

پاسخ تشریحی سوالات کنکور رشته تجربی در اردیبهشت ۱۴۰۳ درس ریاضی تهیه و تنظیم: اردشیر مرادی

۱۱۱- سهمی $y = -mx^2 + mx + 1$ و خط $y = -m - x$ یکدیگر را در هیچ نقطه‌ای قطع نمی‌کنند. حدود m شامل چند مقدار صحیح است؟

۳ (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) صفر (۴)

$$-m - x = -mx^2 + mx + 1 \Rightarrow mx^2 - mx - 1 - m - x = 0 \Rightarrow$$

$$mx^2 - (m+1)x - (m+1) = 0 \Rightarrow \Delta = (m+1)^2 + 4m(m+1) < 0$$

$$\Delta m^2 + 6m + 1 < 0 \Rightarrow -1 < m < -\frac{1}{5} \Rightarrow m = 0 \Rightarrow \text{گزینه ۴}$$

۱۱۲- اگر $f = \{(\frac{1}{9}, -1), (\frac{1}{3}, 1), (-\frac{1}{4}, 2), (\frac{1}{4}, -2)\}$ و $g(x) = -|x|\sqrt{x}$ و $f \circ g^{-1}(a) = -3$ باشد، مقدار a کدام است؟

$\frac{1}{9}$ (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $-\frac{1}{8}$ (۳) $\frac{1}{8}$ (۴)

$$f \circ g^{-1}(a) = -3 \Rightarrow g^{-1}(a) = f^{-1}(-3) \Rightarrow g^{-1}(a) = \frac{1}{4} \Rightarrow a = g\left(\frac{1}{4}\right) = -\frac{1}{8}$$

۱۱۳- اگر α و β صفرهای سهمی $y = 25\alpha x^2 + 4x + \beta$ و $\beta > \alpha$ باشد، رأس این سهمی در کدام ناحیه از صفحه مختصات قرار دارد؟

اول (۱) دوم (۲) سوم (۳) چهارم (۴)

$$\begin{cases} \alpha\beta = \frac{\beta}{25\alpha} \\ \alpha + \beta = -\frac{4}{25\alpha} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 25\alpha^2\beta - \beta = 0 \Rightarrow \beta = 0 \times, \alpha = \pm \frac{1}{5} \\ \alpha + \beta = -\frac{4}{25\alpha} \Rightarrow 25\alpha^2 + 25\alpha\beta = -4 \Rightarrow \begin{cases} 5\alpha + \beta = 0 \\ 1 + 25\alpha\beta = -4 \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5\alpha + \beta = 0 \\ 25\alpha\beta = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha\beta = -\frac{1}{5} \Rightarrow \beta = 1 \Rightarrow x = -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{-10} \Rightarrow \text{اول} \end{cases}$$

۱۱۴- به ازای چند مقدار طبیعی از دامنه تابع $y = -\frac{1}{3-x}$ ، نمودار این تابع بالای $y = -4$ و پایین $y = 0$ قرار دارد؟

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

$$-4 < \frac{1}{x-3} < 0 \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{x-3} > -4 \\ \frac{1}{x-3} < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{4} < x < 3 \\ x < 3 \end{cases} \Rightarrow x < 3 \Rightarrow x = 1, 2$$

۱۱۵- تابع $y = (x-1)|x|$ در بازه (a, b) اکیداً نزولی است. مقدار $a + b$ کدام است؟

$\frac{3}{4}$ (۴)

$\frac{3}{2}$ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲)

$\frac{1}{4}$ (۱)

$$y = \begin{cases} x^2 - x & x \geq 0 \\ -x^2 + x & x < 0 \end{cases} \Rightarrow y' = \begin{cases} 2x - 1 & x \geq 0 \\ -2x + 1 & x < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 \leq x \leq \frac{1}{2} \\ x \in \emptyset \end{cases} \Rightarrow a + b = \frac{1}{2}$$

