

تاریخ آزمون

جمعه ۱۴۰۳/۰۱/۳۱

# سؤالات آزمون دفترچه شماره (۱) دوره دوم متوسطه پایه دهم ریاضی

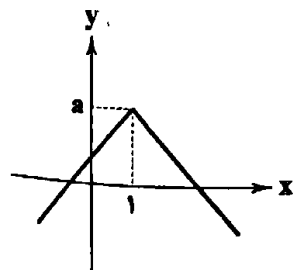
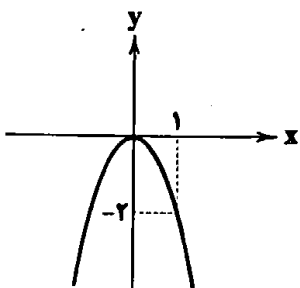
نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤال: ۷۰	مدت پاسخگویی: ۹۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

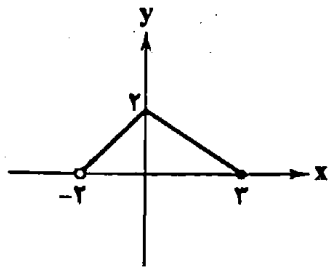
ردیف	عنوان امتحان	تعداد سؤال	مدت پاسخگویی	تعداد سؤالات	مدت پاسخگویی
۱	ریاضیات	۲۰	۱	۲۰	۲۰ دقیقه
	هندسه ۱	۱۰	۲۱	۳۰	
۲	فیزیک ۱	۲۰	۳۱	۵۰	۲۵ دقیقه
۳	شیمی ۱	۲۰	۵۱	۷۰	۲۰ دقیقه



- 1 اگر  $f$  تابع خطی باشد، به طوری که  $f(x+1) = f(x) - 1$  و  $f(-1) = 1$  باشد،  $f(1)$  کدام است؟  
 (1) صفر (2)  $-2$  (3)  $-1$  (4)  $2$
- 2 اگر  $f(x) = \frac{(m-2)x^2 + nx - 2}{x^2 - x + 4}$  تابع ثابت باشد، حاصل  $m+n$  کدام است؟  
 (1)  $-2$  (2)  $2$  (3)  $1$  (4)  $-1$
- 3  $f$  تابع همانی و  $g$  تابع ثابت است به طوری که  $f(g(1)) = f(2) - g(-2) = f(g(1))$  حاصل  $g(f(0))$  کدام است؟  
 (1) صفر (2)  $2$  (3)  $-1$  (4)  $1$
- 4 نمودار تابع درجه دوم  $f$  محور  $x$ ها را در نقطه‌ای به طول  $(-1)$  و محور  $y$ ها را در نقطه‌ای به عرض  $3$  قطع کرده است و از نقطه  $(2, 3)$  می‌گذرد. برد تابع کدام است؟  
 (1)  $[3, +\infty)$  (2)  $[4, +\infty)$  (3)  $(-\infty, 3]$  (4)  $(-\infty, 4]$
- 5 اگر  $f(x) = \begin{cases} x+1 & x \geq 0 \\ 1-x & x < 0 \end{cases}$  و  $g(x) = |x-2|$  باشد، حاصل  $f(1) + 2g(-1)$  کدام است؟  
 (1)  $8$  (2)  $6$  (3)  $5$  (4)  $7$
- 6 اگر  $f = \{(1, n-m), (-1, 2n+m), (0, m^2 - n^2)\}$  تابعی ثابت باشد، مقدار  $\frac{m}{n}$  کدام است؟  
 (1)  $-2$  (2)  $2$  (3)  $\frac{1}{2}$  (4)  $-\frac{1}{2}$
- 7 اگر رأس سهمی مقابل را به نقطه  $(-1, 2)$  انتقال دهیم، ضابطه آن به کدام صورت است؟  
 (1)  $y = -\frac{1}{2}x^2$   
 (2)  $y = -2x^2 - 4x - 4$   
 (3)  $y = -2x^2 - 4x$   
 (4)  $y = \frac{-1}{2}x^2 - 2x$
- 8 نمودار مقابل مربوط به تابع با ضابطه  $f(x) = 2 - \sqrt{x^2 - 2x + b}$  است. مقدار  $a+b$  کدام است؟  
 (1)  $1$   
 (2)  $4$   
 (3)  $2$   
 (4)  $2$



محل انجام محاسبات



۹- اگر نمودار  $f$  به صورت مقابل باشد، کدام گزینه صحیح است؟

(۱) دامنه  $y = f(x) + 1$  برابر با  $[-1, 4]$  است.

(۲) برد  $y = f(-x) - 1$  برابر با  $[-1, 0]$  است.

(۳) دامنه  $y = f(2-x)$  برابر با  $[-2, 3]$  است.

(۴) برد تابع  $y = -f(x-1) + 2$  برابر با  $[0, 2]$  است.

۱۰- برد تابع  $f(x) = \begin{cases} 1-|x| & x \geq 1 \\ x^2 - 2x + 2 & x < 1 \end{cases}$  کدام است؟

$\mathbb{R} - [0, 1)$  (۴)

$\mathbb{R} - (0, 1]$  (۳)

$\mathbb{R}$  (۲)

$\mathbb{R} - (-1, 1]$  (۱)

۱۱- با استفاده از ارقام متمایز ۵، ۴، ۳، ۲، ۱ و ۰ چند عدد چهاررقمی می توان نوشت که بر ۵ بخش پذیر باشند؟

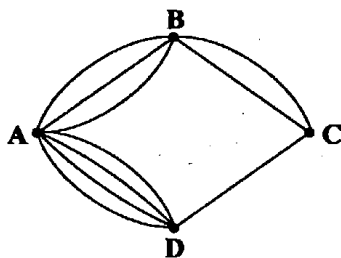
۸۴ (۴)

۵۴ (۳)

۱۰۸ (۲)

۶۰ (۱)

۱۲- شکل زیر راه های موجود بین شهرهای A، B، C و D را نشان می دهد. به چند طریق می توان از A به C رفت و برگشت به طوری که از مسیر تکراری عبور نکنیم؟



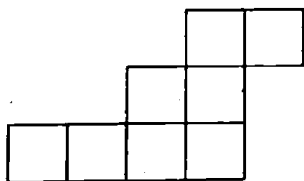
۲۰ (۱)

۱۲ (۲)

۱۰ (۳)

۱۰۰ (۴)

۱۳- خانه های شکل زیر را می خواهیم با رنگ های سیاه، سفید و قرمز رنگ کنیم. به طوری که خانه های مجاور (دارای ضلع مشترک) هم رنگ نباشند. این کار به چند طریق قابل انجام است؟



$3^2 \times 2^5$  (۱)

$3 \times 2^5$  (۲)

$3 \times 2^6$  (۳)

$3^2 \times 2^6$  (۴)

۱۴- تاسی را پرتاب می کنیم، اگر عدد زوج بیاید، دو سکه پرتاب می کنیم و اگر عدد فرد بیاید، یک سکه پرتاب می کنیم. تعداد حالت هایی که حداقل یک رو بیاید چه قدر است؟

۱۲ (۴)

۹ (۳)

۲۴ (۲)

۱۸ (۱)

۱۵- با حروف کلمه "majidy" چند کلمه ۶ حرفی می توان ساخت، به طوری که حروف صدادار همواره کنار هم باشند؟

۱۸۰ (۴)

۳۶۰ (۳)

۲۴۰ (۲)

۱۲۰ (۱)

۱۶- ۴ زن و ۳ مرد در یک صف ایستاده اند. در چند حالت هیچ دو مردی کنار هم نیستند؟

۱۴۴۰ (۴)

۲۴۰ (۳)

۲۸۸ (۲)

۱۴۴ (۱)

۱۷- از بین ۵ دانش آموز رشته تجربی و ۴ دانش آموز رشته ریاضی، می خواهیم سه دانش آموز را به نمایندگی در آموزش فرهنگی، علمی و ورزشی

انتخاب کنیم. این کار به چند طریق قابل انجام است؟

۱۶۸ (۴)

۵۰۴ (۳)

۸۴ (۲)

۲۵۲ (۱)

محل انجام محاسبات

۱۸. اگر  $\sin \theta = \frac{3}{5}$  و  $\cos \theta = \frac{4}{5}$  باشد،  $\tan \theta$  را بیابید.

۱۱.۱۱

۱۱

۱۹. اگر  $\sin \theta = \frac{3}{5}$  و  $\cos \theta = \frac{4}{5}$  باشد،  $\tan \theta$  را بیابید.

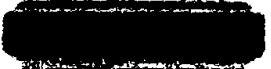
۱۱.۱۱.۱۱

۱۱.۱۱.۱۱

۲۰. اگر  $\sin \theta = \frac{3}{5}$  و  $\cos \theta = \frac{4}{5}$  باشد،  $\tan \theta$  را بیابید.

۱۱.۱۱

۱۱.۱۱



۲۱. اگر  $\sin \theta = \frac{3}{5}$  و  $\cos \theta = \frac{4}{5}$  باشد،  $\tan \theta$  را بیابید.

۱۱.۱۱

۱۱.۱۱

۲۲. اگر  $\sin \theta = \frac{3}{5}$  و  $\cos \theta = \frac{4}{5}$  باشد،  $\tan \theta$  را بیابید.

۱۱.۱۱

۱۱.۱۱

۲۳. اگر  $\sin \theta = \frac{3}{5}$  و  $\cos \theta = \frac{4}{5}$  باشد،  $\tan \theta$  را بیابید.

۱۱.۱۱

۱۱.۱۱

۲۴. اگر  $\sin \theta = \frac{3}{5}$  و  $\cos \theta = \frac{4}{5}$  باشد،  $\tan \theta$  را بیابید.

۱۱.۱۱

۱۱.۱۱

۲۵. اگر  $\sin \theta = \frac{3}{5}$  و  $\cos \theta = \frac{4}{5}$  باشد،  $\tan \theta$  را بیابید.

۱۱.۱۱

۱۱.۱۱

۲۶. اگر  $\sin \theta = \frac{3}{5}$  و  $\cos \theta = \frac{4}{5}$  باشد،  $\tan \theta$  را بیابید.

۱۱.۱۱

۱۱.۱۱

۲۷. اگر  $\sin \theta = \frac{3}{5}$  و  $\cos \theta = \frac{4}{5}$  باشد،  $\tan \theta$  را بیابید.

۱۱.۱۱.۱۱

۱۱.۱۱.۱۱

۱۱.۱۱.۱۱

۲۸. اگر  $\sin \theta = \frac{3}{5}$  و  $\cos \theta = \frac{4}{5}$  باشد،  $\tan \theta$  را بیابید.

۱۱.۱۱.۱۱

۱۱.۱۱.۱۱

۱۱.۱۱.۱۱

۲۹. اگر  $\sin \theta = \frac{3}{5}$  و  $\cos \theta = \frac{4}{5}$  باشد،  $\tan \theta$  را بیابید.

