر عبودیت و بندگی است.
- «بسم الله»، عامل قداست یافتن کارها و بیمه شدن آن‌هاست.
- «بسم الله»، ذکر خداست؛ یعنی خدایا من تو را فراموش نکرده‌ام.

(وظایف معلم، صفحه‌های ۷۶ و ۷۷)

## ۱۲۲- گزینه «۲»

(مرتضی ممسنی کبیر)

قرآن کریم، بارها به مسلمانان درخصوص تحذیر از دشمنان هشدار داده است. در آیه‌ای از قرآن کریم در تبیین ماهیت خطرناک دشمنان آمده است: «يَا أَيُّهَا الَّذِينَ آمَنُوا لَا تَتَّخِذُوا بَطَانَةَ مَنْ دُونَكُمْ لَا يَالُونَكُمْ خِيبًا وَلَا دُورًا، غَنَمْتُمْ قَدْ بَدَتِ الْبَغْضَاءُ مِنْ أَفْوَاهِهِمْ وَمَا تَخْفَى صُدُورُهُمْ أَكْبَرُ قَدْ بَيَّنَّا لَكُمُ الْآيَاتِ إِنْ كُنْتُمْ تَعْقِلُونَ: ای کسانی که ایمان آورده‌اید! از غیر خودتان هم‌راز نگیرید. آنان در تباهی شما کوتاهی نمی‌کنند، آن‌ها رنج بردن شما را دوست دارند. همانا کینه و دشمنی از [گفتار و] دهانشان پیداست و آنچه دلشان دربردارد، بزرگ‌تر است. به تحقیق ما آیات [روشنگر و افشاگر توطئه‌های دشمن] را برای شما بیان کردیم، اگر تعقل کنید.»

(وظایف معلم، صفحه ۱۰۸)

## ۱۲۳- گزینه «۴»

(مرتضی ممسنی کبیر)

کسانی که قالب‌پذیرند به اصطلاح، نان را به نرخ روز می‌خورند. در مقابل این افراد، افرادی هستند قالب‌ساز و خط شکن که هیچ نظام اقتصادی، سیاسی، اجتماعی و خانوادگی، مانع تصمیم بر حق آنان نمی‌شود و به قول قرآن: «لَا يَخَافُونَ فِي اللَّهِ لَوْمَةً لَئِيمَةً»؛ بنابراین معلم باید در انتخاب موضع و مخاطب قالب‌ساز باشد، نه قالب‌پذیر.

(وظایف معلم، صفحه‌های ۱۱۳ و ۱۱۴)

## ۱۲۴- گزینه «۱»

(مرتضی ممسنی کبیر)

قرآن کریم از قول شعیب (ع) می‌فرماید: «و ما توفیقی آلا بالله: و جز به لطف خداوند، توفیقی برای من نیست.»

دعوت معلم باید عملی باشد؛ چنان‌که رسولان الهی نیز چنین می‌کردند: «قال يا قوم ... و ما أريد أن أخالقكم إلى ما أنها كم عنه ...: [شعیب] گفت: ای قوم من! ... و من نمی‌خواهم با آن‌چه شما را از آن نهی می‌کنم، مخالفت کنم [و آن را مرتکب شوم].»

(ترکیبی، صفحه‌های ۳۹ و ۷۷)

## ۱۲۵- گزینه «۲»

(مرتضی ممسنی کبیر)

اخلاص، دانشگاهی است که چهل‌روزه فارغ التحصیل بیرون می‌دهد. در روایات می‌خوانیم: «هرکس چهل روز کارهای خود را خالص قرار دهد، خداوند چشمه‌های حکمت را از قلبش بر زبانش جاری می‌کند.» امام باقر (ع) فرمودند: «کسی که از عدالت سخن بگوید ولی عادل نباشد، سخت‌ترین حسرت را در قیامت خواهد داشت.»

