

حل تشریحی سوالات ریاضی کنکور اردیبهشت

ماه 1403

دبیر : دارا آذریان شهرستان مریوان

۱۱۱- سهمی $y = -mx^2 + mx + 1$ و خط $y = -m - x$ یکدیگر را در هیچ نقطه‌ای قطع نمی‌کنند. حدود m شامل چند مقدار صحیح است؟

۴) صفر

۳) ۱

۲) ۲

۱) ۳

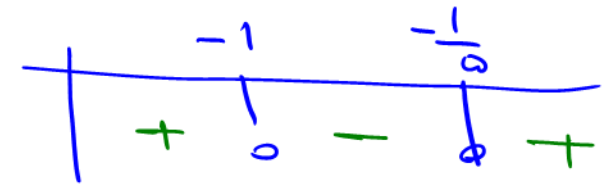
$$-mx^2 + mx + 1 \neq -m - x \Rightarrow -mx^2 + (m+1)x + m+1 \neq 0$$

$$\Delta < 0 \rightarrow (m+1)^2 - 4m(m+1) < 0$$

$$(m+1)(m+1+4m) < 0$$

$$m = -1$$

$$m = -\frac{1}{5}$$



صفر صحیح

$$-\frac{1}{5} > m > -1$$

۱۱۲ - اگر $f = \{(\frac{1}{9}, -1), (\frac{1}{3}, 1), (-\frac{1}{4}, 3), (\frac{1}{4}, -3)\}$ و $g(x) = -|x|\sqrt{x}$ و $f \circ g^{-1}(a) = -3$ باشد، مقدار a کدام است؟

$$\frac{1}{8} \quad (4)$$

$$-\frac{1}{8} \quad (3)$$

$$\frac{1}{9} \quad (2)$$

$$-\frac{1}{9} \quad (1)$$

$$F \circ g^{-1}(a) = -3$$

$$g^{-1}(a) = x \rightarrow g^{-1}(a) = \frac{1}{x} \Rightarrow g\left(\frac{1}{x}\right) = a$$

$$f(x) = -3 \Rightarrow x = \frac{1}{x}$$

$$g\left(\frac{1}{x}\right) = -\left(\frac{1}{x}\right)\left(\frac{1}{x}\right) = -\frac{1}{x^2}$$

۱۱۳- اگر α و β صفرهای سهمی $y = 25\alpha x^2 + 4x + \beta$ و $\beta > \alpha$ باشد، رأس این سهمی در کدام ناحیه از صفحه مختصات قرار دارد؟

(۴) چهارم

(۳) سوم

(۲) دوم

(۱) اول

$$\alpha + \beta = \frac{-4}{25\alpha} \longrightarrow \beta = \frac{-4}{25(-\frac{1}{5})} - (-\frac{1}{5}) = \frac{4}{5} + \frac{1}{5} = 1$$

$$\alpha \cdot \beta = \frac{\beta}{25\alpha} \Rightarrow \alpha^2 = \frac{1}{25} \Rightarrow \alpha = \pm \frac{1}{5} \Rightarrow \alpha = -\frac{1}{5}$$

$$y = -5x^2 + 4x + 1$$

جواب!

$$x_s = \frac{-4}{-10} = \frac{4}{10}$$

$$y_s = \frac{-\Delta}{4a} = -\left(\frac{16}{-10}\right) = \frac{9}{5}$$

۱۱۴- به ازای چند مقدار طبیعی از دامنه تابع $y = -\frac{1}{3-x}$ ، نمودار این تابع بالای $y = -4$ و پایین $y = 0$ قرار دارد؟

۱ (۴)

۲ (۳)

$$y = \frac{1}{x-3}$$

۳ (۲)

۴ (۱)

$$-4 < \frac{1}{x-3} < 0$$

$$x=1, x=2$$

پس در مقدار

$$\frac{1}{x-3} = -4 \Rightarrow$$

$$-4x + 12 = 1$$

$$x = 2.75 \Rightarrow$$

۱، ۲

۱۱۵- تابع $y = (x-1)|x|$ در بازه (a, b) اکیداً نزولی است. مقدار $a + b$ کدام است؟

