

۱۱۱ - سهمی $y = -mx^2 + mx + 1$ و خط $y = -m - x$ یکدیگر را در هیچ نقطه‌ای قطع نمی‌کنند. حدود m شامل چند مقدار صحیح است؟

۳ (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) ۴ (۴) ✓ صفر

$$-mx^2 + mx + 1 = -m - x$$

$$\Rightarrow mx^2 - (m+1)x - m - 1 = 0 \quad \Delta < 0$$

$$\Rightarrow \Delta = 5m^2 + 7m + 1 < 0 \quad \Rightarrow -\frac{1}{5} < m < -1$$

عذر صحت

۱۱۲ - اگر $f = \{(\frac{1}{9}, -1), (\frac{1}{3}, 1), (-\frac{1}{9}, 3), (\frac{1}{9}, -3)\}$ و $g(x) = -|x|\sqrt{x}$ باشد، مقدار a کدام است؟

$\frac{1}{8}$ (۴) $-\frac{1}{8}$ (۳) ✓ $\frac{1}{9}$ (۲) $-\frac{1}{9}$ (۱)

$$f(g^{-1}(a)) = -3 \Rightarrow g^{-1}(a) = \frac{1}{\varepsilon} \rightarrow g\left(\frac{1}{\varepsilon}\right) = a$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{\varepsilon} \times \frac{1}{\varepsilon} = a \rightarrow a = -\frac{1}{\varepsilon^2}$$

۱۱۳- اگر α و β صفرهای سهمی $y = 25\alpha x^2 + 4x + \beta$ و $\beta > \alpha$ باشد، رأس این سهمی در کدام ناحیه از صفحه مختصات قرار دارد؟

چهارم (۴)

سوم (۳)

دوم (۲)

اول (۱) ✓

$$\alpha + \beta = -\frac{\epsilon}{25\alpha} \quad (1)$$

$$\alpha\beta = \frac{\beta}{25\alpha} \Rightarrow 25\alpha^2 = 1 \rightarrow \alpha = \pm \frac{1}{5} \quad (2)$$

$$(1), (2) \rightarrow \begin{cases} \alpha = \frac{1}{5} \rightarrow \frac{1}{5} + \beta = -\frac{\epsilon}{5} \rightarrow \beta = -1 - \frac{\epsilon}{5} \quad \times \\ \alpha = -\frac{1}{5} \rightarrow -\frac{1}{5} + \beta = \frac{\epsilon}{5} \rightarrow \beta = 1 + \frac{\epsilon}{5} \quad \checkmark \end{cases}$$

$$\rightarrow y = -5x^2 + 4x + 1 \Rightarrow \Delta = \frac{16}{25} \rightarrow \text{قرار}$$

۱۱۴- به ازای چند مقدار طبیعی از دامنه تابع $y = -\frac{1}{3-x}$ ، نمودار این تابع بالای $y = -4$ و پایین $y = 0$ قرار دارد؟

۱ (۴)

۲ (۳) ✓

۳ (۲)

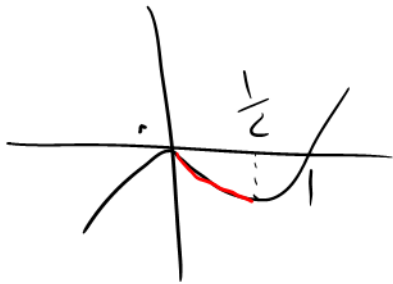
۴ (۱)

$$-4 < \frac{1}{x-3} < 0 \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{x-3} < 0 \\ \frac{1}{x-3} > -4 \end{cases} \rightarrow x < \frac{11}{4}$$

$$x = 1, 2$$

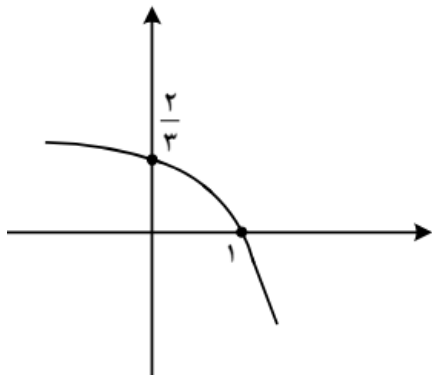
۱۱۵- تابع $y = (x-1)|x|$ در بازه (a, b) اکیداً نزولی است. مقدار $a+b$ کدام است؟

