

۱۱۱- سهمی  $y = -mx^2 + mx + 1$  و خط  $y = -m - x$  یکدیگر را در هیچ نقطه‌ای قطع نمی‌کنند. حدود  $m$  شامل چند مقدار صحیح است؟

(۴) صفر

(۳) ۱

(۲) ۲

(۱) ۳

$$-mx^2 + mx + 1 = -x - m \implies mx^2 - (1+m)x - m - 1 = 0$$

$$\Delta = 1 + m^2 + 2m + 4m^2 + 4m = 5m^2 + 6m + 1 < 0$$

$$\begin{array}{c|c} & -1 & -\frac{1}{5} \\ \hline & + & - \\ & & \text{ع} \\ & & 0 \\ & & + \end{array} \quad m \in (-1, -\frac{1}{5})$$

۱۱۲- اگر  $f = \{(\frac{1}{9}, -1), (\frac{1}{3}, 1), (-\frac{1}{4}, 3), (\frac{1}{4}, -3)\}$  و  $g(x) = -|x|\sqrt{x}$  و  $\text{fog}^{-1}(a) = -3$  باشد، مقدار  $a$  کدام است؟

(۴)  $\frac{1}{8}$

(۳)  $-\frac{1}{8}$

(۲)  $\frac{1}{9}$

(۱)  $-\frac{1}{9}$

$$g^{-1}(a) = \frac{1}{2} \implies g(\frac{1}{2}) = a = -\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$$

۱۱۳- اگر  $\alpha$  و  $\beta$  صفرهای سهمی  $y = 25\alpha x^2 + 4x + \beta$  و  $\beta > \alpha$  باشد، رأس این سهمی در کدام ناحیه از صفحه مختصات قرار دارد؟

(۴) چهارم

(۳) سوم

(۲) دوم

(۱) اول

$$25\alpha^2 + 4\alpha + \beta = 0$$

$$25\alpha\beta^2 + 4\beta = 0 \Rightarrow \beta(5\alpha\beta + 1) = 0$$

$$\beta = 0 \Rightarrow \alpha = 0 \quad \text{GG}$$

$$\alpha\beta = -\frac{1}{5} = \frac{\beta}{25\alpha} \Rightarrow \alpha = \pm \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow \beta = 1, \alpha = -\frac{1}{5} \quad \text{GG} \Rightarrow y = -\frac{1}{5}x^2 + 4x + 1$$

$$\beta = -1$$

$$S \mid \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{-1} = 4$$

$$f(4) = -\frac{1}{5}(16) + 16 + 1 > 0$$

۱۱۴- به ازای چند مقدار طبیعی از دامنه تابع  $y = -\frac{1}{x-2}$ ، نمودار این تابع بالای  $y = -4$  و پایین  $y = 0$  قرار دارد؟

(۴) ۱

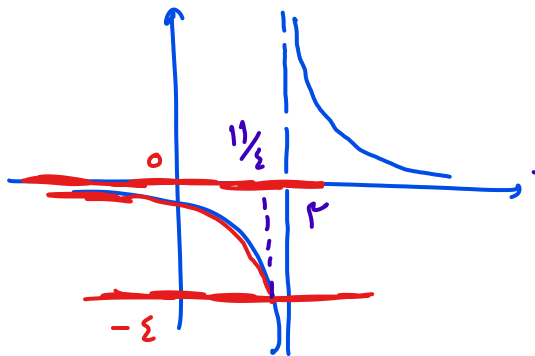
(۲) ۲

$$y = \frac{1}{x-2} = -4$$

$$x-2 = -\frac{1}{4}$$

$$x = \frac{11}{4}$$

$$x \in (-\infty, \frac{11}{4}) \Rightarrow \underline{x = 1, 2}$$



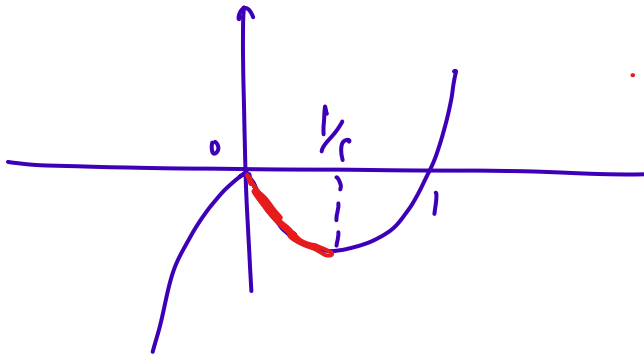
۱۱۵- تابع  $y = (x-1)|x|$  در بازه  $(a, b)$  اکیداً نزولی است. مقدار  $a+b$  کدام است؟

