

ریاضیات 121A صفحه ۲

۱- مقادیر a ، $1+2a$ و $5-a$ به ترتیب جملات متوالی یک دنباله حسابی هستند. اگر a جمله نخست این دنباله باشد، جمله نهم کدام است؟

واصله مناسب

۱۴/۷۵ (۴) ✓ ۱۲/۲۵ (۳) ۴/۲۵ (۲) ۲/۷۵ (۱)

جمع جیب و راست = (وسطی) ۲

$a = \frac{3}{4}$

$d = \frac{5}{2} - \frac{3}{4} = \frac{7}{4}$

$2 + 4a = a + 5 - a$

$4a = 3 \rightarrow a = \frac{3}{4}$

$a_9 = a + 8d = \frac{3}{4} + 14 = \frac{3+56}{4} = \frac{59}{4} = 14,75$

۳- نقاط $(3, -4)$ و $(-1/5, -4)$ روی یک تابع درجه دوم واقع هستند. مجموع صفرهای این تابع کدام است؟

۳/۲ (۱) ✓ ۳/۴ (۲) ۵/۲ (۳) ۵/۴ (۴)

بارها گفتیم لایکهای میانین ها همون راس ها =

$\frac{-1,8+3}{2} = \frac{3}{4}$

$\frac{3}{4} =$ مجموع ریشه ها $\rightarrow \frac{3}{4} =$ همون راس = میانین ریشه ها

$x^2 - 2x - 2$

۴- اختلاف ریشه‌های معادله $x^2 + 2kx + 5 = 0$ برابر $\frac{4}{3}k$ است. مقدار $\left[\frac{k^2}{2}\right]$ کدام است؟

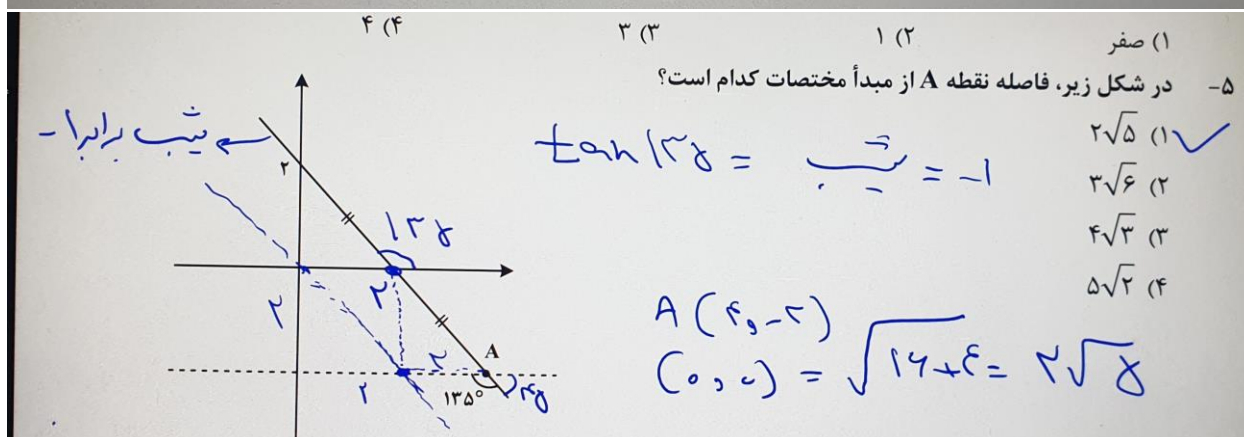
(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۳ (۴) ۴

$$|\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{\Delta}}{a} = \frac{4}{2}k \rightarrow \frac{\sqrt{4k^2 - 20}}{1} = \frac{4}{2}k$$

$$4k^2 - 20 = 16k^2$$

$$\frac{36}{9}k^2 - \frac{16}{9}k^2 = 20 \rightarrow \frac{20}{9}k^2 = 20 \rightarrow k^2 = 9$$

$$\left[\frac{9}{2}\right] = 4$$



۶- اگر $f(x) = x^2 - [x]$ و $f(f(\sqrt{5})) = 2$ باشد، کدام می‌تواند مقدار a باشد؟

(۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $-\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{5}$ (۴) $-\frac{1}{5}$

