www.konkur.in

دفترچه اختصاصی – ۱

علوم ریاضی و فنی

دوازدهم ریاضی

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی

آزمون ۲۸ اردیبهشت ۱۴۰۳

آزمــون اختصاصی

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شمارهٔ سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	حسابان ۲	۴۰	۱	۴۰
	هندسه ۳			
	ریاضیات گسسته			

Telegram:@konkur_in

www.konkur.in

آزمون «۲۸ اردیبهشت ۱۴۰۳»
اختصاصی دوازدهم ریاضی

مدت پاسخ‌گویی کل : ۶۰ دقیقه
تعداد کل سؤالات: ۴۰ سؤال

نام درس	تعداد سؤال	شمارهٔ سؤال
حسابان ۲	۲۰	۱-۲۰
هندسه ۳	۱۰	۲۱-۳۰
ریاضیات گسسته	۱۰	۳۱-۴۰
جمع کل	۴۰	۱-۴۰

پدیدآورندگان

	نام درس	نام طراحان
اختصاصی	حسابان ۲	شاهین پروازی-عادل حسینی-مسعود خندانی-حمید علیزاده-کامیار علّییون-مهرداد ملوندی-میلاد منصوری جهانبخش نیکنام
	هندسه و گسسته	امیرحسین ابومحبوب-اسحاق اسفندیار-فرزاد جوادی-سیدمحمدرضا حسینی‌فرد-مصطفی دیداری-مهدیار راشدی سوگند روشنی-هومن عقیلی-احمدرضا فلاح-مهرداد ملوندی-نیلوفر مهدوی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲	هندسه	ریاضیات گسسته
گزینشگر	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب
گروه ویراستاری	سعید خان‌بابایی	امیرمحمد کریمی مهرداد ملوندی	امیرمحمد کریمی مهرداد ملوندی
ویراستاری رتبه های برتر	پارسا نوروزی‌منش سهیل تقی‌زاده	پارسا نوروزی‌منش	پارسا نوروزی‌منش
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب
مستند سازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی	
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده	
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری	مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف‌نگار	فرزانه فتح اله‌زاده	
ناظر چاپ	سوران نعیمی	

گروه آزمون
بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی «وقف عام»
دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین – پلاک ۹۲۳ – تلفن: ۶۴۶۳-۰۲۱

Telegram:@konkur_in

www.konkur.in

حسابان ۲: کل کتاب: صفحه‌های ۱ تا ۱۴۴ | وقت پیشنهادی: **۳۰ دقیقه**

۱- کدام خط مجانب نمودار تابع $y=\frac{x^۲+۲x}{x^۲+۲x-۳}$ نیست؟

۱) $y=-۳$ ۲) $y=۱$ ۳) $x=۱$ ۴) $x=-۳$

۲- اگر باقی‌ماندهٔ تقسیم چندجمله‌ای $p(x)=۳x^۲+mx+۲m+۱$ بر $x-۲$ برابر ۳ باشد، باقی‌ماندهٔ تقسیم چندجمله‌ای $q(x)=mx^۲-mx+۳$ بر $x+۲$ کدام است؟

۱) -۲ ۲) ۸ ۳) -۶ ۴) -۱۲

۳- نمودار تابع $f(x)=\frac{۱}{۲}x^۴+x^۲+۱$ روی کدام بازه‌ها، به ترتیب از راست به چپ صعودی و نزولی است؟

۱) $(-\infty,۳]$ ، $(۳,+\infty)$ ۲) $[-۲,۰]$ ، $(۱,۵)$

۳) $[-۱,-۱۰]$ ، $[۰,+\infty)$ ۴) $(-\infty,-۳)$ ، $[-۳,+\infty)$

۴- کدام ترتیب تبدیلات، برای تبدیل نمودار تابع $y=\sqrt{۲x-۱}$ به نمودار تابع $y=\sqrt{۲-۳x}$ درست است؟

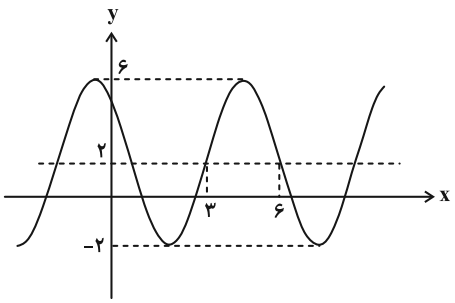
۱) انتقال به چپ به اندازهٔ ۳ واحد، ضرب طول نقاط در $\frac{۲}{۳}$، قرینه نسبت به محور yها

۲) انتقال به راست به اندازهٔ ۱ واحد، ضرب طول نقاط در $\frac{۲}{۳}$، قرینه نسبت به محور yها

۳) ضرب طول نقاط در ۲، انتقال به سمت راست به اندازهٔ ۱ واحد، تقسیم طول نقاط بر ۳، قرینه نسبت به محور yها

۴) ضرب طول نقاط در ۲، انتقال به چپ به اندازهٔ ۳ واحد، تقسیم طول نقاط بر ۳، قرینه نسبت به محور yها

۵- بخشی از نمودار تابع $y=a\sin bx+c$ در شکل زیر رسم شده است. حاصل $\frac{ab}{c}$ چند برابر π است؟



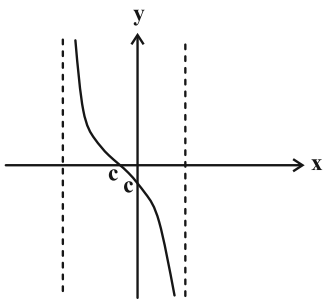
۱) $-\frac{۲}{۳}$

۲) $\frac{۳}{۲}$

۳) $-\frac{۳}{۲}$

۴) $\frac{۲}{۳}$

۶- بخشی از نمودار تابع $f(x)=a-a\tan(bx+\frac{۱}{۳})\pi$ در شکل زیر رسم شده است. حاصل ab کدام است؟



۱) $\frac{\sqrt{۳}+۱}{۲۴}$

۲) $\frac{\sqrt{۳}+۱}{۱۲}$

۳) $\frac{\sqrt{۳}-۱}{۲۴}$

۴) $\frac{\sqrt{۳}-۱}{۱۲}$

محل انجام محاسبات

Telegram:@konkur_in

www.konkur.in

۷- معادلهٔ $\cos 4x = 1 + \sin^2 3x$ در بازهٔ $(-\pi , m)$ دارای ۴ جواب است. بیشترین مقدار m کدام است؟

۱) 3π ۲) 4π ۳) $\frac{7\pi}{2}$ ۴) $\frac{5\pi}{2}$

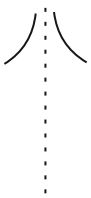
۸- انتهای کمان‌های جواب‌های معادلهٔ $2\sin 4x + \tan x = 0$ روی دایرهٔ مثلثاتی تشکیل یک چندضلعی محدب می‌دهند. مساحت این چندضلعی کدام است؟

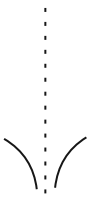
۱) $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$ ۲) $\frac{\sqrt{3}+1}{4}$ ۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ۴) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

۹- اگر $\lim\limits_{x\to 1^+} \frac{x+a}{x^2-ax+b} = -\infty$ باشد، b کدام مقدار را نمی‌تواند بپذیرد؟

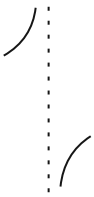
۱) $\sqrt{2}$ ۲) $-\sqrt{5}$ ۳) $-\frac{5}{2}$ ۴) $\frac{1}{2}$

۱۰- نمودار تابع $f(x) = \frac{5x + 4[-x]}{x^2 - 3[x]x + 2[x]^2}$ در یک همسایگی $x = 2$ کدام است؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)

۱) 

۲) 

۳)

۴) 

۱۱- اگر $f(\frac{3x-1}{x+1}) = \frac{x-5|x|+1}{x+2|x|-1}$ باشد، حاصل $\lim\limits_{x\to 3^+} [f(x)]$ کدام است؟ ([ ] نماد جزء صحیح است.)

۱) -2 ۲) 1 ۳) -7 ۴) -6

۱۲- در تابع $f(x) = \frac{120}{x} + 5$، آهنگ لحظه‌ای تغییر در $x = 2$ چند برابر آهنگ متوسط تغییر در بازهٔ $[6 , 4]$ است؟

۱) 6 ۲) 3 ۳) -3 ۴) -6

۱۳- مشتق تابع $f(x) = \sqrt{4 + \cos^2 \pi x}$ در $x = \frac{1}{4}$ چند برابر π است؟

۱) $-\frac{\sqrt{2}}{6}$ ۲) $-\frac{1}{6}$

۳) $-\frac{\sqrt{17}}{17}$ ۴) $-\frac{1}{3}$

۱۴- اگر مشتق راست تابع $f(x) = \frac{a[3x+1]}{x} + bx[x^2]$ در $x = 1$، دو واحد از مشتق چپ آن در این نقطه بیشتر باشد، حاصل $2b - a$ کدام است؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)

۱) 2 ۲) 3

۳) -1 ۴) صفر

محل انجام محاسبات

Telegram:@konkur_in

www.konkur.in

۱۵- تابع $a \neq 0$; $f(x) = ax^2 + bx + c$ مفروض است. اگر تابع $g(x) = \begin{cases} f'(x) + f''(x) & ; \ x < k \\ f(x) & ; \ x \geq k \end{cases}$ با شرط $a + 2b = c$ در $\mathbb{R}$ مشتق‌پذیر باشد، مجموع مربعات مقادیر قابل قبول k کدام است؟

۱) ۸
۲) ۱۲
۳) ۶
۴) ۱۰

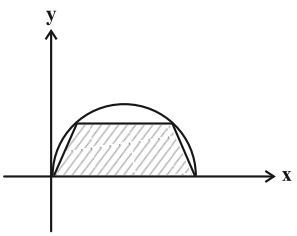
۱۶- برد تابع $f(x) = x^5 - 5x$ با دامنهٔ $[0, 2]$ کدام است؟

۱) $[-4, 20\sqrt{5}]$
۲) $[0, 4]$
۳) $[-4, 22]$
۴) $[0, 22]$

۱۷- نقطه‌ای با طول $\frac{6}{7}$ در تابع $y = x^2\sqrt[3]{2x - a}$ بحرانی است. مجموع مقادیر a کدام است؟

۱) $\frac{27}{14}$
۲) $\frac{31}{14}$
۳) $\frac{24}{7}$
۴) $\frac{26}{7}$

۱۸- مطابق شکل زیر، ذوزنقه‌ای در ناحیهٔ بین محور xها و نمودار رابطهٔ $x^2 + y^2 - 4x = 0$ محاط شده است. بیشترین مقدار مساحت ذوزنقه کدام است؟



۱) $\sqrt{3}$
۲) $3\sqrt{3}$
۳) $\sqrt{5}$
۴) ۱

۱۹- خط گذرا از نقاط عطف نمودار تابع $f(x) = |x|(x^2 - 3x)$ به صورت $y = ax + b$ است. حاصل $a + b$ کدام است؟

۱) صفر
۲) -۱
۳) -۲
۴) -۳

۲۰- نقطهٔ $(-27, -3)$، اکسترمم نسبی نمودار تابع $f(x) = (ax + b)x^3$ است. طول نقطهٔ برخورد خط‌های مماس بر نمودار تابع f در نقاط عطف آن کدام است؟

۱) صفر
۲) $-\frac{3}{2}$
۳) $-\frac{1}{2}$
۴) -۱

محل انجام محاسبات

Telegram:@konkur_in

www.konkur.in

هندسه ۳: کل کتاب: صفحه‌های ۹ تا ۸۴ | وقت پیشنهادی: **۱۵ دقیقه**

۲۱- ماتریس $A=\begin{bmatrix}۲ & ۱\\ -۱ & ۱\end{bmatrix}$ مفروض است. اگر $A^{-۱}=\alpha A+\beta I$ باشد، حاصل $\frac{\beta}{\alpha}$ کدام است؟

۱) -۳ ۲) -۱ ۳) ۱ ۴) ۳

۲۲- فرض کنید A و B ماتریس‌های مربعی از مرتبهٔ ۳ و وارون‌پذیر هستند. حاصل ماتریس زیر کدام است؟

$$X=(BA^{-۱})^{-۱}(A+B)(B^{-۱}A)^{-۱}$$

۱) $A^{-۱}+B^{-۱}$ ۲) $A+B$ ۳) $AB^{-۱}+BA^{-۱}$ ۴) $A^{۲}B^{-۱}+B^{۲}A^{-۱}$

۲۳- اگر $A=\begin{bmatrix}a & b & c\\ ۱ & ۲ & ۳\\ x & y & z\end{bmatrix}$ ، $|A|=۱۰$ ، $\begin{vmatrix}b & c\\ y & z\end{vmatrix}=۲$ و $\begin{vmatrix}a & c\\ x & z\end{vmatrix}=۳$ باشد، مقدار $ay-bx$ کدام است؟

۱) -۳ ۲) -۲ ۳) -۱ ۴) $-\frac{۱}{۲}$

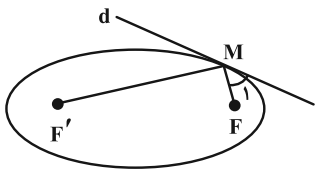
۲۴- دایره‌ای بر دو خط $y=x-۴$ و $x=y+۱۰$ مماس است. این دایره از خط $۲y=۲x-۱۱$ وتری با کدام طول جدا می‌کند؟

۱) $\frac{۹\sqrt{۵}}{۸}$ ۲) $\frac{۳\sqrt{۶}}{۲}$ ۳) $\frac{۴\sqrt{۶}}{۹}$ ۴) $\frac{۳\sqrt{۵}}{۸}$

۲۵- در یک بیضی افقی، $B(۲,۲)$ رأس ناکانونی بیضی و طول قطر بزرگ $۴\sqrt{۲}$ می‌باشد. اگر یکی از کانون‌های بیضی روی خط $y=x$ قرار داشته باشد، مختصات این کانون کدام می‌تواند باشد؟

۱) $(-۲,-۲)$ ۲) $(۳,۳)$ ۳) $(۲,۲)$ ۴) $(۰,۰)$

۲۶- در شکل زیر زاویهٔ $\hat{M}_۱=۴۵^\circ$ و خط d در نقطهٔ M بر بیضی مماس است. اگر طول قطر کوچک بیضی ۸ باشد، مساحت مثلث MFF' کدام است؟



۱) ۱۶
۲) ۳۲
۳) ۲۴
۴) ۸

۲۷- نقطهٔ $(۲,-۱)$ رأس یک سهمی و $(۶,۳)$ نقطه‌ای از این سهمی است. اگر محور تقارن این سهمی موازی محور xها باشد، فاصلهٔ کانون و رأس این سهمی از یکدیگر چقدر است؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۱ ۴) ۶

۲۸- چهار بردار $\vec{a}$، $\vec{b}$، $\vec{c}$ و $\vec{d}$ به اندازه‌های ۱، ۲، ۳ و ۴ مفروض‌اند به‌طوری که $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{d}$ است. حاصل $\vec{a}.\vec{b}+\vec{c}.\vec{d}$ کدام است؟

۱) ۱۲ ۲) ۱۰ ۳) ۸ ۴) ۱۴

۲۹- نقاط $A(۱,۲,-۱)$، $B(۰,۱,۲)$ و $C(-۱,۳,۴)$ رئوس مثلث ABC هستند، مربع طول کوتاه‌ترین ارتفاع مثلث کدام است؟

۱) $\frac{۴}{۵}$ ۲) $\frac{۲۹}{۱۰}$ ۳) $\frac{۳۷}{۱۵}$ ۴) $\frac{۳}{۱۱}$

۳۰- اگر سه بردار $\vec{a}=(۵,m+۲,-۴)$، $\vec{b}=(۱,۰,۲)$ و $\vec{c}=(۳,m,-۱)$ با یک صفحه موازی باشند کدام بردار بر این صفحه عمود است؟

۱) $\vec{i}-۲\vec{k}$ ۲) $۳\vec{i}+\vec{j}-۶\vec{k}$ ۳) $\vec{i}-۳\vec{j}+۵\vec{k}$ ۴) $۲\vec{i}+۷\vec{j}-۴\vec{k}$

محل انجام محاسبات

Telegram:@konkur_in

www.konkur.in

ریاضیات گسسته: کل کتاب: صفحه‌های ۱ تا ۸۴ / **شمارش بدون شمردن / ریاضی ۱:** صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۴۰ — وقت پیشنهادی: **۱۵ دقیقه**

۳۱- در تقسیم عدد طبیعی و فرد a بر ۵۵، باقی‌مانده از ۲ برابر خارج قسمت یک واحد کمتر است. مجموع ارقام حداکثر مقدار a کدام است؟

۱) ۱۲ ۲) ۱۳ ۳) ۱۴ ۴) ۱۵

۳۲- دو عدد طبیعی a و b چنان مفروض‌اند که $(۲۴a , ۱۸b) = ۶۰$؛ مقدار (a , b) کدام است؟

۱) ۲ یا ۵ ۲) ۵ یا ۱۰ ۳) فقط ۲ ۴) فقط ۵

۳۳- اگر a کوچک‌ترین عدد سه رقمی و مضرب ۱۱ باشد که باقیمانده‌اش در تقسیم بر ۷ و ۱۲ به ترتیب برابر ۳ و ۲ است، در آن صورت مجموع ارقام فرد a کدام است؟

۱) ۸ ۲) ۱۴ ۳) ۶ ۴) ۱۰

۳۴- چند نقطه با مختصات طبیعی روی خط به معادلهٔ $۹x + ۱۱y = ۶۲۵$ قرار دارد؟

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۷

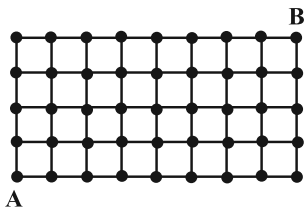
۳۵- در یک گراف از مرتبهٔ ۷ عدد احاطه‌گری برابر ۱ است. اگر این گراف فقط شامل ۱ دور باشد، در این صورت چند مسیر به طول ۲ دارد؟ (برگشت مسیر را مسیر جدید در نظر نگیرید.)

۱) ۱۳ ۲) ۱۵ ۳) ۱۷ ۴) ۲۱

۳۶- اگر γ عدد احاطه‌گری مربوط به گراف ۱- منتظم از مرتبهٔ ۱۴ و γ' عدد احاطه‌گری مربوط به مکمل آن گراف باشد، مقدار $\gamma + \gamma'$ کدام است؟

۱) ۱۴ ۲) ۸ ۳) ۱۲ ۴) ۹

۳۷- برای حرکت از نقطهٔ A به B فقط مجاز به حرکت به راست و بالا هستیم. به چند صورت می‌توانیم این کار را انجام دهیم، هرگاه هیچ دو بار پشت سر هم به بالا حرکت نکرده باشیم؟



۱) ۱۲۶
۲) ۲۵۲
۳) ۷۰
۴) ۵۶

۳۸- تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادلهٔ $\sum_{i=۱}^{۴} x_i = ۲۰$ با شرط $x_۱x_۲ = ۴$ کدام است؟

۱) ۴۹ ۲) ۴۰ ۳) ۵۹ ۴) ۵۰

۳۹- چند تابع یک‌به‌یک از مجموعهٔ $A = \{۰ , ۳ , ۷ , ۸\}$ به مجموعهٔ $B = \{۱ , ۳ , ۵ , ۷ , ۹\}$ می‌توان نوشت که شامل عضو $(۳ , ۳)$ نباشد؟

۱) ۱۱۹ ۲) ۹۶ ۳) ۶۰ ۴) ۲۴

۴۰- حداقل چند نقطه با مختصات صحیح در فضای $\mathbb{R}^۳$ باید انتخاب کنیم تا مطمئن باشیم مؤلفه‌های مختصات نقطهٔ وسط دو تا از آن‌ها حتماً صحیح است؟

۱) ۲۸ ۲) ۲۵ ۳) ۹ ۴) ۷

محل انجام محاسبات

Telegram:@konkur_in

www.konkur.in

دفترچه اختصاصی – ۲

علوم ریاضی و فنی

دوازدهم ریاضی

آزمون ۲۸ اردیبهشت ۱۴۰۳

آزمــون اختصاصی

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شمارهٔ سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۲	فیزیک ۳	۳۰	۴۱	۷۰
۳	شیمی ۳	۲۰	۷۱	۹۰

Telegram:@konkur_in

www.konkur.in

آزمون «۲۸ اردیبهشت ۱۴۰۳»
اختصاصی دوازدهم ریاضی

مدت پاسخ‌گویی: ۶۵ دقیقه
تعداد کل سؤالات: ۵۰ سؤال

نام درس	تعداد سؤال	شمارهٔ سؤال
فیزیک	۳۰	۴۱-۷۰
شیمی	۲۰	۷۱-۹۰
جمع کل	۵۰	۴۱-۹۰

پدیدآورندگان

	نام درس	نام طراحان
اختصاصی	فیزیک	مهران اسماعیلی-زهره آقامحمدی-علیرضا جباری-محسن سلماسی‌وند-آراس محمدی-محمدکاظم منشادی محمود منصوری-امیراحمد میرسعید-سیده ملیحه میرصالحی-حسام نادری- مجتبی نکوئیان محمد نهاوندی‌مقدم
	شیمی	محمدرضا پورجاوید-سعید تیزرو-پیمان خواجوی‌مجد-روزبه رضوانی-امیرحسین طیبی-محمد عظیمیان‌زواره علیرضا کیانی‌دوست-هادی مهدی‌زاده-میلاد میرحیدری

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	فیزیک	شیمی
گزینشگر	حسام نادری	امیرحسین مسلمی
گروه ویراستاری	زهره آقامحمدی	میلاد میرحیدری محمدحسن محمدزاده مقدم امیرحسین مسلمی
بازبینی نهایی رتبه های برتر	حسین بصیر ترکمبور	احسان پنجه‌شاهی
مسئول درس	حسام نادری	ماهان زواری
مستند سازی	علیرضا همایون‌خواه	امیرحسین مرتضوی حسین شاهسواری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی	
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده	
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری	مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف‌نگار	فرزانه فتح اله‌زاده	
ناظر چاپ	سوران نعیمی	

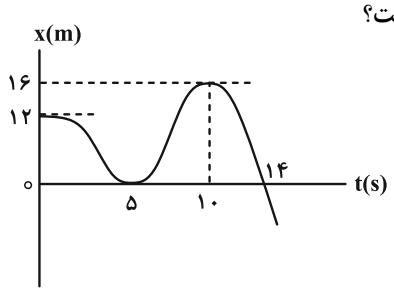
گروه آزمون
بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی «وقف عام»
دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۶۴۶۳-۰۲۱

Telegram:@konkur_in

www.konkur.in

فیزیک ۳: کل کتاب: صفحه‌های ۱ تا ۱۵۶ | وقت پیشنهادی: **۴۵ دقیقه**

۴۱- با توجه به نمودار مکان- زمان شکل مقابل، چند مورد از عبارت‌های داده شده درست است؟



الف) از لحظهٔ $t=0s$ تا $t=5s$، تندی متحرک در حال افزایش است.

