



پایه  
یازدهم

۱۴۰۳/۰۲/۲۰

آزمون  
ششم  
حضور



سال تحصیلی  
۱۴۰۲ - ۱۴۰۳

شیمی (۲)	فیزیک (۲)	آمار و احتمال	هندسه (۲)	حسابان (۱)
فصل دوم: در پی غذای سالم (از ابتدای آنتالپی، همان محتوای انرژی است) + فصل سوم: پوشاک نیازی پایان ناپذیر صفحه ۶۵ تا ۱۳۳	فصل دوم: جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم (از ابتدای توان در مدارهای الکتریکی) + فصل سوم: مغناطیس + فصل چهارم: القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب صفحه ۶۷ تا ۱۳۰	فصل دوم: احتمال (از ابتدای احتمال شرطی تا پایان فصل) + فصل سوم: آمار توصیفی + فصل چهارم: آمار استنباطی صفحه ۴۸ تا ۱۲۱	فصل دوم: تبدیل‌های هندسی و کاربردها (از ابتدای تجانس تا پایان فصل) + فصل سوم: روابط طولی در مثلث صفحه ۴۳ تا ۷۵	فصل سوم: توابع نمایی و لگاریتمی (از ابتدای تابع لگاریتمی و لگاریتم) + فصل چهارم: مثلثات + فصل پنجم: حد و پیوستگی صفحه ۸۰ تا ۱۵۱

## آزمون آزمایشی خیلی سبز

### گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

• نام و نام خانوادگی: • شماره داوطلبی:

عنوان مواد امتحانی آزمون، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی	ملاحظات
۱	حسابان	۲۰	۱	۲۰	۳۰ دقیقه	۸۰ سؤال ۱۲۰ دقیقه
۲	هندسه	۱۰	۲۱	۳۰	۲۰ دقیقه	
۳	آمار و احتمال	۱۰	۳۱	۴۰	۲۰ دقیقه	
۴	فیزیک	۲۰	۴۱	۶۰	۳۰ دقیقه	
۵	شیمی	۲۰	۶۱	۸۰	۲۰ دقیقه	

اساتید، مشاوران و دانش‌آموزان گرامی:

نظرات، پیشنهادات، انتقادات و بازخوردهای خود نسبت به سؤالات این آزمون را می‌توانید  
از طریق آیدی @Kheilisabz\_edit در همه پیام‌رسان‌ها با ما به اشتراک بگذارید.

Azmoon.kheilisabz.com



صفحه‌های ۸۰ تا ۱۵۱

## حسابان (۱)

۱- اگر  $\log_2 3 = \frac{8}{5}$  باشد، مقدار  $\log_{12} 24$  چه عددی است؟

$$\frac{23}{18} \text{ (۴)} \quad \frac{7}{9} \text{ (۳)} \quad \frac{7}{6} \text{ (۲)} \quad \frac{23}{9} \text{ (۱)}$$

۲- اگر  $a = \log_2 9$  و  $b = \frac{1}{8}(2+a)$  باشد، مقدار  $\log_2(3b-2)$  کدام است؟

$$4 \text{ (۴)} \quad 3 \text{ (۳)} \quad \frac{4}{3} \text{ (۲)} \quad \frac{3}{4} \text{ (۱)}$$

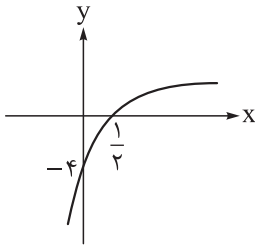
۳- نمودار تابع  $f(x) = a - 2^{b-2x}$  شکل روبه‌رو است. جواب نامعادله  $f(x) \geq -12$  کدام است؟

$$[-\frac{1}{2}, 4] \text{ (۱)}$$

$$[-2, +\infty) \text{ (۲)}$$

$$[-\frac{1}{2}, +\infty) \text{ (۳)}$$

$$[-2, 8] \text{ (۴)}$$

۴- وارون تابع  $f(x) = 2^{2x} + 2^{x+1}$  به صورت  $y = \log_2 g(x)$  است. مقدار  $g^{-1}(2)$  چه عددی است؟

$$17 \text{ (۴)} \quad 15 \text{ (۳)} \quad 10 \text{ (۲)} \quad 8 \text{ (۱)}$$

۵- اگر  $\log_2 3 = 0/3$  آن‌گاه به بزرگی زلزله چه عددی اضافه شود تا انرژی آزادشده از آن ۸۰۰ برابر شود؟

$$1/63 \text{ (۴)} \quad 1/93 \text{ (۳)} \quad 2/3 \text{ (۲)} \quad 1/83 \text{ (۱)}$$

۶- اگر  $f(x) = \frac{ax}{|x|} - 3|x^2|$  در  $x=0$  دارای حد باشد، مقدار  $a$  کدام است؟

$$-\frac{3}{2} \text{ (۴)} \quad -\frac{1}{2} \text{ (۳)} \quad \frac{3}{2} \text{ (۲)} \quad \frac{1}{2} \text{ (۱)}$$

۷- اگر  $f(x) = 3x - |x+1|$  و  $\alpha$  طول نقطه تلاقی  $f$  و  $f^{-1}$  باشد، مقدار  $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(x) - f^{-1}(x)}{x - \alpha}$  چه عددی است؟

$$2 \text{ (۴)} \quad \frac{5}{2} \text{ (۳)} \quad \frac{1}{2} \text{ (۲)} \quad \frac{3}{2} \text{ (۱)}$$

۸- اگر  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{ax^2 + 8}{bx - 2b} = 8$  باشد، مقدار  $\lim_{x \rightarrow b} \frac{\sqrt{ax+2} + a}{b^2 - x^2}$  کدام است؟

$$\frac{1}{4} \text{ (۴)} \quad -\frac{1}{4} \text{ (۳)} \quad \frac{1}{2} \text{ (۲)} \quad -\frac{1}{2} \text{ (۱)}$$

محل انجام محاسبات



۹- مقدار  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sin \pi x}{\sqrt{2+2 \cos \pi x}}$  کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)  $-\frac{1}{2}$

۱۰- اگر  $f(x) = \frac{x\sqrt{x}}{3x^2+x-1}$  باشد، مقدار  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3f(x)-1}{x^2-x}$  چه عددی است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲)  $-\frac{3}{2}$  (۳)  $-\frac{5}{6}$  (۴)  $-\frac{1}{2}$

۱۱- اگر  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{a-\sqrt{x}}{2-\sqrt{5-x}} = b$  و  $b \in \mathbb{R}$  باشد، مقدار  $ab$  کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) ۲ (۳)  $\frac{1}{3}$  (۴)  $-\frac{1}{2}$

۱۲- اگر  $f(x) = [\log_2(x+1)]$  باشد، چهارمین نقطه ناپیوستگی تابع با طول مثبت چه عددی است؟

- (۱) ۲۸ (۲) ۶۴ (۳) ۸۲ (۴) ۸۰

۱۳- تابع  $f(x) = \begin{cases} (x+1)[x] & |x+1| < 1 \\ x^2+ax+b & |x+1| \geq 1 \end{cases}$  در تمام نقاط حقیقی پیوسته است. مقدار  $ab$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{3}{2}$  (۲)  $-\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)  $-\frac{3}{2}$

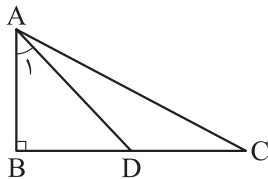
۱۴- اگر  $\cos \alpha = \frac{-1}{4}$  و  $\alpha + \beta = \frac{\pi}{4}$ ، مقدار  $\cos 2\beta$  چه عددی است؟

- (۱)  $\pm \frac{\sqrt{3}}{4}$  (۲)  $\pm \frac{\sqrt{3}}{2}$  (۳)  $\pm \frac{1}{4}$  (۴)  $\pm \frac{\sqrt{2}}{4}$

۱۵- اگر  $\tan \alpha = 4 \cot \alpha$  و  $\alpha$  ناحیه سوم مثلثاتی باشد، مقدار  $\cos^2(\frac{\pi}{4} + \alpha)$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{3}{10}$  (۲)  $\frac{1}{10}$  (۳)  $\frac{4}{5}$  (۴)  $\frac{3}{5}$

۱۶- اگر  $DB = 1$  و  $\hat{A}_1 = 30^\circ$  و مساحت مثلث  $ABC$  برابر  $\sqrt{3}$  باشد، مقدار  $\sin 2\hat{C}$  چه عددی است؟



- (۱)  $\frac{4\sqrt{3}}{7}$  (۲)  $\frac{2\sqrt{3}}{7}$  (۳)  $\sqrt{\frac{3}{7}}$  (۴)  $2\sqrt{\frac{3}{7}}$

محل انجام محاسبات



۱۷- هرگاه  $\sin(\frac{3\pi}{4} - \alpha) = \frac{1}{3}$  و انتهای کمان  $\alpha$  در ناحیه سوم باشد، مقدار  $\cos^2(\alpha + \frac{3\pi}{4})$  چه عددی است؟

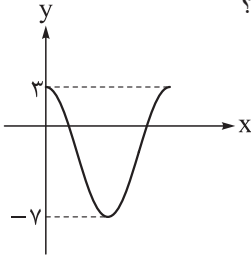
$$\frac{9 + 4\sqrt{2}}{18} \quad (۴)$$

$$\frac{9 - 4\sqrt{2}}{18} \quad (۳)$$

$$\frac{9 + 2\sqrt{2}}{18} \quad (۲)$$

$$\frac{9 - 2\sqrt{2}}{18} \quad (۱)$$

۱۸- قسمتی از نمودار تابع  $f(x) = a \cos x + b$  به شکل مقابل است. مقدار  $f(\frac{8\pi}{3})$  کدام است؟



$$\frac{7}{2} \quad (۱)$$

$$-\frac{5}{2} \quad (۲)$$

$$-\frac{9}{2} \quad (۳)$$

$$\frac{3}{2} \quad (۴)$$

۱۹- اگر در تابع  $f(x) = a + 2 + 2a \cos 2x$  اختلاف حداقل و حداکثر تابع برابر ۸ باشد، مقدار  $f(\frac{7\pi}{3})$  کدام می تواند باشد؟

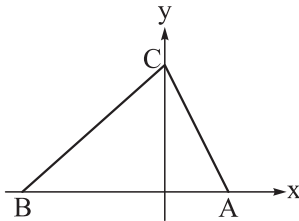
$$-۴ \quad (۴)$$

$$۴ \quad (۳)$$

$$-۲ \quad (۲)$$

$$۲ \quad (۱)$$

۲۰- اگر  $A(1,0)$  و  $B(-2,0)$  و  $C(0,2)$  سه رأس مثلث ABC هستند، مقدار  $\cos 2\hat{C}$  چه عددی است؟



$$\frac{-3}{10} \quad (۲)$$

$$\frac{-2}{5} \quad (۱)$$

$$\frac{-3}{5} \quad (۴)$$

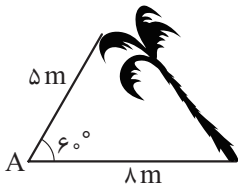
$$\frac{-4}{5} \quad (۳)$$

صفحه‌های ۴۳ تا ۷۵

هندسه (۲)

۲۱- یک درخت کج از نقطه A روی زمین که در فاصله ۵ متری از نوک درخت است به زاویه  $60^\circ$  دیده می شود. اگر

فاصله A تا پای درخت ۸ متر باشد، طول درخت چند متر است؟



$$۷ \quad (۲)$$

$$5\sqrt{2} \quad (۱)$$

$$۶ \quad (۴)$$

$$2\sqrt{10} \quad (۳)$$

محل انجام محاسبات



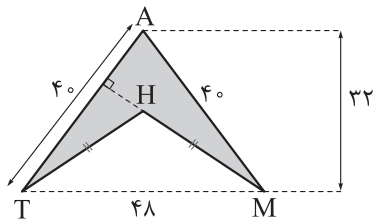
۲۲- تصویر مربعی به طول ضلع ۲ را در تجانس با نسبت ۳ به مرکز یکی از رأس‌های آن به دست می‌آوریم. مساحت ناحیه بین مربع اولیه و تصویرش کدام است؟

۱۶ (۲)

۸ (۱)

۳۲ (۴)

۲۴ (۳)



۲۳- مطابق شکل، دور زمینی حصارکشی شده است. بدون کم و زیاد کردن طول حصارها با جابه‌جایی حصارهای MH و TH، مساحت زمین را افزایش می‌دهیم. مساحت افزوده شده کدام است؟

۸۳۲ (۲)

۸۵۰ (۱)

۸۰۰ (۴)

۸۶۴ (۳)

۲۴- مثلث ABC را با اضلاع  $AB = 3$ ،  $AC = 4$  و  $BC = 5$  در نظر می‌گیریم. عمودمنصف بزرگ‌ترین ضلع را رسم می‌کنیم و نقطه دلخواه M را روی آن به رأس‌های A و B وصل می‌کنیم. کم‌ترین مقدار  $MA + MB$  کدام است؟

۴ (۲)

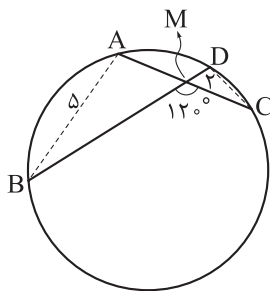
۳ (۱)

۴/۵ (۴)

۳/۵ (۳)

۲۵- با توجه به شکل، دو وتر AC و BD در M متقاطع‌اند. شعاع دایره کدام است؟ ( $CD = 2$ ,  $AB = 5$ )

۳ (۱)

 $\sqrt{13}$  (۲)

۴ (۳)

 $\sqrt{10}$  (۴)

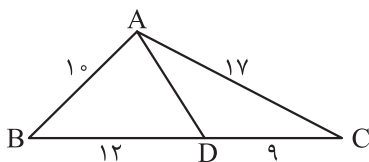
۲۶- با توجه به شکل، طول پاره خط AD کدام است؟

۱۱ (۲)

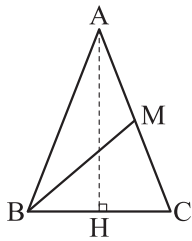
۱۰ (۱)

۹ (۴)

۱۲ (۳)



محل انجام محاسبات



۲۷- مطابق شکل، در مثلث متساوی الساقین  $ABC$ ، ارتفاع وارد بر قاعده و میانه وارد بر یکی از

ساق‌ها رسم شده است. اگر  $BM = BC$ ، آن‌گاه حاصل  $\left(\frac{AH}{AB}\right)^2$  کدام است؟

$$\frac{6}{7} \quad (1) \qquad \frac{7}{8} \quad (2)$$

$$\frac{5}{6} \quad (3) \qquad \frac{4}{5} \quad (4)$$

۲۸- در مثلث قائم‌الزاویه  $ABC$ ، به اضلاع قائمه  $AB = 9$  و  $AC = 12$ ، نقطه تلاقی نیمساز زاویه داخلی  $A$  و ضلع  $BC$  را  $D$  می‌نامیم. تحت یک تجانس به مرکز  $B$ ، نقطه  $C$  بر روی نقطه  $D$  و نقطه  $D$  روی  $D'$  تصویر می‌شود، طول  $BD'$  کدام است؟

$$\frac{135}{49} \quad (1) \qquad \frac{105}{49} \quad (2) \qquad \frac{25}{7} \quad (3) \qquad \frac{15}{7} \quad (4)$$

۲۹- در مثلث قائم‌الزاویه به طول اضلاع قائم  $4$  و  $6$ ، طول نیمساز داخلی زاویه قائمه چند برابر  $\sqrt{2}$  است؟

$$3/2 \quad (1) \qquad 2 \quad (2) \qquad 2/4 \quad (3) \qquad 4 \quad (4)$$

۳۰- سه عدد طبیعی متوالی، طول اضلاع یک مثلث با مساحت  $6\sqrt{6}$  هستند. محیط این مثلث کدام است؟

$$12 \quad (1) \qquad 21 \quad (2) \qquad 18 \quad (3) \qquad 24 \quad (4)$$

صفحه‌های ۴۸ تا ۱۲۱

### آمار و احتمال

۳۱- در مدرسه‌ای سه کلاس یازدهم، با نام‌های ۱-۱۱، ۲-۱۱ و ۳-۱۱ وجود دارد که به ترتیب ۳۲، ۳۳ و ۳۵ دانش‌آموز دارند. در آزمونی مشترک از این سه کلاس به ترتیب ۶، ۹ و ۸ نفر موفق به کسب نمره کامل شده‌اند. یکی از دانش‌آموزان

کلاس ۲-۱۱ را به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آن‌که دانش‌آموز با نمره کامل انتخاب شده باشد، چه قدر است؟

$$\frac{1}{16} \quad (1) \qquad \frac{8}{105} \quad (2) \qquad \frac{3}{22} \quad (3) \qquad \frac{3}{11} \quad (4)$$

۳۲- سکه‌ای را سه بار پرتاب می‌کنیم. می‌دانیم دست کم یک بار رو آمده است. با چه احتمالی حداقل دو بار رو آمده است؟

$$\frac{1}{4} \quad (1) \qquad \frac{1}{2} \quad (2) \qquad \frac{2}{7} \quad (3) \qquad \frac{4}{7} \quad (4)$$

### محل انجام محاسبات

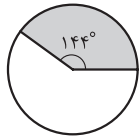
۳۳- در یک آزمایش تصادفی، فضای نمونه‌ای S با پیشامدهای  $B_1, B_2, B_3, B_4$  افزایش یافته و به ازای  $n = 1, 2, 3, 4$ ،  $P(B_n) = \frac{P}{n}$  است. اگر A پیشامدی از فضای نمونه‌ای S باشد و بدانیم (به ازای  $n = 1, 2, 3, 4$ )،

$$P(A | B_n) = n \times Q \text{ و } \sum_{k=1}^4 P(B_k)P(A | B_k) = \frac{1}{4} \sum_{k=1}^4 P(B_k)P(A' | B_k)$$

کدام است؟  
 (۱)  $0/5$  (۲)  $0/25$  (۳)  $0/6$  (۴)  $0/3$

۳۴- جعبه‌ای شامل ۱۲ لامپ است که سه‌تای آن‌ها معیوب‌اند. به تصادف ۳ لامپ به طور متوالی و بدون جای‌گذاری خارج می‌کنیم. با چه احتمالی حداقل یک لامپ معیوب است؟

(۱)  $\frac{34}{55}$  (۲)  $\frac{21}{55}$   
 (۳)  $\frac{3}{5}$  (۴)  $\frac{2}{5}$



۳۵- در یک مدرسه با ۳۰۰ دانش‌آموز، کارنامه‌ی دانش‌آموزان را بررسی کرده‌ایم. برای نتایج به‌دست آمده، یک نمودار دایره‌ای رسم می‌کنیم. قسمت مشخص شده مربوط به دانش‌آموزانی است که در بیش از ۵ درس موفق به کسب نمره کامل شده‌اند. چه تعداد از دانش‌آموزان حداکثر در ۵ درس نمره کامل گرفته‌اند؟

(۱) ۱۹۵ (۲) ۱۸۰ (۳) ۱۵۵ (۴) ۱۲۰

۳۶- اگر میانگین داده‌های جدول زیر  $\frac{13}{5}$  باشد، آن‌گاه فراوانی نسبی کوچک‌ترین داده کدام است؟

$x_i$	۱	۲	۳	۴	۵
$f_i$	۴	۵	k	۱	۲

(۱)  $\frac{4}{15}$  (۲)  $\frac{2}{9}$  (۳)  $\frac{1}{5}$  (۴)  $\frac{1}{6}$

۳۷- برای ۳۰ داده آماری، واریانس برابر  $1/44$  و مجموع داده‌ها برابر ۱۰۵ است. ضریب تغییرات داده‌های  $2/4, 3x_1 - 2/4, 3x_2 - 2/4, \dots, 3x_{30} - 2/4$  کدام است؟

(۱)  $\frac{4}{81}$  (۲)  $\frac{4}{27}$   
 (۳)  $\frac{4}{9}$  (۴)  $\frac{4}{3}$

محل انجام محاسبات

تعداد	میانگین نمره ریاضی	انحراف معیار نمره ریاضی
کلاس ۱	۲۴	۱۷
کلاس ۲	۱۲	۱۴

۳۸- تعداد دانش آموزان دو کلاس، میانگین و انحراف معیار نمرات ریاضی آنها در جدول مقابل آمده است. واریانس نمره ریاضی همه دانش آموزان کدام است؟

$$۱۴/۵ (۴)$$

$$۱۳/۵ (۳)$$

$$۱۴ (۲)$$

$$۱۳ (۱)$$

۳۹- در یک نمونه‌گیری سامانمند از یک جامعه، ۳۰ نفر انتخاب شده‌اند که افرادی با شماره‌های ۱۲، ۱۰۲ و ۲۸۲ در نمونه حضور دارند. چه قدر احتمال دارد فردی با شماره ۴۲ انتخاب شده باشد؟

$$۴ (۴) \text{ صفر}$$

$$\frac{2}{3} (۳)$$

$$\frac{1}{3} (۲)$$

$$\frac{1}{2} (۱)$$

۴۰- اگر بخواهیم در یک نمونه‌گیری، انحراف معیار بر آورد میانگین به نصف کاهش یابد، باید حجم نمونه را چند برابر کنیم؟

$$\frac{1}{4} (۴)$$

$$\frac{1}{2} (۳)$$

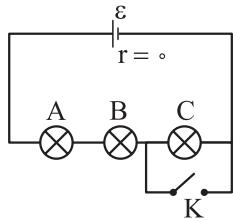
$$۲ (۲)$$

$$۴ (۱)$$





۴۱- در مدار شکل زیر، لامپ‌های A، B و C مشابه‌اند و دو سر آن‌ها به باتری آرمانی متصل شده است. با بستن کلید K، کدام یک از تغییرات زیر رخ می‌دهد؟



(۴) پ و ت

(۳) الف و پ

(۲) ب و ت

(۱) الف و ب

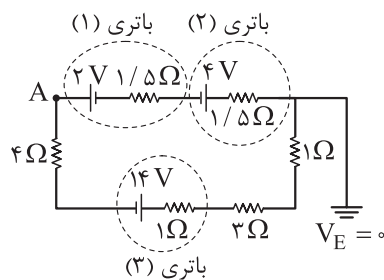
(الف) اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر لامپ‌های A و B تغییر نمی‌کند.

(ب) اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر لامپ C، ۵۰ درصد کاهش می‌یابد.

(پ) اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر هر یک از لامپ‌های A و B، ۵۰ درصد افزایش می‌یابد.

(ت) اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر لامپ C به صفر کاهش می‌یابد.

۴۲- در مدار شکل زیر، به ترتیب، پتانسیل الکتریکی نقطه A چند ولت و توان ورودی باتری (۲) چند وات است؟



(۱) -۵، ۲/۵

(۲) ۵، ۲/۵

(۳) -۵، ۵/۵

(۴) ۵، ۵/۵

۴۳- یک بخاری برقی را به پریز مدار سیم‌کشی خانگی ۲۲۰ V وصل می‌کنیم و از آن جریان A ۱۰ می‌گذرد. اگر این بخاری برقی به مدت یک ماه (۳۰ روز)، روزانه ۴ ساعت کار کند و قیمت برق مصرفی به ازای هر کیلووات‌ساعت ۵۰ تومان باشد، هزینه یک ماه مصرف انرژی الکتریکی این بخاری چند تومان است؟

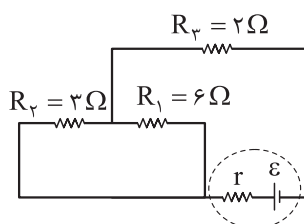
(۴) ۱۳۶۰۰

(۳) ۱۳۴۰۰

(۲) ۱۳۲۰۰

(۱) ۱۳۰۰۰

۴۴- در مدار شکل زیر، توان مصرفی مقاومت  $R_1$ ، چند برابر توان خروجی باتری است؟



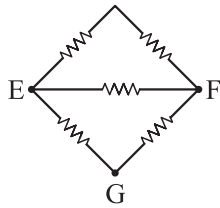
(۲) ۱/۴

(۱) ۱/۳

(۴) ۱/۹

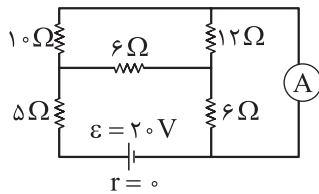
(۳) ۱/۶

محل انجام محاسبات



۴۵- در شکل مقابل، مقاومت‌ها مشابه‌اند. مقاومت معادل بین دو نقطه E و F، چند برابر مقاومت معادل، بین دو نقطه E و G است؟

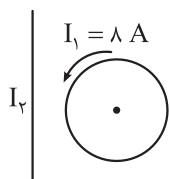
- (۱)  $\frac{5}{8}$   
 (۲)  $\frac{8}{5}$   
 (۳)  $\frac{5}{4}$   
 (۴)  $\frac{4}{5}$



۴۶- در مدار شکل مقابل، مقداری که آمپرسنج آرمانی نشان می‌دهد، چند آمپر است؟

- (۱)  $\frac{5}{3}$   
 (۲)  $\frac{4}{3}$   
 (۳) ۱  
 (۴)  $\frac{2}{3}$

۴۷- در شکل زیر، حلقه‌ای به شعاع ۵ cm که جریان الکتریکی عبوری از آن  $I_1 = 8 A$  است، در مجاورت یک سیم راست بلند حامل جریان  $I_2$  قرار دارد. اگر میدان مغناطیسی خالص در مرکز حلقه ۱ G و درون سو باشد، اندازه میدان مغناطیسی حاصل از



سیم در مرکز حلقه چند گاوس و جریان  $I_2$  در کدام جهت است؟ ( $\mu_0 = 12 \times 10^{-3} \frac{G \cdot m}{A}$ )

- (۱)  $\uparrow, 0.04$   
 (۲)  $\downarrow, 0.04$   
 (۳)  $\uparrow, 1/96$   
 (۴)  $\downarrow, 1/96$

۴۸- سیملوله‌ای آرمانی به طول ۲۰ cm دارای ۶۰۰ حلقه سیم نزدیک به هم است. اگر جریان ۸ A از سیملوله بگذرد، اندازه میدان مغناطیسی در نقطه‌ای درون سیملوله و دور از لبه‌های آن چند میلی‌تسلا است؟ ( $\mu_0 = 12 \times 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A}$ )

- (۱)  $28/8$   
 (۲) ۲۸۸  
 (۳)  $14/4$   
 (۴) ۱۴۴

۴۹- چه تعداد از عبارتهای زیر درباره مواد دیامغناطیسی، درست است؟

(الف) به طور ذاتی فاقد خاصیت مغناطیسی‌اند.

(ب) تعداد اندکی از اتم‌های این مواد دارای دو قطبی مغناطیسی خالص‌اند.

(پ) میدان مغناطیسی خارجی می‌تواند سبب القای دو قطبی‌های مغناطیسی در خلاف سوی میدان خارجی شود.

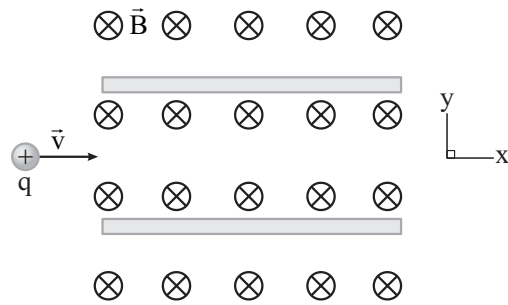
(ت) مس، نقره و سدیم نمونه‌هایی از مواد دیامغناطیسی‌اند.

- (۱) ۱  
 (۲) ۲  
 (۳) ۳  
 (۴) ۴

محل انجام محاسبات



۵۰- در شکل زیر، ذره‌ای با بار الکتریکی مثبت و جرم ناچیز با سرعت  $\vec{v} = (2000 \text{ m/s})\vec{i}$  وارد فضایی می‌شود که میدان الکتریکی یکنواخت  $\vec{E}$  و میدان مغناطیسی یکنواخت  $\vec{B}$  وجود دارد. اندازه میدان مغناطیسی  $25 \text{ T}$  است. اگر ذره بدون انحراف به مسیر خود ادامه دهد،  $\vec{E}$  در SI کدام است؟



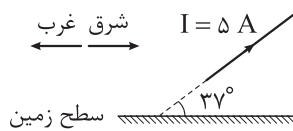
(۱)  $500 \vec{j}$

(۲)  $-500 \vec{j}$

(۳)  $50 \vec{j}$

(۴)  $-50 \vec{j}$

۵۱- در شکل زیر، طول سیم مستقیم  $4 \text{ m}$  و جریان الکتریکی عبوری از آن  $5 \text{ A}$  است. راستای این سیم با سطح زمین زاویه  $37^\circ$  می‌سازد. اگر اندازه میدان مغناطیسی زمین در محل این سیم  $4 \text{ G}$  و جهت آن از جنوب به شمال باشد، نیروی مغناطیسی وارد بر این سیم چند نیوتون است و با سطح زمین زاویه چند درجه می‌سازد؟ ( $\sin 37^\circ = 0.6$ )



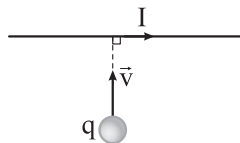
(۱)  $37^\circ, 4/8 \times 10^{-4}$

(۲)  $37^\circ, 8 \times 10^{-4}$

(۳)  $53^\circ, 4/8 \times 10^{-4}$

(۴)  $53^\circ, 8 \times 10^{-4}$

۵۲- در شکل زیر، ذره‌ای با بار الکتریکی  $q = 2 \mu\text{C}$ ، با تندی  $300 \text{ m/s}$ ، عمود بر سیم حامل جریان  $I$  پرتاب می‌شود. اگر اندازه میدان مغناطیسی حاصل از سیم در محل پرتاب این ذره برابر با  $0.05 \text{ T}$  باشد، بلافاصله پس از پرتاب ذره، نیروی مغناطیسی وارد بر سیم از طرف ذره، چند میکرونیوتون و در چه جهتی است؟



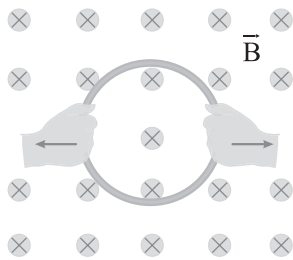
(۱)  $3, \leftarrow$

(۲)  $3, \rightarrow$

(۳)  $30, \leftarrow$

(۴)  $30, \rightarrow$

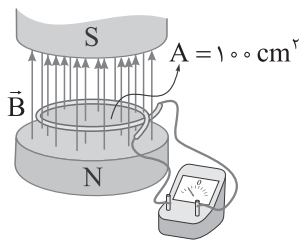
محل انجام محاسبات



۵۳- در شکل مقابل، پیچۀ منعطف دایره‌ای شکل در یک میدان مغناطیسی یکنواخت درون سو قرار دارد. اگر مطابق شکل مقابل، با کشیدن دو انتهای یکی از قطرهای پیچه، مساحت آن را تغییر دهیم، جهت جریان القایی در پیچه و جهت میدان مغناطیسی القایی حاصل از پیچه در داخل آن، به ترتیب، کدام است؟

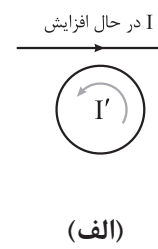
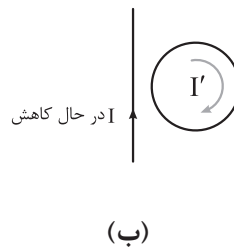
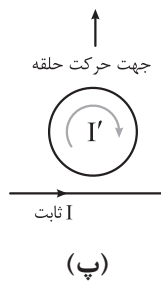
- (۱) پادساعتگرد،  $\otimes$  (۲) ساعتگرد،  $\odot$   
 (۳) پادساعتگرد،  $\odot$  (۴) ساعتگرد،  $\otimes$

۵۴- میدان مغناطیسی بین قطب‌های آهنربای الکتریکی شکل زیر که بر سطح حلقه عمود است، با زمان تغییر می‌کند و در مدت  $0.2$  s از  $6$  T به  $4$  T، رو به بالا، به  $4$  T، رو به پایین می‌رسد. اگر مقاومت الکتریکی حلقه  $5 \Omega$  باشد، جریان الکتریکی القایی متوسط در حلقه در این مدت، چند میلی‌آمپر است؟



- (۱) ۲  
 (۲) ۴  
 (۳) ۵  
 (۴) ۱۰

۵۵- در هر یک از شکل‌های زیر، یک حلقهٔ رسانا در نزدیکی یک سیم بلند حامل جریان I قرار دارد. در کدام یک از این شکل‌ها، جهت جریان القایی در حلقه ( $I'$ )، به درستی نشان داده شده است؟

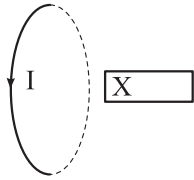


- (۱) الف و ب  
 (۲) الف و پ  
 (۳) ب و پ  
 (۴) الف، ب و پ

محل انجام محاسبات



۵۶- در شکل زیر، آهنربای میله‌ای در راستای محور حلقهٔ رسانا حرکت کرده و در حلقه جریان I را در جهت نشان داده شده، القا می‌کند. قطب X آهنربا و جهت حرکت آهنربا، مطابق کدام یک از وضعیت‌های جدول زیر می‌تواند باشد؟



وضعیت	قطب	جهت حرکت
الف	N	→
ب	N	←
پ	S	→
ت	S	←

(۱) الف و پ

(۲) ب و ت

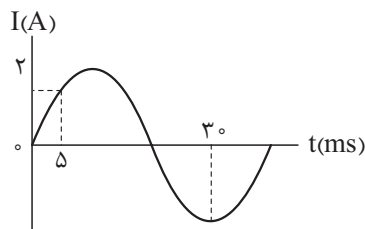
(۳) الف و ت

(۴) ب و پ

۵۷- سیملوله‌ای آرمانی و بدون هسته دارای ۲۰۰ حلقه و مساحت مقطع آن  $5 \text{ cm}^2$  است. اگر ضریب القاوری این سیملوله  $2 \text{ mH}$  و انرژی ذخیره‌شده در آن  $64 \text{ mJ}$  باشد، اندازهٔ میدان مغناطیسی داخل آن چند تسلا است؟

(۱)  $0.08$ (۲)  $0.16$ (۳)  $0.32$ (۴)  $0.64$ 

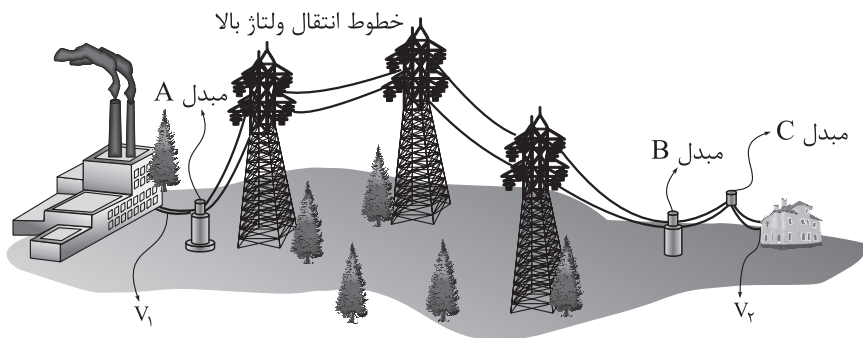
۵۸- نمودار جریان الکتریکی - زمان یک مولد جریان متناوب به شکل زیر است. معادلهٔ جریان الکتریکی - زمان این مولد، در SI کدام است؟

(۱)  $I = 4 \sin 100\pi t$ (۲)  $I = 2\sqrt{2} \sin 100\pi t$ (۳)  $I = 4 \sin 50\pi t$ (۴)  $I = 2\sqrt{2} \sin 50\pi t$ 

محل انجام محاسبات



۵۹- شکل زیر خط‌های انتقال توان الکتریکی از یک نیروگاه تا محل مصرف را نشان می‌دهد. برای این انتقال توان از مبدل افزایش‌دهنده A و مبدل‌های کاهنده B و C استفاده شده است. تعداد دور ثانویه به تعداد دور اولیه هر یک از این مبدل‌ها  $(\frac{N_2}{N_1})$ ، به ترتیب  $K_A$ ،  $K_B$  و  $K_C$  است. اگر ولتاژ در ابتدا و انتهای این خط انتقال به ترتیب  $V_1$  و  $V_2$  باشد، حاصل  $\frac{V_2}{V_1}$  کدام است؟



$$K_A \cdot K_B \cdot K_C \quad (۱)$$

$$\frac{K_A}{K_B \cdot K_C} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{K_A \cdot K_B \cdot K_C} \quad (۳)$$

$$\frac{K_B \cdot K_C}{K_A} \quad (۴)$$

۶۰- در محیطی، بردار میدان مغناطیسی در SI به صورت  $\vec{B} = 0/6\vec{i} + 0/8\vec{j}$  است. در این محیط سطح قاب مربع شکل رسانایی به مقاومت الکتریکی  $20 \Omega$  و ضلع  $20 \text{ cm}$ ، عمود بر محور y قرار دارد. اگر در مدت  $\Delta t$ ، اندازه میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  به صفر برسد، در این مدت چند الکترون، از هر مقطع قاب عبور می‌کند؟ ( $e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C}$ )

$$1/25 \times 10^{17} \quad (۴)$$

$$1/25 \times 10^{16} \quad (۳)$$

$$10^{17} \quad (۲)$$

$$10^{16} \quad (۱)$$

محل انجام محاسبات



۶۱- با توجه به واکنش‌های زیر، آنتالپی پیوند O—O چند کیلوژول بر مول است؟



۷۸۰ (۴)

۴۹۵ (۳)

۱۶۴ (۲)

۱۴۶ (۱)

۶۲- چند مورد از مطالب زیر، درباره پلی‌استیرن درست است؟ ( $H = 1, C = 12 : g \cdot mol^{-1}$ )

- نسبت شمار پیوندهای دوگانه به تعداد اتم‌های کربن در مونومر سازنده آن برابر با  $\frac{1}{4}$  است.
- ترکیبی سیرشده به شمار می‌آید.
- در هر واحد تکرارشونده آن ۸ اتم هیدروژن حضور دارد.
- جرم مولی مونومر آن به تقریب  $\frac{2}{5}$  برابر جرم مولی مونومر پلی‌پروپن است.

۴ (۴)

۳ (۳)

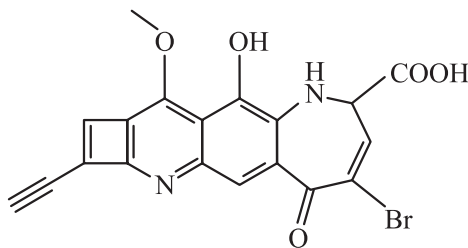
۲ (۲)

۱ (۱)

۶۳- کدام مطلب نادرست است؟

- (۱) واکنش سوختن قند آغشته به خاک باغچه سریع‌تر از سوختن قند است که این موضوع بیانگر اثر کاتالیزگر می‌باشد.
- (۲) فلزهای قلیایی در شرایط یکسان با آب سرد به شدت واکنش می‌دهند و سرعت این واکنش با تعداد لایه‌های الکترونی اشغال‌شده آن‌ها رابطه مستقیم دارد.
- (۳) محلول هیدروژن پراکسید در دمای اتاق به کندی تجزیه شده و گاز هیدروژن تولید می‌کند، در حالی که افزودن چند قطره از محلول پتاسیم یدید، سرعت واکنش را به طور چشمگیری افزایش می‌دهد.
- (۴) زمان پایان یافتن خروج گاز در اثر حل کردن قرص سوء هاضمه در مقدار یکسانی از آب گرم، کوتاه‌تر از آب سرد می‌باشد.

۶۴- درباره ترکیبی با ساختار زیر، کدام موارد از مطالب داده‌شده درست است؟



(الف) شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی مولکول آن، سه برابر شمار گروه‌های CH است.

(ب) شمار اتم‌های کربن متصل به اتم نیتروژن از شمار اتم‌های کربن متصل به اتم اکسیژن، دو واحد کم‌تر است.

(پ) در ساختار آن، ۱۲ پیوند C—C و ۸ پیوند دوگانه وجود دارد.

(ت) توانایی واکنش با متیل آمین و استیک اسید را دارد.

۴ - ب - ت

۳ - الف - پ

۲ - ب - پ

۱ - الف - ت

محل انجام محاسبات

۶۵- اگر با گرمای حاصل از سوختن ۰/۰۸ مول از اتان بتوان دمای ۵/۲ kg مس را از دمای ۱۷°C به دمای ۳۵۰ K افزایش داد، ارزش سوختی اتان چند کیلوژول بر گرم است؟ ( $C = ۱۲: \text{g.mol}^{-1}$ ,  $H = ۱$ ,  $Cu = ۰/۴ \text{J.g}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$ )

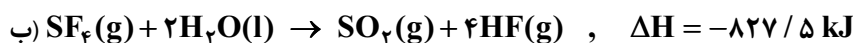
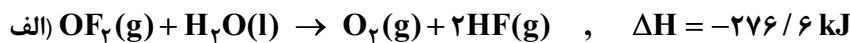
۵۵/۶ (۱)      ۵۲ (۲)      ۵۰/۴ (۳)      ۴۹ (۴)

۶۶- چند مورد از مطالب زیر درباره بنزآلدهید (A)، ۲- هیتانول (B) و بنزوئیک اسید (C)، درست است؟ ( $H = ۱$ ,  $C = ۱۲$ ,  $O = ۱۶: \text{g.mol}^{-1}$ )

- در ساختار هر سه ترکیب، اتم کربن متصل به اتم اکسیژن با پیوند دوگانه موجود است.
- هر سه ترکیب در خانواده‌ای از ترکیب‌های آلی قرار دارند که فرمول مولکولی سرگروه آن،  $C_6H_6$  است.
- تفاوت جرم مولی ترکیبات A و C برابر  $\frac{1}{4}$  جرم مولی ساده‌ترین الکل است.
- از ترکیب C در صنایع غذایی به عنوان نگهدارنده استفاده می‌شود.

۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

۶۷- با توجه به واکنش‌های گرمایشیمیایی زیر:



$\Delta H$  واکنش  $2S(s) + 2OF_2(g) \rightarrow SO_2(g) + SF_4(g)$  بر حسب kJ کدام است و با آزاد شدن ۲۵۵/۶ kJ گرم،

چند گرم  $SO_2$  تولید می‌شود؟ ( $O = ۱۶$ ,  $S = ۳۲: \text{g.mol}^{-1}$ )

۴۱/۷، -۳۹۱/۵ (۱)      ۵۱/۲، -۳۹۱/۵ (۲)

۵۱/۲، -۳۱۹/۵ (۳)      ۴۱/۷، -۳۱۹/۵ (۴)

۶۸- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- گرد مواد نسبت به مغز آن‌ها، سطح تماس بیشتری با هوا دارند، به همین دلیل قاووت (سوغات کرمان) که مخلوط پودر مغزهای خوراکی است، زودتر از مغز خوراکی‌ها فاسد می‌شود.
- سینتیک شیمیایی به عنوان شاخه‌ای از علم شیمی افزون بر بررسی آهنگ تغییر شیمیایی در واکنش‌ها، عوامل مؤثر بر این آهنگ را نیز بررسی می‌کند.
- زنگ‌زدن آهن در هوای مرطوب سریع‌تر از تجزیه سلولز کاغذ صورت می‌گیرد.
- محلول بنفش‌رنگ پتاسیم پرمنگنات با یک اسید آلی در دمای اتاق به کندی واکنش می‌دهد، اما با گرم شدن، محلول به سرعت بی‌رنگ می‌شود.
- برخی افراد به دلیل فقدان آنزیمی خاص، با مصرف کلم و حبوبات دچار نفخ می‌شوند که این موضوع بیانگر اثر کاتالیزگر است.

۲ (۱)      ۳ (۲)      ۴ (۳)      ۵ (۴)

محل انجام محاسبات



۶۹- در یک سری آزمایش، درون قوطی یک فیلم عکاسی، ۵ میلی لیتر آب (با دماهای گوناگون) و نیز مقادیر مختلفی قرص جوشان می‌ریزیم. اگر شرح آزمایش‌ها به صورت جدول زیر باشد، کدام گزینه نادرست است؟

آزمایش	مقدار قرص جوشان	دمای آب
۱	$\frac{1}{4}$ قرص	$5^{\circ}\text{C}$
۲	$\frac{1}{4}$ قرص	$25^{\circ}\text{C}$
۳	$\frac{1}{4}$ قرص	$25^{\circ}\text{C}$

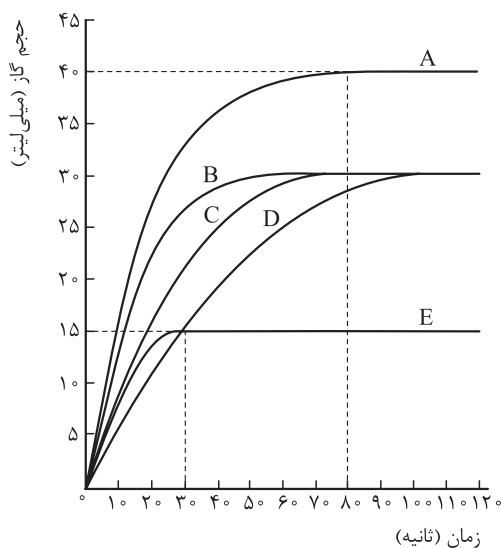
- (۱) در هر سه آزمایش، گازی آزاد می‌شود که یک اکسید اسیدی است.  
 (۲) زمان لازم برای پرتاب شدن قوطی در آزمایش (۳) بیشتر از آزمایش (۲) بوده که بیانگر تأثیر مقدار مواد واکنش دهنده است.  
 (۳) سرعت واکنش در آزمایش (۲) بیشتر از آزمایش (۱) است که بیانگر اثر دما روی سرعت واکنش می‌باشد.  
 (۴) اگر در آزمایش (۳)، قرص جوشان مورد استفاده را ابتدا پودر نموده و سپس داخل آب بریزیم، زمان لازم برای پرتاب قوطی افزایش می‌یابد.

۷۰- اگر برای واکنشی گازی رابطهٔ مقابل برقرار باشد، کدام مطلب درست است؟  

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = -\frac{\Delta n(\text{A})}{2\Delta t} = \frac{\Delta n(\text{B})}{\Delta t} = \frac{\Delta n(\text{C})}{3\Delta t}$$

- (۱) مجموع ضرایب استوکیومتری مواد در معادلهٔ موازنه شدهٔ واکنش برابر ۵ است.  
 (۲) به ازای مصرف ۱ مول A در این واکنش،  $47/2$  لیتر C در شرایط STP تولید می‌شود.  
 (۳) اگر سرعت متوسط واکنش،  $2 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$  باشد، طی ۹۰ ثانیه، ۰/۶ مول A مصرف می‌شود.  
 (۴) می‌توان آن را به واکنش تجزیهٔ نیتروژن دی‌اکسید به گازهای نیتروژن مونوکسید و اکسیژن، نسبت داد.

۷۱- در نمودار زیر، منحنی C مربوط به واکنش نوار منیزیم با مقدار کافی هیدروکلریک اسید در دمای اتاق است. منحنی‌های دیگر مربوط به همین واکنش اما در شرایط متفاوتی هستند. چند مورد از عبارتهای زیر درست است؟ (در هر یک از عبارتها، سایر عوامل ثابت فرض شود).



- سرعت واکنش در آزمایش D،  $10/8$  لیتر بر ساعت است.
- استفاده از کاتالیزگر مناسب، می‌تواند سبب تغییر نمودار از حالت C به B شود.
- افزایش حجم ظرف واکنش می‌تواند موجب تغییر نمودار از حالت C به حالت D شود. (واکنش تعادلی نیست)
- سرعت انجام واکنش برحسب  $\text{L} \cdot \text{min}^{-1}$  برای آزمایش A، نصف سرعت انجام واکنش E است.

۴ (۱)

۳ (۲)

۲ (۳)

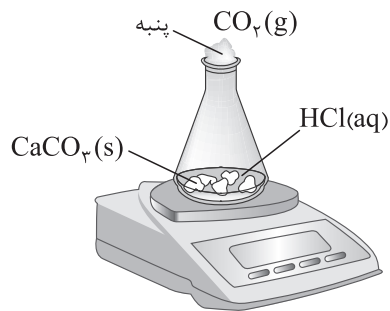
۱ (۴)

محل انجام محاسبات

۷۲- ۳/۲۴ گرم گاز دی‌نیتروژن پنتااکسید را در ظرفی وارد کرده تا واکنش  $\text{N}_2\text{O}_5(\text{g}) \rightarrow \text{NO}_2(\text{g}) + \text{O}_2(\text{g})$  انجام شود. اگر سرعت متوسط واکنش  $0.02 \text{ mol.L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$  باشد و پس از ۴۵ ثانیه همه واکنش‌دهنده اولیه تجزیه شود، حجم ظرف واکنش چند لیتر بوده است؟ (معادله واکنش موازنه شود؛  $\text{N} = 14, \text{O} = 16 \text{ g.mol}^{-1}$ )

(۱) ۵/۰ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴

۷۳- اگر جرم مخلوط واکنش کلسیم کربنات با هیدروکلریک اسید مطابق جدول زیر با زمان تغییر کند، سرعت متوسط تولید کلسیم کلرید به تقریب چند مول بر دقیقه است و اگر دهانه ارلن را به یک سرنگ استوانه‌ای با قطر ۴ cm متصل کنیم، سرعت حرکت پیستون در ده ثانیه اول چند سانتی‌متر بر دقیقه است؟ (حجم مولی گازها در شرایط آزمایش ۱۲ L و  $\pi = 3$  فرض شود.)



زمان (ثانیه)							جرم مخلوط واکنش (گرم)
۶۰	۵۰	۴۰	۳۰	۲۰	۱۰	۰	
۶۴/۵۰	۶۴/۵۰	۶۴/۵۵	۶۴/۶۶	۶۴/۸۸	۶۵/۳۲	۶۵/۹۸	

(۱) ۶۰ - ۰/۰۴ (۲) ۹۰ - ۰/۰۴ (۳) ۶۰ - ۰/۰۸ (۴) ۹۰ - ۰/۰۸

۷۴- چند مورد از مطالب زیر درباره نوعی پلی‌اتن با چگالی ۰/۹۲ گرم بر سانتی‌متر مکعب، درست است؟

- این پلیمر، به پلی‌اتن بدون شاخه نیز معروف است.
- این پلی‌اتن استحکام بیشتری از نوع دیگر پلی‌اتن دارد.
- شفاف بوده و انعطاف‌پذیر می‌باشد.
- بر خلاف نوع دیگر پلی‌اتن، چگالی کم‌تری نسبت به آب دارد.

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۷۵- کدام موارد از مطالب زیر، نادرست است؟ ( $\text{H} = 1, \text{C} = 12, \text{O} = 16 \text{ g.mol}^{-1}$ )

(الف) رابطه تعداد اتم کربن با گشتاور دوقطبی در الکل‌ها مستقیم نیست.

(ب) علت انحلال‌پذیری همه الکل‌ها در آب، غلبه پیوندهای هیدروژنی بر نیروهای وان‌دروالسی است.

(پ) جرم مولی الکل یک‌عاملی سیرشده با ۳ اتم کربن با جرم مولی پرکاربردترین اسید در زندگی روزانه، برابر است.

(ت) در دمای اتاق، الکل تشکیل‌دهنده استر بوی آناناس به میزان ۶/۸ g در ۱۰۰ g آب حل می‌شود.

(۱) الف - ب (۲) الف - پ (۳) ب - پ (۴) ب - ت

محل انجام محاسبات

۷۶- بر اثر آبکافت ۳۹ گرم از یک استر، ۱۸ گرم پروپانول به دست می‌آید. بر اثر سوختن کامل ۲۲ گرم از اسید سازنده این استر، چند لیتر گاز کربن دی‌اکسید در شرایط STP تولید می‌شود؟ (استر اولیه، غیر حلقوی بوده و پیوند  $C=C$  ندارد.) ( $H = 1, C = 12, O = 16 : g.mol^{-1}$ )

۱۱/۲ (۱)      ۲۲/۴ (۲)      ۳۳/۶ (۳)      ۴۴/۸ (۴)

۷۷- گروهی از درشت‌مولکول‌ها در ساختار شاخ حیوانات و پشم گوسفند وجود دارند. درستی یا نادرستی مطالب زیر درباره این گروه از مولکول‌ها، در کدام گزینه آمده است؟

- واکنش تجزیه آن‌ها نسبت به واکنش تجزیه پلیمرهای ماندگار، سرعت بیشتری دارد.
- در طی واکنش تشکیل آن‌ها از مونومرهایشان، اسید، گروه OH و الکل، اتم H از دست می‌دهد.
- گروه عاملی مخصوص این پلیمرها، تعداد عناصر بیشتری نسبت به گروه عاملی ترکیب موجود در بوی ماهی دارد.
- یکی از معروف‌ترین نمونه‌های آن‌ها، ماده‌ای زیست‌تخریب‌پذیر و سبک است که از فولاد هم‌جرم خود پنج برابر مقاوم‌تر است.

(۱) درست - نادرست - درست - نادرست      (۲) نادرست - درست - درست - درست  
(۳) درست - نادرست - نادرست - نادرست      (۴) نادرست - درست - نادرست - درست

۷۸- کدام مطلب نادرست است؟

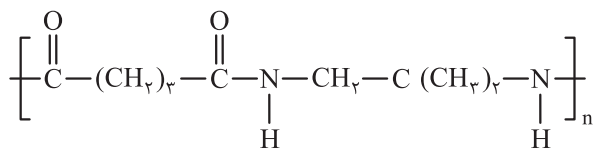
- (۱) اگر به جای یکی از هیدروژن‌های اتان، گروه هیدروکسیل قرار گیرد، ترکیبی به دست می‌آید که نقطه جوش بیشتری از استون دارد.
- (۲) مصرف بیش از اندازه ویتامین (ث) برای بدن مشکل خاصی ایجاد نمی‌کند.
- (۳) در ساختار هر کربوکسیلیک اسید، یک اتم کربن به دو اتم اکسیژن و یک اتم کربن دیگر متصل است.
- (۴) فرمول شیمیایی مونومر سازنده سلولز و نشاسته یکسان است.

۷۹- مطابق مطالب کتاب درسی در فصل سوم، کدام گزینه زیر از نظر درستی یا نادرستی متفاوت است؟

- (۱) کاتالیزگر واکنش اتن با گاز کلر، حالت فیزیکی جامد دارد.
- (۲) پلاستیک‌های تولیدشده در نتیجه تغییر در نشاسته، امکان تبدیل به کود را دارند.
- (۳) به منظور افزایش کیفیت فرآورده‌های بازیافتی، نشانه‌ای برای هر پلیمر در نظر گرفته شده و بر روی کالاها حک می‌شود.
- (۴) از شیر ترش‌شده به منظور تولید صنعتی لاکتیک اسید استفاده می‌شود.

۸۰- تفاوت جرم مولی مونومرهای سازنده پلیمر زیر چند گرم است و اگر دی‌اسید حاصل از آبکافت این ترکیب را با مقدار کافی از دی‌الکلی به فرمول  $C_7H_6O_7$  واکنش دهیم، فرمول شیمیایی ترکیب آلی تولیدشده کدام است؟

( $H = 1, C = 12, N = 14, O = 16 : g.mol^{-1}$ )



(۱)  $(C_7H_{10}O_4)_n$  ، ۴۴      (۲)  $(C_7H_{10}O_4)_n$  ، ۵۰

(۳)  $(C_7H_{12}O_4)_n$  ، ۴۴      (۴)  $(C_7H_{12}O_4)_n$  ، ۵۰

محل انجام محاسبات

دوستان عزیز خیلی سبز، سلام؛  
فایل پاسخنامه این آزمون را که شامل درسنامه، نکات کنکوری، پاسخ تشریحی و ... است، ساعت ۱۴ امروز از  
صفحه شخصی خودتان در سایت آزمون خیلی سبز دریافت کنید.  
همچنین شما می‌توانید همین امشب کارنامه اولیه آزمونتان را در صفحه شخصی خود مشاهده بفرمایید.  
برای دسترسی به صفحه شخصی خود وارد سایت آزمون خیلی سبز به آدرس: [azmoon.kheilisabz.com](http://azmoon.kheilisabz.com) شوید  
و کدی را که توسط مدرسه و یا نمایندگی‌های آزمون‌های خیلی سبز به شما داده شده، در محل مشخص شده در  
سایت ثبت بفرمایید.



پایه  
یازدهم

۱۴۰۳/۰۲/۲۰

دفترچه  
پاسخ  
آزمون ششم  
حضورى

علوم ریاضی و فنی



سال تحصیلی  
۱۴۰۲ - ۱۴۰۳

## آزمون آزمایشی خیلی سبز

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا
حسابان	حسین شفیعزاده - مهرداد کیوان
هندسه	محمد رضا حسینی فرد - محمد طاهر شعاعی - کیوان صارمی - حمید گلزاری - محسن میراسلامی
آمار و احتمال	علیرضا شریف خطیبی - عطا صادقی - حمید گلزاری - سروش موئینی
فیزیک	یاشار انگوتی - رضا سبزمیدانی - نوید شاهی
شیمی	فاطمه صیقلی - یاسر عبداللهی - عرفان علیزاده - سیدعلی ناظمی

نام درس	مسئول درس	گزینشگر	مؤلف پاسخنامه	کارشناسان علمی - محتوایی به ترتیب حروف الفبا	ویراستاران به ترتیب حروف الفبا
حسابان	حسین شفیعزاده - مهرداد کیوان	حسین شفیعزاده - مهرداد کیوان	عرفان افتخاری	سجاد داوطلب - مسعود شفیعی	زهرا جالینوسی - ماهان فنی فر - ابوالفضل ناصر
هندسه	حمید گلزاری	حمید گلزاری	زهرا جالینوسی	مسعود شفیعی	زهرا جالینوسی - ماهان فنی فر - ابوالفضل ناصر
آمار و احتمال	حمید گلزاری	حمید گلزاری	مریم نظری	محمد حمیدی	ماهان فنی فر - علیرضا کاظمی بقا
فیزیک	نوید شاهی	یاشار انگوتی	محمد باغبان - علیرضا جباری - محمد جواد سورچی	رضا سبزمیدانی - علیرضا جباری	محمد احمدبیک - مهدی خوش نویس - محمد فضلی - امیر محمودی انزلی
شیمی	یاسر عبداللهی	یاسر عبداللهی	مرضیه قاسمی	وحید فارسیان	مهسا خاکی - احسان رحیمی - هومن زندی - مهدی سهامی سلطانی

سرپرست محتوایی: فاطمه آقاچانپور

Azmoon.kheilisabz.com

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



حسابان (۱): صفحه‌های ۸۰ تا ۱۵۱

## تست و پاسخ ۱

اگر  $\log_2 3 = \frac{8}{5}$  باشد، مقدار  $\log_{12} 24$  چه عددی است؟

$$\frac{23}{18} \quad (4)$$

$$\frac{7}{9} \quad (3)$$

$$\frac{7}{6} \quad (2)$$

$$\frac{23}{9} \quad (1)$$

## پاسخ: گزینه ۴

**مشاوره** یکی از تیپ‌های سوالات کنکور این است که یک تساوی لگاریتمی به ما می‌دهند و حاصل یک عبارت لگاریتمی دیگر را می‌خواهند.

درس نامه •• ویژگی‌های لگاریتم

۱)  $\log_a a = 1$

۲)  $\log_a 1 = 0$

۳)  $\log_{b^m} a^n = \frac{n}{m} \log_b a$

۴)  $\log_c a + \log_c b = \log_c ab$

۵)  $\log_c a - \log_c b = \log_c \frac{a}{b}$

۶)  $\log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b}$

۷)  $a^{\log_b c} = c^{\log_b a}$

۸)  $\log_b a = \frac{1}{\log_a b}$

## پاسخ تشریحی

گام اول:  $\log_{12} 24$  را با قاعده تغییر مبنا (مورد ۶ درس نامه) باز می‌کنیم و مبنای لگاریتم را به ۲ تغییر می‌دهیم:

$$\log_{12} 24 = \frac{\log_2 24}{\log_2 12} = \frac{\log_2 2^3 \times 3}{\log_2 2^2 \times 3} \xrightarrow{\text{مورد شماره ۳ و ۴ درس نامه}} \frac{3 \log_2 2 + \log_2 3}{2 \log_2 2 + \log_2 3} = \frac{3 + \log_2 3}{2 + \log_2 3}$$

$$\frac{3 + \log_2 3}{2 + \log_2 3} = \frac{3 + \frac{8}{5}}{2 + \frac{8}{5}} = \frac{23}{18}$$

گام دوم: حالا با جای گذاری  $\log_2 3 = \frac{8}{5}$  جواب حاصل می‌شود:

## تست و پاسخ ۲

اگر  $a = \log_2 9$  و  $\log_{16} b = \frac{1}{8}(2+a)$  باشد، مقدار  $\log_2(3b-2)$  کدام است؟

$$4 \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

$$\frac{4}{3} \quad (2)$$

$$\frac{3}{4} \quad (1)$$

## پاسخ: گزینه ۴

**خود حل کنی بهتره** کافیه در عبارت  $\log_{16} b = \frac{1}{8}(2+a)$ ، به جای  $a$  قرار دهید  $\log_2 9$  و مقدار  $b$  را به دست آورید.**نکته** اگر  $\log_a b = \log_a c$  باشد،  $b = c$  می‌شود.

## پاسخ تشریحی

گام اول: در تساوی  $\log_{16} b = \frac{1}{8}(2+a)$  با جای گذاری  $\log_2 9$  به جای  $a$  داریم:

$$\log_{16} b = \frac{1}{8}(2+a) \xrightarrow{a=\log_2 9} \log_{16} b = \frac{1}{8}(2+\log_2 9)$$



# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

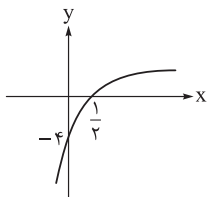
ریاضیات

گام دوم: با کمی ساده‌سازی داریم:  $\log_{\sqrt{4}} b = \frac{1}{\lambda} (\lambda + \log_{\sqrt{2}} 3^2) \xrightarrow{\log_b m a^n = \frac{n}{m} \log_b a} \frac{1}{4} \log_{\sqrt{2}} b = \frac{1}{\lambda} (\lambda + 2 \log_{\sqrt{2}} 3)$   
 حالا به جای ۱ قرار می‌دهیم  $\log_{\sqrt{2}} 2$ :

$\log_{\sqrt{2}} b = \log_{\sqrt{2}} 2 + \log_{\sqrt{2}} 3 \xrightarrow{\log_c a + \log_c b = \log_c ab} \log_{\sqrt{2}} b = \log_{\sqrt{2}} 6$   
 با توجه به نکته  $\boxed{b=6}$

گام سوم: در آخر با جای‌گذاری  $b=6$  در  $\log_{\sqrt{2}}(3b-2) = \log_{\sqrt{2}} 16$  به  $\log_{\sqrt{2}}(3 \times 6 - 2) = \log_{\sqrt{2}} 16$  می‌رسیم که مقدار آن برابر است با:  
 $\log_{\sqrt{2}} 16 = \log_{\sqrt{2}} 2^4 = 4 \log_{\sqrt{2}} 2 = 4$

## تست و پاسخ ۳



نمودار تابع  $f(x) = a - 2^{b-2x}$  شکل روبه‌رو است. جواب نامعادله  $f(x) \geq -12$  کدام است؟

(۲)  $[-2, +\infty)$

(۱)  $[-\frac{1}{2}, 4]$

(۴)  $[-2, 8]$

(۳)  $[-\frac{1}{2}, +\infty)$

## پاسخ: گزینه ۳

**مشاوره** یکی از متداول‌ترین سوالات در کنکور، سؤال از نمودار توابع نمایی و لگاریتمی است که ابتدا باید ضابطه تابع را به دست بیاورید و سپس خواسته سؤال را محاسبه کنید.

**خودت حل کنی بهتره** ابتدا نقطه‌های  $(0, -4)$  و  $(\frac{1}{2}, 0)$  را در ضابطه می‌گذاریم تا  $a$  و  $b$  به دست بیایند، سپس نامعادله را حل می‌کنیم.

## درس نامه

در نامعادلات نمایی هرگاه پایه‌ها برابر و بزرگ‌تر از یک ( $a > 1$ ) بودند می‌توان فقط توان‌ها را در نامعادله قرار داد:

$a^n > a^m \xrightarrow{\text{پایه‌ها یکسان و } a > 1} n > m$

مثال:  $2^{2x+1} \geq 2^x \xrightarrow{\text{پایه‌ها یکسان و بزرگ‌تر از یک}} 2x+1 \geq x \Rightarrow x \geq -1$

## پاسخ تشریحی

گام اول: تابع از نقاط  $(0, -4)$  و  $(\frac{1}{2}, 0)$  می‌گذرد:  $f(x) = a - 2^{b-2x} \xrightarrow{(0, -4)} -4 = a - 2^{b-(2 \times 0)} \Rightarrow -4 = a - 2^b$  (I)

$f(x) = a - 2^{b-2x} \xrightarrow{(\frac{1}{2}, 0)} 0 = a - 2^{b-1} \xrightarrow{a^{m+n} = a^m \times a^n} a = 2^b \times 2^{-1} \Rightarrow 2a = 2^b$  (II)

گام دوم: در معادله (I) به جای  $2a$ ،  $2^b$  را قرار می‌دهیم:  
 $-4 = a - \frac{2^b}{2a} \Rightarrow -4 = \frac{2a - 2^b}{2a} \Rightarrow a = 4$

گام سوم: حالا مقدار  $b$  را محاسبه می‌کنیم:  
 $(II): 2a = 2^b \Rightarrow 2 \times (4) = 2^b \Rightarrow 8 = 2^b \Rightarrow 2^3 = 2^b \Rightarrow b = 3$

گام چهارم:  $f(x)$  را بازنویسی می‌کنیم:  
 $f(x) = a - 2^{b-2x} \xrightarrow{a=4, b=3} f(x) = 4 - 2^{3-2x}$

گام پنجم: در آخر سراغ نامعادله می‌رویم:

$f(x) \geq -12 \xrightarrow{\text{با توجه به درس نامه}} 4 - 2^{3-2x} \geq -12 \Rightarrow 2^{3-2x} \leq 16 \Rightarrow 2^{3-2x} \leq 2^4 \Rightarrow 3 - 2x \leq 4 \Rightarrow x \geq -\frac{1}{2}$

پس جواب نامعادله بازه  $[-\frac{1}{2}, +\infty)$  می‌شود.

## تست و پاسخ ۴

وارون تابع  $f(x) = 2^{2x} + 2^{x+1}$  به صورت  $y = \log_{\sqrt{2}} g(x)$  است. مقدار  $g^{-1}(2)$  چه عددی است؟

(۴) ۱۷

(۳) ۱۵

(۲) ۱۰

(۱) ۸

## پاسخ: گزینه ۱

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



**مشاوره** مشابه همین سؤال را در کنکور سراسری سال ۹۹ داشتیم، پس روش حل سؤال را خوب یاد بگیرید.

**درس نامه**

$$f(x) = a^x \Rightarrow f^{-1}(x) = \log_a x$$

(۱) وارون تابع نمایی، تابع لگاریتمی است:

(۲) برای نوشتن ضابطه وارون تابع  $f$  دو کار را انجام می‌دهیم:

الف)  $x$  را بر حسب  $y$  به دست می‌آوریم.

ب) جای  $x$  و  $y$  را عوض می‌کنیم.

(۳) با توجه به این که:  $f^{-1}(\beta) = \alpha \Leftrightarrow f(\alpha) = \beta$  می‌توانیم برای محاسبه  $f^{-1}(\alpha)$  معادله  $f(x) = \alpha$  را حل کنیم که مقدار  $x$  به دست آمده همان  $f^{-1}(\alpha)$  است.

**پاسخ تشریحی** روش اول: گام اول: با تغییر متغیر  $2^x = t$  وارون تابع  $f(x)$  را به دست می‌آوریم:

$$f(x) = (2^x)^2 + 2^x \times 2 \xrightarrow{2^x=t} f(x) = t^2 + 2t \xrightarrow{\text{از دو طرف مربع کامل می‌کنیم}} f(x) = (t^2 + 2t + 1) - 1$$

$$f(x) = (t+1)^2 - 1 \xrightarrow{\text{با توجه به مورد ۲ درس نامه}} \sqrt{y+1}-1 = t \xrightarrow{t=2^x} \sqrt{y+1}-1 = 2^x$$

$$\xrightarrow{\text{از دو طرف لگاریتم در مبنای ۲ می‌گیریم}} \log_2(\sqrt{y+1}-1) = \log_2 2^x \Rightarrow \log_2(\sqrt{y+1}-1) = x$$

$$\xrightarrow{\text{جای } x \text{ و } y \text{ عوض می‌شود}} \log_2(\sqrt{x+1}-1) = y = f^{-1}(x)$$

گام دوم: از آن جایی که سؤال گفته  $y = \log_2 g(x)$  پس:

گام سوم: با توجه به مورد ۳ درس نامه،  $g(x) = \alpha$ ، همان  $g^{-1}(\alpha) = x$  است پس:

روش دوم: گام اول: اول از همه دقت کنید که طبق گفته سؤال وارون تابع  $f(x) = 2^{2x} + 2^{x+1}$  به صورت  $y = \log_2 g(x)$  است، پس

$$f^{-1}(x) = \log_2 g(x)$$

گام دوم: مقدار  $g^{-1}(2)$  را می‌خواهیم. فرض کنید  $g^{-1}(2) = \alpha$  باشد که در این صورت  $g(\alpha) = 2$  می‌شود.

گام سوم: به جای  $x$  در معادله  $f^{-1}(x) = \log_2 g(x)$ ،  $\alpha$  را قرار می‌دهیم:

$$\Rightarrow f^{-1}(\alpha) = \log_2 g(\alpha) \xrightarrow{g(\alpha)=2} f^{-1}(\alpha) = \log_2 2 = 1$$

$$\Rightarrow f^{-1}(\alpha) = 1$$

گام چهارم: از این که  $f^{-1}(\alpha) = 1$  است، نتیجه می‌شود که  $f(1) = \alpha$  است. حالا کافی است مقدار  $f(1)$  را محاسبه کنیم:

$$f(x) = 2^{2x} + 2^{x+1} \Rightarrow f(1) = 2^2 + 2^2 = 4 + 4 = 8 \Rightarrow \alpha = 8$$

بنابراین  $g^{-1}(2) = 8$  می‌شود.

**تست و پاسخ ۵**

اگر  $\log_2 2 = 0/3$  آن گاه به بزرگی زلزله چه عددی اضافه شود تا انرژی آزاد شده از آن ۸۰۰ برابر شود؟

$$1/63 (4)$$

$$1/93 (3)$$

$$2/3 (2)$$

$$1/83 (1)$$

**پاسخ: گزینه ۳**

**خودت حل کنی بهتره** با استفاده از فرمول  $\log E = 11/8 + 1/5 M$  سؤال را حل کنید.

**درس نامه** کاربرد لگاریتم در مسائل زلزله

انرژی آزاد شده (بر حسب ارگ)

$$\log E = 11/8 + \frac{3}{5} M$$

قدرت یا بزرگی زلزله (بر حسب ریشتر)

$$\log E = 11/8 + 1/5 M(I)$$

**پاسخ تشریحی** گام اول: فرض کنید بزرگی زلزله برابر  $M$  و انرژی آزاد شده برابر  $E$  باشد، پس:





# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

می‌خواهیم انرژی آزاد شده  $800$  برابر، یعنی برابر  $800E$  شود. حالا بزرگی زلزله را برابر  $M'$  فرض می‌کنیم:

$$\log 800E = 11/8 + 1/5(M') \quad (II)$$

$$\xrightarrow{(II)-(I)} \log 800E - \log E = 11/8 - 11/8 + 1/5M' - 1/5M$$

گام دوم: با کم کردن I از II داریم:

$$\log 800E - \log E = 1/5M' - 1/5M$$

پس:

$$\Rightarrow \log \frac{800E}{E} = 1/5(M' - M)$$

$$\Rightarrow \log 800 = 1/5(M' - M) *$$

گام سوم: از طرفی می‌توانیم مقدار  $\log 800$  را محاسبه کنیم:

$$\log 800 = \log 8 + \log 100 = 3 \log 2 + 2 = 3 \times 0/3 + 2 = 2/9$$

گام چهارم: با جای گذاری  $\log 800 = 2/9$  در \* داریم:

$$2/9 = 1/5(M' - M) \Rightarrow M' - M = \frac{2/9}{1/5} = \frac{29}{15} \approx 1/93$$

پس باید به بزرگی زلزله تقریباً  $1/93$  اضافه شود.

## تست و پاسخ ۶

اگر  $f(x) = \frac{ax}{|x|} - 3|x^2|$  در  $x=0$  دارای حد باشد، مقدار  $a$  کدام است؟

$$-\frac{3}{2} \quad (4)$$

$$-\frac{1}{2} \quad (3)$$

$$\frac{3}{2} \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۲

**خودت حل کنی بهتره** حد راست و چپ تابع را در  $x=0$  حساب کنید و با هم مساوی قرار دهید.

## درس نامه

یک تابع، زمانی در یک نقطه دارای حد است که حد راست و چپ موجود و با هم برابر باشد.

**نکته** برای حل کردن سؤالات حد، اگر یک ضابطه دارای براکت و قدرمطلق بود اول تکلیف براکت و قدرمطلق را در آن نقطه مشخص

می‌کنیم، اگر قدرمطلق داشتیم تعیین علامت می‌کنیم و وقتی براکت بود به صورت عدد می‌نویسیم. مثال:

$$\lim_{x \rightarrow 2} (|x - 2|) = \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^+} |x - 2| \xrightarrow{\text{داخل قدرمطلق مثبت}} \lim_{x \rightarrow 2^+} (x - 2) = 0 \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} |x - 2| \xrightarrow{\text{داخل قدرمطلق منفی}} \lim_{x \rightarrow 2^-} (-(x - 2)) = 0 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} ([x]) = \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^+} [x] \xrightarrow{[2^+] = 2} \lim(2) = 2 \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} [x] \xrightarrow{[2^-] = 1} \lim(1) = 1 \end{cases}$$

**پاسخ تشریحی ۵** گام اول: تکلیف قدرمطلق و براکت را در حد راست مشخص می‌کنیم و حد راست را به دست می‌آوریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} (1) |x| \xrightarrow{\text{داخل قدرمطلق مثبت}} x \\ (2) [x^3] \xrightarrow{[0^+] = 0} 0 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \left( \frac{ax}{x} - 3 \times 0 \right) = a \quad (I)$$

گام دوم: تکلیف قدرمطلق و براکت را در حد چپ مشخص می‌کنیم و حد چپ را به دست می‌آوریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} (1) |x| \xrightarrow{\text{داخل قدرمطلق منفی}} -x \\ (2) [x^3] \xrightarrow{[0^-] = -1} -1 \end{array} \right.$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \left( \frac{ax}{-x} - (3 \times -1) \right) = -a + 3 \quad (II)$$

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام سوم: برای این که حد داشته باشیم باید حد چپ و راست با هم برابر باشند، پس:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (f(x)) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (f(x)) \xrightarrow{II, I} a = -a + 3 \Rightarrow a = \frac{3}{2}$$

## تست و پاسخ ۷

اگر  $f(x) = 3x - |x + 1|$  و  $\alpha$  طول نقطه تلاقی  $f$  و  $f^{-1}$  باشد، مقدار  $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(x) - f^{-1}(x)}{x - \alpha}$  چه عددی است؟

۲ (۴)                       $\frac{5}{2}$  (۳)                       $\frac{1}{2}$  (۲)                       $\frac{3}{2}$  (۱)

## پاسخ: گزینه ۱

**خودت حل کنی بهتره** تابع  $f(x)$  و  $f^{-1}(x)$  همدیگر را روی نیمساز ربع اول و سوم قطع می کنند؛ با مساوی قرار دادن  $f(x) = x$  نقطه تلاقی را به دست آورید و بعد ضابطه  $f^{-1}(x)$  را بنویسید و حد را حساب کنید.

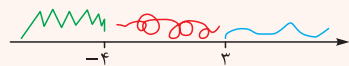
## درس نامه ..

(۱) اگر  $f$  تابعی اکیداً صعودی باشد، برای پیدا کردن طول نقاط برخورد دو تابع  $f(x)$  و  $f^{-1}(x)$  کافی است معادله  $f(x) = x$  را حل کنیم.

(۲) برای رفع ابهام کردن حدهای  $\leq$  یکی از روش ها، ساده کردن با استفاده از فاکتورگیری است.

$$|\text{cloud}| = \begin{cases} \text{cloud} & ; \text{cloud} \geq 0 \\ -\text{cloud} & ; \text{cloud} < 0 \end{cases}$$

می توانیم یک تابع قدرمطلق را با روش بازه بندی تبدیل به تابعی چندضابطه ای کنیم، به این صورت که ریشه های عبارت های داخل قدرمطلق ها را به دست می آوریم و با کمک آن ها دامنه را بازه بندی می کنیم. برای مثال در تابع  $f(x) = |2x + 8| - |x - 3|$ ، ریشه های عبارت های داخل قدرمطلق ها  $x = 3$  و  $x = -4$  هستند حالا اگر این دو عدد را روی محور  $x$  در نظر بگیریم.



**پاسخ تشریحی** گام اول: تابع  $f(x)$  را چندضابطه ای می کنیم و بدون قدرمطلق می نویسیم:

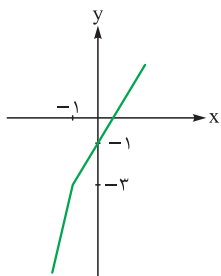
طبق مورد ۳ درس نامه داریم:

$$|x+1| = \begin{cases} x+1 & x+1 \geq 0 \\ -(x+1) & x+1 < 0 \end{cases} \Rightarrow |x+1| = \begin{cases} x+1 & x \geq -1 \\ -x-1 & x < -1 \end{cases}$$

پس طبق دامنه هایی که به دست آوردیم، داریم:

$$f(x) = \begin{cases} 3x - (x+1) & x \geq -1 \\ 3x - (-(x+1)) & x < -1 \end{cases} \Rightarrow f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & x \geq -1 \\ 4x + 1 & x < -1 \end{cases}$$

گام دوم: طبق تابع چندضابطه ای که در گام قبل به دست آوردیم تابع  $f(x)$  را رسم می کنیم:



طبق نمودار  $f(x)$  که به صورت مقابل است، یک تابع اکیداً صعودی است.

گام سوم: طبق مورد (۱) درس نامه برای پیدا کردن طول نقطه تقاطع تابع اکیداً صعودی  $f(x)$  با وارونش باید جواب معادله  $f(x) = x$  را پیدا کنیم:

$$f(x) = x \Rightarrow 3x - |x + 1| = x \Rightarrow 2x = |x + 1|$$



# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

● در معادله  $2x = |x+1|$  قدرمطلق را برمی داریم:

$$2x = |x+1| \begin{cases} x \geq -1 \rightarrow 2x = x+1 \Rightarrow \boxed{x=1} \\ x < -1 \rightarrow 2x = -(x+1) \Rightarrow \boxed{x = -\frac{1}{3}} \end{cases}$$

چون  $x < -1$  نیست پس این جواب غیر قابل قبول است.

● پس توابع  $f(x)$  و  $f^{-1}(x)$  در نقطه  $(1,1)$  با هم برخورد می کنند و  $\alpha = 1$  است.

گام چهارم: ضابطه وارون تابع را به دست می آوریم:

$$f(x) = 3x - |x+1| \xrightarrow{x \geq -1} f(x) = 2x - 1$$

● برای به دست آوردن  $f^{-1}(x)$ ، اول  $x$  را بر حسب  $y$  به دست می آوریم و سپس جای  $x$  و  $y$  را عوض می کنیم:

$$y = 2x - 1 \Rightarrow y + 1 = 2x \xrightarrow{\text{تقسیم بر 2}} \frac{y+1}{2} = x \xrightarrow{\text{جای } x \text{ و } y \text{ را عوض می کنیم}} \frac{x+1}{2} = y$$

$$f^{-1}(x) = \frac{x+1}{2}$$

پس:

گام پنجم: سراغ خواسته سؤال می رویم:

$$\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(x) - f^{-1}(x)}{x - \alpha} \xrightarrow{\alpha=1} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f^{-1}(x)}{x - 1} \xrightarrow{\substack{f(x)=2x-1 \\ f^{-1}(x)=\frac{x+1}{2}}} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - 1 - \frac{x+1}{2}}{x - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - 1 - \frac{x}{2} - \frac{1}{2}}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1/5x - 1/5}{x - 1} \xrightarrow{\text{از 1/5 فاکتور می گیریم}} \frac{1/5(x-1)}{x-1} = 1/5 = \frac{3}{2}$$

## تست و پاسخ ۸

اگر  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{ax^2 + 8}{bx - 2b} = 8$  باشد، مقدار  $\lim_{x \rightarrow b} \frac{\sqrt{ax+2} + a}{b^2 - x^2}$  کدام است؟

$$\frac{1}{4} \quad (1) \quad -\frac{1}{4} \quad (3) \quad \frac{1}{2} \quad (2) \quad -\frac{1}{2} \quad (4)$$

## پاسخ: گزینه ۲

**مشاوره** مشابه این سؤال را در کنکور سال ۱۴۰۲ داشتیم. پس روش حل سؤال را به خوبی یاد بگیرید.

**خودت حل کنی بهتره** مقدار مخرج به ازای  $x=2$  برابر صفر است. در نتیجه با یک حد صفر صفر مواجه هستیم پس صورت هم باید

به ازای  $x=2$  صفر باشد با توجه به آن مقدار  $a$  و بعد با یک تجزیه مقدار  $b$  هم به دست می آید.

## درس نامه ● رفع ابهام صفر صفر در حضور مجهول

(۱) اگر در سؤالی گفته شود حاصل  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$  برابر یک عدد حقیقی ناصفر است و با جای گذاری  $x=a$  در عبارت به  $\frac{0}{0}$  یا  $\frac{\infty}{\infty}$  برسیم حتماً

برابر صفر است (یعنی حتماً باید به  $\frac{0}{0}$  برسیم) و حاصل حد پس از رفع ابهام  $\frac{0}{0}$ ، برابر آن عدد حقیقی ناصفر می شود.

(۲) هرگاه در صورت و مخرج حدهای  $\frac{0}{0}$  عبارت رادیکالی دیدیم صورت و مخرج را در مزدوج آن عبارت دارای رادیکال ضرب می کنیم تا رادیکال از بین برود و بعد با ساده سازی رفع ابهام می کنیم.

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

یادآوری اتحاد مزدوج:

**پاسخ تشریحی** گام اول: حد  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{ax^2 + 8}{bx - 2b} = 8$  یک حد  $\frac{0}{0}$  است زیرا با جای گذاری  $x=2$  در مخرج، مخرج صفر می شود، ولی حاصل

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{ax^2 + 8}{bx - 2b} = \frac{0}{0} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{ax^2 + 8}{b(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{a(x)^2 + 8}{b(x-2)} = \frac{0}{0}$$

مقدار  $a$  را به دست آوردیم، اکنون با جای گذاری کردن  $a$  و رفع ابهام کردن، مقدار  $b$  را به دست می آوریم:

$$\Rightarrow 4a + 8 = 0 \Rightarrow \boxed{a = -2}$$

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



$$a=-2 \rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-2x^2 + a}{b(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-2(x^2 - 4)}{b(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-2(x-2)(x+2)}{b(x-2)} = 8$$

$$\Rightarrow \frac{-2 \times 4}{b} = 8 \Rightarrow \boxed{b = -1}$$

گام دوم: در گام قبل مقدار  $a = -2$  و  $b = -1$  را به دست آوردیم، اکنون  $a$  و  $b$  را در عبارت خواسته شده جای گذاری می کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow b} \frac{\sqrt{ax+2} + a}{b^2 - x^2} \xrightarrow{b=-1, a=-2} \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{-2x+2} - 2}{1 - x^2} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{-2x+2} - 2}{-1(x-1)(x+1)}$$

$$\xrightarrow{\text{با توجه به مورد ۲ درس نامه}} \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{-2x+2} - 2}{-1(x-1)(x+1)} \times \frac{\sqrt{-2x+2} + 2}{\sqrt{-2x+2} + 2} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\overbrace{-2x-2}^{-2x-2}}{-2x+2-4}}{-1(x-1)(x+1)(\sqrt{-2x+2} + 2)}$$

$$\xrightarrow{\text{با کمی ساده سازی داریم}} \lim_{x \rightarrow -1} \frac{-2(x+1)}{(-1)(\sqrt{-2x+2} + 2)(x-1)(x+1)} \xrightarrow{\text{جای گذاری } x=-1} \frac{-2}{(-1)(\sqrt{-2(-1)+2} + 2)(-1-1)} = \frac{-2}{8} = -\frac{1}{4}$$

پس جواب  $(-\frac{1}{4})$  است.

