



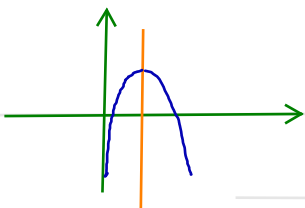
۱- گزینه ۴

$$2 + 4a = 5 - a + a \leadsto a = \frac{3}{4} \leadsto d = \frac{1}{4} \leadsto t_9 = \frac{3}{4} + 8\left(\frac{1}{4}\right) = 14,75$$

۲- گزینه ۳

اگر ۳ درست باشد کل گزاره نادرست است و اگر ۲ نادرست باشد کل گزاره درست خواهد بود لذا با ۲ هم از راست.

۳- گزینه ۱



مجموع درجه دو برابر طول رأس بهی است. و طول رأس بهی

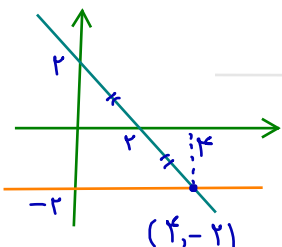
$$\text{برابر است: } \frac{-1,5 + 3}{2} = \frac{3}{4} \quad \text{پس} \quad 2 \times \left(\frac{3}{4}\right) = \frac{3}{2}$$

۴- گزینه ۴

$$\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{4}{3} k \leadsto \frac{\sqrt{4k^2 - 20}}{1} = \frac{4}{3} k \leadsto 4k^2 - 20 = \frac{16}{9} k^2 \leadsto k^2 = 9$$

$$\leadsto \left[\frac{k^2}{9}\right] = 2$$

۵- گزینه ۱



شیب خط برابر ۱- است بنابراین در دو نمودار $\Delta y = \Delta x$

بنابراین مختصات نقطه A برابر است با $A(4, -2)$

$$OA = \sqrt{16 + 4} = 2\sqrt{5}$$

۶- گزینه ۲

$$f(\sqrt{5}) = 5 - [\sqrt{5}] = 2 \leadsto f(3a) = 2 \leadsto \underbrace{9a^2}_{\text{صحیح}} - [3a] = 2 \leadsto \begin{cases} a = \frac{1}{3} \times \\ a = -\frac{1}{3} \checkmark \end{cases}$$

۷- گزینه ۳

$$\sqrt{x} = a - \sqrt{x-a} \leadsto \cancel{x} = \cancel{a^2} + \cancel{x} - a - 2a\sqrt{x-a} \leadsto 2a\sqrt{x-a} = \underbrace{a^2 - a}_{\text{صحیح}}$$

$$\begin{matrix} \{a=0\} & \{a=1\} & \{a=3\} & \{a=5\} & \{a=7\} & \{a=9\} \\ \{x=0\} & \{x=1\} & \{x=4\} & \{x=9\} & \{x=16\} & \{x=25\} \end{matrix}$$

۸- گزینه ۲

$$1 \cdot (11 - x) = -10 \leadsto x = 20 \quad (20, 1) \quad f(1) = 20 \leadsto 1 + 2 + a + 1 = 20 \leadsto a = 12$$

۹- گزینہ ۲

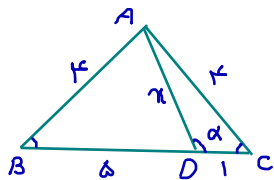
$$\log_p(x^3 - 1) = 3 \leadsto x^3 - 1 = 1 \leadsto x = \sqrt[3]{14} \leadsto \log_{\sqrt[3]{14}} \sqrt[3]{14^3} = 3$$

۱۰- گزینہ ۱

$$\begin{cases} c + \log_{\delta} b = r \\ c + \log_{\delta}(r_1 a + b) = 0 \end{cases} \leadsto r - \log_{\delta} b = -\log_{\delta}(r_1 a + b)$$

$$\log_{\delta} \frac{r_1 b}{b} = \log_{\delta} \frac{1}{r_1 a + b} \leadsto b = r_1 a + r_1 b \leadsto -r_1 b = r_1 a \leadsto \frac{a}{b} = -\frac{r}{\delta}$$

۱۱- گزینہ ۳



با استفاده از قضیه کسینوسها در مثلث ABC :

$$4^2 = 4^2 + 4^2 - 2(4)(4) \cos B \leadsto \cos B = \frac{1}{4}$$

$$4^2 = 5^2 + 4^2 - 2(5)(4) \cos B \leadsto \cos B = \frac{1}{4}$$

همچنین در مثلث ABD :

$$4^2 = 1^2 + 11^2 - 2(1)(11) \cos \alpha \leadsto \cos \alpha = -\frac{r}{\sqrt{11}}$$

در نهایت در مثلث ADC :