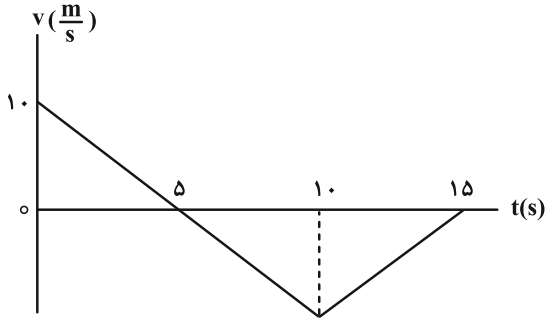
ب) اندازهٔ سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $5s$ تا $10s$ برابر $0/4\frac{m}{s}$ است.

پ) متحرک دو بار به‌طور کامل از مبدأ مکان عبور کرده است.

ت) در بازهٔ زمانی $5s$ تا $12s$، جهت بردار شتاب متحرک در خلاف جهت محور x است.

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۴۲- نمودار سرعت- زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. به ترتیب اندازهٔ شتاب متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t=0s$ تا $t=10s$ و تندی متوسط آن در بازهٔ زمانی $t=0s$ تا $t=15s$ در SI چقدر است؟



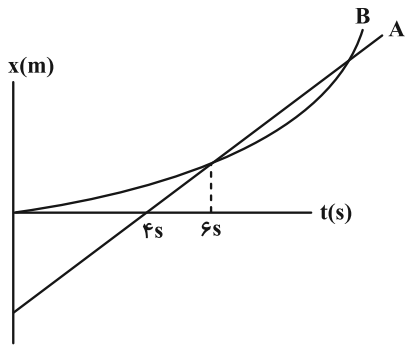
۱) ۴ و $\frac{5}{3}$

۲) ۲ و $\frac{5}{3}$

۳) ۲ و ۵

۴) ۴ و ۵

۴۳- نمودار مکان- زمان دو متحرک A و B که به ترتیب با سرعت و شتاب ثابت حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه تندی دو متحرک با هم برابر می‌شود و فاصلهٔ متحرک‌ها از مبدأ مکان در لحظه‌ای که برای دومین بار به هم می‌رسند، چند برابر فاصلهٔ آن‌ها از هم در مبدأ زمان است؟ (تندی اولیهٔ متحرک B، صفر است.)



۱) ۸/۱ و ۴

۲) ۹ و ۲

۳) ۸/۱ و ۲

۴) ۹ و ۴

محل انجام محاسبات

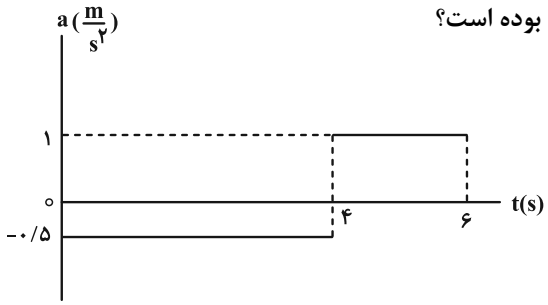
Telegram:@konkur_in

www.konkur.in

۴۴- متحرکی روی مسیری مستقیم با شتاب ثابت $(\sqrt{۳}-۲)\frac{m}{s^۲}$ شروع به حرکت می‌کند. اگر مدت زمان لازم برای پیمودن $\frac{۱}{۳}$ ابتدایی مسیر، ۲s بیشتر از مدت زمان لازم برای پیمودن مابقی مسیر باشد، سرعت متحرک در انتهای $\frac{۱}{۳}$ ابتدایی مسیر چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۲ ۲) $۲(۲+\sqrt{۳})$ ۳) ۴ ۴) $۴(۲+\sqrt{۳})$

۴۵- نمودار شتاب- زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، به صورت زیر است. اگر سرعت متوسط متحرک در ۶ ثانیهٔ اول حرکت خود برابر با $۷\frac{m}{s}$ باشد، سرعت اولیهٔ متحرک چند متر بر ثانیه بوده است؟



۱) ۴

۲) ۶

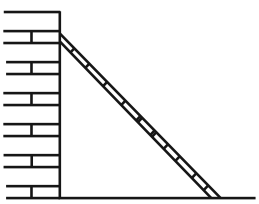
۳) ۸

۴) ۱۰

۴۶- از ارتفاع h از سطح زمین و در شرایط خلأ دو گلوله با اختلاف زمانی چند ثانیه رها شوند به گونه‌ای که در لحظهٔ رسیدن گلولهٔ اول به زمین، جابه‌جایی آن ۴ برابر جابه‌جایی گلولهٔ دوم باشد و حداکثر فاصلهٔ دو گلوله در حین حرکت به ۱۳۵ متر برسد؟ $(g=۱۰\frac{m}{s^۲})$

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۴۷- مطابق شکل زیر، نردبانی به دیوار قائم بدون اصطکاکی تکیه داده شده و در آستانهٔ سر خوردن است. کدام یک از گزینه‌های زیر در مورد این نردبان نادرست است؟ (μ_s: ضریب اصطکاک ایستایی بین سطح افقی و پای نردبان، m: جرم نردبان، g: شتاب گرانش)



۱) نیروهای وارد بر این نردبان متوازن هستند.

۲) اندازهٔ نیروی اصطکاک وارد بر نردبان برابر با اندازهٔ نیروی وارد بر آن از طرف دیوار قائم است.

۳) از طرف سطح افقی به نردبان، نیروی اصطکاکی به سمت راست وارد می‌شود تا مانع سُرخوردن نردبان شود.

۴) اندازهٔ نیرویی که دیوار قائم به نردبان وارد می‌کند برابر $\mu_s mg$ است.

محل انجام محاسبات

Telegram:@konkur_in

www.konkur.in

۴۸- فنری به طول $25\,cm$ را به سقف یک آسانسور ساکن آویزان می‌کنیم و به انتهای آن وزنه‌ای به جرم $2\,kg$ می‌بندیم. طول فنر در این حالت به $30\,cm$ می‌رسد. اگر آسانسور شروع به حرکت کند، طول فنر $1/25\,cm$ دیگر افزایش می‌یابد. شتاب حرکت آسانسور چند متر بر مربع ثانیه و جهت حرکت آسانسور کدام است؟ $(g = 10\frac{N}{kg})$

۱) ۲ ، پایین ۲) ۲/۵ ، پایین ۳) ۲ ، بالا ۴) ۲/۵ ، بالا

۴۹- گلوله‌ای به جرم $2\,kg$ بر روی سطح افقی به ضریب اصطکاک جنبشی $0/2$ با سرعت اولیهٔ v_0 حرکت می‌کند. اگر نیروی $F = 8\,N$ در خلاف جهت حرکت گلوله بر آن وارد شود، در مدت t_1 متوقف شده و در مدت زمان t_2 بعد از توقف به مکان اولیه‌اش برمی‌گردد. نسبت $\frac{t_1}{t_2}$ کدام است؟ $(g = 10\frac{N}{kg})$

۱) ۳ ۲) $\frac{1}{3}$ ۳) $\sqrt{3}$ ۴) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

۵۰- اگر جرم جسمی ۱۶ برابر شود و انرژی جنبشی آن ۷۵ درصد کاهش یابد، اندازهٔ تکانهٔ این جسم چند برابر می‌شود؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۸

۵۱- جسمی به جرم $1\,kg$ با تندی ثابت $4\frac{m}{s}$، مسیر دایره‌ای به شعاع $2\,m$ را در سطحی افقی طی می‌کند. اندازهٔ تغییر نیروی مرکزگرای وارد بر این جسم در مدت $1/5\,s$ چند نیوتون است؟ $(\pi = 3)$

۱) صفر ۲) ۸ ۳) $8\sqrt{2}$ ۴) ۱۶

۵۲- ماهواره‌ای در ارتفاع $\frac{11}{25}R_e$ از سطح زمین به دور آن می‌چرخد. اگر این ماهواره به ارتفاع $\frac{47}{25}R_e$ از سطح زمین منتقل شود، تندی و دورهٔ گردش آن به ترتیب از راست به چپ چند برابر می‌شوند؟ (R_e شعاع کرهٔ زمین است.)

۱) $\sqrt{2}$ و $2\sqrt{2}$ ۲) $\frac{1}{2}$ و $\sqrt{2}$ ۳) $\frac{1}{4}$ و ۲ ۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ و $2\sqrt{2}$

۵۳- دورهٔ تناوب یک نوسانگر هماهنگ ساده که در امتداد قائم نوسان می‌کند برابر با $T = 5\,s$ و دامنهٔ نوسان‌های آن برابر با $A = 6\,cm$ است. اگر نوسانگر از مکان $x = +A$ حرکت خود را آغاز کند، در لحظهٔ $t = \frac{5}{3}s$ نوسانگر در حال ..... نقطهٔ تعادل است و تندی آن در حال ..... است.

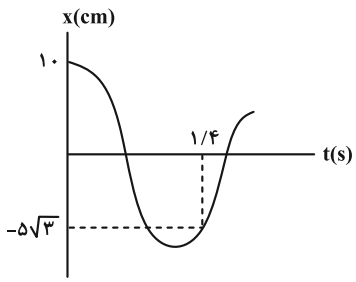
۱) دور شدن از، افزایش ۲) دور شدن از، کاهش ۳) نزدیک شدن به، افزایش ۴) نزدیک شدن به، کاهش

محل انجام محاسبات

Telegram:@konkur_in

www.konkur.in

۵۴- نمودار مکان- زمان نوسانگر هماهنگ ساده‌ای مطابق شکل زیر است. بیشینهٔ تندی نوسانگر چند متر بر ثانیه است؟ $(\pi \simeq ۳)$

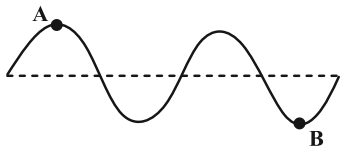


۱) $\frac{۱}{۲}$
۲) $\frac{۱}{۴}$
۳) $\frac{۱}{۸}$
۴) ۱

۵۵- اگر آونگ ساده‌ای از سطح زمین به ارتفاع $h = \frac{R_e}{۲}$ منتقل شود، دورهٔ نوسان آن چند برابر می‌شود؟ (R_e : شعاع زمین)

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۳}{۲}$ ۳) $\frac{۴}{۳}$ ۴) $\frac{۲}{۳}$

۵۶- اگر در شکل زیر، موج فاصلهٔ نقطهٔ A تا B را در ۰/۹s طی کند، بسامد چشمهٔ موج چند هرتز است؟



۱) $\frac{۱۰}{۹}$
۲) ۰/۶
۳) ۰/۹
۴) $\frac{۵}{۳}$

۵۷- در یک اتاق مربعی شکل که قطر کف آن ۸m و ارتفاع سقف آن ۳m است، یک منبع صوت را در مرکز سقف نصب می‌نماییم. اختلاف تراز شدت صوت در نقطه‌ای در مرکز کف اتاق و نقطه‌ای در گوشهٔ اتاق، چند دسی‌بل است؟ (نقاط روی زمین قرار دارند و اتلاف انرژی نداریم، $\log ۲ \simeq ۰/۳$ و $\log ۳ \simeq ۰/۵$)

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۸ ۴) ۱۸

۵۸- شکل‌های زیر مربوط به حرکت یک چشمهٔ نور و یک ناظر است. در کدام یک از شکل‌ها انتقال به آبی رخ می‌دهد؟

۱) الف ۲) ب ۳) الف و ب ۴) الف و پ

محل انجام محاسبات

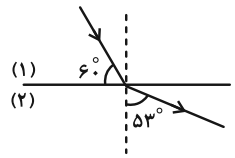
Telegram:@konkur_in

www.konkur.in

۵۹- اتومبیلی با تندی ثابت $۴۰\frac{m}{s}$ بین دو صخره‌ای که در فاصلهٔ ۱۷۰۰ متری از یکدیگر قرار دارند، بر روی خط راست حرکت می‌کند. اگر در یک لحظهٔ معین رانندهٔ اتومبیل بوق بزند، پس از مدتی پژواک حاصل از دو صخره را برای اولین بار به‌طور همزمان می‌شنود. اختلاف فاصلهٔ اتومبیل از دو صخره به هنگام بوق زدن چند متر بوده است؟ $(v_{صوت} = ۳۴۰\frac{m}{s})$

۱) ۷۵۰ ۲) ۹۵۰ ۳) ۲۰۰ ۴) ۱۵۰۰

۶۰- در شکل زیر، اگر پرتو نوری از محیط (۱) وارد محیط (۲) شود و مسافت مشخصی را در مدت زمان $t_۱$ در محیط (۱) بپیماید، همین مسافت را در چه مدت زمانی برحسب $t_۱$ در محیط (۲) طی می‌کند؟ $(\sin ۳۷^\circ = ۰/۶)$



۱) $\frac{۶}{۵}t_۱$

۲) $\frac{۵}{۶}t_۱$

۳) $\frac{۵}{۸}t_۱$

۴) $\frac{۸}{۵}t_۱$

۶۱- طول تاری $۴۰cm$ و جرم آن $۲۰g$ است. اگر بسامد اصلی آن $۲۸۵Hz$ باشد، نیروی کشش تار تقریباً چند نیوتون است؟

۱) ۲۵۰۰ ۲) ۲۶۰۰

۳) ۲۷۰۰ ۴) ۲۸۰۰

۶۲- تعداد فوتون‌هایی که در مدت ۲۴ ثانیه توسط یک لامپ تک رنگ نور قرمز در خلأ گسیل می‌شود، برابر با $۳/۲\times۱۰^{۲۲}$ است. اگر طول‌موج نور قرمز $۶۶۰nm$ باشد، توان لامپ چند وات است؟ $(c = ۳\times۱۰^۸\frac{m}{s}\ ،\ h = ۶/۶\times۱۰^{-۳۴}J.s)$

۱) ۱۰۰ ۲) ۲۰۰

۳) ۴۰۰ ۴) ۸۰۰

۶۳- در طیف اتم هیدروژن، بیشینهٔ بسامد خطوط در رشتهٔ براکت $(n' = ۴)$، چند برابر کمینهٔ بسامد خطوط در رشتهٔ لیمان $(n' = ۱)$ است؟

۱) $\frac{۱}{۱۲}$ ۲) ۱۲

۳) $\frac{۴۰۰}{۹}$ ۴) $\frac{۹}{۴۰۰}$

محل انجام محاسبات

Telegram:@konkur_in

www.konkur.in

۶۴- در مورد دو عنصر ${}^{12}_{6}C$ و ${}^{13}_{6}C$ کدام مورد نادرست است؟

۱) عدد نوترونی متفاوت دارند.

۲) ایزوتوپ‌های کربن هستند.

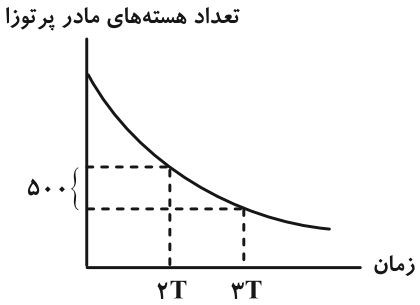
۳) مکان آن‌ها در جدول تناوبی عناصر، در کنار هم است.

۴) درصد فراوانی عنصر ${}^{12}C$ در طبیعت بیشتر از ${}^{13}C$ است.

۶۵- اگر یک مادهٔ پرتوزا با نیمه‌عمر مشخصی داشته باشیم، پس از چند نیمه‌عمر ۸۰ درصد از این ماده از بین می‌رود؟ $(\log 2 \simeq 0/3)$

۱) $\frac{3}{7}$ ۲) $\frac{7}{3}$ ۳) $\frac{3}{5}$ ۴) $\frac{5}{3}$

۶۶- نمودار تغییرات تعداد هسته‌های مادر پرتوزا در یک نمونه برحسب زمان به صورت زیر است. تعداد هسته‌های مادر پرتوزای اولیه چقدر است؟ (T نیمه‌عمر است.)



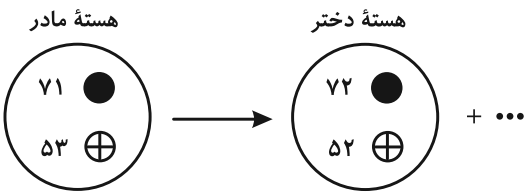
۱) ۲۰۰۰

۲) ۴۰۰۰

۳) ۸۰۰۰

۴) ۱۶۰۰۰

۶۷- شکل زیر، واپاشی یُد ۱۲۴ را نشان می‌دهد. نام ذرهٔ گسیل شده کدام است؟



۱) آلفا

۲) گاما

۳) پوزیترون

۴) الکترون

۶۸- یک عنصر رادیواکتیو چه ذراتی را می‌تواند تابش کند تا عدد اتمی آن ۷ واحد و عدد جرمی آن ۱۲ واحد کاهش یابند؟

۱) سه ذرهٔ آلفا و یک الکترون

۲) دو ذرهٔ آلفا و سه پوزیترون

۳) سه ذرهٔ آلفا و یک پوزیترون

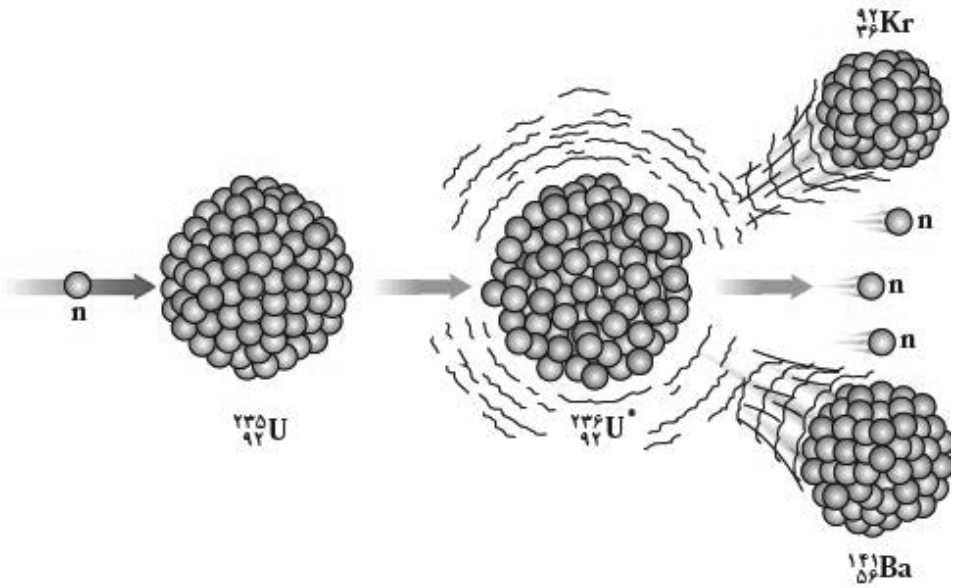
۴) سه ذرهٔ آلفا

محل انجام محاسبات

Telegram:@konkur_in

www.konkur.in

۶۹- کدام یک از عبارت‌های زیر در مورد واکنشی که در شکل زیر نشان داده شده است، نادرست است؟



۱) این شکل یکی از واکنش‌های ممکن شکافت هسته‌ای می‌باشد.