$\frac{3}{4}$  (۴)

$\frac{3}{2}$  (۳)

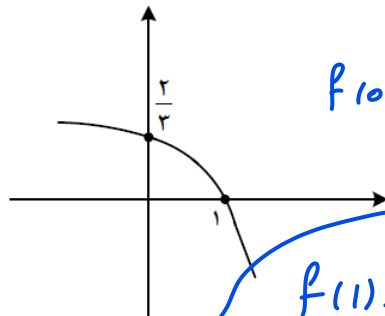
$\frac{1}{2}$  (۲)

$\frac{1}{4}$  (۱)



$x \in (0, 1/2)$

۱۱۶- شکل زیر نمودار تابع  $f(x) = 1 + c \times 3^{a+bx}$  است. مقدار  $f(-1)$  کدام است؟



$f(0) = 1 + c \times 3^a = \frac{2}{3}$

$c \times 3^a = -\frac{1}{3}$

$f(1) = 0 \Rightarrow 1 + c \times 3^{a+b} = 0$

$c \times 3^{a+b} = -1$

$b=1 \Leftarrow 3^b = 3$

$f(-1) = 1 + c \times 3^{a-1} = 1 + \frac{1}{3} c \times 3^a$

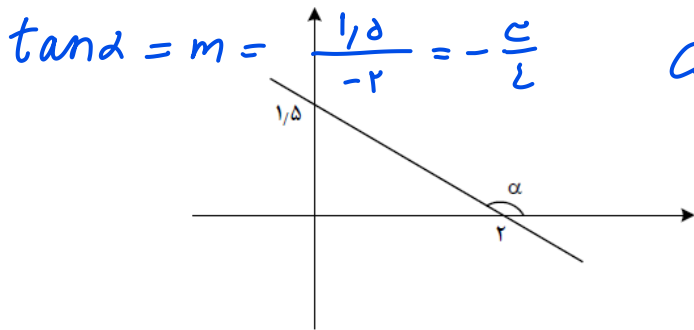
$= 1 + \frac{1}{3} \times (-1) = \frac{2}{3}$

- $\frac{10}{9}$  (۱)
- $\frac{8}{9}$  (۲)
- $\frac{5}{3}$  (۳)
- $\frac{7}{8}$  (۴)

۱۱۷- اگر  $y = \frac{x+2}{4} - \frac{\sqrt{x+1}}{2}$  ضابطه تابع وارون  $y = ax + a\sqrt{x}$  باشد، مقدار  $a$  کدام است؟

$x=1 \Rightarrow y=2a \Rightarrow \begin{matrix} 4(3) \\ 1 \end{matrix} \in f^{-1} \Rightarrow \frac{2a+2}{4} - \frac{\sqrt{2a+1}}{2} = 1$

۱۱۸- در شکل زیر، زاویه  $\alpha$  مشخص شده است. مقدار  $\tan(\frac{\pi}{4} - \alpha)$  کدام است؟



$\cot \alpha = -\frac{4}{3}$

- $\frac{3}{4}$  (۱)
- $\frac{4}{3}$  (۲)
- $-\frac{3}{4}$  (۳)
- $-\frac{4}{3}$  (۴)

۱۱۹ - حاصل عبارت  $\frac{3 \cos(248^\circ) - 2 \sin(158^\circ)}{\sin(202^\circ) - \cos(292^\circ)}$  کدام است؟

۰/۵ (۱)      -۰/۵ (۲)      -۲/۵ (۳)      ۲/۵ (۴)

۲/۵ (۴)

$$\frac{-3 \sin 22 - 2 \sin 22}{-\sin 22 - \sin 22} = \frac{-5 \sin 22}{-2 \sin 22}$$

