



۱۱۱- سهمی $y = -mx^2 + mx + 1$ و خط $y = -m - x$ یکدیگر را در هیچ نقطه‌ای قطع نمی‌کنند. حدود m شامل چند مقدار صحیح است؟

معادله تلاقی نباید درسته
دائره باشد

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) صفر

$\Delta < 0 \rightarrow -mx^2 + mx + 1 = -m - x \rightarrow mx^2 - mx - x - m - 1 = 0$

$mx^2 - (m+1)x - m - 1 = 0 \rightarrow \Delta = (m+1)^2 - 4m(-m-1) < 0$

$\rightarrow m^2 + 2m + 1 + 4m^2 + 4m < 0 \rightarrow 5m^2 + 6m + 1 < 0$

$m = -1$ $m = -1/5$ $\notin \mathbb{Z}$ فاند عدد صحیح

۱۱۲- اگر $f = \{(\frac{1}{9}, -1), (\frac{1}{3}, 1), (-\frac{1}{4}, 3), (\frac{1}{4}, -3)\}$ و $g(x) = -|x|\sqrt{x}$ و $f \circ g^{-1}(a) = -3$ باشد، مقدار a کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{9}$ (۲) $\frac{1}{9}$ (۳) $-\frac{1}{8}$ (۴) $\frac{1}{8}$

$f(g^{-1}(a)) = -3 \rightarrow g^{-1}(a) = 1/4 \rightarrow g(1/4) = a$

$f(1/4) = -3 \rightarrow g(1/4) = -1/4 \sqrt{1/4} = -1/8$

۱۱۳- اگر α و β صفرهای سهمی $y = 25\alpha x^2 + 4x + \beta$ و $\beta > \alpha$ باشد، رأس این سهمی در کدام ناحیه از صفحه مختصات قرار دارد؟

- (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

$\alpha + \beta = -\frac{4}{25\alpha}$

$\alpha \cdot \beta = \frac{\beta}{25\alpha} \rightarrow \alpha^2 = \frac{1}{25} \rightarrow \alpha = \pm \frac{1}{5}$

$\alpha = \frac{1}{5} \rightarrow \frac{1}{5} + \beta = -\frac{4}{5} \rightarrow \beta = -1 \rightarrow \beta < \alpha$ X

$\alpha = -\frac{1}{5} \rightarrow -\frac{1}{5} + \beta = -\frac{4}{5} \rightarrow \beta = -1 \rightarrow \beta > \alpha$ ✓

$y = -5x^2 + 4x + 1$
 $x = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$
 $y = -\frac{4}{5} + \frac{4}{5} + 1 = 1$
 $x > 0 \rightarrow$ ناحیه اول
 $y > 0$



۱۱۴- به ازای چند مقدار طبیعی از دامنه تابع $y = -\frac{1}{3-x}$ ، نمودار این تابع بالای $y = -4$ و پایین $y = 0$ قرار دارد؟

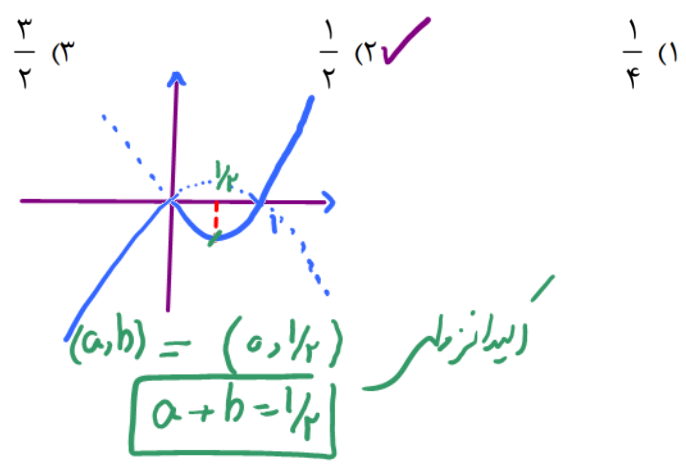
① $-\frac{1}{3-x} > -4 \rightarrow \frac{1}{x-3} + 4 > 0 \rightarrow \frac{4x-11}{x-3} > 0$

② $-\frac{1}{3-x} < 0 \rightarrow \frac{1}{x-3} < 0 \rightarrow x-3 < 0 \rightarrow \boxed{x < 3}$