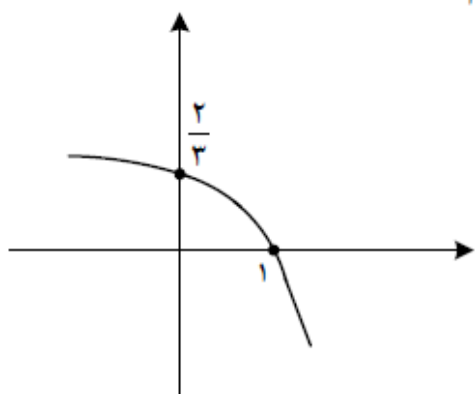
۱۱۶- شکل زیر نمودار تابع $f(x) = 1 + c \times 3^{a+bx}$ است. مقدار $f(-1)$ کدام است؟

$\frac{10}{9}$ (۱)

$\frac{8}{9}$ (۲)

$\frac{5}{3}$ (۳)

$\frac{7}{8}$ (۴)



$$\begin{cases} (1, 0) \\ (0, \frac{2}{3}) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 = 1 + c \times 3^{a+b} \\ \frac{2}{3} = 1 + c \times 3^a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -1 = c \times 3^{a+b} \\ \frac{-1}{3} = c \times 3^a \end{cases} \Rightarrow \frac{3^{a+b}}{3^a} = 3 \Rightarrow 3^b = 3 \Rightarrow b = 1$$

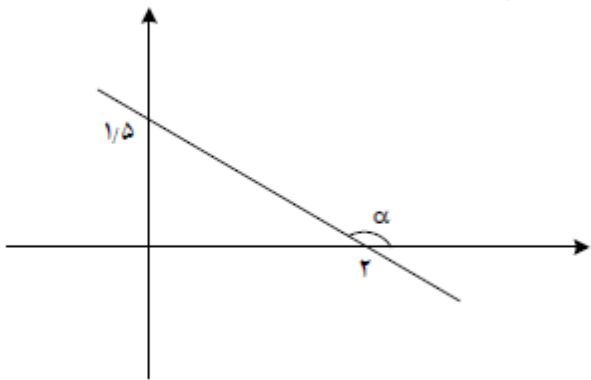
$$\begin{cases} f(-1) = 1 + c \times 3^{a-1} \\ \frac{-1}{3} = c \times 3^a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(-1) = 1 + \frac{c \times 3^a}{3} \\ \frac{-1}{9} = \frac{c \times 3^a}{3} \end{cases} \Rightarrow f(-1) = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$$

۱۱۷- اگر $y = \frac{x+2}{4} - \frac{\sqrt{x+1}}{2}$ ضابطه تابع وارون $y = ax + a\sqrt{x}$ باشد، مقدار a کدام است؟
 ۹ (۴) ۴ (۳) ۳ (۲) ۲ (۱)

نقطه $A(3, \frac{1}{4})$ روی تابع است پس نقطه $A'(\frac{1}{4}, 3)$ روی وارون تابع خواهد بود لذا

$$3 = \frac{a}{4} + \frac{a}{2} \Rightarrow a = 4$$

۱۱۸- در شکل زیر، زاویه α مشخص شده است. مقدار $\tan(\frac{7\pi}{3} - \alpha)$ کدام است؟



- $\frac{3}{4}$ (۱)
- $\frac{4}{3}$ (۲)
- $-\frac{3}{4}$ (۳)
- $-\frac{4}{3}$ (۴)

$$m = \frac{\frac{1}{5} - 0}{0 - 2} = -\frac{1}{10} = \tan \alpha \Rightarrow \cot \alpha = -\frac{10}{1} = \tan(\frac{\pi}{2} - \alpha)$$

۱۱۹- حاصل عبارت $\frac{3 \cos(248^\circ) - 2 \sin(158^\circ)}{\sin(202^\circ) - \cos(292^\circ)}$ کدام است؟