## تست و پاسخ ۹

مقدار  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sin \pi x}{\sqrt{2+2 \cos \pi x}}$  کدام است؟

$$-\frac{1}{2} (4)$$

$$\frac{1}{2} (3)$$

$$1 (2)$$

$$-1 (1)$$

## پاسخ: گزینه ۱

**مشاوره** حدهای مثلثاتی جزء سوالات ثابت کنکورند، البته در کنکورهای اخیر از ترکیب عبارات جبری و اتحادهای مثلثاتی بیشتر استفاده شده است.

**خودت حل کنی بهتره** به جای  $\sin \pi x$  و  $2 + 2 \cos \pi x$  عبارت معادلشان را قرار دهید.

## درس نامه

روش حل حدهای  $\frac{0}{0}$  به کمک اتحادهای مثلثاتی این گونه است که به جای یک نسبت مثلثاتی معادلش را می گذاریم. مثلاً به جای  $\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$ ،  $\cos(2\alpha)$  قرار می دهیم.

$$1 + \cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha \quad \text{و} \quad \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

## یادآوری

**پاسخ تشریحی** گام اول: اگر  $x = 1$  را در حد داده شده جای گذاری کنیم به  $\frac{0}{0}$  می رسیم پس باید رفع ابهام کنیم و صورت و مخرج را ساده کنیم، با ساده کردن مخرج شروع می کنیم: (برای مخرج از اتحاد  $1 + \cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha$  استفاده می کنیم که به جای  $\alpha$   $(\frac{\pi x}{2})$  قرار می دهیم.)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin \pi x}{\sqrt{2+2 \cos \pi x}} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin \pi x}{\sqrt{2(1+\cos \pi x)}} \xrightarrow{1+\cos \pi x = 2 \cos^2(\frac{\pi x}{2})} \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sin \pi x}{\sqrt{2 \times 2 \cos^2(\frac{\pi x}{2})}} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sin \pi x}{2 \cos(\frac{\pi x}{2})}$$

گام دوم: برای این که قدرمطلق مخرج را از بین ببریم باید تعیین علامت کنیم:

$$|2 \cos(\frac{\pi}{2})^+| = \frac{\text{در ربع دوم قرار می گیرد که } \cos \text{ در } (\frac{\pi}{2})^+ \text{ ربع دوم مقدار منفی دارد.}}{-2 \cos(\frac{\pi}{2})}$$



# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sin \pi x}{-2 \cos(\frac{\pi x}{2})}$$

پس مخرج حد به این صورت می‌شود:

گام سوم: صورت کسر را ساده می‌کنیم:

برای ساده کردن صورت از اتحاد  $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$  استفاده می‌کنیم که به جای  $\alpha = \frac{\pi x}{2}$  قرار می‌دهیم.

$$\Rightarrow \sin \pi x = 2 \sin \frac{\pi x}{2} \cos \frac{\pi x}{2}$$

گام چهارم: حالا سراغ محاسبه می‌رویم:

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sin \pi x}{-2 \cos \frac{\pi x}{2}} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\cancel{2} \sin \frac{\pi x}{2} \cancel{\cos \frac{\pi x}{2}}}{-\cancel{2} \cos \frac{\pi x}{2}} = \lim_{x \rightarrow 1^+} (-\sin \frac{\pi x}{2}) = -1$$

## تست و پاسخ ۱۰

اگر  $f(x) = \frac{x\sqrt{x}}{3x^2 + x - 1}$  باشد، مقدار  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3f(x) - 1}{x^2 - x}$  چه عددی است؟

$\frac{1}{2}$  (۱)       $-\frac{3}{2}$  (۲)       $-\frac{5}{6}$  (۳)       $-\frac{1}{2}$  (۴)

## پاسخ: گزینه ۲

**مشاوره** حدهای  $\frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$  جزء پای ثابت‌های کنکور سراسری هستند.

**خودت حل کنی بهتره** به جای  $f(x)$  ضابطه آن را قرار دهید و به کمک تجزیه عامل صفرشونده را حذف کنید.

**درس نامه** روش حل حدهای  $\frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$

تجزیه: باید در صورت و مخرج عامل صفرشونده را پیدا کنید و با کمک گرفتن از تجزیه، آن‌ها را با هم ساده کنید.

**یادآوری** اتحاد مزدوج:  $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

**پاسخ تشریحی** گام اول: ابتدا ضابطه  $f(x)$  را در حد جای گذاری می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3f(x) - 1}{x^2 - x} \xrightarrow{f(x) = \frac{x\sqrt{x}}{3x^2 + x - 1}} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x\sqrt{x} - 1}{x^2 - x} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x\sqrt{x} - 3x^2 - x + 1}{(3x^2 + x - 1)(x^2 - x)}$$

گام دوم: با جای گذاری  $x = 1$  حاصل حد  $\frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$  می‌شود، پس باید رفع ابهام کنیم. تا جایی که می‌توانیم صورت و مخرج را تجزیه می‌کنیم:

از این دو جمله  $3x\sqrt{x}$  فاکتور می‌گیریم.

از  $(\sqrt{x} - 1)$  فاکتور می‌گیریم.

$$\frac{\overbrace{3x\sqrt{x} - 3x^2}^{\text{اتحاد مزدوج}} + \overbrace{(-x + 1)}^{\text{مزدوج}}}{(3x^2 + x - 1)(x^2 - x)} = \frac{3x\sqrt{x}(1 - \sqrt{x}) + (1 - \sqrt{x})(1 + \sqrt{x})}{(3x^2 + x - 1)(x)(x - 1)} = \frac{-(\sqrt{x} - 1)(3x\sqrt{x} + (1 + \sqrt{x}))}{(3x^2 + x - 1)(x)(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)}$$

مزدوج

$$\Rightarrow \frac{-(3x\sqrt{x} + 1 + \sqrt{x})}{(3x^2 + x - 1)(x)(\sqrt{x} + 1)}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-(3x\sqrt{x} + 1 + \sqrt{x})}{(3x^2 + x - 1)(x)(\sqrt{x} + 1)} = \frac{-(3 + 1 + 1)}{3 \times 1 \times 2} = -\frac{5}{6}$$

حالا مقدار حد را محاسبه می‌کنیم.

پس جواب حد  $-\frac{5}{6}$  است.

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



## تست و پاسخ ۱۱

اگر  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{a - \sqrt{x}}{2 - \sqrt{5-x}} = b$  و  $b \in \mathbb{R}$  باشد، مقدار  $ab$  کدام است؟

$-\frac{1}{2}$  (۴)                       $\frac{1}{3}$  (۳)                      ۲ (۲)                      -۲ (۱)

## پاسخ: گزینه ۱

**خودت حل کنی بهتره** چون حدی که داریم  $\frac{0}{0}$  است، پس صورت کسر باید صفر شود، با مساوی قرار دادن آن با صفر،  $a$  را به دست آورید و با رفع ابهام سؤال را حل کنید.

**نکته** در این سؤال هم صورت دارای رادیکال هست و هم مخرج پس جفتشان را در مزدوج هایشان ضرب می‌کنیم.

**پاسخ تشریحی** گام اول: با جای گذاری  $x = 1$ ، مخرج کسر صفر می‌شود پس صورت هم باید صفر شود:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{a - \sqrt{x}}{2 - \sqrt{5-x}} = \frac{a - \sqrt{1}}{2 - \sqrt{5-1}} = \frac{a-1}{0} = b \Rightarrow a-1=0 \Rightarrow a=1$$

گام دوم:  $a = 1$  را جای گذاری می‌کنیم و صورت و مخرج را گویا می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{a - \sqrt{x}}{2 - \sqrt{5-x}} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \sqrt{x}}{2 - \sqrt{5-x}} \times \frac{1 + \sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}} \times \frac{2 + \sqrt{5-x}}{2 + \sqrt{5-x}} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(1-x)(2 + \sqrt{5-x})}{(4 - (5-x))(1 + \sqrt{x})}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{-(x-1)(2 + \sqrt{5-x})}{(x-1)(1 + \sqrt{x})} = \frac{-1 \times (2 + \sqrt{5-1})}{1 + \sqrt{1}} = \frac{-1 \times 4}{2} = -2$$

## تست و پاسخ ۱۲

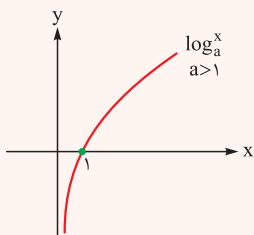
اگر  $f(x) = [\log_3(x+1)]$  باشد، چهارمین نقطه ناپیوستگی تابع با طول مثبت چه عددی است؟

۶۴ (۲)                      ۲۸ (۱)  
 ۸۰ (۴)                      ۸۲ (۳)

## پاسخ: گزینه ۴

## درس نامه

(۱) در تابع لگاریتمی، اگر مبنا بزرگ‌تر از یک باشد، نمودار به شکل مقابل می‌شود:



(۲) برای رسم توابعی به فرم  $[f(x)]$  به ترتیب زیر عمل می‌کنیم:

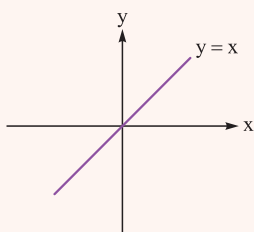
الف) تابع  $f(x)$  را رسم می‌کنیم.

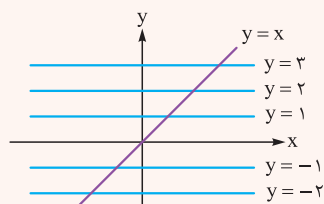
ب) خط‌های  $y = k$  که  $k \in \mathbb{Z}$  است را رسم می‌کنیم.

ج) قسمتی از تابع  $f(x)$  که بین دو خط متوالی  $y = k$  است را روی خط زیرین رسم می‌کنیم.

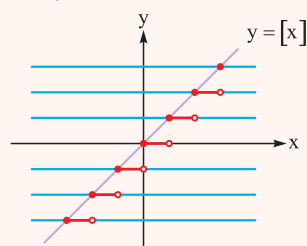
مثال:  $[x]$ :

الف)





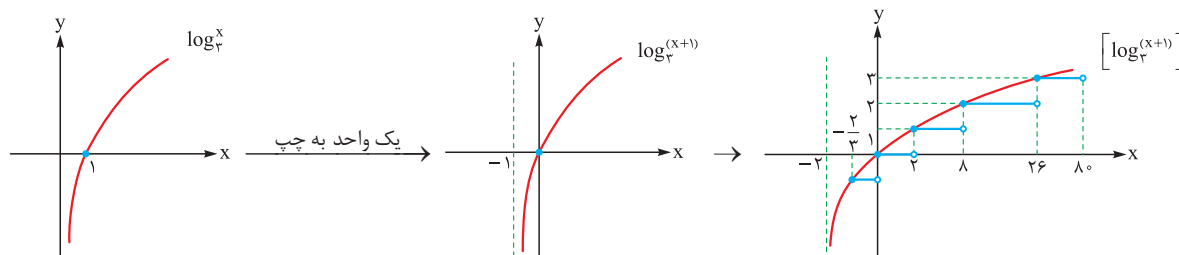
(ب)



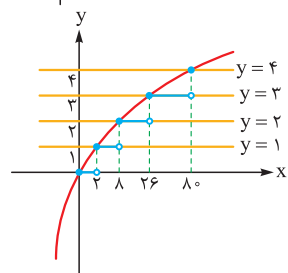
(ج)

۳) برای رسم نمودار  $f(x+k)$  با استفاده از نمودار  $f(x)$ :  
 $k > 0$  -۱: تابع  $f(x)$ ،  $k$  واحد به سمت چپ منتقل می‌شود.  
 $k < 0$  -۲: تابع  $f(x)$ ،  $k$  واحد به سمت راست منتقل می‌شود.

**پاسخ تشریحی** روش اول: گام اول: با توجه به درس‌نامه تابع  $f(x)$  را رسم می‌کنیم:



گام دوم: خواسته سؤال  $X$ ‌های مثبت است، پس:



چهارمین ناپیوستگی طبق شکل در  $x = 80$  است.

روش دوم: گام اول: تابع  $f(x)$  در نقاطی ناپیوسته است که  $\log_3(x+1) \in \mathbb{Z}$  شود، پس اگر فرض کنیم  $\log_3(x+1) = k$  شود  $k$  حتماً

عضوی از اعداد صحیح است:  $\log_3(x+1) = k \xrightarrow{\log_b a = \log_b c, a=c} \log_3(x+1) = \log_3 3^k \Rightarrow (x+1) = 3^k$

$$x = 3^k - 1 \quad (I)$$

گام دوم: طبق گفته‌های قبل در گام اول، به جای  $k$  فقط اعداد صحیح قرار می‌گیرد، پس:

$$k = \{\dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots\} \quad (II)$$

$$k = -1: x = 3^{-1} - 1 \Rightarrow x = -\frac{2}{3}$$

در معادله (I) به جای  $k$  از اعضای مجموعه (II) استفاده می‌کنیم:

$$k = 0: x = 3^0 - 1 \Rightarrow x = 0$$

$$k = 1: x = 3^1 - 1 \Rightarrow x = 2 \quad \text{اولین}$$

$$k = 2: x = 3^2 - 1 \Rightarrow x = 8 \quad \text{دومین}$$

$$k = 3: x = 3^3 - 1 \Rightarrow x = 26 \quad \text{سومین}$$

$$k = 4: x = 3^4 - 1 \Rightarrow x = 80 \quad \text{چهارمین}$$

سؤال از ما چهارمین  $X$  مثبت را می‌خواهد اگر  $X$ ‌های صحیح کوچک‌تر از صفر را قرار دهیم به ما مقادیر منفی می‌دهد، پس چهارمین  $X$  مثبت  $80$  است و  $4$  جواب سؤال می‌شود.

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



## تست و پاسخ ۱۳

تابع  $f(x) = \begin{cases} (x+1)[x] & |x+1| < 1 \\ x^2 + ax + b & |x+1| \geq 1 \end{cases}$  در تمام نقاط حقیقی پیوسته است. مقدار  $ab$  کدام است؟

$$-\frac{3}{2} \quad (4) \qquad \frac{1}{2} \quad (3) \qquad -\frac{1}{2} \quad (2) \qquad \frac{3}{2} \quad (1)$$

## پاسخ: گزینه ۲

**مشاوره** سوالات پیوستگی مخصوصاً از نوع چند ضابطه‌ای در کنکور یکی از پر تکرارترین‌ها بوده است.

**خودت حل کنی بهتره** اول قدرمطلق را بردارید و دامنه ضابطه‌ها را مشخص کنید و سپس نقاطی که احتمال ناپیوستگی دارند را بررسی کنید.

**درس نامه** در نامعادلات قدرمطلق داریم: (اگر  $a \geq 0$ )

$$1) |x| \leq a \Rightarrow -a \leq x \leq a$$

$$2) |x| \geq a \Rightarrow x \geq a \text{ یا } x \leq -a$$

**پاسخ تشریحی** گام اول: نامعادلات قدرمطلق را حل می‌کنیم تا دامنه ضابطه‌ها مشخص شود:

$$I) |x+1| < 1 \Rightarrow -1 < x+1 < 1 \Rightarrow -2 < x < 0$$

$$II) |x+1| \geq 1 \Rightarrow \begin{cases} x+1 \geq 1 & x \geq 0 \\ x+1 \leq -1 & x \leq -2 \end{cases}$$

گام دوم: با استفاده از دامنه‌هایی که با حل کردن نامعادلات قدرمطلق در I و II به دست آمد تابع چندضابطه‌ای را می‌نویسیم:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + b & x \leq -2 \\ (x+1)[x] & -2 < x < 0 \\ x^2 + ax + b & x \geq 0 \end{cases}$$

حالا باید پیوستگی در نقاط مرزی دامنه، یعنی  $x = -2$  و  $x = 0$  را بررسی کنیم.

گام سوم: حد تابع  $f(x)$  در  $x = -2$  و مقدار  $f(-2)$  را به دست می‌آوریم و پیوستگی را بررسی می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = \begin{cases} \lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) \xrightarrow[\text{قراری می‌گیرند.}]{\text{xهای کم‌تر از } (-2) \text{ در ضابطه } x^2+ax+b} \lim_{x \rightarrow (-2)^-} (x^2 + ax + b) = 4 - 2a + b \\ \lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) \xrightarrow[\text{قراری می‌گیرند.}]{\text{xهای بیشتر از } (-2) \text{ در ضابطه } (x+1)[x]} \lim_{x \rightarrow (-2)^+} ((x+1)[x]) \xrightarrow{[(-2)^+] = -2} \lim_{x \rightarrow (-2)^+} (-2(x+1)) = 2 \end{cases}$$

$$f(-2) \xrightarrow{\text{در ضابطه } x^2+ax+b \text{ در } x=-2} 4 - 2a + b$$

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) = f(-2) \qquad \text{شرط پیوستگی تابع } f(x) \text{ در } x = -2:$$

$$4 - 2a + b = 2 \Rightarrow 2a - b = 2 \quad (*)$$

گام چهارم: حد تابع  $f(x)$  در  $x = 0$  و مقدار  $f(0)$  را به دست می‌آوریم و پیوستگی را بررسی می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \begin{cases} \lim_{x \rightarrow (0)^+} f(x) \xrightarrow[\text{قراری می‌گیرند.}]{\text{xهای بیشتر از صفر در ضابطه } x^2+ax+b} \lim_{x \rightarrow (0)^+} (x^2 + ax + b) = b \\ \lim_{x \rightarrow (0)^-} f(x) \xrightarrow[\text{قراری می‌گیرند.}]{\text{xهای کم‌تر از صفر در ضابطه } (x+1)[x]} \lim_{x \rightarrow (0)^-} ((x+1)[x]) \xrightarrow{[0^-] = -1} \lim_{x \rightarrow (0)^-} (-(x+1)) = -1 \end{cases}$$

$$f(0) \xrightarrow{\text{در ضابطه } x^2+ax+b \text{ در } x=0} b$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = f(0) \qquad \text{شرط پیوستگی تابع } f(x) \text{ در } x = 0:$$

$$b = -1 \quad (**)$$





# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

گام پنجم: با توجه به (\*) و (\*\* مقدار a را به دست می آوریم و حاصل ضرب ab را می یابیم:

$$2a - b = 2 \xrightarrow{b=-1} 2a + 1 = 2 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

پس:

$$\xrightarrow{a=\frac{1}{2}, b=-1} ab = \frac{1}{2} \times -1 = -\frac{1}{2}$$

## تست و پاسخ ۱۴

اگر  $\alpha + \beta = \frac{\pi}{4}$  و  $\cos \alpha = \frac{-1}{4}$  مقدار  $\cos 2\beta$  چه عددی است؟

$$\pm \frac{\sqrt{3}}{4} \quad (1) \quad \pm \frac{1}{4} \quad (2) \quad \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (3) \quad \pm \frac{\sqrt{2}}{4} \quad (4)$$

## پاسخ: گزینه ۲

**مشاوره** نسبت های مثلثاتی و بازی کردن با زوایای آنها و نوشتن معادل آنها شاید در کنکور مستقلاً سؤال نداشته باشد ولی قطعاً یکی از پایه های حل سؤالات ترکیبی با مثلثات کنکور است.

## درس نامه •• ساده کردن نسبت های مثلثاتی زوایای $\frac{k\pi}{4} \pm \alpha$

می خواهیم رابطه نسبت های مثلثاتی زوایای  $\frac{\pi}{4} \pm \alpha$ ،  $\frac{3\pi}{4} \pm \alpha$ ،  $\pi \pm \alpha$  و  $2\pi \pm \alpha$  را با نسبت های مثلثاتی زاویه  $\alpha$  به دست آوریم. برای این کار مراحل زیر را می رویم:

(۱) تغییر اسم می دهد یا نه: اگر زاویه  $\alpha$  با کمان های  $\pi$  یا  $2\pi$  جمع (یا منها) شده بود، تغییر اسمی در کار نیست؛ ولی اگر  $\alpha$  با  $\frac{\pi}{4}$  یا  $\frac{3\pi}{4}$  جمع (یا منها) شده بود، نسبت مثلثاتی تغییر اسم می دهد؛ یعنی  $\sin$  می شود  $\cos$  (و بالعکس) و  $\tan$  می شود  $\cot$  (و بالعکس).  
 (۲) علامت: با فرض حاده بودن  $\alpha$  (مثلاً  $1^\circ$ )، ربعی که زاویه  $\frac{\pi}{4} \pm \alpha$  یا ... در آن قرار می گیرد را پیدا می کنیم و مشخص می کنیم که علامت نسبت اولیه در آن ربع مثبت بوده است یا منفی.  
 چندتا مثال ببینید:

$$\left. \begin{array}{l} \text{به خاطر } \frac{3\pi}{4}, \sin \text{ می شود } \cos \\ \cdot \cos < 0 \text{ می افتد و } \sin > 0 \end{array} \right\} \leftarrow \sin\left(\frac{3\pi}{4} + \alpha\right) \quad (1)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{به خاطر } \pi, \cos \text{ خودش می ماند} \\ \cdot \cos < 0 \text{ می افتد و } \sin > 0 \end{array} \right\} \leftarrow \cos(\pi + \alpha) \quad (2)$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

یادآوری

**پاسخ تشریحی** گام اول: زاویه  $2\beta$  را به صورت نسبتی از  $\alpha$  می نویسیم:

$$\alpha + \beta = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \beta = \frac{\pi}{4} - \alpha \xrightarrow{\text{از آن جاکه } 2\beta \text{ را می خواهیم پس طرفین } \times 2} 2\beta = \frac{\pi}{2} - 2\alpha$$

حالا  $\cos 2\beta$  را حساب می کنیم:  $\cos(2\beta) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2\alpha\right) \xrightarrow{\text{تغییر اسم می دهد}} \sin(2\alpha)$   
 گام دوم: با استفاده از اتحاد مثلثاتی  $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$  داریم:

$$\sin(2\alpha) = 2 \sin \alpha \times \cos \alpha \xrightarrow{\cos \alpha = \frac{1}{2}} \sin(2\alpha) = 2 \times \left(\frac{1}{2}\right) \sin \alpha$$

$$\sin(2\alpha) = -\sin \alpha \quad (I)$$

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام سوم: با استفاده از  $\cos \alpha = -\frac{1}{4}$  و اتحاد  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$  مقدار  $\sin \alpha$  را به دست می آوریم و در معادله (I) می گذاریم:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \xrightarrow{\cos \alpha = -\frac{1}{4}} \sin^2 \alpha + \left(-\frac{1}{4}\right)^2 = 1 \Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{3}{4}$$

$$\sin \alpha = \sqrt{\frac{3}{4}} \Rightarrow \sin \alpha = \left|\frac{\sqrt{3}}{2}\right| = \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (\text{II})$$

$$\xrightarrow{\text{با توجه به (I), (II)}} \sin 2\alpha = -\sin \alpha \xrightarrow{\pm \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin \alpha} \sin 2\alpha = -\left(\pm \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$\sin 2\alpha = \left(\pm \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

## تست و پاسخ ۱۵

اگر  $\tan \alpha = 4 \cot \alpha$  و  $\alpha$  ناحیه سوم مثلثاتی باشد، مقدار  $\cos^2\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)$  کدام است؟

$$\frac{3}{5} \quad (4)$$

$$\frac{4}{5} \quad (3)$$

$$\frac{1}{10} \quad (2)$$

$$\frac{3}{10} \quad (1)$$

## پاسخ: گزینه ۲

**مشاوره** در کنکور این گونه سؤالات که نیاز به دانستن اتحادهای مثلثاتی مختلف است، از قدیم جز پای ثابتها بوده.

**خودت حل کنی بهتره** اول از تساوی  $\tan \alpha = 4 \cot \alpha$  مقدار  $\sin 2\alpha$  را به دست بیاورید و بعد  $\cos^2\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)$  را با استفاده از

نسبت های مثلثاتی دو برابر کمان ساده کنید.

## درس نامه •• روابط مثلثاتی

صورت اصلی اتحاد	صورت فرعی
$\sin \alpha \cdot \cos \beta \pm \cos \alpha \cdot \sin \beta = \sin(\alpha \pm \beta)$	
$\cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta = \cos(\alpha \pm \beta)$	
$2 \sin \alpha \cos \alpha = \sin(2\alpha)$	
$\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \cos(2\alpha)$	$\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha$ و $\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$
$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$	$\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha$ و $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha$
$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$	$\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$
$\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$	
$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$	
$1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$	



# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

**پاسخ تشریحی** راه اول: گام اول: با استفاده از اتحاد  $\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$  داریم: (در اتحاد، به جای  $x$  قرار می‌دهیم  $\frac{\pi}{4} + \alpha$ )

$$\cos^2\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) = \frac{\cos\left(2\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)\right) + 1}{2}$$

گام دوم: نسبت مثلثاتی  $\cos\left(\frac{\pi}{4} + 2\alpha\right)$  را ساده‌تر می‌نویسیم:

$$\underbrace{\cos\left(\frac{\pi}{4} + 2\alpha\right)}_{\text{ربع دوم: } \cos < 0} \xrightarrow{\text{cos تغییر می‌کند}} -\sin(2\alpha) \Rightarrow \frac{\cos\left(\frac{\pi}{4} + 2\alpha\right) + 1}{2} = \frac{1 - \sin 2\alpha}{2}$$

پس  $\cos^2\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) = \frac{1 - \sin 2\alpha}{2}$  می‌شود.

گام سوم: باید مقدار  $\sin 2\alpha$  را پیدا کنیم. حالا سراغ تساوی  $\tan \alpha = 4 \cot \alpha$  می‌رویم:

$$\tan \alpha = 4 \cot \alpha \xrightarrow{\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}} \tan \alpha = 4 \times \frac{1}{\tan \alpha} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{4}{\tan \alpha} \Rightarrow \tan^2 \alpha = 4$$

گام چهارم: با استفاده از اتحاد  $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$ ، مقدار  $\cos \alpha$  را به دست می‌آوریم:

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \xrightarrow{\tan^2 \alpha = 4} 1 + 4 = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{5} \Rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{1}{\sqrt{5}}$$

طبق گفته سؤال  $\alpha$  در ناحیه سوم است، از طرفی می‌دانیم مقدار کسینوس در ربع سوم منفی است، پس:

$$\cos \alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}}$$

گام پنجم: حالا با استفاده از  $\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha$  داریم:

$$\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha \xrightarrow{\cos^2 \alpha = \frac{1}{5}} \sin^2 \alpha = 1 - \frac{1}{5}, \sin^2 \alpha = \frac{4}{5} \Rightarrow \sin \alpha = \pm \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\sin \alpha = \frac{-2}{\sqrt{5}}$$

زاویه  $\alpha$  در ربع سوم است (که در آن ناحیه سینوس منفی است)، پس:

گام ششم: مقدار  $\sin 2\alpha$  را محاسبه می‌کنیم:

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \xrightarrow{\sin \alpha = -\frac{2}{\sqrt{5}}, \cos \alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}}} \sin 2\alpha = 2 \times \left(-\frac{2}{\sqrt{5}}\right) \times \left(-\frac{1}{\sqrt{5}}\right) \Rightarrow \sin 2\alpha = \frac{4}{5} \quad (\text{II})$$

گام هفتم: در گام دوم دیدیم که  $\cos^2\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) = \frac{1 - \sin 2\alpha}{2}$  (I) و در گام ششم (II)  $\sin 2\alpha = \frac{4}{5}$  با یک جای‌گذاری ساده، داریم:

$$\cos^2\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) = \frac{1 - \sin 2\alpha}{2} \xrightarrow{\sin 2\alpha = \frac{4}{5}} \cos^2\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) = \frac{1 - \left(\frac{4}{5}\right)}{2} = \frac{1}{10}$$

راه دوم: گام اول: سعی می‌کنیم با روابط مثلثاتی مجموع و تفاضل دو کمان  $\cos^2\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)$  را ساده کنیم:

$$\cos^2\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) \xrightarrow{\cos(\alpha+\beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta} \left(\cos \frac{\pi}{4} \times \cos \alpha - \sin \frac{\pi}{4} \times \sin \alpha\right)^2$$

حاصل  $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$  و  $\cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$  را می‌دانیم:

$$\left(\cos \frac{\pi}{4} \times \cos \alpha - \sin \frac{\pi}{4} \times \sin \alpha\right)^2 \xrightarrow{\frac{\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}}{\cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}}} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cos \alpha - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \alpha\right)^2$$

$$\xrightarrow{\text{از } \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ فاکتورگیری}} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} (\cos \alpha - \sin \alpha)\right)^2 = \frac{1}{2} (\cos \alpha - \sin \alpha)^2$$

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام دوم: در  $(\cos \alpha - \sin \alpha)^2$ ،  $\frac{1}{4}(\cos \alpha - \sin \alpha)^2$  را باز می‌کنیم و با استفاده از اتحادهای  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$  و  $2 \sin \alpha \cos \alpha = \sin 2\alpha$

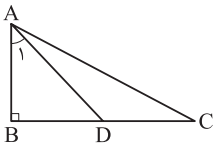
$$\frac{1}{4}(\cos \alpha - \sin \alpha)^2 = \frac{1}{4}(\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha - 2 \sin \alpha \cos \alpha) \quad \text{داریم:}$$

$$\xrightarrow{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1} \frac{1}{4}(1 - 2 \sin \alpha \cos \alpha) \xrightarrow{2 \sin \alpha \cos \alpha = \sin 2\alpha} \frac{1}{4}(1 - \sin 2\alpha) \quad (I)$$

ادامه حل مشابه راه قبل.

## تست و پاسخ ۱۶

اگر  $DB = 1$  و  $\hat{A}_1 = 3^\circ$  و مساحت مثلث  $ABC$  برابر  $\sqrt{3}$  باشد، مقدار  $\sin 2\hat{C}$  چه عددی است؟



$$\frac{2\sqrt{3}}{7} \quad (2)$$

$$\frac{4\sqrt{3}}{7} \quad (1)$$

$$2\sqrt{\frac{3}{7}} \quad (4)$$

$$\sqrt{\frac{3}{7}} \quad (3)$$

## پاسخ: گزینه ۱

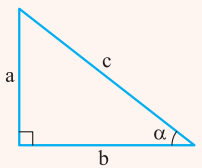
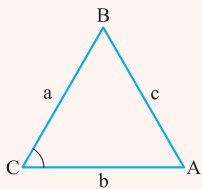
**خودت حل کنی بهتره** با استفاده از نسبت‌های مثلثاتی، طول ضلع  $AB$  را به دست آورید و سپس با استفاده از فرمول مساحت مثلث حاصل ضرب دو ضلع در نصف سینوس زاویه بین، طول  $CD$  را بیابید.

## درس نامه

(۱) محاسبه مساحت مثلث:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \times \text{سینوس زاویه بین دو ضلع} \times \text{حاصل ضرب دو ضلع} = \frac{1}{2} \times ab \times \sin \hat{C}$$

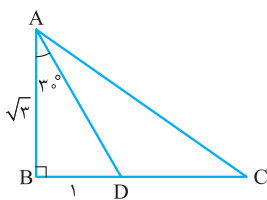
(۲) نسبت‌های مثلثاتی در مثلث قائم‌الزاویه:



نسبت	تعریف	با توجه به شکل
سینوس	مقابل وتر	$\sin \alpha = \frac{a}{c}$
کسینوس	مجاور وتر	$\cos \alpha = \frac{b}{c}$
تانژانت	مقابل مجاور	$\tan \alpha = \frac{a}{b}$
کتانژانت	مجاور مقابل	$\cot \alpha = \frac{b}{a}$

## پاسخ تشریحی

گام اول: ابتدا با استفاده از تانژانت زاویه  $\hat{A}$  اندازه ضلع  $AB$  را به دست می‌آوریم:



$$\tan 3^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} \xrightarrow{\tan \alpha = \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}}} \tan 3^\circ = \frac{BD}{AB} = \frac{1}{AB} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow AB = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$$

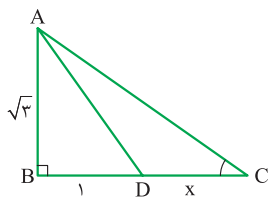
اندازه ضلع  $AB$ ،  $\sqrt{3}$  به دست آمد.



# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

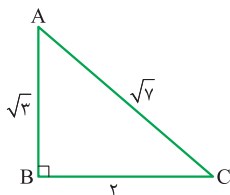
گام دوم: صورت سؤال مساحت مثلث ABC را به ما داده است، پس:



$$S_{\triangle ABC} = \sqrt{3} \xrightarrow{S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} CB \times AB \times \sin 90^\circ} \sqrt{3} = \frac{1}{2} (1+x) \times \sqrt{3}$$

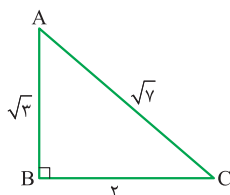
$$\Rightarrow 1 = \frac{1}{2} (1+x) \Rightarrow \boxed{x=1} \Rightarrow CD=1 \Rightarrow BC=2$$

گام سوم: اضلاع قائم مثلث ABC را داریم پس وتر آن حاصل می‌شود:



$$AC^2 = BC^2 + AB^2 \xrightarrow{\substack{BC=2 \\ AB=\sqrt{3}}} AC^2 = (2)^2 + (\sqrt{3})^2 \Rightarrow AC^2 = 7 \Rightarrow AC = \sqrt{7}$$

گام چهارم: در رابطه مثلثاتی دو برابر کمان داریم،  $\sin 2\hat{C} = 2 \sin \hat{C} \times \cos \hat{C}$ ، پس:



$$\cos \hat{C} = \frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{2}{\sqrt{7}}$$

$$\sin \hat{C} = \frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$$

$$\sin(2\hat{C}) = 2 \cos \hat{C} \times \sin \hat{C} \xrightarrow{\substack{\cos \hat{C} = \frac{2}{\sqrt{7}} \\ \sin \hat{C} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}}} \sin(2\hat{C}) = 2 \times \frac{2}{\sqrt{7}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}} = \frac{4\sqrt{3}}{7}$$

کسینوس زاویه  $\hat{C}$ :

سینوس زاویه  $\hat{C}$ :

سینوس زاویه  $2\hat{C}$ :

و در آخر  $\sin(2\hat{C}) = \frac{4\sqrt{3}}{7}$  می‌شود.

## تست و پاسخ (۱۷)

هرگاه  $\frac{1}{3} \sin(\frac{3\pi}{4} - \alpha)$  و انتهای کمان  $\alpha$  در ناحیه سوم باشد، مقدار  $\cos^2(\alpha + \frac{3\pi}{4})$  چه عددی است؟

$$\frac{9 + 4\sqrt{2}}{18} \quad (4)$$

$$\frac{9 - 4\sqrt{2}}{18} \quad (3)$$

$$\frac{9 + 2\sqrt{2}}{18} \quad (2)$$

$$\frac{9 - 2\sqrt{2}}{18} \quad (1)$$

## پاسخ: گزینه (۴)

**خود حل کنی بهتره** نسبت مثلثاتی  $\sin(\frac{3\pi}{4} - \alpha)$  را ساده کنید و بعد  $\cos^2(\alpha + \frac{3\pi}{4})$  را با استفاده از نسبت‌های مثلثاتی ساده کنید.

**پاسخ تشریحی** روش اول: گام اول: با استفاده از اتحاد  $\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$  نسبت مثلثاتی  $\cos^2(\alpha + \frac{3\pi}{4})$  را ساده‌تر می‌نویسیم:

$$\cos^2\left(\frac{3\pi}{4} + \alpha\right) \xrightarrow{\cos^2 x = \frac{\cos 2x + 1}{2}} \cos^2\left(\frac{3\pi}{4} + \alpha\right) = \frac{\cos\left(2\left(\frac{3\pi}{4} + \alpha\right)\right) + 1}{2}$$

گام دوم: نسبت مثلثاتی  $\cos(\frac{3\pi}{4} + 2\alpha)$  را ساده‌تر می‌کنیم:

$$\cos\left(\frac{3\pi}{4} + 2\alpha\right) \xrightarrow{\text{COS تغییر می‌کند}} +\sin(2\alpha)$$

> COS ربع چهارم

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



پس در کل داریم:

$$\frac{\cos(\frac{3\pi}{2} + 2\alpha) + 1}{2} \xrightarrow{\cos(\frac{3\pi}{2} + 2\alpha) = +\sin 2\alpha} \frac{1 + \sin 2\alpha}{2} \Rightarrow \cos^2(\frac{3\pi}{4} + \alpha) = \frac{1 + \sin(2\alpha)}{2}$$

گام سوم: نسبت مثلثاتی  $\sin(\frac{3\pi}{4} - \alpha) = \frac{1}{3}$  را ساده تر می نویسیم:

$$\sin(\frac{3\pi}{4} - \alpha) \xrightarrow{\sin < \circ \text{ ربع سوم}} \xrightarrow{\sin \text{ تغییر می کند}} -\cos \alpha \Rightarrow -\cos \alpha = \frac{1}{3} \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{1}{3}$$

گام چهارم: با استفاده از اتحاد  $\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha$  داریم:

$$\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha \xrightarrow{\cos^2 \alpha = \frac{1}{9}} \sin^2 \alpha = 1 - \frac{1}{9} \Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{8}{9} \Rightarrow \sin \alpha = \pm \frac{\sqrt{8}}{3}$$

صورت سؤال ذکر کرده است که  $\alpha$  در ناحیه سوم است، می دانیم مقدار سینوس در ربع سوم منفی است، پس:گام پنجم: با توجه به  $2 \sin \alpha \cos \alpha = \sin 2\alpha$  مقدار  $\sin 2\alpha$  حاصل می شود:

$$2 \sin \alpha \cos \alpha = \sin 2\alpha \xrightarrow{\sin \alpha = -\frac{\sqrt{8}}{3}, \cos \alpha = -\frac{1}{3}} \sin 2\alpha = 2 \times (-\frac{\sqrt{8}}{3}) \times (-\frac{1}{3}) = \frac{2\sqrt{8}}{9}$$

گام ششم: در گام های قبل  $\cos^2(\frac{3\pi}{4} + \alpha) = \frac{1 + \sin 2\alpha}{2}$  و  $\sin 2\alpha = \frac{2\sqrt{8}}{9}$  به دست آمد که با یک جای گذاری ساده جواب حاصل می شود:

$$\cos^2(\frac{3\pi}{4} + \alpha) = \frac{1 + \sin 2\alpha}{2} \xrightarrow{\sin 2\alpha = \frac{2\sqrt{8}}{9}} \cos^2(\frac{3\pi}{4} + \alpha) = \frac{1 + \frac{2\sqrt{8}}{9}}{2} = \frac{9 + 2\sqrt{8}}{18} = \frac{9 + 4\sqrt{2}}{18}$$

روش دوم:

گام اول: با روابط مثلثاتی مجموع و تفاضل دو کمان،  $\cos^2(\frac{3\pi}{4} + \alpha)$  را ساده می کنیم:

$$\cos^2(\frac{3\pi}{4} + \alpha) \xrightarrow{\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta} (\cos \frac{3\pi}{4} \times \cos \alpha - \sin \frac{3\pi}{4} \times \sin \alpha)^2$$

حاصل  $\cos \frac{3\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$  و  $\sin \frac{3\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$  را می دانیم:

$$(\cos \frac{3\pi}{4} \times \cos \alpha - \sin \frac{3\pi}{4} \times \sin \alpha)^2 \xrightarrow{\frac{\sin \frac{3\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}}{\cos \frac{3\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}}} (-\frac{\sqrt{2}}{2} \times \cos \alpha - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \alpha)^2$$

$$\xrightarrow{\text{از فاکتور } -\frac{\sqrt{2}}{2} \text{ می گیریم.}} (-\frac{\sqrt{2}}{2} (\cos \alpha + \sin \alpha))^2 = \frac{1}{2} (\cos \alpha + \sin \alpha)^2$$

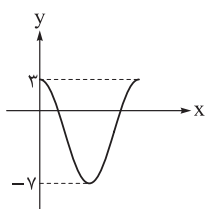
گام دوم:  $\frac{1}{2} (\cos \alpha + \sin \alpha)^2$  را باز می کنیم: (با استفاده از اتحادها  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$  و  $2 \sin \alpha \cos \alpha = \sin 2\alpha$ )

$$\frac{1}{2} (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = \frac{1}{2} (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha) \xrightarrow{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1} \frac{1}{2} (1 + 2 \sin \alpha \cos \alpha)$$

$$\xrightarrow{2 \sin \alpha \cos \alpha = \sin 2\alpha} \frac{1}{2} (1 + \sin 2\alpha)$$

ادامه حل مشابه راه قبل.