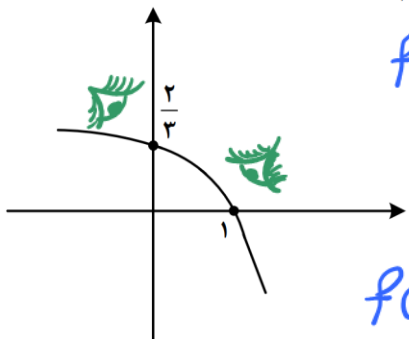
صبر: $x = 1, 2$ $(-\infty, 1/4)$

۱۱۵- تابع $y = (x-1)|x|$ در بازه (a, b) اکیداً نزولی است. مقدار $a+b$ کدام است؟

$y = \begin{cases} x(x-1) & x \geq 0 \\ -x(x-1) & x < 0 \end{cases}$



۱۱۶- شکل زیر نمودار تابع $f(x) = 1 + c \times 3^{a+bx}$ است. مقدار $f(-1)$ کدام است؟



$f(0) = 2/3 \rightarrow 1 + c \times 3^a = 2/3$
 $\rightarrow c \times 3^a = -1/3 = -3^{-1}$
 $\rightarrow \boxed{c = -1}, \boxed{a = -1}$
 $f(1) = 0 \rightarrow 1 + c \times 3^{a+b} = 0$
 $\Rightarrow 1 - 3^{-1+b} = 0 \rightarrow 3^{-1+b} = 1 = 3^0$

- 10/9 (1)
- 8/9 (2) ✓
- 5/3 (3)
- 7/8 (4)

$\Rightarrow -1+b=0 \rightarrow \boxed{b=1}$

$f(x) = 1 - 3^{-1+x} \xrightarrow{x=-1} 1 - 3^{-2} = 1 - 1/9 = 8/9$



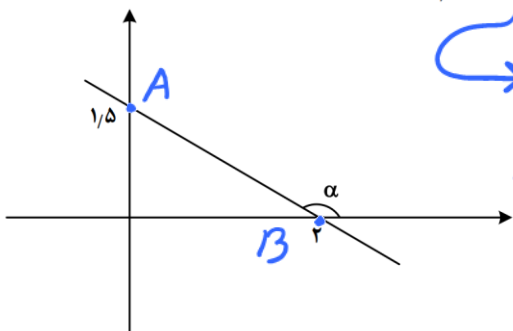
۱۱۷- اگر $y = \frac{x+2}{4} - \frac{\sqrt{x+1}}{2}$ ضابطه تابع وارون $y = ax + a\sqrt{x}$ باشد، مقدار a کدام است؟
 ۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ✓ ۹ (۴)

$$f(x) = ax + a\sqrt{x}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{x+2}{4} - \frac{\sqrt{x+1}}{2} \Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=1/4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3 \\ 1/4 \end{cases} \in f^{-1} \Rightarrow \begin{cases} 1/4 \\ 3 \end{cases} \in f$$

$$f(1/4) = 3 \rightarrow a/4 + a/2 = 3 \rightarrow 3/4 a = 3 \rightarrow \boxed{a=4}$$

۱۱۸- در شکل زیر، زاویه α مشخص شده است. مقدار $\tan(\frac{\pi}{2} - \alpha)$ کدام است؟



$$\hookrightarrow \cot \alpha = ?$$

$$A | \begin{matrix} 0 \\ 1/5 \end{matrix} \quad B | \begin{matrix} 2 \\ 0 \end{matrix}$$

$$\text{یب} = \frac{0 - 1/5}{2 - 0} = -1/10$$

$$\text{یب} = \tan \alpha = -1/10$$

$$\Rightarrow \cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = -10$$

$$\frac{3}{4} \quad (1)$$

$$\frac{4}{3} \quad (2)$$

$$-\frac{3}{4} \quad (3)$$

$$-\frac{4}{3} \quad (4) \checkmark$$

۱۱۹- حاصل عبارت $\frac{2 \cos(248^\circ) - 2 \sin(158^\circ)}{\sin(202^\circ) - \cos(292^\circ)}$ کدام است؟

$$2/5 \quad (4) \checkmark$$

$$-2/5 \quad (3)$$

$$-0/5 \quad (2)$$

$$0/5 \quad (1)$$

$$= \frac{2 \cos(\frac{3\pi}{4} - 22) - 2 \sin(\pi - 22)}{\sin(\pi + 22) - \cos(\frac{3\pi}{4} + 22)} = \frac{-2 \sin 22 - 2 \sin 22}{-\sin 22 - \sin 22} = \frac{-4 \sin 22}{-2 \sin 22} = 2, 0$$