۲) در این واکنش، جرم محصولات کمتر از جرم هستهٔ مرکب است.

۳) هستهٔ مرکب $^{236}_{92}U$ در کمتر از 10^{-14} ثانیه واپاشیده می‌شود.

۴) این واکنش با جذب یک نوترون کند آغاز می‌شود.

۷۰- در آزمایش فوتوالکتریک که با نوری با بسامد f انجام شده است، بیشینهٔ انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها $8\times10^{-19}J$ است. اگر بسامد نور ۲۵ درصد کاهش یابد، بیشینهٔ انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها، ۴۰ درصد کاهش می‌یابد. تابع کار فلز چند الکترون ولت است؟ ($h = 4\times10^{-15}eV.s$ و $e = 1/6\times10^{-19}C$)

۱) ۵ ۲) ۴

۳) ۳ ۴) ۲

محل انجام محاسبات

Telegram:@konkur_in

www.konkur.in

شیمی ۳: کل کتاب: صفحه‌های ۱ تا ۱۲۳ | وقت پیشنهادی: **۲۰ دقیقه**

۷۱- با توجه به ترکیبات داده شده، چند مورد از مطالب زیر به درستی بیان شده است؟

- اوره
- اتیلن گلیکول
- روغن زیتون
- بنزین
- وازلین
- صابون جامد با زنجیر هیدروکربنی سیرشده ۱۷ کربنه

الف) ۵۰٪ از آن‌ها در هگزان حل می‌شوند.

ب) دو مورد از آن‌ها، تعداد اتم هیدروژن برابری دارند.

پ) در ساختار یک مورد از آن‌ها، عنصر فلزی یافت می‌شود.

ت) دو مورد از آن‌ها در ساختار خود دارای یک پیوند دوگانه هستند.

ث) نیمی از آن‌ها قادر به تشکیل پیوند هیدروژنی با مولکول‌های خود می‌باشند.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۷۲- همهٔ عبارت‌های زیر درست است، به‌جز ..... .

۱) پاک‌کننده‌ای با فرمول $CH_3(CH_2)_{14}COO^-K^+$ براساس برهم‌کنش میان ذره‌ها عمل می‌کند.

۲) رسوب تشکیل شده بر روی دیوارهٔ کتری با صابون و پاک‌کننده‌های غیرصابونی قابل زدودن نیست.

۳) جوهرنمک و سود سوزآور از نظر شیمیایی فعال‌اند و خاصیت خورندگی دارند.

۴) مخلوط پودر Al و سدیم هیدروکسید از جمله پاک‌کننده‌های غیرصابونی است و در واکنش با آب گاز H_2 و گرما تولید می‌کند.

۷۳- با توجه به مقادیر ثابت یونش نیتروواسید $(K_a = 4/5\times10^{-4})$ و استیک اسید $(K_a = 1/8\times10^{-5})$ کدام یک از عبارت‌های زیر درست است؟

۱) در شرایط یکسان، غلظت یون نیترات موجود در نیتروواسید از غلظت یون استات در استیک اسید بیشتر است.

۲) در شرایط یکسان، سرعت واکنش نیتروواسید با نوار منیزیم کمی بیشتر از سرعت این واکنش با استفاده از هیدروکلریک اسید است.

۳) در محلول‌هایی با حجم و غلظت یکسان از این دو اسید، تعداد مولکول‌های یونیده نشده در استیک اسید بیشتر است.

۴) در شرایط یکسان، استیک اسید نیز مانند نیتروواسید از کلرواتانوئیک اسید $(K_a = 1/35\times10^{-3})$ قوی‌تر است.

محل انجام محاسبات

Telegram:@konkur_in

www.konkur.in

۷۴- نسبت تقریبی غلظت یون هیدروکسید به هیدرونیوم در محلول حاصل از مخلوط کردن ۳۰۰mL محلول هیدروکلریک اسید با pH = ۱/۵ و ۶۰۰mL محلول هیدروبرمیک اسید با pH = ۴ کدام است؟ $(\log ۳ \simeq ۰/۵)$

۱) $۱۰^{-۱۱}$ ۲) $۱۰^{۱۱}$ ۳) $۱۰^{-۱۰}$ ۴) $۱۰^{۱۰}$

۷۵- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست هستند؟

- تعداد ذرات حاصل از انحلال یک مول لیتیم اکسید در آب بیشتر از تعداد ذرات حاصل از انحلال همین مقدار منیزیم اکسید در آب است.
- بر پایهٔ نظریهٔ آرنیوس، با انحلال ۳۷/۵٪ از ترکیب‌های «$CO_۲$، $K_۲O$، $C_۶H_{۱۲}O_۶$، $C_۲H_۵OH$، $NH_۳$، $CH_۳COCH_۳$، $N_۲O_۵$، $SO_۳$» در آب، محلول خنثی ایجاد می‌شود.
- تعداد مول آنیون حاصل از اضافه کردن یک مول آهک به مقدار زیادی آب با تعداد مول یون‌های حاصل از انحلال یک مول پتاسیم نیترات در آب برابر است.
- مجموع تعداد جفت الکترون‌های پیوندی و ناپیوندی در یون هیدرونیوم با تعداد جفت الکترون‌های پیوندی در یون متانوات $(HCOO^-)$ برابر است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۷۶- چند مورد از عبارت‌های زیر در مورد برقکافت آب نادرست است؟ $(H = ۱ , O = ۱۶ : g.mol^{-۱})$

- نیم‌واکنش انجام شده در سطح الکترود با بار منفی به صورت $۲H_۲O \rightarrow O_۲ + ۴H^+ + ۴e^-$ خواهد بود.
- در اطراف آند، ضمن تولید گاز اکسیژن، pH نیز افزایش می‌یابد.
- گاز حاصل از کاهش مولکول‌های آب را می‌توان از واکنش بین یک فلز و یک اسید نیز تهیه کرد.
- نسبت جرم گاز تولید شده در کاتد به جرم گاز تولید شده در آند برابر ۰/۱۲۵ است.

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

۷۷- اطلاعات مربوط به ۴ واکنش اکسایش- کاهش خودبه‌خودی در جدول زیر آورده شده است؛ اطلاعات موجود در چند واکنش به نادرستی بیان شده است؟

	اکسنده	کاهنده	گونهٔ حاصل از اکسایش	گونهٔ حاصل از کاهش	شمار e^- مبادله شده در معادله موازنه شده واکنش
واکنش I	اتم روی	یون آهن (II)	یون روی	اتم آهن	۲
واکنش II	یون مس (I)	اتم منگنز	اتم مس	یون منگنز (III)	۳
واکنش III	یون آهن (II)	اتم مس	یون مس (II)	اتم آهن	۲
واکنش (IV)	یون وانادیم (V)	اتم آلومینیم	یون آلومینیم	یون وانادیم (III)	۶

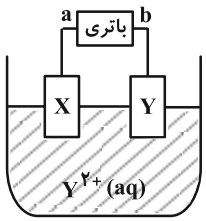
۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

محل انجام محاسبات

Telegram:@konkur_in

www.konkur.in

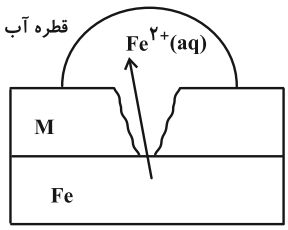
۷۸- با توجه به شکل زیر که یک سلول الکترولیتی برای آبکاری را نشان می‌دهد، چند مورد از مطالب زیر درست است؟



- a قطب منفی سلول بوده و به تیغه محل انجام نیم‌واکنش کاهش متصل است.
- با گذشت زمان، غلظت یون‌های Y^{2+} ثابت می‌ماند.
- در این فرایند مادهٔ X مصرف یا تولید نمی‌شود.
- جهت حرکت الکترون در مدار بیرونی این سلول همانند سلول‌های گالوانی از آند به کاتد است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۷۹- شکل زیر نوعی ورق آهنی با روکشی از فلز M را نشان می‌دهد. با توجه به آن کدام گزینه نادرست است؟



$E^\circ(Fe^{2+}/Fe) = -0/44V$

$O_2(g) + 2H_2O(l) + 4e^- \rightarrow 4OH^-(aq)$ $\quad E^\circ = +0/44V$

۱) جهت حرکت الکترون‌ها با جهت حرکت یون Fe^{2+} همسو است.

۲) emf سلول گالوانی تشکیل شده در صورتی که E° فلز M برابر $-0/14V$ باشد برابر $0/3V$ است.

۳) در این واکنش O_2 نقش اکسنده و آب نقش الکترولیت را داشته و در واکنش شرکت می‌کند.

۴) از این نوع ورق نمی‌توان برای ساخت تانکر آب و کانال کولر استفاده کرد.

۸۰- در فرایند هال، چگالی آلومینیم مذاب از الکترولیت مورد استفاده ..... است و به ازای تولید ۵۴۰kg آلومینیم، ..... مترمکعب کربن دی‌اکسید با چگالی $1/6 g.L^{-1}$ تولید می‌شود. $(C=12 , O=16 , Al=27 : g.mol^{-1})$

$Al_2O_3 + C \rightarrow Al + CO_2$ (واکنش موازنه شود)

۱) بیشتر- ۴۱۲/۵ ۲) بیشتر- ۴۱۵

۳) کمتر- ۴۱۲/۵ ۴) کمتر- ۴۱۵

محل انجام محاسبات

Telegram:@konkur_in

www.konkur.in

۸۱- کدام گزینه نادرست است؟

۱) یخ و یخ خشک، هر دو جزو جامدهای مولکولی بوده و حالت فیزیکی یکسانی دارند، اما نوع نیروی جاذبه بین مولکولی در آن‌ها متفاوت است.

۲) هر ترکیبی که در دما و فشار اتاق به حالت گازی شکل است جزو مواد مولکولی طبقه‌بندی می‌شود و واحدهای سازندهٔ این مواد، نقش کلیدی در تعیین خواص و رفتار آن‌ها دارند.

۳) برای تمامی ترکیب‌های «$Cl_2(g)$، $HF(g)$، $C_6H_{14}(l)$ و $Si(s)$» می‌توان واژهٔ نیروهای بین مولکولی را به کار برد.

۴) در ساختار یخ، نسبت تعداد پیوندهای هیدروژنی به پیوندهای اشتراکی که هر اتم اکسیژن می‌تواند تشکیل دهد، برابر ۱ است.

۸۲- مخلوطی از فلوئوریدهای عناصر سدیم و منیزیم در دسترس داریم؛ اگر برای فروپاشی کامل شبکهٔ بلور این مخلوط به ۸۷۰/۸ کیلوژول انرژی نیاز باشد و در اثر این فرایند $۴/۲۱۴\times۱۰^{۲۳}$ یون فلوئورید گازی تولید شود؛ درصد مولی منیزیم فلوئورید در مخلوط جامد اولیه کدام است؟

ترکیب	آنتالپی فروپاشی $(kJ.mol^{-1})$
سدیم فلوئورید	۹۲۶
منیزیم فلوئورید	۲۹۶۵

۱) ۲۰ ۲) ۴۰ ۳) ۶۰ ۴) ۸۰

۸۳- به ۲۰۰ میلی‌لیتر محلول $۰/۵ mol.L^{-1}$ وانادیم (V)، ۳/۲۵ گرم فلز روی اضافه کرده‌ایم. پس از اتمام واکنش و مصرف کامل فلز روی، رنگ محلول کدام است؟ $(Zn = ۶۵ : g.mol^{-1})$

۱) زرد ۲) آبی ۳) سبز ۴) بنفش

۸۴- الماس و گرافن از نظر ..... با یکدیگر شباهت دارند اما از نظر ..... با هم تفاوت دارند.

۱) رسانایی الکتریکی- وجود پیوند اشتراکی در ساختار ۲) وجود پیوند اشتراکی در ساختار- شفاف بودن

۳) ساختار سه بعدی- رسانایی الکتریکی ۴) شفاف بودن- انعطاف‌پذیری

۸۵- با توجه به آرایش الکترونی عنصرهای داده شده، ترکیب یونی حاصل از واکنش کدام دو عنصر از آن‌ها دارای بیشترین آنتالپی فروپاشی شبکه است؟

$A : ۱s^۲ ۲s^۲ ۲p^۶ ۳s^۲ ۳p^۶ ۴s^۲$

$B : ۱s^۲ ۲s^۲ ۲p^۳$

$C : ۱s^۲ ۲s^۲ ۲p^۶ ۳s^۱$

$D : ۱s^۲ ۲s^۲ ۲p^۶ ۳s^۲ ۳p^۶ ۳d^{۱۰} ۴s^۲ ۴p^۴$

۱) A و B ۲) A و D ۳) B و C ۴) C و D

محل انجام محاسبات

Telegram:@konkur_in

www.konkur.in

۸۶- چند مورد از عبارت‌های زیر نادرست است؟ $(H=1\ ,\ C=12\ ,\ N=14\ ,\ O=16\ ,\ S=32 : g.mol^{-1})$

آ) در مولکول HCl احتمال حضور جفت الکترون پیوندی پیرامون هستهٔ اتم با شعاع اتمی کمتر، کمتر می‌باشد.

ب) بار جزئی اتم مرکزی در مولکول‌های متان و گوگرد دی‌اکسید با مولکول کربن تتراکلرید متفاوت است.

پ) آمونیاک یک مولکول چهار اتمی قطبی بوده و مولکول‌های چهار اتمی نمی‌توانند شکل خطی داشته باشند.

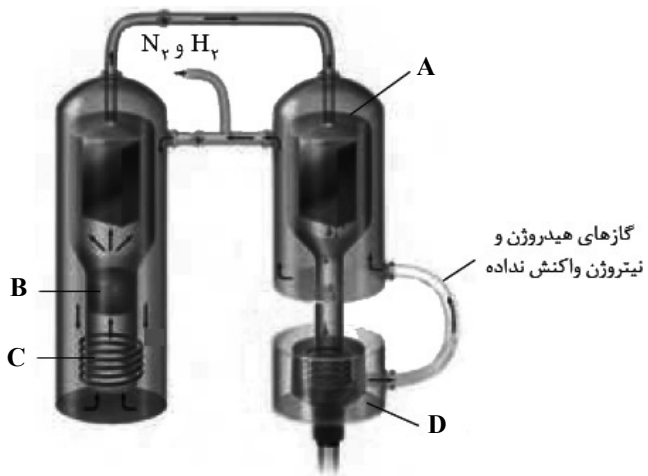
ت) کربونیل سولفید برخلاف کربن دی‌سولفید در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کند و درصد جرمی کربن در کربونیل سولفید و اوره یکسان است.

ث) حالت فیزیکی کربن تتراکلرید (CCl_4) و کلروفرم (CH_3Cl) در دمای اتاق مایع می‌باشد و عدد اکسایش کربن در CCl_4 و CO_2 یکسان است.

۱) ۴ ۲) ۳

۳) ۲ ۴) ۱

۸۷- شکل زیر شمایی از فناوری تولید آمونیاک به روش هابر را نشان می‌دهد. با توجه به آن کدام گزینه نادرست است؟



۱) در این فرایند گازهای هیدروژن و نیتروژن واکنش نداده، مجدد به محفظهٔ واکنش بازمی‌گردند.

۲) دمای مناسب قسمت A جهت پیشروی فرایند، $-40^{\circ}C$ است.

۳) از ماده‌ای که در قسمت D جمع‌آوری می‌شود، در تولید کودهای شیمیایی استفاده می‌شود.

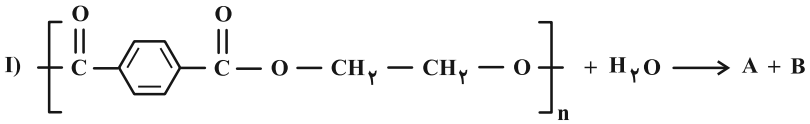
۴) قسمت‌های A و B به ترتیب مربوط به سردکننده و گرم‌کننده فرایند است.

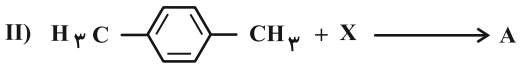
محل انجام محاسبات

Telegram:@konkur_in

www.konkur.in

۸۸- با توجه به واکنش‌های زیر، کدام عبارت‌ها درست است؟





$$III)\ H_2C=CH_2+Z\rightarrow B$$

آ) واکنش (I) از نوع اکسایش- کاهش است و مادهٔ A ترفتالیک اسید نام دارد.

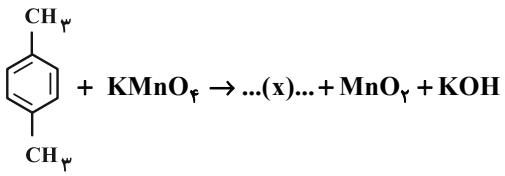
ب) حل‌شونده محلول‌های X و Z یک ماده هستند و محلول X نسبت به محلول Z پررنگ‌تر است.

پ) عدد اکسایش کربن در اتن با عدد اکسایش کربن در کلروفرم متفاوت است و ترکیب B الکلی با ۲ گروه هیدروکسیل است.

ت) واکنش دهنده واکنش (II) در نفت خام وجود ندارد و این واکنش انرژی فعال‌سازی بزرگی دارد.

۱) آ، ت ۲) ب، پ ۳) آ، پ ۴) ب، ت

۸۹- در واکنش موازنه نشدهٔ زیر که مربوط به تهیهٔ یکی از مونومرهای سازنده بطری آب می‌باشد، اختلاف تعداد جفت الکترون‌های پیوندی و ناپیوندی در فراوردهٔ x برابر ..... بوده و از اکسایش ..... گرم از واکنش‌دهندهٔ مولکولی در حضور مقدار کافی از واکنش‌دهندهٔ یونی با بازده ۷۵٪، مقدار ۴/۹۸ گرم از فراوردهٔ x تولید می‌شود. $(C=12\ ,\ H=1\ ,\ O=16 : g.mol^{-1})$



۱) ۱۷- ۴/۴۲ ۲) ۱۵ – ۴/۲۴

۳) ۱۷ – ۴/۲۴ ۴) ۱۵ – ۴/۴۲

۹۰- با توجه به داده‌های جدول زیر که مربوط به تعادل $2N_2O_5(g)\rightleftharpoons 4NO_2(g)+O_2(g)$ است، چه تعداد از موارد زیر با قرار دادن سامانه با دمای $25^\circ C$ در حمام آب یخ رخ نمی‌دهد؟

دما ($^\circ C$)	ثابت تعادل
۲۵	3×10^{-4}
۲۵۰	$7\times10^{+2}$
۴۵۰	$4\times10^{+6}$

- فشار گاز موجود در ظرف کاهش می‌یابد.
- مقدار عددی ثابت تعادل افزایش می‌یابد.
- درصد مولی مولکول‌های دو اتمی کاهش می‌یابد.
- شدت رنگ قهوه‌ای در مخلوط واکنش کاهش می‌یابد.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

محل انجام محاسبات

Telegram:@konkur_in

www.konkur.in

دفترچه پاسخ

آزمون ۲۸ اردیبهشت ۱۴۰۳

اختصاصی دوازدهم ریاضی

	نام درس	نام طراحان
اختصاصی	حسابان ۲	شاهین پروازی-عادل حسینی-مسعود خندانی-حمید علیزاده-کامیار علّییون-مهرداد ملوندی-میلاد منصوری جهانبخش نیکنام
	هندسه و ریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحبوب-اسحاق اسفندیار-فرزاد جوادی-سیدمحمدرضا حسینی‌فرد-مصطفی دیداری-مهدیار راشدی سوگند روشنی-هومن عقیلی-احمدرضا فلاح-مهرداد ملوندی-نیلوفر مهدوی
	فیزیک	مهران اسماعیلی-زهره آقامحمدی-علیرضا جباری-محسن سلماسی‌وند-آراس محمدی-محمدکاظم منشادی محمود منصوری-امیراحمد میرسعید-سیده ملیحه میرصالحی-حسام نادری- مجتبی نکوئیان محمد نهاوندی‌مقدم
	شیمی	محمدرضا پورجاوید-سعید تیزرو-پیمان خواجوی‌مجد-روزبه رضوانی-امیرحسین طیبی-محمد عظیمیان‌زواره علیرضا کیانی‌دوست-هادی مهدی‌زاده-میلاد میرحیدری

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲	هندسه و گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	حسام نادری	امیرحسین مسلمی
گروه ویراستاری	سعید خان‌بابایی	امیرمحمد کریمی مهرداد ملوندی	زهره آقامحمدی	میلاد میرحیدری محمدحسن محمدزاده‌مقدم امیرحسین مسلمی
بازبینی نهایی رتبه های برتر	پارسا نوروزی‌منش سهیل تقی‌زاده	پارسا نوروزی‌منش	حسین بصیر ترکمبور	احسان پنجه‌شاهی
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	حسام نادری	ماهان زواری
مستندسازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	علیرضا همایون‌خواه	امیرحسین مرتضوی حسین شاهسواری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری — مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف‌نگار	فرزانه فتح اله‌زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین – پلاک ۹۲۳ – کانون فرهنگی آموزش – تلفن: ۶۴۶۳-۰۲۱

Telegram:@konkur_in

www.konkur.in

حسابان ۲

۱- **گزینهٔ «۱»** (مسعود خدائی)

خطوط $x=-۳$ و $x=۱$ مجانب‌های قائم نمودار تابع و خط $y=۱$ نیز مجانب افقی آن است.

