

(۱)

شیوه‌سازی درس ریاضی کنکور انسانی اردیبهشت ۱۴۰۳

۱- اگر $\frac{n(A \cup B)}{n(A \cap B)}$ کدام است؟ (A و B ناتهی هستند.)

۴/۵ (۴)

۸/۵ (۳)

۲/۵ (۲)

۶/۵ (۱)

۲- زهرا و مریم یک قالی را با هم می‌بافند. اگر مریم به تنها یی قالی را بیافد، ۳۰ روز زودتر از زهرا تمام می‌کند و اگر

دو تایی با هم بیافند، کار قالی ۲۰ روزه تمام می‌شود. زهرا در چند روز کار را تمام می‌کند؟

۵۵ (۴)

۶۰ (۳)

۴۵ (۲)

۵۰ (۱)

۳- مجموع جواب‌های معادله $\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+3} = \frac{x^2 + 1}{x^2 + x - 6}$ کدام است؟

۴ (۴)

۰ (۳) صفر

-۱ (۲)

-۲ (۱)

۴- در معادله درجه دوم $3x^2 + (k+2)x + k - 1 = 0$ هرگاه مجموع دو ریشه حقیقی برابر $\frac{1}{3}$ باشد. آن‌گاه ریشه منفی آن کدام است؟

- $\frac{7}{3}$ (۴)- $\frac{4}{3}$ (۳)

-۱ (۲)

-۲ (۱)

۵- مساحت محصور بین نمودار تابع $f(x)$ و محورهای مختصات کدام است؟

$$f(x) = \begin{cases} -x + 3 & ; x \leq 4 \\ -1 & ; 4 < x < 8 \\ x - 9 & ; x \geq 8 \end{cases}$$

۱۰ (۴)

 $\frac{19}{2}$ (۳) $\frac{17}{2}$ (۲)

۵ (۱)

۶- اگر جدول زیر، بیانگر تابع f باشد، حاصل $a \times b$ کدام است؟

x	1	۳	۱	۳
y	$\sqrt{a-b}$	$\sqrt{2a+2}$	$\sqrt{6a+2b}$	$\sqrt{a+b}$

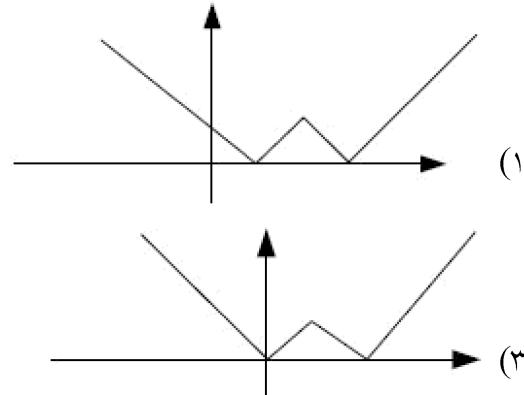
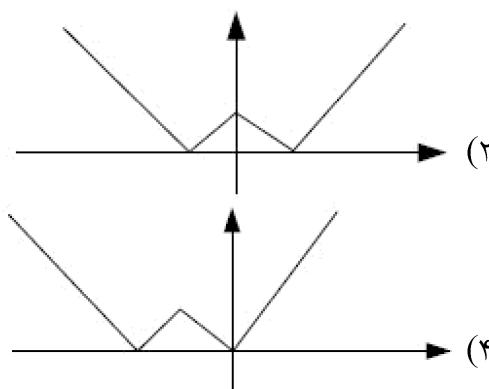
 $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{-3}{4}$ (۱) $-\frac{2}{5}$ (۴) $\frac{2}{5}$ (۳)

۷- اگر f تابع همانی و g تابع ثابت باشد و g تابع f را در نقطه‌ی $\left[\frac{2a-1}{a+2} \right]$ قطع کند، مقدار $\frac{(f+g)(2)}{(f-g)(1)}$ کدام است؟