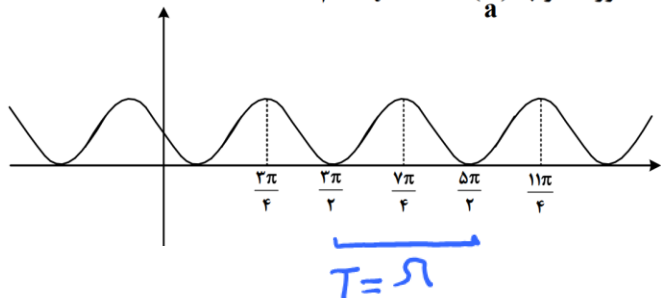
۱۲۰- معادله مثلثاتی $\sin 2x - 4 \sin^2 x \cos x = 0$ چند جواب در بازه $(-\pi, \pi)$ دارد؟

- ۷ (۴) ۶ (۳) ۵ (۲) ✓ ۴ (۱)

$$\sin 2x - \frac{2 \sin x \cos x}{\sin 2x} \cdot 2 \sin x \cos x = 0 \Rightarrow \sin 2x - \sin x \cdot 2 \sin x \cos x = 0$$

$$\Rightarrow \sin 2x (1 - 2 \cos x) = 0 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \sin 2x = 0 \rightarrow 2x = k\pi \rightarrow x = \frac{k\pi}{2} \\ \sin x = \frac{1}{2} \rightarrow x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6} \end{array} \right.$$

۱۲۱- شکل زیر، نمودار تابع $y = 1 + \sin ax$ است. دوره تناوب $y = 3 \cos(\frac{x}{a})$ کدام است؟

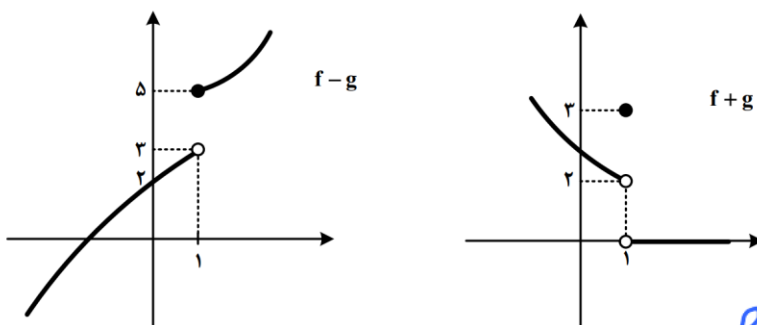


- ۴π (۱) ✓
۶π (۲)
۳π (۳)
۲π (۴)

$$T = \frac{2\pi}{|a|} = \pi \rightarrow |a| = 2$$

$$\rightarrow T' = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}|a|} = \frac{2\pi}{1} = 4\pi$$

۱۲۲- شکل‌های زیر، نمودار توابع $f+g$ و $f-g$ هستند. مقدار $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ کدام است؟



(۱) حد ندارد.

- ۲/۲۵ (۲)
۲/۵ (۳) ✓
۲/۷۵ (۴)

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f+g = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f-g = 0$$

$$\oplus \rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} 2f = 0$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} f = 0/2$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f+g = 2 \oplus \rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^-} 2f = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f-g = 3 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^-} f = 3/2$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} f = 3/2$$

۱۲۳ - اگر $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} \frac{a+2[-x]}{1-2x} = -\infty$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} \left[\frac{x}{a} - x \right]$ کدام است؟
 (۱) صفر (۲) -۲ (۳) ۱ (۴) -۱ ✓

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} \frac{a-2x}{1-2x} = \frac{a-1}{0^-} = -\infty \Rightarrow a-1 > 0 \Rightarrow \boxed{a > 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} \left[\frac{x}{a} - x \right] = \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right] = \left[\frac{1-1}{2} \right] = \left[\frac{-0}{2} \right] = -1$$