- $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۲) ✓ $\frac{1}{4}$ (۱)



$(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}) \rightarrow a+b = \frac{1}{2}$

۱۱۶- شکل زیر نمودار تابع $f(x) = 1 + cx^{a+bx}$ است. مقدار $f(-1)$ کدام است؟



$\frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{2} = 1 + cx^a$
 $\Rightarrow \frac{-1}{2c} = c^a$

- $\frac{10}{9}$ (۱)
 $\frac{8}{9}$ (۲) ✓
 $\frac{5}{3}$ (۳)
 $\frac{7}{8}$ (۴)

$\therefore \rightarrow 0 = 1 + cx^{a+b} \Rightarrow 0 = 1 + \cancel{c} x \frac{-1}{c} x^{a+b} \rightarrow \boxed{b=1}$ (۱)

$\rightarrow -1 = cx^{a+1} \Rightarrow \boxed{-\frac{1}{c} = cx^{a+1}}$ (۵)

$(۱), (۵) \rightarrow f = 1 - \frac{1}{c} x^{a+1} \xrightarrow{x=-1} \frac{1}{9}$

۱۱۷- اگر $y = \frac{x+2}{4} - \frac{\sqrt{x+1}}{2}$ ضابطه تابع وارون $y = ax + a\sqrt{x}$ باشد، مقدار a کدام است؟

۹ (۴)

۴ (۳) ✓

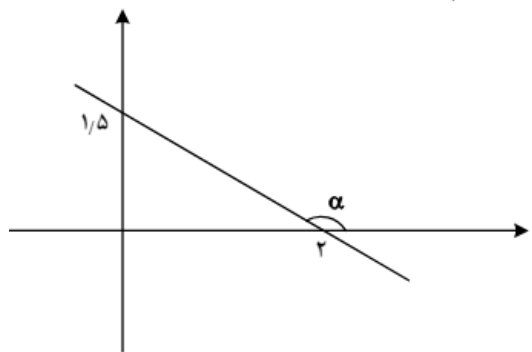
۳ (۲)

۲ (۱)

$$\checkmark \quad x=2 \rightarrow y = \frac{0}{4} - 1 = -\frac{1}{4} \Rightarrow \left| \begin{matrix} c \\ \frac{1}{4} \end{matrix} \right| \in f$$

$$\rightarrow \left| \begin{matrix} \frac{1}{4} \\ c \end{matrix} \right| \in f^{-1} \Rightarrow c = \frac{a}{4} + \frac{a}{c} \rightarrow a = 4$$

۱۱۸- در شکل زیر، زاویه α مشخص شده است. مقدار $\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$ کدام است؟


 $\frac{3}{4}$ (۱)

 $\frac{4}{3}$ (۲)

 $-\frac{3}{4}$ (۳)

 $-\frac{4}{3}$ (۴) ✓

$$\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$$

$$\tan \alpha = -\frac{y}{x} = -\frac{\frac{1}{5}}{2} = -\frac{1}{10} \rightarrow \frac{1}{\tan \alpha} = -\frac{10}{1} = -10$$

۱۱۹ - حاصل عبارت $\frac{3 \cos(248^\circ) - 2 \sin(158^\circ)}{\sin(202^\circ) - \cos(292^\circ)}$ کدام است؟

۲/۵ (۴) ✓ -۲/۵ (۳) -۰/۵ (۲) ۰/۵ (۱)

$$\frac{3 \cos(270 - 22) - 2 \sin(180 - 22)}{\sin(180 + 22) - \cos(270 + 22)} = \frac{-3 \sin 22 - 2 \sin 22}{-\sin 22 - \sin 22}$$

$$\frac{-5 \sin 22}{-2 \sin 22} = \frac{5}{2}$$

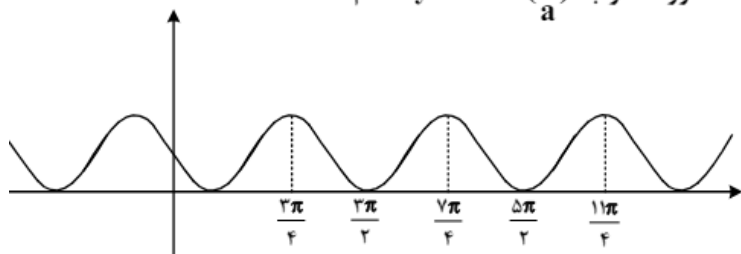
۱۲۰ - معادله مثلثاتی $\sin 2x - 4 \sin^2 x \cos x = 0$ چند جواب در بازه $(-\pi, \pi)$ دارد؟