$\sqrt{5} \rightarrow a \rightarrow f \rightarrow 2$
 $f(\sqrt{5}) = 2 \rightarrow 2a \rightarrow f \rightarrow 2$

$$(2a)^2 - [2a] = 2 \rightarrow a = -\frac{1}{3}$$

۷- برای چند مقدار صحیح و یک رقمی a ، جواب معادله $\sqrt{x} + \sqrt{x-a} = a$ ، عددی صحیح است؟

۷ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

محل انجام محاسبات

دامنه $a \geq 0$ و $a \geq a$

$$\sqrt{x-a} = a - \sqrt{x} \quad \text{توانیم} \quad x-a = a^2 + x - 2\sqrt{x}a$$

$$\sqrt{x} = \frac{a^2 + a}{2a} = \frac{a+1}{2} \rightarrow x = \left(\frac{a+1}{2}\right)^2$$

a حتماً فرد باشد تا x عدد صحیح باشد

$$a=1 \rightarrow x=1$$

$$a=3 \rightarrow x=4$$

$$a=5 \rightarrow x=9$$

$$a=7 \rightarrow x=16$$

$$a=9 \rightarrow x=25$$

ریاضیات

121A

صفحه ۳

۸- به ازای کدام مقدار a ، نمودار تابع وارون تابع $f(x) = x^3 + 6x^2 + ax + 1$ خط $10y - x = -10$ را در نقطه‌ای به عرض ۱ قطع می‌کند؟

۱۵ (۱) ۱۲ (۲) ۹ (۳) ۵ (۴)

$$\rightarrow y=1 \rightarrow 10-x=-10 \rightarrow x=20$$

روش درآندشتی

$$(20, 1) \in f \rightarrow (1, 20) \in f^{-1}$$

$$20 = 1 + 6 + a + 1$$

$$\boxed{a = 12}$$

۹- اگر $\log_2(x^2 + 2x + 4) + \log_2(x - 2) = 3$ باشد، مقدار $\log_{\sqrt{2}} x$ کدام است؟

چاق و دلائل

۴ (۴) ۳ (۳) $\frac{4}{3}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۱)

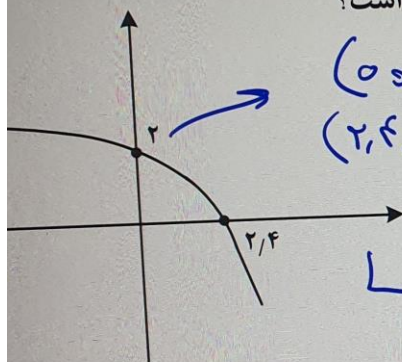
$$\log_2(x^2 + 2x + 4)(x - 2) = 3$$

دب قلمش

$$x^3 - 8 = 8 \rightarrow x^3 = 16 \rightarrow \boxed{x = \sqrt[3]{16}}$$

$$\log_{\sqrt{2}} \sqrt[3]{16} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}} \log_2 16 = 4$$

۱۰- نمودار تابع $y = c + \log_5(ax+b)$ به صورت زیر است. حاصل $\frac{a}{b}$ کدام است؟



$$\begin{aligned} (0, 2) &\rightarrow \begin{cases} c + \log_5 b = 2 \\ c + \log_5 2.4a + b = 0 \end{cases} \\ (2.4, 0) &\rightarrow \end{aligned}$$

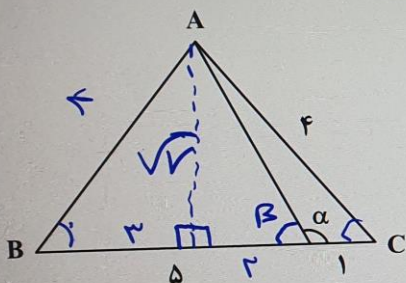
$$\log_5 \frac{b}{2.4a+b} = 2$$

دانش

$$\begin{aligned} \frac{b}{2.4a+b} &= 2 \rightarrow b = 4.8a + 2.4b \\ -2.4b &= 4.8a \rightarrow \frac{a}{b} = -\frac{2}{5} \end{aligned}$$

- (1) $-\frac{2}{5}$ ✓
(2) $-\frac{3}{5}$
(3) $-\frac{1}{10}$
(4) $-\frac{2}{10}$