$$\frac{3}{4} \quad (4)$$

$$\frac{3}{2} \quad (3)$$

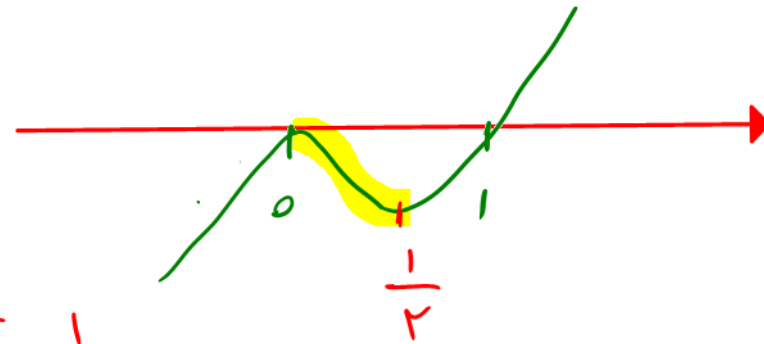
$$\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$\frac{1}{4} \quad (1)$$

$$dy = \begin{cases} x^2 - a \\ -x^2 + x \end{cases}$$

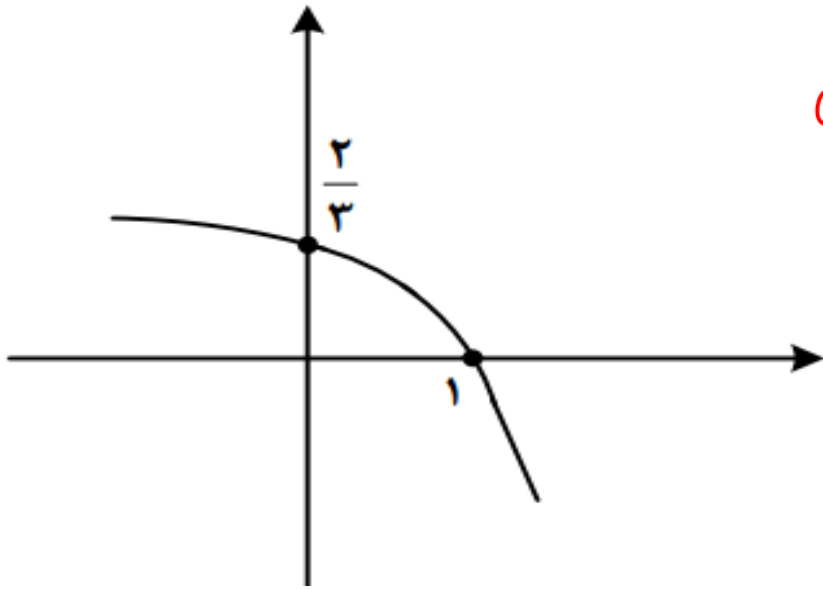
$$x \geq 0$$

$$a < 0$$



$$(0, \frac{1}{2}) \Rightarrow \frac{1}{2}$$

۱۱۶- شکل زیر نمودار تابع $f(x) = 1 + c \times 3^{a+bx}$ است. مقدار $f(-1)$ کدام است؟



$$(1, 0) \Rightarrow 3^{a+b} = -\frac{1}{c} \Rightarrow 3^a \cdot 3^b = -\frac{1}{c} \quad (1) \quad \frac{10}{9}$$

$$(0, \frac{2}{3}) \Rightarrow -\frac{1}{3c} = 3^a \Rightarrow -\frac{1}{3c} \cdot 3^b = -\frac{1}{c} \quad (2) \quad \frac{1}{9}$$

$$\Rightarrow b = 1 \quad (3) \quad \frac{5}{3}$$

$$f(-1) = 1 + c \times \frac{3^a}{3^b} \Rightarrow 1 + c \times \frac{-\frac{1}{3c}}{3} \quad (4) \quad \frac{7}{8}$$

$$= 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$$

۱۱۷- اگر $y = \frac{x+2}{4} - \frac{\sqrt{x+1}}{2}$ ضابطه تابع وارون $y = ax + a\sqrt{x}$ باشد، مقدار a کدام است؟