## تست و پاسخ ۱۸

قسمتی از نمودار تابع  $f(x) = a \cos x + b$  به شکل مقابل است. مقدار  $f(\frac{8\pi}{3})$  کدام است؟

$$-\frac{5}{2} \quad (2)$$

$$\frac{3}{2} \quad (4)$$

$$\frac{7}{2} \quad (1)$$

$$-\frac{9}{2} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۳



# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

**مشاوره** نمودار توابع سینوسی و کسینوسی جزء سوالات پرتکرار کنکور است.

**خودت حل کنی بهتره** کافی است به این توجه کنید که حداکثر مقدار تابع ۳ و کمترین مقدار تابع ۷- است.

## درس نامه

(۱) در توابع مثلثاتی به شکل  $y = a + b \sin x$  یا  $y = a + b \cos x$  داریم:

$$a + |b| = \text{حداکثر مقدار تابع}$$

$$a - |b| = \text{حداقل مقدار تابع}$$

(۲) برای تعیین علامت ضرایب  $\sin x$  و  $\cos x$  در  $a + b \sin x$  و  $a + b \cos x$ ، از جدول زیر استفاده می‌کنیم:

نمودار کسینوسی		نمودار سینوسی		شکل نمودار در سمت راست محور yها
صعودی یا مثل $\cos x$	نزولی یا مثل $-\cos x$	صعودی یا مثل $\sin x$	نزولی یا مثل $-\sin x$	
$b > 0$	$b < 0$	$b > 0$	$b < 0$	علامت $b$

## پاسخ تشریحی

گام اول: حداکثر مقدار تابع برابر ۳ است و حداقل مقدار تابع برابر ۷- . حالا طبق مورد (۱) درس نامه داریم:

$$\max : |a| + b = 3 \quad (I)$$

$$\min : b - |a| = -7 \quad (II)$$

گام دوم: یک دستگاه دو معادله دو مجهول حل می‌کنیم:

$$\xrightarrow{II, I} \begin{cases} |a| + b = 3 \\ -|a| + b = -7 \end{cases} \Rightarrow b = -2, |a| = 5 \xrightarrow{\text{طبق مورد ۲ درس نامه}} \boxed{a = 5}$$

گام سوم: پس  $f(x)$  را بازنویسی می‌کنیم و مقدار  $f(\frac{8\pi}{3})$  را می‌یابیم:

$$f(x) = 5 \cos x - 2$$

$$f\left(\frac{8\pi}{3}\right) = 5 \cos\left(\frac{8\pi}{3}\right) - 2 = 5 \cos\left(\underbrace{2\pi - \frac{\pi}{3}}_{\text{ربع دوم: } \cos < 0}\right) - 2 \Rightarrow -5 \left(\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)\right) - 2 = -\frac{5}{2} - 2 = -\frac{9}{2}$$

بنابراین جواب برابر  $-\frac{9}{2}$  است.

## تست و پاسخ ۱۹

اگر در تابع  $f(x) = a + 2 + 2a \cos 2x$  اختلاف حداقل و حداکثر تابع برابر ۸ باشد، مقدار  $f\left(\frac{7\pi}{4}\right)$  کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) ۲  
(۲) -۲  
(۳) ۴  
(۴) -۴

## پاسخ: گزینه ۳

**خودت حل کنی بهتره** حداقل و حداکثر تابع را محاسبه کنید و در حالی اختلافشان را به دست آورید که یکبار  $a > 0$  و بار دیگر  $a < 0$

فرض می‌کنید.

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام اول: حداقل و حداکثر تابع را به دست می آوریم:

$$y = a + \sqrt{a^2 + b^2} \cos 2x \Rightarrow \begin{cases} \max = A + |B| = a + \sqrt{a^2 + b^2} \\ \min = A - |B| = a - \sqrt{a^2 + b^2} \end{cases}$$

گام دوم: سؤال به ما داده‌ای نداده است که بفهمیم  $a$  مثبت است یا منفی، به خاطر همین هر دو حالت را فرض می‌کنیم و اختلاف  $\max$  و  $\min$  را به دست می‌آوریم:

$$a > 0 \Rightarrow \begin{cases} \max : 3a + 2 \\ \min : -a + 2 \end{cases} \xrightarrow{\max - \min = \lambda} 3a + 2 - (-a + 2) = \lambda \Rightarrow 4a = \lambda \Rightarrow \boxed{a = 2}$$

اگر  $a > 0$  باشد داریم:

$$a < 0 \Rightarrow \begin{cases} \max : -a + 2 \\ \min : 3a + 2 \end{cases} \xrightarrow{\max - \min = \lambda} -a + 2 - (3a + 2) = \lambda \Rightarrow -4a = \lambda \Rightarrow \boxed{a = -2}$$

حالا اگر  $a < 0$  باشد داریم:

گام سوم: هر دو مقداری که برای  $a$  به دست آمده است را در ضابطه جای‌گذاری می‌کنیم و مقدار  $f\left(\frac{\sqrt{7}\pi}{4}\right)$  را به دست می‌آوریم:

$$a > 0 \xrightarrow{a=2} f(x) = 4 + 4 \cos 2x \Rightarrow f\left(\frac{\sqrt{7}\pi}{4}\right) = 4 + 4 \overbrace{\cos(\sqrt{7}\pi)}^{-1} = 4 - 4 = 0$$

$$a < 0 \xrightarrow{a=-2} f(x) = -4 \cos 2x \Rightarrow f\left(\frac{\sqrt{7}\pi}{4}\right) = -4 \overbrace{\cos(\sqrt{7}\pi)}^{-1} = -4(-1) = 4$$

۴، در گزینه‌ها موجود هست ولی صفر موجود نیست، پس پاسخ (۳) می‌شود.

## تست و پاسخ ۲۰

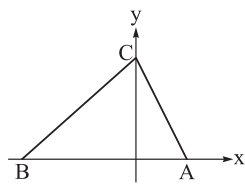
اگر  $A(1,0)$  و  $B(-2,0)$  و  $C(0,2)$  سه رأس مثلث  $ABC$  هستند، مقدار  $\cos 2\hat{C}$  چه عددی است؟

$$\frac{-3}{10} \quad (2)$$

$$\frac{-3}{5} \quad (4)$$

$$\frac{-2}{5} \quad (1)$$

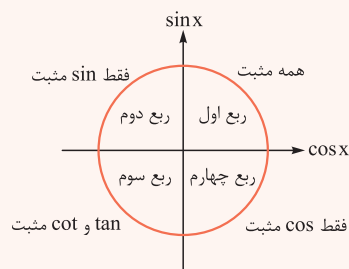
$$\frac{-4}{5} \quad (3)$$



## پاسخ: گزینه ۳

**خودت حل کنی بهتره** با توجه به این که  $\hat{C} = \pi - (\hat{A} + \hat{B})$  اندازه  $\cos \hat{C}$  را با استفاده از روابط مثلثاتی مجموع دو کمان به دست آورید و بعد از اتحاد  $\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1$  مقدار  $\cos 2\hat{C}$  را محاسبه کنید.

## درس نامه



(۱) علامت نسبت‌های مثلثاتی در دایره مثلثاتی به صورت مقابل‌اند:

(۲) برای  $\tan$  و  $\cot$  می‌توانیم هر مضرب صحیح دلخواهی از  $180^\circ$  را اضافه یا کم کنیم و برای  $\sin$  و  $\cos$  اگر مضرب زوجی از  $180^\circ$  را اضافه و کم کنیم اتفاقی نمی‌افتد، اما اگر مضرب فردی از  $180^\circ$  را اضافه یا کم کنیم، نسبت قرینه می‌شود، برای مثال:

$$\tan(\underbrace{180^\circ}_{\text{مضرب صحیح}} + \alpha) = \tan \alpha \quad \text{و} \quad \sin(\underbrace{360^\circ}_{\text{مضرب زوج}} + \alpha) = \sin \alpha \quad \text{و} \quad \cos(\underbrace{180^\circ}_{\text{مضرب فرد}} + \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\tan(\underbrace{360^\circ}_{\text{مضرب صحیح}} + \alpha) = \tan \alpha \quad \text{و} \quad \sin(\underbrace{180^\circ}_{\text{مضرب فرد}} + \alpha) = -\sin \alpha \quad \text{و} \quad \cot(\underbrace{180^\circ}_{\text{مضرب صحیح}} + \alpha) = \cot \alpha$$





# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

گام اول: می دانیم مجموع زوایای داخلی مثلث  $\pi$  رادیان ( $180^\circ$ ) است؛ پس:

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow \hat{C} = 180^\circ - (\hat{A} + \hat{B})$$

گام دوم:  $\cos \hat{C}$  را حساب می کنیم:

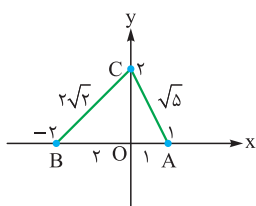
$$\cos(\hat{C}) = \cos(180^\circ - (\hat{A} + \hat{B})) \Rightarrow \cos \hat{C} = -\cos(\hat{A} + \hat{B})$$

با استفاده از رابطه مثلثاتی مجموع دو کمان داریم:

$$\cos \hat{C} = -\cos(\hat{A} + \hat{B}) \xrightarrow{\cos(\alpha+\beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta} \cos \hat{C} = -(\cos \hat{A} \cos \hat{B} - \sin \hat{A} \sin \hat{B})$$

$$\Rightarrow \cos \hat{C} = -\cos \hat{A} \cos \hat{B} + \sin \hat{A} \sin \hat{B}$$

گام سوم: مقدار سینوس و کسینوس زوایای  $\hat{A}$  و  $\hat{B}$  را به دست می آوریم:



$$OC^2 + OA^2 = AC^2 \xrightarrow{OC=2, OA=1} 4 + 1 = AC^2 \Rightarrow AC = \sqrt{5}$$

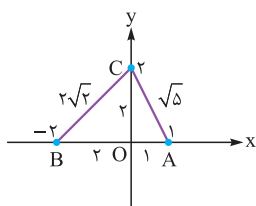
$$OC^2 + OB^2 = BC^2 \xrightarrow{OC=2, OB=2} 4 + 4 = BC^2 \Rightarrow BC = 2\sqrt{2}$$

مقدار  $\sin \hat{A}$  و  $\cos \hat{A}$  می شود:

$$\sin \hat{A} = \frac{OC(\text{مقابل})}{AC(\text{وتر})} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\cos \hat{A} = \frac{AO(\text{مجاور})}{AC(\text{وتر})} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

گام چهارم: مقدار سینوس و کسینوس زاویه  $\hat{B}$ :



$$\sin \hat{B} = \frac{OC(\text{مقابل})}{BC(\text{وتر})} = \frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\cos \hat{B} = \frac{OB(\text{مجاور})}{BC(\text{وتر})} = \frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

گام پنجم: مقدار سینوس و کسینوس زوایای  $\hat{A}$  و  $\hat{B}$  را به دست آوردیم، در  $\cos \hat{C} = -\cos \hat{A} \cos \hat{B} + \sin \hat{A} \sin \hat{B}$  جای گذاری می کنیم:

$$\cos \hat{C} = \sin \hat{A} \sin \hat{B} - \cos \hat{A} \cos \hat{B}$$

$$\frac{\sin \hat{A} = \frac{2}{\sqrt{5}}, \cos \hat{A} = \frac{1}{\sqrt{5}}}{\cos \hat{B} = \frac{1}{\sqrt{2}}, \sin \hat{B} = \frac{1}{\sqrt{2}}} \Rightarrow \cos \hat{C} = \frac{2}{\sqrt{5}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{5}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \cos \hat{C} = \frac{2}{\sqrt{10}} - \frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

گام ششم:  $\cos(2\hat{C})$  را با استفاده از نسبت های مثلثاتی دو برابر کمان ساده می کنیم:

$$\cos(2\hat{C}) \xrightarrow{\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1} = 2\cos^2(\hat{C}) - 1$$

مقدار  $\cos \hat{C} = \frac{1}{\sqrt{10}}$  را در رابطه  $\cos(2\hat{C}) = 2\cos^2(\hat{C}) - 1$  جای گذاری می کنیم:

$$\cos(2\hat{C}) = 2\cos^2(\hat{C}) - 1 \xrightarrow{\cos \hat{C} = \frac{1}{\sqrt{10}}} \cos(2\hat{C}) = 2\left(\frac{1}{\sqrt{10}}\right)^2 - 1 \Rightarrow \cos(2\hat{C}) = \frac{2}{10} - 1 = -\frac{4}{5}$$

پس مقدار  $\cos(2\hat{C})$  برابر  $-\frac{4}{5}$  است.

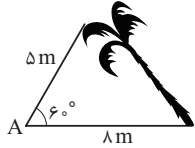
## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



هندسه (۲): صفحه‌های ۴۳ تا ۷۵

## تست و پاسخ ۲۱

یک درخت کج از نقطه A روی زمین که در فاصله ۵ متری از نوک درخت است به زاویه  $60^\circ$  دیده می‌شود. اگر فاصله A تا پای درخت ۸ متر باشد، طول درخت چند متر است؟



۷ (۲)

 $5\sqrt{2}$  (۱)

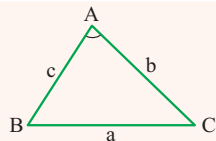
۶ (۴)

 $2\sqrt{10}$  (۳)

## پاسخ: گزینه ۲

**مشاوره** هر وقت طول دو ضلع مثلث و زاویه بین آن‌ها را داشتید و اندازه ضلع سوم را خواستید، از قضیه کسینوس‌ها استفاده کنید.

**خودت حل کنی بهتره** از قضیه کسینوس‌ها استفاده کنید.



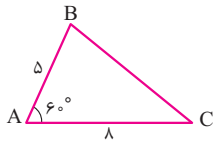
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$$

**درس نامه** •• قضیه کسینوس‌ها

مطابق شکل، در مثلث ABC داریم:

**پاسخ تشریحی** ساده‌شده شکل صورت سؤال، به صورت مثلث ABC در شکل زیر است و از ما طول BC (طول درخت) را می‌خواهند، پس

قضیه کسینوس‌ها را در این مثلث می‌نویسیم:



$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos 60^\circ \Rightarrow BC^2 = 5^2 + 8^2 - 2(5)(8) \times \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow BC^2 = 49 \Rightarrow BC = 7$$

## تست و پاسخ ۲۲

تصویر مربعی به طول ضلع ۲ را در تجانس با نسبت ۳ به مرکز یکی از رأس‌های آن به دست می‌آوریم. مساحت ناحیه بین مربع اولیه و تصویرش کدام است؟

۳۲ (۴)

۲۴ (۳)

۱۶ (۲)

۸ (۱)

## پاسخ: گزینه ۲

**درس نامه** ••

$$|k| = \frac{OM'}{OM}$$

اگر  $M'$  مجانس نقطه  $M$  به مرکز  $O$  و نسبت  $k$  باشد، همواره داریم:

برای  $k$ ، حالت‌های زیر امکان‌پذیر است:

	اگر $k > 0$ ، تجانس مستقیم است؛ یعنی $M$ و $M'$ در یک طرف نقطه $O$ قرار دارند.	تجانس مستقیم و معکوس
	اگر $k < 0$ ، تجانس معکوس است؛ یعنی $M$ و $M'$ در دو طرف نقطه $O$ قرار دارند.	
	اگر $k > 1$ یا $k < -1$ شکل تصویر بزرگ‌تر از شکل اولیه است و می‌گوییم تجانس انبساطی است.	تجانس انقباضی و انبساطی
	اگر $-1 < k < 1$ ، شکل تصویر کوچک‌تر از شکل اولیه است و می‌گوییم تجانس انقباضی است. اگر $k = \pm 1$ ، شکل اولیه و تصویر آن با هم هم‌نهشت‌اند، در حالت $k = 1$ تجانس، یک تبدیل همانی است.	



# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

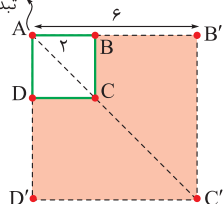
تذکر

۱ در هر تجانس، مرکز تجانس روی خودش تصویر می‌شود.

۲ هر دو شکل متجانس، همواره متشابه‌اند، یعنی در این جا تصویر مربع خودش یک مربع متشابه با مربع اولیه است.

**پاسخ تشریحی** مطابق شکل، برای به دست آوردن مجانس مربع ABCD در تجانس به مرکز A، تصویر رأس‌های مربع را در این تجانس به دست می‌آوریم. نسبت تجانس  $k = 3 > 1$  است، پس طبق درس‌نامه تجانس ما مستقیم و انبساطی است. شکل تصویر به صورت زیر است و داریم:

نقطه ثابت تبدیل



$$k = \frac{AB'}{AB} = 3 \xrightarrow{AB=2} AB' = 2 \times 3 = 6$$

سؤال از ما مساحت ناحیه رنگ‌شده را می‌خواهد. داریم:

$$S = S_{A'B'C'D'} - S_{ABCD} = 6^2 - 2^2 = 36 - 4 = 32$$

## تست و پاسخ ۳۳

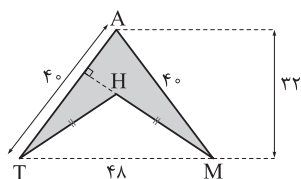
مطابق شکل، دور زمینی حصارکشی شده است. بدون کم و زیاد کردن طول حصارها با جابه‌جایی حصارهای MH و TH، مساحت زمین را افزایش می‌دهیم. مساحت افزوده شده کدام است؟

۸۳۲ (۲)

۸۵۰ (۱)

۸۰۰ (۴)

۸۶۴ (۳)

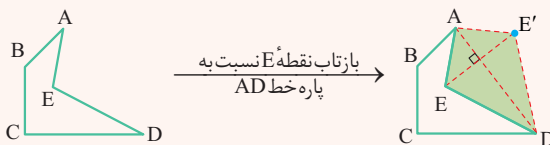


## پاسخ: گزینه ۳

**خودت حل کنی بهتره** نقطه H را نسبت به پاره خط TM بازتاب دهید.

### درس‌نامه

در یک چندضلعی مقعر مطابق شکل زیر، می‌توانیم به کمک بازتاب اضلاع زاویه‌های بزرگ‌تر از  $180^\circ$ ، با ثابت نگه داشتن محیط چندضلعی، مساحت آن را به اندازه مساحت ناحیه رنگی افزایش دهیم:



توجه کنید که چون بازتاب یک تبدیل ایزومتری است، پس  $AE = AE'$  و  $DE = DE'$ ، در نتیجه مثلث‌های AED و AE'D هم‌نهشت هستند و در نتیجه میزان افزایش مساحت کل برابر  $2S_{AED}$  است.

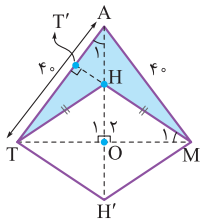
**پاسخ تشریحی** گام اول (استراتژی حل سؤال): برای این که بتوانیم بدون کم و زیاد کردن حصارها، مساحت زمین TAMH را افزایش دهیم

ابتدا باید نقطه H را نسبت به پاره خط MT بازتاب دهیم تا به H' برسیم (مطابق شکل زیر):

میزان افزایش مساحت زمین برابر مساحت لوزی THMH' (قسمت رنگ‌شده) است، پس کفایت طول HH' را حساب کنیم تا از فرمول

$$S_{THMH'} = \frac{1}{2} HH' \times TM$$

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام دوم (محاسبه طول OH): به شکل روبه‌رو نگاه کنید. در دو مثلث AOT و MT'T، داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \hat{T}' = \hat{O}_1 = 90^\circ \\ \hat{T} \text{ زاویه مشترک} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ZZ}} MTT' \sim AOT \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{M}_1$$

حالا می‌توانیم بگوییم دو مثلث MHO و ATO به حالت دو زاویه برابر  $\hat{O}_1 = \hat{O}_2$  و  $\hat{M}_1 = \hat{A}_1$  متشابه‌اند و نسبت تشابه آن‌ها برابر است با:

$$\frac{HO}{TO} = \frac{OM}{AO} \Rightarrow \frac{HO}{24} = \frac{24}{\sqrt{40^2 - 24^2}} \Rightarrow HO = \frac{24 \times 24}{32} = 18$$

گام سوم (محاسبه خواسته سؤال): چون بازتاب ایندومتري است پس  $HO = OH' = 18$  در نتیجه مساحت لوزی  $THMH'$  برابر است با:

$$S_{THMH'} = \frac{1}{2} HH' TM = \frac{1}{2} (18 + 18) \times 48 = 864$$

## تست و پاسخ ۲۴

مثلث ABC را با اضلاع  $AB = 3$ ،  $AC = 4$  و  $BC = 5$  در نظر می‌گیریم. عمودمنصف بزرگ‌ترین ضلع را رسم می‌کنیم و نقطه دلخواه M را روی آن به رأس‌های A و B وصل می‌کنیم. کم‌ترین مقدار  $MA + MB$  کدام است؟

۴/۵ (۴)

۳/۵ (۳)

۴ (۲)

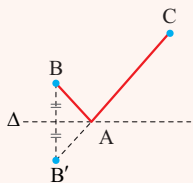
۳ (۱)

## پاسخ: گزینه ۲

**مشاوره** حل مسئله هرون، یکی از کاربردهای مهم تبدیل بازتاب است که اتفاقاً راست کار کنکور سراسری است و در همین چند سال

کنکور نظام جدید، چند بار از آن سؤال داشته‌ایم.

## درس نامه



اگر دو نقطه B و C در یک طرف خط  $\Delta$  واقع باشند و بخواهیم روی  $\Delta$  نقطه‌ای مانند A طوری پیدا کنیم

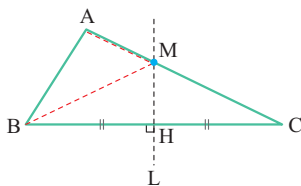
که مجموع فواصل آن از B و C (یعنی  $AB + AC$ ) کم‌ترین مقدار ممکن باشد به این صورت عمل کنیم:

(۱) یکی از نقاط، مثلاً B را نسبت به خط  $\Delta$  بازتاب می‌دهیم تا به  $B'$  برسیم.

(۲) از  $B'$  به C وصل می‌کنیم تا  $\Delta$  را در نقطه A قطع کند.

(۳) همان نقطه مورد نظر است و داریم:

$$\min(BA + AC) = B'C$$



**پاسخ تشریحی** مطابق شکل مقابل در مثلث ABC، خط L عمودمنصف ضلع  $BC = 5$  است.

در این جا به دو نکته باید توجه کنیم:

(۱) A و B در یک طرف خط L هستند و  $\min(MA + MB)$  را می‌خواهیم، پس با مسئله هرون طرفیم.

(۲) طول BH و CH با هم برابر است (L عمودمنصف BC است)، پس می‌توان گفت C بازتاب نقطه B نسبت به خط L است و از C هم به A

وصل کرده‌ایم، پس خود سؤال تمام مراحل مسئله هرون را برای ما رسم کرده و نقطه M همان نقطه تقاطع خط L و ضلع AC خواهد بود؛ پس

کوتاه‌ترین طول  $MA + MB$  برابر با طول ضلع  $AC = 4$  است.

## تست و پاسخ ۲۵

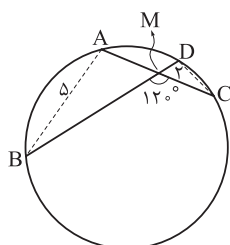
با توجه به شکل، دو وتر AC و BD در M متقاطع‌اند. شعاع دایره کدام است؟ ( $CD = 2$ ،  $AB = 5$ )

 $\sqrt{13}$  (۲)

۳ (۱)

 $\sqrt{10}$  (۴)

۴ (۳)



## پاسخ: گزینه ۲



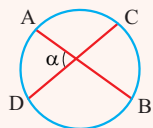
# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

**مشاوره** بایک سؤال خیلی ترکیبی از مباحث «روابط طولی دایره»، «قضیه کسینوس ها» و «دایره محیطی» طرفیم.

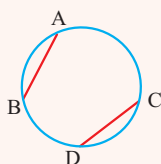
**خودت حل کنی بهتره** وتر BE را به اندازه وتر DC رسم کنی و شعاع دایره محیطی مثلث ABE را محاسبه کنی.

## درس نامه



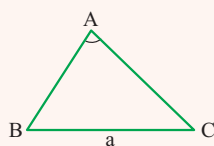
$$\alpha = \frac{\widehat{AD} + \widehat{CB}}{2}$$

(۱) در دایره شکل مقابل، اگر زاویه بین دو وتر AB و CD برابر  $\alpha$  باشد، داریم:



$$AB = CD \Leftrightarrow \widehat{AB} = \widehat{CD}$$

(۲) در هر دایره، کمان‌های نظیر وترهای مساوی با هم برابرند و برعکس، یعنی:



(۳) در هر مثلث با معلوم بودن طول یک ضلع و زاویه مقابل آن، شعاع دایره محیطی مثلث از رابطه زیر قابل محاسبه

$$R = \frac{a}{2 \sin \hat{A}}$$

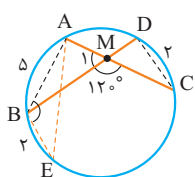
است؛ مثلاً در شکل روبه‌رو داریم:

**پاسخ تشریحی** گام اول (استراتژی حل سؤال): وتر BE را برابر با وتر  $CD = 2$  رسم می‌کنیم. در این صورت می‌توانیم زاویه  $\hat{ABE}$  و سپس

طول AE را محاسبه کنیم. آن‌گاه شعاع دایره از رابطه مورد ۳ درس‌نامه به دست می‌آید.

گام دوم (محاسبه زاویه  $\hat{ABE}$ ): زاویه بین دو وتر AC و BD برابر  $\hat{M}_1 = 18^\circ - 12^\circ = 6^\circ$  است، پس طبق

مورد (۱) درس‌نامه داریم:



$$6^\circ = \frac{\widehat{AB} + \widehat{DC}}{2} \Rightarrow \widehat{AB} + \widehat{CD} = 12^\circ \quad (1)$$

از طرفی خودمان وتر BE را برابر وتر DC رسم کردیم و طبق مورد (۲) درس‌نامه کمان‌های نظیر آن‌ها نیز با هم برابرند، پس:

$$\widehat{BE} = \widehat{DC} \xrightarrow{(1)} \widehat{AB} + \widehat{BE} = 12^\circ \Rightarrow \widehat{ABE} = 12^\circ \Rightarrow \widehat{ACE} = 36^\circ - 12^\circ = 24^\circ$$

و زاویه محاطی مقابل کمان ACE است؛ در نتیجه:

$$\hat{ABE} = \frac{24^\circ}{2} = 12^\circ$$

گام سوم (محاسبه طول AE): طبق قضیه کسینوس‌ها در مثلث ABE داریم:

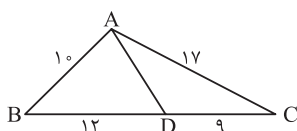
$$AE^2 = AB^2 + BE^2 - 2AB \cdot BE \cdot \cos \hat{ABE} \Rightarrow AE^2 = 5^2 + 2^2 - 2 \times 5 \times 2 \times \frac{-1}{4} = 39 \Rightarrow AE = \sqrt{39}$$

گام چهارم (محاسبه شعاع دایره): دایره مفروض، همان دایره محیطی مثلث ABE است، پس طبق مورد (۳) درس‌نامه:

$$R = \frac{AE}{2 \sin(\hat{ABE})} = \frac{\sqrt{39}}{2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{13}$$

## تست و پاسخ ۲۶

با توجه به شکل، طول پاره‌خط AD کدام است؟



۱۱ (۲)

۱۰ (۱)

۹ (۴)

۱۲ (۳)

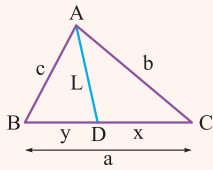
**پاسخ: گزینه ۱**

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



## درس نامه •• قضیه استوارت

مطابق شکل در مثلث ABC، نقطه D را روی ضلع BC در نظر گرفته‌ایم. داریم:



$$xc^2 + yb^2 = a(L^2 + xy)$$

طبق درس‌نامه، بنا بر قضیه استوارت در مثلث ABC، طول AD را محاسبه می‌کنیم:

پاسخ تشریحی

$$AB^2 \times DC + AC^2 \times BD = BC \times (AD^2 + BD \times DC)$$

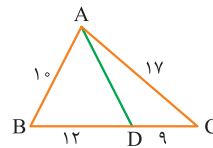
$$\Rightarrow 10^2 \times 9 + 17^2 \times 12 = 21(AD^2 + 12 \times 9)$$

$$\xrightarrow{\div 3} 300 + 289 \times 4 = 7(AD^2 + 9 \times 12)$$

$$\Rightarrow 7AD^2 = 300 + 289 \times 4 - 7 \times 9 \times 12$$

$$\Rightarrow 7AD^2 = 300 + 4(289 - \frac{7 \times 27}{189}) = 700$$

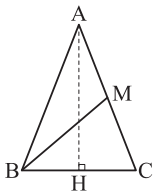
$$\Rightarrow AD^2 = \frac{700}{7} = 100 \Rightarrow AD = 10$$



## تست و پاسخ ۲۷

مطابق شکل، در مثلث متساوی‌الساقین ABC، ارتفاع وارد بر قاعده و میانه وارد بر یکی از ساق‌ها رسم شده است.

اگر  $BM = BC$ ، آن‌گاه حاصل  $(\frac{AH}{AB})^2$  کدام است؟



$$\frac{7}{8} \quad (2)$$

$$\frac{6}{7} \quad (1)$$

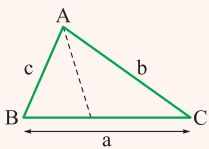
$$\frac{4}{5} \quad (4)$$

$$\frac{5}{6} \quad (3)$$

## پاسخ: گزینه ۲

## درس نامه ••

اگر در مثلثی به طول اضلاع a، b و c، طول میانه وارد بر ضلع به طول a برابر  $m_a$  باشد، آن‌گاه:



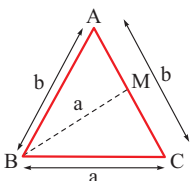
$$2m_a^2 = b^2 + c^2 - \frac{a^2}{2} \quad (\text{قضیه میانه‌ها})$$

گام اول (تحلیل سؤال): خواسته سؤال از ما نسبت  $\frac{AH}{AB}$  است. با کمی دقت در مثلث قائم‌الزاویه ABH می‌بینیم که  $\sin \hat{B} = \frac{AH}{AB}$ .

با استفاده از قضیه کسینوس‌ها و قضیه میانه‌ها در مثلث ABC مقدار  $\cos \hat{B}$  و سپس با استفاده از روابط مثلثاتی مقدار  $\sin \hat{B}$  را به دست می‌آوریم.

گام دوم (استفاده از قضیه  $\cos$ ها): طبق گفته صورت سؤال مثلث ABC متساوی‌الساقین است، پس

$$AB = AC = b \quad \text{و} \quad BM \quad (\text{میانه وارد بر AC}) \quad \text{با ضلع BC برابر است؛ در نتیجه} \quad BC = BM = a$$



طبق قضیه کسینوس‌ها در مثلث ABC داریم:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos \hat{B} \Rightarrow b^2 = b^2 + a^2 - 2ab \cos \hat{B} \Rightarrow a^2 = 2ab \cos \hat{B} \Rightarrow \cos \hat{B} = \frac{a}{2b} \quad (1)$$



# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

گام سوم (استفاده از قضیه میانه‌ها در مثلث برای محاسبه نسبت  $\frac{a}{b}$ ): طبق گام دوم برای محاسبه  $\cos \hat{B}$  نیاز داریم که نسبت  $\frac{a}{b}$  را داشته باشیم و کافی است قضیه میانه‌ها را در مورد میانه  $BM$  (طبق درس‌نامه) بنویسیم؛ در نتیجه:

$$\sqrt{BM}^2 = BC^2 + BA^2 - \frac{AC^2}{2} \Rightarrow \sqrt{2}a^2 = a^2 + b^2 - \frac{b^2}{2} \Rightarrow a^2 = \frac{b^2}{2} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (2)$$

گام چهارم (محاسبه خواسته سؤال): مطابق روابط (1) و (2)، در گام‌های قبل داریم:

$$\begin{cases} \cos \hat{B} = \frac{a}{\sqrt{2}b} \\ \frac{a}{b} = \frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases} \Rightarrow \cos \hat{B} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \xrightarrow{\cos^2 \hat{B} + \sin^2 \hat{B} = 1} \sin^2 \hat{B} = 1 - \left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)^2 = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

پس نسبت  $\left(\frac{AH}{AB}\right)^2$  برابر با  $\frac{7}{8}$  است.

## تست و پاسخ ۲۸

در مثلث قائم‌الزاویه  $ABC$ ، به اضلاع قائمه  $AB = 9$  و  $AC = 12$ ، نقطه تلاقی نیمساز زاویه داخلی  $A$  و ضلع  $BC$  را  $D$  می‌نامیم. تحت یک تجانس به مرکز  $B$ ، نقطه  $C$  بر روی نقطه  $D$  و نقطه  $D$  روی  $D'$  تصویر می‌شود، طول  $BD'$  کدام است؟

$$\frac{15}{7} \quad (4)$$

$$\frac{25}{7} \quad (3)$$

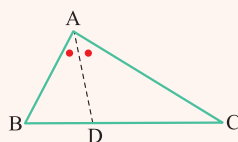
$$\frac{105}{49} \quad (2)$$

$$\frac{135}{49} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۱

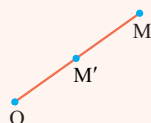
**مشاوره** بایک سؤال ترکیبی از «قضیه نیمسازها» و «تبدیل تجانس» طرفیم. سؤال‌های ترکیبی در کنکورهای اخیر اهمیت بیشتری پیدا کرده‌اند.

### درس‌نامه



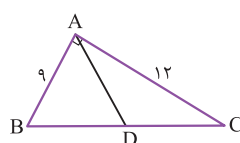
(۱) قضیه نیمسازها: اگر نیمساز زاویه  $A$  در مثلث  $ABC$ ، ضلع  $BC$  را در نقطه  $D$  قطع کند، آن‌گاه رابطه مقابل بین قطعه‌های ایجادشده در مثلث برقرار است:

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}$$



$$|k| = \frac{OM'}{OM}$$

(۲) اگر  $M'$  مجانس نقطه  $M$  به مرکز  $O$  و نسبت تجانس  $k$  باشد، داریم:



**پاسخ تشریحی** گام اول (محاسبه نسبت تجانس):  $\triangle ABC$  قائم‌الزاویه است، پس:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 9^2 + 12^2 = 15^2 \Rightarrow BC = 15$$

طبق قضیه نیمسازها در مثلث  $ABC$  هم داریم:

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4} \xrightarrow{\text{ترکیب در مخرج}} \frac{BD}{BD+DC} = \frac{BD}{BC} = \frac{3}{7} \quad (1)$$

$$\Rightarrow \frac{BD}{15} = \frac{3}{7} \Rightarrow BD = \frac{45}{7} \quad (2)$$

$$k = \frac{BD}{BC} \xrightarrow{(1)} k = \frac{3}{7}$$

از طرفی نسبت تجانس در تبدیل  $C$  به  $D$  طبق مورد (۲) درس‌نامه برابر است با:

گام دوم (محاسبه مقدار  $BD'$ ): پس اگر  $D'$  تصویر  $D$  تحت این تجانس باشد، داریم:

$$k = \frac{3}{7} = \frac{BD'}{BD} \xrightarrow{(2)} \frac{3}{7} = \frac{BD'}{\frac{45}{7}} \Rightarrow BD' = \frac{135}{49}$$

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



## تست و پاسخ ۲۹

در مثلث قائم الزاویه به طول اضلاع قائم ۴ و ۶، طول نیمساز داخلی زاویه قائمه چند برابر  $\sqrt{2}$  است؟

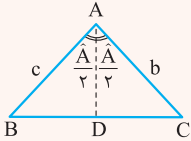
- ۳/۲ (۱)      ۲ (۲)      ۲/۴ (۳)      ۴ (۴)

## پاسخ: گزینه ۳

## درس نامه

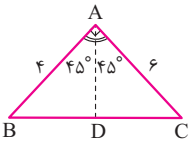
برای محاسبه طول نیمساز داخلی زاویه A از مثلث ABC با داشتن اندازه زاویه A و طول اضلاع آن، از فرمول روبهرو استفاده می‌کنیم:

$$AD = \frac{2bc \cos \frac{\hat{A}}{2}}{b+c}$$



پاسخ تشریحی در مثلث قائم الزاویه ABC، زاویه A برابر  $90^\circ$  و طول اضلاع قائم ۴ و ۶ است. پس برای محاسبه طول نیمساز AD، طبق درس نامه داریم:

$$AD = \frac{2 \times 4 \times 6 \times \cos \frac{90^\circ}{2}}{4+6} = \frac{24\sqrt{2}}{10} = 2/4\sqrt{2}$$



## تست و پاسخ ۳۰

سه عدد طبیعی متوالی، طول اضلاع یک مثلث با مساحت  $6\sqrt{6}$  هستند. محیط این مثلث کدام است؟

- ۱۲ (۱)      ۲۱ (۲)      ۱۸ (۳)      ۲۴ (۴)

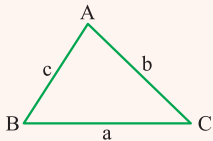
## پاسخ: گزینه ۳

خودت حل کنی بهتره از دستور هرون استفاده کنید.

## درس نامه

اگر محیط مثلث ABC برابر با  $2p$  باشد، یعنی  $p = \frac{a+b+c}{2}$ ، آن گاه مساحت آن برابر است با:

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$



پاسخ تشریحی طول اضلاع مثلث سه عدد طبیعی متوالی هستند، پس می‌توانیم آن‌ها را  $n-1$  و  $n$  و  $n+1$  در نظر بگیریم و مساحت را

$$2p = (n-1) + n + (n+1) = 3n \Rightarrow p = \frac{3n}{2}$$

با استفاده از دستور هرون محاسبه کنیم:

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{\frac{3n}{2} \left( \frac{3n}{2} - (n-1) \right) \left( \frac{3n}{2} - n \right) \left( \frac{3n}{2} - (n+1) \right)}$$

$$= \sqrt{\frac{3n}{2} \times \frac{n}{2} \times \frac{n-2}{2} \times \frac{n+2}{2}} = \frac{n}{4} \sqrt{3n^2 - 12} = 6\sqrt{6}$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲}} n^2(3n^2 - 12) = 6 \times 36 \times 16 \xrightarrow{\div 3} n^2(n^2 - 4) - 36 \times 32 = 0 \rightarrow n^4 - 4n^2 - 36 \times 32 = 0$$

$$\Rightarrow (n^2 - 36)(n^2 + 32) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n^2 = -32 \times \\ n^2 = 36 \Rightarrow \begin{cases} n = -6 \times \\ n = 6 \checkmark \end{cases} \end{cases}$$

$$2p = 3n = 3 \times 6 = 18$$

پس محیط این مثلث برابر است با:





# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

آمار و احتمال: صفحه‌های ۴۸ تا ۱۲۱

## تست و پاسخ ۳۱

در مدرسه‌ای سه کلاس یازدهم، با نام‌های ۱-۱۱، ۲-۱۱ و ۳-۱۱ وجود دارد که به ترتیب ۳۲، ۳۳ و ۳۵ دانش‌آموز دارند. در آزمونی مشترک از این سه کلاس به ترتیب ۶، ۹ و ۸ نفر موفق به کسب نمره کامل شده‌اند. یکی از دانش‌آموزان کلاس ۲-۱۱ را به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آن که دانش‌آموز با نمره کامل انتخاب شده باشد، چه قدر است؟

$P(A|B)$

$$\frac{3}{11} \quad (4)$$

$$\frac{3}{22} \quad (3)$$

$$\frac{8}{105} \quad (2)$$

$$\frac{1}{16} \quad (1)$$

## پاسخ: گزینه ۴

**مشاوره** احتمال شرطی، مبحث بسیار مهمی است که معمولاً یک سؤال از آن در کنکور مطرح می‌شود.

**خودت حل کنی بهتره** به فرمول احتمال شرطی مراجعه کن. این تست مشابه فعالیت صفحه ۵۲ کتاب درسی است.

### درس نامه •• احتمال شرطی

منظور از «احتمال A به شرط B» که آن را با نماد  $P(A|B)$  نشان می‌دهیم، احتمال وقوع پیشامد A است به شرط آن که بدانیم پیشامد B رخ داده:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{n(A \cap B)}{n(B)}, P(B) > 0$$

در محاسبه احتمال A به شرط این که پیشامد B رخ داده باشد، فضای نمونه‌ای جدید خواهد بود که به این عمل کاهش فضای نمونه‌ای گفته می‌شود.

### پاسخ تشریحی

گام اول: پیشامد انتخاب دانش‌آموز از کلاس ۲-۱۱ را با B و پیشامد کسب نمره کامل را با A نمایش می‌دهیم.  
گام دوم: سؤال از ما احتمال آن را می‌خواهد که دانش‌آموز نمره کامل کسب کرده باشد (A)، به شرط آن که بدانیم از کلاس ۲-۱۱ است (B)، یعنی  $P(A|B)$ .

گام سوم: براساس درس‌نامه و اطلاعات سؤال  $P(A|B)$  را به دست می‌آوریم.

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{n(\text{کلاس } 2-11 \text{ و کسب نمره کامل})}{n(\text{کلاس } 2-11)} = \frac{9}{33} = \frac{3}{11}$$

## تست و پاسخ ۳۲

شرط

سکه‌ای را سه بار پرتاب می‌کنیم. می‌دانیم دست کم یک بار رو آمده است. با چه احتمالی حداقل دو بار رو آمده است؟

$$\frac{4}{7} \quad (4)$$

$$\frac{2}{7} \quad (3)$$

$$\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$\frac{1}{4} \quad (1)$$

## پاسخ: گزینه ۴

**مشاوره** همان‌طور که گفتیم احتمال شرطی از مباحث مهم احتمال است.

**خودت حل کنی بهتره** به کاهش فضای نمونه‌ای دقت کن و به احتمال شرطی رجوع کن.

### درس نامه ••

- فضای نمونه‌ای پرتاب یک سکه ۲ عضو دارد.
- فضای نمونه‌ای پرتاب n سکه (n بار پرتاب یک سکه)،  $2^n$  عضو دارد.
- در پرتاب n سکه (یا n بار پرتاب یک سکه)، در یک حالت همه سکه‌ها رو و در یک حالت همه سکه‌ها پشت می‌آیند.
- در پرتاب n سکه (n بار پرتاب یک سکه)، در  $2^n - 1$  حالت دست کم یک سکه پشت می‌آید.

