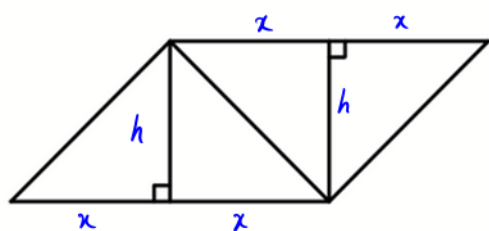


۱- در شکل زیر که از کنار هم قرار گرفتن ۴ مثلث یکسان تشکیل شده است، مساحت متوازی الاضلاع از مساحت هر



مثلث قائم الزاویه ۳ واحد بیشتر است. اندازه قطر مربع کدام است؟

- ۲ (۱) ✓
 $\sqrt{2}$ (۲)
 ۳ (۳)
 $\sqrt{3}$ (۴)

$$S = 4S_{\text{مثلث}} + 3 \Rightarrow 2xh = \left(\frac{1}{2}xh\right) + 3 \xrightarrow{x=h}$$

$$\Rightarrow 2x^2 - \frac{1}{2}x^2 = 3 \Rightarrow \frac{3}{2}x^2 = 3 \Rightarrow x^2 = 2 \Rightarrow x = \sqrt{2}$$

$$\text{قطر مربع} = \sqrt{2}x = 2$$

۲- اگر $E = C \cup D$ و $D = (B' - A) \cup (B' - A')$ ، $C = (A' - B) \cup (A' - B')$ باشد، E' کدام است؟

- $A \cap B$ (۴) ✓ $A \cup B$ (۳) $A' \cap B'$ (۲) $A' \cup B'$ (۱)

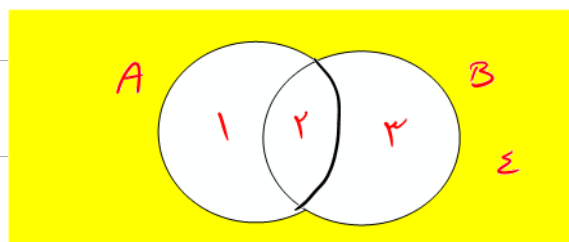
$$A' - B' = A' \cap B = ۲$$

$$A' - B = A' \cap B' = ۴$$

$$B' - A' = B' \cap A = ۱$$

$$B' - A = B' \cap A' = ۴$$

$$\Rightarrow E = C \cup D = (۳ \cup ۴) \cup (۱ \cup ۲) \rightarrow E' = (۲) = A \cap B$$



۳- اگر $f = \{(m, 3m-1), (-1, k^2-k), (k^2-k, 2)\}$ تابع ثابت باشد، حاصل ضرب اعضای دامنه f کدام است؟

- ۱ (۴) ۱ (۳) -۲ (۲) ✓ ۲ (۱)

$$k^2 - k = 2 \Rightarrow k^2 - k - 2 = 0 \Rightarrow (k-2)(k+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} k = -1 \\ k = 2 \end{cases}$$

$$3m - 1 = 2 \Rightarrow m = 1$$

$$k = -1 \Rightarrow f = \{(1, 2), (-1, 2), (2, 2)\}$$

$$k = 2 \Rightarrow f = \{(1, 2), (-1, 2), (2, 2)\}$$

$$\Rightarrow (1)(-1)(2) = -2$$

۴- اگر $f(x) = \begin{cases} |x| \operatorname{sign}(-x) & [x] \geq 0 \\ 2 - \operatorname{sign}(-x) & [x] < 0 \end{cases}$ باشد، حاصل $f(\frac{1}{2}) + f(-\frac{1}{3})$ کدام است؟

$$\frac{10}{3} \quad (4)$$

$$-\frac{5}{6} \quad (3)$$

$$-\frac{1}{4} \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} \quad (1) \checkmark$$

$$f(x) = \begin{cases} |x| \operatorname{sign}(-x) & x \geq 0 \\ 2 - \operatorname{sign}(-x) & x < 0 \end{cases}$$

$$f(\frac{1}{2}) = \frac{1}{2} \times (-1) = -\frac{1}{2}$$

$$f(-\frac{1}{3}) = 2 - 1 = 1 \Rightarrow 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

۵- نمودار دو تابع خطی $f(x) = -mx - h$ و $g(x) = ax + h$ از نقطه $(-2, 3)$ می‌گذرند. اگر $f(-\frac{5}{4}) = g(-5)$ باشد،