- $\frac{5}{2}$ (۴) $\frac{5}{4}$ (۳) $-\frac{7}{4}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۱)

(۲)

شبیه‌سازی درس ریاضی کنکور انسانی اردیبهشت ۱۴۰۳

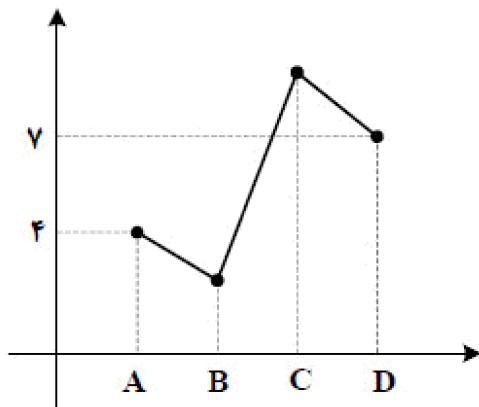
۸- اگر $f(-x) = |1 - |1 - x||$ باشد، نمودار تابع $f(x)$ کدام است؟۹- در تابع خطی $f(x) = ax + b$ و نمودار f محور x را در $\frac{1}{3}$ قطع می‌کند.تابع درجه دوم $g(x) = x^2 + ax + b$ از کدام ناحیه مختصاتی نمی‌گذرد؟

(۴) اول و دوم

(۳) سوم و چهارم

(۲) چهارم

(۱) سوم

۱۰- نمودار زیر، تعداد فروش یک نوع کالا توسط چهار فروشنده با اسامی D , C , B و A را نشان می‌دهد. اگر میانگین فروش این چهار نفر برابر ۵ باشد، کدام عدد زیر می‌تواند تعداد فروش C باشد؟

۶ (۱)

۷ (۲)

۸ (۳)

۹ (۴)

۱۱- کدام گزاره، همارز گزاره $(\sim p \Leftrightarrow q) \vee p$ است؟ p (۴) $\sim q$ (۳) $p \vee q$ (۲) $\sim p \vee \sim q$ (۱)

۱۲- در یک منطقه ۱۲۰ نفر ساکن هستند. دولت به ۵۰ نفر، یارانه کمک معیشتی ۷۲۰,۰۰۰ ریالی پرداخت می‌کند. اگر خط فقر با استفاده از میانگین درآمد محاسبه شود، بعد از پرداخت یارانه، خط فقر چه تغییری می‌کند؟

(۱) ثابت می‌ماند.

(۲) ۱۴,۴۰۰ ریال افزایش می‌یابد.

(۳) ۳۰۰,۰۰۰ ریال افزایش می‌یابد.

(۴) ۱۵۰,۰۰۰ ریال افزایش می‌یابد.

۱۳- به ازای چند مقدار k ، جواب معادله $\frac{5-t}{3+2t} = \frac{7t+1}{k^2 - (2t+1)}$ است؟(۴) هیچ مقداری از k

(۳)

(۲)

(۱)

(۳)

شبیه‌سازی درس ریاضی کنکور انسانی اردیبهشت ۱۴۰۳

۱۴- اگر انحراف معیار داده‌های $a + 1, b + 2, c + 5$ برابر صفر باشد، نسبت انحراف معیار به میانه داده‌های a, b, c کدام است؟

$$\frac{1}{3} (4)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3} (3)$$

۱ (۲)

$$\frac{\sqrt{6}}{9} (1)$$

۱۵- می خواهیم از بین ۴ کتاب ریاضی متفاوت و ۶ کتاب ادبیات متفاوت، ۵ کتاب به‌طوری که تعداد کتاب‌های ریاضی بیشتر از کتاب‌های ادبیات باشد، انتخاب کنیم و آنها را در یک قفسه طوری بچینیم به‌طوری که کتاب‌های ریاضی کنار هم و کتاب‌های ادبیات کنار هم باشند. این کار به چند روش امکان‌پذیر است؟