(صفحات معلم، صفحه‌های ۳۷ و ۵۲)

## ۱۲۶- گزینه «۳»

(مرتضی ممسنی کبیر)

خداوند، این دو نام از نام‌های خویش (رئوف و رحیم) را بر هیچ یک از پیامبران جز پیامبر اسلام (ص) اطلاق نکرده است. هم‌چنین آن حضرت را با جمله «عزیز علیه ما عنتم» غم‌خوار امت معرفی کرده است؛ به گونه‌ای که هرچه مردم را برنجاند، پیامبر را می‌رنجاند و این، بیانگر اوج محبت آن حضرت است که سبب جذب مردم می‌شد.

(صفات معلم، صفحه ۵۰)

## ۱۲۷- گزینه «۳»

(مرتضی ممسنی کبیر)

نشانه بی‌تکلفی، سلام کردن به همه افراد، رفت و آمد با طبقه محروم، کمک کردن به همسر، توقع نداشتن از مردم، اقرار کردن به جهل (در جایی که ندانیم)، اقرار به برتری دیگران و امثال آن است.

(صفات معلم، صفحه ۳۵)

## ۱۲۸- گزینه «۲»

(مرتضی ممسنی کبیر)

حیات انسان، در ایمان و عمل صالح است و خداوند متعال و انبیا (ع) هم مردم را به همان دعوت کرده‌اند: «دعائکم لِمَا يُحِبُّكُمْ». اطاعت از فرامین آنان، رمز رسیدن به زندگی پاک و طیب است؛ چنان‌که در جای دیگری از قرآن می‌خوانیم: «مَنْ عَمِلَ صَالِحًا مِّنْ ذَكَرٍ أَوْ انْثَىٰ وَهُوَ مُؤْمِنٌ فَلَنُحْيِيَنَّهٗ حَيَاةً طَيِّبَةً: هرکس کار شایسته‌ای کند، چه مرد یا زن، درحالی‌که مؤمن باشد، به زندگی پاک و پسندیده زنده‌اش می‌داریم.»

(ارزش و امتیاز کار معلمی، صفحه‌های ۲۷ و ۲۸)

## ۱۲۹- گزینه «۱»

(مرتضی ممسنی کبیر)

امام سجاد (ع) در دعای مکارم الاخلاق از خداوند می‌خواهد: «الهی انطقنی بالهدی و الهمنی التقوی: خدایا زبانه را به هدایت باز کن و تقوا را به من الهام کن.» انسانی که به این مقام برسد، خدایی می‌شود و همین که خدایی شد، می‌تواند همه امکانات و ابزارها را در مسیر رضای خدا به‌کارگیرد و انسان‌های خدایی تربیت کند.

(ارزش و امتیاز کار معلمی، صفحه ۲۰)

## ۱۳۰- گزینه «۴»

(مرتضی ممسنی کبیر)

در قرآن برای توصیف انبیا (ع) عبارات متعددی به کاررفته؛ ولی آن‌چه بیش از همه استفاده شده، تعبیر «یعلمهم الكتاب و الحکمة و یزکیهم» است که نشان می‌دهد کار پیامبران، تعلیم کتاب و حکمت و تزکیه بوده است.

(ارزش و امتیاز کار معلمی، صفحه‌های ۱۶ و ۱۷)



## دین و زندگی ۲

## ۱۳۱- گزینه ۱

(یاسین ساعری)

عزت به معنای «تفوذناپذیری» و «تسلیم نبودن» است. آیه «و الذین کسبوا السیئات جزاء سیئة بمثلها و ترهقهم ذلّة: آنان که بدی پیشه کردند، جزای بد به اندازه عمل خود می‌بینند و بر چهره آنان غبار ذلت می‌نشیند»، مربوط به بدکاران است.

(عزت نفس، صفحه ۱۳۹)

## ۱۳۲- گزینه ۲

(عباس سیر شبستری)

امام علی (ع) می‌فرماید: «حبّ الشیء یمعی و یصم: علاقه شدید به چیزی انسان را کور و کر می‌کند.» از این رو پیشوایان دین، از ما خواسته‌اند که در مورد همسر آینده با پدر و مادر خود مشورت کنیم تا به انتخابی درست برسیم.