۱. عرض از سمت  $P$  و خط عمود سمت  $P$  عمود است.

۲. عرض از سمت  $P$  عمود است.

۳. عرض از سمت  $P$  و عرض عمود از سمت عمود است.

۴. عرض از سمت  $P$  عمود است.

۳۰. اگر  $\sin \theta = \frac{3}{5}$  و  $\cos \theta = \frac{4}{5}$  باشد،  $\tan \theta$  را بیابید.

۱۱.۱۱.۱۱

۱۱.۱۱.۱۱

۱۱.۱۱.۱۱

۱۱.۱۱.۱۱

محل اتمام تکالیف



فیزیک

۴۴- یک کوه ۱۰۰ متر ارتفاع دارد. یک سنگ ۱۰ کیلوگرمی از ارتفاع ۱۰ متر از کوه افتد. در لحظه برخورد با خاک، ۲۰٪ انرژی مکانیکی آن به گرما تبدیل می‌شود. دمای سنگ در لحظه برخورد با خاک چقدر می‌گردد؟

۴۵- یک جسم ۱۰ کیلوگرمی از ارتفاع ۱۰ متر افتد. در لحظه برخورد با خاک، ۲۰٪ انرژی مکانیکی آن به گرما تبدیل می‌شود. دمای سنگ در لحظه برخورد با خاک چقدر می‌گردد؟

$$m = 10 \text{ kg}, h = 10 \text{ m}, \eta = 0.2$$
$$E_{pot} = mgh = 10 \times 10 \times 10 = 1000 \text{ J}$$
$$E_{heat} = \eta E_{pot} = 0.2 \times 1000 = 200 \text{ J}$$
$$Q = mc\Delta T \Rightarrow \Delta T = \frac{Q}{mc} = \frac{200}{10 \times 1000} = 0.02 \text{ }^\circ\text{C}$$

۴۶- یک جسم ۱۰ کیلوگرمی از ارتفاع ۱۰ متر افتد. در لحظه برخورد با خاک، ۲۰٪ انرژی مکانیکی آن به گرما تبدیل می‌شود. دمای سنگ در لحظه برخورد با خاک چقدر می‌گردد؟

$$m = 10 \text{ kg}, h = 10 \text{ m}, \eta = 0.2$$
$$E_{pot} = mgh = 10 \times 10 \times 10 = 1000 \text{ J}$$
$$E_{heat} = \eta E_{pot} = 0.2 \times 1000 = 200 \text{ J}$$
$$Q = mc\Delta T \Rightarrow \Delta T = \frac{Q}{mc} = \frac{200}{10 \times 1000} = 0.02 \text{ }^\circ\text{C}$$

۴۷- یک جسم ۱۰ کیلوگرمی از ارتفاع ۱۰ متر افتد. در لحظه برخورد با خاک، ۲۰٪ انرژی مکانیکی آن به گرما تبدیل می‌شود. دمای سنگ در لحظه برخورد با خاک چقدر می‌گردد؟

$$m = 10 \text{ kg}, h = 10 \text{ m}, \eta = 0.2$$
$$E_{pot} = mgh = 10 \times 10 \times 10 = 1000 \text{ J}$$
$$E_{heat} = \eta E_{pot} = 0.2 \times 1000 = 200 \text{ J}$$
$$Q = mc\Delta T \Rightarrow \Delta T = \frac{Q}{mc} = \frac{200}{10 \times 1000} = 0.02 \text{ }^\circ\text{C}$$

۴۸- یک جسم ۱۰ کیلوگرمی از ارتفاع ۱۰ متر افتد. در لحظه برخورد با خاک، ۲۰٪ انرژی مکانیکی آن به گرما تبدیل می‌شود. دمای سنگ در لحظه برخورد با خاک چقدر می‌گردد؟

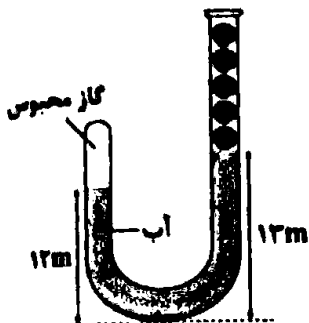
$$m = 10 \text{ kg}, h = 10 \text{ m}, \eta = 0.2$$
$$E_{pot} = mgh = 10 \times 10 \times 10 = 1000 \text{ J}$$
$$E_{heat} = \eta E_{pot} = 0.2 \times 1000 = 200 \text{ J}$$
$$Q = mc\Delta T \Rightarrow \Delta T = \frac{Q}{mc} = \frac{200}{10 \times 1000} = 0.02 \text{ }^\circ\text{C}$$

۴۹- یک جسم ۱۰ کیلوگرمی از ارتفاع ۱۰ متر افتد. در لحظه برخورد با خاک، ۲۰٪ انرژی مکانیکی آن به گرما تبدیل می‌شود. دمای سنگ در لحظه برخورد با خاک چقدر می‌گردد؟

۵۰- یک جسم ۱۰ کیلوگرمی از ارتفاع ۱۰ متر افتد. در لحظه برخورد با خاک، ۲۰٪ انرژی مکانیکی آن به گرما تبدیل می‌شود. دمای سنگ در لحظه برخورد با خاک چقدر می‌گردد؟

۲۶- مطابق شکل زیر، ۵ گوی هر یک به جرم ۲g درون لوله آزمایش قرار دارند و روی آب شناور هستند. در این حالت حجم گاز محبوس ۱۶۲L می باشد. اگر در این حالت، فشار گاز را آرام آرام افزایش دهیم، سطح آب بالا رفته و موجب افتادن گلوله ها یکی پس از دیگری می شود. هنگامی که حجم گاز به ۱۶۰L می رسد، آخرین گلوله از لوله بیرون می آید. نندی این گلوله در لحظه برخورد به زمین چند متر بر ثانیه

است؟ ( $g = 10 \frac{m}{s^2}$ ,  $\rho_{air} = 1.2 \frac{kg}{m^3}$ ,  $P_0 = 100 kPa$ ). سطح مقطع لوله ۲mm<sup>2</sup> می باشد و از اتلاف انرژی صرف نظر کنید.



۲√۱۰ (۱)

√۱۰ (۲)

۲ (۳)

۲/۵ (۴)

۲۷- اگر هوای یک کلاس به ابعاد ۲m، ۲m و ۵m در دمای ۲۷°C حاوی ۶۰٪ نیتروژن و ۴۰٪ اکسیژن باشد، جرم هوای درون کلاس چند کیلوگرم است؟ ( $P_0 = 100 kPa$  و  $R = 8 \frac{J}{mol.K}$ ,  $M_{N_2} = 28 \frac{g}{mol}$ ,  $M_{O_2} = 32 \frac{g}{mol}$ )

۸۲ (۴)

۷۵ (۳)

۸۶ (۲)

۷۲ (۱)

۲۸- لاستیک یک موتورسیکلت به اندازه ۱/۳ حجم لهایی خود در دمای ۸۰/۶°F و در فشار ۱atm پر شده است. در صورت افزایش دمای لاستیک به ۳۳°C و تغییر مقداری هوا توسط تلمبه به آن و ۱/۵ برابر شدن تعداد مول های هوای موجود در لاستیک، از هوا پر می شود.

اگر در این حالت مساحت محل تماس لاستیک با زمین برابر ۵cm<sup>2</sup> باشد، جرم هوای درون لاستیک چند کیلوگرم است؟ ( $g = 10 \frac{m}{s^2}$ ,  $1atm = 10^5 Pa$ )

۵/۱ (۴)

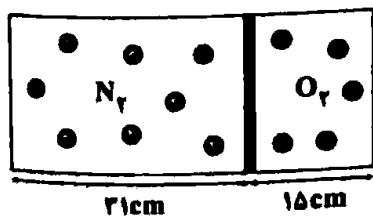
۲/۶ (۳)

۳/۲ (۲)

۲/۸ (۱)

۲۹- در شکل زیر، پیستون بدون اصطکاک درون محفظه، گازهای N<sub>۲</sub> و O<sub>۲</sub> را از هم جدا کرده است. اگر دمای گازهای N<sub>۲</sub> و O<sub>۲</sub> به ترتیب ۳۷°C و ۲۷°C باشد، جرم N<sub>۲</sub> چند برابر O<sub>۲</sub> است و همچنین پس از هم دما شدن، فاصله پیستون تا انتهای بغش اکسیژن دار،

چند سانتی متر است؟ ( $M_{N_2} = 28 \frac{g}{mol}$ ,  $M_{O_2} = 32 \frac{g}{mol}$ )



$\frac{26}{3}$  و  $\frac{7}{4}$  (۱)

$\frac{92}{3}$  و  $\frac{7}{4}$  (۲)

$\frac{26}{3}$  و  $\frac{4}{7}$  (۳)

$\frac{92}{3}$  و  $\frac{4}{7}$  (۴)

محل انجام محاسبات

۲۰. چه تعداد از عبارتهای زیر صحیح است؟

الف) اگر دمای یک گاز آرمانی را از صفر مطلق تغییر دهیم، به صورت مستقیم به حالت تعادل جدید می‌رسد، زیرا فرایند ایزتروپ است.

ب) متغیرهای موجود با همبستگی مستقل از یکدیگر هستند و با هم رابطه دارند.

ج) در تبدیل گوناگون شعله بخاری و هوای خالص و همچنین تبدیل های داغ و هوای خالص، هوای خالص در هر دو مورد، منبسط گونا در نظر گرفته می‌شود.

د) برای درونی گاز آرمانی دانهی از  $P$  و  $V$  می‌باشد، هر که متغیرهای موجود با همبستگی با معادله حالت به یکدیگر مرتبط هستند.

ه) اندازه کار محیط روی دستگاه و کار دستگاه روی محیط با هم برابر است.

- (۱) ۱، ۲، ۳، ۴، ۵  
(۲) ۱، ۲، ۳، ۴  
(۳) ۱، ۲، ۳، ۴، ۵  
(۴) ۱، ۲، ۳، ۴

۲۱. مطابق شکل زیر، ۳ گرم گاز کامل به حرکتی  $1.5 \frac{J}{K}$  درون محفظه‌ای به قطر  $10^{-2}m$  داریم و یک گلوله به جرم  $20g$  را در کنار پیستون بدون اصطکاک قرار می‌دهیم. حال در فشار  $P_0$  ما تغییر دمای ناگهانی گاز را منبسط می‌کنیم، به طوری که پیستون به انقباض محفظه رسیده و گلوله شتاب می‌گیرد. اگر تمامی کار ناشی از فرایند به گلوله منتقل شود، سرعت نهایی گلوله چند متر بر ثانیه است؟ ( $n = 3, P_0 = 10^6 Pa$ )

اصطکاک گلوله با دیواره لوله ناچیز است.