$a=1$: \checkmark \leftarrow

۱۲۴ - تابع ناصفر $f(x) = b[x^2 - ax] - 2a$ در \mathbb{R} پیوسته است. مقدار $\frac{a}{f(b)}$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2}$ ✓ (۲) $-\frac{1}{4}$ (۳) ۱ (۴) صفر

کسب $b=0 \rightarrow f(x) = -2a$

$$\Rightarrow \frac{a}{-2a} = -\frac{1}{2}$$

۱۲۵ - خط $7y - x = 5$ در ناحیه اول صفحه مختصات بر منحنی $y = \frac{ax-1}{3x+1}$ مماس است. مقدار a کدام است؟

$$\frac{ax-1}{3x+1} = \frac{x+5}{7} \rightarrow 7(ax-1) = (x+5)(3x+1)$$

$$7ax - 7 = 3x^2 + 16x + 5$$

$$3x^2 + (16-7a)x + 12 = 0$$

$$\Delta = 0 \rightarrow (16-7a)^2 - 144 = 0 \rightarrow (7a-16)^2 = 144$$

$7a-16 = 12 \rightarrow \boxed{a=4}$ $16-7a < 0$
 $7a-16 = -12 \rightarrow \boxed{a=\frac{4}{7}}$ $a > \frac{1}{14}$

$y = \frac{x+5}{7}$
 $x^2 - 4x + 4 = 0$
 $(x-2)^2 = 0$
 $x = 2$ ✓



۱۲۶- آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x) = (x^2 + 1)^3(ax + 1)$ در بازه $[-1, 0]$ برابر ۱۱- است. آهنگ تغییر لحظه‌ای این

تابع در نقطه $x = -2a$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۸ (۴) -۸

$$\text{متوسط} = \frac{f(0) - f(-1)}{0 - (-1)} = \frac{1 - (1^3(-a+1))}{1} = 1 + 1a - 1 = -11$$

$$\Rightarrow 1a = -2 \rightarrow \boxed{a = -1/2} \rightarrow \boxed{x = 1}$$

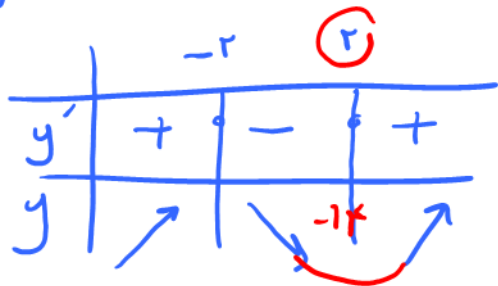
$$f(x) = (x^2 + 1)^3(-1/2x + 1) \xrightarrow{\text{مشتق}}$$

$$f'(x) = 3 \times 2x \times (x^2 + 1)^2(-1/2x + 1) + (-1/2)(x^2 + 1)^3 \xrightarrow{x=1} 12 - 4 = 8$$

۱۲۷- مقدار مینیمم نسبی تابع $y = x^3 - 12x + 2$ ، کدام است؟

- (۱) -۱۴ (۲) -۱۱ (۳) -۹ (۴) -۷

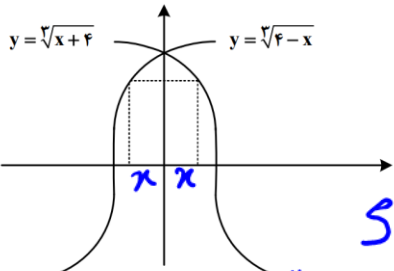
$$y' = 3x^2 - 12 = 0 \rightarrow x^2 = 4 \rightarrow x = \pm 2$$



$$f(2) = 1 - 24 + 2 = -14$$

۱۲۸- مساحت بزرگ‌ترین مستطیل واقع در ناحیه‌های اول و دوم که دو رأس آن بر محور xها و دو رأس دیگر آن بر