مقدار $\frac{m}{a}$ کدام است؟

$$5 \quad (4)$$

$$4 \quad (3) \checkmark$$

$$3 \quad (2)$$

$$2 \quad (1)$$

$$f(-1) = 3 \Rightarrow 2m - h = 3 \Rightarrow m = \frac{h+3}{2} \quad (1) \quad f(-\frac{5}{2}) = \frac{5}{2}m - h \xrightarrow{(1)} \frac{5}{2} \times (\frac{h+3}{2}) - h$$

$$g(-1) = 3 \Rightarrow -a + h = 3 \Rightarrow a = \frac{h-3}{2} \quad (2) \quad g(-5) = -5a + h \xrightarrow{(2)} -5(\frac{h-3}{2}) + h$$

$$\Rightarrow \frac{5}{2}(h+3) - h = -5(\frac{h-3}{2}) + h \Rightarrow 5h + 15 - 2h = -2.5h + 7.5 + 2h \Rightarrow h = 5$$

$$(1) \rightarrow m = 4 \quad (2) \rightarrow a = 1 \Rightarrow \frac{m}{a} = \frac{4}{1} = 4$$

۶- اگر توابع f و g به صورت زیر باشد، مجموعه بُرد تابع $\frac{f}{f \times g}$ کدام است؟

$$f = \{(1, -1), (\sqrt{2}, -2), (\sqrt{3}, -3), (2, 2), (\sqrt{5}, 1)\}$$

$$g = \{(3, -1), (\sqrt{2}, -1), (-3, 4), (\sqrt{5}, -3), (\sqrt{3}, 2)\}$$

$$\{-\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, -1\} \quad (4)$$

$$\{-3, 1, -2\} \quad (3)$$

$$\{\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}, -1\} \quad (2) \checkmark$$

$$\{2, -3, -1\} \quad (1)$$

$$f \times g = \{(\sqrt{2}, 2) \times (\sqrt{3}, -4) \times (\sqrt{5}, -3)\}$$

$$\frac{f}{f \times g} = \{(\sqrt{2}, -1) \times (\sqrt{3}, \frac{1}{4}) \times (\sqrt{5}, -\frac{1}{3})\}$$

۷- اگر $\sqrt{3}$ واسطه هندسی ریشه‌های معادله $mx^2 - 4x + m^2 - 4 = 0$ باشد، مجموع ریشه‌های این معادله کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۴ (۴) -۴ ✓

$$\alpha, \sqrt{3}, \beta$$

ریشه‌ها را به صورت α, β در نظر بگیریم

$$(\sqrt{3})^2 = \alpha\beta = \frac{m^2 - 4}{m} \Rightarrow m^2 - 4 = 3m \Rightarrow m^2 - 3m - 4 = 0 \Rightarrow (m - 4)(m + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 4 \end{cases}$$

$$m = -1 \rightarrow -x^2 - 4x - 3 = 0 \rightarrow \Delta > 0$$

$$m = 4 \rightarrow 4x^2 - 4x + 12 = 0 \rightarrow \Delta < 0 \text{ غلط}$$

$$\alpha + \beta = \frac{4}{m} = -4$$

۸- یک کیک را ابتدا بین افراد حاضر در یک مهمانی به طور مساوی تقسیم کردیم. سپس چهار نفر این مهمانی را ترک کردند و دوباره کیک به همان اندازه قبل را بین نفرات باقیمانده تقسیم کردیم که $\frac{1}{3}$ بیشتر از قبل به هر نفر رسید.

اگر نصف کیک را بین نفرات ابتدایی تقسیم می‌کردیم به هر نفر چه سهمی از کیک می‌رسید؟

- (۱) $\frac{1}{6}$ (۲) $\frac{1}{16}$ (۳) $\frac{1}{12}$ ✓ (۴) $\frac{1}{24}$

فرض کنیم n نفر در مهمانی باشند سهم هر تن $\frac{1}{n}$ برابر با $\frac{1}{n}$ بوده است. پس از رفتن ۴ تن، تعداد حاضرین $n - 4$ تن شده و خواهیم داشت

$$\frac{1}{n-4} = \frac{1}{n} + \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{n-4} = \frac{3+n}{3n} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n^2 - n - 12 = 3n \Rightarrow n^2 - 4n - 12 = 0 \Rightarrow (n-6)(n+2) = 0 \Rightarrow n = 6$$

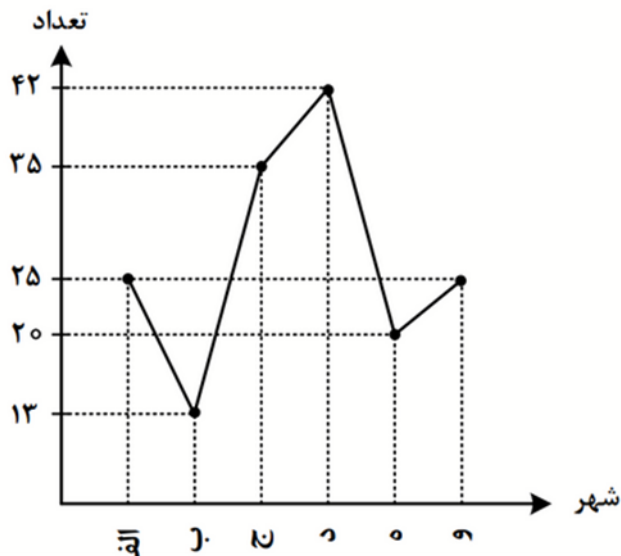
$$\frac{1}{6} = \frac{1}{n} + \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{6} = \frac{1}{12}$$