۷ (۴) ۶ (۳) ۵ (۲) ✓ ۴ (۱)

$$\sin 2x - 2 \sin x \cdot \cos x = 0 \rightarrow \begin{cases} \sin 2x = 0 \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x = k\pi \rightarrow x = \frac{k\pi}{2} \rightarrow x = 0, \frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{2} \\ \sin x = \frac{1}{2} \rightarrow x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

۱۲۱- شکل زیر، نمودار تابع $y = 1 + \sin ax$ است. دوره تناوب $y = 3 \cos(\frac{x}{a})$ کدام است؟

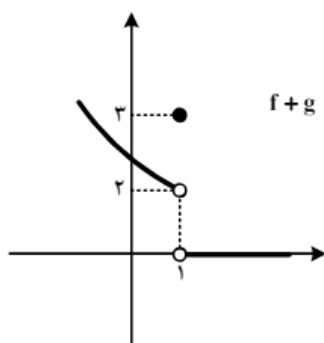
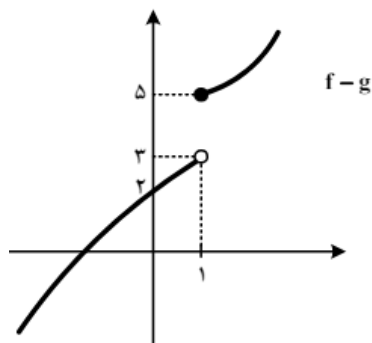


- ۴π (۱) ✓
- ۶π (۲)
- ۳π (۳)
- ۲π (۴)

$$T = \pi \rightarrow \frac{2\pi}{|a|} = \pi \rightarrow |a| = 2$$

$$y = 3 \cos \frac{x}{a} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\frac{1}{|a|}} = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi$$

۱۲۲- شکل‌های زیر، نمودار توابع $f+g$ و $f-g$ هستند. مقدار $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ کدام است؟



(۱) حد ندارد.

- ۲,۲۵ (۲)
- ۲,۵ (۳) ✓
- ۲,۷۵ (۴)

$$f(1^+) + g(1^+) = 0$$

$$f(1^-) + g(1^-) = 2$$

$$f(1^+) - g(1^+) = 0$$

$$f(1^-) - g(1^-) = 3$$

$$2f(1^+) = 0$$

$$2f(1^-) = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} f = 0$$

۱۲۳ - اگر $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} \frac{a + 2[-x]}{1 - 2x} = -\infty$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \left[\frac{x}{a} - x \right]$ کدام است؟

(۱) صفر (۲) -۲ (۳) ۱ (۴) -۱ ✓

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} \frac{a - 2x}{1 - 2x} = -\infty \rightarrow a - c > 0 \rightarrow a > c$$

$$\therefore a = \varepsilon \rightarrow \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \left[\frac{\frac{1}{2}\varepsilon}{\varepsilon} - \frac{1}{2} \right] = -1$$

۱۲۴ - تابع ناصفر $f(x) = b[x^2 - ax] - 2a$ در \mathbb{R} پیوسته است. مقدار $\frac{a}{f(b)}$ کدام است؟

(۱) $-\frac{1}{2}$ ✓ (۲) $-\frac{1}{4}$ (۳) ۱ (۴) صفر

$$\text{د اولی: } \boxed{b=0} \rightarrow f(x) = -2a$$

$$\therefore \frac{a}{f(b)} = \frac{a}{-2a} = -\frac{1}{2}$$

۱۲۵ - خط $7y - x = 5$ در ناحیه اول صفحه مختصات بر منحنی $y = \frac{ax-1}{3x+1}$ مماس است. مقدار a کدام است؟

$$\frac{9}{7} \quad (4)$$

$$\frac{4}{7} \quad (3)$$

$$4 \quad (2) \checkmark$$

$$3 \quad (1)$$



$$y_1 = y_2 \rightarrow y_1 - y_2 = 0, \Delta = 0$$

$$\frac{ax-1}{3x+1} = \frac{x+5}{7} \Rightarrow 7x^2 + (17-7a)x + 12 = 0$$

$$\Delta = (17-7a)^2 - 144 = 0 \rightarrow \begin{cases} a = \frac{8}{7} \\ a = 4 \end{cases} \rightarrow 7(x-2)^2 = 0 \quad x=2$$