(۱) ۳۰۰

(۲) ۳۰

(۳) ۳۰۰

(۴) ۳۰

۲۲. کدام اظهار نظر در مورد انداختن فوطی‌های آتش‌نشان درون آتش صحیح است؟

(۱) سبب متشنج شدن ماده درون فوطی شده و باعث انفجار می‌شود.

(۲) سبب انبساط بیش از حد فوطی شده و موجب باز شدن آن و انفجار می‌شود.

(۳) سبب افزایش فشار گاز درون فوطی به مقادیری بیشتر از فشار هوا شده و باعث انفجار می‌شود.

(۴) افزایش دما باعث افزایش فشار و حجم شده به گونه‌ای که پاره‌های فوطی را باز کرده و موجب انفجار می‌شود.

۲۳. نمودار  $P-V$  برای یک گاز آرمانی مطابق شکل زیر است. اگر در فرایند  $ab$   $200J$  و در فرایند  $bc$   $500J$  گرما به دستگاه داده شود، چه

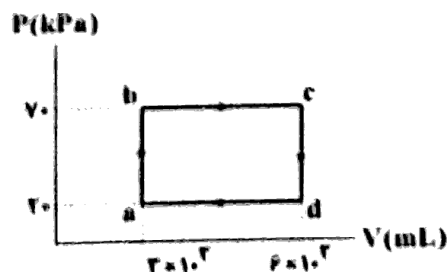
تعداد از عبارتهای زیر صحیح است؟

الف) اندازه کار انجام شده بر روی گاز در فرایند  $ab$   $60J$  است.

ب) تغییر انرژی درونی گاز در فرایند  $ab$   $510J$  است.

ج) گرمای داده شده به گاز در فرایند  $abc$   $700J$  است.

د) تغییر انرژی درونی گاز در فرایند  $abc$   $910J$  است.



(۲) ۲

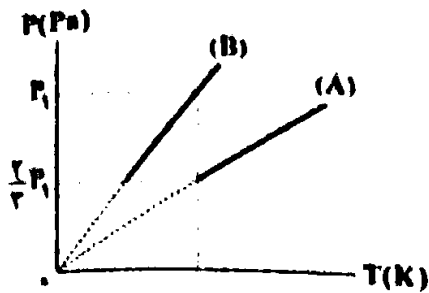
(۱) ۲

(۴) ۲

(۳) ۱

محل انجام محاسبات

۴۴- نمودار P-T، ۲ مول گاز کامل A به حجم ۱۸ لیتر و ۳ مول گاز کامل B به حجم ۲۴ لیتر به صورت زیر است. چگالی گاز B در این دما چقدر



است؟  $(M_B = 20 \frac{g}{mol})$

(۱)  $\frac{20}{3} \frac{kg}{m^3}$

(۲)  $\frac{200}{3} \frac{g}{cm^3}$

(۳)  $\frac{2}{20} \frac{kg}{L}$

(۴)  $\frac{2}{3} \frac{g}{L}$

۴۵- یخ در دمای صفر درجه سلسیوس با تندی اولیه  $\frac{km}{h}$  روی سطح افقی پرتاب می‌شود و پس از طی مسافتی، متوقف می‌شود.

اگر دمای هوا صفر درجه سلسیوس باشد و تمام گرمای ناشی از اصطکاک به یخ برسد، چند گرم از یخ ذوب می‌شود؟  $(L_f = 336 \frac{kJ}{kg})$

(۴) ۱۵

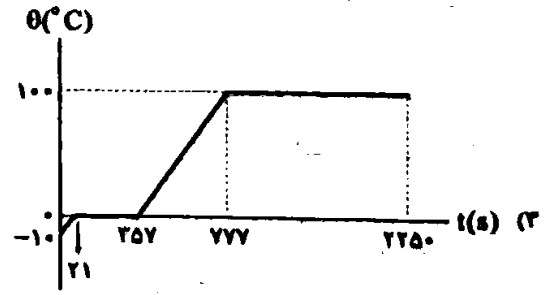
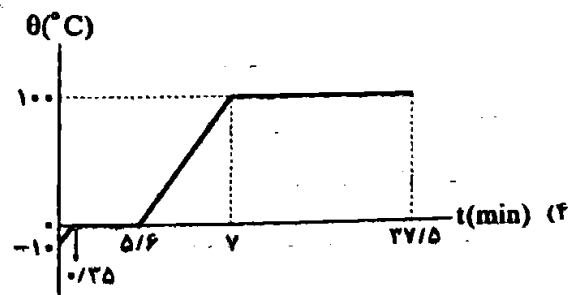
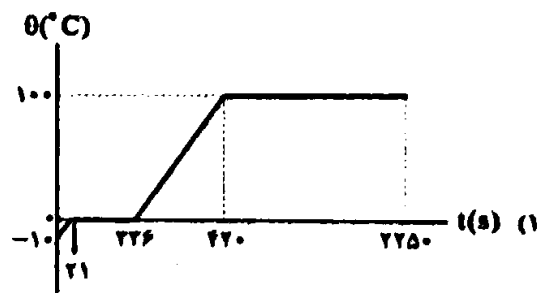
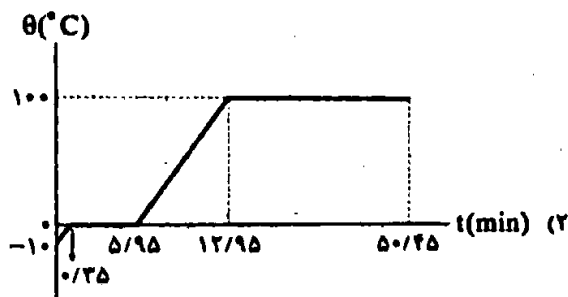
(۳) ۱۰

(۲) ۱۲

(۱) ۱۴

۴۶- به  $2 kg$  یخ در دمای  $-10^\circ C$  با آهنگ ثابت  $\frac{J}{g}$  ۲۰۰۰ گرم می‌دهیم تا به بخار آب  $100^\circ C$  تبدیل شود. نمودار تغییرات دما برحسب زمان برای

این یخ در کدام گزینه به درستی آمده است؟  $(c_{\text{آب}} = 4200 \frac{J}{kg.K}$ ،  $L_f = 336 \frac{kJ}{kg}$ ،  $L_v = 2250 \frac{kJ}{kg}$  و از اتلاف انرژی صرف‌نظر کنید)



۴۷- اگر در فشار ثابت، دمای گاز کاملی را ۶۰٪ افزایش دهیم، چگالی آن چند درصد و چگونه تغییر می‌کند؟

(۴) ۲۷/۵ - افزایش

(۳) ۴۰ - کاهش

(۲) ۴۰ - افزایش

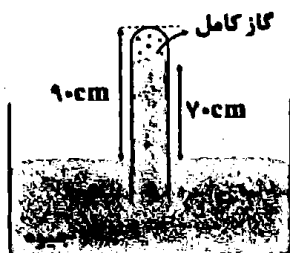
(۱) ۳۷/۵ - کاهش

محل انجام محاسبات



۴۸- در شکل زیر، دمای هوا  $32^{\circ}\text{C}$  و فشار هوا  $750\text{mmHg}$  است. اگر فشار هوا افزوده شود، دمای گاز کامل درون لوله را به

چند درجه فارنهایت برسانیم تا ارتفاع ستون جیوه تغییر نکند؟



۱۳۲ (۱)

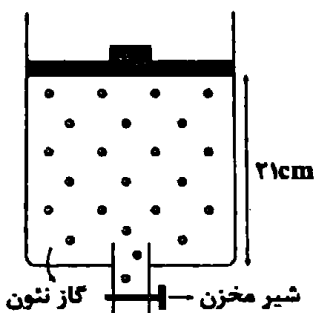
۱۵۰ (۲)

۳۳۵ (۳)

۱۴۴/۵ (۴)

۴۹- در مخزن شکل زیر،  $27\text{mol}$  گاز نئون در دمای  $57^{\circ}\text{C}$  زیر پیستون قرار دارد. اگر شیر مخزن را باز کرده و مجدداً ببندیم، دمای گاز به  $3^{\circ}\text{C}$  می‌رسد

و پیستون  $14\text{cm}$  پایین تر می‌آید. جرم گاز ثانویه درون پیستون چند گرم کم‌تر از جرم گاز اولیه خواهد بود؟ ( $M_{\text{Ne}} = 20 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$ )



۲۵۰ (۱)

۲۲۰ (۲)

۳۴۰ (۳)

۳۲۰ (۴)

۵۰- در یک محفظه بسته مقدار  $1\text{kg}$  یخ در دمای  $5^{\circ}\text{C}$  قرار دارد. یک فرایند ترمودینامیکی ایستاوار انجام شده و یخ موجود تبدیل به

آب  $10^{\circ}\text{C}$  می‌شود. اگر در طی این فرایند، انرژی درونی گاز کامل درون محفظه  $310\text{J}$  افزایش یابد، کار انجام شده توسط گاز بر روی محیط

چند کیلوژول بوده است؟ (تبادل انرژی فقط بین گاز و یخ انجام می‌شود،  $L_F = 336\text{kJ}$ ،  $c = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot^{\circ}\text{C}}$  و  $c_{\text{یخ}} = 2100 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot^{\circ}\text{C}}$ )

۷۸/۵ (۴)

-۷۸/۵ (۳)

۶۹۸/۵ (۲)

-۶۹۸/۵ (۱)



۵۱- در دمای  $60^{\circ}\text{C}$  مقدار مساوی از نمک A و آب را با هم مخلوط می‌کنیم تا یک محلول به دست آید. سپس این محلول را تا دمای  $50^{\circ}\text{C}$  سرد کرده و مشاهده می‌شود که  $10$  گرم رسوب تشکیل شده است. اگر انحلال پذیری نمک A در دمای  $50^{\circ}\text{C}$  برابر  $60$  گرم باشد، جرم آب استفاده شده برای ساخت محلول چند گرم بوده است؟

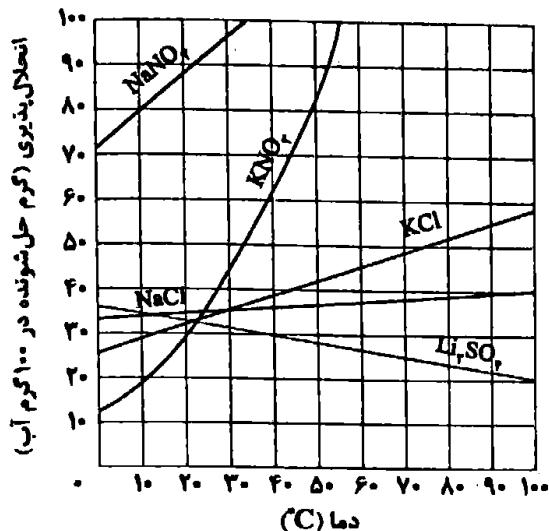
۵۰ (۴)

۴۰ (۳)

۲۵ (۲)

۲۰ (۱)