۹- اگر یکی از داده‌های ۲، ۴، ۶ و ۸ را با یک عدد فرد که فقط کوچک‌تر از همان عدد است، جایگزین کنیم، به طوری که واریانس داده‌های جدید کمتر از واریانس داده‌های اولیه باشد. میانگین داده‌های جدید کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۴٫۲۵ (۳) ۴٫۵ (۴) ۴٫۷۵ ✓

$$\begin{cases} 2, 4, 6, 8 \\ 2, 4, 6, 7 \end{cases} \rightarrow \bar{x} = \frac{19}{4} = 4,75$$

- ۱۰- نمودار زیر، جمعیت دانش آموزان ۶ شهر را بر حسب هزار نفر نشان می‌دهد. در نمودار دایره‌ای آن، زاویه مربوط به جمعیت دانش آموزان شهر «ج»، چند درجه است؟



$$\frac{35}{25+13+25+42+20+25} = \frac{\alpha}{36}$$

$$\Rightarrow \alpha = 71,75$$

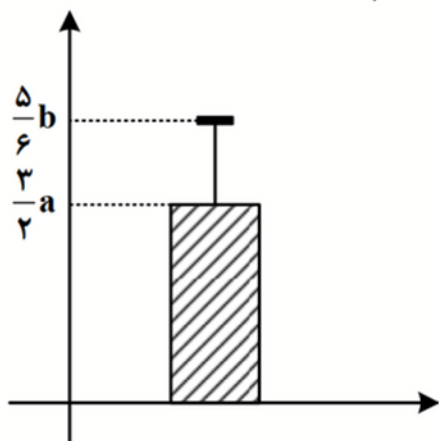
$$71,75 \quad (1) \checkmark$$

$$94,5 \quad (2)$$

$$56,25 \quad (3)$$

$$64,5 \quad (4)$$

- ۱۱- نمودار زیر توصیف‌کننده شاخص‌های (مرکزی و پراکندگی) مناسب داده‌های $a, b, \frac{a}{4}, 12, 6$ است. اگر انحراف معیار این داده‌ها $\frac{1}{4}$ میانگین باشد، انحراف معیار داده‌ها کدام است؟



$$\bar{x} = \frac{3}{4}a, \quad \sigma = \frac{1}{2}\bar{x} = \frac{3}{8}a$$

$$\Rightarrow \frac{3}{4}b - \frac{3}{4}a = \frac{3}{8}a \Rightarrow \frac{3}{4}b = \frac{15}{8}a$$

$$\Rightarrow b = \frac{5}{2}a$$

$$1/2 \quad (1)$$

$$1/8 \quad (2) \checkmark$$

$$2/4 \quad (3)$$

$$3/6 \quad (4)$$

$$\Rightarrow \bar{x} = \frac{6+12+a+a+\frac{5}{2}a+\frac{5}{2}a}{6} = \frac{3}{4}a \Rightarrow a = \frac{20}{9}$$

$$\Rightarrow \sigma = \frac{3}{8}a = \frac{3}{8} \times \frac{20}{9} = \frac{5}{6} = 1,8$$

- ۱۲- اگر p گزاره‌ای درست، q گزاره‌ای نادرست و r گزاره‌ای دلخواه باشد، ارزش کدام‌یک از گزاره‌های زیر هم‌ارز منطقی r است؟

$$(p \Rightarrow q) \wedge r \quad (4) \quad (q \Rightarrow (p \wedge q)) \wedge r \quad (3) \checkmark \quad (p \Rightarrow (p \wedge q)) \wedge r \quad (2) \quad (\sim q \Rightarrow \sim p) \wedge r \quad (1)$$

$$\begin{aligned} & \Rightarrow (q \Rightarrow (p \wedge q)) \wedge r \\ & \downarrow \quad \downarrow \\ & 0 \Rightarrow 0 \\ & \underbrace{\qquad\qquad\qquad} \\ & \qquad \wedge \qquad r \\ & \qquad \qquad \downarrow \\ & \qquad \qquad r \end{aligned}$$

۱۳- شاخص اجاره‌بهای مسکن در سال ۹۵، ۶ واحد بیشتر از شاخص اجاره‌بها در سال ۹۴ و درصد تورم شاخص اجاره‌بها در سال ۹۶ نسبت به سال ۹۴، ۴۴ درصد است. اگر درصد تورم این شاخص در هر سال نسبت به سال قبل یکسان باشد، درصد تورم اجاره‌بهای مسکن در سال ۹۵ نسبت به سال ۹۴ کدام است؟

