

سوالات درس حسابان رشته ریاضی

گنلو ۱۴۰۳ نوبت اول

اردیبهشت ماه

نام دانش‌آموز:

دارا آذرین

دبیر ریاضی ساغل در شهرستان مریوان

۱- مقادیر a ، $1+2a$ و $5-a$ به ترتیب جملات متوالی یک دنباله حسابی هستند. اگر a جمله نخست این دنباله باشد، جمله نهم کدام است؟

۱۴/۷۵ (۴)

۱۲/۲۵ (۳)

۴/۲۵ (۲)

۲/۷۵ (۱)

$$2(1+2a) = a + 5 - a \Rightarrow 2a + 2 = 5 \rightarrow a = \frac{3}{2}$$

$$\frac{3}{2}, \underbrace{1 + \frac{3}{2}}_{\frac{5}{2}}, \dots$$

$$d = \frac{5}{2} - \frac{3}{2} = \frac{1}{2}$$

$$t_9 = a + 8d = \frac{3}{2} + 8\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{2} + 4 = \frac{11}{2} = 5.5$$

۳- نقاط $(3, -4)$ و $(-1/5, -4)$ روی یک تابع درجه دوم واقع هستند. مجموع صفرهای این تابع کدام است؟

$$\frac{5}{4} \quad (4)$$

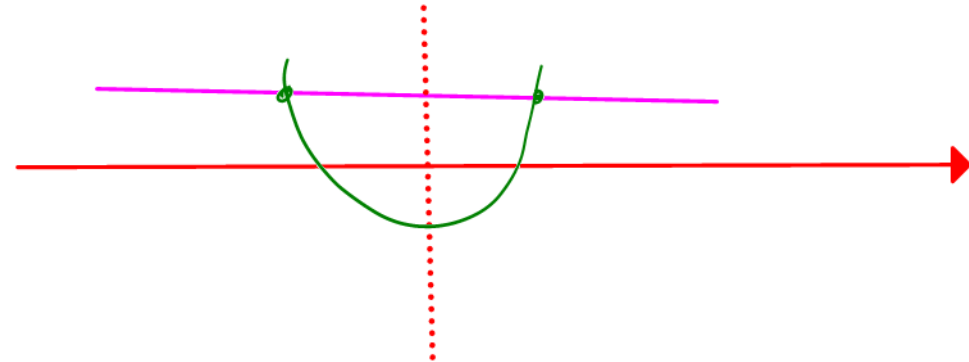
$$\frac{5}{2} \quad (3)$$

$$\frac{3}{4} \quad (2)$$

$$\frac{3}{2} \quad (1)$$

تابع درجه دوم : نقاط هم عرض باشند. مجموع صفرها برابر مجموع طولهاست

$$-1/5 + 3 = 1/5 = \frac{2}{2}$$



۴- اختلاف ریشه‌های معادله $x^2 + 2kx + 5 = 0$ برابر $\frac{4}{3}k$ است. مقدار $\left[\frac{k^2}{2} \right]$ کدام است؟
 (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۳ (۴) ۴

$$\begin{aligned} \text{اختلاف ریشه‌ها} &= \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{4k^2 - 20}}{1} = \frac{2}{3}k \rightarrow 4k^2 - 20 = \frac{16}{9}k^2 \Rightarrow \frac{20}{9}k^2 = 20 \Rightarrow \\ k^2 &= 9 \rightarrow \left[\frac{k^2}{2} \right] = \left[\frac{9}{2} \right] = 4 \end{aligned}$$