(حسابان ۲- حدهای نامتناهی- حد در بی‌نهایت؛ صفحه‌های ۵۵ تا ۵۸، ۶۷ و ۶۸)

۲- **گزینهٔ «۴»** (امتحانات نهایی- دی ۱۴۰۲)

باقی‌ماندهٔ تقسیم $p(x)$ بر $x-a$ برابر $p(a)$ است، پس باقی‌ماندهٔ تقسیم $p(x)$ بر $x-۲$ برابر $p(۲)$ است:

$$p(۲)=۳(۲)^۲+m(۲)+۲m+۱=۴m+۱۳=۳\Rightarrow m=-\frac{۵}{۲}$$

و باقی ماندهٔ تقسیم $q(x)$ نیز بر $x+۲$ برابر $q(-۲)$ است:

$$r=q(-۲)=(-\frac{۵}{۲})(-۲)^۲-(-\frac{۵}{۲})(-۲)+۳=-۱۲$$

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

۳- **گزینهٔ «۲»** (امتحانات نهایی- خرداد ۱۴۰۲)

روش اول:

$$f(x)=\frac{۱}{۲}(x^۲+۱)^۲+\frac{۱}{۲}$$

ضریب‌های $\frac{۱}{۲}$ تأثیری روی یکنوایی ندارند، پس یکنوایی تابع f با یکنوایی تابع $y=(x^۲+۱)^۲$ یکسان است. چون $x^۲+۱$ همواره مثبت است، یکنوایی این تابع نیز همانند یکنوایی تابع $y=x^۲$ است. در نتیجه تابع f روی بازهٔ $(-\infty\ ,\ ۰]$ اکیداً نزولی و روی بازهٔ $[۰\ ,\ +\infty)$ اکیداً صعودی است.

روش دوم:

$$f'(x)=۲x^۳+۲x=۲x(x^۲+۱)$$

پس به ازای $x<۰$ علامت مشتق منفی و به ازای $x>۰$ علامت آن مثبت است. این یعنی تابع f روی بازهٔ $(-\infty\ ,\ ۰]$ اکیداً نزولی و روی بازهٔ $[۰\ ,\ +\infty)$ اکیداً صعودی است.

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸

حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۲۲)

۴- **گزینهٔ «۴»** (کامیار علّیون)

ما گزینهٔ پاسخ را شرح می‌دهیم، بررسی گزینه‌های نادرست، این‌که به ضابطهٔ نادرستی می‌رسند، تمرین خودتان باشد:

$$y=\sqrt{۲x-۱}\xrightarrow[x\to\frac{۱}{۲}x]{\text{ضرب طول نقاط در }۲}y=\sqrt{x-۱}$$

$$\xrightarrow[x\to x+۳]{۳\text{ واحد به چپ}}y=\sqrt{x+۲}\xrightarrow[x\to ۳x]{\text{تقسیم طول نقاط بر }۳}$$

$$y=\sqrt{۳x+۲}\xrightarrow[x\to(-x)]{\text{قرینه نسبت به محور y ها}}y=\sqrt{۲-۳x}$$

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۵- **گزینهٔ «۱»** (امتحانات نهایی- دی ۱۴۰۲)

بیشترین و کمترین مقدار تابع به ترتیب ۶ و ۲- هستند:

$$\Rightarrow\begin{cases}y_{max}=|a|+c=۶\\ y_{min}=-|a|+c=-۲\end{cases}\Rightarrow|a|=۴\ ,\ c=۲$$

از طرفی نصف دورهٔ تناوب برابر $۳-۳=۶$ و در نتیجه دورهٔ تناوب برابر ۶ است:

$$\Rightarrow T=\frac{۲\pi}{|b|}=۶\Rightarrow|b|=\frac{\pi}{۳}$$

چون نمودار در $x=۰$ نزولی است، باید a و b را غیرهم‌علامت در نظر بگیریم:

$$\Rightarrow a=-۴\ ,\ b=\frac{\pi}{۳}\Rightarrow\frac{ab}{c}=\frac{-۴\times\frac{\pi}{۳}}{۲}=-\frac{۲}{۳}\pi$$

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحهٔ ۲۷)

۶- **گزینهٔ «۱»** (میلاد منصوری)

عرض از مبدأ با یکی از صفرهای تابع برابر است:

$$\text{عرض از مبدأ}:\ c=f(۰)=a-a\tan\frac{\pi}{۳}=a-a\sqrt{۳}$$

اگر همین مقدار را در تابع جای‌گذاری کنیم، حاصل باید برابر صفر شود:

$$f(a-a\sqrt{۳})=a-a\tan(ab(۱-\sqrt{۳})\pi+\frac{\pi}{۳})=۰$$

$$\Rightarrow\tan(ab(۱-\sqrt{۳})\pi+\frac{\pi}{۳})=۱$$

$$\Rightarrow ab(۱-\sqrt{۳})\pi+\frac{\pi}{۳}=k\pi+\frac{\pi}{۴}$$

$$\Rightarrow ab(۱-\sqrt{۳})=k-\frac{۱}{۱۲}\quad;\quad k\in\mathbb{Z}\qquad(*)$$

دقت کنید که حاصل‌ضرب a و b باید مثبت باشند؛ زیرا تابع رسم شده نزولی است.

معادلهٔ دو مجانب قائم رسم شده در نمودار صورت سؤال، $x=\frac{۱}{۶b}$ و $x=-\frac{۵}{۶b}$ هستند. این یعنی طول از مبدأ مشخص شده باید در بازهٔ $(-\frac{۵}{۶b}\ ,\ ۰)$ قرار بگیرند:

$$-\frac{۵}{۶b}<a(۱-\sqrt{۳})<۰\xrightarrow{b>۰}-\frac{۵}{۶}<ab(۱-\sqrt{۳})<۰$$

$$\xrightarrow{(*)}-\frac{۵}{۶}<k-\frac{۱}{۱۲}<۰$$

Telegram:@konkur_in

www.konkur.in

تنها مقدار صحیحی از k که در نامساوی بالا قرار می‌گیرد، $k=0$ است.

$$\Rightarrow ab(1-\sqrt{3})=-\frac{1}{12}\Rightarrow ab=-\frac{1}{12(1-\sqrt{3})}=\frac{\sqrt{3}+1}{24}$$

دقت کنید که چون عرض از مبدأ منفی است، مقدار a مثبت و در نتیجه مقدار b نیز مثبت به دست می‌آید.

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۲۹ تا ۳۴)

۷- **گزینهٔ «۲»** (عادل حسینی)

حدود عبارت سمت چپ بازهٔ $[-1,1]$ و حدود عبارت سمت راست بازهٔ $[1,2]$ است، پس این دو عبارت هنگامی با هم برابرند که هر دو برابر ۱ باشند.

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos 4x=1\Rightarrow 4x=2k\pi\Rightarrow x=\frac{k\pi}{2} \\ \sin 3x=0\Rightarrow 3x=k\pi\Rightarrow x=\frac{k\pi}{3} \end{cases} ; \quad k\in\mathbb{Z}$$

جواب‌های مشترک دو دسته جواب بالا $x=k\pi$ است. حال اگر بازهٔ $(-\pi,m)$ شامل ۴ جواب باشد، این جواب‌ها باید صفر، π، 2π و 3π باشند، پس بیشترین مقدار m برابر 4π است.

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

۸- **گزینهٔ «۴»** (میلاد منصوری)

معادله را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$2\sin 4x=-\tan x\Rightarrow 4\sin 2x\cos 2x=-\tan x$$

از اتحادهای $\sin 2\theta=\frac{2\tan\theta}{1+\tan^2\theta}$ و $\cos 2\theta=\frac{1-\tan^2\theta}{1+\tan^2\theta}$ استفاده می‌کنیم و داریم:

$$\frac{8\tan x(1-\tan^2 x)}{(1+\tan^2 x)^2}=-\tan x$$

قطعاً جواب‌های معادلهٔ $\tan x=0$، جزء جواب‌های معادله هستند.

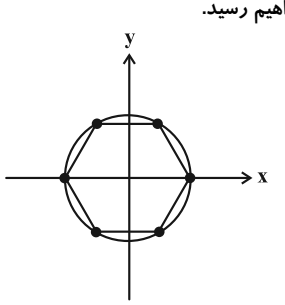
$$\Rightarrow x=k\pi \quad ; \quad k\in\mathbb{Z} \qquad (1)$$

حال اگر $\tan x\neq 0$ باشد، داریم:

$$(\tan^2 x+1)^2=-8(1-\tan^2 x)\Rightarrow \tan^4 x-6\tan^2 x+9=0$$

$$\Rightarrow \tan^2 x=3\Rightarrow \tan x=\pm\sqrt{3} \qquad (2)$$

در نتیجه اگر انتهای کمان‌های (۱) و (۲) را روی دایرهٔ مثلثاتی نشان دهیم، به شش ضلعی زیر خواهیم رسید.



شش‌ضلعی حاصل با طول ضلع ۱ منتظم است و مساحت آن برابر $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ است.

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

۹- **گزینهٔ «۴»** (مهرداد ملوندی)

در دو حالت مسئله را بررسی می‌کنیم:

۱) $x=1$ ریشهٔ مضاعف مخرج باشد:

$$x^2-ax+b=x^2-2x+1\Rightarrow a=2\ ,\ b=1$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to 1^+}\frac{x+a}{x^2-ax+b}=\lim_{x\to 1^+}\frac{x+2}{(x-1)^2}=\frac{\text{عدد مثبت}}{0^+}=+\infty$$

که با فرض سؤال در تناقض است.

۲) $x=1$ ریشهٔ سادهٔ مخرج است:

$$\lim_{x\to 1^+}\frac{x+a}{x^2-ax+b}=\lim_{x\to 1^+}\frac{x+a}{(x-1)(x+1-a)}=-\infty$$

چون $x-1>0$ است، نتیجه می‌گیریم که $\lim_{x\to 1^+}\frac{x+a}{x+1-a}$ باید منفی باشد:

$$\Rightarrow \frac{1+a}{2-a}<0\Rightarrow a<-1 \text{ یا } a>2\xrightarrow{b=a-1} b<-2 \text{ یا } b>1$$

$$\Rightarrow b\notin[-2,1]$$

(حسابان ۲- حدهای نامتناهی- حد در بی‌نهایت؛ صفحه‌های ۴۸ تا ۵۴)

۱۰- **گزینهٔ «۳»** (عادل حسینی)

حدهای چپ و راست را حساب می‌کنیم:

$$\lim_{x\to 2^-}f(x)=\lim_{x\to 2^-}\frac{5x-8}{x^2-3x+2}=\lim_{x\to 2^-}\frac{5x-8}{(x-1)(x-2)}$$

$$=\frac{\text{عدد مثبت}}{0^-}=-\infty$$

$$\lim_{x\to 2^+}f(x)=\lim_{x\to 2^+}\frac{5x-12}{x^2-6x+8}=\lim_{x\to 2^+}\frac{5x-12}{(x-4)(x-2)}$$

$$=\frac{\text{عدد منفی}}{0^-}=+\infty$$

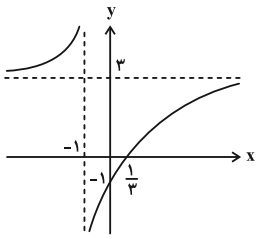
(حسابان ۲- حدهای نامتناهی- حد در بی‌نهایت؛ صفحه‌های ۵۵ تا ۵۸)

۱۱- **گزینهٔ «۳»** (مسعود غدانی)

نمودار تابع $y=\frac{3x-1}{x+1}$ در شکل زیر رسم شده است که خط $y=3$ مجانب افقی آن است:

Telegram:@konkur_in

www.konkur.in



پس برای محاسبهٔ حاصل $\lim\limits_{x\to 3^+} f(x)$ لازم است که در تابع $y=f(\frac{3x-1}{x+1})$، x را به $-\infty$ میل دهیم:

$$\lim_{x\to 3^+} f(x)=\lim_{x\to-\infty}\frac{x-5|x|+1}{x+2|x|-1}=\lim_{x\to-\infty}\frac{6x}{-x}=-6$$

اما تابع $y=-\frac{6x+1}{x+1}$ روی هر دو شاخه‌اش نزولی است، پس در $-\infty$ با مقادیر کمتر از ۶- به آن میل می‌کند، در نتیجه داریم:

$$\lim_{x\to 3^+}[f(x)]=[(-6)^-]=-7$$

(حسابان ۲- حدهای نامتناهی- حد در بی‌نهایت؛ صفحه‌های ۶۱ تا ۶۶)

۱۲- **گزینهٔ «۱»** *(امتحانات نهایی- خرداد ۱۴۰۲)*

آهنگ لحظه‌ای تغییر همان مشتق است:

$$f'(x)=-\frac{120}{x^2}$$

$$\Rightarrow x=2 \text{ آهنگ لحظه‌ای تغییر در } = f'(2)=-30$$

آهنگ متوسط تغییر را هم به صورت زیر حساب می‌کنیم:

$$\bar{f}=\frac{f(6)-f(4)}{6-4}=\frac{(25)-(35)}{2}=-\frac{10}{2}=-5$$

پس آهنگ لحظه‌ای تغییر ۶ برابر آهنگ متوسط تغییر است.

(حسابان ۲- مشتق؛ صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۶)

۱۳- **گزینهٔ «۱»** *(کامیار علّیون)*

$$f'(x)=\frac{2\pi(-\sin\pi x)(\cos\pi x)}{2\sqrt{4+\cos^2\pi x}}=-\frac{\pi\sin 2\pi x}{2\sqrt{4+\cos^2\pi x}}$$

$$\Rightarrow f'(\frac{1}{4})=-\frac{\pi\sin\frac{\pi}{2}}{2\sqrt{4+\cos^2\frac{\pi}{4}}}=-\frac{\sqrt{2}}{6}\pi$$

(حسابان ۲- مشتق؛ صفحه‌های ۹۴ تا ۹۶)

۱۴- **گزینهٔ «۲»** *(کامیار علّیون)*

در یک همسایگی $x=1$ ضابطه‌های تابع را می‌توانیم به صورت زیر بنویسیم:

$$f(x)=\begin{cases}\frac{3a}{x} & ; \quad x<1\\ \frac{4a}{x}+bx & ; \quad x\geq 1\end{cases}$$

برای این‌که تابع مشتق‌های چپ و راست داشته باشد، لازم است که پیوسته باشد:

$$\Rightarrow \frac{3a}{(1)}=\frac{4a}{(1)}+b(1)\Rightarrow a+b=0 \qquad (1)$$

حال تابع مشتق را در همین همسایگی به دست می‌آوریم:

$$f'(x)=\begin{cases}-\frac{3a}{x^2} & ; \quad x<1\\ -\frac{4a}{x^2}+b & ; \quad x>1\end{cases} \Rightarrow f'_-(1)=-3a \ , \ f'_+(1)=-4a+b$$

مشتق راست ۲ واحد از مشتق چپ بیشتر است:

$$\Rightarrow -4a+b+3a=2\Rightarrow b-a=2 \qquad (2)$$

از دستگاه معادلات (۱) و (۲) به دست می‌آید:

$$b=1\ ,\ a=-1\Rightarrow 2b-a=3$$

(حسابان ۲- مشتق؛ صفحه‌های ۸۴ تا ۸۹)

۱۵- **گزینهٔ «۳»** *(جهانبخش نیکنام)*

ضابطهٔ تابع g را می‌سازیم:

$$g(x)=\begin{cases}2ax+2a+b & ; \quad x<k\\ ax^2+bx+c & ; \quad x\geq k\end{cases}$$

$$\xrightarrow{c=a+2b} g(x)=\begin{cases}2ax+2a+b & ; \quad x<k\\ ax^2+bx+a+2b & ; \quad x\geq k\end{cases}$$

هر کدام از ضابطه‌ها در دامنه‌شان مشتق‌پذیرند، پس کافی است مشتق‌پذیری را فقط در $x=k$ بررسی کنیم. برای این کار شرط پیوستگی را ابتدا بررسی می‌کنیم:

$$\Rightarrow 2ak+2a+b=ak^2+bk+a+2b$$

$$\Rightarrow ak^2+(b-2a)k-a+b=0 \qquad (1)$$

شرط دیگر این است که مشتق‌های چپ و راست با هم برابر باشند:

$$g'(x)=\begin{cases}2a & ; \quad x<k\\ 2ax+b & ; \quad x\geq k\end{cases}$$

$$\xrightarrow{g'_-(k)=g'_+(k)} 2a=2ak+b$$

$$2ak+b-2a=0 \qquad (2)$$

با قرار دادن تساوی (۲) در تساوی (۱) داریم:

$$ak^2+(-2ak)k-a+2a-2ak=0\Rightarrow k^2+2k-1=0$$

معادلهٔ بالا دو جواب حقیقی دارد که مجموع مربعات آن‌ها برابر است با:

$$k_1^2+k_2^2=(k_1+k_2)^2-2k_1k_2=(-2)^2-2(-1)=6$$

(حسابان ۲- مشتق؛ صفحه‌های ۸۴ تا ۸۹)

۱۶- **گزینهٔ «۳»** *(امتحانات نهایی- شهریور ۱۴۰۲)*

مقدار تابع در ابتدا و انتهای دامنه را حساب می‌کنیم:

$$f(0)=0 \quad , \quad f(2)=22$$

Telegram:@konkur_in

www.konkur.in

و سپس نقاط بحرانی بازهٔ $(۲ , ۰)$ را حساب می‌کنیم:

$$f'(x)=۵x^۴-۵\xrightarrow{f'(x)=۰}x^۴=۱\xrightarrow{۰<x<۲}x=۱$$

و مقدار تابع در این نقطه بحرانی برابر $f(۱)=-۴$ است. در نتیجه برد تابع بازهٔ $[۲۲ , -۴]$ است.

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۸)

۱۷- **گزینهٔ «۴»** (میلاد منصوری)

ابتدا مشتق تابع را حساب می‌کنیم:

$$y'=۲x\sqrt[۳]{۲x-a}+\frac{۲x^۲}{۳\sqrt[۳]{(۲x-a)^۲}}\Rightarrow y'=\frac{۲x(۷x-۳a)}{۳\sqrt[۳]{(۲x-a)^۲}}$$

$x=\frac{۶}{۷}$ یا ریشهٔ صورت است (بحرانی مشتق‌پذیر) و یا ریشهٔ مخرج است (بحرانی بازگشت‌پذیر). پس داریم:

$$x=\frac{۶}{۷}:۷(\frac{۶}{۷})-۳a=۰\Rightarrow a=۲$$

$$x=\frac{۶}{۷}:۲(\frac{۶}{۷})-a=۰\Rightarrow a=\frac{۱۲}{۷}$$

پس مجموع مقادیر a برابر $\frac{۲۶}{۷}$ است.

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحهٔ ۱۱۷)

۱۸- **گزینهٔ «۲»** (شاهین پروازی)

نمودار داده شده مربوط به نیم‌دایرهٔ $y=\sqrt{۴x-x^۲}$ به شعاع ۲ است. حال اگر ارتفاع ذوزنقه را h در نظر بگیریم، قاعدهٔ بالایی ذوزنقه برابر $۲\sqrt{۴-h^۲}$ است. قاعدهٔ پایینی هم که برابر قطر دایره است، پس مساحت ذوزنقه برابر است با:

$$S(h)=(۲+\sqrt{۴-h^۲})h\quad ;\quad ۰<h<۲$$

در جواب معادلهٔ $S'(h)=۰$ بیشترین مساحت ذوزنقه حاصل می‌شود:

$$S'(h)=۲-\frac{۲h^۲-۴}{\sqrt{۴-h^۲}}\xrightarrow{S'(h)=۰}$$

$$h^۲-۲=\sqrt{۴-h^۲}\Rightarrow h^۲=۳\Rightarrow h=\sqrt{۳}$$

پس بیشترین مقدار مساحت برابر $S(\sqrt{۳})=۳\sqrt{۳}$ است.