۹ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

$$\left(\frac{1}{2}, 2\right)$$

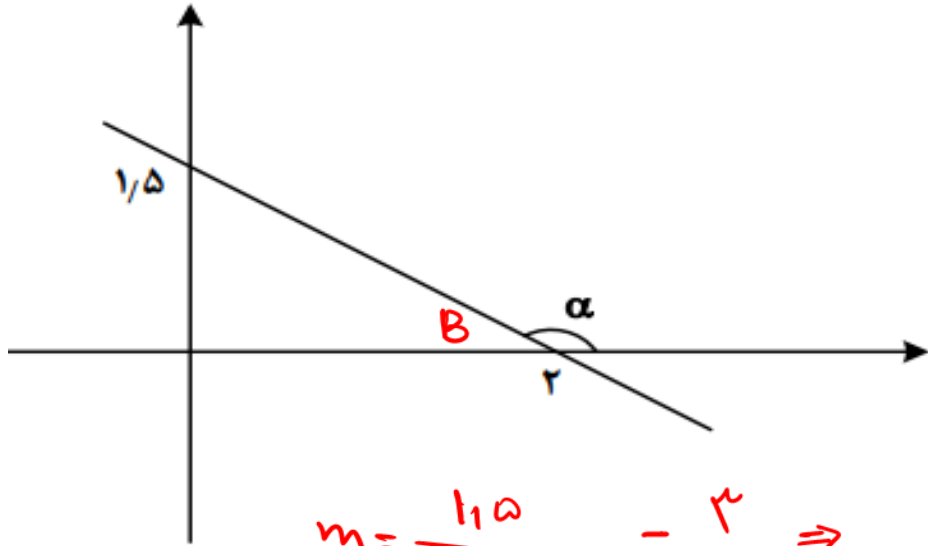
$$\left(2, \frac{1}{2}\right)$$

$$\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}a = 2$$

$$\frac{2}{2}a = 2 \Rightarrow a = 2$$

۱۱۸- در شکل زیر، زاویه α مشخص شده است. مقدار $\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$ کدام است؟

$$= \cot d$$



$$m = \frac{1/5}{-2} = -\frac{1}{4} \Rightarrow$$

$$\tan d = -\frac{1}{4} \rightarrow \cot d = -\frac{4}{1}$$

- $\frac{3}{4}$ (1)
- $\frac{4}{3}$ (2)
- $-\frac{3}{4}$ (3)
- $-\frac{4}{3}$ (4)
- $\frac{3}{4}$ (5)

۱۲۰- معادله مثلثاتی $\sin 2x - 2 \sin^2 x \cos x = 0$ چند جواب در بازه $(-\pi, \pi)$ دارد؟

۷ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲) $2 \sin^2 x \cos x$

۴ (۱)

$$\sin 2x (1 - 2 \sin^2 x) = 0 \rightarrow$$

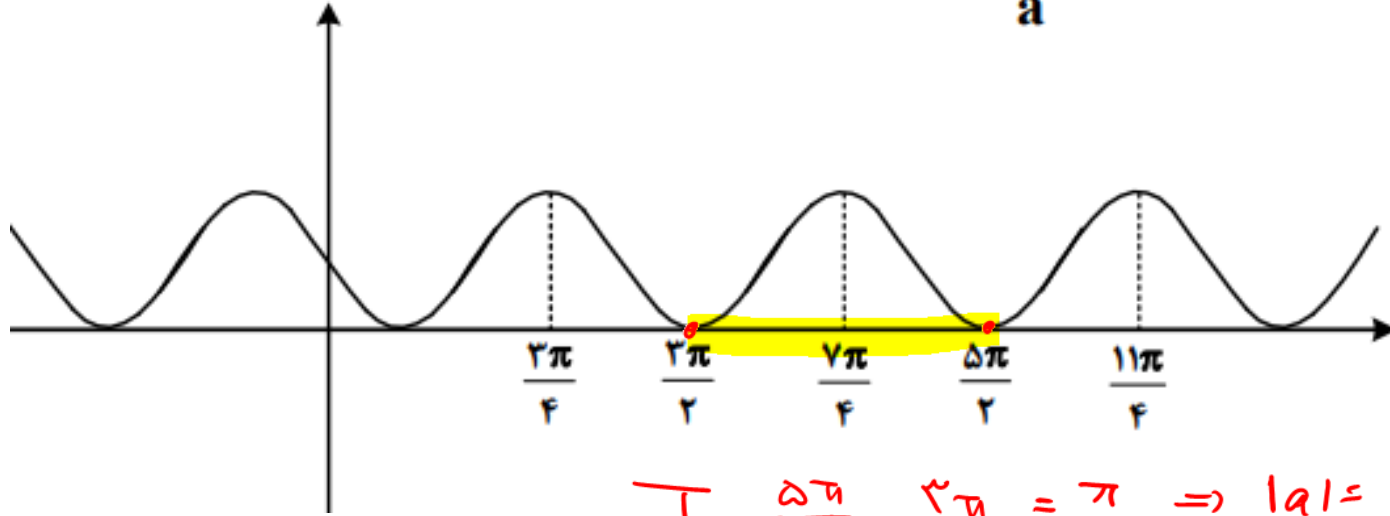
$$\sin 2x = 0 \Rightarrow 2x = k\pi \rightarrow x = \frac{k\pi}{2}$$



$$1 - 2 \sin^2 x = 0 \rightarrow x = \begin{cases} 2k\pi + \frac{\pi}{2} \rightarrow \frac{\pi}{2} \\ 2k\pi + \frac{3\pi}{2} \rightarrow \frac{3\pi}{2} \end{cases}$$