۵۲- با توجه به نمودار زیر غلظت مولار محلول سیر شده کدام نمک در دمای  $50^{\circ}\text{C}$  و با چگالی  $1/4\text{g.mL}^{-1}$  برابر با  $6/16$  است؟

(۱)  $\text{KNO}_3$  ( $10\text{g.mol}^{-1}$ )(۲)  $\text{KCl}$  ( $74/5\text{g.mol}^{-1}$ )(۳)  $\text{Li}_2\text{SO}_4$  ( $11\text{g.mol}^{-1}$ )(۴)  $\text{NaCl}$  ( $58/5\text{g.mol}^{-1}$ )

۵۳- در دمای  $\theta_1$  مقدار  $26$  گرم پتاسیم کلرید را در  $90$  گرم آب حل کرده و محلول حاصل را تا دمای  $\theta_2$  سرد می‌کنیم. اگر درصد جرمی محلول سیر شده پتاسیم کلرید در دمای  $\theta_2$  برابر  $25$  درصد باشد، جرم رسوب تشکیل شده چند گرم بوده است؟

۱۳/۵ (۴)

۷/۵ (۳)

۶ (۲)

۴ (۱)

۵۴- چه تعداد از عبارات‌های زیر در ارتباط با آب درست است؟

- تنها مادهای است که به هر سه حالت جامد، مایع و گاز (بخار) در طبیعت یافت می‌شود.
- نوع اتم‌های سازنده و ساختار خطی مولکول آب، نقش تعیین‌کننده‌ای در خواص آن دارد.
- از جمله ویژگی‌های آب، داشتن نقطه جوش بالا و غیرعادی و افزایش چگالی هنگام انجماد است.
- نحوه جهت‌گیری مولکول‌های آب در میدان الکتریکی نشان می‌دهد که اتم بزرگ‌تر، سر منفی مولکول را تشکیل می‌دهد.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۵۵- چه تعداد از موارد زیر می‌توانند دلیل تشکیل سنگ کلبه باشند؟

- مصرف کم لپتین
- مصرف کم تحرکی
- زمینة ژن شناختی
- اختلالات هورمونی
- مصرف کم پروتئین حیوانی
- مصرف بیش از حد نمک خوراکی
- نوشیدن کم آب

۷ (۴)

۴ (۳)

۵ (۲)

۶ (۱)

محل انجام محاسبات



۵۶- در بین مولد زیر تفاوت میان شمار مواد نامحلول و مواد کبکحلول در آب کدام است؟

- پناسیم لپرات
  - باریم کلرید
  - کلسیم فسفات
  - لپتیم سولفات
  - باریم سولفات
  - کلسیم سولفات
- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۵۷- چه تعداد از ترکیبهای دواتمی زیر در میدان الکتریکی جهنگیری می کنند؟

- $AD_2, D_2, A_2$
  - $EX_2, X_2, E_2$
  - $ZA_2, A_2, Z_2$
  - $G_2, L_2, G_2$
- ۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴)

۵۸- چه تعداد از عبارت های زیر در ارتباط با گشتاور دوطرفی درست است؟

- گشتاور دوطرفی (D) مولکول ها را با یکدیگر دایسون (D) گزارش می کنند.
- جهنگیری مولکول های قطبی یک ماده در میدان الکتریکی منافی القابله گیری این جهت است.
- کمپنی نهمی است که با افزایش طبیعت مولکول ها افزایش می یابد.
- برای مواد نامقطبی برابر با صفر و برای مولکول های قطبی عددی بین صفر تا یک است.

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۵۹- سطح ذوب و جوش ماده مولکولی دواتمی AB به ترتیب برابر با ۱۵۹ و ۱۸۸ کلوین است چه تعداد از عبارت های زیر در ارتباط با این ماده درست است؟

- در نما و فشار اتمی حالت فیزیکی این ماده با حالت فیزیکی همبروزن سولفید متفاوت است.
- از مولکول های قطبی تشکیل شده و در میان الکتریکی جهنگیری می کند.
- مولکول AB می تواند همبروزن فلزید به باشد.
- گشتاور دوطرفی آن برابر صفر از مولکول ها است.

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۶۰- انحلال پذیری لیتیم سولفات در دمای  $75^\circ C$  برابر ۶۵ گرم است اگر ۳۹ گرم محلول سیر شده این نمک را از دمای  $90^\circ C$  تا  $78^\circ C$  گرم کنیم مشاهده می شود که ۱۵ گرم نمک رسوب می کند انحلال پذیری این نمک در دمای  $90^\circ C$  برابر چند گرم است؟

- ۲۰ (۱) ۲۳ (۲) ۲۵ (۳) ۲۸ (۴)

۶۱- ۵۹ گرم از محلول سیر شده نمک A در دمای  $70^\circ C$  در دسترس است با توجه به داده های جدول زیر این محلول را تا چه دمای سرد کنیم که ۱۷ گرم رسوب تشکیل شود؟

دمای ( $^\circ C$ )	انحلال پذیری نمک A (گرم در ۱۰۰ گرم آب)
۷۰	۵۰
۶۰	۴۴
۵۰	۳۵
۴۰	۲۰
۳۰	۱۰

- ۱ (۱)  $70^\circ C$   
 ۲ (۲)  $60^\circ C$   
 ۳ (۳)  $50^\circ C$   
 ۴ (۴)  $40^\circ C$

محل اشکال محاسبات

۶۲- محلول سیرشده نمک کلسیم برمید در دمای معین دارای غلظت  $2 \text{ mol.L}^{-1}$  و چگالی  $1/25 \text{ g.mL}^{-1}$  است. انحلال پذیری کلسیم برمید در

این دما در آب برابر چند گرم است؟ ( $\text{Ca} = 40, \text{Br} = 80; \text{g.mol}^{-1}$ )

۳۶ (۱) ۳۲ (۲) ۴۷ (۳) ۴۱ (۴)

۶۳- چه تعداد از عبارات‌های زیر درست است؟

• در دمای معین، انحلال پذیری کلسیم سولفات در آب از لیتیم سولفات کم تر و از باریم سولفات بیشتر است.

• کاتیون سازنده تمامی سنگ‌های کلیه، کلسیم است.

• نزدیک به ۱۳ درصد از جمعیت کشورمان سنگ کلیه دارند.

• محلول فراسیرشده یک محلول ناپایدار بوده و با ضربه کوچکی به یک محلول سیرنشده تبدیل می‌شود.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۶۴- به تقریب چند میلی‌لیتر آب باید به ۶۰ میلی‌لیتر محلول هیدروکلریک اسید با چگالی  $1/20 \text{ g.mL}^{-1}$  که حاوی ۳۰ درصد جرمی HCl است

افزافه شود تا محلولی با چگالی  $1/125 \text{ g.mL}^{-1}$  و حاوی ۸ درصد جرمی HCl به دست آید؟

۱۸۰ (۱) ۱۲۰ (۲) ۲۰۰ (۳) ۱۶۰ (۴)

۶۵- جرم آب موجود در ۱۶۰ گرم محلول  $27/5$  درصد جرمی سدیم سولفید، چند برابر جرم آب موجود در ۲۴۰ گرم محلول  $16/66$  درصد جرمی

پتاسیم نیتريد است؟

۰/۷۵ (۱) ۰/۴۰ (۲) ۰/۶۰ (۳) ۰/۵۰ (۴)

۶۶- کدام یک از گازهای زیر، آسان تر به مایع تبدیل می‌شود؟

(۱) نیتروژن (۲) هیدروژن سولفید (۳) آمونیاک (۴) کربن مونوکسید

۶۷- چه تعداد از عبارات‌های زیر در ارتباط با اتانول و استون درست است؟

• دو ترکیب آلی اکسیژن دار هستند که به عنوان حلال در صنعت و آزمایشگاه به کار می‌روند.

• نقطه جوش هر دو ترکیب پایین تر از  $100^\circ \text{C}$  است.

• ترکیبی که جرم مولی کم تری دارد، نقطه جوش آن بالاتر است.

• از نظر شمار اتم‌های هیدروژن و اکسیژن، مولکول‌های دو ترکیب مشابه هم‌اند.

۴ (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴)

۶۸- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

(۱) فلز منیزیم در تهیه آلیاژها و شربت معده کاربرد دارد.

(۲) سالانه میلیون‌ها تن سدیم کلرید با روش شیمیایی تبلور از آب دریا جداسازی و استخراج می‌شود.

(۳) خواص محلول‌ها به خواص حلال، حل‌شونده و مقدار هر یک از آن‌ها بستگی دارد.

(۴) برای بیان مقدار آلاینده‌های هوا از ppm استفاده می‌شود.

محل انجام محاسبات

۶۹- به تقریب چند لیتر از محلول ۴۰ درصد جرمی سدیم کلرید شامل ۰/۴ مول نمک خوراکی می‌باشد؟ (چگالی محلول را ۱/۱۵ گرم بر میلی‌لیتر

در نظر بگیرید.) ( $\text{Na} = 23, \text{Cl} = 35.5: \text{g.mol}^{-1}$ )

۰/۰۷۳ (۴)

۰/۰۶۷ (۳)

۰/۰۴۲ (۲)

۰/۰۵۰ (۱)

۷۰- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

• محلول سیرنشده همانند محلول سیرشده یک محلول پایدار است.

• اگر انحلال‌پذیری نمک A در دمای معین برابر ۲۵ گرم باشد، درصد جرمی محلول سیرشده نمک A در همان دما برابر ۲۰ است.

• اگر مقداری بیشتر از انحلال‌پذیری ماده X را با ۱۰۰ گرم آب مخلوط کنیم، یک محلول فراسیرشده به دست می‌آید.