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



## پاسخ تشریحی

گام اول: پیشامد این که سکه حداقل دو بار «رو» بیاید را با  $A$  و پیشامد این که سکه دست کم یک بار «رو» آمده باشد را با  $B$  نمایش می‌دهیم.  
گام دوم: می‌دانیم سکه دست کم یک بار رو آمده است. (شرط مسئله با فضای نمونه‌ای جدید)  
پس به دنبال احتمال حداقل دو بار «رو» به شرط این که دست کم یک بار «رو» آمده باشد هستیم، یعنی:

$$P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

گام سوم: طبق درس‌نامه می‌دانیم در  $2^3 - 1 = 7$  حالت دست کم یک بار رو می‌آید، یعنی فضای نمونه‌ای به  $7$  حالت کاهش پیدا می‌کند و از این  $7$  حالت در  $4$  حالت حداقل دو بار رو آمده است.  
 $B = \{(ر, ر, ر), (ر, ر, پ), (ر, پ, ر), (پ, ر, ر), (پ, ر, پ), (پ, پ, ر), (پ, پ, پ)\}$

$$P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{4}{7}$$

## تست و پاسخ ۳۳

در یک آزمایش تصادفی، فضای نمونه‌ای  $S$  با پیشامدهای  $B_1, B_2, B_3, B_4$  و  $B_5$  افزایش شده و به ازای  $n = 1, 2, 3, 4$ ،  $P(B_n) = \frac{P}{n}$  است. اگر  $A$  پیشامدی از فضای نمونه‌ای  $S$  باشد و بدانیم (به ازای  $n = 1, 2, 3, 4$ )،  $P(A | B_n) = n \times Q$  و  $\sum_{k=1}^4 P(B_k)P(A | B_k) = \frac{1}{4} \sum_{k=1}^4 P(B_k)P(A' | B_k)$ ، آن‌گاه حاصل  $P((B_2 \cup B_4) | A)$  کدام است؟

$$\circ / 3 (4)$$

$$\circ / 6 (3)$$

$$\circ / 25 (2)$$

$$\circ / 5 (1)$$

## پاسخ: گزینه ۱

مشاوره به قیافه ترسناک سؤال توجهی نکن، ببین سؤال ازت چی می‌خواه، دنبال همونا برو.

## درس‌نامه

افراز یک مجموعه: فرض کنیم  $A \neq \emptyset$  یک مجموعه و  $A_1, A_2, \dots, A_n$  زیرمجموعه‌هایی از  $A$  باشند. مجموعه  $A$  به  $n$  زیرمجموعه  $A_1, A_2, \dots, A_n$  و  $A_1, A_2, \dots, A_n$  زیرمجموعه‌هایی از  $A$  باشند. مجموعه  $A$  به  $n$  زیرمجموعه  $A_1, A_2, \dots, A_n$  و  $A_1, A_2, \dots, A_n$  زیرمجموعه‌هایی از  $A$  باشند.

$$1) \forall 1 \leq i \leq n; A_i \neq \emptyset$$

$A_1, A_2, \dots, A_n$  افراز شده است، هرگاه سه شرط مقابل برقرار باشد:

$$2) \forall i, j (i \neq j; A_i \cap A_j = \emptyset)$$

$$3) A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n = \bigcup_{i=1}^n A_i = A$$

گام اول: سراغ خواسته سؤال می‌رویم تا بفهمیم به چه چیزهایی احتیاج داریم:

$$P((B_2 \cup B_4) | A) = \frac{P((B_2 \cup B_4) \cap A)}{P(A)} = \frac{P((B_2 \cap A) \cup (B_4 \cap A))}{P(A)}$$

گام دوم: چون  $B_1, B_2, B_3, B_4$  و  $B_5$  فضای نمونه‌ای  $S$  را افراز می‌کنند؛ بنابراین:

$$\forall i, j, i \neq j, B_i \cap B_j = \emptyset$$

$$P((B_2 \cap A) \cup (B_4 \cap A)) = P(B_2 \cap A) + P(B_4 \cap A) \quad (1)$$

پس داریم:

$$P(A) = \sum_{k=1}^4 P(A \cap B_k) \quad (2)$$

هم‌چنین چون  $A \subseteq S$  است؛ پس:

گام سوم: پس دنبال  $P(A \cap B_n)$  هستیم. می‌دانیم  $P(A | B_n) = n \times Q$  و  $P(B_n) = \frac{P}{n}$ ؛ پس داریم:

$$P(A | B_n) = \frac{P(A \cap B_n)}{P(B_n)} \Rightarrow P(A \cap B_n) = P(A | B_n) \times P(B_n) = n \times Q \times \frac{P}{n} = PQ \quad (3)$$

گام چهارم: با جای‌گذاری یافته‌ها داریم:

$$P((B_2 \cup B_4) | A) \stackrel{(1), (2)}{=} \frac{P(B_2 \cap A) + P(B_4 \cap A)}{\sum_{k=1}^4 P(A \cap B_k)} \stackrel{(3)}{=} \frac{PQ + PQ}{4PQ} = \frac{1}{2}$$



# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

## تست و پاسخ ۳۴

جعبه‌ای شامل ۱۲ لامپ است که سه‌تای آن‌ها معیوب‌اند. به تصادف ۳ لامپ به طور متوالی و بدون جای‌گذاری خارج می‌کنیم. با چه احتمالی

حداقل یک لامپ معیوب است؟

متمم «همه لامپ‌ها سالم»

$$\frac{2}{5} \quad (۴) \qquad \frac{3}{5} \quad (۳) \qquad \frac{21}{55} \quad (۲) \qquad \frac{34}{55} \quad (۱)$$

## پاسخ: گزینه ۱

**مشاوره** این تیپ سؤال زیاد در کنکور دیده شده است.

**خودت حل کنی بهتره** متمم پیشامد خواسته شده را در نظر بگیر و به انتخاب بدون جای‌گذاری دقت کن.

## پاسخ تشریحی

گام اول: متمم حداقل یک لامپ معیوب، یعنی همگی لامپ‌ها سالم؛ بنابراین: (همگی لامپ‌ها سالم)  $P = 1 - P$  (لاقل یک لامپ معیوب)  
گام دوم: ۹ لامپ سالم و سه لامپ معیوب داریم، پس به احتمال  $\frac{9}{12}$ ، لامپ اول سالم است. چون انتخاب بدون جای‌گذاری است. برای انتخاب دوم ۱۱ لامپ باقی مانده که ۸‌تای آن‌ها سالم است (یکی از لامپ‌های سالم در مرحله اول انتخاب شده است)، پس به احتمال  $\frac{8}{11}$ ، لامپ دوم سالم است. به همین ترتیب لامپ سوم به احتمال  $\frac{7}{10}$  سالم است؛ بنابراین جواب برابر است با:

$$\Rightarrow P \text{ (لاقل یک لامپ سالم)} = 1 - \frac{9}{12} \times \frac{8}{11} \times \frac{7}{10} = 1 - \frac{21}{55} = \frac{34}{55}$$

↓ اولین لامپ سالم  
↓ سومین لامپ سالم  
↓ به شرط اولی و دومی سالم

**خواستون باشه** بد نیست این فرمول را هم ببینید:

$$P(A \cap B \cap C) = P(A) \cdot P(B|A) \cdot P(C|(A \cap B))$$

↓ هر سه سالم  
↓ اولی سالم (A)  
↓ سومی سالم (C) به شرط اولی و دومی سالم (A ∩ B)

## تست و پاسخ ۳۵

در یک مدرسه با ۳۰۰ دانش‌آموز، کارنامه دانش‌آموزان را بررسی کرده‌ایم. برای نتایج به‌دست آمده، یک نمودار دایره‌ای رسم می‌کنیم. قسمت مشخص شده مربوط به دانش‌آموزانی است که در بیش از ۵ درس موفق به کسب نمره کامل شده‌اند.

چه تعداد از دانش‌آموزان حداکثر در ۵ درس نمره کامل گرفته‌اند؟

$$120 \quad (۴) \qquad 155 \quad (۳) \qquad 180 \quad (۲) \qquad 195 \quad (۱)$$

## پاسخ: گزینه ۲

**خودت حل کنی بهتره** با یک تناسب ساده می‌توانیم به جواب برسیم.

**درس نامه** در نمودار دایره‌ای، برای به دست آوردن زاویه مرکزی قطاع هر قسمت کافی است، فراوانی نسبی قسمت مربوطه را در  $360^\circ$  ضرب کنیم.

$$360^\circ \times \text{فراوانی نسبی} = \text{زاویه مرکزی در نمودار دایره‌ای}$$

دقت کنید که فراوانی نسبی هر داده از تقسیم فراوانی آن داده به فراوانی کل به دست می‌آید.

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



## پاسخ تشریحی

گام اول: زاویه مرکزی قطاع مشخص شده مربوط به دانش آموزانی است که در بیش از ۵ درس موفق به کسب نمره کامل شده‌اند. قسمت باقی‌مانده دایره، مربوط به متمم قسمت مشخص شده است، یعنی دانش آموزانی که حداکثر در ۵ درس نمره کامل کسب کرده‌اند.

گام دوم: می‌دانیم دایره  $360^\circ$  است؛ پس:

$$216^\circ = 360^\circ - 144^\circ = \text{زاویه مرکزی قطاع قسمت خواسته شده (دانش آموزانی که حداکثر در ۵ درس نمره کامل گرفته‌اند).}$$

گام سوم: طبق درس‌نامه و با توجه به این که مدرسه دارای  $300$  دانش آموز است، داریم:

$$360^\circ \times \frac{\text{فراوانی (تعداد دانش آموزان خواسته شده)}}{300} = 216^\circ \Rightarrow 360^\circ \times \frac{\text{فراوانی قسمت مربوطه}}{\text{فراوانی کل}} = \text{زاویه مرکزی قطاع خواسته شده}$$

$$\Rightarrow \text{فراوانی} = \frac{216^\circ}{360^\circ} \times 300 = 180$$

پس  $180$  دانش آموز حداکثر در ۵ درس نمره کامل گرفته‌اند.

## تست و پاسخ ۳۶

اگر میانگین داده‌های جدول زیر  $\frac{13}{5}$  باشد، آن‌گاه فراوانی نسبی کوچک‌ترین داده کدام است؟

$x_i$	۱	۲	۳	۴	۵
$f_i$	۴	۵	k	۱	۲

$$\frac{1}{6} (4)$$

$$\frac{1}{5} (3)$$

$$\frac{2}{9} (2)$$

$$\frac{4}{15} (1)$$

## پاسخ: گزینه ۳

خودت حل کنی بهتره از فرمول میانگین موزون استفاده کن.

## درس نامه ..

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

• میانگین یا متوسط داده‌ها:

• میانگین موزون داده‌ها:

اگر  $n$  داده  $x_1, x_2, \dots, x_n$  داشته باشیم، به طوری که هر یک از این داده‌ها به ترتیب دارای تکرار  $w_1, w_2, \dots, w_n$  باشند، میانگین موزون

$$\bar{x}_w = \frac{\sum_{i=1}^n w_i x_i}{\sum_{i=1}^n w_i} = \frac{w_1 x_1 + w_2 x_2 + \dots + w_n x_n}{w_1 + w_2 + \dots + w_n}$$

آن‌ها را با  $\bar{x}_w$  نمایش می‌دهیم و به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

• فراوانی یک داده:

تعداد دفعاتی که یک داده، مشاهده (تکرار) می‌شود.

• فراوانی نسبی یک داده:

به نسبت فراوانی یک داده به فراوانی کل، فراوانی نسبی گفته می‌شود.

نکته اگر فراوانی نسبی داده‌ها را در  $100$  ضرب کنیم، آن‌گاه درصد فراوانی داده‌ها به دست می‌آید.

## پاسخ تشریحی

گام اول: با استفاده از فرمول میانگین موزون داده‌ها مقدار  $k$  را به دست می‌آوریم:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^5 x_i f_i}{\sum_{i=1}^5 f_i} = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + \dots + x_5 f_5}{f_1 + f_2 + \dots + f_5} = \frac{1 \times 4 + 2 \times 5 + 3 \times k + 4 \times 1 + 5 \times 2}{4 + 5 + k + 1 + 2} = \frac{28 + 3k}{12 + k}$$

$$\Rightarrow \frac{13}{5} = \frac{28 + 3k}{12 + k} \Rightarrow 140 + 15k = 156 + 13k \Rightarrow k = 8$$

گام دوم: کوچک‌ترین داده یعنی  $x_1 = 1$ ، دارای فراوانی  $f_1 = 4$  است؛ پس فراوانی نسبی کوچک‌ترین داده برابر است با:

$$\frac{f_1}{\sum_{i=1}^5 f_i} = \frac{f_1}{f_1 + f_2 + \dots + f_5} = \frac{4}{4 + 5 + 8 + 1 + 2} = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$$



# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

## تست و پاسخ ۳۷

برای ۳۰ داده آماری، واریانس برابر  $1/44$  و مجموع داده‌ها برابر  $105$  است. ضریب تغییرات داده‌های  $3x_1 - 2/4, 3x_2 - 2/4, \dots, 3x_{30} - 2/4$  کدام است؟

$$\text{میانگین} = \frac{\text{مجموع داده‌ها}}{\text{تعداد داده‌ها}}$$

$$\frac{4}{3} \quad (4)$$

$$\frac{4}{9} \quad (3)$$

$$\frac{4}{27} \quad (2)$$

$$\frac{4}{81} \quad (1)$$

## پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره به درس‌نامه مراجعه کن و نکات را با دقت بخون.

### درس‌نامه

#### انحراف معیار داده‌ها:

اگر  $n$  داده به صورت  $x_1, x_2, \dots, x_n$  داشته باشیم، انحراف معیار آن‌ها را با نماد  $\sigma$  نمایش می‌دهیم که به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}}$$

دقت کنید که در این رابطه، به  $x_i - \bar{x}$  انحراف داده  $x_i$  از میانگین داده‌ها می‌گوییم.

#### واریانس داده‌ها:

به مجذور انحراف معیار داده‌ها واریانس می‌گوییم و آن را با نماد  $\sigma^2$  نشان می‌دهیم:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

#### ضریب تغییرات داده‌ها:

به نسبت انحراف معیار به میانگین، ضریب تغییرات می‌گوییم و آن را با نماد  $CV$  نمایش می‌دهیم:

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}}$$

### نکات

۱) هر تغییری روی داده‌ها اعمال کنیم، روی میانگین هم دقیقاً به همان صورت اعمال می‌شود، یعنی اگر  $\bar{x}$  میانگین  $n$  داده  $x_1, x_2, \dots, x_n$  باشد، آن‌گاه میانگین داده‌های  $ax_1 + b$  و  $ax_2 + b$  و  $ax_n + b$  برابر  $a\bar{x} + b$  می‌شود.

۲) جمع و تفریق عددی به داده‌ها، تأثیری در انحراف معیار ندارد، ولی با ضرب و تقسیم عددی در داده‌ها انحراف معیار تغییر می‌کند. به عبارت دیگر اگر  $\sigma$  انحراف معیار داده‌های  $x_1, x_2, \dots, x_n$  باشد، آن‌گاه انحراف معیار داده‌های  $ax_1 + b, ax_2 + b, \dots, ax_n + b$  برابر  $|a| \sigma$  می‌شود.

### پاسخ تشریحی

گام اول: ابتدا با توجه به داده‌های سؤال، انحراف معیار و میانگین ۳۰ داده آماری،  $x_1, x_2, \dots, x_{30}$  را به دست می‌آوریم.

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{30} x_i}{n} = \frac{105}{30} \Rightarrow \bar{x} = 3.5 \quad (*)$$

$$\sigma = \sqrt{1/44} = 1/2 \quad (**)$$

طبق داده‌های مسئله  $\sigma^2 = 1/44$  است؛ پس:

گام دوم: برای محاسبه ضریب تغییرات داده‌های  $3x_1 - 2/4, 3x_2 - 2/4, \dots, 3x_{30} - 2/4$  نیاز به انحراف معیار و میانگین داریم.

طبق نکات بالا میانگین این ۳۰ داده آماری برابر  $3\bar{x} - 2/4$  و واریانس آن‌ها برابر  $3\sigma$  می‌شود.

$$CV = \frac{\sigma_{\text{جدید}}}{\bar{x}_{\text{جدید}}} = \frac{3\sigma}{3\bar{x} - 2/4} = \frac{3 \times 1/2}{3 \times 3.5 - 2/4} = \frac{3/6}{11} = \frac{36}{81} = \frac{4}{9}$$

گام سوم: بنابراین ضریب تغییرات جدید برابر است با:

## تست و پاسخ ۳۸

تعداد دانش‌آموزان دو کلاس، میانگین و انحراف معیار نمرات ریاضی آن‌ها در جدول مقابل آمده است. واریانس نمره ریاضی همه دانش‌آموزان کدام است؟

	تعداد	میانگین نمره ریاضی	انحراف معیار نمره ریاضی
کلاس ۱	۲۴	۱۷	$\sqrt{10}$
کلاس ۲	۱۲	۱۴	۴

$$14/5 \quad (4)$$

$$13/5 \quad (3)$$

$$14 \quad (2)$$

$$13 \quad (1)$$

## پاسخ: گزینه ۲

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



**خودت حل کنی بهتره** از فرمول دوم واریانس استفاده کن.

## درس نامه

فرمول دوم واریانس برای داده‌های  $X_1$  و  $X_2$  و ... و  $X_n$  برابر است با:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n X_i^2}{n} - (\bar{X})^2$$

می‌تونی فرمول رو این طوری حفظ کنی:

مربع میانگین داده‌ها - میانگین مربعات داده‌ها = واریانس

## پاسخ تشریحی

گام اول: برای محاسبه میانگین دو کلاس، ابتدا مجموع داده‌های هر کلاس را به دست می‌آوریم.

$$\text{کلاس ۱: } \bar{x} = \frac{\text{مجموع نمرات ریاضی کلاس ۱}}{n} \Rightarrow 17 = \frac{\text{مجموع نمرات ریاضی کلاس ۱}}{24} \Rightarrow \text{مجموع نمرات ریاضی کلاس ۱} = 17 \times 24 = 408$$

$$\text{کلاس ۲: } \bar{y} = \frac{\text{مجموع نمرات ریاضی کلاس ۲}}{n} \Rightarrow 14 = \frac{\text{مجموع نمرات ریاضی کلاس ۲}}{12} \Rightarrow \text{مجموع نمرات ریاضی کلاس ۲} = 14 \times 12 = 168$$

گام دوم: با داشتن مجموع نمرات ریاضی هر دو کلاس، میانگین نمرات ریاضی کل را به دست می‌آوریم:

$$\bar{z} = \frac{\text{مجموع نمرات کل}}{n} \Rightarrow \bar{z} = \frac{\text{مجموع نمرات ریاضی کلاس ۱} + \text{مجموع نمرات ریاضی کلاس ۲}}{n_1 + n_2} = \frac{408 + 168}{24 + 12} = \frac{576}{36} = 16$$

گام سوم: با استفاده از فرمول دوم واریانس، مجموع مجذور نمرات ریاضی هر کلاس را به دست می‌آوریم:

$$\text{کلاس ۱: } \sigma_1^2 = \frac{\sum \bar{x}_i^2}{n_1} - \bar{x}^2 \Rightarrow 10 = \frac{\sum x_i^2}{24} - 17^2 \Rightarrow \sum x_i^2 = 7176$$

مجموع مجذورات نمرات کلاس ۱

$$\text{کلاس ۲: } \sigma_2^2 = \frac{\sum \bar{y}_i^2}{n_2} - \bar{y}^2 \Rightarrow 16 = \frac{\sum y_i^2}{12} - 14^2 \Rightarrow \sum y_i^2 = 2544$$

مجموع مجذورات نمرات کلاس ۲

گام چهارم: در آخر، واریانس نمره ریاضی همه دانش‌آموزان را محاسبه می‌کنیم:

$$\sigma^2 = \frac{\sum x_i^2 + \sum y_i^2}{n_1 + n_2} - \bar{z}^2 \Rightarrow \sigma^2 = \frac{7176 + 2544}{24 + 12} - 16^2 = 270 - 256 = 14$$

## تست و پاسخ ۳۹

در یک نمونه‌گیری سامانمند از یک جامعه، ۳۰ نفر انتخاب شده‌اند که افرادی با شماره‌های ۱۲، ۱۰۲ و ۲۸۲ در نمونه حضور دارند. چه قدر احتمال

دارد فردی با شماره ۴۲ انتخاب شده باشد؟

$$\frac{1}{2} \quad (1) \quad \frac{1}{3} \quad (2) \quad \frac{2}{3} \quad (3) \quad \text{صفر} \quad (4)$$

## پاسخ: گزینه ۱

## درس نامه

نمونه‌گیری:

به فرایند انتخاب نمونه‌ای از یک جامعه، به منظور تعمیم اطلاعات آن به جامعه نمونه‌گیری می‌گوییم.

نمونه‌گیری تصادفی ساده:

نوعی روش نمونه‌گیری است که در آن همه واحدهای آماری برای انتخاب شدن در نمونه، احتمال یکسان دارند.

نمونه‌گیری خوشه‌ای:

نمونه‌گیری که در آن، واحدهای نمونه‌گیری اولیه در جامعه، گروه‌ها یا خوشه‌ها باشند. در نمونه‌گیری به روش خوشه‌ای، تعدادی از خوشه‌ها را انتخاب سپس همه اعضای خوشه را انتخاب می‌کنیم.



# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

## نمونه گیری طبقه ای:

روش نمونه گیری که در آن، طبقه بندی جامعه به زیرجامعه های مجزا انجام شده و بعد یک نمونه تصادفی ساده از هر طبقه انتخاب می شود.

## نمونه گیری سامانمند (سیستماتیک):

نوعی نمونه گیری طبقه ای است که در آن اندازه طبقات با هم برابر است. حالا یک واحد آماری به تصادف انتخاب می شود و به همان رویه، از طبقات دیگر نیز این کار انجام می گیرد...، یعنی اگر از طبقه اول، واحد آماری انتخاب شود، از بقیه طبقات هم واحد آماری انتخاب می شود.

## نمونه گیری احتمالی:

نمونه گیری است که همه واحدهای آماری، احتمالی معلوم برای انتخاب در نمونه داشته باشند و از روشی تصادفی برای انتخاب واحدهای نمونه استفاده شود.

## پاسخ تشریحی

گام اول: در نمونه گیری سامانمند دنبال اندازه طبقات هستیم، فردی با شماره ۲۸۲ در نمونه حضور دارد، پس تعداد اعضای جامعه حداقل ۲۸۲ است. از طرفی می دانیم ۳۰ نفر انتخاب شده اند، یعنی ۳۰ طبقه داریم؛ پس قدرنسبت برابر است با:

$$d = \left\lfloor \frac{n}{m} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{282}{30} \right\rfloor = 9$$

همچنین اگر قدرنسبت ۹ باشد، اولین نمونه فرد شماره ۳، و فرد شماره ۲۸۲ برابر سی و دومین نمونه می شود؛ پس  $d > 9$  است.

گام دوم: می دانیم اختلاف هر دو شماره انتخاب شده، ضربی از قدرنسبت است.

$$90 = 102 - 12 = 180, 282 - 102 = 180, 282 - 12 = 270, 270 = 90 \times 3$$

پس  $d$  یکی از مقسوم علیه های ۹۰ است که از ۹ بزرگ تر است؛ پس حالت های ممکن برای  $d$  برابر است با:

$$\{10, 15, 18, 30, 45, 90\}$$

گام سوم: حالا اگر فردی با شماره ۴۲ انتخاب شده باشد، قدرنسبت باید مقسوم علیه ای از  $42 - 12 = 30$  باشد و در بین  $\{10, 15, 18, 30, 45, 90\}$  سه عدد  $\{10, 15, 30\}$  مقسوم علیه ۳۰ هستند؛ بنابراین جواب مسئله برابر  $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$  است.

## تست و پاسخی ۴۰

اگر بخواهیم در یک نمونه گیری، انحراف معیار برآورد میانگین به نصف کاهش یابد، باید حجم نمونه را چند برابر کنیم؟

$$\frac{1}{4} \quad (4)$$

$$\frac{1}{2} \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$4 \quad (1)$$

## پاسخ: گزینه ۱

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

## خودت حل کنی بهتره

## درس نامه •• انحراف معیار برآورد میانگین

انحراف معیار برآورد میانگین از تقسیم انحراف معیار جامعه بر جذر اندازه نمونه به دست می آید:  
با افزایش اندازه نمونه، انحراف معیار برآورد کاهش می یابد؛ یعنی برآورد دقیق تر خواهد بود یا به عبارت دیگر خطای کمتری برای برآورد میانگین جامعه داریم.

طبق درس نامه می دانیم، با افزایش اندازه نمونه، انحراف معیار برآورد، کاهش می یابد. با توجه به این که جذر اندازه نمونه در

مخرج کسر قرار دارد، برای نصف شدن انحراف معیار برآورد میانگین، باید اندازه نمونه را ۴ برابر کنیم.

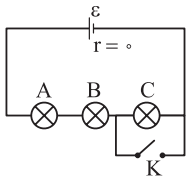
$$n \rightarrow 4n \Rightarrow \sigma_{\bar{x}} \text{ جدید} = \frac{\sigma}{\sqrt{4n}} = \frac{\sigma}{2\sqrt{n}} = \frac{1}{2} \sigma_{\bar{x}} \text{ قبلی}$$



فیزیک (۲): صفحه‌های ۶۷ تا ۱۳۰

## تست و پاسخ ۴۱

در مدار شکل زیر، لامپ‌های A، B و C مشابه‌اند و دو سر آن‌ها به باتری آرمانی متصل شده است. با بستن کلید K، کدام یک از تغییرات زیر رخ می‌دهد؟  
 الف) اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر لامپ‌های A و B تغییر نمی‌کند.  
 ب) اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر لامپ C، ۵۰ درصد کاهش می‌یابد.  
 پ) اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر هر یک از لامپ‌های A و B، ۵۰ درصد افزایش می‌یابد.  
 ت) اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر لامپ C به صفر کاهش می‌یابد.



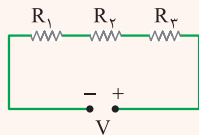
الف و ب (۱)      ب و ت (۲)      الف و پ (۳)      پ و ت (۴)

## پاسخ: گزینه ۴

**خودت حل کنی بهتره** مقاومت معادل و جریان خروجی از باتری را قبل و بعد از بسته شدن کلید به دست آورید؛ سپس اختلاف پتانسیل دو سر هر یک از مقاومت‌ها را جداگانه محاسبه کنید.

## درس نامه...

اتصال کوتاه: هرگاه دو سر یک مقاومت، به وسیله یک سیم رابط (که مقاومت آن ناچیز است) به هم متصل شوند، تمام جریان از درون آن سیم گذشته و از مقاومت، هیچ جریانی نمی‌گذرد. در این حالت اصطلاحاً می‌گوییم آن مقاومت اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌گردد.



اگر چند مقاومت بدون هیچ انشعابی به هم وصل شوند، می‌گوییم به صورت متوالی به هم بسته شده‌اند و مقاومت معادل آن‌ها از جمع تک‌تک مقاومت‌ها به دست می‌آید.  
 $R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3$   
 هر لامپ به عنوان یک مصرف‌کننده (مقاومت خارجی R) محسوب می‌شود.

**پاسخ تشریحی** گام اول: با بسته شدن کلید K به دلیل اتصال کوتاه، مقاومت C از مدار حذف می‌شود و مقاومت معادل مدار کاهش می‌یابد.

$$K \text{ قبل از بسته شدن کلید } \Rightarrow R_{eq} = R + R + R = 3R$$

$$K \text{ بعد از بسته شدن کلید } \Rightarrow R'_{eq} = R + R = 2R$$

گام دوم: جریان عبوری از مقاومت‌ها را قبل و بعد از بسته شدن کلید K به دست می‌آوریم:

$$K \text{ قبل از بسته شدن کلید } \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{3R}$$

$$K \text{ بعد از بسته شدن کلید } \Rightarrow I' = \frac{\varepsilon}{2R}$$

گام سوم: اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر هر یک از مقاومت‌ها را قبل و بعد از بسته شدن کلید K به دست می‌آوریم:

$$K \text{ قبل از بسته شدن کلید } \Rightarrow V_A = V_B = V_C = IR = \frac{\varepsilon}{3R} \times R = \frac{\varepsilon}{3}$$

$$K \text{ بعد از بسته شدن کلید } \Rightarrow V'_A = V'_B = I'R = \frac{\varepsilon}{2R} \times R = \frac{\varepsilon}{2}, \quad V'_C = 0$$

$$B \text{ و } A \text{ درصد تغییرات اختلاف پتانسیل مقاومت های } = \frac{\Delta V}{V_{\text{اولیه}}} \times 100 = \frac{\frac{\varepsilon}{2} - \frac{\varepsilon}{3}}{\frac{\varepsilon}{3}} \times 100 = \frac{1}{3} \times 100 = 33.3\%$$

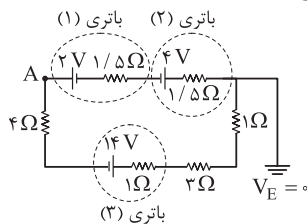
بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌های A و B، ۵۰ درصد افزایش می‌یابد و اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت C، به صفر می‌رسد.





### تست و پاسخ ۴۲

در مدار شکل زیر، به ترتیب، پتانسیل الکتریکی نقطه A چند ولت و توان ورودی باتری (۲) چند وات است؟



(۱)  $-۵$ ،  $۲/۵$

(۲)  $۵$ ،  $۲/۵$

(۳)  $-۵$ ،  $۵/۵$

(۴)  $۵$ ،  $۵/۵$

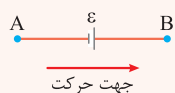
### پاسخ: گزینه ۳

**خودت حل کنی بهتره** ابتدا به کمک رابطه  $I = \frac{\sum \varepsilon}{r + R_{eq}}$ ، جریان مدار را به دست آورید، سپس پتانسیل نقطه A را با حرکت از سمت

زمین به سمت نقطه A به دست آورید و در نهایت توان ورودی باتری (۲) را که در حال شارژ است، با رابطه  $P = \varepsilon I + rI^2$  محاسبه کنید.

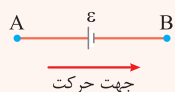
**درس نامه** در حرکت روی مدار هرگاه از پایانه مثبت باتری خارج شویم، پتانسیل به اندازه  $\varepsilon$  افزایش می یابد و در این مورد اصلاً جهت

جریان مهم نیست.



$$V_A + \varepsilon = V_B$$

در حرکت روی مدار هرگاه از پایانه منفی باتری خارج شویم، پتانسیل به اندازه  $\varepsilon$  کاهش می یابد و در این مورد اصلاً جهت جریان مهم نیست.



$$V_A - \varepsilon = V_B$$

در حرکت روی مدار، اگر در جهت جریان از مقاومت ها بگذریم، پتانسیل به اندازه  $IR$  کاهش می یابد و اگر در خلاف جهت جریان بگذریم،

پتانسیل به اندازه  $IR$  افزایش می یابد.



$$V_A - IR = V_B$$



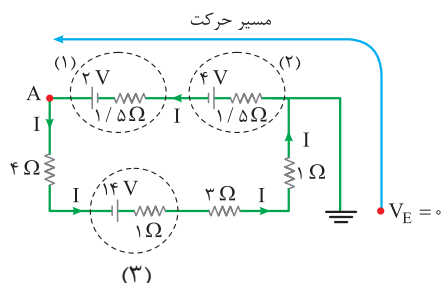
$$V_A + IR = V_B$$

**پاسخ تشریحی** گام اول: جریان ایجاد شده در مدار را به کمک رابطه  $I = \frac{\sum \varepsilon}{r + R_{eq}}$  به دست می آوریم:

$$I = \frac{\sum \varepsilon}{r + R_{eq}} = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_3 - \varepsilon_2}{(r_1 + r_2 + r_3) + (R_1 + R_2 + R_3)} = \frac{۲ + ۱۴ - ۴}{(۱/۵ + ۱/۵ + ۱) + (۴ + ۳ + ۱)} = \frac{۱۲}{۱۲} = ۱A$$

گام دوم: شکل زیر، جهت جریان الکتریکی در مدار را نمایش می دهد. حال پتانسیل نقطه A را با توجه به مسیر مشخص شده در شکل

به دست می آوریم:



$$V_E - Ir_3 - \varepsilon_2 - Ir_1 + \varepsilon_1 = V_A$$

$$\Rightarrow 0 - 1(1/5) - 4 - 1(1/5) + 2 = V_A \Rightarrow V_A = -5V$$

گام سوم: باتری (۲)، یک باتری مصرف کننده است و توان ورودی آن را از رابطه  $P = \varepsilon_p I + r_p I^2$  به دست می آوریم:

$$P_p = \varepsilon_p I + r_p I^2 = 4(1) + 1/5(1)^2 = 5/5 W$$

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



## تست و پاسخ ۴۳

یک بخاری برقی را به پریز مدار سیم‌کشی خانگی  $220\text{ V}$  وصل می‌کنیم و از آن جریان  $10\text{ A}$  می‌گذرد. اگر این بخاری برقی به مدت یک ماه ( $30$  روز)، روزانه  $4$  ساعت کار کند و قیمت برق مصرفی به ازای هر کیلووات‌ساعت  $50$  تومان باشد، هزینه یک ماه مصرف انرژی الکتریکی این بخاری چند تومان است؟

۱۳۶۰۰ (۴)

۱۳۴۰۰ (۳)

۱۳۲۰۰ (۲)

۱۳۰۰۰ (۱)

## پاسخ: گزینه ۲

**مشاوره** این سؤال برگرفته شده از تمرین کتاب درسی است. گاهی آن قدر درگیر تست‌های عجیب و غریب می‌شویم که ممکن است این تست‌های ساده را در جلسه آزمون نتوانیم حل کنیم؛ چون الگوی ذهنی خود را پیچیده کرده‌ایم.

**خودت حل کنی بهتره** با استفاده از رابطه  $P = VI$ ، توان مصرف شده را به دست آورید و سپس به کمک رابطه  $U = Pt$  انرژی مصرف شده توسط بخاری را در مدت یک ماه به دست آورید تا در نهایت هزینه مصرف شده را محاسبه کنید.

**درس نامه** اگر اختلاف پتانسیل دو سر یک مقاومت  $R$  برابر با  $V$  باشد و جریان  $I$  از آن عبور کند، توان مصرف شده توسط این مقاومت، از روابط مقابل به دست می‌آید:

$$P = VI = RI^2 = \frac{V^2}{R}$$

**پاسخ تشریحی** گام اول: توان مصرفی بخاری برقی را به کمک رابطه  $P = VI$  به دست می‌آوریم:

$$P = VI = 220 \times 10 = 2200\text{ W} = 2/2\text{ kW}$$

گام دوم: انرژی مصرفی بخاری برقی را در مدت زمان یک ماه ( $30$  روز و روزانه  $4$  ساعت) به دست می‌آوریم:

$$U = P t = 2/2(30 \times 4) = 264\text{ kW.h}$$

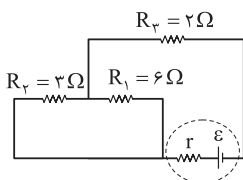
۴ ساعت  $\times$  ۳۰ روز

گام سوم: بهای برق مصرفی به ازای هر کیلووات‌ساعت،  $50$  تومان است. هزینه یک ماه مصرف بخاری را به دست می‌آوریم:

$$\text{تومان} = U \times 50 = 264 \times 50 = 13200$$

## تست و پاسخ ۴۴

در مدار شکل زیر، توان مصرفی مقاومت  $R_1$ ، چند برابر توان خروجی باتری است؟

 $\frac{1}{4}$  (۲) $\frac{1}{3}$  (۱) $\frac{1}{9}$  (۴) $\frac{1}{6}$  (۳)

## پاسخ: گزینه ۳

**مشاوره** یکی از مباحث مهم در فیزیک یازدهم، تحلیل مدارهاست که یک نوع مهارت به حساب می‌آید و برای ماهر شدن باید زمان و انرژی زیادی مصرف کرد. توصیه ما به شما یازدهمی‌ها این است که به خوبی بر مبحث مدارها مسلط شوید.

**خودت حل کنی بهتره** جریان عبوری از هر یک از مقاومت‌ها را برحسب جریان خروجی از باتری به دست آورید و سپس توان مصرف شده در هر یک از مقاومت‌ها را با رابطه  $P = RI^2$  به دست آورید.

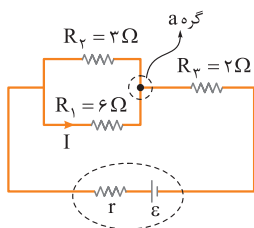
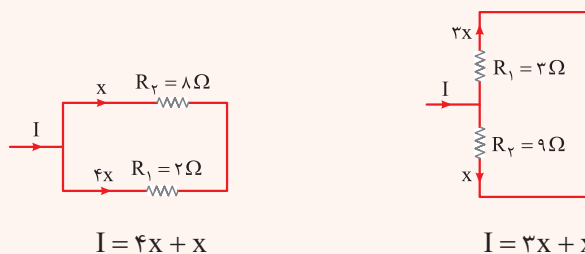


# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

## درس نامه

- توان خروجی باتری، با مجموع توان‌های مصرفی مقاومت‌های خارجی برابر است.
- برای تقسیم جریان بین دو مقاومت موازی، مقاومتی که بزرگ‌تر است سهم کم‌تری از جریان را می‌برد؛ به همین دلیل بهتر است جریان مقاومت بزرگ‌تر را  $X$  فرض کنیم و به نسبت عکس مقاومت‌ها، جریان مقاومت کوچک‌تر را در نظر بگیریم؛ مثلاً در حالت‌های زیر داریم:

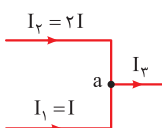


**پاسخ تشریحی** گام اول: دو سر مقاومت‌های  $R_1$  و  $R_2$  به هم وصل هستند، بنابراین مقاومت‌های  $R_1$  و  $R_2$  با هم موازی هستند. شکل مقابل مدار ساده‌شده را نمایش می‌دهد.

اگر جریان عبوری از مقاومت  $R_1$  را  $I$  فرض کنیم، در این صورت با توجه به این که مقاومت‌های  $R_1$  و  $R_2$  موازی هستند، جریان عبوری از مقاومت  $R_2$  را به دست می‌آوریم:

$$V_1 = V_2 \Rightarrow I_1 R_1 = I_2 R_2 \Rightarrow I \times 6 = I_2 \times 3 \Rightarrow I_2 = 2I$$

حال با توجه به گره مشخص شده در شکل (گره a)، جریان عبوری از مقاومت  $R_3$  را به دست می‌آوریم.



مجموع جریان‌های خروجی از گره a = مجموع جریان‌های ورودی به گره a

$$I_1 + I_2 = I_3 \Rightarrow I + 2I = I_3 \Rightarrow I_3 = 3I$$

**گام دوم:** توان خروجی باتری با مجموع توان‌های مصرف‌شده توسط مقاومت‌های خارجی برابر است. ابتدا توان مصرفی تک‌تک مقاومت‌های خارجی را به کمک رابطه  $P = RI^2$  به دست می‌آوریم:

$$P_1 = R_1 I_1^2 = 6(I)^2 = 6I^2$$

$$P_2 = R_2 I_2^2 = 3(2I)^2 = 12I^2$$

$$P_3 = R_3 I_3^2 = 2(3I)^2 = 18I^2$$

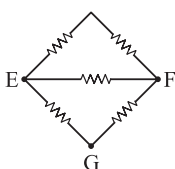
$$P_{\text{خروجی باتری}} = P_1 + P_2 + P_3 = 6I^2 + 12I^2 + 18I^2 = 36I^2$$

**گام سوم:** خواسته سؤال، نسبت توان مصرفی مقاومت  $R_1$  ( $P_1$ ) به توان خروجی باتری ( $P_1 + P_2 + P_3$ ) است؛ بنابراین داریم:

$$\frac{P_1}{P_1 + P_2 + P_3} = \frac{6I^2}{36I^2} = \frac{1}{6}$$

## تست و پاسخ ۴۵

در شکل مقابل، مقاومت‌ها مشابه‌اند. مقاومت معادل بین دو نقطه E و F، چند برابر مقاومت معادل، بین دو نقطه E و G است؟



$$\frac{1}{5} \quad (2)$$

$$\frac{4}{5} \quad (4)$$

$$\frac{1}{5} \quad (3)$$

$$\frac{5}{8} \quad (1)$$

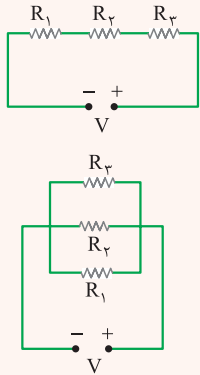
$$\frac{5}{4} \quad (3)$$

**پاسخ: گزینه ۴**

# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



## درس نامه



● اگر چند مقاومت به صورت متوالی (بدون انشعاب) به هم وصل شوند، مقاومت معادل، از جمع تک تک مقاومت‌ها به دست می‌آید.

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3$$

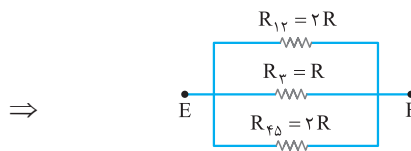
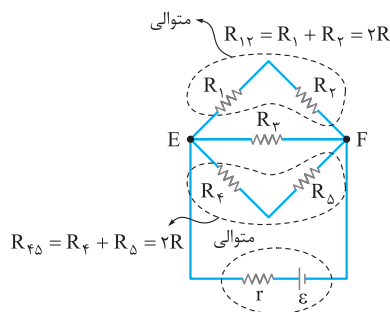
● اگر چند مقاومت را طوری به هم ببندیم که اختلاف پتانسیل دو سر آنها با هم برابر باشد (دو سر مقاومت‌ها مستقیم به هم وصل شوند) مقاومت‌ها موازی هستند و در این صورت مقاومت معادل به صورت مقابل به دست می‌آید:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

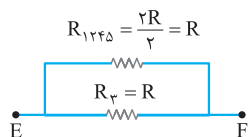
**نکته** اگر دو مقاومت  $R_1$  و  $R_2$  موازی باشند، مقاومت معادل آن‌ها از رابطه  $R_{eq} = \frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2}$  به دست می‌آید.

**نکته** اگر دو مقاومت  $R_1$  و  $R_2$  موازی و برابر باشند، مقاومت معادل آن‌ها برابر با نصف هر یک از آن‌هاست:  $R_{eq} = \frac{R_1}{2} = \frac{R_2}{2}$

**پاسخ تشریحی گام اول:** مقاومت معادل بین دو نقطه E و F را به دست می‌آوریم. برای تشخیص راحت‌تر و سریع‌تر موازی و متوالی بودن مقاومت‌ها، یک باتری بین نقاط E و F رسم می‌کنیم.