۱۲۰ - معادله مثلثاتی  $\sin 2x - 4 \sin^2 x \cos x = 0$  چند جواب در بازه  $(-\pi, \pi)$  دارد؟

۷ (۴)

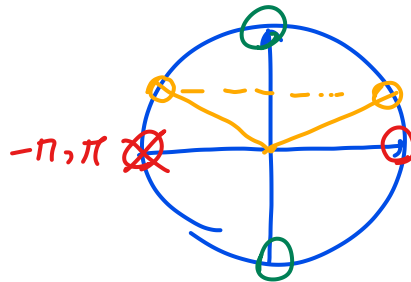
۶ (۳)

۵ (۲)

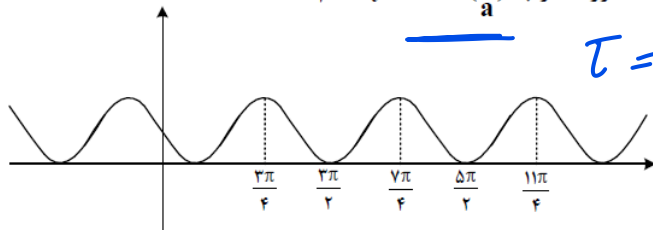
۴ (۱)

$$2 \sin x \cos x - 4 \sin^2 x \cos x = 2 \sin x \cos x (1 - 2 \sin x) = 0$$

$$\begin{cases} \sin x = 0 \\ \cos x = 0 \\ \sin x = 1/2 \end{cases}$$



۱۲۱- شکل زیر، نمودار تابع  $y = 1 + \sin ax$  است. دوره تناوب  $y = 3 \cos(\frac{x}{a})$  کدام است؟



$T = \pi \Rightarrow a = \pm 2$

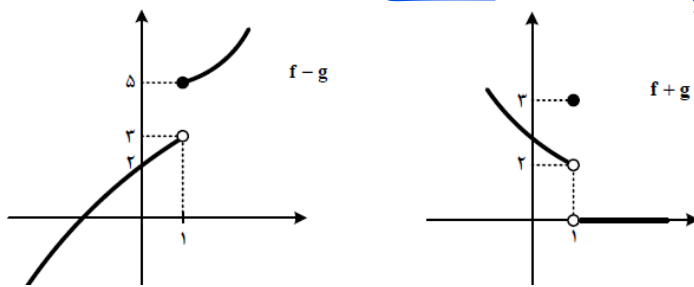
چون  $a < 0$   
 $a = -2$

- ۴π (۱)
- ۶π (۲)
- ۳π (۳)
- ۲π (۴)

$y = 3 \cos \frac{\pi}{-2} = 3 \cos \frac{\pi}{2}$

$\frac{2\pi}{1/2}$

۱۲۲- شکل‌های زیر، نمودار توابع  $f+g$  و  $f-g$  هستند. مقدار  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  کدام است؟



$f+g \rightarrow f$   
 $f-g \rightarrow f$

(۱) حد ندارد.

- ۲/۲۵ (۲)
- ۳/۵ (۳)
- ۲/۷۵ (۴)

$1^+ : 0 + 5 = 5 \xrightarrow{\div 2} 2,5$

$1^- : 2 + 3 = 5 \xrightarrow{\div 2} 2,5$

۱۲۳ - اگر  $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} \frac{a + 2[-x]}{1 - 2x} = -\infty$  باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \left[ \frac{x}{a} - x \right]$  کدام است؟

(۴) -۱

(۳) ۱

(۲) -۲

(۱) صفر

$$\left[ \frac{\frac{1}{2a}}{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2} \right]$$

$$0 < \frac{1}{2a} < \frac{1}{2}$$

$$-1 < \left[ \right] < 0$$

$$\frac{a-2}{0^-} = -\infty \Rightarrow a-2 > 0$$

$$a > 2$$

$$2a > 2$$

$$0 < \frac{1}{2a} < \frac{1}{2}$$

۱۲۴ - تابع ناصفر  $f(x) = b[x^2 - ax] - 2a$  در  $\mathbb{R}$  پیوسته است. مقدار  $\frac{a}{f(b)}$  کدام است؟

