

فصل ۱

تحلیل و تشریح درس ریاضی کنکور ۱۴۰۳ (صفی شاهی فرد)

۱.۱ پاسخ ریاضی پایه و حسابان کنکور نوبت اول ۱۴۰۳ «صفی شاهی فرد»

$$2(1+2a) = a + 5 - a \implies 2 + 4a = 5 \implies 4a = 3 \implies a = \frac{3}{4} \implies \frac{3}{4}, \frac{5}{4}, \frac{17}{4} \quad (1)$$

$$d = \frac{5}{2} - \frac{3}{4} = \frac{7}{4} \implies a_9 = a + 8d = \frac{3}{4} + 14 = 14\frac{7}{4}$$

$$(T \implies T) \implies (T \implies F) \equiv T \implies F \equiv F \quad (2) \text{ اگر } r \text{ درست فرض شود پس}$$

$$(T \implies F) \implies (F \implies F) \equiv F \implies T \equiv T \quad \text{حال اگر } r \text{ نادرست فرض شود پس}$$

بنابراین گزاره داده شده با $r \sim$ هم‌ارز است.

(۳) چون دو نقطه دارای عرض یکسان هستند پس طول رأس سهمی برابر است با:

$$x_S = \frac{-1/5 + 3}{2} = \frac{3}{4} = -\frac{b}{2a} \implies S = -\frac{b}{a} = \frac{3}{2}$$

(۴) اختلاف ریشه‌های معادله درجه دوم برابر است با:

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} &= \sqrt{4k^2 - 20} = \frac{4}{3}k \implies 4k^2 - 20 = \frac{16}{9}k^2 \implies 9k^2 - 45 = 4k^2 \\ \implies 5k^2 &= 45 \implies \frac{k^2}{2} = \frac{9}{2} \implies \left[\frac{k^2}{2} \right] = \left[\frac{9}{2} \right] = 4 \end{aligned}$$

$$m = \tan 135^\circ = -1 \implies y = -x + 2 \quad (5)$$

$$OA = \sqrt{4^2 + (-2)^2} = 5\sqrt{2} \quad \text{نقطه } M(2, 0) \text{ وسط نقاط } (0, 2) \text{ و } A(4, -2) \text{ است بنابراین}$$

$$f(\sqrt{5}) = 5 - 2 = 3 \quad (6)$$

$$f(3a) = 2 \implies 9a^2 - [3a] = 2$$

پس $9a^2$ باید عدد صحیح باشد با رد گزینه به $a = -\frac{1}{3}$ می‌رسیم.

$$\sqrt{x-a} = a - \sqrt{x} \implies x - a = a^2 - 2a\sqrt{x} + x \implies -a = a^2 - 2a\sqrt{x} \implies -a = a^2 - 2a\sqrt{x} \quad (7)$$

$$\implies \begin{cases} a = 0 \\ -1 = a - 2\sqrt{x} = 0 \implies x = \left(\frac{a+1}{2}\right)^2 \end{cases}$$

معادله دوم برای $a = 1, 3, 5, 7, 9$ برقرار است بنابراین ۶ عدد صحیح برای a وجود دارد.

$$y = 1 \implies 10 - x = -10 \implies x = 20 \quad (8)$$

خط داده شده و وارون تابع f از نقطه $(20, 1)$ عبور می‌کند پس تابع f از نقطه $(1, 20)$ عبور خواهد

کرد پس

$$f(1) = 1 + 6 + a + 1 = 20 \implies a = 12$$

$$(x^2 + 2x + 4)(x - 2) = 2^3 \implies x^2 - 8 = 8 \implies x = \sqrt[3]{16} \implies \log_{\frac{1}{2}}(2^4)^{\frac{1}{3}} = 4 \quad (9)$$

$$\begin{cases} f(0) = 2 \implies c + \log_{\Delta} b = 2 \\ f(2/4) = 0 \implies c + \log_{\Delta}(2/4a + b) = 0 \end{cases} \implies \log_{\Delta} b - \log_{\Delta}(2/4a + b) = 2 \quad (10)$$

$$\implies \frac{b}{2/4a + b} = 5^2 = 25 \implies 60a + 25b = b \implies 60a = -24b \implies \frac{a}{b} = -\frac{2}{5}$$

$$AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{4^2 - 3^2} = \sqrt{7} \quad (11)$$