نقطه برخورد ناحیه اول

۱۲۶ - آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x) = (x^2+1)^3(ax+1)$ در بازه $[-1, 0]$ برابر -11 است. آهنگ تغییر لحظه‌ای این

تابع در نقطه $x = -2a$ کدام است؟

$$-8 \quad (4)$$

$$8 \quad (3) \checkmark$$

$$-1 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

$$\frac{f(0) - f(-1)}{1} = -11 \rightarrow a = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow f(x) = (x^2+1)^3 \cdot \left(-\frac{x}{2}+1\right)$$

$$f' = 3(x^2+1)^2(2x) \left(-\frac{x}{2}+1\right) - \frac{1}{2}(x^2+1)^3 \quad \underline{x=1} \quad \wedge$$

۱۲۷- مقدار مینیمم نسبی تابع $y = x^3 - 12x + 2$ ، کدام است؟

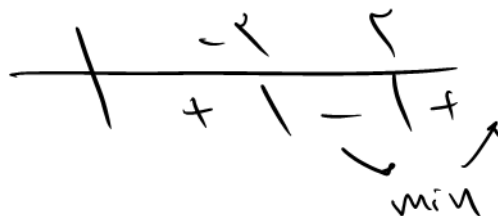
-۷ (۴)

-۹ (۳)

-۱۱ (۲)

-۱۴ (۱) ✓

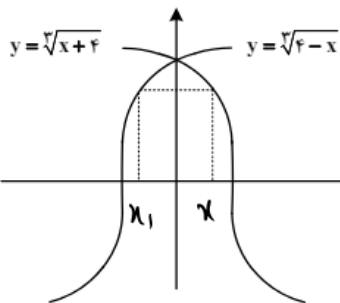
$$y' = 3x^2 - 12 = 0 \rightarrow x = \pm 2$$



$$\Rightarrow f(2) = -14$$

۱۲۸- مساحت بزرگ‌ترین مستطیل واقع در ناحیه‌های اول و دوم که دو رأس آن بر محور xها و دو رأس دیگر آن بر

نمودارهای داده‌شده در شکل زیر قرار دارد، کدام است؟



$$f(x_1) = f(x)$$

$$\sqrt[3]{x_1+4} = \sqrt[3]{4-x} \Rightarrow x_1 = -x$$

۲ (۱)

۳ (۲)

۴ (۳)

۶ (۴) ✓

$$* S = \frac{2x}{(x-x_1)} (\sqrt[3]{4-x}) \rightarrow S' = 2\sqrt[3]{4-x} - \frac{2x}{\sqrt[3]{(4-x)^2}} = 0$$

$$\Rightarrow 9(4-x) - 2x = 0 \rightarrow x = 3 \xrightarrow{*} S = 6$$

۱۲۹- برای داده‌های زیر، چارک اول و سوم به ترتیب برابر ۹ و ۳۹ است. اگر میانگین داده‌های بین چارک اول و چارک سوم

برابر ۲۶ باشد، میانگین داده‌های بزرگ‌تر از چارک سوم کدام است؟
 ۱) ۲۰ ۲) ۲۱/۸ ۳) ۴۵ ۴) ۵۴/۵ ✓

۱ ۳ ۹ ۱۸ ۲۷ ۳۶ ۴۵ ۵۴ ۶۳ ۷۲ ۸۱
 $x_1, x_2, (x_3), x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, (x_9), x_{10}, x_{11}$

$$\frac{18 + 27 + 36 + 45}{4} = 27 \rightarrow a = 36 \Rightarrow 2a + 1 = 73$$

$$\Rightarrow \frac{63 + 72}{2} = 67.5$$

۱۳۰- با حروف کلمه «آهنگری» چند کلمه ۶ حرفی می‌توان نوشت که حروف کلمه «گنه» کنار هم باشند؟