(۴) صفر

(۳) ۱

(۲)  $-\frac{1}{4}$

(۱)  $-\frac{1}{2}$

$$\frac{a}{f(b)} = \frac{a}{-2a} = -\frac{1}{2}$$

$$f(x) = -2a \Leftarrow b=0$$

۱۲۵ - خط  $\sqrt{y-x} = 5$  در ناحیه اول صفحه مختصات بر منحنی  $y = \frac{ax-1}{3x+1}$  مماس است. مقدار  $a$  کدام است؟

۹ (۴)      ۴ (۳)      ۴ (۲)      ۳ (۱)

$$\frac{ax-1}{3x+1} = \frac{x+5}{\sqrt{y-x}} \Rightarrow \sqrt{y-x} = \sqrt{3x^2 + 14x + 8} \quad y = \frac{x+5}{\sqrt{y-x}}$$

$$3x^2 + (14 - \sqrt{a})x + 12 = 0$$

$$\begin{cases} 14 - \sqrt{a} = 12 \Rightarrow a = 4 \\ 14 - \sqrt{a} = -12 \Rightarrow a = 5 \end{cases}$$

$$\boxed{a=4} \Rightarrow 3x^2 - 12x + 12 = 3(x-2)^2 = 0 \Rightarrow x=2 \quad \checkmark \text{ اصل}$$

$$a=5 \Rightarrow 3x^2 + 12x + 12 = 3(x+2)^2 = 0 \Rightarrow x=-2 \quad \times$$

۱۲۶ - آهنگ تغییر متوسط تابع  $f(x) = (x^2+1)^2(ax+1)$  در بازه  $[-1, 0]$  برابر  $-11$  است. آهنگ تغییر لحظه‌ای این

تابع در نقطه  $x = -2a$  کدام است؟

-۸ (۴)

۸ (۳)

-۱ (۲)

۱ (۱)

$$\bar{f} = \frac{f(1) - f(-1)}{1 - (-1)} = \frac{1 - (1)(1-a)}{1} = 1 - 1 + 1a = -11 \Rightarrow 1a = -12 \Rightarrow a = -12$$

$$x = -2a = 1$$

$$f'(x) = 2(x^2+1)^2(2x)(-\frac{1}{2}x+1) + (-\frac{1}{2})(x^2+1)^2$$

$$f'(1) = 12 - 1 = 11$$



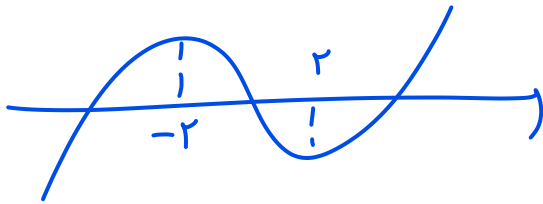
۱۲۷- مقدار مینیمم نسبی تابع  $y = x^3 - 12x + 2$ ، کدام است؟

-۷ (۴)

-۹ (۳)

-۱۱ (۲)

-۱۴ (۱)



$$x(x - \sqrt{12})(x + \sqrt{12}) + 2$$

$$y' = 3x^2 - 12 = 0 \Rightarrow x = \pm 2$$

$$\text{Min} \begin{matrix} 2 \\ -14 \end{matrix}$$

۱۲۸- مساحت بزرگ‌ترین مستطیل واقع در ناحیه‌های اول و دوم که دو رأس آن بر محور Xها و دو رأس دیگر آن بر

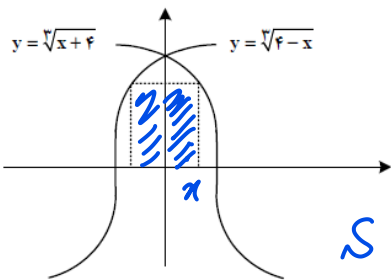
نمودارهای داده‌شده در شکل زیر قرار دارد، کدام است؟

۲ (۱)

۳ (۲)

۴ (۳)

۶ (۴)



$$S = 2x\sqrt{4-x}$$

$$\Rightarrow S_{\max} = 6$$

$$\text{در } x = \frac{4}{3} : \frac{1 \times \frac{4}{3} + \frac{1}{2} \times \frac{4}{3}}{\frac{4}{3}} = 3$$