۱۸۲۲ (۴)

۱۷۲۸ (۳)

۱۰۲۴ (۲)

۱۴۴۰ (۱)

۱۶- از ظرفی شامل ۷ مهره‌ی سیاه و ۵ مهره‌ی سفید، ۳ مهره به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آن‌که حداقل یک مهره سیاه باشد، چه قدر است؟

$$\frac{19}{22} (4)$$

$$\frac{29}{33} (3)$$

$$\frac{32}{33} (2)$$

$$\frac{21}{22} (1)$$

۱۷- بین دو عدد ۲۴ و ۱۲۴، n عدد به گونه‌ای قرار می‌دهیم که یک دنباله‌ی حسابی با اختلاف مشترک d تشکیل دهند که از ۲۴ شروع و به ۱۲۴ ختم می‌شود. اگر اختلاف کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین آن n عدد برابر ۸۰ باشد، آن‌گاه مقدار $\frac{n}{d}$

کدام است؟

۰/۶ (۴)

۰/۹ (۳)

۰/۷ (۲)

۰/۸ (۱)

۱۸- جملات دوم، هفتم و یازدهم یک دنباله‌ی حسابی غیرثابت، سه جمله‌ی متولی یک دنباله‌ی هندسی هستند، در این صورت چندمین جمله‌ی دنباله‌ی حسابی صفر است؟

(۴) بیست و هفتم

(۳) بیست و ششم

(۲) بیست و چهارم

(۱) بیست و سوم

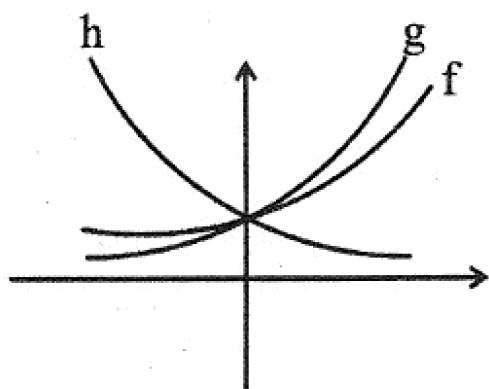
۱۲ (۴)

۱۹- اگر $125^x = (0/04)^2$ باشد، مقدار x کدام است؟

۱۰ (۳)

۸ (۲)

۶ (۱)



۲۰- نمودار توابع نمایی $h(x) = b^x$, $g(x) = a^x$, $f(x) = 5^x$ و در شکل مقابل رسم شده‌اند. اگر f و h نسبت به محور y ها متقارن باشند، حاصل $a + b$ کدام گزینه می‌تواند باشد؟

۱ (۱)

۴ (۲)

۵ (۳)

۱۱ (۴)

تبلیغ و تنظیم: کوهیار عیوضی
موفق باشید.

(۱)

پاسخ تشریحی شبیه‌سازی درس ریاضی کنکور انسانی اردیبهشت ۱۴۰۳

۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$n(B) = x \Rightarrow \begin{cases} n(A) = x \Rightarrow n(A) = \frac{x}{2} \\ n(B) = x \\ 5n(A \cap B) = x \Rightarrow n(A \cap B) = \frac{x}{5} \end{cases}$$

$$\frac{n(A \cup B)}{n(A \cap B)} = \frac{n(A) + n(B) - n(A \cap B)}{n(A \cap B)} = \frac{\frac{3}{2}x - \frac{x}{5}}{\frac{x}{5}} = \frac{\cancel{x} \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{5} \right)}{\cancel{x}} = \frac{13}{2} = 6.5$$

۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر کل کار را با A نمایش دهیم و تعداد روزهایی که زهرا نیاز دارد را با x , یعنی زهرا در هر روز $\frac{A}{x}$ قالی می‌بافد. از طرفی مریم در $30 - x$ روز کار را انجام می‌دهد، یعنی روزی $\frac{A}{30 - x}$ قالی می‌بافد. از