۱) ۲۴ ۲) ۷۲ ۳) ۱۴۴ ✓ ۴) ۲۱۶

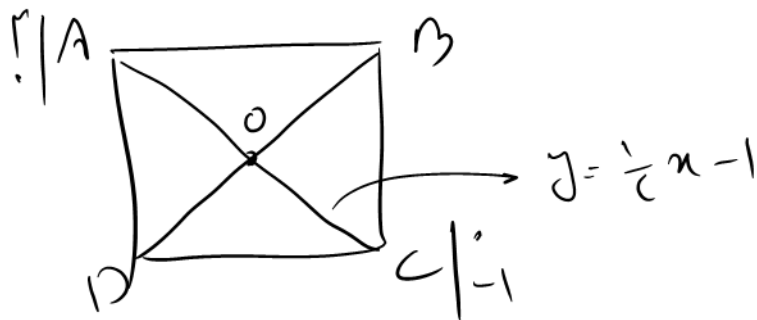
۳۱.

 ۴۱.

$$\Rightarrow 3! \times 3! = 36$$

۱۳۳- نقاط $A(2,0)$ و $C(0,-1)$ دو رأس یک مربع و روی یک قطر هستند. کدام نقطه یک رأس مربع روی قطر دیگر است؟

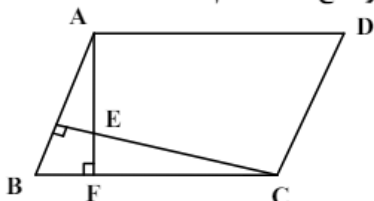
- (۱) $(0, \frac{3}{2})$
 (۲) $(\frac{3}{2}, -\frac{3}{2})$ ✓
 (۳) $(\frac{3}{4}, -\frac{5}{4})$
 (۴) $(\frac{5}{4}, \frac{1}{4})$



$0 \mid -\frac{1}{2}, m_{DB} = -2$

$\hookrightarrow DB: -2x + \frac{3}{2}$

۱۳۴- در متوازی‌الاضلاع شکل زیر، $AD=14$ ، $BF=6$ و $AE=8$ است. اندازه ارتفاع AF کدام است؟

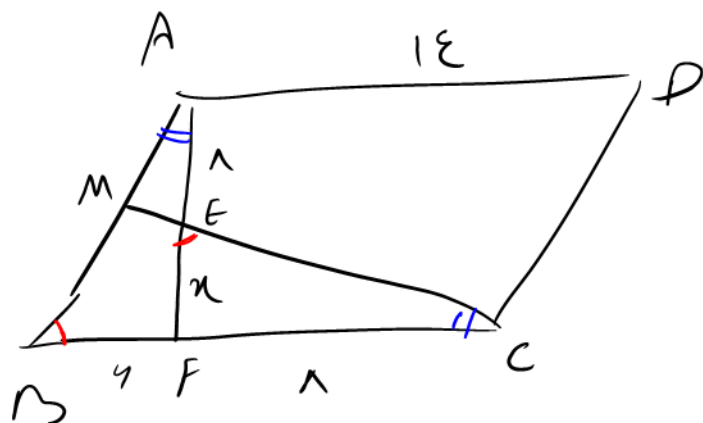


۱۶ (۱)

۱۴ (۲)

۱۲ (۳) ✓

۱۰ (۴)

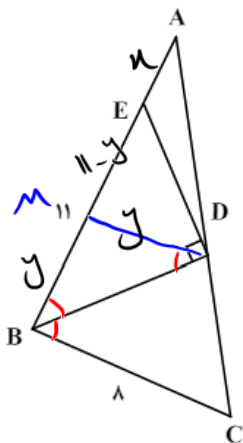


$\triangle AMF \sim \triangle EFC$

$\Rightarrow \frac{x}{x+8} = \frac{8}{6} \Rightarrow x = 8$

$\Rightarrow AF = 12$

۱۳۵- در شکل زیر، BD نیمساز است. اگر در مثلث BDE ارتفاع وارد بر ضلع BE موازی BC باشد، طول AE کدام است؟



۶,۶ (۱) ✓

۵,۴ (۲)

۳,۶ (۳)

۲,۴ (۴)