۵ جواب

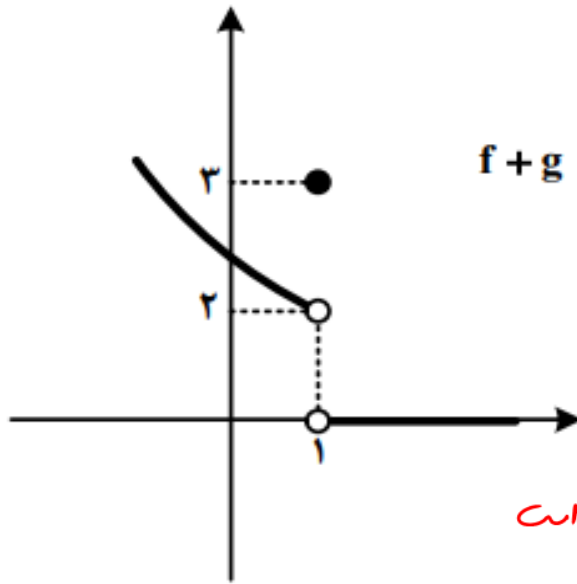
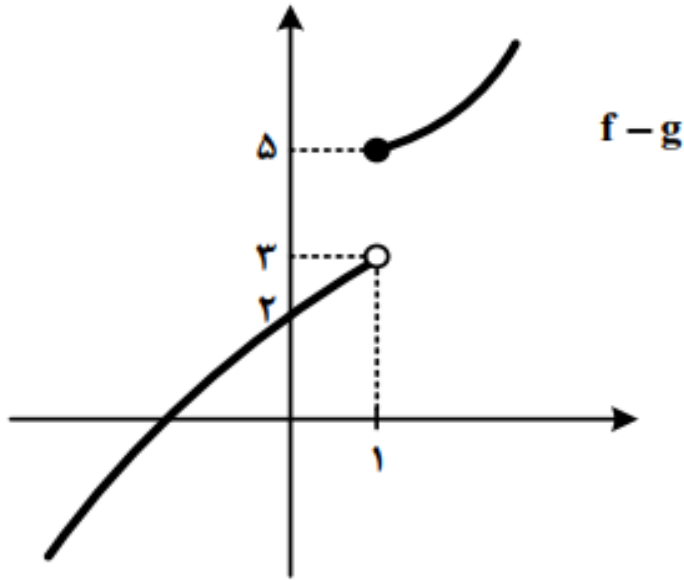
۱۲۱- شکل زیر، نمودار تابع $y = 1 + \sin ax$ است. دوره تناوب $y = 3 \cos\left(\frac{x}{a}\right)$ کدام است؟

(۱) 4π (۲) 6π (۳) 3π (۴) 2π

$$T = \frac{5\pi}{2} - \frac{2\pi}{2} = \pi \Rightarrow |a| = \frac{2\pi}{\pi} = 2 \rightarrow a = \pm 2 \Rightarrow a = -2$$

$$y = 3 \cos\left(-\frac{x}{2}\right) \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi$$

۱۲۲- شکل‌های زیر، نمودار توابع $f + g$ و $f - g$ هستند. مقدار $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ کدام است؟



(۱) حد ندارد.

(۲) ۲/۲۵

(۳) ۲/۵

(۴) ۲/۷۵

$$\lim_{x \rightarrow 1} (f+g) + \lim_{x \rightarrow 1} f-g = \frac{0}{0} = 2 + 3 = +5 \quad \Rightarrow \quad f = 2, 5$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f = 5 \Rightarrow f = 2, 5$$

۱۲۳ - اگر $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} \frac{a + 3[-x]}{1 - 2x} = -\infty$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \left[\frac{x}{a} - x \right]$ کدام است؟

-۱ (۴)

۱ (۳)

-۲ (۲)

(۱) صفر

$$a = 4 \rightarrow \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \left[\frac{1}{x} - \frac{1}{2} \right] = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} \frac{a - 3}{1 - 2x} = -\infty \Rightarrow$$

$$\frac{a - 3}{0^-} \Rightarrow$$

$$a - 3 > 0$$

$$a > 3$$

$$a = 4$$

۱۲۴ - تابع ناصفر $f(x) = b[x^2 - ax] - 2a$ در \mathbb{R} پیوسته است. مقدار $\frac{a}{f(b)}$ کدام است؟