۵- در شکل زیر، فاصله نقطه A از مبدأ مختصات کدام است؟

(۱) $2\sqrt{5}$

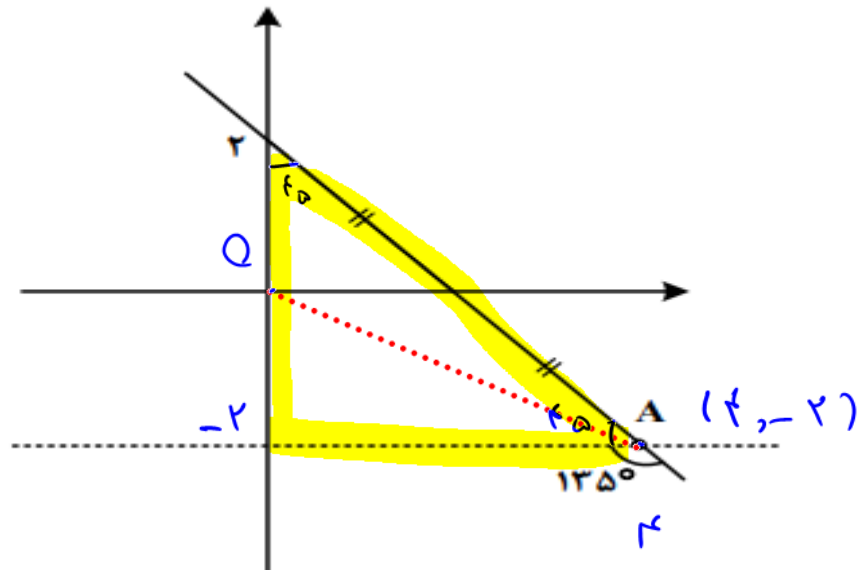
(۲) $3\sqrt{6}$

(۳) $4\sqrt{3}$

(۴) $5\sqrt{2}$

مسئله مستطیل را بنویسید

$$OA = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$$



I

۶- اگر $f(x) = x^2 - [x]$ و $f(af(\sqrt{5})) = 2$ باشد، کدام می تواند مقدار a باشد؟

$$-\frac{1}{5} \quad (4)$$

$$\frac{1}{5} \quad (3)$$

$$-\frac{1}{3} \quad (2)$$

$$\frac{1}{3} \quad (1)$$

$$f(\sqrt{5}) = 5 - [\sqrt{5}] = 3 \Rightarrow f(3a) = 2$$

$$9a^2 - [3a] = 2$$

ردگزین

$$1) \quad 1 - [1] = 0$$

$$2) \quad 1 - [-1] = 2 \quad \checkmark$$

۷- برای چند مقدار صحیح و یک رقمی a ، جواب معادله $\sqrt{x} + \sqrt{x-a} = a$ ، عددی صحیح است؟

۷ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

$$\sqrt{x-a} = a - \sqrt{x}$$

$$\cancel{x} - a = a^2 + \cancel{x} - 2a\sqrt{x} \Rightarrow \sqrt{x} = \frac{a^2 + a}{2a}$$

$$a=0 \rightarrow \checkmark$$

$$\sqrt{x} = \frac{a+1}{2}$$



۶ مقدار

۸- به ازای کدام مقدار a ، نمودار تابع وارون تابع $f(x) = x^3 + 6x^2 + ax + 1$ خط $10y - x = -10$ را در نقطه‌ای به عرض ۱ قطع می‌کند؟

(۲۰، ۱)

۵ (۴)

۹ (۳)

۱۲ (۲)

۱۵ (۱)

$$f(1) = 20 \rightarrow 1 + 6 + a + 1 = 20 \Rightarrow a = 12$$

۹- اگر $\log_2(x^2 + 2x + 4) + \log_2(x - 2) = 3$ باشد، مقدار $\log_{\sqrt[3]{2}} x$ کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

$\frac{4}{3}$ (۲)

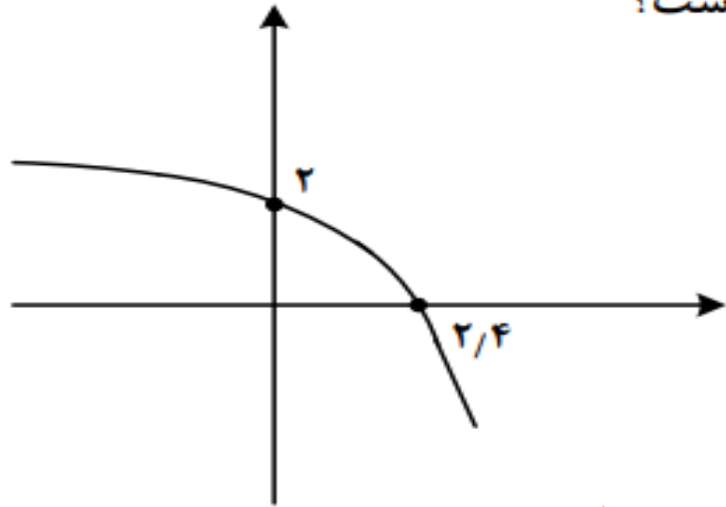
$\frac{3}{2}$ (۱)

$$\log_2 (x^2 + 2x + 4)(x - 2) = 3 \Rightarrow (x^2 + 2x + 4)(x - 2) = 8$$

$$x^3 - 4 = 8 \rightarrow x^3 = 12 \rightarrow x = \sqrt[3]{12}$$

$$\log_{\sqrt[3]{2}} \sqrt[3]{12} = \log_2 2^{\frac{4}{3}} = \frac{4}{3}$$

۱۰- نمودار تابع $y = c + \log_{\Delta}(ax + b)$ به صورت زیر است. حاصل $\frac{a}{b}$ کدام است؟