۱۱- در شکل زیر، مثلث ABC متساوی الساقین است. مقدار $\tan \alpha$ کدام است؟



$$\alpha + \beta = 110^\circ$$

$$\tan \alpha = -\tan \beta$$

$$\tan \beta = \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$\tan \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{2}$$

- (1) $-\frac{2}{5}$
(2) $-\frac{2}{5}$
(3) $-\frac{\sqrt{5}}{2}$ ✓
(4) $-\frac{\sqrt{5}}{2}$

۱۲- حاصل عبارت $(3 \cos 4x + \sqrt{2} \sin x - \sqrt{2} \cos x)$ به ازای $x = \frac{\pi}{12}$ کدام است؟

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (1)$$

$$\sqrt{2} \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} \quad (3) \quad \checkmark$$

$$1 \quad (4)$$

محل اتمام محاسبات

$$(3 \cos 4x + \sqrt{2} \sin x - \sqrt{2} \cos x)$$

$$(3 \times \frac{1}{2} + \sqrt{2} \times \frac{1}{2} - \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2})$$

$$(1.5 + 0.707 - 1.3) = 0.907$$

روش
sin

صفحه ۴

121A

ریاضیات

۱۳- حاصل عبارت $\frac{\sin^4 \alpha + 2 \cos^2 \alpha}{1 + \cos^2 \alpha} - \frac{\cos^4 \alpha + 2 \sin^2 \alpha}{1 + \sin^2 \alpha}$ کدام است؟

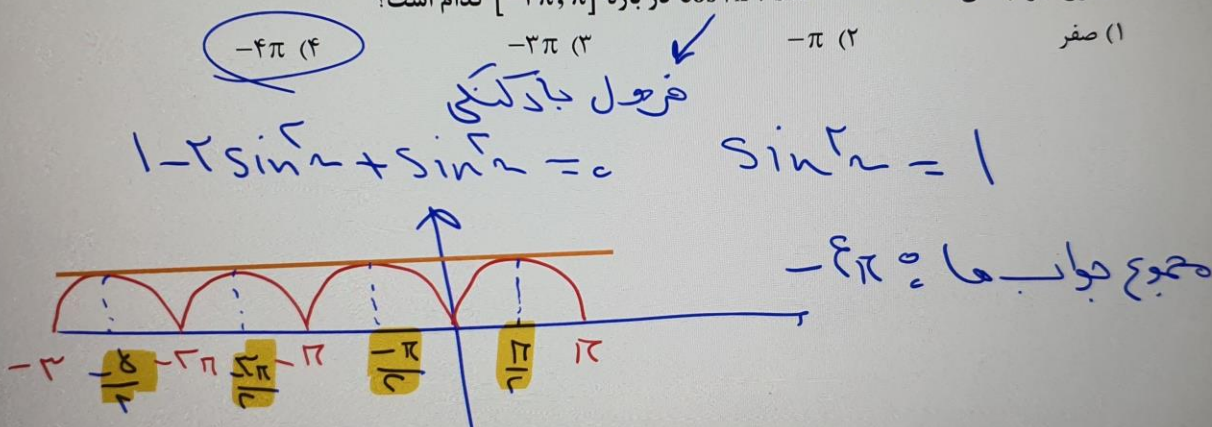
(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\cos 2\alpha$ (۴) $\sin 2\alpha$

زاویه خدایان تو بگو: $\alpha = 90^\circ \rightarrow \frac{1}{1} - \frac{16}{2} = 1 - 8 = -7$

تنها گزینه ۳ $\cos 2 \times 90 = \cos 180 = -1$

۱۴- مجموع جواب‌های معادله $\cos^2 x + \sin^2 x = 0$ در بازه $[-3\pi, \pi]$ کدام است؟

(۱) صفر (۲) $-\pi$ (۳) -3π (۴) -4π



۱۵- مجموع مقادیر حدهای چپ و راست تابع $f(x) = \frac{x-2}{x^2 - [x^2]}$ در نقطه $x=2$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۱ (۴) صفر

مجموع برابر $\frac{1}{4}$

تحلیل: $\frac{x-2}{x^2 - [x^2]} = \frac{x-2}{x^2 - (x-1)(x+1)} = \frac{x-2}{x^2 - (x^2 - 1)} = \frac{x-2}{1} = x-2$