- $2/5$ (۴) $-2/5$ (۳) $0/5$ (۲) $5/5$ (۱)

$$\frac{3 \cos(248^\circ) - 2 \sin(158^\circ)}{\sin(202^\circ) - \cos(292^\circ)} = \frac{3 \cos(180^\circ + 68^\circ) - 2 \sin(90^\circ + 68^\circ)}{\sin(180^\circ + 22^\circ) - \cos(360^\circ - 68^\circ)} = \frac{-3 \cos(68^\circ) - 2 \cos(68^\circ)}{-\cos(68^\circ) - \cos(68^\circ)} = \frac{5}{2}$$

۱۲۰- معادله مثلثاتی $\sin 2x - 4 \sin^2 x \cos x = 0$ چند جواب در فاصله $(-\pi, \pi)$ دارد؟

۷ (۴)

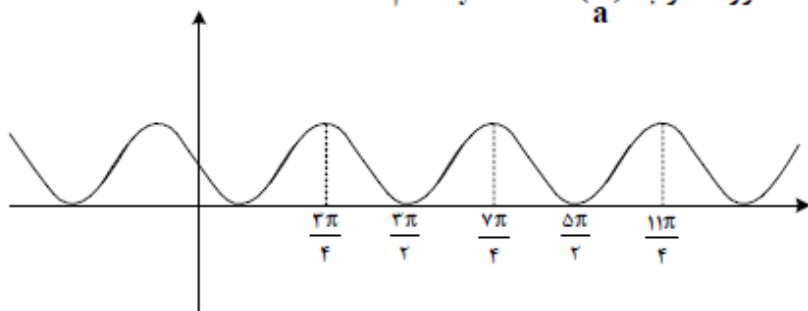
۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

$$\sin 2x - 2 \sin^2 x \sin x = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin 2x = 0 \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{k\pi}{2} \\ x = 2k\pi + \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6} \end{cases} \Rightarrow x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{\pi}{2}, 0, \frac{-\pi}{2}$$

۱۲۱- شکل زیر، نمودار تابع $y = 1 + \sin ax$ است. دوره تناوب $y = 3 \cos(\frac{x}{a})$ کدام است؟



۴π (۱)

۶π (۲)

۳π (۳)

۲π (۴)

$$T = \frac{5\pi}{4} - \frac{3\pi}{4} \Rightarrow T = \pi \quad \begin{cases} T = \frac{5\pi}{4} - \frac{3\pi}{4} \Rightarrow T = \pi \\ T = \frac{2\pi}{|a|} \end{cases} \Rightarrow \frac{2\pi}{|a|} = \pi \Rightarrow |a| = 2$$

$$y = 3 \cos\left(\frac{x}{a}\right) \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\left|\frac{1}{a}\right|} = 4\pi$$

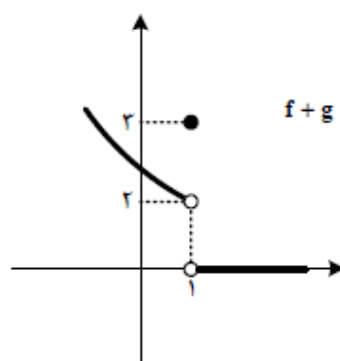
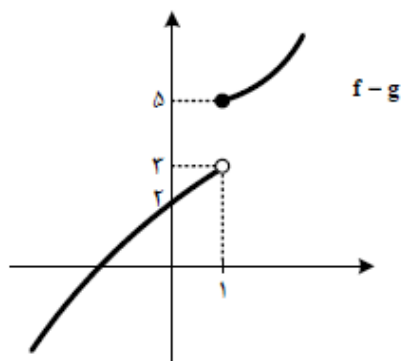
۱۲۲- شکل‌های زیر، نمودار توابع $f+g$ و $f-g$ هستند. مقدار $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ کدام است؟

حد ندارد. (۱)

۲/۲۵ (۲)

۲/۵ (۳)

۲/۷۵ (۴)



$$\begin{cases} 2 \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (f+g) + \lim_{x \rightarrow 1^+} (f-g) = 5 + 0 = 5 \\ 2 \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (f+g) + \lim_{x \rightarrow 1^-} (f-g) = 2 + 3 = 5 \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \frac{5}{2}$$