$$1) (0, 2) \rightarrow 2 = c + \log_{\Delta} b \Rightarrow$$

$$(2, 0) \rightarrow 0 = c + \log_{\Delta} (2a + b)$$

$$-\frac{2}{5} \quad (1)$$

$$-\frac{2}{5} \quad (2)$$

$$-\frac{1}{10} \quad (3)$$

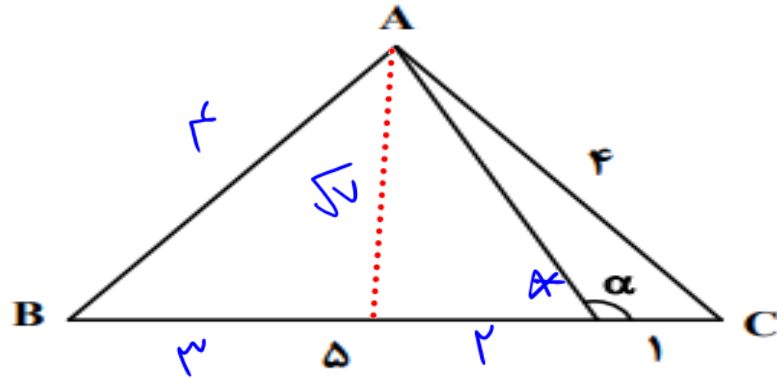
$$-\frac{2}{10} \quad (4)$$

$$1) b = \Delta^{2-c} = \frac{2\Delta}{\Delta^c} \quad 2) 2a + b = \Delta^{-c} \Rightarrow$$

$$2a = \frac{1}{\Delta^c} - \frac{2\Delta}{\Delta^c} \Rightarrow 2a = \frac{-2\Delta}{\Delta^c} \Rightarrow a = \frac{-\Delta}{\Delta^c}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{\frac{-\Delta}{\Delta^c}}{\frac{2\Delta}{\Delta^c}} = \frac{-1}{2}$$

۱۱- در شکل زیر، مثلث ABC متساوی الساقین است. مقدار $\tan \alpha$ کدام است؟



$$\tan \alpha = \frac{\sqrt{5}}{1} \rightarrow$$

$$\tan \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{1}$$

- (۱) $-\frac{2}{5}$
 (۲) $\frac{2}{5}$
 (۳) $-\frac{\sqrt{5}}{2}$
 (۴) $\frac{\sqrt{5}}{2}$

۱۲- حاصل عبارت $(3 \cos 4x + \sqrt{2} \sin x - \sqrt{2} \cos x)$ به ازای $x = \frac{\pi}{12}$ کدام است؟

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (4)$$

$$\sqrt{2} \quad (3)$$

$$\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

$$3 \cos \frac{\pi}{12} + \sqrt{2} (\sin x - \cos x)$$

$$3 \left(\frac{1}{2} \right) + \sqrt{2} \left(\frac{-2\sqrt{2}}{2} \right) = \frac{3}{2} - 1 = \frac{1}{2}$$

$$\frac{\pi}{12} = 15^\circ$$

$$\sin 15 = \frac{\sqrt{4} - \sqrt{2}}{2}$$

$$\cos 15 = \frac{\sqrt{4} + \sqrt{2}}{2}$$

۱۳- حاصل عبارت $\frac{\sin^4 \alpha + 4 \cos^2 \alpha}{1 + \cos^2 \alpha} - \frac{\cos^4 \alpha + 4 \sin^2 \alpha}{1 + \sin^2 \alpha}$ کدام است؟

$\sin^2 \alpha$ (۴)
 $\cos^2 \alpha$ (۳)
 ۲ (۲)
 ۱ (۱)

$$\alpha = 90^\circ \rightarrow \frac{1}{1} - \frac{4}{2} = -1 \rightarrow \cos 180^\circ = -1 \rightarrow \textcircled{۳}$$

$\cos^2 \alpha$

۱۴- مجموع جواب‌های معادله $\cos 2x + \sin^2 x = 0$ در بازه $[-3\pi, \pi]$ کدام است؟

(۱) صفر $(2) -\pi$ $(3) -3\pi$ $(4) -4\pi$

$$1 - 2\sin^2 x + \sin^2 x = 0 \rightarrow \sin^2 x = 1 \Rightarrow$$

$$\sin x = 1 \rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$$

- $k=0 \rightarrow \frac{\pi}{2}$
- $k=1 \rightarrow x$
- $k=-1 \rightarrow -\frac{3\pi}{2}$
- $k=-2 \rightarrow x$

$$\sum = -4\pi$$

$$\sin x = -1 \rightarrow x = 2k\pi - \frac{\pi}{2}$$

- $k=0 \rightarrow -\frac{\pi}{2}$
- $k=1 \rightarrow x$
- $k=-1 \rightarrow -\frac{5\pi}{2}$
- $k=-2 \rightarrow x$