(پیوند مقرر، صفحه‌های ۱۵۳ و ۱۵۴)

## ۱۳۳- گزینه ۱

(مرتضی ممسنی‌کبیر)

حدیث قدسی: «ای فرزند آدم، این مخلوقات را برای تو آفریدم و تو را برای خودم.» بیانگر شناخت ارزش خود و فروختن خویش به بهای اندک است. خدا خالق تمام هستی است و سرچشمه و منبع همه قدرت‌ها و عزت‌هاست. او وجود شکست‌ناپذیری است که هیچ‌گاه کسی توانایی ایستادن در برابر قدرت او را ندارد. بنابراین، هرکس به دنبال عزت است، باید خود را به این سرچشمه وصل کند: «من کان یرید العزة فله العزة جمیعاً: هرکس عزت می‌خواهد [بداند] که هر چه عزت است، از آن خداست.»

(عزت نفس، صفحه‌های ۱۳۹ و ۱۴۰)

## ۱۳۴- گزینه ۴

(فرزین سماقی)

پیشوایان ما همواره دختران و پسران را به ازدواج تشویق و ترغیب کرده و از پدران و مادران خواسته‌اند که با کنار گذاشتن رسوم غلط شرایط لازم را برای آنان فراهم کنند و به‌خاطر پندارهای باطل هم‌چون فراهم‌شدن همه امکانات زندگی، فرزندان خود را به گناه نکشاند و جامعه را گرفتار آسیب نسازند.

(پیوند مقرر، صفحه‌های ۱۵۵ و ۱۵۶)

## ۱۳۵- گزینه ۱

(مرتضی ممسنی‌کبیر)

تسلیم و بندگی خداوند، عزت نفس را به دنبال دارد و انسان عزیز در برابر مردم، متواضع و فروتن است.

(عزت نفس، صفحه ۱۴۳)

## ۱۳۶- گزینه ۲

(عباس سیر شبستری)

اهداف ازدواج: ۱- پاسخ به نیاز جنسی: ابتدایی‌ترین زمینه ازدواج، نیاز جنسی مرد و زن به یکدیگر است. ۲- انس با همسر. ۳- رشد و پرورش فرزندان: فرزند، ثمره پیوند زن و مرد و تحکیم‌بخش وحدت روحی آن‌هاست. ۴- رشد اخلاقی و معنوی: پسر و دختر جوان با تشکیل خانواده، از همان ابتدا زمینه‌های فساد را از خود دور می‌کنند، مسئولیت‌پذیری را تجربه می‌نمایند، ....

(پیوند مقرر، صفحه‌های ۱۵۲ و ۱۵۳)

## ۱۳۷- گزینه ۲

(مرتضی ممسنی‌کبیر)

در کلام علوی (ع) می‌خوانیم: «بندۀ کسی مثل خودت نباش (معلول)، زیرا خداوند تو را آزاد آفریده است. (علت)» در کلام امیرالمؤمنین (ع) می‌خوانیم: «انه لیس لانفسکم ثمن آلا الجنة فلا تبیعوها إلا بها: همانا بهایی برای جان شما جز بهشت نیست، پس [خود را] به کم‌تر از آن نفروشید.»

(عزت نفس، صفحه‌های ۱۴۰ و ۱۴۱)

## ۱۳۸- گزینه ۱

(عباس سیر شبستری)

مهم‌ترین برنامه‌های تشکیل خانواده در اسلام عبارت‌اند از:

- ۱- تقویت عفاف و پاک‌دامنی در خود از آغاز بلوغ
- ۲- مشخص کردن هدف‌های خود از تشکیل خانواده
- ۳- شناخت معیارها و شاخص‌های همسر مناسب
- ۴- شناخت ویژگی‌های روحی زن و مرد

(پیوند مقرر، صفحه ۱۵)

## ۱۳۹- گزینه ۴

(مرتضی ممسنی‌کبیر)

انسانی که در دوره نوجوانی و جوانی به سر می‌برد، هنوز به گناه عادت نکرده و خواسته‌های نامشروع در وجود او ریشه‌دار نشده است و به تعبیر پیامبر اکرم (ص)، چنین کسی به آسمان نزدیک‌تر است. یعنی گرایش به خوبی‌ها در او قوی‌تر است.