طرفی دو نفری با هم، روزی $\frac{A}{20}$ کار می‌کنند، بنابراین داریم:

$$\frac{A}{x} + \frac{A}{x+30} = \frac{A}{20} \xrightarrow{\div A} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x+30} = \frac{1}{20} \right) \times (20(x(x-30)))$$

$$\Rightarrow 20(x-30) + 20x = x(x-30) \Rightarrow 20x = x^2 - 30x \Rightarrow x^2 - 70x + 600 = 0$$

$$\Rightarrow (x-10)(x-60) = 0 \Rightarrow x = 60, x = 10$$

چون مریم کار را سریع‌تر انجام می‌دهد، $x = 10$ نمی‌تواند جواب باشد، بنابراین تعداد روزهایی که زهرا لازم دارد برابر $x = 60$ است.

۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+3} = \frac{x+3-x+2}{(x-2)(x+3)} = \frac{5}{x^2+x-6}$$

$$\frac{5}{x^2+x-6} = \frac{x^2+1}{x^2+x-6} \Rightarrow x^2+1=5 \Rightarrow x^2=4 \Rightarrow x=\pm 2$$

ولی با توجه به دامنه $x = 2$ غیرقابل قبول است.

$$D : R - \{2, -3\}$$

بنابراین فقط $x = -2$ قابل قبول است و در نتیجه گزینه ۱ صحیح است.

(۲)

پاسخ تشریحی شبیه‌سازی درس ریاضی کنکور انسانی اردیبهشت ۱۴۰۳

۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$3x^2 + (k+2)x + k - 1 = 0$$

$$\frac{\text{مقایسه با فرم استاندارد}}{ax^2 + bx + c = 0} \rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = k+2 \\ c = k-1 \end{cases}$$

$$S = -\frac{b}{a} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{-(k+2)}{3} \Rightarrow k+2 = -1 \Rightarrow k = -3$$

حال با جایگذاری k در خود معادله داریم:

$$3x^2 + (-3+2)x + (-3-1) = 0 \Rightarrow 3x^2 - x - 4 = 0$$

$$\frac{\text{مقایسه با فرم استاندارد}}{ax^2 + bx + c = 0} \rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -1 \\ c = -4 \end{cases}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4 \times (3) \times (-4) = 1 + 48 = 49$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x_1 = \frac{-(-1) + \sqrt{49}}{2 \times 3} = \frac{1+7}{6} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x_2 = \frac{-(-1) - \sqrt{49}}{2 \times 3} = \frac{1-7}{6} = \frac{-6}{6} = -1$$

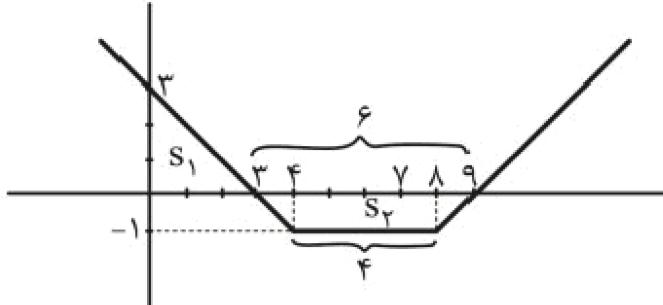
۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا نمودار تابع را رسم می‌کنیم:

$$\begin{cases} -x + 3 & x \leq 4 \\ -1 & 4 < x < 8 \\ x - 9 & x \geq 8 \end{cases}$$

$$S_1 = \frac{\text{ارتفاع}}{2} = \frac{3 \times 3}{2} = \frac{9}{2}$$

$$S_2 = \frac{(\text{ارتفاع بزرگ} + \text{ارتفاع کوچک}) \times 1}{2} = \frac{(4+6) \times 1}{2} = 5$$

$$S_{\text{کل}} = S_1 + S_2 = \frac{9}{2} + 5 = \frac{19}{2}$$



تهیه و تنظیم: کوهیار عیوضی ۰۹۱۹۴۸۳۷۹۶۴

پاسخ تشریحی شبیه‌سازی درس ریاضی کنکور انسانی اردیبهشت ۱۴۰۳

(۳)

۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. عدد ۱ در ردیف بالای جدول (X ها) دوبار تکرار شده پس y های آنها نیز باید با هم برابر باشند:

$$\begin{aligned} \sqrt{a-b} &= \sqrt{a+2b} \Rightarrow \sqrt{a-b} = \sqrt{4(a+2b)} \\ \Rightarrow a-b &= 4a+8b \Rightarrow 3a+9b=0 \xrightarrow{\div 3} a+3b=0 \quad (1) \end{aligned}$$

همچنین عدد ۳ در ردیف بالا دوبار تکرار شده بنابراین خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \sqrt{2a+2} &= \sqrt{a+b} \Rightarrow 2a+2=a+b \Rightarrow a-b=-2 \quad (2) \\ \xrightarrow{(2) \text{ و } (1) \times (-1)} \quad \left\{ \begin{array}{l} a+3b=0 \\ a-b=-2 \end{array} \right. &\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} -a-3b=0 \\ a-b=-2 \end{array} \right. \\ -4b &= -2 \Rightarrow b=\frac{1}{2} \Rightarrow a=\frac{-3}{2} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow a \times b = \frac{-3}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{-3}{4}$$

۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 2a-1 \\ a+2 \end{bmatrix}$ روی تابع همانی $f(x) = x$ قرار دارد، پس:

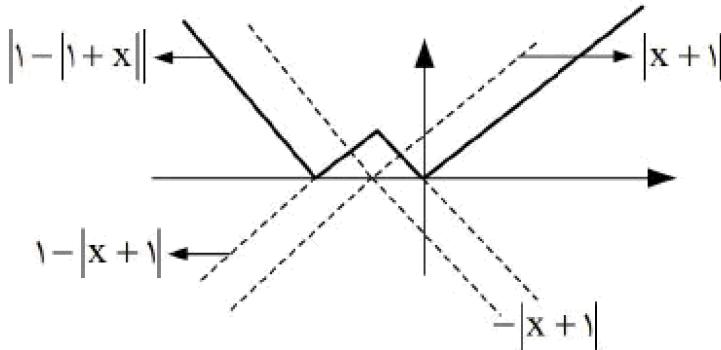
$$\sqrt{2a-1} = a+2 \Rightarrow a = 3$$

یعنی تابع $f(x) = g(x) = k$ در نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 5 \\ 5 \end{bmatrix}$ یکدیگر را قطع می‌کنند، پس:

$$g(x) = 5 \Rightarrow \frac{(f+g)(2)}{(f-g)(1)} = \frac{f(2)+g(2)}{f(1)-g(1)} = \frac{2+5}{1-5} = -\frac{7}{4}$$

$$f(-x) = |1 - |1 + (-x)|| \Rightarrow f(x) = |1 - |1 + x||$$

۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



(۴)

پاسخ تشریحی شبیه‌سازی درس ریاضی کنکور انسانی اردیبهشت ۱۴۰۳

۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{array}{l} f(-1) = 1 \Rightarrow 1 = -a + b \Rightarrow b - a = 1 \\ f(\frac{1}{3}) = 0 \Rightarrow 0 = \frac{1}{3}a + b \xrightarrow{\times 3} a + 3b = 0 \end{array}$$