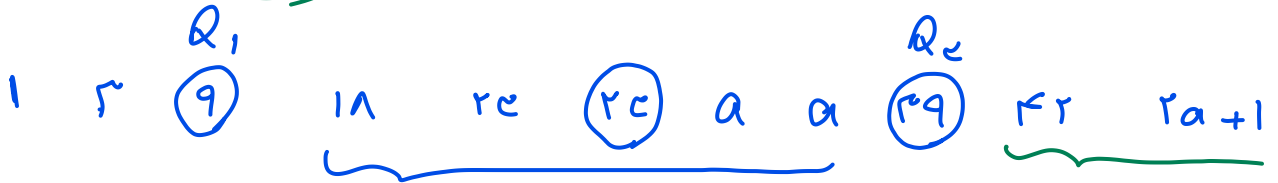
$Q_1 = \text{Median} = \text{بارششم}$

۱۲۹- برای داده‌های زیر، چارک اول و سوم به ترتیب برابر ۹ و ۳۹ است. اگر میانگین داده‌های بین چارک اول و چارک سوم برابر ۲۶ باشد، میانگین داده‌های بزرگ‌تر از چارک سوم کدام است؟

۱۸, ۲۳, ۳۹, ۱, ۳, ۴۲, a, a, ۲a+1, ۲۳, ۹      ۴۵ (۳)      ۲۱/۸ (۲)      ۲۰ (۱)

$Q_1 = \text{دوره اول}$

$Q_3 = \text{دوره سوم}$

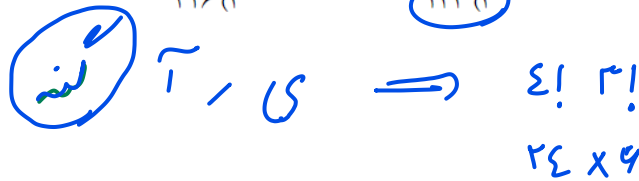


$$\frac{9 \times 6 + 2a}{6} = 26 \Rightarrow 2a = 44 \Rightarrow a = 22$$

$$\frac{42 + 44}{2} = \frac{109}{2}$$

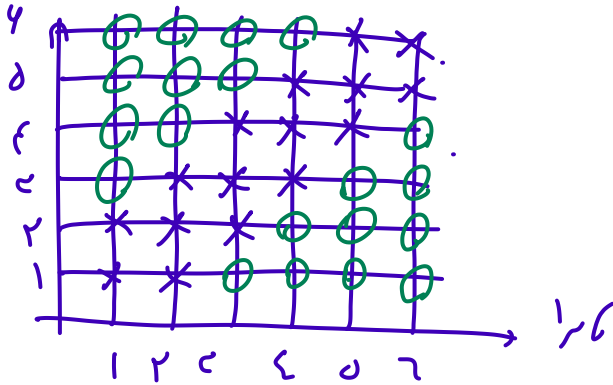
۱۳۰- با حروف کلمه «آهنگری» چند کلمه ۶ حرفی می‌توان نوشت که حروف کلمه «گنه» کنار هم باشند؟

۲۱۶ (۴)      ۱۴۴ (۳)      ۷۲ (۲)      ۲۴ (۱)



۱۳۱- دو تاس را پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال اعداد ظاهر شده متوالی و برابر نیستند؟

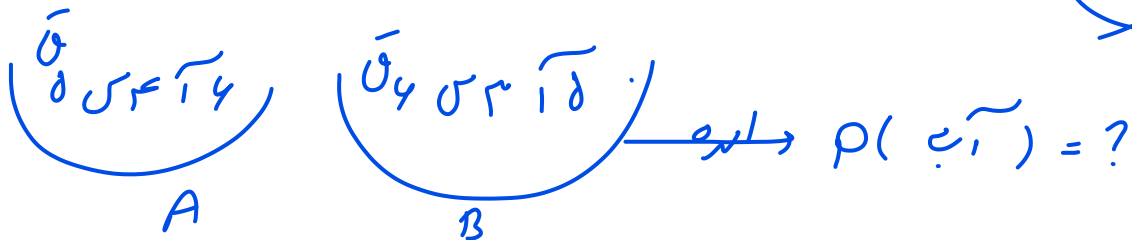
- تاس ۱  $\frac{1}{6}$  (۴)       $\frac{2}{3}$  (۳)       $\frac{5}{9}$  (۲)       $\frac{5}{12}$  (۱)