(عزت نفس، صفحه ۱۴۲)

## ۱۴۰- گزینه ۳

(عباس سیر شبستری)

در آیه شریفه «و من آیاته ان خلق لکم من انفسکم ازواجاً لتسکنوا الیها و جعل بینکم مودةً و رحمةً: و از نشانه‌های خدا آن است که همسرانی از [نوع] خودتان برای شما آفرید تا با آن‌ها آرامش یابید و میان شما «دوستی» و «رحمت» قرار داد ...». نشانه‌های خداوند در ازدواج را می‌توان یافت و پیامبر (ص) می‌فرماید: «برای دختران و پسران خود امکان ازدواج فراهم کنید تا خداوند اخلاقتان را نیکو کند و در رزق و روزی آن‌ها توسعه دهد و عفاف و غیر آن‌ها را زیاد گرداند.»

(پیوند مقرر، صفحه‌های ۱۴۹ و ۱۵۰)



### دین و زندگی ۱

#### ۱۴۱- گزینه ۳»

(معمد رضایی بقا)

امام علی (ع) درباره مراقبت می فرماید: «گذشت ایام، آفاتی در پی دارد و موجب از هم گسیختگی تصمیم ها و کارها می شود.»

(آهنگ سفر، صفحه ۱۰۱)

#### ۱۴۲- گزینه ۴»

(عباس سید شبستری)

پوشش مناسب از نشانه های «عفاف» است، به گونه ای که از نوع پوشش هر کس می توان میزان توجه به این ارزش را یافت. از قرآن کریم به دست می آوریم که پوشش کامل سبب می شود که زن به عفاف و پاکی شناخته شود «... ذلک أدنی أن يعرفن فلا يؤذین...» این برای آنکه به [عفاف] شناخته شوند و مورد آزار قرار نگیرند، بهتر است...»

(زیبایی پوشیدگی، صفحه های ۱۴۷ و ۱۴۸)

#### ۱۴۳- گزینه ۲»

(مرتضی ممسنی کبیر)

باید دقت کنیم در انتهای آیه نماز و بعد از بیان حکم نماز (اقم الصلاة) و حکمت نماز (ان الصلاة تنهی عن الفحشاء والمنکر و لذكر الله اکبر) عبارت «و الله يعلم ما تصنعون» آمده که مؤید صفت «علم الهی» است. اگر عبارت «اهدنا الصراط المستقیم» را صادقانه از خداوند بخواهیم، به راه های انحرافی دل نخواهیم بست.

(باری از نماز و روزه، صفحه های ۱۲۴ و ۱۲۵)

#### ۱۴۴- گزینه ۱»

(معمد رضایی بقا)

خداوند در آیه «قل إن كنتم تحبون الله فاتبعوني يحببكم الله و يغفر لكم ذنوبكم و الله غفور رحيم» عمل به دستوراتش را که توسط پیامبر ارسال شده است، شرط اصلی دوستی با خود اعلام می کند.

(دوستی با خدا، صفحه های ۱۱۳ و ۱۱۴)

#### ۱۴۵- گزینه ۴»

(مرتضی ممسنی کبیر)

موارد «الف و د» صحیح است ولی در مورد «ب» جمله «برای احتیاط، قضای آن را به جای آورد.» نادرست است و در مورد «ج»، کفاره اختیاری است نه کفاره جمع؛ یعنی یکی از کفاره های شصت روز روزه، یا اطعام شصت فقیر باید انجام شود.

(باری از نماز و روزه، صفحه ۱۳۰)

#### ۱۴۶- گزینه ۱»

(معمد رضایی بقا)

در آیه شریفه «و اصبر علی ما اصابک ان ذلک من عزم الامور»، به صبر و شکیبایی از آثار عزم قوی اشاره شده است. آنان که عزم قوی دارند، سرنوشت را به دست حوادث نمی سپارند و با قدرت به سوی هدف قدم برمی دارند. استواری بر هدف، شکیبایی و تحمل سختی ها برای رسیدن به آن هدف، از آثار عزم قوی است.

