

(۱) پاسخ تشریحی سؤالات ریاضی انسانی کنکور اردیبهشت ۱۴۰۳ - استاد عیوضی ۰۹۱۹۴۸۳۷۹۶۴

۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\left. \begin{array}{l} \text{مساحت هر مثلث قائم الزویه} \\ \text{مساحت متوازی الاضلاع} \end{array} \right\} = x \quad , \quad 4x = x + 3 \Rightarrow 3x = 3 \Rightarrow x = 1$$

$$\Rightarrow \text{قطر مربع} = 2 \Rightarrow (\text{قطر مربع})^2 = 4 \Rightarrow \frac{(\text{قطر مربع})^2}{2} = 2 \Rightarrow \text{مساحت مربع} = 2 \times 1 = 2$$

۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$C = (A' - B) \cup (A' - B) = (A' \cap B') \cup (A' \cap B') = A' \cap (B' \cup B) = A' \cap M = A'$$

$$D = (B' - A) \cup (B' - A) = (B' \cap A') \cup (B' \cap A) = B' \cap (A' \cup A) = B' \cap M = B'$$

$$\Rightarrow E = C \cup D = A' \cup B' = (A \cap B)' \Rightarrow E' = A \cap B$$

روش دوم: با استفاده از رسم نمودار ون هم می‌توان به پاسخ رسید.

۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. خروجی تابع ثابت به ازای تمام مقادیر دامنه، یکسان و برابر یک عدد ثابت است. پس:

$$\begin{cases} 3m - 1 = 2 \Rightarrow m = 1 \\ k^2 - k = 1 \end{cases} \Rightarrow f = \{(1, 2), (-1, 2), (2, 2)\}$$

$$\Rightarrow \text{حاصل ضرب اعضای دامنه} = 1 \times (-1) \times 2 = -2$$

۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$x = \frac{1}{2} \Rightarrow [x] = \left[ \frac{1}{2} \right] = 0 \Rightarrow \text{ضابطه اول: } f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} \times \text{sign}\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2}$$

$$x = -\frac{1}{3} \Rightarrow [x] = \left[ -\frac{1}{3} \right] = -1 \Rightarrow \text{ضابطه دوم: } f\left(-\frac{1}{3}\right) = 2 - \text{sign}\left(\frac{1}{3}\right) = 2 - 1 = 1$$

$$\Rightarrow f\left(\frac{1}{2}\right) + f\left(-\frac{1}{3}\right) = -\frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2}$$

۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = -mx - h \xrightarrow{(-2, 3)} 3 = 2m - h \Rightarrow m = \frac{h+3}{2} \quad (1)$$

$$g(x) = ax + h \xrightarrow{(-2, 3)} 3 = -2a + h \Rightarrow a = \frac{h-3}{2} \quad (2)$$

$$f\left(-\frac{5}{4}\right) = g(-5) \Rightarrow \frac{5}{4}m - h = -5a + h \Rightarrow \frac{5}{4}m + 5a = 2h$$

$$\xrightarrow{\times 4} 5m + 20a = 8h$$

برای راحتی کار طرفین رابطه را در ۴ ضرب می‌کنیم:

$$\xrightarrow{(2), (1)} 5\left(\frac{h+3}{2}\right) + 20\left(\frac{h-3}{2}\right) = 8h$$

$$\Rightarrow \frac{5h}{2} + \frac{15}{2} + 10h - 30 = 8h \xrightarrow{\times 2} 5h + 15 + 20h - 60 = 16h \Rightarrow 9h = 45 \Rightarrow h = 5$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = \frac{5+3}{2} = 4 \\ a = \frac{5-3}{2} = 1 \end{cases} \Rightarrow \frac{m}{a} = \frac{4}{1} = 4$$

۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. فقط  $\sqrt{2}$ ،  $\sqrt{3}$ ،  $\sqrt{5}$  در دامنه توابع  $f$  و  $g$  مشترکند، پس کافی است در این سه نقطه

$$x = \sqrt{2} \Rightarrow \left(\frac{f}{f \times g}\right)(\sqrt{2}) = \frac{-2}{(-2) \times (-1)} = -1 \quad \text{برد } \frac{f}{f \times g} \text{ را به دست آوریم:}$$

$$x = \sqrt{3} \Rightarrow \left(\frac{f}{f \times g}\right)(\sqrt{3}) = \frac{-3}{(-3) \times (2)} = \frac{1}{2}$$

$$x = \sqrt{5} \Rightarrow \left(\frac{f}{f \times g}\right)(\sqrt{5}) = \frac{1}{1 \times (-3)} = -\frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow R\left(\frac{f}{f \times g}\right) = \left\{-1, \frac{1}{2}, -\frac{1}{3}\right\}$$

۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.  $X_1$  و  $X_2$  را ریشه‌های معادله در نظر می‌گیریم.

$$x_1, x_2 \text{ واسطه هندسی } \sqrt{3} \Rightarrow x_1 x_2 = (\sqrt{3})^2 = 3$$

از طرفی می‌دانیم حاصل ضرب ریشه‌های معادله درجه ۲ از رابطه  $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$  به دست می‌آید که در اینجا خواهیم

$$x_1 x_2 = \frac{m^2 - 4}{m} = 3 \Rightarrow m^2 - 3m - 4 = 0 \xrightarrow{\text{حل معادله}} \begin{cases} m = 4 \\ m = -1 \end{cases} \quad \text{داشت:}$$

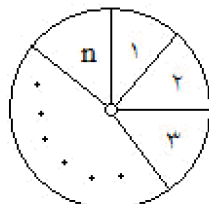
دو مقدار  $m$  را در معادله اصلی جاگذاری می‌کنیم:

$$m = 4 \Rightarrow 4x^2 - 4x + 12 = 0 \Rightarrow \Delta = 16 - 4(4)(12) < 0 \quad \text{غ ق ق}$$

$$m = -1 \Rightarrow -x^2 - 4x - 3 = 0 \Rightarrow \Delta = 16 - 4(-1)(-3) = 4 \quad \text{ق ق ق}$$

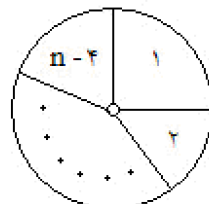
$$\frac{b}{a} = \frac{-(-4)}{-1} = -4 \quad \text{پس معادله به صورت } x^2 - 4x - 3 = 0 \text{ است و جمع ریشه‌ها برابر است با:}$$

۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



حالت اول

$$\text{سهم هر نفر} = \frac{1}{n}$$



حالت دوم

$$\text{سهم هر نفر} = \frac{1}{n-4}$$

$$\text{طبق فرض: } \frac{1}{n-4} = \frac{1}{n} + \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{n-4} = \frac{3+n}{3n} \Rightarrow 3n = 3n - 12 + n^2 - 4n$$

$$\Rightarrow n^2 - 4n - 12 = 0 \xrightarrow{\text{حل معادله}} \begin{cases} n = 6 \text{ ق ق} \\ n = -2 \text{ غ ق} \end{cases}$$

پس در ابتدا ۶ نفر در مهمانی حضور داشته و اگر نصف کیک را بین این ۶ نفر تقسیم کنیم، سهم هر نفر برابر است با:

$$\frac{1}{2} \div 6 = \frac{1}{12}$$

روش دوم: (استفاده از گزینه‌ها)

اگر گزینه‌ها را در ۲ ضرب کنیم، سهم هر نفر در حالت اول به دست می‌آید و با معکوس کردنش، تعداد نفرات در حالت اول مشخص می‌شود. یعنی:

گزینه ۱:  $\frac{1}{6} \Leftarrow 3 \text{ نفر} \Leftarrow \text{غ.ق.ق.}$  (شرط خروج ۴ نفر از مهمانی محقق نمی‌شود). (رد گزینه ۱)

گزینه ۲:  $\frac{1}{16} \Leftarrow 8 \text{ نفر} \Leftarrow \text{باید} \Leftarrow \frac{1}{4} \text{ با } \frac{1}{8} - \frac{1}{4} = \frac{11}{24}$  (رد گزینه ۲)

گزینه ۳:  $\frac{1}{12} \Leftarrow 6 \text{ نفر} \Leftarrow \text{باید} \Leftarrow \frac{1}{2} \text{ با } \frac{1}{6} - \frac{1}{4} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$  (تأیید گزینه ۳)

گزینه ۴:  $\frac{1}{24} \Leftarrow 12 \text{ نفر} \Leftarrow \text{باید} \Leftarrow \frac{1}{8} \text{ با } \frac{1}{12} - \frac{1}{4} = \frac{5}{12}$  (رد گزینه ۴)

۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. توضیحات صورت سؤال یعنی عدد ۸ را با عدد ۷ جایگزین کنیم.

$$\bar{x} = \frac{2+4+6+7}{4} = \frac{19}{4} = 4.75$$

$$160 = 25 + 13 + 35 + 42 + 20 + 25$$

۱۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\frac{\alpha}{360} = \frac{35}{160} \Rightarrow \alpha = \frac{35 \times 360}{160} = 78.75^\circ$$

زاویه مربوط به شهر ج:

۱۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$6, 12, \frac{a}{2}, a, b \Rightarrow \bar{x} = \frac{6+12+\frac{a}{2}+a+b}{5} = \frac{18+\frac{3}{2}a+b}{5} \quad (1)$$

$$\bar{x} = \frac{3}{2}a \quad (2), \quad \delta = \frac{5}{6}b - \frac{3}{2}a \quad (3)$$

از روی نمودار داریم:

$$\delta = \frac{1}{4}\bar{x} = \frac{1}{4} \times \frac{3}{2}a = \frac{3}{8}a \quad (4)$$

و طبق فرض سؤال:

$$\xrightarrow{(1),(2)} \frac{18+\frac{3}{2}a+b}{5} = \frac{3}{2}a \Rightarrow 18+b=6a$$

$$\xrightarrow{(3),(4)} \frac{3}{8}a = \frac{5}{6}b - \frac{3}{2}a \Rightarrow \frac{15}{8}a = \frac{5}{6}b \Rightarrow b = \frac{9}{4}a$$

$$\text{از حل دستگاه دو معادله دو مجهول} \quad \begin{cases} 18+b=6a \\ b=\frac{9}{4}a \end{cases} \quad \text{مقادیر } a = \frac{24}{5} \text{ و } b = \frac{54}{5} \text{ به دست می‌آید. پس:}$$

(۴) پاسخ تشریحی سؤالات ریاضی انسانی کنکور اردیبهشت ۱۴۰۳ - استاد عیوضی ۰۹۱۹۴۸۳۷۹۶۴

$$\bar{x} = \frac{3}{2}a = \frac{3}{2} \times \frac{24}{5} = \frac{36}{5}$$

$$\delta = \frac{1-\bar{x}}{4} = \frac{1}{4} \times \frac{36}{5} = \frac{36}{20} = \frac{18}{10} = 1/8$$

$$p \equiv T, q \equiv F$$

۱۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌ها:

$$۱) (\sim q \Rightarrow \sim p) \wedge r \equiv (T \Rightarrow F) \wedge r \equiv F \wedge r \equiv F$$

$$۲) (p \Rightarrow (p \wedge q)) \wedge r \equiv (T \Rightarrow (T \wedge F)) \wedge r \equiv (T \Rightarrow F) \wedge r \equiv F$$

$$۳) (q \Rightarrow (p \wedge q)) \wedge r \equiv (F \Rightarrow (F \wedge T)) \wedge r \equiv (F \Rightarrow F) \wedge r \equiv T \wedge r \equiv r$$

$$۴) (p \Rightarrow q) \wedge r \equiv (T \Rightarrow F) \wedge r \equiv F \wedge r \equiv F$$

پس گزینه ۳ درست است.

$$x = \text{شاخص اجاره بها } ۹۴$$

$$۹۵ = x + ۶ \text{ شاخص اجاره بها}$$

$$۹۶ = 1/44x \text{ شاخص اجاره بها}$$

۱۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

طبق فرض داریم:

$$\frac{x+6}{x} = \frac{1/44x}{x+6} \Rightarrow (x+6)^2 = 1/44x^2 \Rightarrow 0/44x^2 - 12x - 36 = 0 \xrightarrow{\div 4} 0/11x^2 - 3x - 9 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 36 \times 0/11}}{0/22} = \frac{3 \pm \sqrt{12/96}}{0/22} = \frac{3 \pm 3/6}{0/22} \Rightarrow x = \begin{cases} ۳۰ \text{ ق ق} \\ -۲/۷۲ \text{ ق غ} \end{cases}$$

$$\frac{\text{درصد تورم } ۹۵}{\text{درصد تورم } ۹۴} = \frac{۳۶}{۳۰} - ۱ = \frac{۶}{۳۰} = \frac{۱}{۵} \Rightarrow \frac{۱}{۵} = \frac{۲۰}{۱۰۰} = ۲۰\%$$

۱۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$P(x) = 0 \Rightarrow x^2 + 540x - 112000 = 0 \Rightarrow x = \frac{-540 \pm \sqrt{(540)^2 + 4(112000)}}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-540 \pm \sqrt{739600}}{2} \Rightarrow x = \frac{-540 \pm 860}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 160 \text{ ق ق} \\ x = -700 \text{ ق غ} \end{cases}$$

توجه: دانستن اینکه  $112000 = 160 \times 700$  می‌تواند به شما کمک کند تا به جای حل معادله درجه ۲ از تجزیه استفاده کنید!