• برای تبدیل یک محلول سیرنشده به محلول سیرشده باید دما را به آهستگی کاهش داد.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

تاریخ آزمون

جمعه ۱۴۰۳/۰۱/۳۱

# پاسخنامه آزمون دفترچه شماره (۲) دوره دوم متوسطه پایه دهم ریاضی

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤال: ۷۰	مدت پاسخگویی: ۹۰ دقیقه

عناوین مراد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	عنوان امتحان	تعداد سؤال	تعداد سؤالات	مدت پاسخگویی
۱	ریاضیات	ریاضی ۱	۲۰	۲۰ دقیقه
		هندسه ۱	۱۰	۳۰
۲		فیزیک ۱	۲۰	۵۰ دقیقه
۳		شیمی ۱	۲۰	۷۰ دقیقه

$$\begin{cases} f(1) \xrightarrow{\text{خطیله اول}} 1+1=2 \\ g(-1) = -1-2 = -2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(1) + 2g(-1) = 2 + 2(-2) = -2$$

تابع ثابت  $f \Rightarrow n-m = 2n+m = m^2 - n^2$

$$(1) \Rightarrow n-m = 2n+m \Rightarrow n = -2m$$

$$(2) \Rightarrow (n-m) = (m-n)(m+n)$$

$$\Rightarrow m+n = -1 \xrightarrow{(*)} m-2m = -1$$

$$\Rightarrow -m = -1 \Rightarrow m = 1 \xrightarrow{(*)} n = -2$$

$$\frac{m}{n} = \frac{1}{-2} = -\frac{1}{2}$$

بنابراین:

ابتدا ضابطه نمودار داده شده را می نویسیم:

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$S = (0, 0) \Rightarrow c = 0$$

$$x_S = \frac{-b}{2a} = 0 \Rightarrow b = 0$$

$$\Rightarrow y = ax^2 \xrightarrow{(1, -2)} -2 = a(1)^2 \Rightarrow a = -2$$

$$y = -2x^2$$

حال کافی است سهمی را یک واحد به چپ و 2 واحد به بالا انتقال دهیم:

$$S(0, 0) \Rightarrow S'(-1, 2)$$

$$y = -2x^2 \xrightarrow{\text{1 واحد به چپ}} y = -2(x+1)^2$$

$$\xrightarrow{\text{2 واحد به بالا}} y = -2(x+1)^2 + 2$$

$$\Rightarrow y = -2(x^2 + 2x + 1) + 2 \Rightarrow y = -2x^2 - 4x - 2 + 2$$

$$\Rightarrow y = -2x^2 - 4x$$

با توجه به نمودار می توان نوشت:

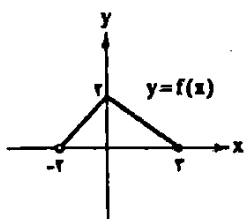
$$f(x) = -|x-1| + a$$

از طرفی داریم:

$$f(x) = -\sqrt{x^2 - 2x + b} + 2$$

$$\begin{cases} \sqrt{x^2 - 2x + b} = |x-1| \Rightarrow x^2 - 2x + b = x^2 - 2x + 1 \Rightarrow b = 1 \\ a = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a + b = 2 + 1 = 3$$



$$f(x+1) = f(x) - 1$$

$$x = -1 \Rightarrow f(-1+1) = f(-1) - 1 \Rightarrow f(0) = 0$$

$$\begin{matrix} (-1, 1) \\ (0, 0) \end{matrix} \Rightarrow \begin{cases} m = \frac{1-0}{-1-0} = -1 \\ (0, 0) \end{cases} \Rightarrow f(x) = -x$$

$$x=1 \Rightarrow f(1) = -1$$

$$f(x) = k \Rightarrow \frac{(m-2)x^2 + nx - 2}{x^2 - x + 2} = k$$

$$\Rightarrow (m-2)x^2 + nx - 2 = kx^2 - kx + 2k$$

$$\begin{cases} 2k = -2 \Rightarrow k = -1 \\ m-2 = k \Rightarrow m = k+2 = -1+2 = 1 \\ n = -k \Rightarrow n = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow m+n = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

$$\begin{cases} f(x) = x \\ g(x) = k \end{cases}$$

$$f(2) - g(-2) = f(g(1)) \Rightarrow 2 - k = g(1) \Rightarrow 2k = 2 \Rightarrow k = 1$$

$$\Rightarrow g(x) = 1$$

$$g(f(0)) = g(0) = 1$$

بنابراین:

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$\begin{cases} f(-1) = 0 \Rightarrow a(-1)^2 + b(-1) + c = 0 \Rightarrow a - b + c = 0 \\ f(0) = 2 \Rightarrow a(0) + b(0) + c = 2 \Rightarrow c = 2 \\ f(2) = 2 \Rightarrow a(2)^2 + b(2) + c = 2 \Rightarrow 4a + 2b + c = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a - b + 2 = 0 \\ 4a + 2b + 2 = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a - 2b = -2 \\ 2a + 2b = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2a - 2b = -2 \\ 2a + 2b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a - 2b = -2 \\ 2a + 2b = 0 \end{cases}$$

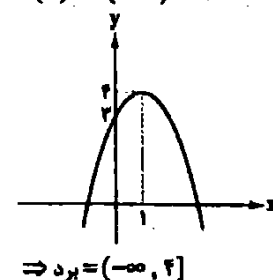
$$\Rightarrow \begin{cases} 2a - 2b = -2 \\ 2a + 2b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a - 2b = -2 \\ 2a + 2b = 0 \end{cases}$$

$$2a - 2b = -2 \Rightarrow -1 - b = -2 \Rightarrow b = 1$$

$$a - b = -2 \Rightarrow -1 - b = -2 \Rightarrow b = 1$$

$$f(x) = -x^2 + 2x + 2 = -(x^2 - 2x + 1) + 3$$

$$f(x) = -(x-1)^2 + 3$$

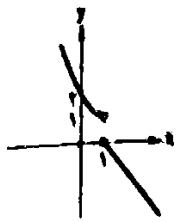


$$\Rightarrow \text{برد} = (-\infty, 3]$$

بنابراین:

بنابراین:

حال هر یک از این توابع را در دایره نشان رسم می‌کنیم:



$\Rightarrow$  برد تابع  $= (-\infty, 0] \cup (1, +\infty) = \mathbb{R} - (0, 1)$

حالت‌های زیر را در نظر می‌گیریم:

(۱) یکان صفر باشد:  $\frac{1}{5} \times \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} \times \frac{1}{5} = \frac{4}{625}$  غیر یکان و هزار غیر صفر

(۲) یکان ۵ باشد:  $\frac{2}{5} \times \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} \times \frac{1}{5} = \frac{8}{625}$  غیر یکان و هزار غیر صفر و ۵

بنابراین تعداد کل حالات برابر است با:  $60 + 28 = 88$

(۱۱) (۱۲)

رفت  $\begin{cases} A \rightarrow B \rightarrow C: 2 \times 2 = 4 \\ A \rightarrow D \rightarrow C: 4 \times 1 = 4 \end{cases}$  اصل جمع  $\rightarrow 4 + 4 = 8$

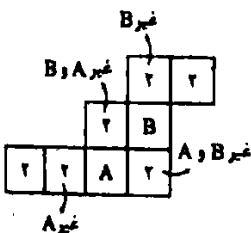
در مسیر برگشت از هر کدام از مسیرها، مسیرهای رفت کم می‌شود.

برگشت  $\begin{cases} C \rightarrow B \rightarrow A: 1 \times 2 = 2 \\ C \rightarrow D \rightarrow A: 0 \times 2 = 0 \end{cases}$  اصل جمع  $\rightarrow 2 + 0 = 2$

بنابراین طبق اصل ضرب، تعداد کل حالات برابر است با:  $10 \times 2 = 20$

دو حالت در نظر می‌گیریم:

(۱) خانه‌های A و B هم‌رنگ باشند:



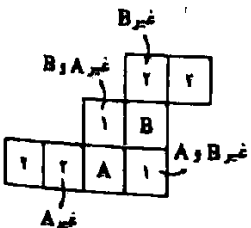
A  $\rightarrow$  حالت ۲

B  $\rightarrow$  حالت ۱ (هم‌رنگ A)

و بقیه خانه‌ها رنگی مخالف با رنگ خانه مجاور خود دارند، پس دو حالت دارند.

$2 \times 1 \times 2 \times \dots \times 2 = 2 \times 2^2$

(۲) خانه‌های A و B هم‌رنگ نباشند:



A  $\rightarrow$  حالت ۲

B  $\rightarrow$  حالت ۲ (غیر A)

در این حالت دو خانه دیگر مربع  $2 \times 2$  میانی باید غیر از A و B باشند پس یک رنگ دیگر باقی می‌ماند و بقیه خانه‌ها ۲ حالت دارند (رنگی مخالف با خانه مجاورشان) پس

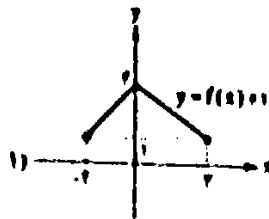
$2 \times 2 \times 1 \times 1 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2 \times 2^5$

تعداد کل حالات برابر است با:

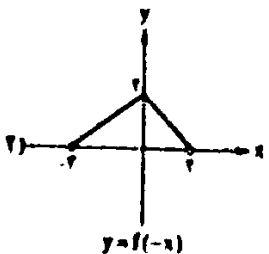
$2 \times 2^2 + 2 \times 2^5 = 2 \times 2^2 (1 + 2^3) = 2^2 \times 9$

و در کل داریم:

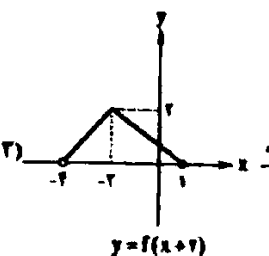
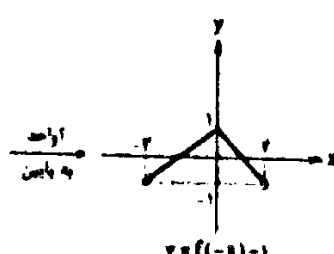
بررسی شکل‌ها:



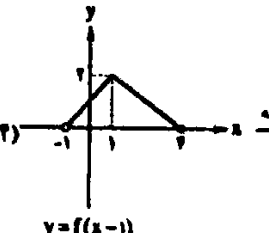
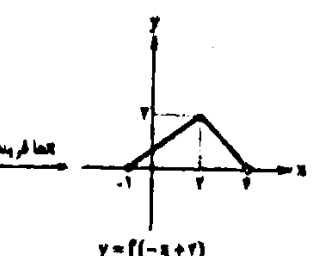
$\Rightarrow$  دامنه  $= (-2, 2) \mathbb{R}$



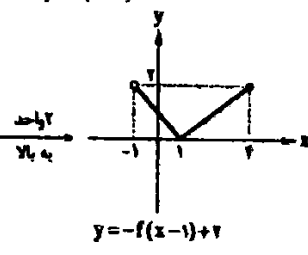
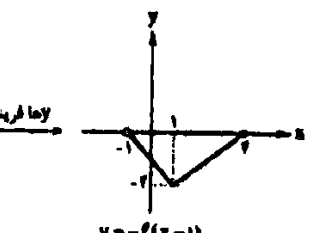
$\Rightarrow$  برد  $= [-1, 1] \mathbb{R}$



$\Rightarrow$  دامنه  $= [-1, 2) \mathbb{R}$

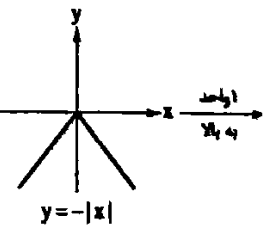


$\Rightarrow$  برد  $= [0, 2] \checkmark$

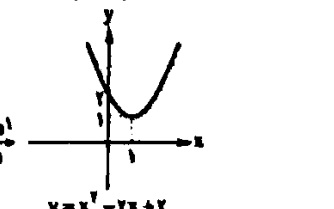
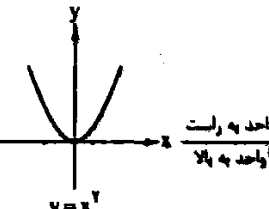
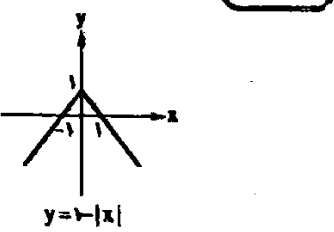