(آهنگ سفر، صفحه ۹۹)

#### ۱۴۷- گزینه ۳»

(عباس سید شبستری)

قرآن کریم می فرماید: «... ذلک أدنی ان يعرفن فلا يؤذین و کان الله غفوراً رحیماً». پوشش و حجاب زنان در ایران باستان چنان برجسته بود که حتی برخی از مورخان غربی بر این باورند که می توان ایران باستان را منشأ اصلی گسترش حجاب در جهان دانست.

(زیبایی پوشیدگی، صفحه های ۱۳۸ و ۱۵۰)

#### ۱۴۸- گزینه ۴»

(فردین سماقی)

امام صادق (ع) می فرماید: «لباس نازک و بدن نما نباشد؛ زیرا چنین لباسی نشانه سستی و ضعف دینداری فرد است.»

(فضیلت آراستگی، صفحه ۱۴۰)

#### ۱۴۹- گزینه ۲»

(معمد رضایی بقا)

امام صادق (ع) می فرماید: «ما احب الله من عساه: کسی که از فرمان خدا سرپیچی می کند، او را دوست ندارد.» این حدیث رابطه میان نافرمانی خداوند را با دوستی و محبت او بیان می کند. تحولاتی که عشق و محبت الهی در انسان ایجاد می کند به این دلیل است که قلب انسان جایگاه خداست و جز با خدا آرام و قرار نمی یابد.

(دوستی با خدا، صفحه های ۱۱۲ و ۱۱۴)

#### ۱۵۰- گزینه ۳»

(فردین سماقی)

تکرار دائمی نماز در شبانه روز، آراستگی و پاکی انسان را در طول روز حفظ می کند و زندگی را پاک و باصفا می کند.

(فضیلت آراستگی، صفحه ۱۳۸)



## استعداد تحلیلی

## ۱۵۱- گزینه «۴»

(ممد اصفهانی)

دانش آموزی که اولویت‌های چهار عمل اصلی ریاضی را به‌درستی نمی‌شناسد، از سمت چپ شروع می‌کند و حاصل هفت به علاوه ی پنج را در دو ضرب می‌کند که به بیست و چهار می‌رسد. سپس از حاصل ۲ واحد کم کرده و با پنج جمع می‌کند که بیست و هفت حاصل می‌شود. در حالی که با رعایت اولویت‌ها، عدد بیست حاصل می‌شود.

(هوش ادبی زبانی)

## ۱۵۲- گزینه «۳»

(ممد اصفهانی)

معلمی که عروض را شنیداری درس می‌دهد، یا هر معلم دیگری که فعالیت می‌کند که به خودی خود ممکن است شور و هیجان دانش‌آموزان را بیشتر کند، ابتدا باید مطمئن باشد این آشفته‌گی به‌ویژه آشفته‌گی صداها، به بی‌نظمی منجر نمی‌شود.

(هوش ادبی زبانی)

## ۱۵۳- گزینه «۳»

(ممد اصفهانی)

معلم صورت سؤال در بیان هدف آموزش خود، مثالی قدیمی مطرح کرده است که دانش‌آموز را قانع نمی‌کند، پس معلم باید مدام در حال به‌روزرسانی باشد تا حداقل مثالی هم اگر می‌زند، دانش‌آموز را برای درس خواندن جلب و قانع کند.

(هوش ادبی زبانی)

## ۱۵۴- گزینه «۳»

(ممد اصفهانی)

صورت سؤال و گزینه‌ی پاسخ، هر دو در بیان ارزش و اهمیت معلمند و این که اگر جایی علمی هست، یقیناً معلمی بوده است.

(هوش ادبی زبانی)

## ۱۵۵- گزینه «۲»

نیوشیدن: شنیدن

طبيب داستان برای «شنیدن» خبر مرگ بیمارش رو به سوی آن خانه کرده ولی آوازی نیامده‌است.

(هوش ادبی زبانی)

## ۱۵۶- گزینه «۲»

(کتاب فرهنگیان)

سنة اثنتین و خمسمایه یعنی سال ۵۰۲ که قرن ششم است. دیگر موارد درست است.

(هوش ادبی زبانی)

## ۱۵۷- گزینه «۲»

(کتاب فرهنگیان)

طبيب داستان برای علاج بیمار، به قرآن و نماز روی آورده است، که در قرآن، کلام مبرم و کتاب محکم خوانده است «و نزل من القرآن ما هو شفاء و رحمة للمؤمنین» و بیمار پس از آن شفا یافته است.