نمودارهای داده‌شده در شکل زیر قرار دارد، کدام است؟



$$S = 2x \cdot y = 2x \sqrt{4-x}$$

$$S = 2\sqrt{4x^2 - x^3}$$

$$S' = 2x \frac{12x^2 - 4x^3}{3\sqrt{(4x^2 - x^3)^2}} = 0 \xrightarrow{\text{ریشه}} 3x^2(3-x) = 0 \rightarrow \boxed{x=3}$$

$$\boxed{S = 6}$$

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶

استاد: مهندس سامان صداقت پاسخ تشریحی درس ریاضیات، کنکور ۱۴۰۳ تجربی - نوبت اول

۱۲۹- برای داده‌های زیر، چارک اول و سوم به ترتیب برابر ۹ و ۳۹ است. اگر میانگین داده‌های بین چارک اول و چارک سوم برابر ۲۶ باشد، میانگین داده‌های بزرگ‌تر از چارک سوم کدام است؟
 ۱۸، ۲۳، ۳۹، ۱، ۳، ۴۲، a ، a ، $2a+1$ ، ۲۳، ۹
 ۵۴/۵ (۴) ✓ ۴۵ (۳) ۲۱/۸ (۲) ۲۰ (۱)

۱، ۳، ۹، ۱۸، ۲۳، ۲۳، ۳۹، ۴۲

۱، ۳، ۹، a ، a ، 18 میان، ۲۳، ۲۳، ۳۹، ۴۲، $2a+1$

$$a, a, 18, 23, 23 \rightarrow \bar{X} = \frac{2a + 47}{5} = 24 \rightarrow a = 33$$

$$42, 47 \rightarrow \bar{X} = \frac{42 + 47}{2} = 84,5$$

۱۳۰- با حروف کلمه «آهنگری» چند کلمه ۶ حرفی می‌توان نوشت که حروف کلمه «گنه» کنار هم باشند؟

۲۱۶ (۴)

۱۴۴ (۳) ✓

۷۲ (۲)

۲۴ (۱)

$$3! \times 3! = 144$$

گنه، گنه، گنه، گنه

۱۳۱- دو تاس را پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال اعداد ظاهر شده متوالی و برابر نیستند؟

$\frac{1}{6}$ (۴)

$\frac{2}{3}$ (۳)

$\frac{5}{9}$ (۲) ✓

$\frac{5}{12}$ (۱)

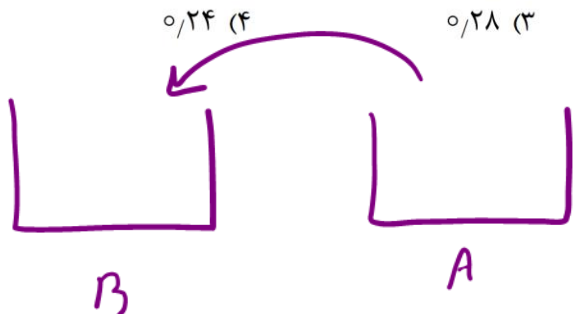
(متوالی یا برابر) - ۱ : متمم

$$1 - \left(\frac{4}{36} + \frac{10}{36} \right) = \frac{20}{36} = \frac{5}{9}$$

متوالی



۱۳۲- جعبه A شامل ۶ مهره آبی، ۴ مهره سبز و ۵ مهره قرمز است و جعبه B شامل ۵ مهره آبی، ۳ مهره سبز و ۶ مهره قرمز است. از جعبه A به تصادف یک مهره انتخاب کرده، در جعبه B قرار می‌دهیم. سپس یک مهره از جعبه B انتخاب می‌کنیم. با کدام احتمال مهره خارج شده از جعبه B آبی است؟



$$\frac{4}{10} \times \frac{4}{10} + \frac{9}{18} \times \frac{5}{10} = \frac{11}{20} = \frac{9}{20} = 0.45$$

۱۳۳- نقاط $A(2,0)$ و $C(0,-1)$ دو رأس یک مربع و روی یک قطر هستند. کدام نقطه یک رأس مربع روی قطر دیگر است؟

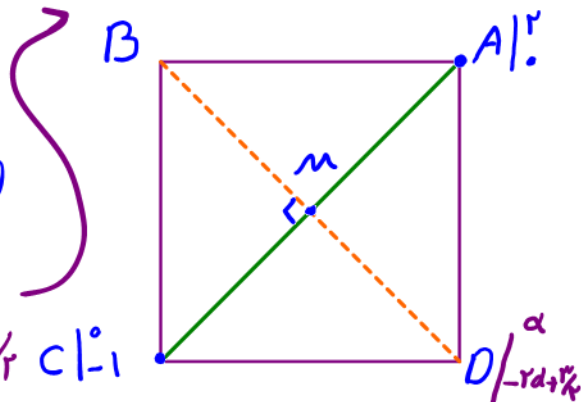
نقطه‌ها: $(\frac{5}{4}, \frac{1}{4})$ (۴) $(\frac{3}{4}, -\frac{5}{4})$ (۳) $(\frac{3}{2}, -\frac{3}{2})$ (۲) ✓ $(0, \frac{3}{2})$ (۱)