@riazibamoradi : تلگرام (مرادی) ۰۹۱۴۳۱۴۰۶۳۰

۱۲۳- اگر $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} \frac{a+3[-x]}{1-2x} = -\infty$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} \left[\frac{x}{a} - x \right]$ کدام است؟

(۱) صفر (۲) -۲ (۳) ۱ (۴) -۱

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} \frac{a+3[-x]}{1-2x} = -\infty \Rightarrow a - 3 = 0 \Rightarrow a = 3 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} \left[\frac{x}{a} - x \right] = -1$$

۱۲۴- تابع ناصفر $f(x) = b[x^2 - ax] - 2a$ در \mathbb{R} پیوسته است. مقدار $\frac{a}{f(b)}$ کدام است؟

(۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{1}{4}$ (۳) ۱ (۴) صفر

تابع همواره پیوسته می شود اگر $b = 0$ باشد. پس

$$\frac{a}{f(a)} = \frac{a}{-2a} \Rightarrow \frac{a}{f(a)} = -\frac{1}{2}$$

۱۲۵- خط $7y - x = 5$ در ناحیه اول صفحه مختصات بر منحنی $y = \frac{ax-1}{3x+1}$ مماس است. مقدار a کدام است؟

(۱) ۳ (۲) ۴ (۳) $\frac{4}{7}$ (۴) $\frac{9}{7}$

$$\frac{ax-1}{3x+1} = \frac{x+5}{7} \Rightarrow 3x^2 + 16x + 5 = 7ax - 7 \Rightarrow 3x^2 + (16-7a)x + 12 = 0 \Rightarrow$$

$$\Delta = (16-7a)^2 - 144 = 0 \Rightarrow (16-7a) = \pm 12 \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \times \\ a = \frac{4}{7} \end{cases}$$

۱۲۶- آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x) = (x^2+1)^3(ax+1)$ در بازه $[-1, 0]$ برابر -۱۱ است. آهنگ تغییر لحظه‌ای این تابع در نقطه $x = -2a$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۸ (۴) -۸

$$\frac{f(\cdot) - f(1)}{\cdot - 1} = -11 \Rightarrow 1 - 8(1-a) - 11 \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$$

$$f'(x) = 3(2x)(x^2+1)^2 \left(-\frac{1}{2}x+1\right) - \frac{1}{2}(x^2+1)^2 \Rightarrow f'(1) = 8$$

۱۲۷- مقدار مینیمم نسبی تابع $y = x^3 - 12x + 2$ ، کدام است؟

- (۱) -۱۴ (۲) -۱۱ (۳) -۹ (۴) -۷

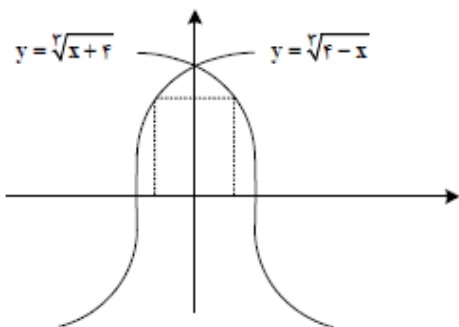
x		-2		2	
y'	+	0	-	0	+

$$y' = 3x^2 - 12 \Rightarrow x = \pm 2$$

$$x = 2 \Rightarrow y = -14$$

۱۲۸- مساحت بزرگ‌ترین مستطیل واقع در ناحیه‌های اول و دوم که دو رأس آن بر محور xها و دو رأس دیگر آن بر

نمودارهای داده‌شده در شکل زیر قرار دارد، کدام است؟



(۱) ۲

(۲) ۳

(۳) ۴

(۴) ۶

$$y = x\sqrt{4-x} \Rightarrow y' = \sqrt{4-x} + \frac{-x}{\sqrt{4-x}} = 0 \Rightarrow 2(4-x) - x = 0 \Rightarrow 4x = 12 \Rightarrow x = 3$$

$$\Rightarrow y = 1 \quad \Rightarrow S = 2x \times y = 6$$

۱۲۹- برای داده‌های زیر، چارک اول و سوم به ترتیب برابر ۹ و ۳۹ است. اگر میانگین داده‌های بین چارک اول و چارک سوم