$\Rightarrow$  برد  $= [0, 2] \checkmark$

(۲) (۳)

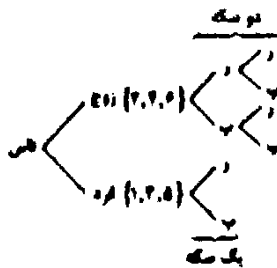


$y = x^2 - 2x + 2 = (x^2 - 2x + 1) + 1 = (x-1)^2 + 1$





۲ - ۱۷



$(۲, ۲, ۲), (۱, ۲, ۲), (۱, ۲, ۱), (۲, ۲, ۱)$  = عدالت یک رو  
 توجه کنید که هر حالت زوج با فرد خود شامل سه حالت است پس:  
 $۲+۲+۲+۲=۴ \times ۲=۸$  تعداد کل حالات

۲ - ۱۵

حروف صدادار را در یک بسته قرار می‌دهیم و با چهار حرف دیگر جایگشت می‌دهیم:

$4! \times 2! = 24 \times 2 = 48$

۲ - ۱۶

ابتدا ۲ زن را به ۲۱ در صف قرار می‌دهیم سپس از بین ۵ فضای ایجادشده، ۲ تایی زن‌ها را برای ایستادن مردها انتخاب می‌کنیم تا هیچ مردی کنار هم نباشد:



${}^5 P_2 \times ({}^{21} P_1) = 5 \times 21 \times 1 = 105$   
 ${}^5 P_2 = \frac{5!}{(5-2)!} = \frac{120}{6} = 20$   
 $20 \times 21 = 420$

۲ - ۱۷

انتخاب ۳ دانش‌آموز از ۹ دانش‌آموز که ترتیب برای ما مهم است

$P(9, 3) = \frac{9!}{(9-3)!} = \frac{9!}{6!} = 9 \times 8 \times 7 = 504$

۲ - ۱۸

$\frac{P(n, 4)}{C(n+1, 5)} = \frac{\frac{n!}{(n-4)!}}{\frac{(n+1)!}{(n+1-5)! \times 5!}} = \frac{n! \times (n-4)! \times 5!}{(n+1)! \times (n-4)!} = 10$   
 $\Rightarrow 1 \cdot (n+1) = 5!$   
 $\Rightarrow 1 \cdot (n+1) = 120 \Rightarrow n+1 = 120$   
 $\Rightarrow n = 119$

۱ - ۱۹

ابتدا یک جفت کفش را انتخاب می‌کنیم:  
 $\binom{5}{1} = 5$   
 حال از بین ۴ جفت دیگر (۸ لنگه) باید ۲ لنگه دیگر انتخاب کنیم به طوری که این دو لنگه از یک جفت نباشند  
 روش اول:

لنگه اول و جفتش  
 $\binom{8}{1} \binom{6}{1} = \frac{8 \times 6}{2} = 24$   
 تکرار  
 $24 \times 2 = 48$

روش دوم: دو جفت کفش انتخاب می‌کنیم و از هر کدام یک لنگه:  
 $\binom{4}{2} \binom{2}{1} \binom{2}{1} = \frac{4 \times 3}{2} \times 2 \times 2 = 24$   
 $5 \times 24 = 120$

۲ - ۲۰

حالت‌های زیر را در نظر می‌گیریم:

۱) رقم ۱ نداشته باشد مجموع سه رقم دیگر بر ۳ بخش‌پذیر است:

${}^3 P_3 = 6$  (جایگشت - ۱, ۲, ۳)

۲) یک رقم ۱ داشته باشد، دو رقم دیگر باید طوری انتخاب شود که مجموع آن‌ها بر ۳ بخش‌پذیر باشد.

${}^3 P_3 = 6$  (جایگشت - ۱, ۲, ۳)

۳) دو رقم ۱ داشته باشد، رقم سوم باید طوری انتخاب شود که مجموع آن با دو رقم ۱ بر ۳ بخش‌پذیر باشد.

$\frac{{}^3 P_1}{2!} = \frac{3}{2} = 1.5$  (دو رقم تکراری دارد)

۴) سه رقم ۱ داشته باشد، مجموع آن‌ها بر ۳ بخش‌پذیر است.

$\frac{{}^3 P_1}{3!} = 1$  (جایگشت - ۱, ۱, ۱)

جایگشت  
از رقم تکراری

$6+6+3+1=16$

بنابراین تعداد کل حالات برابر است با

۲ - ۲۱

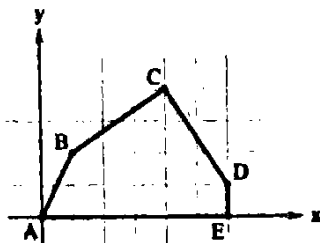
$S = \frac{b}{y} + i - 1 \Rightarrow 12 = \frac{b}{y} + i - 1 \Rightarrow i = 13 - \frac{b}{y}$

$i \leq 13 - \frac{b}{y} \Rightarrow i \leq \frac{13y - b}{y} = 10.5$

$i \leq 10$  (حد اکثر  $i = 10$ )

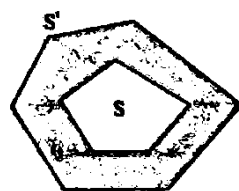
۲ - ۲۲

$\begin{cases} b=10 \\ i=11 \end{cases} \Rightarrow S = \frac{b}{y} + i - 1 = \frac{10}{y} + 11 - 1 = 16 - \frac{10}{y} = 15$



$S = \frac{b}{y} + i - 1$

۱ - ۲۳



$S' = \frac{b'}{y'} + i' - 1$

$i' = S', S$  نقاط درونی بین

$\Rightarrow S', S$  نقاط درونی بین  $i' - i - b$

بنابراین مساحت مورد نظر برابر است با

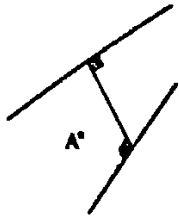
نقاط مرزی

$\frac{b+b'}{y} + (i'-i-b) - 1 = \frac{b}{y} + \frac{b'}{y} + i' - i - b - 1$

$= (\frac{b'}{y} + i' - 1) - (\frac{b}{y} + i) = (\frac{b'}{y} + i' - 1) - (\frac{b}{y} + i - 1) - 1 = S' - S - 1$

**مسئله ۲**

و اگر A روی این عمود مشترک نباشد، مسئله جواب ندارد.



بنابراین حداکثر یک جواب به دست می‌آید.

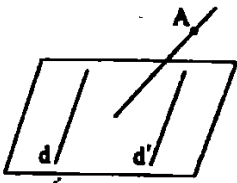
۳ دو صفحه P و P' وقتی بر هم عمودند که خطی از یک صفحه

بر صفحه دیگر عمود باشد. خط d بر صفحه P وقتی عمود است که بر دو خط متقاطع واقع در صفحه عمود باشد. پس دو صفحه P و P' وقتی بر هم عمودند که خطی از یک صفحه بر دو خط متقاطع صفحه دیگر عمود باشد.

۲ باید A نقطه تقاطع دو خط d و d' را به هم وصل کنیم.

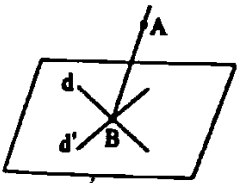
دو حالت زیر را در نظر می‌گیریم:

۱) خطی نمی‌توان رسم کرد  $\Rightarrow d'$  و d نقطه تقاطع ندارد  $\Rightarrow d \parallel d'$



۲)  $d'$  در نقطه B متقاطعند  $\Rightarrow d$  و  $d'$  متقاطع

خط گذرا از A و B را رسم می‌کنیم.



بنابراین حداکثر یک خط می‌توان رسم کرد (صفر یا یک خط)

۱ ابتدا گرمای لازم برای تبدیل ۲kg یخ  $-20^\circ\text{C}$  به ۲kg بخار

آب  $100^\circ\text{C}$  را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{آب } 0^\circ\text{C} \xrightarrow{Q_1} 20^\circ\text{C} \text{ یخ } -20^\circ\text{C}$$

$$\text{بخار آب } 100^\circ\text{C} \xrightarrow{Q_2} 100^\circ\text{C} \text{ آب}$$

$$Q_1 = mc \Delta\theta_1 = 2 \times 2100 \times 20 = 84000 \text{ J} = 84 \text{ kJ}$$

$$Q_2 = mL_F = 2 \times 336000 = 672000 \text{ J} = 672 \text{ kJ}$$

$$Q_3 = mc \Delta\theta_2 = 2 \times 2100 \times 100 = 420000 \text{ J} = 420 \text{ kJ}$$

$$Q_4 = mL_V = 2 \times 2250000 = 4500000 \text{ J} = 4500 \text{ kJ}$$

$$\Rightarrow Q_T = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 = 6096 \text{ kJ}$$

سپس به کمک رابطه توان داریم:

$$P = \frac{Q_T}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{Q_T}{P} = \frac{6096}{6} = 1016 \text{ s}$$

**مسئله ۳**

$$S = \frac{b}{y} + \frac{\text{عددی صحیح}}{i-1}$$

۱) اگر b زوج باشد،  $\frac{b}{y}$  عددی صحیح و S عددی صحیح می‌گردد.

۲) اگر b عددی فرد باشد، آن‌گاه S عددی کسری با مخرج ۲ و صورت عددی صحیح و فرد است:

$$b = 2k+1 \Rightarrow S = \frac{2k+1}{y} + i-1 = \frac{2k+1+2i-2}{2} = \frac{2k+2i-1}{2}$$

پس S نمی‌تواند به صورت  $\frac{a}{p}$  (با مخرج ۲) باشد.