(۴) صفر

(۳) ۱

(۲) $-\frac{1}{4}$

ناپوسته است پس

$b = 0$

(۱) $-\frac{1}{2}$

$$= \frac{a}{-2a} = -\frac{1}{2}$$

$$f(x) = -2a$$

۱۲۵- خط $7y - x = 5$ در ناحیه اول صفحه مختصات بر منحنی $y = \frac{ax-1}{3x+1}$ مماس است. مقدار a کدام است؟

$$\frac{9}{7} \quad (۴)$$

$$\frac{۴}{7} \quad (۳)$$

$$۴ \quad (۲)$$

$$۳ \quad (۱)$$

$$y = \frac{1}{7}x + \frac{5}{7}$$

$$\frac{ax-1}{3x+1} = \frac{x+5}{7} \Rightarrow$$

$$7ax - 7 = 3x + 15 \Rightarrow 7ax - 3x - 22 = 0 \rightarrow 7ax - 3x + 12 = 0 \quad \Delta = 0$$

$$(7a-3)x - 22 = 0 \Rightarrow 7a-3 = 12 \Rightarrow 7a = 15 \rightarrow a = \frac{15}{7}$$

$$7a-3 = -12 \Rightarrow 7a = -9 \rightarrow a = -\frac{9}{7}$$

مماس بر منحنی

۱۲۶- آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x) = (x^2 + 1)^3(ax + 1)$ در بازه $[-1, 0]$ برابر ۱۱- است. آهنگ تغییر لحظه‌ای این

تابع در نقطه $x = -2a$ کدام است؟

۱ (۴)

۸ (۳)

۱ (۲)

۱ (۱)

$$\text{آهنگ متوسط} = \frac{f(-1) - f(0)}{-1 - 0} = \frac{1(1-a) - 1}{-1} = -11 \Rightarrow 1 - a - 1 = -11 \Rightarrow -a = -11 \Rightarrow a = 11$$

$$f(x) = (x^2 + 1)^3 \left(\frac{1}{11}x + 1\right) \quad f'(x) = 3(x^2 + 1)^2 \left(\frac{1}{11}x + 1\right) + \frac{1}{11}(x^2 + 1)^3$$

$$\Rightarrow f'(-2) = 3(4) \left(\frac{1}{11}\right) - \frac{1}{11} = \frac{12}{11} - \frac{1}{11} = 1$$

۱۲۷- مقدار مینیمم نسبی تابع $y = x^3 - 12x + 2$ ، کدام است؟

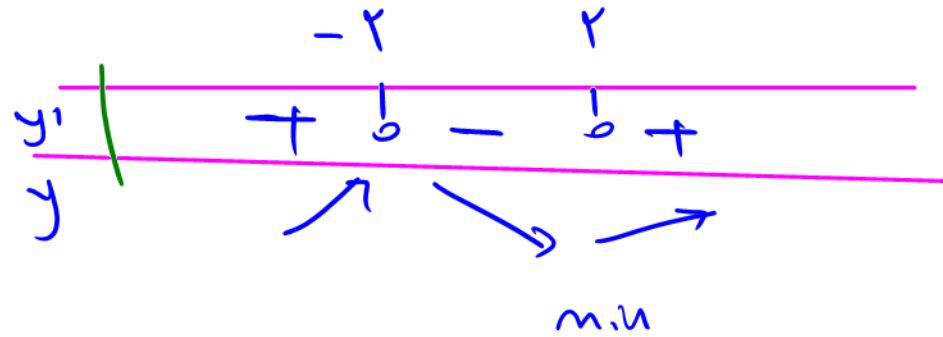
-۷ (۴)

-۹ (۳)

-۱۱ (۲)

-۱۴ (۱)

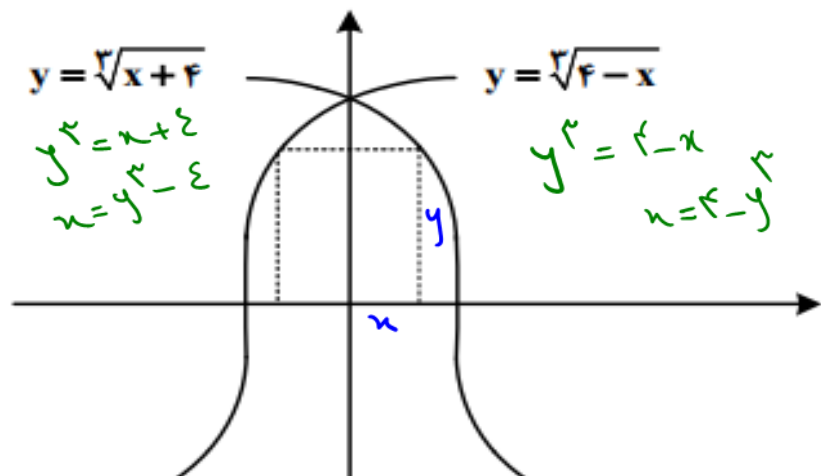
$$y' = 3x^2 - 12 = 0 \rightarrow x = \pm 2$$