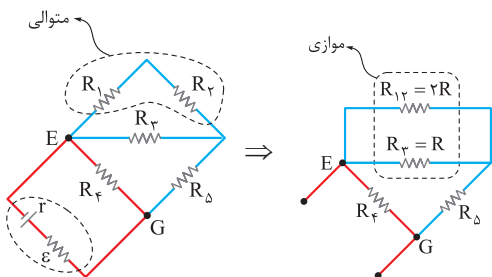


مقاومت‌های  $R_{12}$  و  $R_{45}$  با هم موازی هستند و چون با هم برابر هستند، مقاومت معادل آن دو نصف آن‌ها هست.



دو مقاومت برابر R با هم موازی هستند، بنابراین مقاومت معادل آن‌ها نصف آن دو مقاومت است.

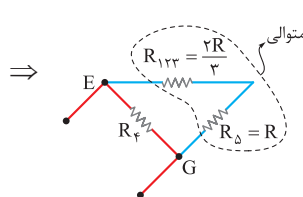
**گام دوم:** مقاومت معادل بین دو نقطه E و G را به دست می‌آوریم.



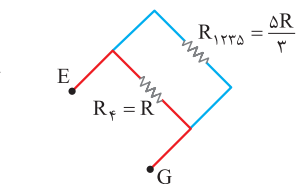
$$R_{12} = R_1 + R_2 = 2R$$

مقاومت  $R_3$  و  $R_{12}$  با هم موازی هستند.

$$R_{123} = \frac{2R \times R}{2R + R} = \frac{2R}{3}$$



$$R_{12345} = R_{123} + R_{45} = \frac{2R}{3} + R = \frac{5R}{3}$$



$$R_{eq} = \frac{\frac{5R}{3} \times R}{\frac{5R}{3} + R} = \frac{\frac{5R^2}{3}}{\frac{8R}{3}} = \frac{5R}{8}$$



# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

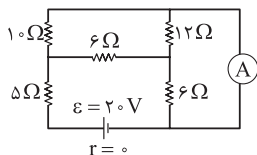
فیزیک

گام سوم: نسبت مقاومت معادل بین دو نقطه E و F بر مقاومت معادل بین دو نقطه E و G را به دست می آوریم:

$$\frac{R_{eq,EF}}{R_{eq,EG}} = \frac{\frac{R}{2}}{\frac{\Delta R}{8}} = \frac{4R}{\Delta R} = \frac{4}{5}$$

## تست و پاسخ ۴۶

در مدار شکل مقابل، مقداری که آمپرسنج آرمانی نشان می دهد، چند آمپر است؟



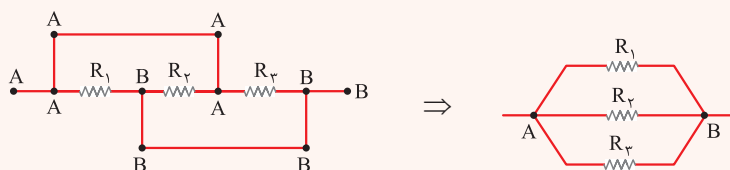
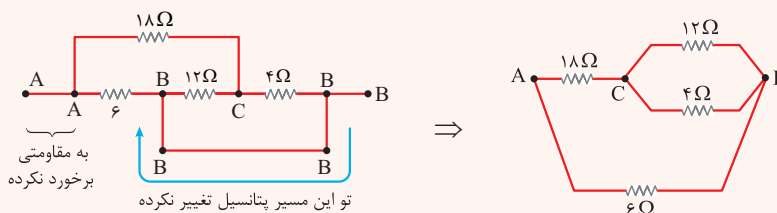
- (۱)  $\frac{5}{3}$   
 (۲)  $\frac{4}{3}$   
 (۳) ۱  
 (۴)  $\frac{2}{3}$

## پاسخ: گزینه ۲

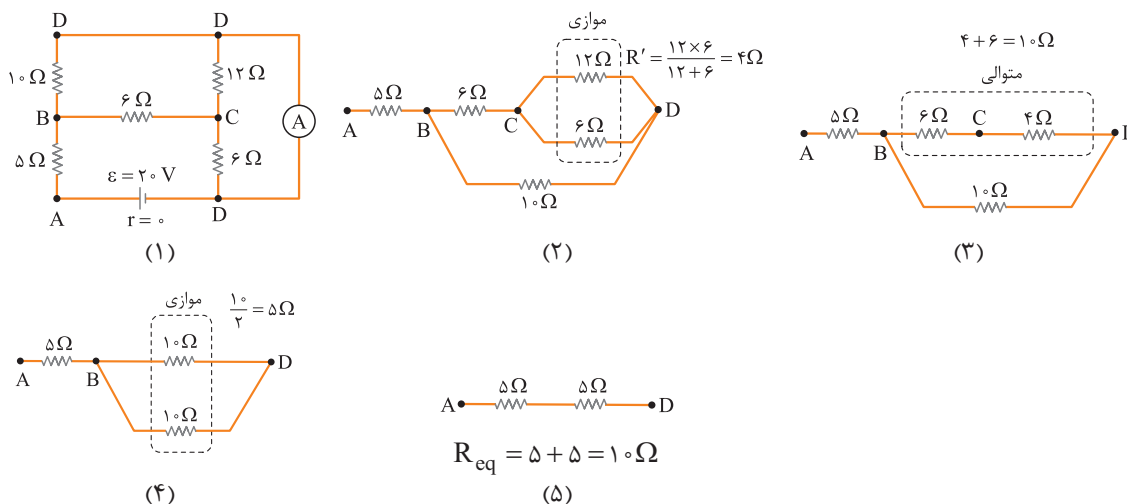
**مشاوره** روش نقاط هم‌پتانسیل را همین سال یازدهم یاد بگیرید و با تمرین زیاد، بر آن تسلط ۱۰۰ درصدی پیدا کنید.

**خودت حل کنی بهتره** ابتدا مقاومت معادل مدار و سپس جریان کل (خروجی از باتری) را به دست آورید و بین مقاومت‌ها تقسیم کنید و در نهایت جریان عبوری از آمپرسنج را به کمک یک گره مناسب به دست آورید.

**درس نامه** در روش نقاط هم‌پتانسیل، از یک نقطه مدار شروع کنید و آن را نام‌گذاری کنید، سپس در مدار حرکت کنید و هر گره را نام‌گذاری کنید و تا زمانی که از یک مقاومت یا باتری عبور نکردید، نام گره را تغییر ندهید. (بهتر است شماره به پند مثال دعوت کنم این پوری بهتر می فهمیم.)



**پاسخ تشریحی** گام اول: با روش نقاط هم‌پتانسیل، شکل مدار را ساده‌تر می کنیم و مقاومت معادل مدار را به دست می آوریم:

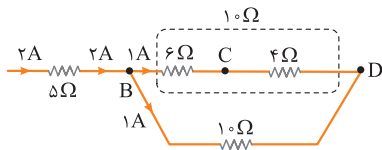


## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



$$I = \frac{\varepsilon}{r + R_{eq}} = \frac{20}{0 + 10} = 2 \text{ A}$$

گام دوم: جریان خروجی از باتری را به دست می آوریم:



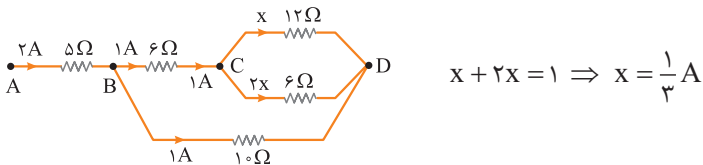
گام سوم: به کمک شکل (۳)، جریان عبوری از مقاومت های  $6\Omega$  و  $10\Omega$  را به دست می آوریم:

دو مقاومت  $10\Omega$  با هم موازی هستند، بنابراین سهم آن ها از جریان  $2\text{ A}$  به یک اندازه و  $1\text{ A}$  است.

گام چهارم: به کمک شکل (۲)، جریان عبوری از هر یک از مقاومت های  $12\Omega$  و  $6\Omega$  که بین دو گره C و D قرار دارند را به دست می آوریم.

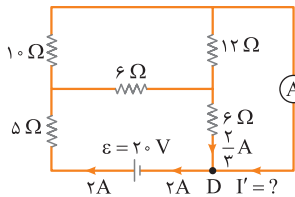
جریان عبوری از مقاومت  $12\Omega$  را X در نظر می گیریم، بنابراین جریان عبوری از مقاومت  $6\Omega$  برابر با  $2X$  خواهد بود.

به کمک گره داریم:



$$x + 2x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{3} \text{ A}$$

گام پنجم: جریان هر یک از مقاومت ها را در مدار اصلی مشخص می کنیم:



$$\frac{2}{3} + I' = 2 \Rightarrow I' = \frac{4}{3} \text{ A}$$

جمع جریان های ورودی به گره D را با جمع جریان های خروجی از این گره، برابر قرار می دهیم:

بنابراین جریان عبوری از آمپرسنج  $\frac{4}{3} \text{ A}$  است.

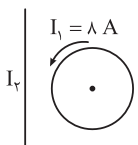
## تست و پاسخ ۴۷

در شکل زیر، حلقه های به شعاع  $5 \text{ cm}$  که جریان الکتریکی عبوری از آن  $I_1 = 8 \text{ A}$  است، در مجاورت یک سیم راست بلند حامل جریان  $I_2$  قرار دارد.

اگر میدان مغناطیسی خالص در مرکز حلقه  $1 \text{ G}$  و درون سو باشد، اندازه میدان مغناطیسی حاصل از سیم در مرکز حلقه چند گاوس و جریان  $I_2$  در کدام

جهت است؟ ( $\mu_0 = 12 \times 10^{-3} \frac{\text{G.m}}{\text{A}}$ )

یعنی برابند میدان های  
مغناطیسی ناشی از حلقه و سیم



۱)  $\uparrow, 0.04 \text{ G}$

۲)  $\downarrow, 0.04 \text{ G}$

۳)  $\uparrow, 1.96 \text{ G}$

۴)  $\downarrow, 1.96 \text{ G}$

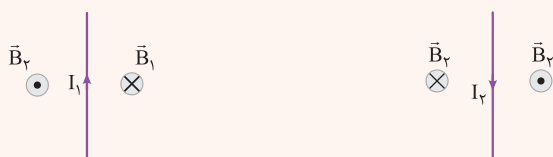
## پاسخ: گزینه ۳

**درس نامه** سیم راست حامل جریان، اطراف خودش میدان مغناطیسی ایجاد می کند و جهت آن را مطابق شکل زیر، طبق قاعده دست

راست به دست می آوریم:

شست: جهت جریان (I)

چرخش چهار انگشت: جهت میدان مغناطیسی ( $\vec{B}$ )

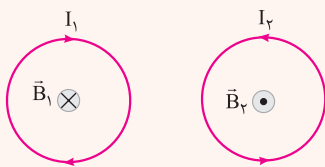




# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

اندازه میدان مغناطیسی ناشی از حلقه حامل جریان الکتریکی در مرکز آن از رابطه زیر به دست می آید و جهت آن در داخل و بیرون حلقه طبق قاعده دست راست تعیین می گردد. مطابق شکل زیر، چنانچه در یک حلقه در صفحه، جهت جریان ساعتگرد باشد، میدان مغناطیسی در داخل حلقه، عمود بر صفحه کاغذ و به صورت درون سو ( $\otimes$ ) و اگر جهت جریان پادساعتگرد باشد، میدان مغناطیسی در داخل حلقه، عمود بر صفحه کاغذ و به صورت برون سو ( $\odot$ ) خواهد بود.



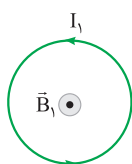
$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{T.m}}{\text{A}}$$

تراوایی مغناطیسی خلأ

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2R}$$

اندازه میدان مغناطیسی در مرکز حلقه (T) ←  
شعاع حلقه (m) →

**پاسخ تشریحی** گام اول: مقدار و جهت میدان مغناطیسی ناشی از حلقه در مرکز آن را حساب می کنیم (دقت کنید چون  $\mu_0$  بر حسب  $\frac{\text{G.m}}{\text{A}}$  است، میدان مغناطیسی بر حسب G (گاوس) به دست می آید).

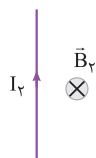


$$B_1 = \frac{\mu_0 NI_1}{2R} \xrightarrow{I_1=8\text{A}, R=5\text{cm}=0.05\text{m}, \mu_0=12 \times 10^{-3} \frac{\text{G.m}}{\text{A}}} B_1 = \frac{12 \times 10^{-3} \times 8}{2 \times 0.05} = 0.96 \text{ G}$$

گام دوم: با داشتن میدان مغناطیسی ناشی از حلقه و میدان مغناطیسی خالص، میدان مغناطیسی ناشی از سیم در مرکز حلقه را حساب می کنیم (توجه داشته باشید چون میدان خالص، درون سو و میدان ناشی از حلقه برون سو است، بنابراین میدان ناشی از سیم باید درون سو باشد).

$$\vec{B}_T = \vec{B}_1 + \vec{B}_\gamma \xrightarrow{\vec{B}_T=1\text{G} \otimes, \vec{B}_1=0.96\text{G} \odot} B_T = B_\gamma - B_1 \Rightarrow 1 = B_\gamma - 0.96 \Rightarrow \vec{B}_\gamma = 1.96 \text{ G} \otimes$$

گام سوم: جهت جریان سیم را با داشتن جهت میدان مغناطیسی ناشی از سیم، طبق قاعده دست راست به دست می آوریم:



بنابراین جهت جریان  $I_2$  رو به بالاست.

**حواستون باشه** گزینه هایی که مقدار  $0.04$  دارن  $41$  هستن برای اونایی که هر دو میدان رو هم مهوت بگیرن.

## تست و پاسخ ۴۸

سیملوله ای آرمانی به طول  $20 \text{ cm}$  دارای  $600$  حلقه سیم نزدیک به هم است. اگر جریان  $8 \text{ A}$  از سیملوله بگذرد، اندازه میدان مغناطیسی در

نقطه ای درون سیملوله و دور از لبه های آن چند میلی تسلا است؟ ( $\mu_0 = 12 \times 10^{-7} \frac{\text{T.m}}{\text{A}}$ )

۱۴۴ (۴)

۱۴/۴ (۳)

۲۸۸ (۲)

۲۸/۸ (۱)

## پاسخ: گزینه ۱

**درس نامه** ●● میدان مغناطیسی داخل یک سیملوله آرمانی در نقطه های دور از لبه ها، یکنواخت است و اندازه آن از رابطه زیر به دست می آید:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{l}$$

$B$  = اندازه میدان مغناطیسی (T)

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{T.m}}{\text{A}} = \text{تراوایی مغناطیسی خلأ}$$

$N$  = تعداد حلقه ها

$I$  = جریان الکتریکی (A)

$l$  = طول سیملوله (m)

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



**پاسخ تشریحی** طبق رابطه  $B = \frac{\mu_0 NI}{\ell}$ ، میدان مغناطیسی ناشی از سیملوله در داخل آن را حساب می‌کنیم:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{\ell} \xrightarrow{I=8A, \ell=20cm=0.2m} B = \frac{12 \times 10^{-7} \times 600 \times 8}{0.2} = 28.8 \times 10^{-3} T \xrightarrow{10^{-3} T = 1mT} B = 28.8 mT$$

## تست و پاسخ ۴۹

چه تعداد از عبارتهای زیر دربارهٔ مواد دیامغناطیسی، درست است؟

(الف) به طور ذاتی فاقد خاصیت مغناطیسی‌اند.

(ب) تعداد اندکی از اتم‌های این مواد دارای دو قطبی مغناطیسی خالص‌اند.

(پ) میدان مغناطیسی خارجی می‌تواند سبب القای دو قطبی‌های مغناطیسی در خلاف سوی میدان خارجی شود.

(ت) مس، نقره و سدیم نمونه‌هایی از مواد دیامغناطیسی‌اند.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

## پاسخ: گزینه ۲

**مشاوره** فکر نکنی این پوری توی کنکور سوال نیما. اتفاقاً فقطیات این قسمت جزء علاقه‌های طراحان تست‌های کنکوره.

**پاسخ تشریحی** با توجه به ویژگی‌های مواد دیامغناطیسی طبق متن کتاب درسی، هر یک از عبارات را بررسی می‌کنیم:

(الف) درست است.

(ب) نادرست است؛ زیرا هیچ‌یک از اتم‌های مواد دیامغناطیسی، دارای دو قطبی مغناطیسی خالص نیستند.

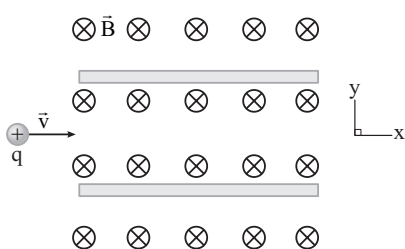
(پ) درست است.

(ت) نادرست است؛ زیرا سدیم از مواد پارامغناطیسی است.

بنابراین موارد «الف» و «پ» درست هستند. (۲ مورد)

## تست و پاسخ ۵۰

در شکل زیر، ذره‌ای با بار الکتریکی مثبت و جرم ناچیز با سرعت  $\vec{v} = (2000 \text{ m/s}) \hat{i}$  وارد فضایی می‌شود که میدان الکتریکی یکنواخت  $\vec{E}$  و میدان مغناطیسی یکنواخت  $\vec{B}$  وجود دارد. اندازهٔ میدان مغناطیسی  $25 \text{ T}$  است. اگر ذره بدون انحراف به مسیر خود ادامه دهد،  $\vec{E}$  در SI کدام است؟



نیروی خالص وارد بر ذره صفر است.

۵۰۰  $\vec{j}$  (۱)-۵۰۰  $\vec{j}$  (۲)۵۰  $\vec{j}$  (۳)-۵۰  $\vec{j}$  (۴)

## پاسخ: گزینه ۲

**مشاوره** بعله ... فیزیکم ترکیبی داره. اینم به نمونش. تازه این پوری توی کنکور ۳ اومده!

**درس نامه** •• تعادل یک ذرهٔ باردار متحرک در اثر دو نیروی الکتریکی و مغناطیسی

برای این که نیروی خالص وارد بر یک ذره توسط میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی صفر شود، داریم:

$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow F_E = F_B \Rightarrow E|q| = |q|vB \sin \theta \Rightarrow E = vB \sin \theta$$

$$\xrightarrow{\text{حرکت ذره، عمود بر میدان مغناطیسی است.}} \xrightarrow{\theta=90^\circ} E = vB \rightarrow (T) \text{ میدان مغناطیسی}$$

تندی ذره (m/s)      میدان الکتریکی (N/C)





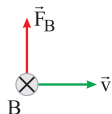
# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

**پاسخ تشریحی** با توجه به درس نامه، برای تعادل ذره، می توانیم بنویسیم:

$$E = vB \xrightarrow{\substack{v=2000\text{ m/s} \\ B=0.25\text{ T}}} E = 2000 \times 0.25 = 500 \text{ N/C}$$

از طرفی طبق قاعده دست راست، جهت نیروی مغناطیسی را به دست می آوریم:



بنابراین برای این که ذره بدون انحراف، مسیر خود را ادامه دهد، باید نیروی الکتریکی در خلاف جهت نیروی مغناطیسی باشد ( $\vec{F}_E$  رو به پایین) و چون بار ذره مثبت است، جهت میدان الکتریکی با نیروی الکتریکی همسو است ( $\vec{E}$  رو به پایین و  $\vec{E} = -500 \hat{j}$ ).

## تست و پاسخ ۵۱

در شکل زیر، طول سیم مستقیم ۴ m و جریان الکتریکی عبوری از آن ۵ A است. راستای این سیم با سطح زمین زاویه  $37^\circ$  می سازد. اگر اندازه میدان مغناطیسی زمین در محل این سیم  $0.4 \text{ G}$  و جهت آن از جنوب به شمال باشد، نیروی مغناطیسی وارد بر این سیم چند نیوتون

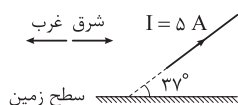
است و با سطح زمین زاویه چند درجه می سازد؟ ( $\sin 37^\circ = 0.6$ )

$$(1) \quad 37^\circ, 4/8 \times 10^{-4}$$

$$(2) \quad 37^\circ, 8 \times 10^{-4}$$

$$(3) \quad 53^\circ, 4/8 \times 10^{-4}$$

$$(4) \quad 53^\circ, 8 \times 10^{-4}$$



یعنی به صورت درون سو ( $\otimes$ )

$$B = 0.4 \times 10^{-4} \text{ T}$$

## پاسخ: گزینه ۴

**درس نامه** •• بزرگی نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان از رابطه زیر محاسبه می شود:

اندازه میدان مغناطیسی (T) جریان الکتریکی (A)

زاویه بین  $\vec{B}$  و راستای سیم (I)  $\rightarrow F = ILB \sin \theta \leftarrow$  بزرگی نیروی مغناطیسی (N)

طول سیم (m)

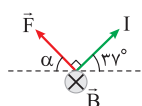
جهت این نیرو طبق قاعده دست راست به دست می آید. به طوری که اگر چهار انگشت دست راست را طوری در جهت جریان (I) قرار دهیم که میدان مغناطیسی ( $\vec{B}$ ) از کف دست خارج شود، انگشت شست جهت نیروی مغناطیسی ( $\vec{F}$ ) را نشان می دهد.

**نکته** بردار نیروی مغناطیسی ( $\vec{F}$ ) همواره بر  $\vec{B}$  و امتداد I عمود است.

**پاسخ تشریحی** طبق رابطه  $F = ILB \sin \theta$ ، بزرگی نیروی مغناطیسی را حساب می کنیم. *هواست باشه گول زاویه  $37^\circ$  رو نفوری! میدان مغناطیسی به سمت شماله یعنی  $\otimes$ ، پس زاویه بین I و  $\vec{B}$ ،  $90^\circ$  دره هست!*

$$F = ILB \sin \theta \xrightarrow{\substack{I=5\text{ A}, L=4\text{ m} \\ B=0.4\text{ G}=0.4 \times 10^{-4}\text{ T}, \theta=90^\circ}} F = 5 \times 4 \times 0.4 \times 10^{-4} \times \underbrace{\sin 90^\circ}_1 = 8 \times 10^{-4} \text{ N}$$

حالا طبق قاعده دست راست، جهت نیروی مغناطیسی و زاویه ای که با سطح زمین می سازد را به دست می آوریم:



$$\alpha + 90^\circ + 37^\circ = 180^\circ \Rightarrow \alpha = 53^\circ$$

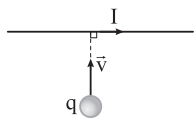
**حواستون باشه** زاویه ای که شکل این سؤال داده است ممکن است شما را به اشتباه بیندازد. دقت کنید.

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



## تست و پاسخ ۵۲

در شکل زیر، ذره‌ای با بار الکتریکی  $q = 2 \mu\text{C}$ ، با تندی  $300 \text{ m/s}$ ، عمود بر سیم حامل جریان  $I$  پرتاب می‌شود. اگر اندازه میدان مغناطیسی حاصل از سیم در محل پرتاب این ذره برابر با  $0.5 \text{ T}$  باشد، بلافاصله پس از پرتاب ذره، نیروی مغناطیسی وارد بر سیم از طرف ذره، چند میکرونیوتون و در چه جهتی است؟



واکنش نیرویی که سیم بر ذره وارد می‌کند.

- ۳ (۲)  
→ ۳۰ (۴)

- ← ۳ (۱)  
← ۳۰ (۳)

## پاسخ: گزینه ۴

**مشاوره** این یکی دیگه هدیده و تا حالا این مدلی سؤال ندادن، ولی فیلی راحت با دوستن قانون سوم نیوتون می‌تونن از پیش بریای!

## درس نامه

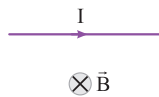
بزرگی نیروی مغناطیسی وارد بر ذره باردار متحرک، از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$F = |q| v B \sin \theta$$

اندازه میدان مغناطیسی (T) مقدار بار ذره (C)  
زاویه بین  $\vec{v}$  و  $\vec{B}$  → بزرگی نیروی مغناطیسی (N)  
سرعت ذره (m/s)

جهت این نیرو طبق قاعده دست راست تعیین می‌شود. به طوری که برای بار الکتریکی مثبت اگر چهار انگشت دست راست را در جهت  $\vec{v}$  طوری قرار دهیم که  $\vec{B}$  از کف دست خارج شود، انگشت شست جهت نیروی مغناطیسی ( $\vec{F}$ ) را نشان می‌دهد. از طرفی برای بار الکتریکی منفی، جهت نیروی به دست آمده را برعکس می‌کنیم.

**پاسخ تشریحی** گام اول: جهت میدان مغناطیسی ناشی از سیم را در محل ذره باردار طبق قاعده دست راست به دست می‌آوریم:



گام دوم: بزرگی نیروی مغناطیسی وارد بر ذره باردار را حساب می‌کنیم و جهت آن را طبق قاعده دست راست به دست می‌آوریم:

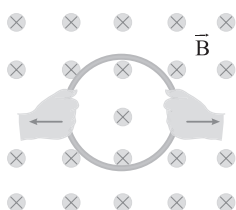
$$F = |q| v B \sin \theta \quad \frac{|q|=2 \mu\text{C}=2 \times 10^{-6} \text{ C}}{v=300 \text{ m/s}, B=0.5 \text{ T}, \theta=90^\circ} \rightarrow F = 2 \times 10^{-6} \times 300 \times 0.5 \times \sin 90^\circ = 300 \times 10^{-6} \text{ N}$$

$$\vec{F} = 300 \mu\text{N} \rightarrow F = 30 \mu\text{N}$$

گام سوم: طبق قانون سوم نیوتون، نیرویی که ذره بر سیم وارد می‌کند، هم‌اندازه با نیرویی است که سیم بر ذره وارد می‌کند و در خلاف جهت آن است؛ بنابراین بزرگی این نیرو  $30 \mu\text{N}$  و جهت آن به سمت راست ( $\rightarrow$ ) است.

## تست و پاسخ ۵۳

در شکل مقابل، پیچۀ منعطف دایره‌ای شکل در یک میدان مغناطیسی یکنواخت درون سو قرار دارد. اگر مطابق شکل مقابل، با کشیدن دو انتهای یکی از قطرهای پیچۀ، مساحت آن را تغییر دهیم، جهت جریان القایی در پیچۀ و جهت میدان مغناطیسی القایی حاصل از پیچۀ در داخل آن، به ترتیب، کدام است؟



مساحت کوچک می‌شود.

- ⊙ ساعتگرد، (۲)  
⊗ ساعتگرد، (۴)

- ⊗ پادساعتگرد، (۱)  
⊙ پادساعتگرد، (۳)

## پاسخ: گزینه ۴



# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

**مشاوره** این سوال به پالاش نر۳ برای یادگیری قانون لنز، آله نتونستی جواب بدی هتماً این مبحث رو دوباره بفون، فواست به درس نامه پایین هم باشه.

**درس نامه** •• طبق قانون لنز می توانیم بگوییم:

با تغییر شار مغناطیسی گذرنده از یک حلقه، جریان القایی در آن ایجاد می شود و این جریان القایی به گونه ای است که میدان مغناطیسی ناشی از آن با کم و زیاد شدن شار مغناطیسی مخالفت کند؛ یعنی اگر شار مغناطیسی کم شود (کم شدن مساحت حلقه (A) یا مقدار میدان (B) یا  $\cos \theta$ )، میدان مغناطیسی ناشی از جریان القایی با میدان مغناطیسی اصلی همسو خواهد شد، اما اگر شار مغناطیسی زیاد شود (زیاد شدن مساحت حلقه (A) یا مقدار میدان (B) یا  $\cos \theta$ )، میدان مغناطیسی ناشی از جریان القایی، در خلاف جهت میدان مغناطیسی اصلی خواهد بود.

**پاسخ تشریحی** طبق درس نامه بالا، با کشیدن پیچه، مساحت آن و در نتیجه شار مغناطیسی گذرنده از پیچه کم می شود، پس طبق قانون لنز، جریان القایی باید به گونه ای باشد که جهت میدان مغناطیسی ناشی از آن هم جهت با میدان مغناطیسی اصلی یعنی درون سو  $\otimes$  باشد. (رد ۲ و ۳)

از طرفی طبق قاعده دست راست برای پیچه، با توجه به این که میدان القایی  $\otimes$  است، جریان القایی در پیچه باید به صورت ساعتگرد باشد. به شکل زیر توجه کنید:

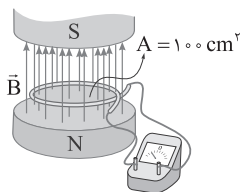


بنابراین ۴ صحیح است.

## تست و پاسخ ۵۴

میدان مغناطیسی بین قطب های آهنربای الکتریکی شکل زیر که بر سطح حلقه عمود است، با زمان تغییر می کند و در مدت  $2/0$  s از  $6/0$  T، رو به بالا، به  $4/0$  T، رو به پایین می رسد. اگر مقاومت الکتریکی حلقه  $5 \Omega$  باشد، جریان الکتریکی القایی متوسط در حلقه در این مدت، چند میلی آمپر است؟

جهت میدان تغییر کرده



۲ (۱)

۴ (۲)

۵ (۳)

۱۰ (۴)

**پاسخ: گزینه ۲**

**درس نامه** ••

طبق قانون القای الکترومغناطیسی فاراده و قانون اهم، برای محاسبه مقدار جریان القایی متوسط در اثر تغییر میدان مغناطیسی داریم:

$$|I_{av}| = \frac{N}{R} \frac{\Delta \phi}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta \phi = A \cdot \Delta B \cdot \cos \theta} |I_{av}| = \frac{N}{R} A \cos \theta \cdot \frac{|\Delta B|}{\Delta t}$$

زاویه بین  $\vec{B}$  و  $\vec{B}$  و نیم خط عمود بر سطح تعداد حلقه جریان القایی متوسط (A)  $\Delta B$  (T/s) آهنگ تغییر میدان مغناطیسی  $A$  (m<sup>2</sup>) مساحت  $R$  (Ω) مقاومت

**پاسخ تشریحی** طبق درس نامه بالا، مقدار جریان القایی متوسط را حساب می کنیم:

$$|I_{av}| = \frac{N}{R} A \cos \theta \cdot \frac{|\Delta B|}{\Delta t} \xrightarrow{N=1, R=5 \Omega, A=100 \text{ cm}^2 = 10^{-2} \text{ m}^2, \cos \theta = 1, |\Delta B| = |B_f - B_i| = |-0.4 - 0.6| = 1 \text{ T}, \Delta t = 0.2 \text{ s}} |I_{av}| = \frac{1}{5} \times 10^{-2} \times 1 \times \frac{1}{0.2} = 0.01 \text{ A}$$

$$\xrightarrow{1 \text{ A} = 10^3 \text{ mA}} |I_{av}| = 0.01 \times 10^3 \text{ mA} = 10 \text{ mA}$$

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



## تست و پاسخ ۵۵

در هر یک از شکل‌های زیر، یک حلقهٔ رسانا در نزدیکی یک سیم بلند حامل جریان  $I$  قرار دارد. در کدام یک از این شکل‌ها، جهت جریان القایی در حلقه ( $I'$ )، به درستی نشان داده شده است؟



(پ)

(۴) الف، ب و پ



(ب)

(۳) ب و پ



(الف)

(۲) الف و پ

(۱) الف و ب

## پاسخ: گزینهٔ ۱

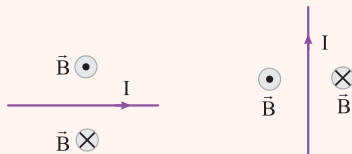
**مشاوره** قانون لنز، یکی از مطالب مهم در القای الکترومغناطیسی است و سؤال‌های مربوط به آن در کنکورهای اخیر بارها دیده شده‌اند. یک نمونهٔ آن در کنکور تجربی ۱۴۰۲ است که شباهت زیادی با این تست دارد.

**خودت حل کنی بهتره** ابتدا تعیین کنید که شار مغناطیسی عبوری از هر حلقه، در حال کاهش است یا افزایش، سپس با استفاده از قانون لنز جهت جریان القایی در آن حلقه را مشخص کنید.

## درس نامه

(۱) جهت میدان مغناطیسی حاصل از جریان الکتریکی در اطراف یک سیم مستقیم و بلند، با استفاده از قاعدهٔ دست راست تعیین می‌گردد. اگر سیم را در دست راست خود بگیریم به گونه‌ای که انگشت شست دست راست، در جهت جریان باشد، جهت بسته‌شدن چهار انگشت دیگر، سوی میدان مغناطیسی در اطراف آن را نشان می‌دهد.

مثال:



اگر جریان در حال افزایش باشد، میدان مغناطیسی ناشی از آن نیز افزایش می‌یابد؛ هم‌چنین اگر جریان در حال کاهش باشد، میدان مغناطیسی ناشی از آن نیز کاهش می‌یابد.

(۲) شار مغناطیسی عبوری از یک حلقه از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\phi = AB \cos \theta$$

↑  
مساحت سطح حلقه ( $m^2$ )  
↓  
زاویهٔ بین بردار میدان مغناطیسی و نیم خط عمود بر سطح حلقه →  
← شار مغناطیسی (Wb)  
↓  
اندازهٔ میدان مغناطیسی (T)

با توجه به رابطهٔ فوق اگر میدان مغناطیسی در حال افزایش باشد، شار مغناطیسی نیز افزایش می‌یابد و اگر میدان مغناطیسی در حال کاهش باشد، شار مغناطیسی نیز کاهش می‌یابد.

(۳) **قانون لنز:** جریان حاصل از نیروی محرکهٔ القایی در یک مدار یا پیچ، در جهتی است که آثار مغناطیسی ناشی از آن، با عامل به‌وجودآورندهٔ جریان القایی یعنی تغییر شار مغناطیسی مخالفت می‌کند. از قانون لنز برای تعیین جهت جریان القایی استفاده می‌شود.



# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

الف) وقتی شار افزایشی است:

میدان القایی (ثانویه) در جهت مخالف میدان اصلی (اولیه) است تا از این راه با افزایش شار مخالفت کند:



ب) وقتی شار کاهشی است:

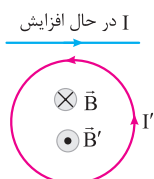
میدان القایی (ثانویه) هم جهت با میدان اصلی (اولیه) است تا از این راه با کاهش شار مخالفت کند.



**پاسخ تشریحی گام اول:** در هر یک از شکل‌های داده شده، جهت میدان مغناطیسی حاصل از سیم مستقیم را در داخل حلقه مجاور آن

تعیین می‌کنیم، سپس با توجه به چگونگی تغییر جریان در سیم مستقیم یا حرکت حلقه، مشخص می‌کنیم که شار مغناطیسی عبوری از حلقه در حال افزایش است یا کاهش. در پایان با توجه به قانون لنز، جهت جریان القایی حلقه را در مورد هر شکل تعیین می‌کنیم.

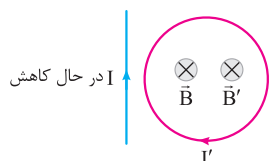
**گام دوم:** بررسی شکل «الف»:



میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  ناشی از سیم مستقیم، در داخل حلقه، درون سو و در حال افزایش است.

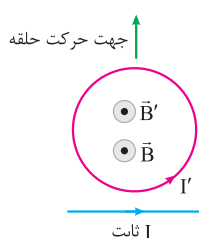
شار مغناطیسی ناشی از آن نیز افزایشی بوده و میدان القایی  $\vec{B}'$  طبق قانون لنز، برون سو خواهد بود. با توجه به قاعده دست راست، جریان القایی حاصل از آن ( $I'$ ) پادساعتگرد بوده و شکل «الف» درست است.

**گام سوم:** بررسی شکل «ب»:



میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  ناشی از سیم مستقیم، در داخل حلقه، درون سو و در حال کاهش است. شار مغناطیسی ناشی از آن نیز کاهشی بوده و میدان القایی  $\vec{B}'$  طبق قانون لنز، درون سو خواهد بود. با توجه به قاعده دست راست، جریان القایی حاصل از آن ( $I'$ ) ساعتگرد بوده و شکل «ب» درست است.

**گام چهارم:** بررسی شکل «پ»:



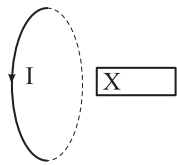
میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  ناشی از سیم مستقیم، در داخل حلقه، برون سو است و با توجه به دور شدن حلقه از سیم، این میدان  $\vec{B}$  در حال کاهش است، پس شار مغناطیسی حاصل از آن نیز کاهشی بوده و میدان القایی  $\vec{B}'$  طبق قانون لنز، برون سو خواهد بود. با توجه به قاعده دست راست، جریان القایی حاصل از آن ( $I'$ ) پادساعتگرد بوده و شکل «پ» نادرست است.

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



## تست و پاسخ ۵۶

در شکل زیر، آهنربای میله‌ای در راستای محور حلقهٔ رسانا حرکت کرده و در حلقه جریان  $I$  را در جهت نشان داده شده، القا می‌کند. قطب  $X$  آهنربا و جهت حرکت آهنربا، مطابق کدام یک از وضعیت‌های جدول زیر می‌تواند باشد؟

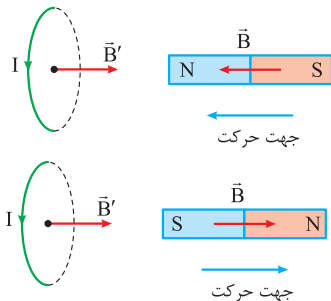
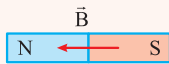


وضعیت	قطب	جهت حرکت
الف	N	→
ب	N	←
پ	S	→
ت	S	←

- (۱) الف و پ  
(۲) ب و ت  
(۳) الف و ت  
(۴) ب و پ

## پاسخ: گزینه ۴

**درس نامه** ●● میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  درون یک آهنربای میله‌ای از قطب S به طرف قطب N است.



**پاسخ تشریحی** با توجه به جهت جریان القایی نشان داده شده در حلقه، میدان مغناطیسی القایی  $\vec{B}'$  در مرکز حلقه، به طرف راست است؛ بنابراین در شکل داده شده، میدان مغناطیسی و شار مغناطیسی حاصل از آهنربای میله‌ای یا باید افزایشی و به طرف چپ باشد یا باید کاهش‌ی و به طرف راست باشد تا طبق قانون لنز، میدان القایی  $\vec{B}'$  با تغییر آن مخالفت کند؛ بنابراین موارد «ب» و «پ» درست هستند.

## تست و پاسخ ۵۷

سیملوله‌ای آرمانی و بدون هسته دارای ۲۰۰ حلقه و مساحت مقطع آن  $5 \text{ cm}^2$  است. اگر ضریب القاوری این سیملوله  $2 \text{ mH}$  و انرژی ذخیره شده در آن  $64 \text{ mJ}$  باشد، اندازهٔ میدان مغناطیسی داخل آن چند تسلا است؟

- (۱)  $0.08$  (۲)  $0.16$  (۳)  $0.32$  (۴)  $0.64$

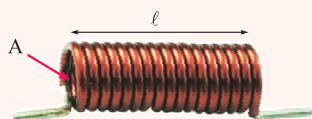
## پاسخ: گزینه ۲

**خودت حل کنی بهتره** ابتدا با استفاده از انرژی ذخیره شده درون سیملوله، جریان الکتریکی را به دست آورید، سپس رابطهٔ میدان مغناطیسی درون سیملوله را با رابطهٔ ضریب القاوری سیملولهٔ آرمانی و بدون هسته، ترکیب کنید و B را به دست آورید.

## درس نامه ●●

(۱) **ضریب القاوری**: هر القاگر دارای یک ضریب القاوری است که به ویژگی‌های فیزیکی آن همچون تعداد دور، طول، سطح مقطع و جنس هسته‌ای که در داخل آن قرار می‌گیرد، بستگی دارد.

ضریب القاوری سیملوله‌ای آرمانی و بدون هسته که دارای حلقه‌های نزدیک به هم است، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:



$$L = \mu_0 \frac{AN^2}{l}$$

$$L = \text{ضریب القاوری (H)}$$

$$\mu_0 = \text{تراوایی مغناطیسی خلأ} \left( \frac{\text{T.m}}{\text{A}} \right)$$

$$A = \text{مساحت هر حلقه (m}^2\text{)}$$

$$N = \text{تعداد حلقه‌ها}$$

$$l = \text{طول سیملوله (m)}$$



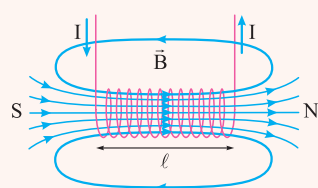
# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

۲) انرژی ذخیره شده در القاگر: وقتی جریانی در القاگر برقرار شود، مولد به القاگر انرژی می‌دهد. بخشی از این انرژی در میدان مغناطیسی القاگر ذخیره می‌شود که از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$U = \frac{1}{2} LI^2$$

$$U = \text{انرژی ذخیره شده در القاگر (J)} \quad L = \text{ضریب القاوری (H)} \quad I = \text{جریان عبوری از القاگر (A)}$$



۳) میدان مغناطیسی درون سیملوله حامل جریان: میدان مغناطیسی داخل یک سیملوله آرمانی و دور از لبه‌های آن، یکنواخت بوده و اندازه آن از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{l}$$

$$B = \text{اندازه میدان مغناطیسی (T)} \quad \mu_0 = \text{تراوایی مغناطیسی خلأ} \left( \frac{T \cdot m}{A} \right)$$

$$N = \text{تعداد حلقه‌ها} \quad I = \text{جریان الکتریکی (A)} \quad l = \text{طول سیملوله (m)}$$

**پاسخ تشریحی** گام اول: با استفاده از رابطه انرژی ذخیره شده در القاگر، جریانی عبوری از آن را حساب می‌کنیم:

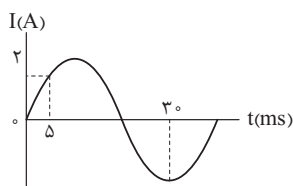
$$U = \frac{1}{2} LI^2 \quad \frac{U = 64 \text{ mJ} = 64 \times 10^{-3} \text{ J}}{L = 2 \text{ mH} = 2 \times 10^{-3} \text{ H}} \rightarrow 64 \times 10^{-3} = \frac{1}{2} \times 2 \times 10^{-3} I^2 \Rightarrow 64 = I^2 \Rightarrow I = 8 \text{ A}$$

گام دوم: رابطه میدان مغناطیسی درون سیملوله را بر رابطه ضریب القاوری تقسیم می‌کنیم و از آنجا اندازه میدان مغناطیسی را به دست می‌آوریم:

$$\frac{B}{L} = \frac{\frac{\mu_0 NI}{l}}{\frac{\mu_0 \frac{AN^2}{l}}{L}} \Rightarrow \frac{B}{L} = \frac{I}{AN} \Rightarrow B = \frac{LI}{AN} \quad \frac{L = 2 \text{ mH} = 2 \times 10^{-3} \text{ H}, I = 8 \text{ A}}{A = 5 \text{ cm}^2 = 5 \times 10^{-4} \text{ m}^2, N = 200} \rightarrow B = \frac{2 \times 10^{-3} \times 8}{5 \times 10^{-4} \times 200} = \frac{16 \times 10^{-3}}{10^{-1}} = 0.16 \text{ T}$$

## تست و پاسخ ۵۸

نمودار جریان الکتریکی - زمان یک مولد جریانی متناوب به شکل زیر است. معادله جریانی الکتریکی - زمان این مولد، در SI کدام است؟



$$I = 4 \sin 100\pi t \quad (1)$$

$$I = 2\sqrt{2} \sin 100\pi t \quad (2)$$

$$I = 4 \sin 50\pi t \quad (3)$$

$$I = 2\sqrt{2} \sin 50\pi t \quad (4)$$

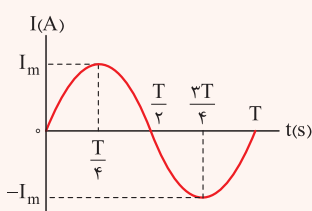
## پاسخ: گزینه ۴

**خودت حل کنی بهتره** ابتدا دوره حرکت را به دست آورید، سپس با جای‌گذاری مقادیر ۲ A و ۵ ms در معادله جریانی متناوب، مقدار  $I_m$

را حساب کنید.