شیب $m_{AC} = \frac{-1-0}{0-2} = \frac{1}{2}$ m_{AB}

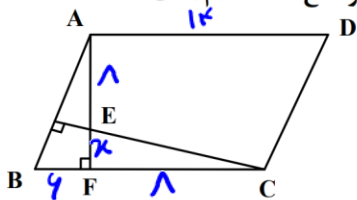
$m_{BD} = -2$

معادله BC: $y + \frac{1}{2} = -2(x - 1)$
 $y = -2x + \frac{3}{2}$

$m_{AD} \times m_{DC} = -1$
 $\frac{-2 + \frac{3}{2}}{\alpha - 2} = \frac{-2 + \frac{3}{2} + 1}{\alpha} \rightarrow \alpha = \frac{1}{2} - \frac{4}{2} = -\frac{3}{2}$



۱۳۴- در متوازی‌الاضلاع شکل زیر، $AD = 14$ ، $BF = 6$ و $AE = 8$ است. اندازه ارتفاع AF کدام است؟



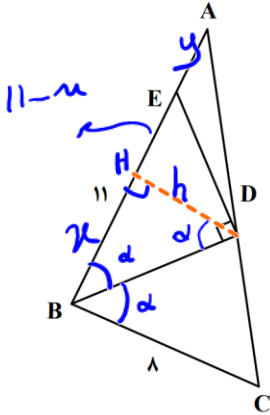
$\triangle ABF \sim \triangle CEF$ (دولایه برابر)

$\frac{AB}{CE} = \frac{BF}{EF} = \frac{AF}{CF}$

$\frac{4}{x} = \frac{8+x}{8} \rightarrow x = 4 \rightarrow AF = 12$

- ۱۶ (۱)
- ۱۴ (۲)
- ۱۲ (۳) ✓
- ۱۰ (۴)

۱۳۵- در شکل زیر، BD نیمساز است. اگر در مثلث BDE ارتفاع وارد بر ضلع BE موازی BC باشد، طول AE کدام است؟



$\alpha = 40^\circ, D = 90^\circ$

$BH = x, HE = 11 - x$ $HE = 8,5$

$h = x = 11/4 = 8,5$

$\frac{AH}{AB} = \frac{h}{BC} \rightarrow \frac{y + 8,5}{y + 11} = \frac{8,5}{1}$

$y = 4,2$

- ۶,۶ (۱) ✓
- ۵,۴ (۲)
- ۳,۶ (۳)
- ۲,۴ (۴)

۱۳۶- اگر $B = \frac{\frac{2}{\sqrt{2}} + \sqrt{14}}{\frac{1}{\sqrt{2}} + \sqrt{14}}$ باشد، حاصل $3B + 1$ کدام است؟

$2\sqrt{7}$ (۴)

$2\sqrt{2}$ (۳)

$\sqrt{7}$ (۲) ✓

$\sqrt{2}$ (۱)

$B = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{14}}{2\sqrt{2} + \sqrt{14}} \times \frac{2\sqrt{2} - \sqrt{14}}{2\sqrt{2} - \sqrt{14}} = \frac{2 + 2\sqrt{28} - \sqrt{28} - 14}{18}$

$= \frac{-4 + 4\sqrt{7}}{18} = \frac{-1 + \sqrt{7}}{3} \rightarrow 3B + 1 = -1 + \sqrt{7} + 1 = \sqrt{7}$

۱۳۷- اگر $n(A \cap B) = 3n(A - B) = 4n(B - A)$ و $n(A \cup B) = 57$ باشد، تعداد اعضای مجموعه A کدام است؟

48 (۴) ✓

45 (۳)

36 (۲)

33 (۱)

$n(A \cup B) - n(A \cap B) = n(A - B) + n(B - A)$

$57 - 3n(A - B) = n(A - B) + 4n(A - B)$

$\Rightarrow n(A - B) = 12$
 $n(A \cap B) = 3n(A - B) = 36$
 $n(A) = 12 + 36 = 48$