$$y_{\min} = 2 - 12(2) + 2 = 1 - 24 + 2 = -21$$

۱۲۸- مساحت بزرگ‌ترین مستطیل واقع در ناحیه‌های اول و دوم که دو رأس آن بر محور Xها و دو رأس دیگر آن بر

نمودارهای داده‌شده در شکل زیر قرار دارد، کدام است؟



$$\Rightarrow S = y(2y^2 - 4) = 2y^3 - 4y$$

$$S' = 6y^2 - 4 = 0 \rightarrow y = 1$$

$$S = |1 \times 4| = 4$$

۲ (۱)

۳ (۲)

۴ (۳)

۶ (۴)

۱۲۹- برای داده‌های زیر، چارک اول و سوم به ترتیب برابر ۹ و ۳۹ است. اگر میانگین داده‌های بین چارک اول و چارک سوم

برابر ۲۶ باشد، میانگین داده‌های بزرگ‌تر از چارک سوم کدام است؟

۱۸, ۲۳, ۳۹, ۱, ۳, ۴۲, a, a, ۲a+۱, ۲۳, ۹

۵۴/۵ (۴)

۴۵ (۳)

۲۱/۸ (۲)

۲۰ (۱)

۱, ۳, ۹

۱۸, ۲۳, ۲۳, a, a

$$\frac{42+2a}{5} = 26$$

$$2a = 130 - 42 = 88$$

$$a = 44$$

۳۹,

۴۲, ۲a+۱
۶۷

$$\bar{x} = \frac{42+67}{2} = \frac{109}{2} = 54.5$$

۱۳۰- با حروف کلمه «آهنگری» چند کلمه ۶ حرفی می توان نوشت که حروف کلمه «گنه» کنار هم باشند؟

۲۱۶ (۴)

۱۴۴ (۳)

۷۲ (۲)

۲۴ (۱)



$$4! \times 3! = 24 \times 6 = 144$$

۱۳۱- دو تاس را پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال اعداد ظاهر شده متوالی و برابر نیستند؟

$$\frac{1}{6} \quad (۴)$$

$$\frac{2}{3} \quad (۳)$$

$$\frac{5}{9} \quad (۲)$$

$$\frac{5}{12} \quad (۱)$$

متوالی
تاییان

$$\left. \begin{array}{l} ۱ \rightsquigarrow ۲ \\ ۵ \rightsquigarrow ۲ \end{array} \right\} \rightarrow ۱۰$$
$$\frac{10}{6} \Rightarrow ۱۲ \rightarrow \frac{۲۰}{۲۴} = \frac{۵}{۶}$$

۱۳۲- جعبه A شامل ۶ مهره آبی، ۴ مهره سبز و ۵ مهره قرمز است و جعبه B شامل ۵ مهره آبی، ۳ مهره سبز و ۶ مهره قرمز است. از جعبه A به تصادف یک مهره انتخاب کرده، در جعبه B قرار می‌دهیم. سپس یک مهره از جعبه B انتخاب می‌کنیم. با کدام احتمال مهره خارج شده از جعبه B آبی است؟

۰/۲۴ (۴)

۰/۲۸ (۳)

۰/۳۲ (۲)

۰/۳۶ (۱)

$$\begin{array}{cc} \text{آبی} & \text{سبز آبی} \\ \text{اول} & \text{دوم} \end{array} \quad \begin{array}{c} \text{یا} \\ \text{و} \end{array} \quad \begin{array}{cc} \text{آبی} & \text{قرمز آبی} \\ \text{دوم} & \text{اول} \end{array}$$
$$\frac{6}{15} \times \frac{6}{15} + \frac{9}{15} \times \frac{5}{15} = \frac{36 + 45}{225} = \frac{81}{225} = 0.36$$