**درس نامه** جریانی متناوب سینوسی: جریانی است که اندازه و علامت آن به صورت یک تابع سینوسی بر حسب زمان تغییر می‌کند.

نمودار و معادله این جریانی به صورت زیر است:



$$\text{زمان (s)} \rightarrow I = I_m \sin \frac{2\pi}{T} t \leftarrow \text{جریان الکتریکی (A)}$$

$$\text{دوره (s)} \downarrow \text{جریان الکتریکی بیشینه (A)}$$

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



**نکته** دوره (T) زمان چرخش یک دور کامل پیچه، درون میدان مغناطیسی یا زمان یک دور چرخش کامل آهنربا درون پیچه است.

**پاسخ تشریحی** گام اول: با استفاده از نمودار داده شده، دوره تناوب را به دست می آوریم:

$$\frac{3}{4}T = 30 \text{ ms} \Rightarrow T = 40 \text{ ms} = 40 \times 10^{-3} \text{ s} = 4 \times 10^{-2} \text{ s}$$

گام دوم: مقادیر  $I = 2 \text{ A}$  و  $t = 5 \text{ ms}$  را در معادله جریان متناوب قرار می دهیم تا بیشینه جریان ( $I_m$ ) به دست آید:

$$I = I_m \sin \frac{2\pi}{T} t \xrightarrow[t=5\text{ms}=5 \times 10^{-3}\text{s}]{I=2\text{A}, T=4 \times 10^{-2}\text{s}} 2 = I_m \sin \frac{2\pi}{4 \times 10^{-2}} \times 5 \times 10^{-3}$$

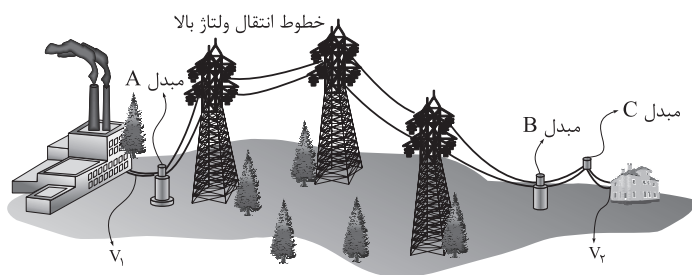
$$\Rightarrow 2 = I_m \sin \frac{\pi}{4} \Rightarrow 2 = I_m \times \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow I_m = 2\sqrt{2} \text{ A}$$

گام سوم: اکنون می توانیم معادله این جریان متناوب را بنویسیم:

$$I = I_m \sin \frac{2\pi}{T} t \xrightarrow[T=4 \times 10^{-2}\text{s}]{I_m=2\sqrt{2}\text{A}} I = 2\sqrt{2} \sin \frac{2\pi}{4 \times 10^{-2}} t \Rightarrow I = 2\sqrt{2} \sin 50\pi t$$

## تست و پاسخ ۵۹

شکل زیر خط های انتقال توان الکتریکی از یک نیروگاه تا محل مصرف را نشان می دهد. برای این انتقال توان از مبدل افزایش دهنده A و مبدل های کاهش دهنده B و C استفاده شده است. تعداد دور ثانویه به تعداد دور اولیه هر یک از این مبدل ها ( $\frac{N_2}{N_1}$ )، به ترتیب  $K_A$ ،  $K_B$  و  $K_C$  است. اگر ولتاژ در ابتدا و انتهای این خط انتقال به ترتیب  $V_1$  و  $V_2$  باشد، حاصل  $\frac{V_2}{V_1}$  کدام است؟



$$K_A \cdot K_B \cdot K_C \quad (1)$$

$$\frac{K_A}{K_B \cdot K_C} \quad (2)$$

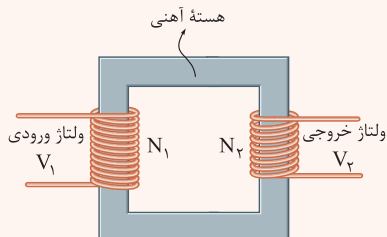
$$\frac{1}{K_A \cdot K_B \cdot K_C} \quad (3)$$

$$\frac{K_B \cdot K_C}{K_A} \quad (4)$$

**پاسخ: گزینه ۱**

## درس نامه

مبدل (ترانسفورماتور) وسیله ای است که ولتاژ را به مقدار مورد نیاز تغییر می دهد. هر مبدل شامل دو پیچه با تعداد دورهای متفاوت است که به دور یک هسته آهنی (فرومغناطیسی نرم) پیچیده شده و پیچه ها نسبت به هسته، عایق بندی شده اند. مبدل با جریان متناوب کار می کند. در یک مبدل آرمانی (بدون اتلاف انرژی) می توان نوشت:



$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1}$$

$$V_2 = \text{ولتاژ خروجی یا ثانویه}$$

$$V_1 = \text{ولتاژ ورودی یا اولیه}$$

$$N_2 = \text{تعداد دورهای خروجی یا ثانویه}$$

$$N_1 = \text{تعداد دورهای ورودی یا اولیه}$$

**پاسخ تشریحی** مبدل A ولتاژ  $V_1$  را به  $V_A$  می رساند.

$$\frac{V_A}{V_1} = \frac{N_A}{N_1} = K_A$$





# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

$$\frac{V_B}{V_A} = \frac{N_B}{N_A} = K_B$$

مبدل B ولتاژ  $V_A$  را به  $V_B$  می‌رساند.

$$\frac{V_Y}{V_B} = \frac{N_Y}{N_B} = K_C$$

مبدل C ولتاژ  $V_B$  را به  $V_Y$  می‌رساند.

$$\frac{V_A}{V_Y} \times \frac{V_B}{V_A} \times \frac{V_Y}{V_B} = K_A \times K_B \times K_C \Rightarrow \frac{V_Y}{V_A} = K_A \times K_B \times K_C$$

بنابراین می‌توان نوشت:

بنابراین  $\boxed{1}$  درست است.

## تست و پاسخ ۶۰

در محیطی، بردار میدان مغناطیسی در SI به صورت  $\vec{B} = 0/6\vec{i} + 0/8\vec{j}$  است. در این محیط سطح قاب مربع شکل رسانایی به مقاومت الکتریکی  $20\ \Omega$  و ضلع  $20\ \text{cm}$  عمود بر محور  $y$  قرار دارد. اگر در مدت  $\Delta t$ ، اندازه میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  به صفر برسد، در این مدت چند الکترون، از هر مقطع قاب عبور می‌کند؟ ( $e = 1/6 \times 10^{-19}\ \text{C}$ ) ← مؤلفه  $0/6\vec{i}$  از میدان مغناطیسی، در شار مغناطیسی تأثیری ندارد.

$$1/25 \times 10^{17} \quad (4)$$

$$1/25 \times 10^{16} \quad (3)$$

$$10^{17} \quad (2)$$

$$10^{16} \quad (1)$$

## پاسخ: گزینه ۱

**درس نامه** •• قانون القای الکترومغناطیسی فاراده: هرگاه شار مغناطیسی ای که از مدار بسته‌ای می‌گذرد تغییر کند، نیروی محرکه‌ای در آن القا می‌شود که بزرگی آن با آهنگ تغییر شار مغناطیسی متناسب است.

$$\varepsilon_{av} = -N \frac{\Delta\phi}{\Delta t}$$

$$\varepsilon_{av} = \text{نیروی محرکه القایی متوسط (V)} \quad N = \text{تعداد دورها یا حلقه‌های مدار}$$

$$I_{av} = \frac{\varepsilon_{av}}{R}$$

$$\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = \text{آهنگ تغییر شار مغناطیسی (Wb/s)}$$

$$I_{av} = \text{جریان القایی متوسط (A)} \quad R = \text{مقاومت الکتریکی مدار (}\Omega\text{)}$$

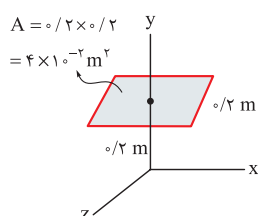
بنابراین می‌توان نوشت:

$$I_{av} \times R = -N \frac{\Delta\phi}{\Delta t} \Rightarrow I_{av} \Delta t = \frac{-N \Delta\phi}{R}$$

$$\frac{I_{av} \Delta t = \Delta q = ne}{\rightarrow} \quad ne = \frac{-N \Delta\phi}{R} \Rightarrow n = -\frac{N \Delta\phi}{eR}$$

$$\frac{\Delta\phi = A(B_y - B_x) \cos\theta}{\rightarrow} \quad n = \frac{-NA(B_y - B_x) \cos\theta}{eR}$$

$$n = \text{تعداد الکترون} \quad e = \text{اندازه بار الکتریکی هر الکترون} = 1/6 \times 10^{-19}\ \text{C}$$



**پاسخ تشریحی** سطح قاب بر محور  $y$  عمود است، بنابراین مؤلفه‌ای از میدان مغناطیسی که در راستای محور  $x$  است، نقشی در تعیین شار مغناطیسی ندارد، یعنی  $\vec{B}_1 = 0/8\vec{j}$  است.

در حالت دوم نیز  $B_y = 0$  می‌شود.

بنابراین با توجه به رابطه به دست آمده در درس نامه می‌توان نوشت:

$$n = \frac{-NA(B_y - B_x) \cos\theta}{eR} \xrightarrow{\substack{N=1, A=4 \times 10^{-2}\ \text{m}^2, B_y=0, B_x=0/8\ \text{T} \\ \theta=0 \Rightarrow \cos\theta=1, e=1/6 \times 10^{-19}\ \text{C}, R=20\ \Omega}} n = -\frac{1 \times 4 \times 10^{-2} (0 - 0/8) \times 1}{1/6 \times 10^{-19} \times 20}$$

$$= \frac{3/2 \times 10^{-2}}{3/2 \times 10^{-18}} = 10^{16}$$

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



شیمی (۲): صفحه‌های ۶۵ تا ۱۲۳

## تست و پاسخ ۶۱

با توجه به واکنش‌های زیر، آنتالپی پیوند  $O-O$  چند کیلوژول بر مول است؟

۷۸۰ (۴)

۴۹۵ (۳)

۱۶۴ (۲)

۱۴۶ (۱)

## پاسخ: گزینه ۱

**پاسخ تشریحی** آنتالپی واکنش اول برابر با  $926 \text{ kJ}$  می‌باشد؛ از آن جا که در سمت راست معادله واکنش هیچ پیوندی وجود ندارد، بنابراین مجموع آنتالپی پیوند فراورده‌ها برابر صفر است و آنتالپی واکنش، معادل با دو برابر آنتالپی پیوند  $O-H$  می‌باشد:

$$[\text{مجموع آنتالپی پیوند فراورده‌ها}] - [\text{مجموع آنتالپی پیوند واکنش دهنده‌ها}] = \Delta H_{\text{واکنش}}$$

$$\Delta H_{\text{واکنش اول}} = 2\Delta H(O-H) = 926 \text{ kJ}$$

حال با داشتن مقدار  $2\Delta H(O-H)$ ، می‌توانیم آنتالپی پیوند  $O-O$  را در معادله واکنش دوم به دست آوریم:

$$\Delta H_{\text{واکنش دوم}} = [\Delta H(O-O) + 2\Delta H(O-H)] - 0 \Rightarrow 1072 = [\Delta H(O-O) + 926]$$

$$\Rightarrow \Delta H(O-O) = 146 \text{ kJ.mol}^{-1}$$

## تست و پاسخ ۶۲

چند مورد از مطالب زیر، درباره پلی‌استیرن درست است؟ ( $H = 1, C = 12 \text{ g.mol}^{-1}$ )• نسبت شمار پیوندهای دوگانه به تعداد اتم‌های کربن در مونومر سازنده آن برابر با  $\frac{1}{4}$  است.

• ترکیبی سیر شده به شمار می‌آید.

• در هر واحد تکرار شونده آن ۸ اتم هیدروژن حضور دارد.

• جرم مولی مونومر آن به تقریب  $2/5$  برابر جرم مولی مونومر پلی‌پروپن است.

۲ (۲)

۱ (۱)

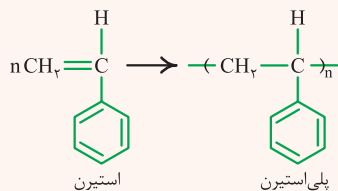
۴ (۴)

۳ (۳)

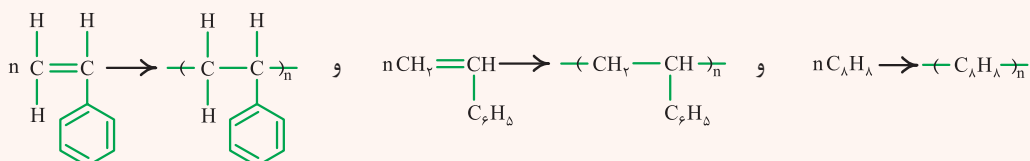
## پاسخ: گزینه ۳

## درس نامه •• پلی‌استیرن

پلیمر پلی‌استیرن طی واکنش زیر، از مونومرهای استیرن به دست می‌آید.



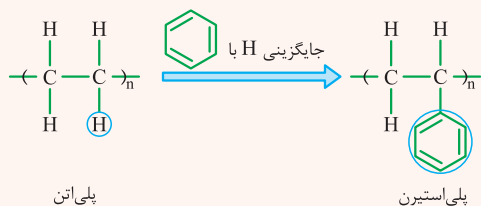
توجه این واکنش را می‌توان به این صورت‌ها هم نشان داد:



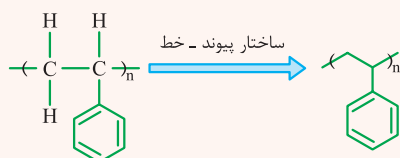


# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی



آگه دقت کرده باشین! ساختار پلی استیرن شبیه پلی اتن است با این تفاوت که گروه  $\text{C}_6\text{H}_5$  به جای  $\text{H}$  به صورت یک در میان، به اتم‌های کربن زنجیر پلیمری، متصل است.



**توجه** ساختار پلی استیرن را می‌توان به صورت پیوند - خط هم نشان داد:

فب! حالا دانستن نکته‌های زیر در مورد پلیمر پلی استیرن و واکنش تهیه آن، بر شما واجب است!

(۱) این پلیمر، جزء پلیمرهای ساختگی است و جرم مولی آن دقیقاً برابر با مجموع جرم مولی مونومرهای سازنده آن می‌باشد.

(۲) پلی استیرن همانند پلی اتن و پلی پروپن جزء هیدروکربن‌ها به شمار می‌آید.

(۳) پلی استیرن به عنوان پلاستیک در صنعت بسته‌بندی مواد غذایی از جمله ظروف یکبار مصرف به کار می‌رود.



(۴) پلی استیرن به حالت جامد است. در این واکنش،  $n$  مولکول استیرن به یک درشت‌مولکول جامد پلی استیرن تبدیل می‌شود.

(۵) در ساختار مونومر سازنده یعنی استیرن، چهار پیوند دوگانه کربن - کربن وجود دارد که سه‌تاش مربوط به حلقه بنزن است، اما در ساختار پلی استیرن، پیوند دوگانه کربن - کربن در خارج از حلقه منهدم شده! و فقط همان سه پیوند دوگانه موجود در حلقه می‌ماند و بس! پس هواستون باشه پلی استیرن همانند مونومر سازنده آن، سیر نشده است.

**پاسخ تشریحی** به جز مورد دوم، سایر موارد درست است.

بررسی موارد:

● پلی استیرن از مونومرهای استیرن به دست می‌آید. استیرن ۸ اتم کربن و ۴ پیوند دوگانه دارد؛ در نتیجه نسبت تعداد پیوند دوگانه به تعداد اتم کربن آن برابر  $\frac{4}{8}$  یا همان  $\frac{1}{2}$  است.

● در پلیمر پلی استیرن، حلقه بنزن وجود دارد که هر حلقه ۳ پیوند دوگانه دارد؛ پس ترکیبی سیر نشده است.

● هر واحد تکرار شونده پلی استیرن  $(\text{C}_8\text{H}_8)_n$ ، دارای ۸ اتم هیدروژن است.

● پلی پروپن از مونومرهای پروپن  $(\text{C}_3\text{H}_6)$  و پلی استیرن نیز از مونومرهای استیرن  $(\text{C}_8\text{H}_8)$  به دست می‌آید. نسبت جرم مولی استیرن به پروپن برابر است با:

$$\frac{\text{جرم مولی } \text{C}_8\text{H}_8}{\text{جرم مولی } \text{C}_3\text{H}_6} = \frac{(8 \times 12) + (8 \times 1)}{(3 \times 12) + (6 \times 1)} = \frac{104}{54} \approx 2/5$$

## تست و پاسخ ۶۳

کدام مطلب نادرست است؟

- (۱) واکنش سوختن قند آغشته به خاک باغچه سریع‌تر از سوختن قند است که این موضوع بیانگر اثر کاتالیزگر می‌باشد.
- (۲) فلزهای قلیایی در شرایط یکسان با آب سرد به شدت واکنش می‌دهند و سرعت این واکنش با تعداد لایه‌های الکترونی اشغال شده آن‌ها رابطه مستقیم دارد.
- (۳) محلول هیدروژن پراکسید در دمای اتاق به کندی تجزیه شده و گاز هیدروژن تولید می‌کند، در حالی که افزودن چند قطره از محلول پتاسیم یدید، سرعت واکنش را به طور چشمگیری افزایش می‌دهد.
- (۴) زمان پایان یافتن خروج گاز در اثر حل کردن قرص سوء هاضمه در مقدار یکسانی از آب گرم، کوتاه‌تر از آب سرد می‌باشد.

**پاسخ: گزینه ۲**

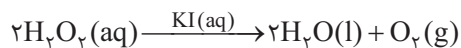
## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



## درس نامه •• عوامل مؤثر بر سرعت واکنش

عامل	توضیح	مثال
نوع مواد واکنش دهنده (واکنش پذیری)	با تغییر مواد واکنش دهنده و ماهیت آن‌ها، سرعت واکنش تغییر می‌کند.	<ul style="list-style-type: none"> <li>در شرایط یکسان، سرعت واکنش سدیم با آب با سرعت واکنش پتاسیم با آب متفاوت است.</li> <li>دمای لازم برای انجام واکنش هالوژن‌های مختلف با گاز هیدروژن متفاوت است.</li> </ul>
سطح تماس میان ذره‌های واکنش دهنده	هر چه سطح تماس میان ذره‌های واکنش دهنده بیشتر باشد، سرعت واکنش بیشتر است.	<ul style="list-style-type: none"> <li>قاووت زودتر از مغز خوراکی‌های تهیه شده از آن، فاسد می‌شود.</li> <li>شعله آتش، گرد آهن موجود در کپسول چینی را داغ و سرخ می‌کند. در حالی که پاشیدن و یخش کردن گرد آهن بر روی شعله، سبب سوختن آن می‌شود.</li> <li>تراشه‌های چوب سریع‌تر از تکه‌های چوب می‌سوزند.</li> <li>با خرد کردن و تقسیم یک زغال به قطعه‌های کوچک‌تر، سرعت واکنش سوختن زغال افزایش می‌یابد.</li> </ul>
دما	افزایش دما سرعت واکنش را زیاد می‌کند.	<ul style="list-style-type: none"> <li>برای نگهداری طولانی مدت فراورده‌های گوشتی و پروتئینی، آن‌ها را به حالت منجمد ذخیره می‌کنند.</li> <li>محلول بنفش رنگ پتاسیم پرمنگنات با یک اسید آلی در دمای اتاق به کندی واکنش می‌دهد، اما با گرم شدن، محلول به سرعت بی‌رنگ می‌شود.</li> </ul>
غلظت	در اغلب واکنش‌ها، با افزایش غلظت واکنش دهنده‌ها، سرعت واکنش افزایش می‌یابد.	<ul style="list-style-type: none"> <li>برای نگهداری سالم برخی خوراکی‌ها، آن‌ها را با خالی کردن هوای درون ظرف، بسته‌بندی می‌کنند.</li> <li>بیمارانی که مشکلات تنفسی دارند، در شرایط اضطراری نیاز به تنفس از کپسول گاز اکسیژن خالص دارند.</li> <li>الیاف آهن داغ و سرخ شده، در هوا نمی‌سوزد، در حالی که همان مقدار الیاف آهن داغ و سرخ شده، در یک ارلن پر از اکسیژن می‌سوزد.</li> </ul>
فشار یا حجم	تغییر فشار یا حجم، تنها روی سرعت واکنش‌هایی مؤثر است که حداقل یکی از مواد واکنش دهنده در آن، به حالت گاز باشد. در این حالت افزایش فشار باعث افزایش سرعت می‌شود.	<ul style="list-style-type: none"> <li>با افزایش فشار، سرعت واکنش <math>\text{NH}_3(\text{g}) + \text{HCl}(\text{g}) \rightarrow \text{NH}_4\text{Cl}(\text{s})</math> افزایش می‌یابد، در حالی که تغییر فشار، اثری بر سرعت واکنش زیر ندارد:</li> <li><math>\text{CaCO}_3(\text{s}) \rightarrow \text{CaO}(\text{s}) + \text{CO}_2(\text{g})</math></li> <li>کاهش حجم سامانه در واکنش گازی <math>2\text{SO}_2(\text{g}) + \text{O}_2(\text{g}) \rightarrow 2\text{SO}_3(\text{g})</math>، باعث افزایش غلظت گونه‌ها و در نتیجه افزایش سرعت واکنش می‌شود.</li> </ul>
کاتالیزگر	کاتالیزگر باعث افزایش سرعت واکنش می‌شود.	<ul style="list-style-type: none"> <li>واکنش سوختن قند آغشته به خاک باغچه، سریع‌تر انجام می‌شود.</li> <li>برخی افراد با مصرف کلم و حبوبات دچار نفخ می‌شوند.</li> <li>با اضافه کردن چند قطره محلول پتاسیم یدید به محلول هیدروژن پراکسید، سرعت تجزیه این محلول به طور قابل توجهی افزایش می‌یابد.</li> </ul>

**پاسخ تشریحی** هیدروژن پراکسید ( $\text{H}_2\text{O}_2$ ) در دمای اتاق مطابق واکنش زیر به کندی تجزیه شده و گاز اکسیژن تولید می‌کند (نه گاز هیدروژن!!)، در حالی که با اضافه کردن فقط و فقط! چند قطره از محلول پتاسیم یدید ( $\text{KI}(\text{aq})$ ) به عنوان کاتالیزگر، سرعت واکنش به طور قابل توجهی افزایش می‌یابد.



بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) قند آغشته به خاک باغچه به علت ترکیب‌های موجود در خاک که نقش کاتالیزگر را ایفا می‌کنند، سریع‌تر و آسان‌تر از قند می‌سوزد.

۲) فلزهای قلیایی، جزء واکنش پذیرترین عناصر گروه جدول تناوبی هستند که در شرایط یکسان با آب سرد به شدت واکنش می‌دهند. در گروه فلزهای قلیایی، از بالا به پایین به دلیل افزایش لایه‌های الکترونی و همچنین عدد اتمی و تعداد الکترون‌ها و در نتیجه افزایش شعاع اتمی، واکنش پذیری بیشتر می‌شود؛ پس واکنش پذیری فلزهای قلیایی با تعداد لایه‌های الکترونی اشغال شده آن‌ها رابطه مستقیم دارد.

$\text{Li} < \text{Na} < \text{K} < \text{Rb} < \text{Cs}$  : واکنش پذیری و سرعت واکنش با آب فلزات گروه اول (قلیایی)



# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

۴ با افزایش دما سرعت واکنش افزایش می‌یابد و در نتیجه زمان رسیدن به پایان واکنش کوتاه‌تر می‌شود. از این رو زمان حل شدن و پایان یافتن خروج گاز در اثر حل شدن قرص سوء هاضمه در آب گرم کوتاه‌تر از آب سرد می‌باشد.

## تست و پاسخ ۶۴

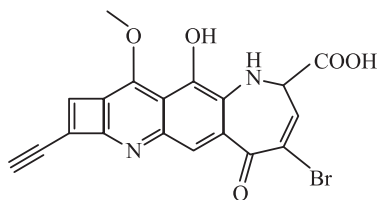
درباره ترکیبی با ساختار زیر، کدام موارد از مطالب داده شده درست است؟

(الف) شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی مولکول آن، سه برابر شمار گروه‌های CH است.

(ب) شمار اتم‌های کربن متصل به اتم نیتروژن از شمار اتم‌های کربن متصل به اتم اکسیژن، دو واحد کم‌تر است.

(پ) در ساختار آن، ۱۲ پیوند C—C و ۸ پیوند دوگانه وجود دارد.

(ت) توانایی واکنش با متیل آمین و استیک اسید را دارد.



(۴) ب - ت

(۳) الف - پ

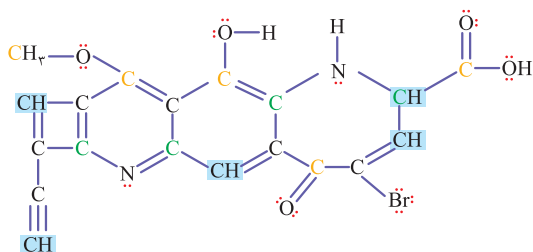
(۲) ب - پ

(۱) الف - ت

## پاسخ: گزینه ۱

موارد «الف» و «ت» درست است.

پاسخ تشریحی ساختار گسترده ترکیب داده شده به صورت زیر است:



بررسی عبارت‌ها:

(الف) با توجه به ساختار رسم شده، ترکیب مورد نظر دارای ۱۵ جفت الکترون ناپیوندی و شمار گروه‌های CH (در ترکیب با رنگ آبی مشخص شده) برابر با ۵ است که نسبت شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی به گروه CH برابر  $\frac{15}{5} = 3$  می‌باشد.

(ب) تعداد اتم‌های کربن متصل به اتم نیتروژن (با رنگ سبز مشخص شده) ۴ و تعداد اتم‌های کربن متصل به اکسیژن (با رنگ نارنجی مشخص شده) ۵ است؛ در نتیجه اختلاف آن‌ها برابر با یک واحد است.

(پ) در ساختار مولکول مورد نظر، ۱۲ پیوند C—C و ۹ پیوند دوگانه وجود دارد.

(ت) با توجه به این که ترکیب مورد نظر عامل اسیدی ( $\text{—C(=O)—OH}$ ) دارد، می‌تواند با آمین‌ها مثل متیل آمین در شرایط مناسب واکنش داده و با از دست دادن آب، عامل آمیدی ایجاد کند. همچنین این ترکیب دارای گروه الکی (O—H) نیز می‌باشد که می‌تواند با یک کربوکسیلیک اسید مانند استیک اسید واکنش دهد و در شرایط مناسب عامل استری به وجود آورد.

## تست و پاسخ ۶۵

اگر با گرمای حاصل از سوختن ۰/۰۸ مول از اتان بتوان دمای ۵/۲ kg مس را از دمای ۱۷°C به دمای ۳۵۰ K افزایش داد، ارزش سوختی اتان چند کیلوژول بر گرم است؟ ( $\text{H} = 1, \text{C} = 12; \text{g.mol}^{-1}$ ,  $\text{Cu}$  گرمای ویژه  $= 0.4 \text{ J.g}^{-1}.\text{C}^{-1}$ )

۴۹ (۴)

۵۰/۴ (۳)

۵۲ (۲)

۵۵/۶ (۱)

## پاسخ: گزینه ۲

خود حل کنی بهتره ابتدا از طریق رابطه  $Q = mc\Delta\theta$  گرمای مورد نیاز برای افزایش دمای مس رو حساب کن. در ادامه ارزش

سوختی اتان رو با استفاده از گرمای محاسبه شده به دست بیار.

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



**پاسخ تشریحی** ابتدا باید گرمای مورد نیاز برای تغییر دمای مس را محاسبه کنیم، اما قبل از شروع به نکته زیر توجه کنید:

**نکته** یکای رایج دما، درجه سلسیوس ( $^{\circ}\text{C}$ ) است؛ در حالی که یکای دما در SI کلونین (K) می‌باشد، نماد دما برحسب سلسیوس « $\theta$ » و برحسب کلونین «T» است.

$$T(\text{K}) = \theta(^{\circ}\text{C}) + 273$$

فب بریم گرمای مورد نیاز برای افزایش دمای مس رو حساب کنیم:

$$\left. \begin{aligned} \theta_1 &= 17^{\circ}\text{C} \\ \theta_2 &\Rightarrow 350 = \theta_2 + 273 = 77^{\circ}\text{C} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta\theta = (\theta_2 - \theta_1) = 77 - 17 = 60$$

$$Q = mc\Delta\theta = 5200 \times 0.4 \times 60 = 124800 \text{ J} = 124.8 \text{ kJ}$$

ارزش سوختی سوخت‌ها، همان گرمای حاصل از سوزاندن یک گرم از آن سوخت است؛ پس حالا باید ارزش سوختی اتان را حساب کنیم:

$$1 \text{ g } C_2H_6 \times \frac{1 \text{ mol } C_2H_6}{30 \text{ g } C_2H_6} \times \frac{124.8 \text{ kJ}}{0.08 \text{ mol } C_2H_6} = 52 \text{ kJ}$$

**تکنیک** برای راحت‌تر شدن محاسبات، سعی کنید اعداد را به صورت خرد شده نگه دارید. مثلاً محاسبات بالا رو می‌تونستیم به صورت

$$Q = 5200 \times 0.4 \times 60 \Rightarrow 5200 \times 24 \text{ J}$$

مقابل هم انجام بدیم:

$$1 \text{ g } C_2H_6 \times \frac{1 \text{ mol } C_2H_6}{30 \text{ g } C_2H_6} \times \frac{5200 \times 24 \text{ J}}{0.08 \text{ mol } C_2H_6} = \frac{5200 \times 24}{30 \times 8 \times 10^{-2}} = 52000 \text{ J} = 52 \text{ kJ}$$

## تست و پاسخ ۶۶

چند مورد از مطالب زیر درباره بنزآلدئید (A)، ۲- هپتانون (B) و بنزوئیک اسید (C)، درست است؟ ( $\text{H} = 1, \text{C} = 12, \text{O} = 16 \text{ g.mol}^{-1}$ )

- در ساختار هر سه ترکیب، اتم کربن متصل به اتم اکسیژن با پیوند دوگانه موجود است.
- هر سه ترکیب در خانواده‌ای از ترکیب‌های آلی قرار دارند که فرمول مولکولی سرگروه آن،  $C_6H_5$  است.
- تفاوت جرم مولی ترکیبات A و C برابر  $\frac{1}{4}$  جرم مولی ساده‌ترین الکل است.
- از ترکیب C در صنایع غذایی به عنوان نگهدارنده استفاده می‌شود.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

## پاسخ: گزینه ۳

**درس نامه** در جدول زیر ترکیب‌های آلی موجود در برخی از مواد غذایی بررسی شده:

نام	فرمول مولکولی	فرمول ساختاری	چه گروه عاملی دارد؟	در چه ماده‌ای موجود است؟
بنزآلدئید	$C_7H_6O$		آلدهیدی	بادام
۲- هپتانون	$C_7H_{14}O$		کتونی	میخک
بنزوئیک اسید	$C_7H_6O_2$		کربوکسیل	تمشک و توت‌فرنگی



# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

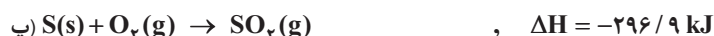
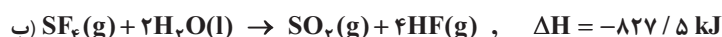
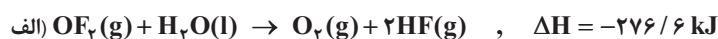
**پاسخ تشریحی** موارد اول، سوم و چهارم به درستی بیان شده‌اند.

بررسی موارد:

- با توجه به فرمول ساختاری ترکیب‌ها، در هر سه ترکیب پیوند دوگانه کربن - اکسیژن وجود دارد.
- $C_6H_6$  یا همان بنزن، سرگروه ترکیبات آروماتیک است. ترکیب ۲- هیتانول بر خلاف بنزآلدئید و بنزوئیک اسید، در ساختار خود حلقه بنزن ندارد؛ بنابراین جزء ترکیبات آروماتیک نمی‌باشد.
- ترکیب A که همان بنزآلدئید است، با ترکیب C یا همان بنزوئیک اسید تنها در وجود یک اتم اکسیژن تفاوت دارد؛ بنابراین تفاوت جرم مولی آن‌ها ۱۶ گرم است. ساده‌ترین الکل موجود در طبیعت متانول است که فرمول مولکولی آن  $CH_3OH$  بوده و جرم مولی آن برابر  $32 = 16 + 3(1) + 12$  گرم است؛ بنابراین تفاوت جرم مولی A و C، نصف جرم مولی متانول می‌باشد.
- از بنزوئیک اسید در صنایع غذایی به عنوان نگهدارنده استفاده می‌شود.

## تست و پاسخ ۶۷

با توجه به واکنش‌های گرماشیمیایی زیر:



$\Delta H$  واکنش  $2S(s) + 2OF_2(g) \rightarrow SO_2(g) + SF_4(g)$  برحسب  $\text{kJ}$  کدام است و با آزاد شدن  $255/6 \text{ kJ}$  گرما، چند گرم  $SO_2$  تولید می‌شود؟ ( $O = 16, S = 32 : \text{g.mol}^{-1}$ )

$$41/7, -319/5 \text{ (4)}$$

$$51/2, -319/5 \text{ (3)}$$

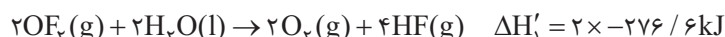
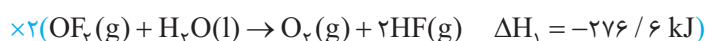
$$51/2, -391/5 \text{ (2)}$$

$$41/7, -391/5 \text{ (1)}$$

## پاسخ: گزینه ۲

**مشاوره** سؤال‌های ترکیبی قانون هس با استوکیومتری، در کنگورهای اخیر بسیار مورد توجه طراحان کنگور بوده است. همچنین احتمال طرح چنین سؤالاتی در امتحانات نهایی نیز وجود دارد.

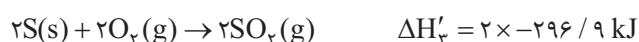
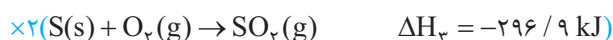
**پاسخ تشریحی** در واکنش مورد نظر ما ضریب  $OF_2$  برابر ۲ می‌باشد، در حالی که در واکنش «الف» ضریب  $OF_2$  برابر ۱ است؛ پس واکنش «الف» را در ۲ ضرب می‌کنیم:



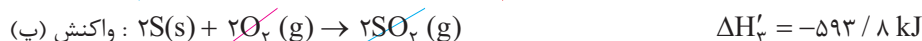
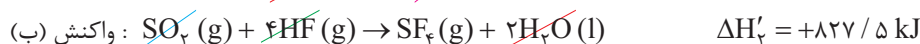
در واکنش «ب»  $SF_4$  در سمت چپ معادله واکنش قرار دارد، اما در واکنش مورد نظر ما  $SF_4$  در سمت راست واکنش است؛ پس واکنش «ب» را وارونه می‌کنیم:



در واکنش «پ» هم ضریب S، ۱ است، اما در واکنش مورد نظر ما ضریب S برابر ۲ می‌باشد؛ در نتیجه این واکنش هم باید در ۲ ضرب شود:



حالا با کمک قانون هس،  $\Delta H$  واکنش را به دست می‌آوریم:



## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



$\Delta H$  به دست آمده، گرمای آزاد شده هنگام تولید ۱ مول،  $\text{SO}_2(\text{g})$  است.  $\Delta H$  باید محاسبه کنیم با آزاد شدن  $255/6 \text{ kJ}$  گرم، چند گرم  $\text{SO}_2$  تولید می‌شود:

$$255/6 \text{ kJ} \times \frac{1 \text{ mol SO}_2}{319/5 \text{ kJ}} \times \frac{64 \text{ g SO}_2}{1 \text{ mol SO}_2} = 51/2 \text{ g SO}_2$$

روش اول: استفاده از کسر تبدیل:

روش دوم: استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{Q}{|\Delta H|} \Rightarrow \frac{x}{1 \times 64} = \frac{255/6}{319/5} \Rightarrow x = \frac{255/6 \times 64}{319/5} = \frac{1 \times 64}{1} = 51/2 \text{ g SO}_2$$

## تست و پاسخ ۶۸

چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- گرد مواد نسبت به مغز آن‌ها، سطح تماس بیشتری با هوا دارند، به همین دلیل قاووت (سوغات کرمان) که مخلوط پودر مغزهای خوراکی است، زودتر از مغز خوراکی‌ها فاسد می‌شود.
- سینتیک شیمیایی به عنوان شاخه‌ای از علم شیمی افزون بر بررسی آهنگ تغییر شیمیایی در واکنش‌ها، عوامل مؤثر بر این آهنگ را نیز بررسی می‌کند.
- زنگ‌زدن آهن در هوای مرطوب سریع‌تر از تجزیه سلولز کاغذ صورت می‌گیرد.
- محلول بنفش رنگ پتاسیم پرمنگنات با یک اسید آلی در دمای اتاق به کندی واکنش می‌دهد، اما با گرم شدن، محلول به سرعت بی‌رنگ می‌شود.
- برخی افراد به دلیل فقدان آنزیمی خاص، با مصرف کلم و حبوبات دچار نفخ می‌شوند که این موضوع بیانگر اثر کاتالیزگر است.

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

## پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی همه عبارت‌ها به درستی بیان شده‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

- قاووت گردی (پودری) مغزی و تهیه شده از مغز آفتاب‌گردان، پسته و... است. این سوغات کرمان نسبت به مغز این خوراکی‌ها زودتر فاسد می‌شود. علت این است که در حالت پودر، سطح تماس مواد غذایی با هوا بیشتر شده و سرعت انجام واکنش‌هایی که سبب فساد آن می‌شود نیز افزایش یافته و در نتیجه ماندگاری قاووت از مغز خوراکی‌ها کم‌تر می‌باشد.
- سینتیک شاخه‌ای از علم شیمی می‌باشد که به بررسی سرعت (آهنگ) واکنش و عوامل مؤثر بر آن و نیز چگونگی و شرایط انجام واکنش‌های شیمیایی می‌پردازد.

بررسی شرایط و چگونگی انجام واکنش‌های شیمیایی

سینتیک شیمیایی

بررسی عوامل مؤثر بر سرعت واکنش‌های شیمیایی؛ به بیان دیگر بررسی چگونگی کنترل سرعت واکنش‌های شیمیایی و روش‌های افزایش یا کاهش سرعت (یا حتی توقف آن‌ها).

- آهن در هوای مرطوب به کندی زنگ می‌زند، در حالی که تجزیه سلولز کاغذ بسیار کند رخ می‌دهد.

تجزیه سلولز کاغذ (بسیار کند) > زنگ‌زدن آهن (کند): سرعت واکنش

نکته سرعت واکنش چند فرایند کتاب درسی:

توضیح	سرعت	واکنش
در این واکنش از مقدار کمی ماده منفجرشونده به حالت جامد یا مایع، حجم زیادی از گازهای داغ تولید می‌شود.	بسیار سریع	انفجار
در این واکنش، رسوب سفید رنگ نقره کلرید تولید می‌شود.	سریع	افزودن محلول سدیم کلرید به محلول نقره نیترات





# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

واکنش	سرعت	توضیح
زنگ زدن آهن	کند	اشیای آهنی در هوای مرطوب به کندی زنگ می‌زنند. زنگار تولید شده در این واکنش، ترد و شکننده است و فرو می‌ریزد.
زرد و پوسیده شدن کاغذ	بسیار کند	همان واکنش تجزیه سلولز کاغذ است.

- محلول پتاسیم پرمنگنات ( $\text{KMnO}_4$ ) بنفش‌رنگ بوده که با یک اسید آلی مانند اگزالیک اسید ( $\text{H}_2\text{C}_2\text{O}_4$ ) در دمای اتاق به کندی واکنش می‌دهد، اما با گرم شدن، محلول به سرعت بی‌رنگ می‌شود.
- در بدن انسان آنزیمی وجود دارد که در نقش کاتالیزگر، سرعت هضم کلم و حبوبات را افزایش می‌دهد. برخی افراد فاقد این آنزیم بوده و به همین دلیل با مصرف کلم و حبوبات دچار نفخ می‌شوند.