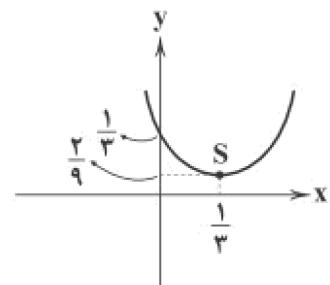
دو رابطه را با هم جمع می‌کنیم:

$$b + 3b = 1 \Rightarrow b = \frac{1}{4} \xrightarrow{a = -3b} a = -\frac{1}{4}$$

$$g(x) = x^2 - \frac{1}{4}x + \frac{1}{4}$$

$$\begin{aligned} x_s &= \frac{-\left(-\frac{1}{4}\right)}{2(1)} = \frac{\frac{1}{4}}{2} = \frac{1}{4} \Rightarrow y_s = \left(\frac{1}{4}\right)^2 - \frac{1}{4}\left(\frac{1}{4}\right) + \frac{1}{4} \\ &\Rightarrow y_s = \frac{1}{16} - \frac{1}{16} + \frac{1}{4} = \frac{1}{16} + \frac{1}{4} = \frac{-1+3}{16} = \frac{2}{16} = \frac{1}{8} \Rightarrow S = \left(\frac{1}{4}, \frac{1}{8}\right) \end{aligned}$$

$$x = 0 \Rightarrow g(0) = b = \frac{1}{4}$$



۱۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

B میزان فروش $x = x$, $0 < x < 4$ C میزان فروش $y > v$

$$\bar{x} = 5 \Rightarrow \frac{4+x+y+v}{4} = 5 \Rightarrow 11+x+y = 20 \Rightarrow x+y = 9$$

اگر $y = 9$ آنگاه $x = 0$ که غیرقابل قبول است، پس $y = 8$.

۱۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

p	q	$\sim p$	$\sim p \Leftrightarrow q$	$(\sim p \Leftrightarrow q) \vee p$
د	د	ن	ن	د
د	ن	ن	د	د
ن	د	د	د	د
ن	ن	د	ن	ن

معادل ارزش $p \vee q$ است.

(۵)

پاسخ تشریحی شبیه‌سازی درس ریاضی کنکور انسانی اردیبهشت ۱۴۰۳

۱۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$= \frac{50 \times 720,000}{120} = 300,000$$

میزان افزایش میانگین درآمد

پس نصف این مقدار یعنی ۱۵۰,۰۰۰ ریال، خط فقر افزایش می‌یابد.

۱۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$t = 4 \Rightarrow \frac{5 - 4}{3 + 8} = \frac{29}{k^2 - 81} \Rightarrow \frac{1}{11} = \frac{29}{k^2 - 81} \Rightarrow k^2 - 81 = 29 \times 11$$

$$k^2 = 81 + 29 \times 11 \Rightarrow k^2 = 81 + \underbrace{29 \times 11}_{\text{دو مقدار برای } k \text{ وجود دارد.}}$$

یک عدد مثبت

$$k^2 = 400 \Rightarrow k = \pm 20 \quad : \text{محاسبه } k$$

۱۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اگر انحراف معیار یک سری داده آماری برابر صفر باشد داده‌ها با هم برابرند. بنابراین:

$$2a + 1 = 5 \Rightarrow a = 2$$

$$b + 2 = 5 \Rightarrow b = 3$$

$$c + 1 = 5 \Rightarrow c = 4$$

برای محاسبه واریانس داده‌های ۴ و ۳ و ۲ داریم:

$$\bar{x} = \frac{2 + 3 + 4}{3} = 3$$

$$\sigma^2 = \frac{(2 - 3)^2 + (3 - 3)^2 + (4 - 3)^2}{3} = \frac{1 + 0 + 1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \sigma = \sqrt{\frac{2}{3}}, \text{ میانه} = 3$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{9}$$

نسبت خواسته شده

(۶)

پاسخ تشریحی شبیه‌سازی درس ریاضی کنکور انسانی اردیبهشت ۱۴۰۳

۱۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا ۵ کتاب را به‌طوری که تعداد کتاب‌های ریاضی بیشتر باشد، انتخاب می‌کیم و طبق شرایط مسئله جایگشت می‌دهیم، این کار به دو حالت زیر امکان‌پذیر است:

$$4 = \binom{4}{4} \times \binom{6}{1} \times 4! \times 1! \times 2! = 1 \times 6 \times 24 \times 1 \times 2 = 288$$