۱۳۳- نقاط $A(2,0)$ و $C(0,-1)$ دو رأس یک مربع و روی یک قطر هستند. کدام نقطه یک رأس مربع روی قطر دیگر است؟

$$\left(\frac{5}{4}, \frac{1}{4}\right) \text{ (۴)}$$

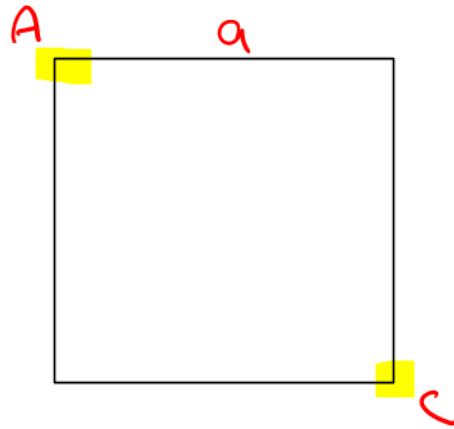
$$\left(\frac{3}{4}, -\frac{5}{4}\right) \text{ (۳)}$$

$$\left(\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\right) \text{ (۲)}$$

$$\left(0, \frac{3}{2}\right) \text{ (۱)}$$

✓

✗



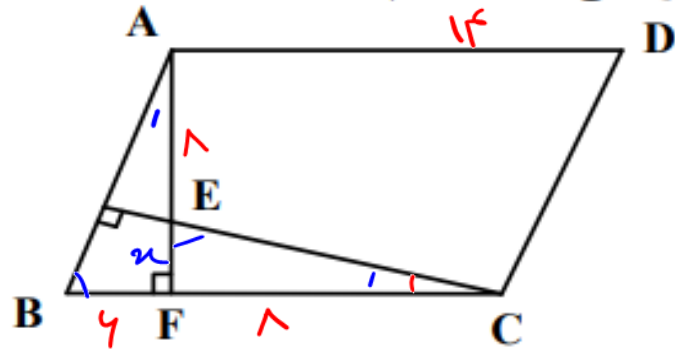
$$AC = \sqrt{5}$$

$$a = \sqrt{\frac{5}{2}} \Rightarrow$$

$$\sqrt{\left(2 - \frac{3}{2}\right)^2 + \left(0 + \frac{3}{2}\right)^2} =$$

$$\sqrt{\frac{1}{4} + \frac{9}{4}} = \sqrt{\frac{5}{2}}$$

۱۳۴- در متوازی‌الاضلاع شکل زیر، $AD = 14$ ، $BF = 6$ و $AE = 8$ است. اندازه ارتفاع AF کدام است؟



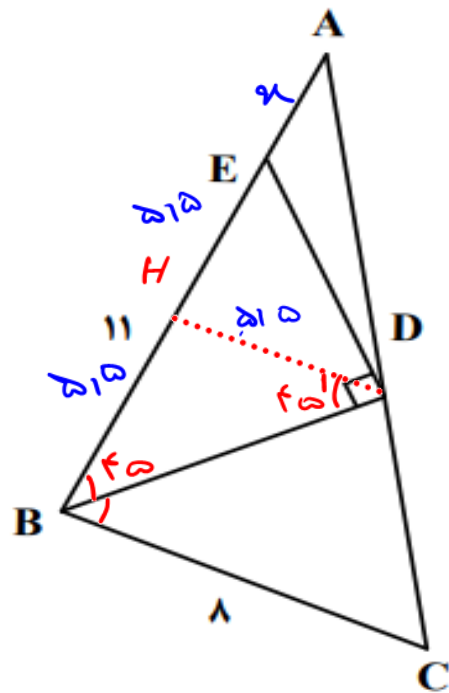
$$ABF \sim CEF \quad \begin{matrix} A_1 = C_1 & 16 \text{ (1)} \\ B = E & 14 \text{ (2)} \end{matrix}$$

$$\frac{6}{x} = \frac{x+8}{14} \Rightarrow x^2 + 8x - 84 = 0 \quad 12 \text{ (3)}$$

$$(x+12)(x-6) = 0 \rightarrow x = 6 \quad 10 \text{ (4)}$$

$$AF = 8 + 4 = 12$$

۱۳۵- در شکل زیر، BD نیمساز است. اگر در مثلث BDE ارتفاع وارد بر ضلع BE موازی BC باشد، طول AE کدام است؟



$$DH \parallel BC \Rightarrow \angle B_1 = \angle B_2 = \angle D_1 = 2\omega$$

$$\frac{AH}{AB} = \frac{HD}{BC} \Rightarrow \frac{x + 21\omega}{11 + x} = \frac{21\omega}{1} = \frac{11}{14}$$

$$14x + 11 = 11x + 121$$

$$3x = 110 \Rightarrow x = 36.6$$

۶/۶ (۱)