## تست و پاسخ ۶۹

در یک سری آزمایش، درون قوطی یک فیلم عکاسی، ۵ میلی‌لیتر آب (با دماهای گوناگون) و نیز مقادیر مختلفی قرص جوشان می‌ریزیم. اگر شرح آزمایش‌ها به صورت جدول زیر باشد، کدام گزینه نادرست است؟

آزمایش	مقدار قرص جوشان	دمای آب
۱	$\frac{1}{4}$ قرص	$5^\circ\text{C}$
۲	$\frac{1}{4}$ قرص	$25^\circ\text{C}$
۳	$\frac{1}{4}$ قرص	$25^\circ\text{C}$

- در هر سه آزمایش، گازی آزاد می‌شود که یک اکسید اسیدی است.
- زمان لازم برای پرتاب شدن قوطی در آزمایش (۳) بیشتر از آزمایش (۲) بوده که بیانگر تأثیر مقدار مواد واکنش‌دهنده است.
- سرعت واکنش در آزمایش (۲) بیشتر از آزمایش (۱) است که بیانگر اثر دما روی سرعت واکنش می‌باشد.
- اگر در آزمایش (۳)، قرص جوشان مورد استفاده را ابتدا پودر نموده و سپس داخل آب بریزیم، زمان لازم برای پرتاب قوطی افزایش می‌یابد.

## پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی بررسی گزینه‌ها:

- با انداختن قرص جوشان در آب، مواد سازنده قرص با هم واکنش می‌دهند و گاز کربن دی‌اکسید که یک اکسید اسیدی (اکسید نافلز) می‌باشد را تولید می‌کنند:
- در واکنش (۳) نسبت به واکنش (۲) مقدار قرص جوشان که همان واکنش‌دهنده است نصف شده است. با کاهش مقدار واکنش‌دهنده سرعت واکنش کم شده و با کم شدن سرعت واکنش، زمان لازم برای پرتاب شدن قوطی افزایش می‌یابد.
- در آزمایش (۱) و (۲) به ترتیب دمای آب برابر  $5^\circ\text{C}$  و  $25^\circ\text{C}$  می‌باشد. از اون‌جایی که دمای آب در آزمایش (۲) بیشتر است، سرعت واکنش نیز بیشتر خواهد بود. هم‌چنین این آزمایش بیانگر اثر دما روی سرعت واکنش می‌باشد.
- اگر قرص جوشان را پودر کنیم و سپس داخل آب بریزیم، سرعت واکنش به دلیل افزایش سطح تماس واکنش‌دهنده‌ها افزایش می‌یابد؛ در نتیجه زمان لازم برای پرتاب قوطی کاهش پیدا می‌کند.

## تست و پاسخ ۷۰

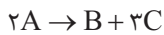
- اگر برای واکنشی گازی رابطه مقابل برقرار باشد، کدام مطلب درست است؟
- $$\bar{R}_{\text{واکنش}} = -\frac{\Delta n(\text{A})}{2\Delta t} = \frac{\Delta n(\text{B})}{\Delta t} = \frac{\Delta n(\text{C})}{3\Delta t}$$
- مجموع ضرایب استوکیومتری مواد در معادله موازنه‌شده واکنش برابر ۵ است.
  - به ازای مصرف ۱ مول A در این واکنش،  $47/2$  لیتر C در شرایط STP تولید می‌شود.
  - اگر سرعت متوسط واکنش،  $2 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$  باشد، طی ۹۰ ثانیه،  $0/6$  مول A مصرف می‌شود.
  - می‌توان آن را به واکنش تجزیه نیتروژن دی‌اکسید به گازهای نیتروژن مونوکسید و اکسیژن، نسبت داد.

## پاسخ: گزینه ۳

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



**پاسخ تشریحی** با توجه به علامت منفی متعلق به A، به راحتی می‌توان فهمید A در یک سمت واکنش به عنوان واکنش‌دهنده و B و C در سمت دیگر به عنوان فرآورده هستند و با توجه به ضرایب به کاررفته، می‌توان گفت معادله واکنش به صورت زیر است:



بررسی گزینه‌ها:

۱) مجموع ضرایب استوکیومتری معادله این واکنش برابر ۶ می‌باشد.

۲) به ازای مصرف هر ۲ مول A، ۳ مول C تولید می‌شود که هر مول آن در شرایط استاندارد (STP)، ۲۲/۴ لیتر حجم دارد.

$$1 \text{ mol A} \times \frac{3 \text{ mol C}}{2 \text{ mol A}} \times \frac{22.4 \text{ LC}}{1 \text{ mol C}} = 33.6 \text{ LC}$$

۳) با توجه به سرعت واکنش خواهیم داشت:

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{\bar{R}_A}{\nu} \Rightarrow 0.2 = \frac{\bar{R}_A}{2} \Rightarrow \bar{R}_A = 0.4 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

$$\bar{R}_A = \frac{|\Delta n_A|}{\Delta t} \Rightarrow 0.4 = \frac{|\Delta n_A|}{\frac{90}{60}} \Rightarrow |\Delta n_A| = 0.6 \text{ mol}$$

۴) واکنش تجزیه نیتروژن دی‌اکسید به صورت زیر است:



مجموع ضرایب استوکیومتری این واکنش برابر ۵ است! و با ضرایب استوکیومتری واکنش گازی مطرح شده در سؤال همخوانی ندارد.

## تست و پاسخ ۷

در نمودار زیر، منحنی C مربوط به واکنش نوار منیزیم با مقدار کافی هیدروکلریک اسید در دمای اتاق است. منحنی‌های دیگر مربوط به همین واکنش اما در شرایط متفاوتی هستند. چند مورد از عبارتهای زیر درست است؟ (در هر یک از عبارتهای، سایر عوامل ثابت فرض شود).

• سرعت واکنش در آزمایش D، ۱۰/۸ لیتر بر ساعت است.

• استفاده از کاتالیزگر مناسب، می‌تواند سبب تغییر نمودار از حالت C به B شود.

• افزایش حجم ظرف واکنش می‌تواند موجب تغییر نمودار از حالت C به حالت D شود.

(واکنش تعادلی نیست)

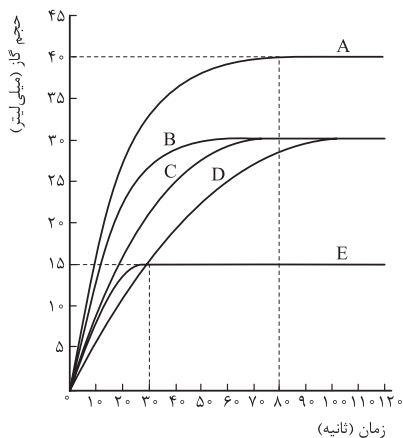
• سرعت انجام واکنش برحسب  $\text{L} \cdot \text{min}^{-1}$  برای آزمایش A، نصف سرعت انجام واکنش E است.

۴ (۱)

۳ (۲)

۲ (۳)

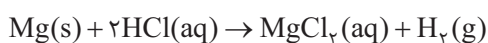
۱ (۴)



## پاسخ: گزینه ۴

**پاسخ تشریحی** فقط عبارت دوم درست است.

معادله واکنش انجام شده به صورت روبه‌رو می‌باشد:



بررسی موارد:

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \bar{R}(\text{H}_2) = \frac{0.3 \text{ L}}{100 \text{ s} \times \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}}} = 1.08 \text{ L} \cdot \text{h}^{-1}$$

مورد اول:

مورد دوم: کاتالیزگر بر مقدار نهایی فرآورده، اثری ندارد و فقط سرعت واکنش را زیاد و زمان انجام واکنش را کوتاه می‌کند.



مورد سوم: افزایش حجم ظرف تأثیری بر سرعت این واکنش ندارد. زمانی حجم ظرف بر سرعت واکنش تأثیر می‌گذارد که حداقل یکی از واکنش‌دهنده‌ها به حالت گازی باشد. همان‌طور که می‌بینید در این واکنش، اصلاً واکنش‌دهنده گازی شکل نداریم! مورد چهارم: منحنی E نشان‌دهنده پایان واکنش در ثانیه ۳۰ و منحنی A نشان‌دهنده پایان واکنش در ثانیه ۸۰ است؛ پس:

$$\bar{R}_E = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{15 \times 10^{-3} \text{ L}}{\frac{1}{2} \text{ min}} = 3 \times 10^{-2} \text{ L} \cdot \text{min}^{-1}$$

برابر است  $\Rightarrow$

$$\bar{R}_A = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{40 \times 10^{-3} \text{ L}}{\frac{1}{6} \text{ min}} = 3 \times 10^{-2} \text{ L} \cdot \text{min}^{-1}$$

## تست و پاسخ ۷۲

۳/۲۴ گرم گاز دی‌نیتروژن پنتاکسید را در ظرفی وارد کرده تا واکنش  $\text{N}_2\text{O}_5(\text{g}) \rightarrow \text{NO}_2(\text{g}) + \text{O}_2(\text{g})$  انجام شود. اگر سرعت متوسط واکنش  $0.02 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$  باشد و پس از ۴۵ ثانیه همه واکنش‌دهنده اولیه تجزیه شود، حجم ظرف واکنش چند لیتر بوده است؟ (معادله واکنش موازنه شود:  $\text{N} = 14, \text{O} = 16; \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$ )

- |       |         |
|-------|---------|
| ۱ (۲) | ۰/۵ (۱) |
| ۴ (۴) | ۲ (۳)   |

## پاسخ: گزینه ۲

**نکته** اگر ضرایب استوکیومتری مواد شرکت‌کننده در یک واکنش، یکسان نباشند، سرعت متوسط مصرف یا تولید آن‌ها متفاوت خواهد بود. به همین دلیل شیمی‌دان‌ها برای درک آسان پیشرفت واکنش در واحد زمان، از یک مفهوم کاربردی به نام «سرعت واکنش» استفاده می‌کنند. سرعت متوسط واکنش از تقسیم سرعت متوسط تولید یا مصرف یک ماده شرکت‌کننده در واکنش بر ضریب استوکیومتری آن در معادله موازنه‌شده، به دست می‌آید.



$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{\bar{R}(A)}{a} = \frac{\bar{R}(B)}{b} = \frac{\bar{R}(C)}{c} = \frac{\bar{R}(D)}{d}$$

**خودت حل کنی بهتره** ابتدا معادله واکنش رو موازنه کن و سپس با استفاده از سرعت متوسط واکنش و ضرایب استوکیومتری، سرعت متوسط مصرف  $\text{N}_2\text{O}_5$  رو به دست بیار. در مرحله بعد مول  $\text{N}_2\text{O}_5$  رو حساب کن و به کمک فرمول سرعت، حجم ظرف واکنش رو به دست بیار.

**پاسخ تشریحی** اول از همه واکنش را موازنه می‌کنیم:



به کمک سرعت متوسط واکنش، سرعت مصرف  $\text{N}_2\text{O}_5$  را به دست می‌آوریم:

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{1}{2} \bar{R}_{\text{N}_2\text{O}_5} \Rightarrow 0.02 = \frac{1}{2} \bar{R}_{\text{N}_2\text{O}_5} \Rightarrow \bar{R}_{\text{N}_2\text{O}_5} = 0.04 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$$

حالا باید ببینیم ۳/۲۴ گرم  $\text{N}_2\text{O}_5$  معادل چند مول است:

$$3/24 \text{ g N}_2\text{O}_5 \times \frac{1 \text{ mol N}_2\text{O}_5}{108 \text{ g N}_2\text{O}_5} = 0.03 \text{ mol N}_2\text{O}_5$$

و در آخر خواهیم داشت:

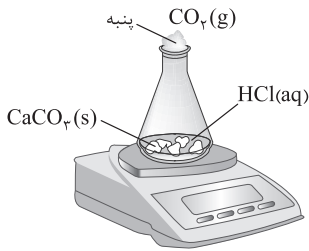
$$\bar{R}_{\text{N}_2\text{O}_5} = \frac{|\Delta n|}{\Delta t} \Rightarrow 0.04 = \frac{0.03}{\frac{V}{45}} \Rightarrow V = 1 \text{ L}$$

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



## تست و پاسخ ۷۳

اگر جرم مخلوط واکنش کلسیم کربنات با هیدروکلریک اسید مطابق جدول زیر با زمان تغییر کند، سرعت متوسط تولید کلسیم کلرید به تقریب چند مول بر دقیقه است و اگر دهانه ارلن را به یک سرنگ استوانه‌ای با قطر ۴ cm متصل کنیم، سرعت حرکت پیستون در ده ثانیه اول چند سانتی‌متر بر دقیقه است؟ (حجم مولی گازها در شرایط آزمایش ۱۲ L و  $\pi = 3$  فرض شود).



زمان (ثانیه)	۰	۱۰	۲۰	۳۰	۴۰	۵۰	۶۰
جرم مخلوط واکنش (گرم)	۶۵/۹۸	۶۵/۳۲	۶۴/۸۸	۶۴/۶۶	۶۴/۵۵	۶۴/۵۰	۶۴/۵۰

$$90 - 0 / 0.8 (4)$$

$$60 - 0 / 0.8 (3)$$

$$90 - 0 / 0.4 (2)$$

$$60 - 0 / 0.4 (1)$$

## پاسخ: گزینه ۲

## پاسخ تشریحی

با توجه به جدول صورت سؤال، از ثانیه ۵۰ به بعد، جرم مخلوط واکنش ثابت شده است؛ در نتیجه زمان انجام واکنش یا همان  $\Delta t$  برابر ۵۰ می‌باشد.

کاهش جرم مخلوط واکنش معادل جرم  $\text{CO}_2(\text{g})$  تولید شده است. پس:

$$\Delta t = 50 \text{ s} \Rightarrow \frac{50}{60} \text{ min}$$

$$\text{جرم تولیدشده } \text{CO}_2 \Rightarrow 65/98 - 64/50 = 1/48 \text{ g CO}_2$$

حالا باید مول  $\text{CO}_2$  تولیدشده را حساب کنیم:

$$\Delta n \text{ CO}_2 \Rightarrow 1/48 \text{ g CO}_2 \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{44 \text{ g CO}_2} = \frac{1}{44} \text{ mol CO}_2$$

فپ! حالا سرعت تولید  $\text{CO}_2$  را محاسبه می‌کنیم، چون ضریب  $\text{CO}_2$  و  $\text{CaCl}_2$  در واکنش با هم برابر است؛ در نتیجه سرعت تولید آن‌ها هم با هم برابر می‌باشد:

$$\bar{R}_{\text{CO}_2} = \frac{\Delta n}{\Delta t} = \frac{1/48}{44 \times \frac{5}{60} \text{ min}} = \frac{1/48 \times 6}{44 \times 5} = \frac{2/22}{11 \times 5} = \frac{4/44}{11 \times 5} \cong 0/04 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

$$\bar{R}_{\text{CO}_2} = \bar{R}_{\text{CaCl}_2} = 0/04 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

قسمت دوم سؤال:

با توجه به جدول، کاهش جرم در ده ثانیه اول برابر ۰/۶۶ g است. حجم گاز را محاسبه می‌کنیم:

$$0/66 \text{ g CO}_2 \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{44 \text{ g CO}_2} \times \frac{12 \text{ L CO}_2}{1 \text{ mol CO}_2} = 0/18 \text{ L CO}_2$$

$$0/18 \text{ L} \times \frac{10^3 \text{ cm}^3}{1 \text{ L}} = 180 \text{ cm}^3$$

حجم گاز تولیدی را با حجم استوانه برابر قرار داده و تغییرات طول سرنگ را حساب می‌کنیم:

$$\text{استوانه } V = \pi r^2 h, r = \frac{d}{2} = \frac{4 \text{ cm}}{2} = 2 \text{ cm}$$

ارتفاع مساحت  
قاعده



# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

در این جا  $h$  جابه‌جایی پیستون نسبت به محل اولیه خود است:

$$180 = 3 \times 2^2 \times h \Rightarrow h = 15 \text{ cm}$$

$$10 \text{ s} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = \frac{1}{6} \text{ min}$$

$$\text{سرعت حرکت پیستون} = \frac{\Delta h}{\Delta t} = \frac{15 \text{ cm}}{\frac{1}{6} \text{ min}} = 90 \text{ cm} \cdot \text{min}^{-1}$$

## تست و پاسخ ۷۴

چند مورد از مطالب زیر درباره نوعی پلی اتن با چگالی  $0.92 \text{ g/cm}^3$  گرم بر سانتی متر مکعب، درست است؟

- این پلیمر، به پلی اتن بدون شاخه نیز معروف است.
- این پلی اتن استحکام بیشتری از نوع دیگر پلی اتن دارد.
- شفاف بوده و انعطاف پذیر می‌باشد.
- برخلاف نوع دیگر پلی اتن، چگالی کم تری نسبت به آب دارد.

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

## پاسخ: گزینه ۲

### درس نامه

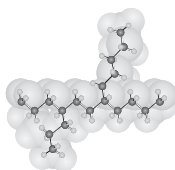
نوع پلی اتن	سبک	سنگین
ساختار	شاخه‌دار	بدون شاخه
فرمول مولکولی	$(C_2H_4)_n$	$(C_2H_2)_n$
نوع نیروی بین مولکولی	وان دروالسی	وان دروالسی
شفاف یا کدر بودن	شفاف	کدر
کاربرد	ساخت کیسه‌های پلاستیکی شفاف	ساخت لوله‌های پلاستیکی، دبه‌های آب، بطری کدر شیر و اسباب‌بازی
چگالی	$0.92 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$	$0.97 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$
سختی و استحکام، چگالی، نقطه ذوب و قدرت نیروهای بین مولکولی	پلی اتن سبک > پلی اتن سنگین	

پاسخ تشریحی تنها مورد سوم به درستی بیان شده است.

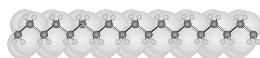
پلی اتن با چگالی  $0.92 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$ ، همان پلی اتن سبک می‌باشد.

بررسی موارد:

مورد اول: پلی اتن سبک، شاخه‌دار و پلی اتن سنگین بدون شاخه است:



پلی اتن شاخه‌دار  
(سبک)



پلی اتن بدون شاخه  
(سنگین)



## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



مورد دوم: پلی اتن سنگین استحکام بیشتری نسبت به پلی اتن سبک دارد.

مورد سوم: پلی اتن سبک شفاف بوده و انعطاف پذیر است.

مورد چهارم: چگالی آب برابر  $1 \text{ g.mL}^{-1}$  می باشد؛ بنابراین هر دو نوع پلی اتن چگالی کمتری از آب دارند.

## تست و پاسخ ۷۵

کدام موارد از مطالب زیر، نادرست است؟ ( $\text{H} = 1, \text{C} = 12, \text{O} = 16 \text{ g.mol}^{-1}$ )

(الف) رابطه تعداد اتم کربن با گشتاور دوقطبی در الکلها مستقیم نیست.

(ب) علت انحلال پذیری همه الکلها در آب، غلبه پیوندهای هیدروژنی بر نیروهای وان دروالسی است.

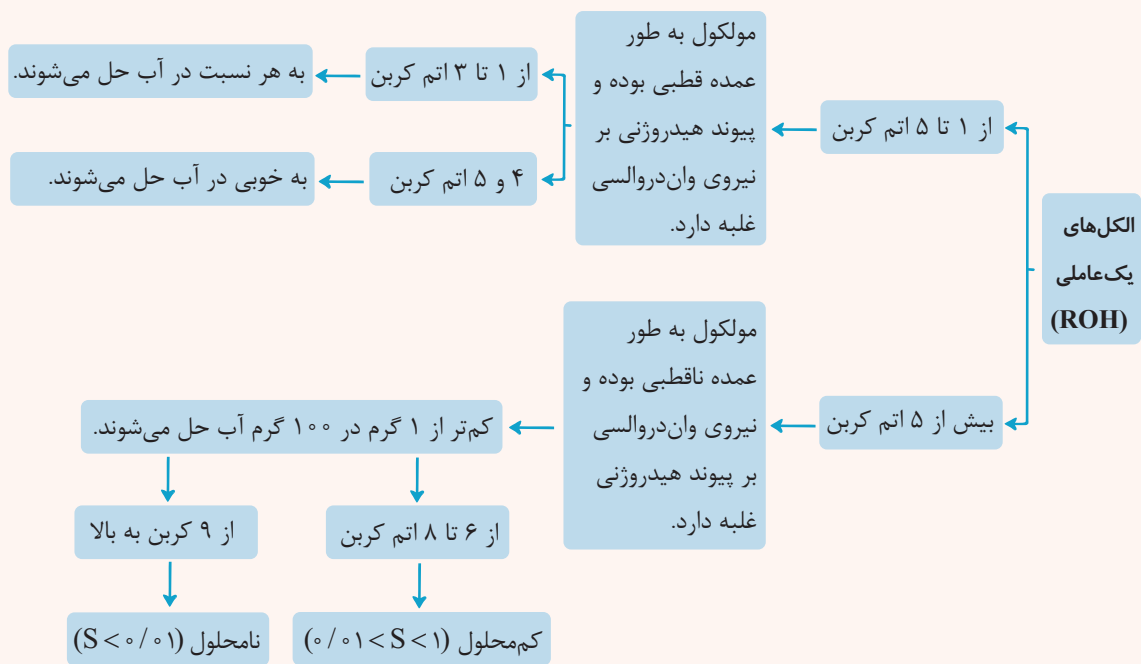
(پ) جرم مولی الکل یک عاملی سیر شده با ۳ اتم کربن با جرم مولی پرکاربردترین اسید در زندگی روزانه، برابر است.

(ت) در دمای اتاق، الکل تشکیل دهنده استر بوی آناناس به میزان  $6/8 \text{ g}$  در  $100 \text{ g}$  آب حل می شود.

(۱) الف - ب (۲) الف - پ (۳) ب - پ (۴) ب - ت

## پاسخ: گزینه ۴

درس نامه: روند تغییر انحلال پذیری الکلها در آب



پاسخ تشریحی: موارد «ب» و «ت» نادرست اند.

بررسی موارد:

(الف) با افزایش تعداد کربن ها، گشتاور دوقطبی الکلها کاهش می یابد. هر چه طول زنجیره هیدروکربنی الکلها بیشتر شود یا به عبارت دیگر تعداد اتم های کربن الکل افزایش یابد، بخش ناقطبی در مقایسه با بخش قطبی زورش بیشتر شده؛ در نتیجه میزان قطبیت مولکول کاهش می یابد. (ب) همه الکلها در آب حل نمی شوند. در الکل هایی با تعداد اتم کربن زیاد، سهم بیشتر نیروی بین مولکولی از نوع وان دروالسی است؛ و این الکلها در آب، نامحلول اند.

(پ) فرمول عمومی الکل های سیر شده خطی یک عاملی به صورت  $\text{C}_n\text{H}_{2n+2}\text{O}$  یا  $\text{C}_n\text{H}_{2n+1}\text{OH}$  می باشد؛ بنابراین الکی با ۳ اتم کربن دارای فرمول مولکولی  $\text{C}_3\text{H}_8\text{O}$  است. پرکاربردترین اسید در زندگی روزانه ما اتانویک اسید ( $\text{C}_2\text{H}_4\text{O}_2$ ) می باشد.

$$\frac{\text{جرم مولی } \text{C}_3\text{H}_8\text{O}}{\text{جرم مولی } \text{C}_2\text{H}_4\text{O}_2} = \frac{3(12) + 8 + 16}{2(12) + 4 + 2(16)} = \frac{60}{60} = 1$$

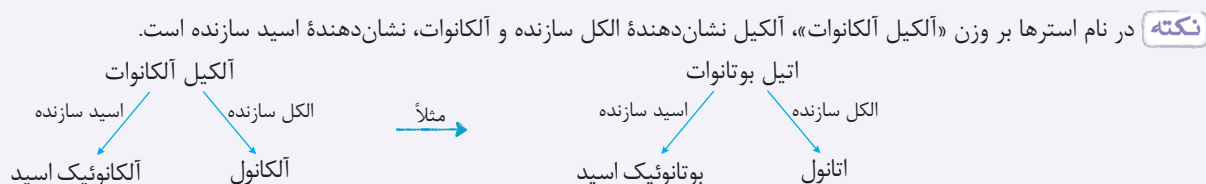
بنابراین خواهیم داشت:



# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

(ت) الکل تشکیل دهنده استر سازنده آناناس (اتیل بوتانوات)، اتانول است که به هر میزان در آب حل می‌شود.



## تست و پاسخ ۷۶

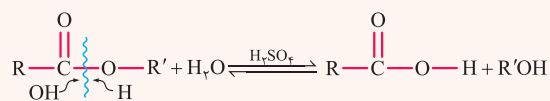
بر اثر آبکافت ۳۹ گرم از یک استر، ۱۸ گرم پروپانول به دست می‌آید. بر اثر سوختن کامل ۲۲ گرم از اسید سازنده این استر، چند لیتر گاز کربن دی‌اکسید در شرایط STP تولید می‌شود؟ (استر اولیه، غیر حلقوی بوده و پیوند C=C ندارد). (H = ۱, C = ۱۲, O = ۱۶ : g.mol<sup>-1</sup>)

۴۴ / ۸ (۴)                      ۳۳ / ۶ (۳)                      ۲۲ / ۴ (۲)                      ۱۱ / ۲ (۱)

## پاسخ: گزینه ۲

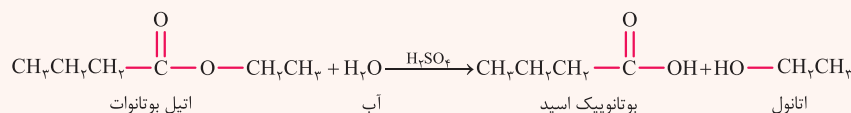
**خودت حل کنی بهتره** ابتدا به کمک اطلاعات داده شده در مورد آبکافت استر، فرمول کربوکسیلیک اسید سازنده استر را به دست بیار، بعد با نوشتن معادله کامل سوختن اسید، حجم CO<sub>۲</sub> تولیدی را حساب کن.

### درس نامه •• آبکافت استرها



واکنش استری شدن برگشت پذیر است؛ به همین دلیل استرها در شرایط مناسب با آب واکنش داده و به الکل و کربوکسیلیک اسید سازنده خود تبدیل می‌شوند. این واکنش به آبکافت استرها معروف است.

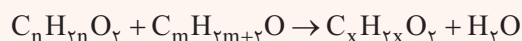
**مثال:** معادله زیر آبکافت اتیل بوتانوات را نشان می‌دهد:



واکنش آبکافت استرها به طور کلی به صورت زیر است:

الکل + اسید → آب + استر

در این واکنش ضریب استوکیومتری ۱ به ۱ است، یعنی از آبکافت هر مول استر یک مول الکل و یک مول اسید اولیه به دست می‌آید. اگر گروه‌های هیدروکربنی در ساختار الکل و اسید خطی و سیرشده (گروه آلکیل) باشند، معادله واکنش استری شدن را می‌توان به صورت زیر نشان داد:



$$\downarrow$$

$$x = n + m$$

**پاسخ تشریحی** گام اول: مول پروپانول را به دست می‌آوریم:

$$18 \text{ g } C_3H_8O \times \frac{1 \text{ mol } C_3H_8O}{60 \text{ g } C_3H_8O} = 0.3 \text{ mol } C_3H_8O$$

$$\text{mol استر} = \text{mol پروپانول} = 0.3 \text{ mol}$$

پس ۳۹ گرم از این استر برابر ۰/۳ مول است. جرم مولی این استر برابر است با:

$$\text{جرم مولی} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی}} \Rightarrow \text{جرم مولی استر} = \frac{39}{0.3} = 130 \text{ g.mol}^{-1}$$

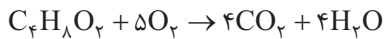
**گام دوم:** با توجه به فرمول عمومی استرها (C<sub>x</sub>H<sub>2x</sub>O<sub>y</sub>)، X را به دست می‌آوریم:

$$12x + 2x + 32 = 130 \Rightarrow x = 7$$

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



پس استر ما ۷ اتم کربن داشته و فرمول آن به صورت  $C_7H_{14}O_2$  است. با توجه به این که پروپانول، ۳ اتم کربن دارد، اسید سازنده استر، ۴ کربنی بوده و همان بوتانوئیک اسید خواهد بود.



واکنش سوختن کامل بوتانوئیک اسید:

گام سوم: حالا بریم مقدار گاز  $CO_2$  تولیدشده را حساب کنیم:

روش اول: استفاده از کسر تبدیل:

$$22 \text{ g } C_4H_8O_2 \times \frac{1 \text{ mol } C_4H_8O_2}{88 \text{ g } C_4H_8O_2} \times \frac{4 \text{ mol } CO_2}{1 \text{ mol } C_4H_8O_2} \times \frac{22/4 \text{ L } CO_2}{1 \text{ mol } CO_2} = 22/4 \text{ L } CO_2$$

روش دوم: استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{حجم}}{\text{حجم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{22}{1 \times 88} = \frac{x}{4 \times 22/4} \Rightarrow x = 22/4 \text{ L } CO_2$$



## تست و پاسخ

گروهی از درشت مولکول‌ها در ساختار شاخ حیوانات و پشم گوسفند وجود دارند. درستی یا نادرستی مطالب زیر درباره این گروه از مولکول‌ها، در کدام گزینه آمده است؟

- واکنش تجزیه آن‌ها نسبت به واکنش تجزیه پلیمرهای ماندگار، سرعت بیشتری دارد.
- در طی واکنش تشکیل آن‌ها از مونومرهایشان، اسید، گروه OH و الکل، اتم H از دست می‌دهد.
- گروه عاملی مخصوص این پلیمرها، تعداد عناصر بیشتری نسبت به گروه عاملی ترکیب موجود در بوی ماهی دارد.
- یکی از معروف‌ترین نمونه‌های آن‌ها، ماده‌ای زیست‌تخریب‌پذیر و سبک است که از فولاد هم جرم خود پنج برابر مقاوم‌تر است.

(۲) نادرست - درست - درست - درست

(۱) درست - نادرست - درست - نادرست

(۴) نادرست - درست - نادرست - درست

(۳) درست - نادرست - نادرست - نادرست

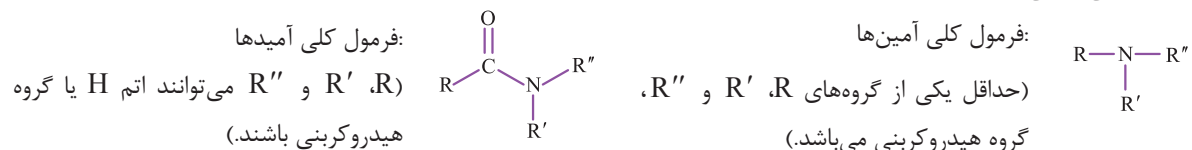
## پاسخ: گزینه ۱

**پاسخ تشریحی** پلی‌آمیدها گروهی از مولکول‌های زیستی‌اند که در ساختار مو، ناخن، پوست بدن ما، شاخ حیوانات و پشم گوسفند وجود دارند. این پلیمرها از زیرواحدهای اسیدی و آمینی تشکیل شده‌اند و در ساختار خود گروه عاملی آمیدی دارند. بررسی موارد:

مورد اول: پلیمرهای ماندگار، پلیمرهای حاصل از هیدروکربن‌های سیرنشده‌اند که به انجام واکنش تمایلی ندارند و برای سالیان طولانی دست‌نخورده باقی می‌مانند، اما هر چند سرعت آبکافت پلی‌استرها و پلی‌آمیدها بسیار کند است، ولی سرعت تجزیه پلی‌آمیدها بیشتر از سرعت تجزیه پلیمرهای ماندگار است.

مورد دوم: مونومرهای سازنده پلی‌آمیدها، کربوکسیلیک اسید دوعاملی (دی‌اسید) و آمین دوعاملی (دی‌آمین) هستند. نه الکل!! هم‌چنین در فرایند تشکیل پلی‌آمیدها، دی‌اسید، گروه OH و دی‌آمین، اتم H از دست می‌دهد.

مورد سوم: گروه عاملی آمیدها چهار عنصر C، H، O، N دارد. ترکیب موجود در بوی ماهی متیل آمین است که مربوط به خانواده آمین‌ها است. گروه عاملی آمینی از سه عنصر C، H، N تشکیل شده است.



مورد چهارم: کولار نوعی پلی‌آمید مشهور و ساختگی است که ماده‌ای زیست‌تخریب‌ناپذیر! محسوب می‌شود.

**نکات** ۱) کولار نسبت به فولاد هم جرم خود پنج برابر مقاوم‌تر است.

۲) از کولار در تهیه تیر اتومبیل، قایق بادبانی، لباس‌های مخصوص مسابقه موتورسواری و جلیقه‌های ضدگلوله استفاده می‌شود.





# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

۳ پوشاک دوخته شده از کولار سبک و بسیار محکم بوده و در برابر خراش و بریدگی مقاوم است؛ به طوری که این پلیمر تاکنون جان میلیون‌ها انسان را در حوادث گوناگون نجات داده است.

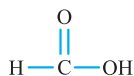
## تست و پاسخ ۷۸

کدام مطلب نادرست است؟

- ۱) اگر به جای یکی از هیدروژن‌های اتان، گروه هیدروکسیل قرار گیرد، ترکیبی به دست می‌آید که نقطه جوش بیشتری از استون دارد.
- ۲) مصرف بیش از اندازه ویتامین (ث) برای بدن مشکل خاصی ایجاد نمی‌کند.
- ۳) در ساختار هر کربوکسیلیک اسید، یک اتم کربن به دو اتم اکسیژن و یک اتم کربن دیگر متصل است.
- ۴) فرمول شیمیایی مونومر سازنده سلولز و نشاسته یکسان است.

## پاسخ: گزینه ۳

**پاسخ تشریحی** ساختار کلی کربوکسیلیک اسیدهای یک‌عاملی به صورت  $R-\overset{\overset{O}{\parallel}}{C}-OH$  می‌باشد که در این ساختار، R می‌تواند هیدروژن یا گروه هیدروکربنی باشد. بنابراین در ساختار متانوئیک اسید (ساده‌ترین عضو این خانواده) تنها یک اتم کربن وجود داشته و آن هم به دو اتم اکسیژن و یک اتم هیدروژن متصل است.



بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) اگر به جای یکی از اتم‌های هیدروژن در اتان  $(CH_3-CH_3)$ ، گروه هیدروکسیل  $(-OH)$  قرار بگیرد، اتانول  $(CH_3-CH_2-OH)$

به دست می‌آید که به دلیل توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی، نقطه جوش بیشتری نسبت به استون  $(CH_3-C(=O)-CH_3)$  که جاذبه وان‌دروالسی دارد، خواهد داشت.

۲) ویتامین ث جزء دسته ویتامین‌های محلول در آب است و از طریق ادرار دفع می‌شود و مصرف بیش از اندازه آن مشکل خاصی برای بدن ایجاد نمی‌کند.

۴) مونومر سازنده سلولز و نشاسته، گلوکز  $(C_6H_{12}O_6)$  می‌باشد.

## تست و پاسخ ۷۹

مطابق مطالب کتاب درسی در فصل سوم، کدام گزینه زیر از نظر درستی یا نادرستی متفاوت است؟

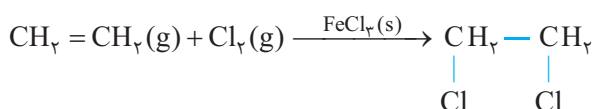
- ۱) کاتالیزگر واکنش اتن با گاز کلر، حالت فیزیکی جامد دارد.
- ۲) پلاستیک‌های تولید شده در نتیجه تغییر در نشاسته، امکان تبدیل به کود را دارند.
- ۳) به منظور افزایش کیفیت فرآورده‌های بازیافتی، نشانه‌ای برای هر پلیمر در نظر گرفته شده و بر روی کالاها حک شود.
- ۴) از شیر ترش شده به منظور تولید صنعتی لاکتیک اسید استفاده می‌شود.

## پاسخ: گزینه ۲

**پاسخ تشریحی** برخلاف سایر گزینه‌ها، نادرست است.

بررسی گزینه‌ها:

۱) کاتالیزگر واکنش اتن با گاز کلر،  $FeCl_3(s)$  است که حالت فیزیکی جامد دارد.



۲) نشاسته به لاکتیک اسید و سپس در واکنش پلیمری شدن به پلی‌لاکتیک اسید تبدیل می‌شود. پلی‌لاکتیک اسید نوعی پلیمر سبز است که امکان تبدیل شدن به کود را دارد.

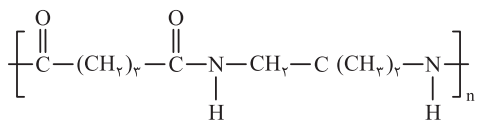
# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



۳) به منظور آسان‌سازی و افزایش کارایی بازیافت و افزایش کیفیت فرآورده‌های بازیافتی، برای هر پلیمر نشانه‌ای در نظر گرفته شده که بر روی کالا حک می‌شود. این نشانه شامل عددی است که درون یک مثلث قرار دارد (مثل ♻️ که نشان‌دهنده پلی‌اتن سبک است).  
۴) برای تهیه پلی‌لاکتیک اسید در صنعت، ابتدا نشاسته موجود در گیاهان را به لاکتیک اسید تبدیل کرده و سپس از واکنش پلیمری شدن لاکتیک اسید، پلی‌لاکتیک اسید تولید می‌کنند. شیر ترش شده دارای لاکتیک اسید است، اما برای تولید صنعتی از آن استفاده نمی‌شود.

## تست و پاسخ ۸۰

تفاوت جرم مولی مونومرهای سازنده پلیمر زیر چند گرم است و اگر دی‌اسید حاصل از آبکافت این ترکیب را با مقدار کافی از دی‌الکلی به فرمول  $C_7H_6O_2$  واکنش دهیم، فرمول شیمیایی ترکیب آلی تولیدشده کدام است؟ ( $H = 1, C = 12, N = 14, O = 16 \text{ g.mol}^{-1}$ )

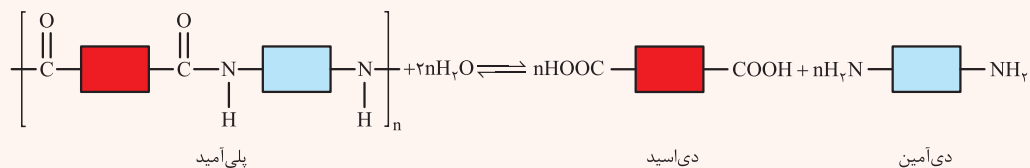
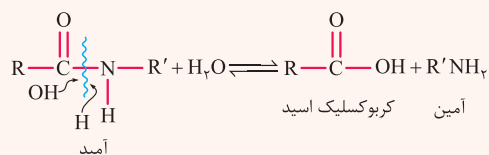


$$\text{(۱) } C_7H_6O_2 \text{ (۴۴)} \quad \text{(۲) } C_7H_4O_6 \text{ (۵۰)} \quad \text{(۳) } C_7H_{12}O_6 \text{ (۴۴)} \quad \text{(۴) } C_7H_{12}O_4 \text{ (۵۰)}$$

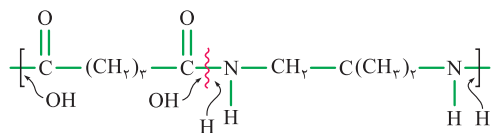
## پاسخ: گزینه ۱

**خودت حل کنی بهتره** ابتدا از روی ساختار داده‌شده، دی‌اسید و دی‌آمین اولیه رو پیدا کن و اختلاف جرم مولیشون رو حساب کن. برای قسمت دوم سؤال هم واکنش دی‌اسید اولیه که پیدا کردی رو با دی‌الکل داده‌شده در سؤال رو بنویس و فرمول پلی‌استر تولیدشده را به دست بیار.

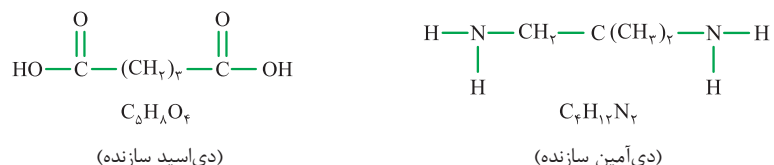
**درس نامه** •• آمیدها در شرایط مناسب با آب واکنش داده و به آمین و کربوکسیلیک اسید سازنده خود تبدیل می‌شوند. فب! کاملاً واضح و مبرهن است! که پلی‌آمیدها هم می‌توانند در شرایط مناسب با آب واکنش دهند و به مونومرهای سازنده خود یعنی کربوکسیلیک اسید دو‌عاملی (دی‌اسید) و آمین دو‌عاملی (دی‌آمین) تبدیل شوند.



**پاسخ تشریحی** ابتدا دی‌اسید و دی‌آمین سازنده پلی‌آمید داده‌شده را تعیین می‌کنیم:



مونومرهای سازنده پلی‌آمید:





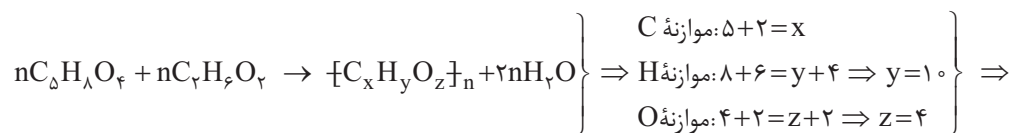
# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

اختلاف جرم مولی این دو مونومر برابر است با:

$$\left. \begin{aligned} C_5H_8O_4 &= 5(12) + 8(1) + 4(16) = 132 \text{ g.mol}^{-1} \\ C_4H_8N_2 &= 4(12) + 8(1) + 2(14) = 88 \text{ g.mol}^{-1} \end{aligned} \right\} \Rightarrow 132 - 88 = 44 \text{ g.mol}^{-1}$$

هالا واکنش دی‌اسید حاصل از آبکافت پلی‌آمید اولیه را با دی‌الکل  $C_4H_8O_2$  می‌نویسیم:



فرمول پلی‌استر:  $(C_7H_{10}O_4)_n$