$$\frac{25}{36} = \frac{5}{9}$$

۱۳۲- جعبه A شامل ۶ مهره آبی، ۴ مهره سبز و ۵ مهره قرمز است و جعبه B شامل ۵ مهره آبی، ۳ مهره سبز و ۶ مهره قرمز است. از جعبه A به تصادف یک مهره انتخاب کرده، در جعبه B قرار می‌دهیم. سپس یک مهره از جعبه B انتخاب می‌کنیم. با کدام احتمال مهره خارج شده از جعبه B آبی است؟

- $\frac{1}{24}$  (۴)       $\frac{1}{28}$  (۳)       $\frac{1}{32}$  (۲)       $\frac{1}{36}$  (۱)



$$\frac{27}{78} = \frac{9}{26} = 0,34$$

$$\begin{aligned} & \xrightarrow{B \text{ آبی}} \frac{14}{18} \times \frac{5}{14} = \frac{5}{9} \\ & \xrightarrow{A \text{ آبی}} \frac{1}{18} \times \frac{2}{5} = \frac{2}{90} \end{aligned}$$

۱۳۳- نقاط  $A(2,0)$  و  $C(0,-1)$  دو رأس یک مربع و روی یک قطر هستند. کدام نقطه یک رأس مربع روی قطر دیگر است؟

~~$(\frac{5}{4}, \frac{1}{4})$  (۴)~~       ~~$(\frac{3}{4}, -\frac{5}{4})$  (۳)~~       $(\frac{3}{2}, -\frac{3}{2})$  (۲)       ~~$(0, \frac{3}{2})$  (۱)~~

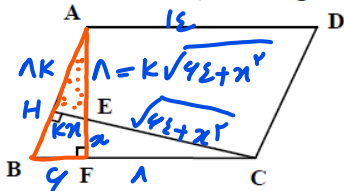
$\rightarrow$  مرکز  $M | -\frac{1}{4}$        $m_{AC} = \frac{1}{2} \Rightarrow m_{BD} = -2$

$BD \sim \text{س} : y = -2x + \frac{5}{2}$

$m_B = m_D = \frac{AC}{2} = \frac{\sqrt{1+1}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

۱-  $\sqrt{1+1} = \sqrt{2}$  غلط  
 ۲-  $\sqrt{\frac{1}{4}+1} = \frac{\sqrt{5}}{2}$  صحیح

۱۳۴- در متوازی‌الاضلاع شکل زیر، اندازه ارتفاع AF کدام است.  $AE = 8$  و  $BF = 6$ ،  $AD = 14$  است.



$\triangle AEH \sim \triangle AFB \sim \triangle CEF$

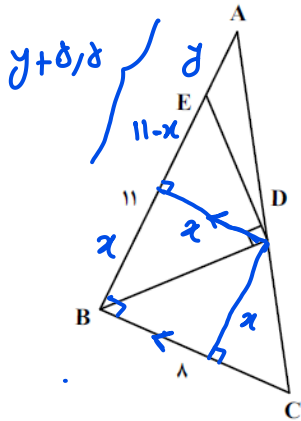
$$\frac{kx}{4} = \frac{8}{1+x}$$

$$x(x+1) = 32 \Rightarrow x = 5$$

$$AF = 12$$

- ۱۶ (۱)
- ۱۴ (۲)
- ۱۲ (۳)
- ۱۰ (۴)

۱۳۵- در شکل زیر، BD نیمساز است. اگر در مثلث BDE ارتفاع وارد بر ضلع BE موازی BC باشد، طول AE کدام است؟



- (1) 6/6
- (2) 5/4
- (3) 3/6
- (4) 2/4

$$x = x(11-x) \Rightarrow x = 11-x$$

$$\rightarrow x = 5,5$$

$$\frac{5,5}{11} = \frac{y+0,5}{11+y} \Rightarrow 5,5 \times 11 + 0,5y = 11y + 11 \times 0,5$$

$$y = \frac{11 \times 0,5}{5,5} = \frac{11}{2} \leftarrow 11 \times 0,5 = 5,5$$

۱۳۶- اگر  $B = \frac{\frac{2}{\sqrt{2}} + \sqrt{14}}{\frac{1}{\sqrt{2}} + \sqrt{14}}$  باشد، حاصل  $2B + 1$  کدام است؟