برابر ۲۶ باشد، میانگین داده‌های بزرگ‌تر از چارک سوم کدام است؟

- (۱) ۲۰ (۲) ۲۱/۸ (۳) ۴۵ (۴) ۵۴/۵

1	3	9				39	42	2a+1
---	---	---	--	--	--	----	----	------

18 23 23 a a

داده‌ها را مرتب می‌کنیم

$$\bar{x} = \frac{2a+1+18+23+23}{5} = 26 \Rightarrow a = 33 \Rightarrow \frac{42+67}{2} = 54/5$$

۱۳۰- با حروف کلمه «آهنگری» چند کلمه ۶ حرفی می‌توان نوشت که حروف کلمه «گنه» کنار هم باشند؟

- (۱) ۲۴ (۲) ۷۲ (۳) ۱۴۴ (۴) ۲۱۶

$$4! \times 3! = 24 \times 6 = 144$$

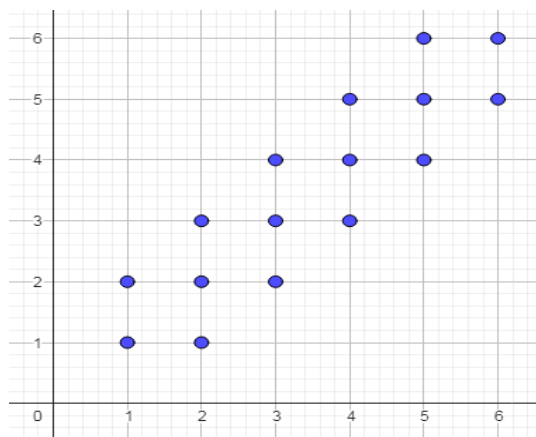
۱۳۱- دو تاس را پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال اعداد ظاهر شده متوالی و برابر نیستند؟

$$\frac{1}{6} \quad (۴)$$

$$\frac{2}{3} \quad (۳)$$

$$\frac{5}{9} \quad (۲)$$

$$\frac{5}{12} \quad (۱)$$



متوالی و برابر در شکل مشخص هستند که ۱۶ حالت هست پس

$$\text{جواب } ۱ - \frac{۱۶}{۳۶} = \frac{۲۰}{۳۶} = \frac{۵}{۹}$$

۱۳۲- جعبه A شامل ۶ مهره آبی، ۴ مهره سبز و ۵ مهره قرمز است و جعبه B شامل ۵ مهره آبی، ۳ مهره سبز و ۶ مهره قرمز است. از جعبه A به تصادف یک مهره انتخاب کرده، در جعبه B قرار می‌دهیم. سپس یک مهره از جعبه B انتخاب می‌کنیم. با کدام احتمال مهره خارج شده از جعبه B آبی است؟

$$۰/۲۴ \quad (۴)$$

$$۰/۲۸ \quad (۳)$$

$$۰/۳۲ \quad (۲)$$

$$۰/۳۶ \quad (۱)$$

$$P(B) = \frac{6}{15} \times \frac{6}{15} + \frac{9}{15} \times \frac{5}{15} = \frac{81}{225} = 0/36$$

۱۳۳- نقاط $A(2,0)$ و $C(0,-1)$ دو رأس یک مربع و روی یک قطر هستند. کدام نقطه یک رأس مربع روی قطر دیگر است؟

$$\left(\frac{5}{4}, \frac{1}{4}\right) \quad (۴)$$

$$\left(\frac{3}{4}, -\frac{5}{4}\right) \quad (۳)$$

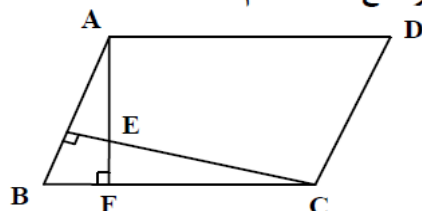
$$\left(\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\right) \quad (۲)$$

$$\left(0, \frac{3}{2}\right) \quad (۱)$$

$$m_{AC} = \frac{1}{2} \Rightarrow m_{BD} = -2, \quad O\left(1, -\frac{1}{2}\right) \text{ محل تلاقی قطرها}$$

$$y + \frac{1}{2} = -2(x - 1) \Rightarrow y = -2x + \frac{3}{2} \Rightarrow \text{گزینه دو}$$