۲ طول اضلاع چندضلعی‌های شبکه‌ای همواره به

صورت  $\sqrt{a^2+b^2}$  است. پس اگر بتوان عددی را به صورت  $\sqrt{a^2+b^2}$  که در آن a و b اعداد صحیح اند نوشت، آن عدد نمی‌تواند طول ضلع یک چندضلعی شبکه‌ای باشد. بر این اساس داریم:

$$S = 15 = 1 \times 15 = 3 \times 5 = \sqrt{3^2+5^2} = \sqrt{5^2+3^2} = \sqrt{5^2+3^2} = \sqrt{15^2+0^2}$$

$\sqrt{3}$  و  $\sqrt{15}$  را نمی‌توان به صورت مجموع دو عدد مربع کامل نوشت (اما مثلاً ۵ را می‌توان به صورت  $5 = 2^2 + 1^2$  در نظر گرفت). تنها حالت‌های  $1 \times 15$  و  $3 \times 5$  و  $\sqrt{5^2+3^2}$  قابل قبول است.

$$S = \frac{b}{y} + i - 1 \xrightarrow{S=5} 5 = \frac{b}{y} + i - 1 \Rightarrow \frac{b}{y} + i = 6$$

اولاً b باید عددی زوج باشد و  $b \geq 6$  پس داریم:

$$b=6 \Rightarrow \frac{6}{y} + i = 6 \Rightarrow i = 6 - \frac{6}{y} = 2$$

$$b=8 \Rightarrow \frac{8}{y} + i = 6 \Rightarrow i = 6 - \frac{8}{y} = 2$$

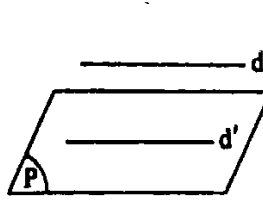
$$b=10 \Rightarrow \frac{10}{y} + i = 6 \Rightarrow i = 6 - \frac{10}{y} = 1$$

$$b=12 \Rightarrow \frac{12}{y} + i = 6 \Rightarrow i = 6 - \frac{12}{y} = 0$$

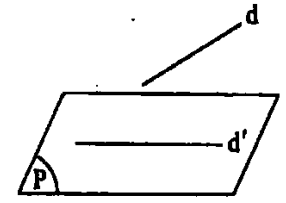
$$b=14 \Rightarrow \frac{14}{y} + i = 6 \Rightarrow i = 6 - \frac{14}{y} = -1 \text{ (غ ق)}$$

پس b می‌تواند ۶، ۸، ۱۰ یا ۱۲ باشد.

**مسئله ۳**



d و d' موازی

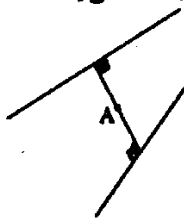


d و d' متناظر

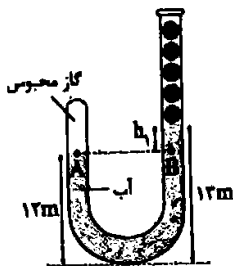
۱ تنها یک خط بر دو خط متناظر عمود است و آن را عمود

مشترک دو خط متناظر می‌گویند.

حال اگر A روی این عمود مشترک باشد، جواب مسئله به دست می‌آید.



۱-۲۲



برای محاسبه فشار اولیه گاز داریم:

$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{گاز}} = P_2 + \rho_{\text{آب}} g h_{\text{آب}} + P_{\text{کوله‌ها}}$$

$$= P_2 + \rho_{\text{آب}} g h_{\text{آب}} + (\Delta x \frac{mg}{A})$$

$$A = 2 \text{ mm}^2 = 2 \times 10^{-6} \text{ m}^2 \rightarrow$$

$$P_{\text{گاز}} = 10^5 + \frac{10^3 \times 10 \times 1}{10^2} + \Delta x \frac{2 \times 10^{-2} \times 10}{2 \times 10^{-6} \times 10^2} = 160 \text{ kPa}$$

فرایند داده شده در سؤال، یک فرایند هم‌دما است، بنابراین:

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 \Rightarrow 160 \times 1/62 = P_2 \times 1/60 \Rightarrow P_2 = 162 \text{ kPa}$$

حال با توجه به  $P_2$  باید ارتفاع ثانویه آب را محاسبه کنیم (دقت کنید که ۴ گلوله افتاده و ما فقط یک گلوله در انتهای لوله داریم)

$$P_2 = P_2 + \rho_{\text{آب}} g h_2 + P_{\text{کوله}}$$

$$\Rightarrow 162 = 10^5 + \frac{10^3 \times 10 \times h_2}{10^2} + \frac{2 \times 10^{-2} \times 10}{2 \times 10^{-6} \times 10^2} \Rightarrow h_2 = 5/2 \text{ m}$$

سپس برای محاسبه تندی گلوله در لحظه برخورد به سطح زمین از قانون پایستگی انرژی مکانیکی استفاده می‌کنیم. برای به دست آوردن ارتفاع رها شدن گلوله، باید به این نکته توجه کرد که برای افزایش  $4/2 \text{ m}$  ارتفاع ستون آب در لوله سمت راست، آب در لوله سمت چپ باید  $2/1 \text{ m}$  پایین بیاید. بنابراین:

$$h_{\text{کوله}} = 10/8 + 5/2 = 16 \text{ m}$$

$$E_2 = E_1 \Rightarrow K_2 + U_1 = K_1 + U_2 \Rightarrow mgh_{\text{کوله}} = \frac{m}{2} (v_2^2)$$

$$\Rightarrow 10 \times 16 = \frac{1}{2} \times v_2^2 \Rightarrow v_2^2 = 160 \Rightarrow v_2 = 4\sqrt{10} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۱-۲۳ ابتدا تعداد مولکول‌های هوای موجود در کلاس را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} P = P_0 = 100 \text{ kPa} \\ V = 2 \times 2 \times 5 = 60 \text{ m}^3 \\ T = 27 + 273 = 300 \text{ K} \\ PV = nRT \end{cases}$$

$$\Rightarrow n = \frac{PV}{RT} = \frac{10^5 \times 60}{8 \times 300} = 0.25 \times 10^3 = 250 \times 10^2 \text{ mol}$$

حال تعداد مول‌های  $\text{O}_2$  و  $\text{N}_2$  را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{N}_2: 2/5 \times 10^2 \times \frac{60}{100} = 1/5 \times 10^2 \text{ mol N}_2$$

$$\text{O}_2: 2/5 \times 10^2 \times \frac{40}{100} = 1 \times 10^2 \text{ mol O}_2$$

و برای محاسبه حداکثر دمای گوی داریم:

$$Q_T = mc_{\text{گوی}} \Delta T = 2 \times 750 \times \Delta \theta = 6096 \times 10^2$$

$$\Rightarrow \Delta T = \frac{6096000}{1500} = 4064 \text{ K} \Rightarrow T_2 - T_1 = 4064$$

$$T_2 - 226 = 4064 \Rightarrow T_2 = 4290 \text{ K}$$

۲-۲۲ با توجه به قضیه کار و انرژی درونی داریم:

$$W_{\text{تلف شده}} = E_2 - E_1 = (K_2 + U_2) - (K_1 + U_1) \Rightarrow W_{\text{تلف شده}} = -U_1$$

این انرژی تلف شده سبب افزایش دمای آب و تبخیر مقداری از آب می‌شود.

$$W_{\text{تلف شده}} = Q_{\text{تبخیر}} + Q_{\text{افزایش دمای آب}}$$

اگر جرم آب اولیه را  $m$  در نظر بگیریم، در نتیجه طبق اطلاعات داده شده درسؤال جرم آب تبخیر شده برابر با  $m/100$  و جرم آب باقی مانده برابر با  $99m/100$  است. بنابراین:

$$mgh = m''c\Delta\theta + m'Lv$$

$$\Rightarrow mgh = \frac{99}{100} mc\Delta\theta + \frac{m}{100} mLv$$

$$\Rightarrow 10 \times 120 = \frac{99}{100} \times 4200 \times \Delta\theta + \frac{m}{100} \times 2250000$$

$$\Rightarrow 2400 - 2250000 = 19 \times 4200 \Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = \frac{-222600}{798} = -28^\circ \text{C}$$

$$\theta_2 - \theta_1 = \Delta\theta \Rightarrow \theta_2 - 20 = -28 \Rightarrow \theta_2 = 2^\circ \text{C}$$

بنابراین:

۲-۲۳ عبارت‌های «ب» و «د» درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

الف) علت چرخیدن پره‌ها، جنب و جوش مولکول‌های هوای اطراف پره‌ها است.

ج) پره‌های سیاه‌رنگ، نور بیشتری را جذب می‌کنند.

د) پره‌های سیاه‌رنگ، نور بیشتری را جذب کرده که در نتیجه دمای مولکول‌های اطراف خود را بیشتر می‌کند که سبب جنب و جوش آن‌ها شده و مجموعه را می‌چرخاند.

۲-۲۴ شرط حفظ تعادل مجموعه، برابری فشار در داخل و خارج

زودپز است:

$$P_2 + P_{\text{وزله}} = P_{\text{داخل}} \Rightarrow 10^5 + \frac{F}{A} = 2 \times 10^5 \Rightarrow \frac{F}{A} = 10^5$$

$$\Rightarrow \frac{F}{2 \times 10^{-2}} = 10^5 \Rightarrow F = 0.2 \text{ N}$$

$$\Rightarrow mg = 0.2 \Rightarrow m = \frac{2}{100} \text{ kg} = 20 \text{ g}$$

۲-۲۵ لاستیک، حجم گاز درون خود را ثابت نگه می‌دارد، در نتیجه

تغییر حجم نداریم، بنابراین:

$$\begin{cases} \frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \\ P_1 = 220 + 100 = 320 \text{ kPa} \\ T_1 = 20 + 273 = 293 \text{ K} \\ T_2 = 40 + 273 = 313 \text{ K} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{320}{293} = \frac{P_2}{313} \Rightarrow P_2 = 341/8 \text{ kPa}$$

فشارسنج، فشار پیمانه‌ای گاز را نشان می‌دهد، بنابراین:

$$P_{\text{پیمانه‌ای}} = 341/8 - 100 = 241/8 \text{ kPa}$$

با توجه به برابر بودن نسبت  $\frac{P}{T}$  داریم:

$$\frac{n_1 R}{A h_1'} = \frac{n_2 R}{A h_2'} \Rightarrow \frac{n_1}{h_1'} = \frac{n_2}{h_2'} \quad (2)$$

$$h_1' + h_2' = 46 \text{ cm} \quad (3)$$

از طرفی داریم:

با توجه به روابط (۱)، (۲) و (۳) داریم:

$$\begin{cases} \frac{2n_2}{h_1'} = \frac{n_2}{h_2'} \Rightarrow h_1' = 2h_2' \\ h_1' + h_2' = 46 \text{ cm} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2h_2' + h_2' = 46 \Rightarrow 3h_2' = 46 \Rightarrow h_2' = \frac{46}{3} \text{ cm}$$

عبارت‌های «ب» و «د» صحیح هستند. **(۳ ۴۰)**

بررسی عبارت‌های نادرست:

الف) پس از تغییرات ناگهانی باید کمی منتظر ماند تا  $P_1$  و  $T_1$  به مقادیر  $P_2$  و  $T_2$  برسند.

ج) در مثال بخاری و هوای خانه، منبع گرما بخاری است.

د) انرژی درونی فقط تابع دمای گاز است.