۱۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به صورت سؤال در جایگاه یکان فقط ۲ انتخاب داریم: {۱, ۷}

صفر هم در صدگان نمی‌تواند قرار بگیرد. پس داریم:

$$\textcircled{4} \times \textcircled{4} \times \textcircled{2} = ۳۲$$

۱ یا ۷ به غیر از صفر

و رقم یکان

(۵) پاسخ تشریحی سؤالات ریاضی انسانی کنکور اردیبهشت ۱۴۰۳ - استاد عیوضی ۰۹۱۹۴۸۳۷۹۶۴

۱۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. جایگشت ۶ کتاب متمایز  $n(S) = 6!$  با توجه به توضیحات صورت سؤال شکل زیر را خواهیم داشت:



دو ردیف ۳ تایی:

جایگشت ۴ کتاب باقیمانده

$$n(A) = \binom{2}{1} \times 2! \times 2! \times 4! = 8 \times 4!$$

انتخاب یکی از ۲ ردیف

جایگشت بسته (ریاضی و ادبیات) و کتاب سوم

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{8 \times 4!}{6!} = \frac{8}{6 \times 5} = \frac{4}{15}$$

۱۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\left. \begin{aligned} a_3 &= \frac{1}{3^2 + 1} = \frac{1}{9 + 1} = \frac{1}{10} \\ b_4 &= \frac{2(4) + 1}{4 + 1} = \frac{9}{5} = \frac{18}{10} \end{aligned} \right\} \Rightarrow b_4 - a_3 = \frac{18}{10} - \frac{1}{10} = \frac{17}{10} = 1/7$$

۱۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اطلاعات مسأله را به صورت ریاضی می‌نویسیم:

$$a_3 + a_{28} = a_5 + 61 \Rightarrow a_{26} = ?$$

با استفاده از رابطه  $a_n = a_1 + (n-1)d$  عبارت بالا را بازنویسی می‌کنیم:

$$(a_1 + 2d) + (a_1 + 27d) = (a_1 + 4d) + 61 \Rightarrow 2a_1 + 29d = a_1 + 4d + 61$$

$$\Rightarrow a_1 + 25d = 61 \Rightarrow a_{26} = 61$$

نکته: از قانون اندیس‌ها هم می‌توان استفاده کرد:  $(a_3 + a_{28} = a_5 + a_{26})$ .

$$a_1 = 1458, r = \frac{1}{3}, a_n = a_1 r^{n-1}$$

۱۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$2 = 1458 \times \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} \Rightarrow \frac{2}{1458} = \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} \Rightarrow \frac{1}{729} = \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3^6} = \frac{1}{3^{n-1}} \Rightarrow 6 = n-1 \Rightarrow n = 7$$

می‌دانیم  $729 = 3^6$

(۶) پاسخ تشریحی سوالات ریاضی انسانی کنکور اردیبهشت ۱۴۰۳ - استاد عیوضی +۹۱۹۴۸۳۷۹۶۴

۲۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$(2x)^5 \times (3 \times 7)^3 = 7^3 \times (5 \times 3)^3 \times 5^2 \Rightarrow (2x)^5 \times \cancel{7^3} \times \cancel{7^3} = \cancel{7^3} \times 5^3 \times \cancel{7^3} \times 5^2$$

$$\Rightarrow (2x)^5 = 5^3 \times 5^2 = 5^5$$

$$2x = 5 \Rightarrow x = \frac{5}{2} = 2/5$$

توان‌های طرفین تساوی با هم برابرند، پس پایه‌ها برابر می‌شوند:

با آرزوی موفقیت تمامی عزیزان

مهندس کوهیار عیوضی

مدرس ریاضیات رشته انسانی

(تلگرام، واتساپ و ...) +۹۱۹۴۸۳۷۹۶۴