دقت کنید که قاعدهٔ بالایی را به صورت زیر به دست آورده‌ایم:

$$\sqrt{۴x-x^۲}=h\Rightarrow ۴x-x^۲=h^۲\Rightarrow x^۲-۴x+h^۲=۰$$

$$\Rightarrow x_۲-x_۱=\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}=۲\sqrt{۴-h^۲}$$

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۱۸ و ۱۱۹)

۱۹- **گزینهٔ «۳»** (شاهین پروازی)

ابتدا ضابطهٔ تابع f را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$f(x)=\begin{cases}-x^۳+۳x^۲ & ; \quad x<۰\\ x^۳-۳x^۲ & ; \quad x\geq ۰\end{cases}$$

$$\Rightarrow f'(x)=\begin{cases}-۳x^۲+۶x & ; \quad x<۰\\ ۳x^۲-۶x & ; \quad x\geq ۰\end{cases}$$

تابع f در $\mathbb{R}$ پیوسته و مشتق‌پذیر است. برای به دست آوردن نقاط عطف به f'' نیاز داریم:

$$f''(x)=\begin{cases}-۶x+۶ & ; \quad x<۰\\ ۶x-۶ & ; \quad x>۰\end{cases}\xrightarrow{f''(x)=۰}۶x-۶=۰\Rightarrow x=۱$$

$x=۱$ طول یکی از نقاط عطف نمودار تابع است اما از آنجایی که جهت تقعر (علامت f'') در $x=۰$ تغییر می‌کند، $x=۰$ نیز طول یکی دیگر از نقاط عطف است. پس نقاط $(۰ , ۰)$ و $(۱ , -۲)$ نقاط عطف هستند که خط $y=-۲x$ از آن‌ها عبور می‌کند.

$$\Rightarrow a=-۲\ ,\ b=۰\Rightarrow a+b=-۲$$

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۳۶)

۲۰- **گزینهٔ «۴»** (حمید علیزاده)

مختصات نقطهٔ اکسترمم در ضابطهٔ تابع صدق می‌کند:

$$f(-۳)=(-۳a+b)(-۲۷)=-۲۷\Rightarrow b-۳a=۱\qquad (۱)$$

از طرفی مشتق تابع در این نقطه باید برابر صفر باشد:

$$f(x)=ax^۴+bx^۳\Rightarrow f'(x)=۴ax^۳+۳bx^۲=(۴ax+۳b)x^۲$$

$$\xrightarrow{f'(-۳)=۰}-۱۲a+۳b=۰\Rightarrow b=۴a\qquad (۲)$$

از معادلات (۱) و (۲) به دست می‌آید: $a=۱$ و $b=۴$.

$$\Rightarrow f(x)=x^۴+۴x^۳\Rightarrow f'(x)=۴x^۲(x+۳)$$

$$\Rightarrow f''(x)=۱۲x(x+۲)$$

این یعنی نقاط $(۰ , ۰)$ و $(-۱۶ , -۲)$، نقاط عطف تابع هستند که معادلهٔ خط‌های مماس بر نمودار تابع در این نقاط به ترتیب $y=۰$ و $y=۱۶x+۱۶$ هستند. نقطهٔ برخورد این دو خط، نقطهٔ $(-۱ , ۰)$ است.

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۳۶)

Telegram:@konkur_in

www.konkur.in

هندسه ۳

۲۱- **گزینهٔ «۱»** (اسحاق اسفندیار)

$$A^{-1}=\frac{1}{3}\begin{bmatrix}1 & -1\\ 1 & 2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{1}{3} & -\frac{1}{3}\\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3}\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}2\alpha+\beta & \alpha\\ -\alpha & \alpha+\beta\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{1}{3} & -\frac{1}{3}\\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3}\end{bmatrix}\Rightarrow\begin{cases}\alpha=-\frac{1}{3}\\ \beta=1\end{cases}$$

$$\frac{\beta}{\alpha}=\frac{1}{-\frac{1}{3}}=-3$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۲۲- **گزینهٔ «۲»** (مهرداد ملوندی)

داریم:

$$\begin{cases}(BA^{-1})^{-1}=(A^{-1})^{-1}B^{-1}=AB^{-1}\\ (B^{-1}A)^{-1}=A^{-1}(B^{-1})^{-1}=A^{-1}B\end{cases}$$

$$\Rightarrow X=\underbrace{(AB^{-1})}_{AB^{-1}A+AB^{-1}B}(A+B)(A^{-1}B)=(AB^{-1}A+A)(A^{-1}B)$$

$$=AB^{-1}\underbrace{AA^{-1}}_{I}B+\underbrace{AA^{-1}}_{I}B=A\underbrace{B^{-1}B}_{I}+B=A+B$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۲۳- **گزینهٔ «۲»** (احمدرضا فلاح)

$$|A|=10\xrightarrow{\text{بسط حول سطر دوم}}1\times(-1)^{2+1}\underbrace{\begin{vmatrix}b & c\\ y & z\end{vmatrix}}_{2}$$

$$+2\times(-1)^{2+2}\underbrace{\begin{vmatrix}a & c\\ x & z\end{vmatrix}}_{3}+3\times(-1)^{2+3}\begin{vmatrix}a & b\\ x & y\end{vmatrix}=10$$

$$\Rightarrow -1\times(2)+2\times 3-3\begin{vmatrix}a & b\\ x & y\end{vmatrix}=10\Rightarrow -3\begin{vmatrix}a & b\\ x & y\end{vmatrix}=6$$

$$\Rightarrow\begin{vmatrix}a & b\\ x & y\end{vmatrix}=-2\Rightarrow ay-bx=-2$$

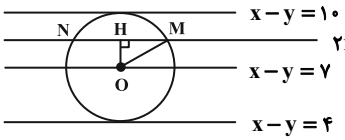
(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

۲۴- **گزینهٔ «۲»** (سوگند روشنی)

دو خط $x-y=4$ و $x-y=10$ موازی‌اند، در نتیجه شعاع دایره، نصف فاصلهٔ بین دو خط موازی است.

$$2R=\frac{|10-4|}{\sqrt{1+1}}=\frac{6}{\sqrt{2}}=3\sqrt{2}\Rightarrow R=\frac{3\sqrt{2}}{2}$$

مرکز دایره نیز روی خط $x-y=7$ قرار دارد. بنابراین:



$x-y=10$

$2x-2y=11\Rightarrow x-y=\frac{11}{2}$

$x-y=7$

$x-y=4$

$$OH=\frac{|7-\frac{11}{2}|}{\sqrt{1+1}}=\frac{\frac{3}{2}}{\sqrt{2}}=\frac{3}{2\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{4}$$

$$\overset{\Delta}{OMH}:(\frac{3\sqrt{2}}{2})^2=(\frac{3\sqrt{2}}{4})^2+x^2$$

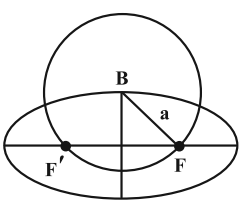
$$\Rightarrow x^2=\frac{18}{4}-\frac{18}{16}=\frac{3\times 18}{16}=\frac{9\times 6}{16}$$

$$\Rightarrow x=\frac{3\sqrt{6}}{4}\Rightarrow MN=2x=\frac{3\sqrt{6}}{2}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۶)

۲۵- **گزینهٔ «۴»** (احمدرضا فلاح)

می‌دانیم فاصلهٔ رأس ناکانونی B از هر یک از کانون‌های بیضی برابر مقدار a می‌باشد. پس دایره به مرکز B و شعاع a از کانون‌های بیضی می‌گذرد.



Telegram:@konkur_in

www.konkur.in

قطر بزرگ : $۲a = ۴\sqrt{۲} \Rightarrow a = ۲\sqrt{۲}$

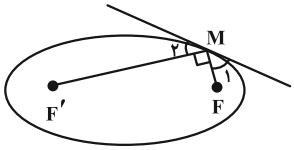
پس معادلهٔ دایره به مرکز B و شعاع $۲\sqrt{۲}$ به صورت $(x-۲)^۲ + (y-۲)^۲ = ۸$ می‌باشد. محل برخورد این دایره با خط $y = x$ را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases}(x-۲)^۲ + (y-۲)^۲ = ۸ \\ y = x\end{cases} \Rightarrow ۲(x-۲)^۲ = ۸ \Rightarrow (x-۲)^۲ = ۴$$

$$\Rightarrow x-۲ = \pm ۲ \Rightarrow \begin{cases}x = ۴ \Rightarrow F(۴ , ۴) \\ \text{یا} \\ x = ۰ \Rightarrow F(۰ , ۰)\end{cases}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۷ و ۴۸)

۲۶- **گزینهٔ «۱»** (اسحاق اسفندیار)



$$\hat{M}_۱ = \hat{M}_۲ = ۴۵^\circ \Rightarrow F\hat{M}F' = ۹۰^\circ$$

$$\overset{\Delta}{MFF'}: MF^۲ + MF'^۲ = FF'^۲$$

$$\Rightarrow (MF + MF')^۲ - ۲MF \times MF' = (۲c)^۲$$

$$\Rightarrow ۲MF \times MF' = ۴a^۲ - ۴c^۲$$

$$\Rightarrow MF \times MF' = ۲(a^۲ - c^۲) = ۲b^۲ = ۳۲$$

$$S_{MFF'} = \frac{۱}{۲}(MF \times MF') = ۱۶$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۷ تا ۵۰)

۲۷- **گزینهٔ «۳»** (مهرداد ملوندی)

سهمی افقی است که با توجه به موقعیت نقطهٔ $(۶ , ۳)$ نسبت به رأس $(-۱, ۲)$، دهانهٔ آن به سمت راست باز می‌شود و معادلهٔ آن به صورت زیر خواهد بود:

$$(y-۲)^۲ = ۴a(x+۱)$$

نقطهٔ $(۶ , ۳)$ روی این سهمی قرار دارد، پس:

$$(۶-۲)^۲ = ۴a(۳+۱) \Rightarrow a = ۱$$

لذا فاصلهٔ کانون و رأس این سهمی از یکدیگر برابر ۱ است.

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۵۲ تا ۵۴)

۲۸- **گزینهٔ «۲»** (هومن عقیلی)

$$\vec{a}+\vec{b}+\vec{c} = \vec{d} \Rightarrow \vec{a}+\vec{b} = \vec{d}-\vec{c} \Rightarrow |\vec{a}+\vec{b}|^۲ = |\vec{d}-\vec{c}|^۲$$

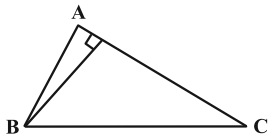
$$\Rightarrow |\vec{a}|^۲ + |\vec{b}|^۲ + ۲\vec{a}.\vec{b} = |\vec{d}|^۲ + |\vec{c}|^۲ - ۲\vec{c}.\vec{d}$$

$$۱+۴+۲\vec{a}.\vec{b} = ۱۶+۹-۲\vec{c}.\vec{d}$$

$$\Rightarrow ۲\vec{a}.\vec{b} + ۲\vec{c}.\vec{d} = ۲۰ \Rightarrow \vec{a}.\vec{b} + \vec{c}.\vec{d} = ۱۰$$

(هندسه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۷۷ تا ۸۰)

۲۹- **گزینهٔ «۳»** (سوگند روشنی)



$$|AB| = \sqrt{۱+۱+۹} = \sqrt{۱۱}$$

$$|AC| = \sqrt{۴+۱+۲۵} = \sqrt{۳۰}$$

$$|BC| = \sqrt{۱+۴+۴} = ۳$$

در نتیجه کوتاه‌ترین ارتفاع به بلندترین ضلع وارد می‌شود که ارتفاع BH است.

$$S = \frac{۱}{۲}|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}| = \frac{۱}{۲}|(-۱ , -۱ , ۳) \times (-۲ , ۱ , ۵)|$$

$$= \frac{۱}{۲}|(-۸ , -۱ , -۳)| = \frac{\sqrt{۶۴+۱+۹}}{۲} = \frac{\sqrt{۷۴}}{۲}$$

$$\frac{\sqrt{۷۴}}{۲} = \frac{۱}{۲} \times |BH| \times \sqrt{۳۰} \Rightarrow |BH| = \frac{\sqrt{۷۴}}{\sqrt{۳۰}} \Rightarrow |BH|^۲ = \frac{۷۴}{۳۰} = \frac{۳۷}{۱۵}$$

(هندسه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۸۱ تا ۸۴)

۳۰- **گزینهٔ «۴»** (سیدمحمدرضا حسینی‌فرد)

ضرب مختلط این سه بردار صفر است، پس:

$$\vec{a}.(\vec{b}\times\vec{c}) = ۰ \Rightarrow \begin{vmatrix}-۴ & m+۲ & ۵ \\ ۲ & ۰ & ۱ \\ -۱ & m & ۳\end{vmatrix} = ۰ \Rightarrow m = ۲$$

بردار عمود بر این صفحه همراستا با هر یک از بردارهای $\vec{a}\times\vec{b}$، $\vec{a}\times\vec{c}$ و $\vec{b}\times\vec{c}$ است.

$$\vec{b}\times\vec{c} = \begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ ۲ & ۰ & ۱ \\ -۱ & ۲ & ۳\end{vmatrix} = -۲\vec{i} - ۷\vec{j} + ۴\vec{k}$$

بردار گزینهٔ «۴» با این بردار همراستا است.

(هندسه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۸۱ تا ۸۴)

Telegram:@konkur_in

www.konkur.in

ریاضیات گسسته

۳۱- **گزینهٔ «۳»** *(احمدرضا فلاح)*

مطابق فرض:

$$a = bq + r \quad , \quad 0 \le r < b$$

$$a = 55q + 2q - 1 = 57q - 1$$

$$0 \le r < b \Rightarrow 0 \le 2q - 1 < 55 \Rightarrow 1 \le 2q < 56 \Rightarrow 1 \le q < \frac{56}{2} = 28$$

از طرفی $a + 1 = 57q$ و چون a فرد باشد پس q زوج است.

$$q < 28 \Rightarrow q_{max} = 26$$

$$a = 57q - 1 = 57 \times 26 - 1 = 1481 \Rightarrow \text{مجموع ارقام} = 14$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

۳۲- **گزینهٔ «۲»** *(مهرداد ملوندی)*

با توجه به فرض و تجزیهٔ اعداد، نتایج زیر حاصل می‌شود:

$$(2^3 \times 3 \times a \ , \ 2 \times 3^2 \times b) = 2^2 \times 3 \times 5$$

۱) عدد b فقط یک عامل ۲ دارد ولی در مورد تعداد عوامل ۲ در عدد a، اظهارنظر نمی‌توان کرد.

۲) عدد a فاقد عامل ۳ است.

۳) از بین دو عدد a و b، یکی حتماً فقط یک عامل ۵ و دیگری حداقل یک عامل ۵ دارد.

۴) اعداد a و b، هیچ عامل اول مشترک بزرگ‌تر از ۵ ندارند.

(نتیجهٔ کلی) بسته به این‌که عدد a عامل ۲ داشته باشد یا خیر، مقدار (a , b) یکی از اعداد ۱۰ یا ۵ می‌تواند باشد.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۳۳- **گزینهٔ «۴»** *(نیلوفر مهدوی)*

نکته:

$$\left.\begin{matrix} a \overset{m}{\equiv} b \\ a \overset{n}{\equiv} b \end{matrix}\right\} \Rightarrow a \overset{[m,n]}{\equiv} b$$

$$\left.\begin{matrix} a \overset{7}{\equiv} 3 \Rightarrow a \overset{7}{\equiv} 3 + 5(7) \Rightarrow a \overset{7}{\equiv} 38 \\ a \overset{12}{\equiv} 2 \Rightarrow a \overset{12}{\equiv} 2 + 3(12) \Rightarrow a \overset{12}{\equiv} 38 \end{matrix}\right\} \Rightarrow a \overset{[7,12]}{\equiv} 38$$

$$\Rightarrow a \overset{84}{\equiv} 38 \Rightarrow a = 84k + 38$$

$$a \overset{11}{\equiv} 0 \Rightarrow 84k + 38 \overset{11}{\equiv} 0 \Rightarrow -4k + 5 \overset{11}{\equiv} 0$$

$$\Rightarrow 4k \overset{11}{\equiv} 5 \overset{11}{\equiv} 16 \xrightarrow[(4,11)=1]{+4} k \overset{11}{\equiv} 4$$

به ازای $k = 4$، کوچک‌ترین عدد سه رقمی مضرب ۱۱ برای a حاصل می‌شود.

$$k = 4 \Rightarrow a = (84 \times 4) + 38 = \underline{374}$$

مجموع ارقام فرد: $3 + 7 = 10$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

۳۴- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

با تبدیل معادلهٔ سیاله به معادلهٔ همنهشتی، آن را حل می‌کنیم:

$$9x + 11y = 625 \Rightarrow 11y \overset{9}{\equiv} 625 \Rightarrow 2y \overset{9}{\equiv} 4$$

$$\xrightarrow[(2,9)=1]{+2} y \overset{9}{\equiv} 2 \Rightarrow y = 9k + 2$$

$$9x + 11(9k + 2) = 625 \Rightarrow 9x = -99k + 603$$

$$\Rightarrow x = -11k + 67$$

$$\left.\begin{matrix} x > 0 \Rightarrow -11k + 67 > 0 \Rightarrow k < \frac{67}{11} \\ y > 0 \Rightarrow 9k + 2 > 0 \Rightarrow k > -\frac{2}{9} \end{matrix}\right\} \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} 0 \le k \le 6$$

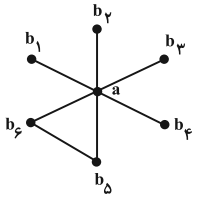
بنابراین هفت نقطه با مختصات طبیعی روی این خط وجود دارد.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۲۶ تا ۲۹)

۳۵- **گزینهٔ «۳»** *(مهرداد ملوندی)*

عدد احاطه‌گری گراف برابر ۱ است، پس رأسی از درجهٔ ۶ (رأس فول) دارد.

از طرفی این گراف، فقط یک دور دارد، پس نمودار آن به صورت زیر است:



مسیرهای به طول ۲ به صورت زیر دسته‌بندی می‌شوند:

الف) مسیرهایی که فاقد یال b_5b_6 هستند؛ تعداد این مسیرها برابر است با انتخاب ۲ رأس متمایز از بین رئوس b_1 تا b_6:

$$\binom{6}{2} = 15$$

ب) مسیرهایی که شامل یال b_5b_6 هستند؛ تعداد این مسیرها ۲ تا است: مسیرهای ab_5b_6 و ab_6b_5

پس در مجموع ۱۷ مسیر به طول ۲ دارد.

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۳۸ و ۴۴)

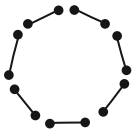
۳۶- **گزینهٔ «۴»** *(فرزاد جوادی)*

گراف ۱- منتظم از مرتبهٔ ۱۴ دارای هفت یال است. برای یافتن γ کافی است از هر یال یک رأس را انتخاب کنیم تا همهٔ رئوس گراف احاطه شوند، پس $\gamma = 7$. با رسم مکمل گراف بالا می‌توان دریافت که با انتخاب هر دو رأس دلخواه از $\overline{G}$ می‌توان همهٔ رئوس را احاطه کرد، پس: $\gamma' = 2$. لذا:

$$\gamma + \gamma' = 7 + 2 = 9$$

Telegram:@konkur_in

www.konkur.in



(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۳۷ و ۴۴)

۳۷- **گزینهٔ «۱»** (مصطفی دیداری)

برای حرکت از A به B باید ۸ مرتبه به راست و ۴ مرتبه به بالا حرکت کنیم. پس کافی است جایگشت‌های حروف

$RRRRRRRR\ UUUU$ را به دست آوریم به‌طوری که هیچ دو حرف U کنار هم نباشند؛ ابتدا همهٔ Rها را به یک روش می‌چینیم:

$$-R-R-R-R-R-R-R-R-$$

۹ جای خالی ابتدا و انتها و همچنین بین Rها وجود دارد که کافی است ۴ تا از آن‌ها را انتخاب و در آن‌ها U قرار دهیم. پس:

$$\text{تعداد حالت‌ها} = \binom{۹}{۴} = \frac{۹\times۸\times۷\times۶}{۴\times۳\times۲\times۱} = ۱۲۶$$

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات؛ صفحه‌های ۵۶ تا ۵۹)

۳۸- **گزینهٔ «۱»** (فرزاد جوادی)

از رابطهٔ $x_۱ . x_۲ = ۴$ سه حالت زیر نتیجه می‌شود:

حالت اول: $x_۱ = ۱$ و $x_۲ = ۴$

حالت دوم: $x_۱ = ۴$ و $x_۲ = ۱$

حالت سوم: $x_۱ = ۲$ و $x_۲ = ۲$

تعداد جواب‌های سه معادلهٔ زیر را شمرده و با هم جمع می‌زنیم:

حالت اول: $۱+۴+x_۳+x_۴=۲۰ \Rightarrow x_۳+x_۴=۱۵$

$$\text{تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی} = \binom{۱۵+۲-۱}{۲-۱} = \binom{۱۷}{۱} = ۱۶$$

حالت دوم: $۴+۱+x_۳+x_۴=۲۰ \Rightarrow x_۳+x_۴=۱۵$

تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی $= ۱۶$

حالت سوم: $۲+۲+x_۳+x_۴=۲۰ \Rightarrow x_۳+x_۴=۱۶$

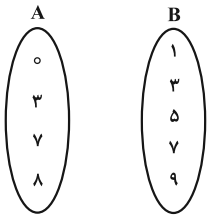
$$\text{تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی} = \binom{۱۶+۲-۱}{۲-۱} = \binom{۱۷}{۱} = ۱۷$$

تعداد کل جواب‌های صحیح و نامنفی $= ۱۶+۱۶+۱۷ = ۴۹$

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات؛ صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

۳۹- **گزینهٔ «۲»** (مهریار راشدی)

عدد ۳ از مجموعهٔ A باید ۱ عضو از مجموعهٔ B (به غیر از ۳) انتخاب کند، عدد صفر نیز از بین ۴ عضو باقی‌مانده در مجموعهٔ B باید یک عضو انتخاب کند، عدد ۷ از مجموعهٔ A باید از بین ۳ عضو باقی‌مانده در B، یک عضو را انتخاب کند و در نهایت برای عدد ۸، دو انتخاب می‌ماند که باید یکی را انتخاب کند.



$$\boxed{۴}^{۳} \times \boxed{۴}^{۰} \times \boxed{۳}^{۷} \times \boxed{۲}^{۸} = ۹۶$$

بنابراین ۹۶ تابع یک‌به‌یک از A به B می‌توان نوشت که شامل $(۳\ ,\ ۳)$ نباشد.