(هوش ادبی زبانی)

## ۱۵۸- گزینه «۲»

(سپهر حسن‌شان‌پور)

همه‌ی کلمات «ا» و «ر» را دارند. می‌توانیم برای سرعت بخشیدن به محاسبه آن‌ها را از کلمات حذف و باقی‌مانده‌ها را محاسبه کنیم.

گزینه «۱»: ن + س: ۲۹- و ۱۵- ← ۴۴-

گزینه «۲»: س + و: ۱۵- و ۳۰- ← ۴۵-

گزینه «۳»: ن + ث: ۲۹- و ۵- ← ۲۴-

گزینه «۴»: ب + ت: ۲ و ۴ ← ۶

واضح است که گزینه‌ی «۲» کوچکترین عدد در بین گزینه‌هاست.

(هوش ادبی زبانی)

## ۱۵۹- گزینه «۳»

(سپهر حسن فان پور)

روشن ← ر: منفی / و: منفی / ش: منفی / ن: منفی ← حاصل ضرب: مثبت  
 فردا ← ف: مثبت / ر: منفی / د: منفی / ا: مثبت ← حاصل ضرب: مثبت  
 پوشش ← پ: مثبت / و: منفی / ز: منفی / ش: منفی ← حاصل ضرب: منفی  
 دارا ← د: منفی / ا: مثبت / ر: منفی / ا: مثبت ← حاصل ضرب: مثبت  
 تنها عدد حاصل در ضرب گزینه «۳» منفی است.

(هوش ادبی زبانی)

## ۱۶۵- گزینه «۱»

(عمیر اصفهانی)

نیلوفر دخترخاله ارشیا و ناصر شوهرخاله ارشیاست. ارشیا یک خاله دارد، پس نیلوفر دختر ناصر است. حامد، پسرعمه نیلوفر است، پس نیلوفر دختردایی حامد است و پدر نیلوفر، ناصر، دایی حامد. چون علی و حامد پسرخاله‌اند. ناصر دایی علی هم هست.

(هوش منطقی ریاضی)

## ۱۶۰- گزینه «۲»

(عمیر اصفهانی)

«عدسی» نام یک غذاست.

(هوش ادبی زبانی)

## ۱۶۱- گزینه «۳»

(عمیر اصفهانی)

«بژ» نام یک رنگ است.

(هوش ادبی زبانی)

## ۱۶۲- گزینه «۴»

(عمیر اصفهانی)

«اسب» نام یک حیوان است.

(هوش ادبی زبانی)

## ۱۶۳- گزینه «۱»

(عمیر اصفهانی)

«چاد» نام یک کشور است.

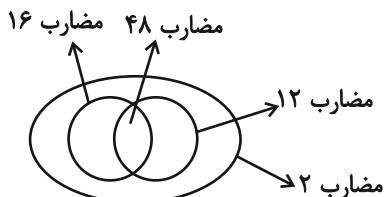
(هوش ادبی زبانی)

## ۱۶۴- گزینه «۴»

(عمیر اصفهانی)

دسته‌های مضارب ۱۲ و ۱۶، هم عضو مشترک دارند و هم عضو غیرمشترک.  
 نکته این است که همه مضارب مشترک این دو عدد، مضرب ۴۸ هستند و

همه مضارب ۴۸، مضرب مشترک این دو عدد. همه این اعداد نیز در دسته اعداد زوجند.

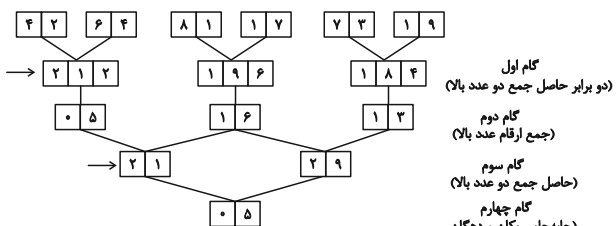


(هوش منطقی ریاضی)

## ۱۶۶- گزینه «۴»

(فاطمه راسخ)

ابتدا طبق الگوی داده شده، گام‌ها را محاسبه می‌کنیم:



$$29 - 21 = 8$$

(هوش منطقی ریاضی)

تفاضل اعداد گام سوم:

## ۱۶۷- گزینه «۲»

(فاطمه راسخ)

طبق پاسخ قبلی، اعداد ۲۱۲، ۱۹۶ و ۱۸۴ را در گام دوم داریم و رقم ۷ نداریم.