۱۳۴- در متوازی‌الاضلاع شکل زیر، $AD = 14$ ، $BF = 6$ و $AE = 8$ است. اندازه ارتفاع AF کدام است؟

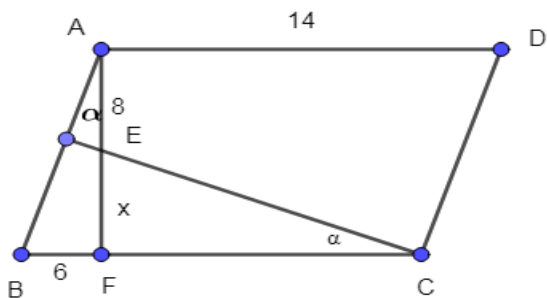


$$۱۶ \quad (۱)$$

$$۱۴ \quad (۲)$$

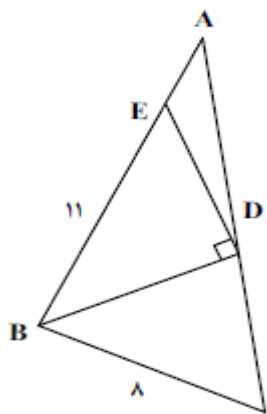
$$۱۲ \quad (۳)$$

$$۱۰ \quad (۴)$$

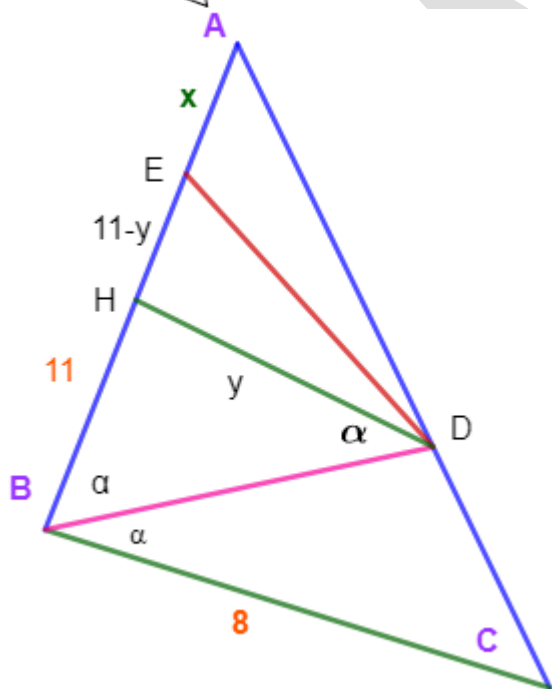


$$\Delta ABF \sim \Delta CEF \Rightarrow \frac{x}{6} = \frac{8}{14-x} \Rightarrow x = 4 \Rightarrow AF = 12$$

۱۳۵- در شکل زیر، BD نیمساز است. اگر در مثل BDE ارتفاع وارد بر ضلع BE موازی BC باشد، طول AE، کدام است؟



- ۶/۶ (۱)
- ۵/۴ (۲)
- ۳/۶ (۳)
- ۲/۴ (۴)



$$\alpha = 45 \Rightarrow y = 11 - y \Rightarrow \frac{11}{2}$$

$$\frac{x + \frac{11}{2}}{x + 11} = \frac{\frac{11}{2}}{8} \Rightarrow x = \frac{66}{10}$$

$2\sqrt{7}$ (۴)

$2\sqrt{2}$ (۳)

$\sqrt{7}$ (۲)

$\sqrt{2}$ (۱)