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات؛ صفحهٔ ۷۸)

۴۰- **گزینهٔ «۳»** (مهریار راشدی)

نقطهٔ (x, y, z) با مختصات صحیح را در فضای $\mathbb{R}^۳$ در نظر بگیرید. هر یک از مؤلفه‌های x، y و z می‌توانند ۲ حالت (زوج یا فرد) داشته باشند. بنابراین بسته به زوج یا فرد بودن مؤلفه‌ها ۸ حالت مختلف داریم.

$$(\underbrace{x}_{\text{۲ حالت}}\ ,\ \underbrace{y}_{\text{۲ حالت}}\ ,\ \underbrace{z}_{\text{۲ حالت}}) \Rightarrow ۲\times۲\times۲ = ۸ \text{ حالت}$$

برای این‌که نقطهٔ وسط A و B دارای مؤلفه‌های صحیح باشد باید دو نقطهٔ A و B از نظر زوج یا فرد بودن هر مؤلفه مختصات مثل هم باشند، مثلاً هر دو به شکل (زوج و فرد و فرد) باشند. چون ۸ حالت مختلف داریم، حداقل ۹ نقطه لازم است تا مطمئن باشیم دو تای آن‌ها از نظر زوج یا فرد بودن هر مؤلفه مثل هم هستند.

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات؛ صفحه‌های ۷۹ تا ۸۲)

Telegram:@konkur_in

www.konkur.in

فیزیک ۳

۴۱- **گزینهٔ «۱»** (حسام نادری)

هیچ کدام از عبارت‌ها درست نیستند.

بررسی موارد:

الف) اندازهٔ شیب خط مماس بر نمودار مکان- زمان برابر تندی متحرک است. در لحظهٔ $t=0$ و $t=5s$ خط مماس بر نمودار افقی است. پس تندی در این دو لحظه برابر صفر است. در واقع پس از لحظهٔ $t=0s$ تندی افزایش یافته و مجدد در $t=5s$ به مقدار صفر، کاهش یافته است.

ب) سرعت متوسط برابر شیب خط واصل بین دو نقطه از نمودار مکان- زمان است. در اینجا داریم:

$$v_{av}=\frac{x_{10}-x_5}{10-5}=\frac{16-0}{5}=\frac{16}{5}=3/2\frac{m}{s}$$ (در بازهٔ $5s$ تا $10s$)

پ) متحرک فقط در لحظهٔ $t=14s$ به‌طور کامل از مبدأ مکان $(x=0)$ عبور کرده است. توجه کنید که در $t=5s$ فقط به مبدأ مکان رسیده و از آن عبور نکرده است.

ت) در بازهٔ زمانی $5s$ تا $12s$، ابتدا تقعر نمودار به سمت بالا $(a>0)$ و بعد به سمت پایین $(a<0)$ است. پس بردار شتاب ابتدا در جهت محور x و سپس خلاف جهت محور x است.

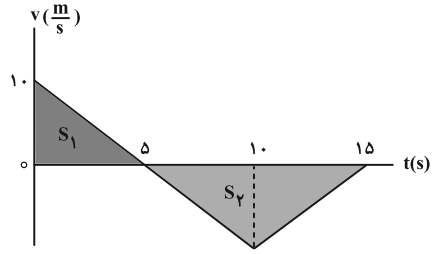
(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱ تا ۱۳)

۴۲- **گزینهٔ «۳»** (حسام نادری)

برای محاسبهٔ شتاب متوسط، ابتدا سرعت در لحظهٔ $t=10s$ را به کمک نمودار پیدا می‌کنیم. با توجه به خطی بودن نمودار در بازهٔ $t=0s$ تا $t=10s$ و تقارن آن در دو طرف $t=5s$، سرعت در لحظهٔ $t=10s$ برابر $-10\frac{m}{s}$ می‌شود. حال شتاب متوسط را محاسبه می‌کنیم:

$$a_{av}=\frac{v_{10}-v_0}{10-0}=\frac{-10-10}{10}=-2\frac{m}{s^2}\Rightarrow|a_{av}|=2\frac{m}{s^2}$$

برای محاسبهٔ تندی متوسط، ابتدا مسافت طی شده را حساب می‌کنیم. می‌دانیم سطح زیر نمودار سرعت- زمان در هر بازهٔ زمانی برابر اندازهٔ جابه‌جایی در آن بازهٔ زمانی است و برای محاسبهٔ مسافت کافی است قدرمطلق مساحت‌های S_1 و S_2 را با هم جمع کنیم:



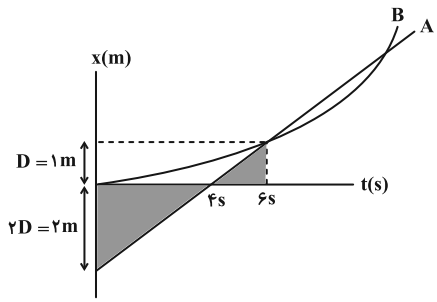
$$\text{مسافت}=\ell=|\Delta x_1|+|\Delta x_2|=S_1+S_2=\frac{5\times10}{2}+\frac{10\times10}{2}=75m$$

$$\Rightarrow s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}=\frac{75}{15}=5\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۳ تا ۱۳)

۴۳- **گزینهٔ «۲»** (آراس محمدی)

مطابق شکل، با فرض این‌که دو متحرک در مکان D به هم رسیده‌اند، از تشابه مثلث‌های مشخص شده داریم: $x_{0A}=-2D$



تذکر: با توجه به خواستهٔ سؤال (نسبت فاصله‌ها)، مقدار D تأثیری در حل سؤال ندارد پس آن را $1m$ در نظر می‌گیریم. از داده‌های نمودار داریم:

$$x_A=v_At+x_{0A}\xrightarrow[t=6s]{x_A=1m\ ,\ x_{0A}=-2m}3=6v_A$$

$$\Rightarrow v_A=\frac{1}{2}\frac{m}{s}$$

متحرک B در مدت زمان $6s$، به اندازهٔ $1m$ جابه‌جا شده است:

$$\Delta x_B=\frac{1}{2}a_Bt^2+v_{0B}t\xrightarrow{v_{0B}=0}1=\frac{1}{2}\times a_B\times36$$

Telegram:@konkur_in

www.konkur.in

$$\Rightarrow a_B = \frac{۱}{۱۸}\frac{m}{s^۲}$$

قسمت اول سؤال: ابتدا معادلهٔ سرعت- زمان متحرک B را می‌نویسیم:

$$v_B = a_B t + v_{۰B} \xrightarrow[v_{۰B}=۰]{a_B=\frac{۱}{۱۸}\frac{m}{s^۲}} v_B = \frac{۱}{۱۸}t \qquad (I)$$

خواستهٔ سؤال:

$$v_A = v_B \xrightarrow[v_A=\frac{۱}{۲}\frac{m}{s}]{(I)} \frac{۱}{۲} = \frac{۱}{۱۸}t \Rightarrow t = ۹s$$

قسمت دوم سؤال: برای این قسمت از سؤال، در آغاز کار معادلهٔ مکان- زمان هر دو متحرک را نوشته و سپس با یکدیگر برابر قرار می‌دهیم:

$$\begin{cases} x_A = \frac{۱}{۲}t - ۲ \\ x_B = \frac{۱}{۳۶}t^۲ \end{cases} \xrightarrow{x_A = x_B} \frac{۱}{۳۶}t^۲ - \frac{۱}{۲}t + ۲ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} t = ۶s & \text{ق ق} \\ t = ۱۲s & \text{ق ق} \end{cases}$$

حال $t = ۱۲s$ را در یکی از معادله‌های مکان جای‌گذاری می‌کنیم:

$$x_A = x_B = \frac{۱}{۲}(۱۲) - ۲ = ۴m$$

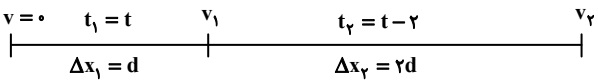
خواستهٔ سؤال:

$$\frac{۴}{۲} = ۲$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۷)

۴۴- **گزینهٔ «۱»** *(آراس محمدی)*

شکل شماتیک زیر نمایی کلی از مسیر طی شده توسط متحرک است:



ابتدا قسمت اول مسیر را بررسی می‌کنیم:

$$\Delta x_۱ = \frac{۱}{۲}at_۱^۲ + v_۰t_۱ \Rightarrow d = \frac{۱}{۲}at^۲ \qquad (۱)$$

سرعت را نیز در انتهای همین مسیر به دست می‌آوریم:

$$v = at + v_۰ \Rightarrow v_۱ = at \qquad (۲)$$

اکنون به بررسی قسمت دوم می‌پردازیم:

$$\Delta x_۲ = \frac{۱}{۲}at_۲^۲ + v_۱t_۲ \Rightarrow ۲d = \frac{۱}{۲}a(t-۲)^۲ + v_۱(t-۲)$$

$$\xrightarrow{(۲)} ۲d = \frac{۱}{۲}a(t-۲)^۲ + at(t-۲) \qquad (۳)$$

و در آخر سرعت انتهای مسیر برابر است با:

$$v = at + v_۰ \Rightarrow v_۲ = a(t-۲) + v_۱ \xrightarrow{(۲)} v_۲ = a(۲t-۲) \qquad (۴)$$

با مقایسهٔ روابط (۱) و (۳)، t را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} (۱): d = \frac{۱}{۲}at^۲ \xrightarrow{\times ۲} ۲d = at^۲ \\ (۳): ۲d = \frac{۱}{۲}a(t-۲)^۲ + at(t-۲) \end{cases}$$

$$\Rightarrow at^۲ = \frac{۱}{۲}a(t-۲)^۲ + at(t-۲) \xrightarrow{\text{طرفین ضربدر ۲}}$$

$$۲at^۲ = a(t^۲ - ۴t + ۴) + ۲at(t-۲)$$

$$\Rightarrow ۲at^۲ = ۳at^۲ - ۸at + ۴a \Rightarrow at^۲ - ۸at + ۴a = ۰$$

$$t^۲ - ۸t + ۴ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} t = ۴ + ۲\sqrt{۳}\,s & \text{ق ق} \\ t = ۴ - ۲\sqrt{۳}\,s & \text{غ ق ق} \end{cases}$$

تذکر: $۴ - ۲\sqrt{۳}s$ قابل قبول نیست. زیرا در این صورت حاصل $t-۲$ منفی خواهد شد. در نهایت خواستهٔ سؤال را به دست می‌آوریم.

$$v_۱ = at \xrightarrow[a=(۲-\sqrt{۳})\frac{m}{s^۲}]{t=۴+۲\sqrt{۳}=۲(۲+\sqrt{۳})s} v_۱ = ۲(۲+\sqrt{۳})(۲-\sqrt{۳}) = ۲\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۴۵- **گزینهٔ «۳»** *(علیرضا جباری)*

ابتدا جابه‌جایی متحرک در بازهٔ زمانی $t = ۰$ تا $t = ۶s$ را به دست می‌آوریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t = ۶s]{v_{av} = ۷\frac{m}{s}} ۷ = \frac{\Delta x}{۶} \Rightarrow \Delta x = ۴۲m$$

این جابه‌جایی شامل دو مرحله است. $\Delta x = \Delta x_۱ + \Delta x_۲$

$\Delta x_۱$ مربوط به جابه‌جایی در ۴ ثانیهٔ اول حرکت و $\Delta x_۲$ مربوط به جابه‌جایی در بازهٔ زمانی $۴s$ تا $۶s$ است. مساحت سطح زیر نمودار شتاب- زمان در هر بازهٔ زمانی، برابر با تغییر سرعت در آن بازهٔ زمانی است. بنابراین سرعت متحرک در لحظهٔ $t = ۴s$ برابر است با:

Telegram:@konkur_in

www.konkur.in

$$v_{(t=4s)} = v_0 + \Delta v = v_0 + (-0/5\times 4) = v_0 - 2\frac{m}{s}$$

اکنون جابه‌جایی‌های Δx_1 و Δx_2 را می‌نویسیم:

$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 \Rightarrow 42 = [\frac{1}{2}a_1 t_1^2 + v_0 t_1] + [\frac{1}{2}a_2 t_2^2 + (v_0 - 2)t_2]$$

$$\Rightarrow 42 = [\frac{1}{2}(-\frac{1}{2})\times 4^2 + v_0 \times 4] + [\frac{1}{2}\times 1 \times 2^2 + (v_0 - 2)2]$$

$$42 = -4 + 4v_0 + 2 + 2v_0 - 4 \Rightarrow 48 = 6v_0 \Rightarrow v_0 = 8\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

۴۶- **گزینهٔ «۲»** *(مهران اسماعیلی)*

اگر گلولهٔ اول پس از زمان t_1 به زمین برسد و برای گلولهٔ دوم زمان t_2 سپری شده باشد، می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} h_1 = \frac{1}{2}gt_1^2 \\ h_2 = \frac{1}{2}gt_2^2 \end{cases} \xrightarrow{\frac{h_1}{h_2}=4} \frac{\frac{1}{2}gt_1^2}{\frac{1}{2}gt_2^2} = 4 \Rightarrow \frac{t_1}{t_2} = 2 \Rightarrow t_1 = 2t_2$$

در لحظهٔ رسیدن گلولهٔ اول به زمین، دو گلوله حداکثر فاصله را از یکدیگر دارند.

$$h_1 - h_2 = 135 \Rightarrow \frac{1}{2}gt_1^2 - \frac{1}{2}gt_2^2 = 135$$

$$\xrightarrow{g=10\frac{m}{s^2}} t_1^2 - t_2^2 = 27$$

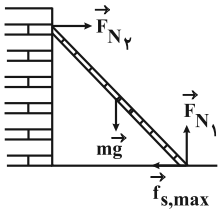
$$(2t_2)^2 - t_2^2 = 27 \Rightarrow t_2^2 = 9 \Rightarrow t_2 = 3s$$

$$t_1 = 2t_2 = 6s \Rightarrow t_1 - t_2 = 3s$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۴۷- **گزینهٔ «۳»** *(مسام نادری)*

ابتدا نیروهای وارد بر نردبان را مطابق شکل زیر رسم می‌کنیم:



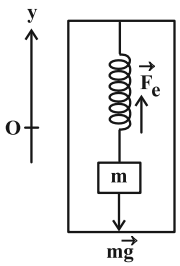
با توجه به این‌که نردبان در آستانهٔ سُر خوردن است، یعنی در این لحظه در تعادل است و نیروهای وارد بر آن متوازن هستند. همچنین نردبان به سمت راست سُر می‌خورد پس نیروی اصطکاک باید به سمت چپ به پایهٔ آن وارد شود (علت نادرستی گزینهٔ «۳»). همچنین داریم:

$$\left.\begin{matrix} F_{net,x} = 0 \Rightarrow F_{N_2} = f_{s,max} \\ F_{net,y} = 0 \Rightarrow F_{N_1} = mg \end{matrix}\right\} \xrightarrow{f_{s,max}=\mu_s F_{N_1}} F_{N_2} = \mu_s mg$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۱، ۴۵ و ۴۶)

۴۸- **گزینهٔ «۴»** *(زهره آقامحمدی)*

ابتدا ثابت فنر را محاسبه می‌کنیم. در حالت اول که آسانسور ساکن است، نیروی خالص وارد بر جسم صفر است:



$$F_{net} = 0 \Rightarrow F_e = mg \Rightarrow kx = mg \xrightarrow[m=2kg\ ,\ g=10\frac{N}{kg}]{x=30-25=5cm}$$

$$k\times 5 = 20 \Rightarrow k = 4\frac{N}{cm}$$

پس از حرکت آسانسور داریم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow F'_e - mg = ma \Rightarrow kx' - mg = ma$$

$$\xrightarrow[m=2kg\ ,\ k=4\frac{N}{cm}]{x'=5+1/25=6/25cm} 4\times 6/25 - 20 = 2a$$

$$\Rightarrow a = \frac{25-20}{2} = 2/5\frac{m}{s^2}$$

Telegram:@konkur_in

www.konkur.in

چون آسانسور از حال سکون شروع به حرکت می‌کند، پس حرکت آن تندشونده است. با توجه به این‌که جهت شتاب آسانسور رو به بالا است، پس جهت حرکت آسانسور نیز رو به بالا است. توجه کنید که افزایش طول $1/25\,cm$ به دلیل حرکت آسانسور است پس می‌توانستیم شتاب آسانسور را به روش زیر نیز محاسبه کنیم:

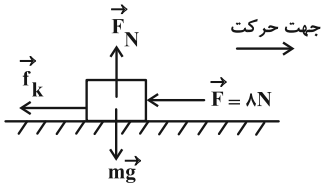
$$kx = ma \Rightarrow 4\times 1/25 = 2a \Rightarrow a = \frac{5}{2} = 2/5\,\frac{m}{s^2}$$

چون فنر افزایش طول داشت، قرار دادیم $x = +1/25\,cm$ و شتاب آسانسور مثبت (رو به بالا) به دست آمد.

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۴۳ و ۴۴)

۴۹- **گزینهٔ «۴»** *(محمد نهاوندی‌مقدم)*

در حالت اول نیرو خلاف جهت حرکت است.