- ۲۲ (۱) ۲۰ (۲) ۱۸ (۳) ۱۶ (۴)

فرض کنیم درصد تورم این شاخص در سال n ، x درصد باشد، پس داریم:

$$(1 + \frac{x}{100})^2 = \frac{144}{100} = (1.2)^2 \Rightarrow \frac{x}{100} = 0.2 \Rightarrow x = 20 \text{ درصد}$$

۱۴- اگر $P(x) = 200(-x^2 - 540x + 112000)$ سود حاصل از فروش تعداد x کالای تولیدی یک شرکت باشد، این شرکت با فروش چند کالا، نه سود و نه ضرر می‌کند؟

- ۸۰۰ (۱) ۷۰۰ (۲) ۱۶۰ (۳) ۱۴۰ (۴)

$$P(x) = 0 \Rightarrow -x^2 - 540x + 112000 = 0 \Rightarrow x^2 + 540x - 112000 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (x - 140)(x + 700) = 0 \Rightarrow x = 140, x = -700$$

$\overline{00}$ $\overline{00}$

۱۵- با ارقام ۰, ۱, ۲, ۴, ۵, ۷ چند عدد سه رقمی فرد بدون تکرار رقم‌ها که مضرب ۵ نباشد، می‌توان نوشت؟

- ۴۸ (۱) ۴۰ (۲) ۳۶ (۳) ۳۲ (۴)


برای اینکه عدد نوشته شده فرد بوده مضرب ۵ نباشد، رقم یکان آن یکی از اعداد ۱ یا ۷ باشد.


$$\frac{\textcircled{۴}}{۱,۷} = ۳۲$$

۱۶- مریم می‌خواهد ۶ کتاب متمایز را به تعداد یکسان در دو ردیف یک قفسه به تصادف قرار دهد. با کدام احتمال مریم دو کتاب با عناوین ریاضی و ادبیات را کنار هم در یک ردیف قرار می‌دهد؟

- $\frac{4}{15}$ (۱) $\frac{1}{5}$ (۲) $\frac{5}{6}$ (۳) $\frac{9}{10}$ (۴)

جایگاه باقی کتاب که \leftarrow جایگاه در کتاب ریاضی و ادبیات \rightarrow

ردیف ۱ 

ردیف ۲ 

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2 \times 4 \times 4!}{6!} = \frac{4}{15}$$

۱۷- اگر دنباله‌های $a_n = \frac{1}{n^2 + 1}$ و $b_n = \frac{2n+1}{n+1}$ باشند، حاصل $b_4 - a_3$ کدام است؟

- (۱) $1/2$ (۲) $-1/2$ (۳) $1/7$ (۴) $-1/7$

$$b_4 = \frac{9}{5} \quad a_3 = \frac{1}{10} \Rightarrow b_4 - a_3 = \frac{9}{5} - \frac{1}{10} = \frac{17}{10} = 1,7$$

۱۸- در یک دنباله حسابی، مجموع جملات سوم و بیست و هشتم از جمله پنجم، ۶۱ واحد بیشتر است. جمله بیست و هشتم این دنباله کدام است؟

- (۱) ۷۶ (۲) ۶۱ (۳) ۵۵ (۴) ۴۳

$$a_3 + a_{28} = a_5 + 61 \Rightarrow a_1 + 2d + a_1 + 27d = a_1 + 4d + 61 \Rightarrow a_1 + 25d = 61 = a_{26}$$

۱۹- جمله اول و نسبت مشترک یک دنباله هندسی به ترتیب برابر ۱۴۵۸ و $\frac{1}{3}$ است. اگر جمله n ام این دنباله برابر ۲ باشد، n کدام است؟

- (۱) ۹ (۲) ۸ (۳) ۶ (۴) ۷

$$a_1 = 1458 \quad r = \frac{1}{3} \quad a_n = 2 = a_1 r^{n-1} \Rightarrow 1458 \times \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} = 2 \Rightarrow \frac{1}{219} = \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$$

$$\Rightarrow n-1=6 \Rightarrow \underline{n=7}$$

۲۰- در تساوی $\frac{(2x)^5 \times 21^3}{15^3 \times 5^2} = 7^3$ مقدار x کدام است؟

- (۱) $2,5$ (۲) ۳ (۳) $4,5$ (۴) ۵

$$\frac{(2x)^5 \times \cancel{21^3} \times \cancel{3^3}}{5^3 \times \cancel{3^3} \times 5^2} = \cancel{7^3} \Rightarrow (2x)^5 = 5^5 \Rightarrow 2x = 5 \Rightarrow \underline{x = 2,5}$$