۱۳۶- اگر $B = \frac{\frac{2}{\sqrt{2}} + \sqrt{14}}{\frac{8}{\sqrt{2}} + \sqrt{14}}$ باشد، حاصل $2B + 1$ کدام است؟

$$B = \frac{2+\sqrt{28}}{1+\sqrt{28}} = \frac{1+\sqrt{7}}{4+\sqrt{7}} \times \frac{4-\sqrt{7}}{4-\sqrt{7}} = \frac{4-\sqrt{7}}{9} = \frac{\sqrt{7}-1}{3} \Rightarrow 3B + 1 = \sqrt{7}$$

۱۳۷- اگر $n(A \cap B) = 3n(A - B) = 4n(B - A)$ و $n(A \cup B) = 57$ باشد، تعداد اعضای مجموعه A کدام است؟

۴۸ (۴)

۴۵ (۳)

۳۶ (۲)

۳۳ (۱)

$$n(A \cap B) = x \Rightarrow 3n(A - B) = 3n(A) - 3x = x \Rightarrow n(A) = \frac{4x}{3},$$

$$4n(B - A) = 4n(B) - 4x = x \Rightarrow n(B) = \frac{5x}{4}$$

$$57 = \frac{4x}{3} + \frac{5x}{4} - x \Rightarrow 19x = 12 \times 57 \Rightarrow x = 36 \Rightarrow n(A) = 48$$

۱۳۸- با اضافه کردن ۴ واحد به جملات اول و دوم یک دنباله حسابی، جملات اول و دوم دنباله حسابی جدید ساخته می‌شود. اختلاف جمله n ام دو دنباله کدام است؟

۶ (۴)

۲ (۳)

۸ (۲)

۴ (۱)

$$\begin{cases} a_1, a_2, \dots, a_n \\ b_1, b_2, \dots, b_r \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1, a_2, \dots, a_n \\ b_1, b_2, \dots, b_r \\ b_1 = a_1 + 4, b_2 = a_2 + 4, \dots, b_n = a_n + 4 \end{cases} \Rightarrow b_n - a_n = 4$$

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 + 3} + 2a & |x| \leq 1 \\ ax^2 + 5 & |x| \geq 1 \end{cases} \quad \text{اگر } -139$$

۱۴ (۴)

۲۵ (۳)

۳۲ (۲)

۴۶ (۱)

$$a + 5 = 2a + 2 \Rightarrow a = 3 \Rightarrow f(3) = 3 \times 9 + 5 = 32$$

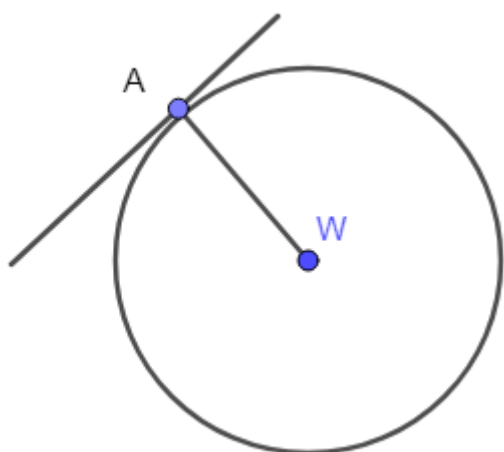
۱۴۰. خط $2x + 3y = 9$ در نقطه $(0, 3)$ بر دایره $x^2 + y^2 + 3x + ay = c$ مماس است. مقدار a کدام است؟

-۱/۵ (۴)

۱/۵ (۳)

-۳/۵ (۲)

3/5 (۱)



$$m_{WA} = \frac{\frac{a}{2} - 3}{-\frac{3}{2}} = \frac{3}{2} \Rightarrow \text{مركز است } W\left(\frac{-3}{2}, \frac{-a}{2}\right) \text{ و}$$

$$m_{WA} = \frac{-\frac{a}{2} - 3}{-\frac{3}{2}} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{-a-6}{-3} = \frac{3}{2} \Rightarrow$$

$$2a + 12 = 9 \Rightarrow a = -\frac{3}{2}$$

تلفون: ۰۹۱۴۳۱۴۰۶۳۰ :تلگرام: @riazibamoradi

مرادی