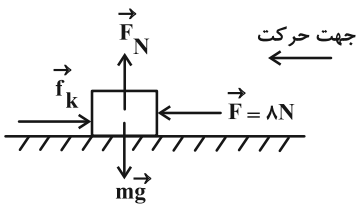
$$F_{net,y} = 0 \Rightarrow F_N = mg$$

$$F_{net,x} = ma \Rightarrow -F - f_k = ma \Rightarrow -F - \mu_k F_N = ma$$

$$\Rightarrow -8 - 0/2\times 2\times 10 = 2a_1 \Rightarrow a_1 = -6\,\frac{m}{s^2}$$

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2}at_1^2 + v_0\cancel{t_1}^{0} \Rightarrow |\Delta x_1| = \frac{1}{2}\times 6t_1^2 = 3t_1^2$$

در حالت دوم جسم در جهت نیروی وارده حرکت می‌کند.



$$F_{net,x} = ma \Rightarrow F - f_k = ma \Rightarrow F - \mu_k F_N = ma$$

$$\Rightarrow 8 - 0/2\times 2\times 10 = 2a_2 \Rightarrow a_2 = 2\,\frac{m}{s^2}$$

$$\Delta x_2 = \frac{1}{2}at_2^2 + v_0\cancel{t_2}^{0} \Rightarrow |\Delta x_2| = \frac{1}{2}\times 2t_2^2 = t_2^2$$

حال اگر اندازهٔ جابه‌جایی دو حالت را برابر قرار دهیم، داریم:

$$|\Delta x_1| = |\Delta x_2| \Rightarrow 3t_1^2 = t_2^2 \Rightarrow \frac{t_1}{t_2} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۷ تا ۴۲)

۵۰- **گزینهٔ «۱»** *(محمود منصوری)*

$$\begin{cases} K_2 = K_1 - \frac{3}{4}K_1 = \frac{1}{4}K_1 \\ m_2 = 16m_1 \end{cases}$$

$$K = \frac{p^2}{2m} \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = (\frac{p_2}{p_1})^2 \times \frac{m_1}{m_2} \Rightarrow \frac{1}{4} = (\frac{p_2}{p_1})^2 \times \frac{m_1}{16m_1}$$

$$\frac{1}{4} = (\frac{p_2}{p_1})^2 \times \frac{1}{16} \Rightarrow (\frac{p_2}{p_1})^2 = 4 \Rightarrow \frac{p_2}{p_1} = 2$$

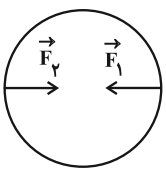
(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۴۶ تا ۴۸)

۵۱- **گزینهٔ «۴»** *(مهران اسماعیلی)*

ابتدا دورهٔ چرخش جسم را باید تعیین کنیم تا مشخص شود در مدت $1/5\,s$، نیروی مرکزگرای وارد بر جسم چگونه تغییر کرده است:

$$T = \frac{2\pi r}{v} \xrightarrow[v=4\frac{m}{s}]{\pi=3\,,\,r=2m} T = \frac{2\times 3\times 2}{4} = 3\,s$$

با توجه به این‌که دوره $3\,s$ است، پس از $1/5\,s$ جسم نیمی از دایره را طی می‌کند. بنابراین نیروی مرکزگرا در خلاف جهت اولیه خواهد بود. (مطابق شکل)



Telegram:@konkur_in

www.konkur.in

$$\Delta\vec{F}=\vec{F}_2-\vec{F}_1 \Rightarrow \Delta F=|\vec{F}_2-\vec{F}_1|=2F$$

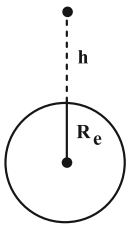
$$\xrightarrow{F=m\frac{v^2}{r}} \Delta F=2m\frac{v^2}{r} \xrightarrow[v=4\frac{m}{s}]{m=1kg\ ,\ r=2m} \Delta F=2\times1\times\frac{4^2}{2}=16N$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۴۸ تا ۵۳)

۵۲- **گزینهٔ «۴»** (علیرضا جباری)

ابتدا فاصلهٔ ماهواره از مرکز زمین را در هر دو حالت به دست می‌آوریم:

$$r=R_e+h$$



$$r_1=R_e+h_1=R_e+\frac{11}{25}R_e=\frac{36}{25}R_e$$

$$r_2=R_e+h_2=R_e+\frac{47}{25}R_e=\frac{72}{25}R_e$$

$$\frac{r_2}{r_1}=\frac{\frac{72}{25}R_e}{\frac{36}{25}R_e}=2$$

تندی ماهواره با جذر فاصلهٔ آن از مرکز زمین نسبت وارون دارد.

$$v=\sqrt{\frac{GM_e}{r}} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1}=\sqrt{\frac{r_1}{r_2}}=\sqrt{\frac{1}{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

دورهٔ گردش ماهواره به دور زمین نیز به صورت زیر، به فاصلهٔ آن از مرکز زمین بستگی دارد:

$$T=2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM_e}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1}=\sqrt{(\frac{r_2}{r_1})^3} \xrightarrow{\frac{r_2}{r_1}=2} \frac{T_2}{T_1}=\sqrt{2^3}=2\sqrt{2}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۵۳ تا ۵۶)

۵۳- **گزینهٔ «۲»** (محمود منصوری)

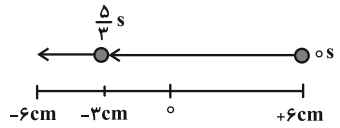
با توجه به این‌که جسم از مکان $x=+A$ شروع به حرکت می‌کند، معادلهٔ مکان- زمان آن به شکل $x=A\cos(\omega t)$ می‌باشد.

$$\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{5}=0/4\pi\frac{rad}{s} \quad , \quad A=6cm=0/06m$$

$$x=A\cos(\omega t)=0/06\cos(0/4\pi t)$$

$$\Rightarrow x=0/06\cos(0/4\pi\times\frac{5}{3})=0/06\times(-\frac{1}{2})=-0/03m$$

با توجه به این‌که $\frac{T}{4}<\frac{5}{3}s<2\frac{T}{4}$ و با رسم پاره‌خط نوسان می‌توان دریافت که در این لحظه نوسانگر در حال دور شدن از نقطهٔ تعادل و تندی آن در حال کاهش است.



(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴)

۵۴- **گزینهٔ «۲»** (حسام نادری)

ابتدا بسامد زاویه‌ای نوسانگر را می‌یابیم.

$$x=A\cos(\omega t) \xrightarrow[A=10cm\ ,\ t=1/4s]{x=-5\sqrt{3}cm}$$

$$-5\sqrt{3}=10\cos(\omega\times1/4) \Rightarrow \cos(1/4\omega)=-\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow 1/4\omega=\pi+\frac{\pi}{6}=\frac{7\pi}{6} \Rightarrow \omega=\frac{\pi}{1/2}=\frac{3}{1/2}=2/5\frac{rad}{s}$$

در مرکز نوسان، انرژی پتانسیل صفر و انرژی جنبشی بیشینه است. بنابراین:

$$E=K+U \xrightarrow[U=0]{\text{در مرکز نوسان}} E=K_{max}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}m\omega^2A^2=\frac{1}{2}mv_{max}^2 \Rightarrow v_{max}=A\omega$$

$$\xrightarrow[\omega=2/5\frac{rad}{s}]{A=10cm=0/1m} v_{max}=0/1\times2/5=0/25=\frac{1}{4}\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۶۳ تا ۶۷)

۵۵- **گزینهٔ «۲»** (محسن سلماسی‌وند)

$$\left.\begin{aligned} T&=2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \\ g&=\frac{GM_e}{r^2}\end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1}=\sqrt{\frac{g_1}{g_2}}=\sqrt{(\frac{r_2}{r_1})^2}=\frac{r_2}{r_1} \xrightarrow{r=h+R_e}$$

Telegram:@konkur_in

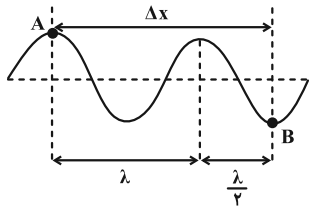
www.konkur.in

$$\frac{T_۲}{T_۱}=\frac{\frac{R_e}{۲}+R_e}{R_e}=\frac{۳}{۲}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۶۷ و ۶۸)

۵۶- **گزینهٔ «۴»** (حسام نادری)

ابتدا مطابق شکل زیر فاصلهٔ نقطهٔ A تا B را برحسب طول‌موج می‌یابیم:



$$\Delta x=\lambda+\frac{\lambda}{۲}=\frac{۳}{۲}\lambda$$

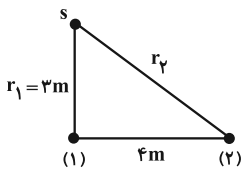
$$\left.\begin{matrix}\Delta x=v\Delta t\\ \lambda=vT\end{matrix}\right\}\Rightarrow\frac{\Delta x}{\lambda}=\frac{\Delta t}{T}\Rightarrow\frac{۳}{۲}=\frac{۰/۹}{T}\Rightarrow T=۰/۶s$$

$$\Rightarrow f=\frac{۱}{T}=\frac{۱۰}{۶}=\frac{۵}{۳}Hz$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۲)

۵۷- **گزینهٔ «۲»** (محمد نهاوندی‌مقدم)

فاصلهٔ دو نقطه از منبع صوت به ترتیب $r_۱=۳m$ و $r_۲=۵m$ است.



$$r_۲=\sqrt{۳^۲+۴^۲}=۵m$$

حال از رابطهٔ زیر اختلاف تراز شدت صوت را محاسبه می‌نماییم:

$$\beta_۱-\beta_۲=۱۰\log\frac{I_۱}{I_۲}=۱۰\log(\frac{r_۲}{r_۱})^۲\Rightarrow\Delta\beta=۱۰\log(\frac{۵}{۳})^۲$$

$$\Rightarrow\Delta\beta=۲۰(\log۵-\log۳)=۲۰(\log\frac{۱۰}{۲}-۰/۵)$$

$$=۲۰(\log۱۰-\log۲-۰/۵)$$

$$\Rightarrow\Delta\beta=۲۰(۱-۰/۳-۰/۵)=۴dB$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

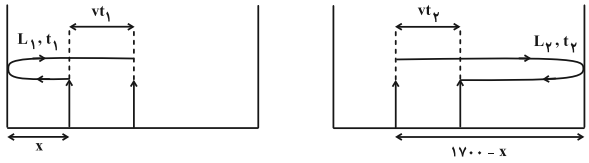
۵۸- **گزینهٔ «۴»** (حسام نادری)

وقتی چشمهٔ نور به ناظر نزدیک شود، طول‌موج نور کاهش پیدا می‌کند که به آن اصطلاحاً انتقال به آبی می‌گویند. در شکل‌های الف و پ این اتفاق می‌افتد.

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحهٔ ۸۳)

۵۹- **گزینهٔ «۳»** (مجتبی نکوئیان)

اگر مطابق با شکل‌های زیر، زمان پژواک از صخره نزدیک‌تر را با $t_۱$ و زمان پژواک از صخره دورتر را با $t_۲$ نشان دهیم، داریم:



$$L_۱-vt_۱=۲x\xrightarrow[v=۳۴۰\frac{m}{s}]{L_۱=v_{صوت}\times t_۱=۳۴۰t_۱}۳۴۰t_۱-۳۴۰t_۱=۲x$$

$$\Rightarrow t_۱=\frac{x}{۱۵۰}\qquad(۱)$$

$$L_۲+vt_۲=۲(۱۷۰۰-x)\xrightarrow[v=۳۴۰\frac{m}{s}]{L_۲=v_{صوت}\times t_۲=۳۴۰t_۲}$$

$$۳۴۰t_۲+۳۴۰t_۲=۲(۱۷۰۰-x)\Rightarrow۱۹۰t_۲=۱۷۰۰-x$$

$$\Rightarrow t_۲=\frac{۱۷۰۰-x}{۱۹۰}\qquad(۲)$$

با توجه به برابری زمان‌های پژواک از دو صخره می‌توان نوشت:

$$t_۱=t_۲\xrightarrow{(۱),(۲)}\frac{x}{۱۵۰}=\frac{۱۷۰۰-x}{۱۹۰}\Rightarrow۳۴x=۱۵(۱۷۰۰)$$

$$\Rightarrow x=۷۵۰m$$

Telegram:@konkur_in

www.konkur.in

بنابراین اختلاف فاصلهٔ اتومبیل از دو صخره به هنگام بوق زدن برابر است با:

$$d' = (۱۷۰۰ - x) - x = ۱۷۰۰ - ۲x = ۱۷۰۰ - ۲(۷۵۰) = ۲۰۰m$$

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه‌های ۹۲ و ۹۳)

۶۰- **گزینهٔ «۳»** *(سیده‌ملیحه میرصالحی)*

با توجه به شکل داریم:

$\theta_۱ = ۹۰^\circ - ۶۰^\circ = ۳۰^\circ$ زاویهٔ تابش

$\theta_۲ = ۵۳^\circ$ زاویهٔ شکست

حال با توجه به قانون شکست عمومی داریم:

$$\frac{v_۲}{v_۱} = \frac{\sin\theta_۲}{\sin\theta_۱} \Rightarrow \frac{v_۲}{v_۱} = \frac{\sin ۵۳^\circ}{\sin ۳۰^\circ} = \frac{۰/۸}{۰/۵} = \frac{۸}{۵}$$

سپس به سراغ رابطهٔ $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ می‌رویم. در این رابطه Δx را ثابت در نظر می‌گیریم. پس:

$$\frac{v_۲}{v_۱} = \frac{t_۱}{t_۲} \Rightarrow \frac{۸}{۵} = \frac{t_۱}{t_۲} \Rightarrow t_۲ = \frac{۵}{۸} t_۱$$

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج؛ صفحهٔ ۹۶)

۶۱- **گزینهٔ «۲»** *(محمدکاظم منشاری)*

$$f_n = \frac{nv}{۲L} \Rightarrow ۲۸۵ = \frac{v}{۲\times ۰/۴} \Rightarrow v = \frac{۴}{۵}\times ۲۸۵ = ۲۲۸\frac{m}{s}$$

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{F}{\frac{m}{L}}} = \sqrt{\frac{FL}{m}}$$

$$\Rightarrow ۲۲۸ = \sqrt{\frac{F\times ۰/۴}{۲۰\times ۱۰^{-۳}}} = \sqrt{\frac{F\times ۴\times ۱۰^{-۱}}{۲\times ۱۰^{-۲}}} = \sqrt{۲۰F}$$

$$\Rightarrow ۲۰F = ۲۲۸\times ۲۲۸ \Rightarrow F = ۲۵۹۹/۲ \simeq ۲۶۰۰N$$

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۷)

۶۲- **گزینهٔ «۳»** *(مجتبی نکوئیان)*

با توجه به این‌که انرژی فوتون‌ها از انرژی لامپ تأمین می‌شود، داریم:

$$\begin{cases} E = nhf = \frac{nhc}{\lambda} \Rightarrow Pt = \frac{nhc}{\lambda} \Rightarrow P = \frac{nhc}{\lambda t} \\ E = Pt \end{cases}$$

$$\xrightarrow[c=۳\times ۱۰^۸\frac{m}{s}\ ;\ \lambda=۶۶۰\times ۱۰^{-۹}m\ ;\ t=۲۴s]{n=۳/۲\times ۱۰^{۲۲}\ ;\ h=۶/۶\times ۱۰^{-۳۴}J.s}$$

$$P = \frac{(۳/۲\times ۱۰^{۲۲})(۶/۶\times ۱۰^{-۳۴})(۳\times ۱۰^۸)}{(۶/۶\times ۱۰^{-۷})(۲۴)} = ۴۰۰W$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۱۷ و ۱۱۹)

۶۳- **گزینهٔ «۱»** *(مجتبی نکوئیان)*

طبق رابطهٔ $f = \frac{c}{\lambda}$، برای بیشینه شدن بسامد، باید λ کمینه و برای کمینه شدن بسامد، باید λ بیشینه باشد، بنابراین طبق معادلهٔ ریدبرگ داریم:

$$\frac{۱}{\lambda} = R(\frac{۱}{n'^۲} - \frac{۱}{n^۲}) \xrightarrow{\lambda=\frac{c}{f}} f = Rc(\frac{۱}{n'^۲} - \frac{۱}{n^۲})$$

رشتهٔ براکت: $\begin{cases} n' = ۴ \\ n = \infty \end{cases} \Rightarrow f_{max} = Rc(\frac{۱}{۱۶}) = \frac{۱}{۱۶}Rc$

رشتهٔ لیمان: $\begin{cases} n' = ۱ \\ n = ۲ \end{cases} \Rightarrow f_{min} = Rc(۱ - \frac{۱}{۴}) = \frac{۳}{۴}Rc$

$$\Rightarrow \frac{f_{max}}{f_{min}} = \frac{\frac{۱}{۱۶}Rc}{\frac{۳}{۴}Rc} = \frac{۱}{۱۲}$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۲۳ و ۱۲۴)

۶۴- **گزینهٔ «۳»** *(محمود منصوری)*

بررسی گزینه‌ها:

۱) درست؛ عدد نوترونی ${}^{۱۲}_{۶}C$ برابر ۶ و عدد نوترونی ${}^{۱۳}_{۶}C$ برابر ۷ است.

۲) درست؛ ایزوتوپ‌های یک عنصر، دارای عدد اتمی مساوی و عدد نوترونی متفاوت هستند.

۳) نادرست؛ ایزوتوپ‌های یک عنصر در جدول تناوبی در یک مکان قرار می‌گیرند.

۴) درست؛ (طبق اطلاعات جدول کتاب)

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای؛ صفحه‌های ۱۳۸ تا ۱۴۰)

۶۵- **گزینهٔ «۲»** *(امیراحمد میرسعید)*

وقتی ۸۰ درصد از ماده از بین می‌رود پس ۲۰ درصد آن باقی مانده است.

$$m = M_۰(\frac{۱}{۲})^n \Rightarrow \frac{۲۰}{۱۰۰}M_۰ = \frac{M_۰}{۲^n} \Rightarrow ۲^n = \frac{۱۰۰}{۲۰} = ۵$$

Telegram:@konkur_in

www.konkur.in

$$۲^n = ۵ \Rightarrow \log ۲^n = \log ۵ \Rightarrow n \log ۲ = \log ۵$$

$$\log ۵ = \log \frac{۱۰}{۲} = \log ۱۰ - \log ۲ = ۱ - ۰/۳ = ۰/۷$$

$$n \log ۲ = \log ۵ \Rightarrow n \times \frac{۳}{۱۰} = \frac{۷}{۱۰} \Rightarrow n = \frac{۷}{۳}$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای؛ صفحه‌های ۱۴۶ و ۱۴۷)

۶۶- **گزینهٔ «۲»** *(مهران اسماعیلی)*

تعداد هسته‌های مادر باقی مانده، پس از گذشت زمان t از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$N = N_۰(\frac{۱}{۲})^n \qquad (n = \frac{t}{T})$$

اگر $N_۱$ و $N_۲$ تعداد هسته‌های مادر باقی مانده پس از گذشت زمان به ترتیب $۲T$ و $۳T$ باشد، داریم:

$$N_۱ = N_۰(\frac{۱}{۲})^{n_۱} \xrightarrow[t_۱=۲T]{n_۱=\frac{t_۱}{T}=۲} N_۱ = N_۰(\frac{۱}{۲})^۲ = \frac{N_۰}{۴}$$

$$N_۲ = N_۰(\frac{۱}{۲})^{n_۲} \xrightarrow[t_۲=۳T]{n_۲=\frac{t_۲}{T}=۳} N_۲ = N_۰(\frac{۱}{۲})^۳ = \frac{N_۰}{۸}$$

$$N_۱ - N_۲ = ۵۰۰ \Rightarrow \frac{N_۰}{۴} - \frac{N_۰}{۸} = ۵۰۰ \Rightarrow \frac{N_۰}{۸} = ۵۰۰$$

$$\Rightarrow N_۰ = ۴۰۰۰$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای؛ صفحه‌های ۱۴۶ و ۱۴۷)

۶۷- **گزینهٔ «۳»** *(ریاضی داخل ۱۴۰۱- تیرماه)*

کافی است معادلهٔ واپاشی را نوشته و مجموع اعداد جرمی طرفین معادله را با هم و مجموع اعداد اتمی طرفین را نیز با هم برابر بگذاریم:

$$^{۱۲۴}_{۵۳}X \rightarrow {}^{۱۲۴}_{۵۲}Y + {}^{A}_{Z}A \Rightarrow \begin{cases} ۱۲۴ = ۱۲۴ + A \Rightarrow A = ۰ \\ ۵۳ = ۵۲ + Z \Rightarrow Z = +۱ \end{cases}$$

$$\Rightarrow A = {}^{۰}_{+۱}e = \text{پوزیترون}$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای؛ صفحه‌های ۱۴۴ و ۱۴۵)

۶۸- **گزینهٔ «۳»** *(حسام نادری)*

در یک معادلهٔ واپاشی باید:

۱) مجموع اعداد جرمی سمت راست و چپ معادله با هم برابر شوند.

۲) مجموع اعداد اتمی سمت راست و چپ معادله با هم برابر شوند.

حالت زیر را در نظر می‌گیریم:

$$^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A-۱۲}_{Z-۷}Y + n\ {}^{۴}_{۲}\alpha + m\ {}^{۰}_{+۱}e^+$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A = A - ۱۲ + ۴n + m(۰) \Rightarrow n = ۳ \\ Z = Z - ۷ + ۲n + m \Rightarrow m = ۱ \end{cases}$$

$\Rightarrow$ گزینهٔ «۳»: سه ذرهٔ آلفا و یک پوزیترون

اگر به جای پوزیترون، الکترون در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

$$^{A}_{Z}X \Rightarrow {}^{A-۱۲}_{Z-۷}Y + n\ {}^{۴}_{۲}\alpha + m\ {}^{۰}_{-۱}e^-$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A = A - ۱۲ + ۴n + m(۰) \Rightarrow n = ۳ \\ Z = Z - ۷ + ۲n - m \Rightarrow m = -۱ \end{cases} \quad \text{غ ق ق}$$

پس حالتی که e^- داشته باشیم امکان‌پذیر نیست.

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای؛ صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۴۶)

۶۹- **گزینهٔ «۳»** *(حسام نادری)*

طبق متن کتاب درسی، گزینهٔ «۳» نادرست است.

شکل درست گزینهٔ «۳»: هستهٔ مرکب $^{۲۳۶}_{۹۲}U^*$ در کمتر از $۱۰^{-۱۲}$ ثانیه واپاشیده می‌شود.

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای؛ صفحه‌های ۱۴۸ و ۱۴۹)

۷۰- **گزینهٔ «۳»** *(کنکور ریاضی خارج کشور- ۱۴۰۱)*

با استفاده از معادلهٔ انیشتین (معادلهٔ فوتوالکتریک) برای فوتوالکتریک داریم:

$$K_{max} = hf - W_۰ \Rightarrow \begin{cases} K_{max} = hf - W_۰ \\ ۰/۶K_{max} = h(\frac{۳}{۴}f) - W_۰ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{۸\times۱۰^{-۱۹}}{۱/۶\times۱۰^{-۱۹}} = hf - W_۰ \\ \frac{۰/۶\times۸\times۱۰^{-۱۹}}{۱/۶\times۱۰^{-۱۹}} = \frac{۳}{۴}hf - W_۰ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ۵ = hf - W_۰ \\ ۳ = \frac{۳}{۴}hf - W_۰ \end{cases}$$

با حل دستگاه دو معادله و دو مجهول فوق داریم:

$$\begin{cases} hf = ۸eV \\ W_۰ = ۳eV \end{cases}$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۲۰)

Telegram:@konkur_in

www.konkur.in

شیمی ۳

۷۱- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین طیبی)*

فرمول ترکیبات داده شده:

اوره: $CO(NH_2)_2$ / اتیلن گلیکول: $C_2H_6O_2$ / روغن زیتون: $C_{57}H_{104}O_6$ / بنزین: C_8H_{18} / وازلین: $C_{25}H_{52}$ / صابون جامد با زنجیر هیدروکربنی سیرشده ۱۷ کربنه: $C_{17}H_{35}COONa$

بررسی همهٔ موارد:

الف) نادرست؛ ۴ مورد از آن‌ها (روغن زیتون، بنزین، وازلین، صابون) در هگزان حل می‌شوند.