مساویت : $\triangle BMD \cong \triangle BDE \rightarrow MD = DE$

مساویت : $y^2 = y(11-y) \rightarrow y = 2,5$

پس : $\frac{x+2,5}{x+11} = \frac{2,5}{11} \rightarrow x = 7,7$

۱۳۶- اگر $B = \frac{\frac{2}{\sqrt{2}} + \sqrt{14}}{\frac{1}{\sqrt{2}} + \sqrt{14}}$ باشد، حاصل $3B+1$ کدام است؟

$2\sqrt{2}$ (۴)

$2\sqrt{2}$ (۳)

$\sqrt{2}$ (۲) ✓

$\sqrt{2}$ (۱)

$B = \frac{2 + \sqrt{28}}{1 + \sqrt{28}} = \frac{2 + 2,8}{1 + 2,8} = 1,00$

$\Rightarrow 3B+1 = 4,0$

۱۳۷- اگر $n(A \cup B) = 57$ و $n(A \cap B) = 3n(A - B) = 4n(B - A)$ باشد، تعداد اعضای مجموعه A کدام است؟

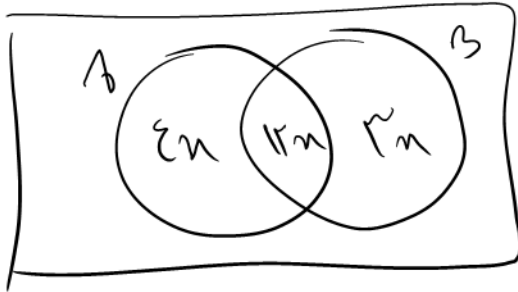
۴۸ (۴) ✓

۴۵ (۳)

۳۶ (۲)

۳۳ (۱)

$$n(A \cap B) = 3n(A - B) = 4n(B - A) = 12x$$



$$\rightarrow 4x + 12x + 3x = 57$$

$$x = 3 \rightarrow n(A) = 4 \times 3 = 12$$

۱۳۸- با اضافه کردن ۴ واحد به جملات اول و دوم یک دنباله حسابی، جملات اول و دوم دنباله حسابی جدید ساخته می شود. اختلاف جمله n ام دو دنباله کدام است؟

۶ (۴)

۲ (۳)

۸ (۲)

۴ (۱) ✓

(دنباله اول): ۱, ۳, ۵, ۷, ...

+ ۴

۵, ۷, ۹, ۱۱, ...



(اختلاف جمله) = ۴

۱۳۹- اگر $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 + 3} + 2a & |x| \leq 1 \\ ax^2 + 5 & |x| \geq 1 \end{cases}$ ، ضابطه تابع f باشد، مقدار $f(a)$ کدام است؟

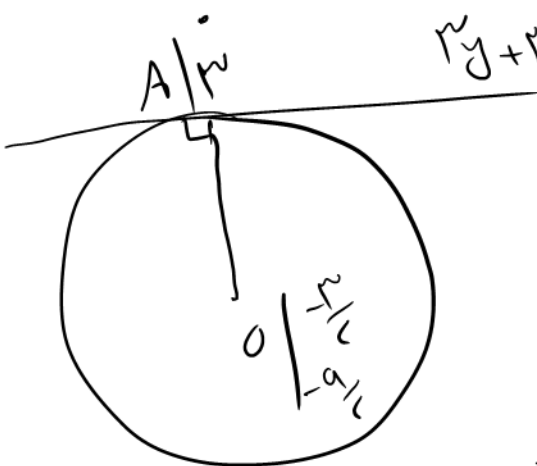
۱۴ (۴) ۲۵ (۳) ۳۲ (۲) ✓ ۴۶ (۱)

$$x = \pm 1 \rightarrow 2 + 2a = a + 5 \rightarrow a = 3$$

$$f = cx^2 + 5 \xrightarrow{x=3} c \cdot 9$$

۱۴۰- خط $3y + 2x = 9$ در نقطه $(0, 3)$ بر دایره $x^2 + y^2 + 2x + ay = c$ مماس است. مقدار a کدام است؟

-۱/۵ (۴) ✓ ۱/۵ (۳) -۳/۵ (۲) ۳/۵ (۱)



$$2y + 2x = 9 \rightarrow m = -\frac{1}{2}$$

$$m_{OA} = \frac{c + \frac{a}{2}}{\frac{c}{2}}$$

$$\Rightarrow \frac{c + \frac{a}{2}}{\frac{c}{2}} = \frac{3}{2} \Rightarrow a = -1/5$$