(هوش منطقی ریاضی)

## ۱۶۸- گزینه «۲»

(فاطمه راسخ)

ارقام ۱ و ۲ در گام اول و سوم بیش از دوبار آمده است:

$$1 + 2 = 3$$

(هوش منطقی ریاضی)



## ۱۶۹- گزینه «۳»

(فاطمه راسخ)

طبق پاسخ سؤال‌های قبل،  $\begin{bmatrix} 0 & 5 \end{bmatrix}$  را در گام‌های دوم و چهارم می‌توان دید.

(هوش منطقی ریاضی)

## ۱۷۰- گزینه «۴»

(فاطمه راسخ)

اگر شیر A مخزن پر را در ۵ ساعت خالی کند، در هر ساعت  $\frac{1}{5}$  از آن را خالی می‌کند. همچنین اگر شیر B مخزن پر را در ۴ ساعت خالی کند، در هر ساعت  $\frac{1}{4}$  از آن را خالی می‌کند. پس این دو شیر همزمان در هر ساعت

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{5} = \frac{9}{20} \text{ و در دو ساعت } \frac{18}{20} = \frac{90}{100} \text{ از مخزن را خالی می‌کنند.}$$

شیر C باید  $\frac{95}{100} - \frac{90}{100} = \frac{5}{100}$  آب را در دو ساعت خالی می‌کنند،

یعنی  $\frac{1}{20}$  آن را. پس در هر ساعت  $\frac{1}{40}$  از مخزن را خالی می‌کند، یعنی

۴۰ ساعت طول می‌کشد تا مخزن پر را خالی کند.

(هوش منطقی ریاضی)

## ۱۷۱- گزینه «۱»

(عمیر اصفهانی)

سن زهرا را Z، سن مینا را M و سن دوقلوها را D در نظر می‌گیریم.

$$Z + 8 = 5Z \Rightarrow 4Z = 8 \Rightarrow Z = 2$$

اکنون داریم:

$$M + 8 = 3M \Rightarrow 2M = 8 \Rightarrow M = 4$$

شانزده سال بعد، سن بچه‌ها:

$$Z = 2 + 16 = 18$$

$$M = 4 + 16 = 20$$

$$D_1 = 8, D_2 = 8$$

$$\frac{18 + 20 + 8 + 8}{4} = \frac{54}{4} = 13 \frac{3}{4}$$

میانگین خواسته شده:

(هوش منطقی ریاضی)

## ۱۷۲- گزینه «۳»

(عمیر اصفهانی)

داده «الف» هیچ عدد مشخصی ندارد، فقط نسبت دو اندازه است. با داده «ب» نیز نمی‌توان سهم مساحت رنگی را از مساحت دایره حساب کرد. ولی با هر دو داده می‌توان به پاسخ رسید. نسبت «الف»، زاویه مرکزی قطاع رنگی را مشخص می‌کند و اندازه شعاع و مساحت دایره را از «ب» داریم.

(هوش تصویری)

## ۱۷۳- گزینه «۲»

(عمیر اصفهانی)

$$5 + 15 + 11 + 14 = 45$$

$$22 + 22 + 0 + 1 = 45$$

$$9 + 3 + 20 + 13 = 45$$

$$7 + 16 + 4 + ? = 45 \Rightarrow ? = 18$$

(هوش منطقی ریاضی)

## ۱۷۴- گزینه «۳»

(عمیر اصفهانی)

$$6 \times 8 = 3 \times 16 = 48$$

$$9 \times 10 = 5 \times 18 = 90$$

$$2 \times 4 = 1 \times 8 = 8$$

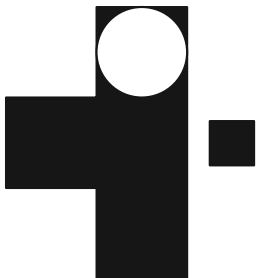
$$15 \times 12 = 60 \times ? = 180 \Rightarrow ? = 3$$