۵/۴ (۲)

۳/۶ (۳)

۲/۴ (۴)

اگر $B = \frac{\frac{2}{\sqrt{2}} + \sqrt{14}}{\frac{8}{\sqrt{2}} + \sqrt{14}}$ باشد، حاصل $3B + 1$ کدام است؟

$$2\sqrt{7} \quad (4)$$

$$2\sqrt{2} \quad (3)$$

$$\sqrt{7} \quad (2)$$

$$\sqrt{2} \quad (1)$$

$$\frac{\frac{2 + \sqrt{28}}{\sqrt{2}}}{\frac{8 + \sqrt{28}}{\sqrt{2}}} = \frac{2 + 2\sqrt{7}}{8 + 2\sqrt{7}} = \frac{1 + \sqrt{7}}{4 + \sqrt{7}} \times \frac{4 - \sqrt{7}}{4 - \sqrt{7}} = \frac{4\sqrt{7} - 3}{9} = \frac{\sqrt{7} - 1}{3}$$

$$3B + 1 = \sqrt{7}$$

۱۳۷- اگر $n(A \cap B) = 3n(A - B) = 4n(B - A)$ و $n(A \cup B) = 57$ باشد، تعداد اعضای مجموعه A کدام است؟

۴۸ (۴)

۴۵ (۳)

۳۶ (۲)

۳۳ (۱)

$$n(A \cap B) = 3(n(A) - n(A \cap B)) = 4(n(B) - n(A \cap B))$$

$$x = 3(n(A) - x) \Rightarrow 4x = 3n(A) \Rightarrow n(A) = \frac{4}{3}x$$

$$x = 4(n(B) - x) \Rightarrow 5x = 4n(B) \rightarrow n(B) = \frac{5}{4}x$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$= \frac{4}{3}x + \frac{5}{4}x - x = 57 \Rightarrow$$

$$\frac{19x}{12} = 57 \Rightarrow x = 36 \Rightarrow$$

$$n(A) = \frac{4}{3} \times 36 = 48$$

۱۳۸- با اضافه کردن ۴ واحد به جملات اول و دوم یک دنباله حسابی، جملات اول و دوم دنباله حسابی جدید ساخته می‌شود. اختلاف جمله n ام دو دنباله کدام است؟

۶ (۴)

۲ (۳)

۸ (۲)

۴ (۱)

 $a, a+d, \dots$

$$t_n = a + (n-1)d$$

$$\Rightarrow t' - t = \xi$$

 $a+\xi, a+d+\xi, \dots$

$$t'_n = a + \xi + (n-1)d \Rightarrow$$

ف(x) ضابطه تابع f باشد، مقدار f(a) کدام است؟

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 + 3} + 2a & -1 \leq x \leq 1 \\ ax^2 + 5 & |x| \geq 1 \end{cases}$$

اگر $x > 1$ یا $x \leq -1$

۱۴ (۴)

۲۵ (۳)

۳۲ (۲)

۴۶ (۱)

$$f(1) = 1 + 2a = a + 5 \Rightarrow \underline{a = 2}$$

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 + 3} + 4 \\ 2x^2 + 5 \end{cases}$$

$$f(2) = 2^2(2) + 5 = 27 + 5 = 32$$

۱۴۰ خط $3y + 2x = 9$ در نقطه $(0, 3)$ بر دایره $x^2 + y^2 + 3x + ay = c$ مماس است. مقدار a کدام است؟

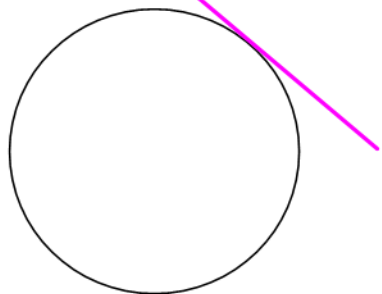
(۴) $-1/5$

(۳) $1/5$

(۲) $-3/5$

(۱) $3/5$

سب خط مماس بر دایره برابر
مستقیم در نقطه
 $(0, 3)$



$$2x + 2yy' + 3 + ay' = 0$$

$$4y' + ay' + 3 = 0$$

$$-4 - \frac{2}{3}a + 3 = 0$$

$$-\frac{2}{3}a = 1 \Rightarrow a = -\frac{3}{2} = -1.5$$

$$m = -\frac{2}{3}$$

$$y' = -\frac{2}{3}$$