یا

$$3 = \binom{4}{3} \times \binom{6}{2} \times 3! \times 2! \times 2! = 4 \times 15 \times 6 \times 2 \times 2 = 1440$$

$$\xrightarrow{\text{اصل جمع}} 288 + 1440 = 1728$$

۱۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$n(S) = \binom{12}{3} = \frac{12!}{9! \times 3!} = \frac{12 \times 11 \times 10}{3 \times 2 \times 1} = 220$$

ابتدا احتمال متمم پیشامد آن که حداقل یک مهره سیاه باشد را حساب می‌کنیم:

$$n(A') = \binom{5}{3} = \frac{5!}{2! \times 3!} = 10$$

$$\Rightarrow P(A') = \frac{10}{220} = \frac{1}{22} \Rightarrow P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{1}{22} = \frac{21}{22}$$

۱۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$24, \underbrace{a_1, \dots, a_n}_{+d}, 124$$

$$a_n = 124 - d : \text{فرض مسئله} \quad a_1 - a_n = 80 \quad \xrightarrow{a_1 = 24 + d} (124 - d) - (24 + d) = 80$$

$$\Rightarrow 100 - 2d = 80 \Rightarrow 2d = 20 \Rightarrow d = 10 \Rightarrow \begin{cases} a_1 = 24 + d = 24 + 10 = 34 \\ a_n = 124 - d = 124 - 10 = 114 \end{cases}$$

برای محاسبه‌ی n از فرمول $a_n = a_1 + (n - 1)d$ استفاده می‌کنیم:

$$a_n = a_1 + (n - 1)d \Rightarrow 114 = 34 + (n - 1)(10) \Rightarrow 80 = 10(n - 1) \Rightarrow n - 1 = 8$$

$$\Rightarrow n = 9 \Rightarrow \frac{n}{d} = \frac{9}{10} = 0.9$$

(۷)

پاسخ تشریحی شبیه‌سازی درس ریاضی کنکور انسانی اردیبهشت ۱۴۰۳

۱۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} a_1 + d, a_1 + 6d, a_1 + 10d &\xrightarrow{\text{در دنباله هندسی}} (a_1 + d)(a_1 + 10d) = (a_1 + 6d)^2 \\ \Rightarrow a_1^2 + 11a_1d + 10d^2 &= a_1^2 + 36d^2 + 12a_1d \\ \Rightarrow a_1d + 26d^2 &= 0 \xrightarrow{d \neq 0} a_1 + 26d = 0 \Rightarrow a_{27} = 0 \end{aligned}$$

۱۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} 125^x &= (5^4)^x = 5^{4x} \\ (0.104)^2 &= \left(\frac{4}{100}\right)^2 = \left(\frac{1}{25}\right)^2 = \left(\frac{1}{5^2}\right)^2 = \frac{1}{5^4} = 5^{-4} \\ 625^{x-2} &= (5^4)^{x-2} = 5^{4x-8} \\ 5^{3x} &= 5^{-4} \times 5^{4x-8} \quad \text{عبارت} \\ \Rightarrow 5^{3x} &= 5^{4x-12} \Rightarrow 3x = 4x - 12 \Rightarrow 3x - 4x = -12 \\ \Rightarrow -x &= -12 \Rightarrow x = 12 \end{aligned}$$

۲۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. از آنجا که در x نمودار g بالاتر از نمودار f قرار گرفته، پس:

از طرفی نمودار h یک نمودار نمایی کاهشی است ($1 < b < 0$) و از آنجا که قرینه نمودار $f(x) = 5^x$ نسبت به محور y ها است، $h(x) = \left(\frac{1}{5}\right)^x$ بوده و $b = \frac{1}{5}$ بنا براین: تنها گزینه‌ای که در این شرط صدق می‌کند، گزینه ۴ است.