ب) نادرست؛ هیچ دو ترکیبی تعداد اتم هیدروژن برابری ندارند.

پ) درست؛ در ساختار صابون جامد عنصر فلزی (Na) یافت می‌شود.

ت) درست؛ در ساختار اوره و صابون جامد یک پیوند دوگانه یافت می‌شود.

ث) نادرست؛ ۲ مورد از آن‌ها (اوره و اتیلن گلیکول) قادر به تشکیل پیوند هیدروژنی بین مولکولی هستند.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۴ تا ۶)

۷۲- **گزینهٔ «۴»** *(محمد عظیمیان‌زواره)*

این مخلوط، یک پاک‌کنندهٔ خورنده محسوب می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) ترکیب داده شده نوعی پاک‌کننده صابونی است. پاک‌کننده‌های صابونی براساس برهم‌کنش میان ذره‌ها عمل می‌کنند.

۲) برای این منظور باید از پاک‌کننده‌های خورنده مانند سرکه یا جوهرنمک که خاصیت اسیدی دارند استفاده نمود.

۳) هیدروکلریک اسید (جوهرنمک) و سدیم هیدروکسید (سود سوزآور) پاک‌کننده‌هایی خورنده‌اند و نباید با پوست بدن تماس پیدا کنند.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۶، ۱۲ و ۱۳)

۷۳- **گزینهٔ «۳»** *(محمدرضا پورجاوید)*

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: توجه داشته باشید که نیتروااسید در مقایسه با استیک اسید قدرت بیشتری داشته و مقدار یونش آن بیشتر است. بنابراین در شرایط یکسان غلظت یون نیتریت (و نه نیترات!) در آن بیشتر از غلظت یون استات موجود در استیک اسید است.

گزینهٔ «۲»: از آنجا که HCl در مقایسه با HNO_2 قدرت اسیدی بیشتری دارد، سرعت واکنش آن با نوار منیزیمی نیز بیشتر خواهد بود.

گزینهٔ «۳»: از آنجا که استیک اسید در مقایسه با نیتروااسید ضعیف‌تر است، مولکول‌های کمتری از آن به صورت یونیده شده درمی‌آیند. به این ترتیب تعداد مولکول‌های یونیده نشده آن بیشتر خواهد بود.

گزینهٔ «۴»: با توجه به مقدار K_a کلرواتانوئیک اسید، این اسید از هر دو اسید ذکر شده در صورت سؤال قوی‌تر خواهد بود.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲۰ تا ۲۴)

۷۴- **گزینهٔ «۳»** *(روزبه رضوانی)*

در اثر مخلوط شدن، غلظت یون H^+ برابر با نسبت مجموع مول‌های یون H^+ به حجم کل:

$$pH_{HCl} = ۱/۵ \Rightarrow [H^+] = ۳\times۱۰^{-۲}\,mol.L^{-۱}$$

$$\Rightarrow mol\ H^+ = ۰/۰۳(mol.L^{-۱})\times۰/۳(L) = ۹\times۱۰^{-۳}\,mol$$

$$pH_{HBr} = ۴ \Rightarrow [H^+] = ۱۰^{-۴}\,mol.L^{-۱}$$

$$\Rightarrow mol\ H^+ = ۱۰^{-۴}(mol.L^{-۱})\times۰/۶(L) = ۶\times۱۰^{-۵}\,mol$$

$$[H^+]_{\text{نهایی}} = \frac{(۹\times۱۰^{-۳})+(۶\times۱۰^{-۵})}{۰/۳+۰/۶} \simeq ۱۰^{-۲}\,mol.L^{-۱}$$

$$[H^+][OH^-] = ۱۰^{-۱۴} \Rightarrow ۱۰^{-۲}\times[OH] = ۱۰^{-۱۴}$$

$$[OH^-] = ۱۰^{-۱۲}\,mol.L^{-۱}$$

$$\frac{[OH^-]}{[H^+]} = \frac{۱۰^{-۱۲}}{۱۰^{-۲}} = ۱۰^{-۱۰}$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲۵ تا ۲۸)

Telegram:@konkur_in

www.konkur.in

۷۵- **گزینهٔ «۴»** *(سعید تیزرو)*

تمامی موارد درست هستند.

بررسی مورد اول:

$MgO + H_2O \rightarrow Mg^{2+} + 2OH^-$ (۳ مول ذره)

$Li_2O + H_2O \rightarrow 2Li^+ + 2OH^-$ (۴ مول ذره)

بررسی مورد دوم: ترکیب‌های $C_6H_{12}O_6$ ، C_2H_5OH و CH_3COCH_3، در آب به صورت مولکولی حل شده و یون H^+ یا OH^- تولید نمی‌کنند. بنابراین محلول آن‌ها خنثی محسوب می‌شود.

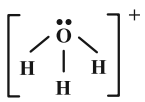
بررسی مورد سوم:

$$\underset{\text{آهک}}{CaO(s)} + H_2O(l) \rightarrow Ca^{2+}(aq) + \underbrace{2OH^-(aq)}_{\text{۲ مول آنیون}}$$

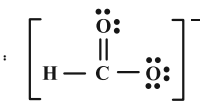
$$KNO_3(s) \xrightarrow{\text{آب}} \underbrace{K^+(aq) + NO_3^-(aq)}_{\text{۲ مول یون}}$$

بررسی مورد چهارم:

ساختار لوویس یون هیدرونیوم (H_3O^+) :



ساختار لوویس یون متانوات $(HCOO^-)$:



(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶ و ۲۳)

۷۶- **گزینهٔ «۳»** *(محمدرضا پورجاوید)*

عبارت‌های اول و دوم نادرست هستند.

نیم‌واکنش انجام شده در سطح الکترود با بار منفی (کاتد) به صورت زیر است:

$2H_2O + 2e^- \rightarrow H_2 + 2OH^-$

نیم‌واکنش انجام شده در آند به صورت $2H_2O \rightarrow O_2 + 4H^+ + 4e^-$ خواهد بود. هر چند در این شرایط گاز اکسیژن تولید می‌شود، اما به دلیل تولید یون H^+ با کاهش pH مواجه خواهیم بود.

در کاهش مولکول‌های آب، گاز H_2 تولید می‌شود. این گاز در واکنش انجام شده بین فلزها و اسیدها نیز به دست می‌آید.

با توجه به واکنش کلی $2H_2O \rightarrow 2H_2 + O_2$ در مورد نسبت جرمی گازهای تولید شده در کاتد و آند برابر است با:

$$\frac{\text{گاز تولید شده در کاتد } (H_2)}{\text{گاز تولید شده در آند } (O_2)} = \frac{2\,mol\ H_2}{1\,mol\ O_2}$$

$$= \frac{2\times 2g}{1\times 32g} = \frac{4}{32} = \frac{1}{8} = 0/125$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۵۴ و ۵۵)

۷۷- **گزینهٔ «۳»** *(امیرحسین طیبی)*

در واکنش I گونه‌های اکسنده و کاهنده جابه‌جا نوشته شده‌اند.

در واکنش II گونهٔ حاصل از کاهش و گونهٔ حاصل از اکسایش جابه‌جا نوشته شده‌اند.

واکنش III به صورت خودبه‌خودی انجام‌پذیر نیست زیرا قدرت کاهندگی آهن از مس بیشتر است.

در واکنش IV همهٔ موارد به درستی بیان شده است.

$$\underset{\text{کاهنده}}{2Al(s)} + 3\underset{\text{اکسنده}}{V^{5+}(aq)} \rightarrow \underset{\text{حاصل از اکسایش}}{2Al^{3+}(aq)} + \underset{\text{حاصل از کاهش}}{3V^{3+}(aq)}$$

$$e^-_{\text{مبادله شده}} = 2\times 3 = 6e^-$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۴)

۷۸- **گزینهٔ «۴»** *(سعید تیزرو)*

همهٔ موارد درست‌اند.

بررسی مورد اول: به علت وجود کاتیون‌های Y^{2+} در محلول الکترولیت سلول مورد نظر، می‌توان نتیجه گرفت فلز Y به عنوان آند سلول الکترولیتی بوده و به قطب مثبت باتری وصل می‌شود. در نتیجه a قطب منفی سلول بوده و به محل انجام نیم‌واکنش کاهش (کاتد) متصل است.

Telegram:@konkur_in

www.konkur.in

بررسی مورد دوم: به همان میزان Y^{2+} که در نیم‌واکنش کاتدی مصرف می‌شود، به همان میزان نیز در واکنش آندی تولید می‌شود. بنابراین غلظت Y^{2+} ثابت می‌ماند.

بررسی مورد سوم: با توجه به نیم‌واکنش‌های آندی و کاتدی که یکدیگر را خنثی می‌کنند، واکنش کلی نخواهیم داشت:

نیم‌واکنش آندی : $Y(s) \rightarrow Y^{2+}(aq) + 2e^-$

نیم‌واکنش کاتدی : $Y^{2+}(aq) + 2e^- \rightarrow Y(s)$

بررسی مورد چهارم: جهت حرکت الکترون در مدار بیرونی سلول‌های گالوانی و الکترولیتی از آند به کاتد است.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۴۴، ۴۵ و ۶۰)

۷۹- **گزینهٔ «۲»** *(علیرضا کیانی‌دوست)*

گزینهٔ دوم نادرست است؛ زیرا emf سلول بین کاهنده و اکسنده است یعنی Fe و O_2.

$$emf = 0/44 - (-0/44) = +0/88V$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۵۶ تا ۵۹)

۸۰- **گزینهٔ «۱»** *(روزبه رضوانی)*

چگالی Al مذاب تولید شده، بیشتر از الکترولیت مورد استفاده در سلول الکترولیتی است و از دریچهٔ پایینی ظرف خارج می‌شود.

$$2Al_2O_3 + 3C \rightarrow 4Al + 3CO_2$$

$$?\,m^3\,CO_2 = 540kg\,Al \times \frac{1000g}{1kg} \times \frac{1mol\,Al}{27g\,Al} \times \frac{3mol\,CO_2}{4mol\,Al}$$

$$\times \frac{44g\,CO_2}{1mol\,CO_2} \times \frac{1L\,CO_2}{1/6g\,CO_2} \times \frac{1m^3}{1000L\,CO_2} = 412/5m^3$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۶۰ و ۶۱)

۸۱- **گزینهٔ «۳»** *(سعید تیزرو)*

بررسی گزینه‌ها:

۱) نیروی جاذبه بین ذره‌ای در یخ $(H_2O(s))$ از نوع پیوند هیدروژنی و در یخ خشک $(CO_2(s))$ از نوع وان‌درووالسی است.

۲) تنها مواد مولکولی در دمای اتاق به حالت گاز هستند. خواص شیمیایی این مواد به الکترون‌های پیوندی و ناپیوندی بستگی دارد.

۳) سیلیسیم جزو جامدهای کووالانسی است و نمی‌توان برای آن از واژهٔ نیروهای بین مولکولی استفاده کرد. همچنین Cl_2 ترکیب نیست.

۴) در ساختار یخ هر اتم O به دو اتم H با پیوند اشتراکی و به دو اتم H از مولکول‌های دیگر با پیوند هیدروژنی متصل است.

(شیمی ۳- شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۷۳ و ۷۴)

۸۲- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین طیبی)*

فرض می‌کنیم a مول NaF و b مول MgF_2 در اختیار داریم:

$$\begin{cases} NaF(s) + 926kJ \rightarrow Na^+(g) + F^-(g) \\ MgF_2(s) + 2965kJ \rightarrow Mg^{2+}(g) + 2F^-(g) \end{cases}$$

برای فروپاشی a مول از NaF، $926a\ kJ$ و برای فروپاشی b مول از MgF_2، $2965b\ kJ$ انرژی نیاز است.

$$\Rightarrow 926a + 2965b = 870/8 \qquad (I)$$

در اثر فروپاشی a مول از NaF، a مول یون F^- و در اثر فروپاشی b مول MgF_2، $2b$ مول F^- تولید می‌شود.

$$(a + 2b) \times 6/02 \times 10^{23} = 4/214 \times 10^{23}$$

$$\Rightarrow a + 2b = 0/7mol \qquad (II)$$

$$\xrightarrow{(I),(II)} \begin{cases} a = 0/3 \\ b = 0/2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow MgF_2\ \text{درصد مولی} = \frac{0/2}{0/2 + 0/3} \times 100 = \%40$$

(شیمی ۳- شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۷۹ تا ۸۳)

Telegram:@konkur_in

www.konkur.in

۸۳- **گزینهٔ «۲»** *(میلاد میرحیدری)*

رنگ محلول به عدد اکسایش وانادیم وابسته است. در واکنش:

$$mV^{5+}(aq)+nZn(s)\rightarrow nZn^{2+}(aq)+mV^{x+}(aq)$$

طبق قانون پایستگی بار الکتریکی:

$$5m=2n+mx$$

برای به دست آوردن x، ابتدا باید m و n را تعیین کنیم:

$$3/25g\ Zn=0/2L\ \text{محلول}\times\frac{0/5mol\ V^{5+}}{1L\ \text{محلول}}\times\frac{n\ mol\ Zn}{m\ mol\ V^{5+}}\times\frac{65g\ Zn}{1mol\ Zn}\Rightarrow\frac{n}{m}=\frac{1}{2}$$

این معادله بی‌شمار پاسخ دارد که ساده‌ترین جواب غیرکسری، مورد نظر ما است. پس:

$$n=1\quad و\quad m=2$$

در نتیجه:

$$10=2+2x\Rightarrow x=4$$

در نتیجه رنگ محلول دارای وانادیم (IV)، آبی است.

(شیمی ۳- شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحهٔ ۸۶)

۸۴- **گزینهٔ «۴»** *(محمدرضا پورجاوید)*

وجود پیوند اشتراکی در ساختار الماس و گرافن و شفاف بودن از جمله ویژگی‌های مشترک این دو ماده هستند. اما گرافن رسانا بوده و الماس نارسانا است. الماس جامدی سخت و سه بعدی است، در حالی‌که گرافن ماده‌ای دوبعدی و انعطاف‌پذیر است.

(شیمی ۳- شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۷۲ و ۷۳)

۸۵- **گزینهٔ «۱»** *(محمدرضا پورجاوید)*

با توجه به آرایش‌های الکترونی داده شده، یون‌های پایدار حاصل از هریک از این اتم‌ها به صورت A^{2+}، B^{3-}، C^{+} و D^{2-} هستند. بنابراین بیشترین میزان آنتالپی فروپاشی شبکه مربوط به ترکیب یونی حاصل از A و B (با فرمول A_3B_2) خواهد بود.

(شیمی ۳- شیمی جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۷۷ تا ۸۱)

۸۶- **گزینهٔ «۲»** *(محمد عظیمیان‌زواره)*

بررسی موارد:

آ) درست؛ در این مولکول، احتمال حضور جفت الکترون پیوندی پیرامون هستهٔ اتم هیدروژن کمتر است زیر خصلت نافلزی آن از کلر کمتر است.

ب) نادرست؛ بار جزئی اتم مرکزی در مولکول‌های CH_4، SO_2 و CCl_4 به ترتیب منفی، مثبت و مثبت می‌باشد.

پ) نادرست؛ مولکول اتین (C_2H_2) یک مولکول ۴ اتمی خطی است:

$$H-C\equiv C-H$$

ت) درست؛ زیرا SCO برخلاف CS_2 قطبی است.

$$CO(NH_2)_2=60g.mol^{-1}\quad ،\quad SCO=60g.mol^{-1}$$

$$\%C=\frac{12\times1}{60}\times100=20\%$$

ث) نادرست؛ فرمول مولکولی کلروفرم $CHCl_3$ می‌باشد.

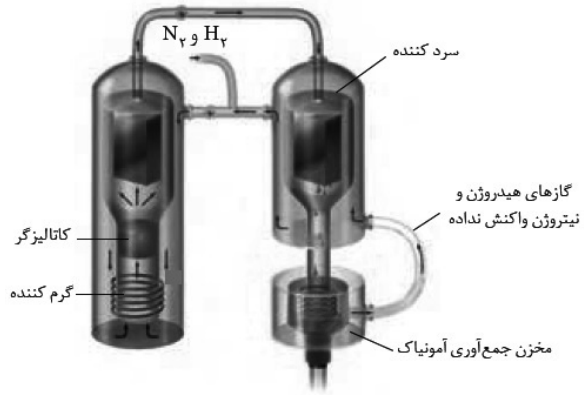
(شیمی ۳- شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۷۵ تا ۷۷)

۸۷- **گزینهٔ «۴»** *(هادی مهدی‌زاده)*

قسمت‌های A و C به ترتیب مربوط به سردکننده و گرم‌کننده فرایند است. در این فرایند دمای مناسب سردکننده $-40^{\circ}C$ است و در قسمت D، آمونیاک جمع‌آوری می‌شود که در تولید کودهای شیمیایی کاربرد دارد. همچنین گازهای هیدروژن و نیتروژن واکنش نداده، مجدداً به محفظهٔ واکنش بازمی‌گردند.

Telegram:@konkur_in

www.konkur.in



(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحهٔ ۱۱۰)

۸۸- **گزینهٔ «۲»** *(پیمان خوابوی‌مجد)*

بررسی موارد:

آ) نادرست؛ واکنش آبکافت پلی‌استر از نوع اکسایش- کاهش نیست.

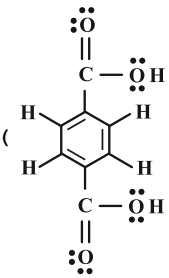
ب) درست؛ محلول‌های X و Z به ترتیب محلول‌های غلیظ و رقیق پتاسیم پرمنگنات هستند. (محلول پتاسیم پرمنگنات بنفش رنگ است.)

پ) درست؛ عدد اکسایش کربن در C_2H_4 برابر ۲- و عدد اکسایش کربن در $CHCl_3$ برابر ۲+ است. ترکیب B نیز اتیلن گلیکول با دو گروه هیدروکسیل است.

ت) نادرست؛ پارازایلن در نفت خام وجود دارد.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۱۸)

۸۹- **گزینهٔ «۲»** *(سعید تیزرو)*

فراوردهٔ x باید ترفتالیک اسید ($C_8H_6O_4$: ) باشد که از اکسایش پارازایلن به دست می‌آید.

شمار پیوندهای اشتراکی در ترفتالیک اسید

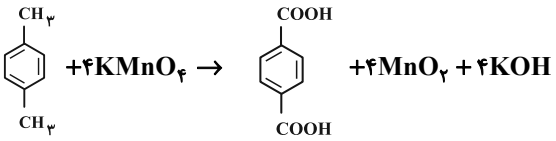
$$= \frac{(8\times4)+(6\times1)+(4\times2)}{2} = 23$$

شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی در ترفتالیک اسید $= 4\times2 = 8$

اختلاف تعداد جفت الکترون‌های پیوندی و ناپیوندی $= 23-8 = 15$

پارازایلن (C_8H_{10}) واکنش‌دهندهٔ مولکولی محسوب می‌شود؛

واکنش موازنه شده :



$$+4KMnO_4 \rightarrow \quad +4MnO_2 + 4KOH$$

$$x\,g\ C_8H_{10}\times\frac{1\,mol\,C_8H_{10}}{106\,g\,C_8H_{10}}\times\frac{1\,mol\ C_8H_6O_4}{1\,mol\ C_8H_{10}}$$

$$\times\frac{166\,g\ C_8H_6O_4}{1\,mol\ C_8H_6O_4}\times\frac{75}{100} = 4/98\,g\ C_8H_6O_4$$

$$\Rightarrow x = 4/24\,g$$

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۱۸)

۹۰- **گزینهٔ «۱»** *(سعید تیزرو)*

تنها مورد دوم نادرست است.

تعادل مطرح شده در سؤال گرماگیر است؛ زیرا با افزایش دما مقدار K نیز افزایش یافته است. با قرار دادن سامانه در حمام آب یخ دما کاهش می‌یابد که جهت جبران آن، تعادل در جهت تولید گرما (q) یعنی در جهت برگشت جابه‌جا می‌شود. با جابه‌جایی واکنش در جهت برگشت NO_2 و O_2 مصرف می‌شوند که در نتیجهٔ آن فشار گاز، مقدار ثابت تعادل و درصد مولی مولکول‌های دو اتمی (O_2) کاهش می‌یابد. همچنین با مصرف NO_2 قهوه‌ای رنگ، شدت رنگ قهوه‌ای در مخلوط واکنش کاهش می‌یابد.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۷)

Telegram:@konkur_in