۱۵- مجموع مقادیر حدهای چپ و راست تابع $f(x) = \frac{x-2}{x^2-[x^2]}$ در نقطه $x=2$ کدام است؟

$$(1) \frac{1}{4}$$

$$(2) \frac{1}{2}$$

$$(3) 1$$

$$(4) \text{ صفر}$$

حد راست: $[x^2] = 4$ $\rightarrow \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-2}{x^2-4} \stackrel{H\&O}{=} \frac{1}{2x} = \frac{1}{4}$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} + 0 = \frac{1}{4}$$

حد چپ: $[x^2] = 3$ $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x-2}{x^2-3} = 0$

۱۶- اگر $f(x) = \frac{4}{x^2 + 2x - 3}$ و $g(x) = \frac{1}{x-1}$ باشد، نقطه تلاقی مجانب‌های نمودار تابع $f - g$ کدام است؟

- (۱) $(-1, 1)$ (۲) $(-3, 0)$ (۳) $(3, 1)$ (۴) $(1, 0)$

$$f - g = \frac{4}{(x-1)(x+3)} - \frac{1}{x-1} = \frac{4 - x - 3}{(x-1)(x+3)} \Rightarrow \frac{1-x}{x^2 + 2x - 3}$$

میان افقی $\Rightarrow y = 0$

میان عمودی $\begin{cases} x=1 \rightarrow \text{میان عمودی} \\ x=-3 \end{cases} \Rightarrow (-3, 0)$

۱۷- تابع $f(x) = \begin{cases} (1-a)[x] + (2a^2-1)[-x] & x \notin \mathbb{Z} \\ b \sin\left(\frac{\pi}{a}\right) & x \in \mathbb{Z} \end{cases}$ روی مجموعه اعداد حقیقی پیوسته است. مقدار $\frac{a}{b}$ کدام

است؟

(۱) صفر

۳ (۴) ۲ (۳) ۱ (۲)

$$2a^2 - 1 = 1 - a \Rightarrow 2a^2 + a - 2 = 0 \begin{cases} a = -1 \\ a = \frac{1}{2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} [n] + [-n] \\ -1 \\ b \sin(-\pi) = 0 \end{cases} \quad x \notin \mathbb{Z}$$

$$a = \frac{1}{2} \rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2} ([n] + [-n]) & x \notin \mathbb{Z} \\ b \sin \frac{\pi}{2} \rightarrow -b = -\frac{1}{2} \Rightarrow b = +\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = 1$$

۱۸- اگر $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$ و $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}}$ باشد، حاصل عبارت $f'(1)g(1) - g'(1)f(1)$ کدام است؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۳ (۴) ۲

$$f'(1)g(1) - g'(1)f(1) = \left(\frac{f}{g}\right)'_{(1)} \cdot g(1) \Rightarrow \Rightarrow (1)' \cdot g(1) = 0$$

$$\frac{f}{g} = \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{x}}{\frac{1}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}}} = 1$$

۱۹- به ازای چند مقدار صحیح m ، تابع $y = \frac{mx+2}{x-1+m}$ روی بازه $(1, +\infty)$ نزولی است؟ ($m \neq 2$)

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

همواره

$$m(m-1) - 2 < 0 \Rightarrow m^2 - m - 2 < 0 \rightarrow -1 < m < 2$$

$$\text{ریشه کوچک} : x = 1 - m \rightarrow 1 - m \leq 1 \Rightarrow m \geq 0 \Rightarrow m = 0, 1$$

۲۰- به ازای هر مقدار حقیقی و ناصفر a ، تابع $f(x) = \begin{cases} bx+c & x < a \\ \frac{1}{x} & x \geq a \end{cases}$ روی $\mathbb{R}$ مشتق پذیر است. مقدار ac کدام است؟

(۱) -۱ (۲) ۱ (۳) -۲ (۴) ۲

مشتق = مشتق

$$\frac{1}{a} = ab + c \Rightarrow a^2b + ac = 1$$

مشتق = مشتق

$$\frac{-1}{a^2} = b \Rightarrow ba^2 = -1$$

$$\Rightarrow -1 + ac = 1$$

$$ac = 2$$

۲۱- خط مماس بر منحنی $y = x^3 + ax^2 + bx - 1$ در نقطه $(-1, -4)$ از منحنی عبور می‌کند. حاصل $\frac{a}{b}$ کدام است؟

○/۸ (۴) *نقطه عطف* ○/۶ (۳) ○/۴ (۲) ○/۳ (۱)

$$x = \frac{-b}{3a} = \frac{-a}{3} = -1 \Rightarrow a = 3 \rightarrow y = x^3 + 3x^2 + bx - 1$$

$$-4 = -1 + 3 - b - 1 \Rightarrow b = 5$$

$$\frac{a}{b} = \frac{3}{5} \Rightarrow ۳/۵$$