ارتفاع وارد بر قاعده برابر است با: $\sqrt{7}$

$$\tan(\pi - \alpha) = \frac{\sqrt{7}}{2} \implies \tan(\alpha) = -\frac{\sqrt{7}}{2}$$

$$(12) \text{ عبارت داده شده برابر } 3 \cos(4x) + 2 \sin(x - \frac{\pi}{4}) \text{ است پس}$$

$$3 \cos(\frac{\pi}{4}) + 2 \sin(\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4}) = \frac{3}{2} - 1 = \frac{1}{2}$$

$$(13) \text{ برای } \alpha = \frac{\pi}{4} \text{ عبارت داده شده برابر } 0 \text{ است که گزینه (3) چنین است.}$$

$$\cos(2x) + \frac{1 - \cos(2x)}{2} = 0 \implies \cos(2x) = -1 \implies 2x = 2k\pi + \pi \implies x = k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \quad (14)$$

مجموع ۴ جواب $\frac{5\pi}{4}, -\frac{3\pi}{4}, -\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}$ برابر 4π خواهد بود.

$$f(x) - g(x) = \frac{4}{(x-1)(x+3)} - \frac{1}{x-1} = -\frac{1}{x+3} \quad (15) \text{ چون}$$

پس $x = -3$ مجانب قائم و $y = 0$ مجانب افقی تابع $f - g$ هستند که محل تلاقی آن‌ها نقطه $(-3, 0)$

خواهد بود.

(16) باید در تمام نقاط صحیح حد چپ و راست باهم برابر باشند. در ضمن در این تابع خاص، اگر ضرایب

$[x]$ و $[-x]$ در ضابطه اول باهم برابر بوده و با مقدار ضابطه دوم برابر باشند، پیوستگی حاصل می‌شود.

$$3a^2 - 1 = 1 - a \implies 3a^2 + a - 2 = 0$$

$$\begin{cases} a = -1 \text{ غیر قابل قبول} \\ a = \frac{2}{3} \implies b = \frac{1}{3} \implies \frac{a}{b} = 2 \end{cases}$$

$$\frac{f(x)}{g(x)} = x + 8 - x = 8 \implies \left(\frac{f}{g}\right)'(1) = 0 \quad (17)$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)'(1) = \frac{f'(1)g(1) - g'(1)f(1)}{g^2(1)} = 0 \implies f'(1)g(1) - g'(1)f(1) = 0$$

$$(18) \text{ چون } x = 1 - m \leq 1 \text{ پس } x \geq 0 \text{ در ضمن}$$

$$y' = \frac{m(-1+m)-2}{(x-1+m)^2} \leq 0 \implies m^2 - m - 2 \leq 0 \implies -1 \leq m \leq 2$$

بنابراین برای دو مقدار صحیح $m = 0$ و $m = 1$ تابع نزولی خواهد بود.

$$\begin{cases} ab + c = \frac{1}{a} \implies a^2b + ac = 1 & \text{شرط پیوستگی ۱} \\ b = -\frac{1}{a^2} \implies a^2b = -1 & \text{شرط مشتق پذیری} \end{cases} \implies ac = 2 \quad (۱۹)$$

روش تستی: برای $a = 1$ شرایط برقرار است پس $b + c = 1$ و $b = -1$ بنابراین $c = 2$.

(۲۰) خط مماس در نقطه عطف از تابع عبور می کند پس

$$y(-1) = -4 \implies -1 + a - b - 1 = -4 \implies a - b = -2$$

$$y' = 3x^2 + 2ax + b \implies y'' = 6x + 2a$$

برای $x = -1$ برابر صفر خواهد شد.

$$y''(-1) = -6 + 2a = 0 \implies a = 3 \implies b = 5 \implies \frac{a}{b} = \frac{3}{5}$$

صفی شاهی فرد

«مدرس دانشگاه فنی و حرفه ای و آزاد اسلامی»

«مؤلف کتب درسی دانشگاهی»

«دبیر آموزش و کنکور حسابان مدارس نمونه دولتی»

۰۹۳۵۸۶۴۷۱۱۷