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{11}{4} \leadsto \tan^2 \alpha = \frac{1}{4} \leadsto \tan \alpha = -\frac{\sqrt{11}}{2}$$

۱۲- گزینہ ۲

$$2 \cos \frac{\pi}{4} = \sin \frac{\pi}{4} \leadsto 2 \cos \frac{\pi}{4} + 2 \left(\frac{\sqrt{11}}{2} \right) (\sin \alpha - \cos \alpha) = \frac{1}{4} + 2 \left(\sin \alpha \cos \frac{\pi}{4} - \cos \alpha \sin \frac{\pi}{4} \right)$$

$$= \frac{1}{4} + 2 \sin \left(\alpha - \frac{\pi}{4} \right) = \frac{1}{4} + 2 \left(-\frac{1}{4} \right) = \frac{1}{4}$$

۱۳- گزینہ ۳

$$\frac{1 - \sin^2 \alpha}{\sin^2 \alpha + 4 \cos^2 \alpha} - \frac{1 - \cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha + 4 \sin^2 \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha - 4 \sin^2 \alpha + 4}{4 - \sin^2 \alpha} - \frac{\cos^2 \alpha - 4 \cos^2 \alpha + 4}{4 - \cos^2 \alpha}$$

$$\frac{(4 - \sin^2 \alpha)^2}{4 - \sin^2 \alpha} - \frac{(4 - \cos^2 \alpha)^2}{4 - \cos^2 \alpha} = 4 - \sin^2 \alpha - 4 + \cos^2 \alpha = \cos^2 \alpha$$

۱۴- گزینہ ۴

$$\cos 2x + \sin^2 x = 0 \leadsto 1 - 2 \sin^2 x + \sin^2 x = 0 \leadsto \sin^2 x = 0 \leadsto x = k\pi + \frac{\pi}{4}$$

$$x = -\frac{5\pi}{4}, -\frac{3\pi}{4}, -\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4} \quad \text{مجموع} = -4\pi$$

۱۵- گزینه ۱

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x-2}{x^2 - [x^2]} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x-2}{x^2 - x^2 - 3} = 0 \quad \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-2}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x+2} = \frac{1}{4}$$

$$0 + \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$$

۱۶- گزینه ۲

$$(f-g)(x) = \frac{x}{x^2 + 2x - 3} - \frac{1}{x-1} = \frac{x - x - 3}{(x+3)(x-1)} = \frac{-(x-1)}{(x+3)(x-1)} = \frac{-1}{x+3}$$

نقطه نردی $(-3, 0)$ مجانب رأی $y = 0$ مجانب قائم $x = -3$

۱۷- گزینه ۳

چون روی اعداد حقیقی پیوسته است لذا در هر عددی چون $x=1$ نیز پیوسته است:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} (1-a)[x] + (3a^2-1)[-x] = \lim_{x \rightarrow 1^+} (1-a)[x] + (3a^2-1)[-x] \rightsquigarrow 3a^2 + a - 2 = 0$$

$$a = -1 \times \quad a = \frac{2}{3} \checkmark \rightsquigarrow \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -\frac{1}{3} \rightsquigarrow b \sin \frac{\pi}{3} = b \sin \frac{2\pi}{3} = -\frac{1}{3}$$

$$b = \frac{1}{3} \rightsquigarrow \frac{a}{b} = 2$$

۱۸- گزینه ۱

$$f'(1)g(1) - g'(1)f(1) = \frac{f'(1) \cdot g(1) - g'(1)f(1)}{(g(1))^2} \cdot (g(1))^2 = \left(\frac{f}{g}\right)'(1) \cdot (g(1))^2 = 0$$

$$\frac{f}{g}(x) = (\sqrt{x+1} - \sqrt{x})(\sqrt{x+1} + \sqrt{x}) = 1 \rightsquigarrow \left(\frac{f}{g}\right)'(1) = 0$$

۱۹-

$$y = \frac{mx+2}{x-1+m} \quad y' < 0 \rightsquigarrow m(-1+m) - 2 < 0 \rightsquigarrow -1 < m < 2$$

$$x = 1-m \leq 1 \rightsquigarrow m \geq 0 \rightsquigarrow m \in \{0, 1, -1\} \quad \text{در } m = -1 \text{ تابع مابین بوده و نزولی است}$$

۲۰- گزینه ۴

$$f(x) = \begin{cases} bx+c & x < a \\ \frac{1}{x} & x \geq a \end{cases} \quad ba+c = \frac{1}{a} \quad (1) \quad f \text{ در } x=a \text{ پیوسته است}$$

$$f'(x) = \begin{cases} b & x < a \\ -\frac{1}{x^2} & x \geq a \end{cases} \quad b = -\frac{1}{a^2} \quad (2) \quad f \text{ در } x=a \text{ مشتق پذیر}$$

$$\text{Telegram: @konkur_in} \quad \frac{1}{a} + c = \frac{1}{a} \rightsquigarrow ac = 2$$