(هوش منطقی ریاضی)

## ۱۷۵- گزینه «۲»

(عمیر اصفهانی)

می‌توان شکل را به صورت زیر تبدیل کرد که دایره‌ای از درون آن برداشته شده است که شعاع آن، ضلع مربع خارجی است. اگر ضلع مربع خارجی ۲ واحد باشد، مساحت شکل، چهار مربع  $4 \times 4$  است.



$$2 \times 2 \times \pi = 4\pi$$

مساحت دایره:

$$2 \times 2 = 4$$

مساحت مربع کناری:

$$4 \times (4 \times 4) - 2 \times \pi \times 2 = 64 - 4\pi$$

مساحت بخش رنگی:

$$\frac{64 - 4\pi}{4} = 16 - \pi$$

نسبت خواسته شده:

(هوش منطقی ریاضی)

## ۱۷۶- گزینه «۳»

(ممیر اصفهانی)

در هر چهار شکل، یکی از نقطه‌ها «پشت کمان و بیرون از دیگر شکل‌ها» و یکی دیگر از نقطه‌ها «در فضای مشترک دایره و مربع، خارج از مستطیل، درون کمان» است. نقطه سوم، به جز گزینه پاسخ، در «فضای مشترک مربع، مستطیل، خارج از دایره، درون کمان» است. این نقطه در گزینه پاسخ درون دایره افتاده است. به عبارت دیگر تنها گزینه‌ای که دایره در آن ۲ نقطه دارد، همین گزینه «۳» است.

(هوش تصویری)

## ۱۷۷- گزینه «۱»

(ممیر اصفهانی)

در الگوی صورت سؤال، در هر مرحله از انتقال از چپ به راست، مربع کوچک بیرونی به اندازه ضلع خود ساعتگرد جابه‌جا می‌شود. مربع کوچک دیگری در هر مرحله روی رأس‌های مربع بزرگ‌تر و درون مربع پادساعتگرد جابه‌جا می‌شود و مربع سفید بزرگ‌تر- که درون خود، مربع کوچکی هم دارد - ساعتگرد درون مربع بزرگ جابه‌جا می‌شود و پادساعتگرد می‌چرخد.

(هوش تصویری)

## ۱۷۸- گزینه «۲»

(ممیر اصفهانی)



## ۱۷۹- گزینه «۲»

(فاطمه راسخ)

در دسته  $\{۷, ۶, ۱\}$ ، از سه شکل، شکل اول با شکل دوم فضای مشترکی دارد خارج از شکل سوم. شکل دوم نیز با شکل سوم فضای مشترکی دارد، خارج از شکل اول، شکل‌های اول و سوم نیز فضای مشترکی ندارند. در دسته  $\{۹, ۴, ۲\}$ ، هر سه شکل با هم فضای دو به دو مشترک دارند و فضای مشترکی بین سه شکل هست.

در دسته  $\{۸, ۵, ۳\}$ ، از سه شکل، شکل اول با شکل دوم فضای مشترکی دارد و شکل سوم فضای مشترکی با این دو شکل ندارد.

(هوش منطقی ریاضی)

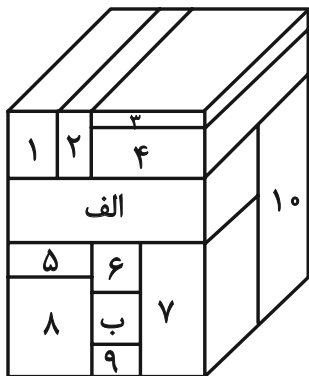
## ۱۸۰- گزینه «۳»

(ممیر اصفهانی)

مکعب مستطیل‌های در تماس با مکعب مستطیل‌های مدنظر:

الف: ۱, ۲, ۴, ۱۰, ۵, ۶, ۷

ب: ۶, ۷, ۸, ۹, ۱۰



(هوش منطقی ریاضی)