- (1)  $\sqrt{2}$
- (2)  $\sqrt{7}$
- (3)  $2\sqrt{2}$
- (4)  $2\sqrt{7}$

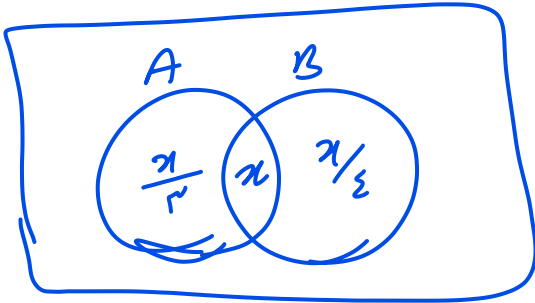
$$\frac{x\sqrt{14}}{x\sqrt{14}} \rightarrow \frac{2\sqrt{7} + 14}{1\sqrt{7} + 14} = \frac{\sqrt{7} + 7}{5\sqrt{7} + 7} + 1 = \frac{2\sqrt{7} + 21 + 5\sqrt{7} + 7}{5\sqrt{7} + 7}$$

$$= \frac{7\sqrt{7} + 28}{5\sqrt{7} + 7} = \frac{\sqrt{7}(\sqrt{7} + 4\sqrt{7})}{5\sqrt{7} + 7}$$

۱۳۷- اگر  $n(A \cap B) = 3n(A - B) = 2n(B - A)$  و  $n(A \cup B) = 57$  باشد، تعداد اعضای مجموعه A کدام است؟

$\frac{x}{2}$ 
 $\frac{x}{4}$ 
 $\frac{x}{2}$

۴۸ (۴)
۴۵ (۳)
۳۶ (۲)
۳۳ (۱)



$$x + \frac{x}{2} + \frac{x}{4} = \frac{12x + 6x + 3x}{12}$$

$$= \frac{19x}{12} = 57 \Rightarrow x = 29$$

$$n(A) = \frac{5x}{2} = \frac{5}{2} \times 29 = 48$$

۱۳۸- با اضافه کردن ۴ واحد به جملات اول و دوم یک دنباله حسابی، جملات اول و دوم دنباله حسابی جدید ساخته می شود. اختلاف جمله n ام دو دنباله کدام است؟

۶ (۴)

۲ (۳)

۸ (۲)

۴ (۱)

$$a \quad a+d \rightsquigarrow a+(n-1)d \quad \ominus \rightarrow \uparrow$$

$$a+4 \quad a+4+d \rightsquigarrow a+4+(n-1)d$$

۱۳۹ - اگر  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 + 3} + 2a & |x| \leq 1 \\ ax^2 + 5 & |x| \geq 1 \end{cases}$  ضابطه تابع  $f$  باشد، مقدار  $f(a)$  کدام است؟

۱۴ (۴)                      ۲۵ (۳)                      ۳۲ (۲)                      ۴۶ (۱)

$$f(1) = 1 + 2a = a + 5 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow f(1) = 1^2 + 5 = 6$$

۱۴۰ - خط  $3y + 2x = 9$  در نقطه  $(0, 3)$  بر دایره  $x^2 + y^2 + 3x + ay = c$  مماس است. مقدار  $a$  کدام است؟

-۱/۵ (۴)                      ۱/۵ (۳)                      -۳/۵ (۲)                      ۳/۵ (۱)



$$9 + 2a = c$$

$$x^2 + y^2 + 3x + ay - 9 - 2a = 0$$

$$\frac{\left| \frac{-2a}{2} - 3 - 9 \right|}{\sqrt{13}} = \frac{|1,5a + 12|}{\sqrt{13}} = \frac{1}{2} \sqrt{9 + a^2 + 3a + 12a}$$

$$13(1,5a + 12) = 13(1,5a + 12)$$

$$13(1,5a + 12) - 13(1,5a + 12) = 0$$

$$a = -1,5$$