برای $x=2$: $2-2 = 0$

۱۶- اگر $f(x) = \frac{4}{x^2 + 2x - 3}$ و $g(x) = \frac{1}{x-1}$ باشد، نقطه تلاقی مجانب‌های نمودار تابع $f - g$ کدام است؟

(۴) (۱, ۰)

(۳) (۳, ۱)

(۲) (-۳, ۰)

(۱) (-۱, ۱)

$$f - g = \frac{4}{(x-1)(x+3)} - \frac{1}{x-1} = \frac{-(x-2)}{(x-1)(x+3)} = \frac{-1}{x+3}$$

مقام $x = 3$

افق $y = 0$

۱۷- تابع $f(x) = \begin{cases} (1-a)[x] + (3a^2-1)[-x] & x \notin \mathbb{Z} \\ b \sin(\frac{\pi}{a}) & x \in \mathbb{Z} \end{cases}$ روی مجموعه اعداد حقیقی پیوسته است. مقدار $\frac{a}{b}$ کدام

فرزکن ۵

قرینه

است؟

(۱) صف

$$\begin{matrix} 3 & (4) & 2 & (3) & 1 & (2) \\ \rightarrow & & & & & \\ \begin{matrix} + \\ - \end{matrix} & \rightarrow & (1-a)[\begin{matrix} + \\ - \end{matrix}] + (3a^2-1)[\begin{matrix} - \\ + \end{matrix}] = -3a^2+1 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \rightarrow & (1-a)[\begin{matrix} - \\ + \end{matrix}] + (3a^2-1)[\begin{matrix} + \\ - \end{matrix}] = -1+a \end{matrix}$$

$$-3a^2+1 = -1+a \rightarrow 3a^2+a-2=0$$

$$\begin{aligned} a &= -1 \rightarrow x = -2 = b \sin(-\pi) = 0 \\ a &= \frac{2}{3} \rightarrow x = -\frac{1}{3} = b \sin(\frac{2}{3}\pi) \rightarrow b = \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{a}{b} &= \frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{\sqrt{3}}} = \frac{2\sqrt{3}}{3} = 2 \end{aligned}$$

۲۰- به ازای هر مقدار حقیقی و ناصفر a ، تابع $f(x) = \begin{cases} bx+c & x < a \\ \frac{1}{x} & x \geq a \end{cases}$ روی $\mathbb{R}$ مشتق پذیر است. مقدار ac کدام است؟

(۴) ۲

(۳) -۲

(۲) ۱

(۱) -۱

محل انجام محاسبات

$$ab+c = \frac{1}{a} \rightarrow a(-\frac{1}{a^2})+c = \frac{1}{a}$$

$$b = -\frac{1}{a^2} \Rightarrow \boxed{b = -\frac{1}{a^2}}$$

$$-\frac{1}{a}+c = \frac{1}{a}$$

$$c = \frac{2}{a} \rightarrow \boxed{ac=2}$$

۱۸- اگر $f(x) = \sqrt{x+8} - \sqrt{x}$ و $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x+8} + \sqrt{x}}$ باشد، حاصل عبارت $f'(1)g(1) - g'(1)f(1)$ کدام است؟
 (۱) صفر ✓ (۲) ۱ (۳) ۳ (۴) ۲

$$\left(\frac{f}{g}\right)' \times g'(1) = 0$$

$$\frac{f}{g} = 1 \rightarrow \left(\frac{f}{g}\right)' = 0$$

۲۱- خط مماس بر منحنی $y = x^3 + ax^2 + bx - 1$ در نقطه $(-1, -4)$ از منحنی عبور می‌کند. حاصل $\frac{a}{b}$ کدام است؟
 (۱) $\frac{3}{5}$ (۲) $\frac{4}{5}$ (۳) $\frac{6}{5}$ ✓ (۴) $\frac{8}{5}$

$$n = -1 \rightarrow \frac{-a}{3} = -1 \rightarrow \boxed{a=3}$$

$$f(-1) = -4 \rightarrow -1 + 3 - b - 1 = -4 \rightarrow \boxed{b=5}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{3}{5}$$