۲۱- گزینه ۳

خط مماس در نقطه $(-1, -4)$ از منحنی عبور کرده است. پس این نقطه عطف است.

$$y' = 3x^2 + 2ax + b \quad y'' = 6x + 2a \rightarrow 6(-1) + 2a = 0 \rightarrow a = 3$$

$$f(-1) = -4 \rightarrow -1 + a - b - 1 = -4 \rightarrow b = 5 \rightarrow \frac{a}{b} = \frac{3}{5} = 0.6$$

۲۲- گزینه ۱

$$\binom{3}{3} 3! + \binom{3}{2} 2! + \binom{3}{1} 1! = 6 + 6 + 3 = 15$$

۲۳- گزینه ۴

$$2 \times (3 + 4 + 5) = 24 \rightarrow P(A) = \frac{24}{34} = \frac{12}{17}$$

حالت حالت حالت

۲۴- گزینه ۱

چون با تغییر دو داده میانه دو دسته تغییر نمی کند پس این دو داده با هم برابرند و لذا وارون نسبی در دو دسته تغییر نخواهد کرد

۲۵- گزینه ۱

فرد قبول شود

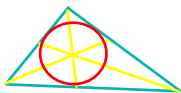
$$P(A|C) = \frac{P(A)}{P(C)} \cdot P(C|A) = \frac{\frac{3}{5}}{(\frac{3}{5})(\frac{60}{100}) + (\frac{2}{5})(\frac{40}{100})} \cdot (\frac{3}{5}) = \frac{9}{14}$$

فرد از مدرسه A

تعداد دانش آموزان A، $\frac{3}{5}$ تعداد دانش آموزان B : $P(A) = \frac{3}{5}$ $P(B) = \frac{2}{5}$

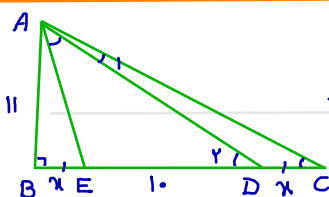
قضیه بیز:

۲۶- گزینه ۳



نقطه تلاقی نیمسازها در بخش مثبت از سه ضلع مثبت به یک فاصله است و مرکز دایره محاطی مثبت است.

۲۷- گزینه ۲

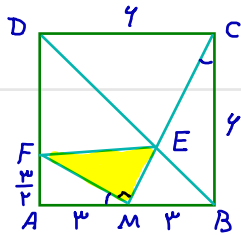


$$\widehat{DAE} + \widehat{A_1} = \widehat{ACD} + \widehat{A_1} = \widehat{D_2} \Rightarrow \widehat{EAC} = \widehat{D_2}$$

پس دو مثلث ADE و AEC به حالت دو زاویه با هم متساوی اند:

$$\frac{AE}{10+x} = \frac{10}{AE} \rightarrow AE^2 = 100 + 10x \rightarrow 11^2 + x^2 = 100 + 10x \rightarrow x = 7 \checkmark$$

Telegram: @konkur



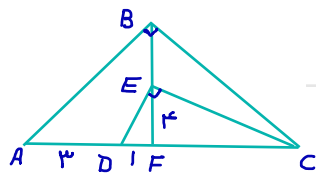
۲۸- گزینه ۳

دو مثلث $\triangle MAF$ و $\triangle MBE$ نه به حالت دوزاوی به نسبت ۲ متساوی‌اند لذا:

$$AM = 3, AF = \frac{3}{2} \xrightarrow{\text{نیمه‌غورس}} MF = \frac{3\sqrt{5}}{2}$$

مثلث $\triangle DEC$ و $\triangle EMF$ نه به حالت دوزاوی به نسبت ۲ متساوی‌اند $CE = 2EM$

$$CM = 3\sqrt{5} \rightarrow EM = \sqrt{5} \Rightarrow S_{EMF} = \frac{1}{2} (\sqrt{5}) \left(\frac{3\sqrt{5}}{2} \right) = \frac{15}{4} = 3.75$$

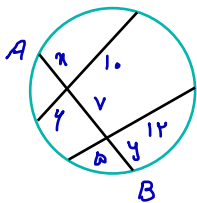


۲۹- گزینه ۴

طبق روابط طولی در مثلث قائم الزاوی:

$$4^2 = DF \times FC \rightarrow FC = 14, BF^2 = 4 \times FC \rightarrow BF = 1 \rightarrow BE = 4$$

$$BC^2 = 1^2 + 14^2 = 197 \rightarrow BC = 1\sqrt{5} \quad \text{حال طبق قضیه فیثاغورس:}$$



۳۰- گزینه ۲

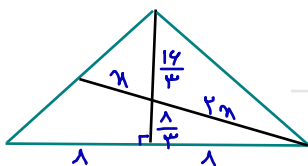
مطابق روابط طولی در دایره:

$$\begin{cases} x(v+y) = 10 \times 7 \\ y(v+x) = 5 \times 12 \end{cases} \rightarrow vx + xy = 7y + xy \rightarrow x = y$$

$$vx + x^2 = 40 \rightarrow \begin{cases} x = -12x \\ x = 5 \end{cases} \quad \checkmark \quad AB = 7 + 2(5) = 17$$

۳۱- گزینه ۳

در انتقال جهت شکل حفظ می‌شود.



۳۲- گزینه ۴

در این نقطه تلاقی میانه‌ها، میانه‌ها را به نسبت ۲:۱ تقسیم می‌کند.

$$4x^2 = \frac{44}{9} + 44 \rightarrow x = \frac{4\sqrt{10}}{3}$$

حال طبق قضیه فیثاغورس:

$$3x = 4\sqrt{10}$$

۳۳- گزینه ۳

فرض می‌کنیم $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I$, $B = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ در این صورت فرض مساله برقرار است حال:

$$I \cdot \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} - \frac{3}{2} I \cdot \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -9 & -4 \\ -2 & -1 \end{bmatrix} \rightarrow (-9)(-1) = 9$$

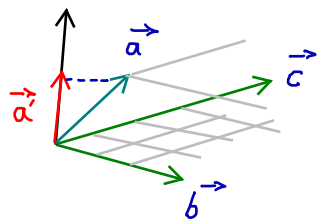
۳۴- گزینه ۲

$$A^2 = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & 1 & 3 \end{bmatrix} \quad A^3 = \begin{bmatrix} -4 & 1 & 3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -10 & 1 & 7 \end{bmatrix}$$

۳۵- گزینه ۲

$$c = 3 \leadsto e = \frac{c}{a} = \frac{1}{3} = \frac{3}{9} \leadsto a = 9 \leadsto b = \sqrt{11-9} = 2\sqrt{2} \leadsto 2b = 4\sqrt{2}$$

۳۶- گزینه ۱



کافیست طول تصویر بردار $\vec{a}$ را روی بردار $\vec{b} \times \vec{c}$ را محاسبه کنیم:

$$\vec{b} \times \vec{c} = (1, 10, -4) \quad \vec{a}' = \frac{(\vec{b} \times \vec{c}) \cdot \vec{a}}{|\vec{b} \times \vec{c}|^2} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})$$

$$\vec{a}' = \frac{14 - 30 - 14}{1^2 + 10^2 + (-4)^2} (1, 10, -4) = \left(-\frac{4}{3}, -\frac{5}{3}, \frac{2}{3}\right)$$

$$|\vec{a}'| = \sqrt{\frac{14}{9} + \frac{25}{9} + \frac{4}{9}} = \sqrt{5}$$

۳۷-

طبق معومات مساله مجموع ارقام این عدد ۵ رقمی ۱۰ و ۲۴ خواهد بود چون ۴۷ و بیشتر ارقام پذیر نیست.

برای مجموع ۱۰ فقط یک حالت وجود دارد: ۱۰۰۰۰

برای مجموع ۲۴: ۴۵۵۵۵ وجود دارد که تعداد آن $\frac{5!}{4!1!} = 5$ پس در کل ۴ حالت وجود دارد

۳۸- گزینه ۳

در عدد ۴۰۷ و ۵۹۲ هر دو بر ۳۷ بخش پذیرند:

$$407 + 5925 = 37(112 + 160) = 37 \times 1 = 37 \leadsto 3 + 7 = 10$$

$\begin{matrix} 3 & \swarrow & \searrow \\ & \min & \\ & 3 & -2 \end{matrix}$

۳۹- گزینه ۲

ابتدا اعداد دلخواه را انتخاب می‌کنیم (بهترین حالت ممکن) و در اولین عدد زوج $\{3, 4, 5, 7, 13, 17, 19\}$

همین عدد حتماً با یکی از اعداد موجود مقسوم علیه مشترک خواهد داشت.

چون $|A| = 1$ لذا اگر K_1 دلار است $(\frac{1}{2}) = 28$ یال است. اگر هر ۴ یال را از یک رأس برداریم درجه آن رأس از ۷ به ۳ تقلیل می یابد که حداقل ۵ ممکن است.

رفسن خاصه خان ۱۴۰۳، ۲، ۴