فشار گاز کامل در ابتدا و انتها  $P_1$  است پس فرایند هم‌فشار است. **(۱ ۴۱)**

ابتدا باید  $V_1$  و  $V_2$  را محاسبه کنیم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V_1 = \frac{m}{\rho} = \frac{f/\delta}{\rho} = 2L$$

$$V_1 = 2L \times \frac{10^3 \text{ cm}^3}{1L} = 2000 \text{ cm}^3 \Rightarrow A h_1 = 2000$$

$$\frac{A = \pi r^2}{\pi r^2} \rightarrow h_1 = \frac{2 \times 10^3}{\pi r^2} = \frac{2 \times 10^3}{\pi \times 25} = 40 \text{ cm}$$

$$h_2 = 40 \times 9 = 360 \text{ cm}$$

بنابراین:

$$L = h_1 + h_2 = 400 \text{ cm}$$

در نتیجه طول محفظه برابر است با:

$$V = AL = 75 \times 400 = 30000 \text{ cm}^3 = 30L$$

حجم کل محفظه:

سپس کار فرایند هم‌فشار را محاسبه می‌کنیم:

$$W = P \Delta V = P_1 (V_2 - V_1) = 10^5 \times (30 - 2) \times 10^{-3} = 27 \times 10^3 = 27000 \text{ J}$$

تمام کار ناشی از فرایند به گلوله داده می‌شود، بنابراین:

$$W = \Delta K \Rightarrow 27000 = \frac{m}{2} (v_2^2 - v_1^2) \Rightarrow 27000 = \frac{6 \times 10^{-2}}{2} \times v_2^2$$

$$\Rightarrow v_2 = \sqrt{\frac{27000 \times 2}{6 \times 10^{-2}}} = \sqrt{9 \times 10^4} = 300 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

به علت بسته بودن درب قوطی، هیچ هوایی از بیرون وارد محفظه نمی‌شود، پس ماده درون قوطی از ابتدا مشتعل نمی‌شود قوطی به هنگام قرار گرفتن در معرض حرارت فقط کمی منبسط می‌شود، چراکه ضریب انبساط حجمی جامدات بسیار کم است. باید توجه داشت که قوطی محیطی بسته با حجم ثابت است و با توجه به قواعد فرایند هم‌حجم، با افزایش دما، فشار گاز درون آن زیاد شده و به مقادیر بیشتر از فشار هوا می‌رسد که همین موضوع موجب انفجار می‌شود. **(۳ ۴۲)**

حال جرم نیتروژن و اکسیژن را به صورت جداگانه به دست می‌آوریم:

$$m_{O_2} = n M_{O_2} = 10^3 \times 32 = 32 \text{ kg}$$

$$m_{N_2} = n M_{N_2} = 1/5 \times 10^3 \times 28 = 42 \times 10^3 \text{ g} = 42 \text{ kg}$$

بنابراین جرم هوای موجود در کلاس برابر است با:

$$\text{جرم هوای کلاس} = 42 + 32 = 74 \text{ kg}$$

با استفاده از قانون گازهای کامل داریم: **(۴ ۴۸)**

$$\begin{cases} P_1 = 1 \text{ atm} = 10^5 \text{ Pa} \\ V_1 = \frac{2}{3} V \\ F = 1/8 \theta + 22 \Rightarrow \theta_1 = \frac{F - 22}{1/8} = 27^\circ \text{C} \\ \Rightarrow T_1 = 27 + 273 = 300 \text{ K} \\ V_2 = V \\ T_2 = 22 + 273 = 295 \text{ K} \\ n_2 = \frac{2}{3} n_1 \end{cases}$$

$$\frac{P_1 V_1}{T_1 n_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2 n_2} \Rightarrow \frac{10^5 \times \frac{2}{3} V}{300 \times n_1} = \frac{P_2 \times V}{295 \times \frac{2}{3} n_1}$$

$$\Rightarrow P_2 = \frac{10^5 \times \frac{2}{3} \times 295 \times \frac{2}{3}}{300} = 1/02 \times 10^5 \text{ Pa}$$

بنابراین با توجه به رابطه فشار داریم:

$$P_2 = \frac{F}{A} = \frac{mg}{A} \Rightarrow 1/02 \times 10^5 = \frac{m \times 10}{5 \times 10^{-2}} \Rightarrow \frac{m}{\Delta} = 1/02$$

$$\Rightarrow m = 5/1 \text{ kg}$$

با توجه به این‌که پیستون ثابت ایستاده است، پس فشار گازها با هم برابر است، بنابراین اگر اطلاعات مربوط به گاز نیتروژن را با اندیس (۱) و اطلاعات مربوط به گاز اکسیژن را با اندیس (۲) نشان دهیم، آن‌گاه داریم: **(۱ ۴۹)**

$$P_{N_2} = P_{O_2} \xrightarrow{P = \frac{nRT}{V}} \frac{n_1 R T_1}{V_1} = \frac{n_2 R T_2}{V_2}$$

$$\Rightarrow \frac{n_1}{V_1} (27 + 273) = \frac{n_2}{V_2} (22 + 273)$$

$$\Rightarrow \frac{n_1}{A h_1} \times 300 = \frac{n_2}{A h_2} \times 295 \Rightarrow \frac{300}{30} n_1 = \frac{295}{15} n_2$$

$$\Rightarrow 10 n_1 = 20 n_2 \Rightarrow n_1 = 2 n_2 \quad (1)$$

$$m = n M \Rightarrow \frac{m_{N_2}}{M_{O_2}} = \frac{n_1}{n_2} \times \frac{M_{N_2}}{M_{O_2}}$$

بنابراین:

$$\Rightarrow \frac{m_{N_2}}{M_{O_2}} = 2 \times \frac{28}{32} = \frac{28}{16} = \frac{7}{4}$$

در قسمت دوم سؤال، گازها شروع به تبادل گرما کرده و هم‌دما می‌شوند بنابراین:

$$PV = nRT \Rightarrow \frac{P}{T} = \frac{nR}{V} = \frac{nR}{A \cdot h}$$

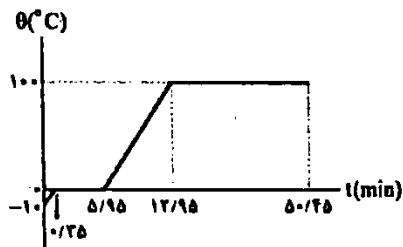
$$Q_r = mc\Delta\theta = 2 \times 2200 \times 100 = 440 \text{ kJ}$$

$$P = \frac{Q_r}{t_r} \Rightarrow t_r = \frac{440 \times 10^3}{2 \times 10^5} = 220 \text{ s} = 3.7 \text{ min}$$

$$Q_r = mL_v = 2 \times 2250 \times 10^3 = 4500 \text{ kJ}$$

$$P = \frac{Q_r}{t_r} \Rightarrow t_r = \frac{4500 \times 10^3}{2 \times 10^5} = 2250 \text{ s} = 37.5 \text{ min}$$

با توجه به زمان‌های به دست آمده، نمودار را رسم می‌کنیم:



فرایند، هم‌فشار است، بنابراین:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1} = 1/6 \quad (*)$$

با توجه به رابطه چگالی داریم:

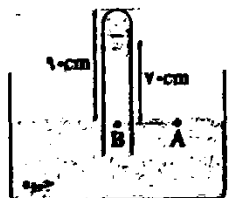
$$\rho = \frac{m}{V} \xrightarrow{\text{ثابت } m} \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{V_1}{V_2} \quad (**) \Rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{10}{16} = \frac{5}{8}$$

درصد تغییرات چگالی برابر است با:

$$\frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1} \times 100 = \frac{5 - 8}{8} \times 100 = -37.5\%$$

پس چگالی ۳۷/۵ درصد کاهش می‌یابد.

برای نقاط هم‌تراز A و B داریم:



$$P_A = P_B \Rightarrow P_c = P_{\text{جوهر}} + P_{\text{گاز}}$$

پس داریم:

$$\Rightarrow P_{\text{گاز}} = P_c - P_{\text{جوهر}} = 75 - 70 = 5 \text{ cmHg}$$

در قسمت دوم، فشار هوا به ۷۵/۵ cmHg رسیده است و ولی ارتفاع ستون

جوهر تغییر نکرده، پس داریم:

$$P'_{\text{گاز}} = P'_c - 70 = 75.5 - 70 = 5.5 \text{ cmHg}$$

با توجه به ثابت بودن حجم گاز داریم:

$$\frac{P}{T} = \frac{P'}{T'} \Rightarrow \frac{5}{20.5} = \frac{5.5}{T'} \Rightarrow T' = 225.5 \text{ K}$$

$$\Rightarrow \theta_r = 225.5 - 273 = -47.5^\circ \text{C}$$

بنابراین:

$$F_r = 1.8 \times 672.5 + 32 = 1249.5^\circ \text{F}$$

۲۲ بررسی عبارت‌ها،

الف) فرایند da هم‌فشار است، پس اندازه کار انجام شده برابر است با:

$$|W| = P|\Delta V| = 2 \times 10^5 \times 3 \times 10^{-2} = 60 \text{ J} \quad (\checkmark)$$

ب) فرایند ab هم‌حجم است، بنابراین:

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow{W=0} \Delta U = +200 \text{ J} \quad (*)$$

$$Q_{abc} = Q_{ab} + Q_{bc} = 200 + 500 = 700 \text{ J} \quad (\checkmark) \quad \text{ج.}$$

$$\Delta U_{abc} = \Delta U_{ab} + \Delta U_{bc} \quad \text{د.}$$

$$\Rightarrow \Delta U_{abc} = (Q_{ab} + W_{ab}) + (Q_{bc} + W_{bc})$$

$$\xrightarrow{W_{ab}=0} \Delta U_{abc} = 200 + 0 + 500 + W_{bc}$$

$$\xrightarrow{Q_{ab}=200 \text{ J}, Q_{bc}=500 \text{ J}} \Delta U_{abc} = 200 + 0 + 500 + W_{bc}$$

$$\xrightarrow{W_{bc} = -P\Delta V = -70 \times 10^5 \times 3 \times 10^{-2} = -210 \text{ J}} \Delta U_{abc} = 700 - 210 = 490 \text{ J} \quad (*)$$

۲۳ با توجه به قانون گازهای کامل داریم:

$$PV = nRT \Rightarrow \frac{P_A}{P_B} \times \frac{V_A}{V_B} = \frac{n_A}{n_B} \times \frac{T_A}{T_B}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{1} \times \frac{18}{24} = \frac{4}{n} \times 1 \Rightarrow \frac{2}{3} \times \frac{18}{24} = \frac{4}{n} \Rightarrow n = 8 \text{ mol}$$

بنابراین جرم گاز B برابر است با:

$$m = Mn = 20 \times 8 = 160 \text{ g}$$

با توجه به رابطه چگالی داریم:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{160}{24} = \frac{20 \text{ g}}{3 \text{ L}} = \frac{20}{3} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

۲۴ تمامی کار نیروی اصطکاک که باعث متوقف کردن جسم

می‌شود، به خود یخ داده شده و  $m'$  از جرم آن ذوب می‌شود، بنابراین:

$$\Delta K = m' L_f$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m v^2 = m' L_f$$

$$\xrightarrow{v = 122 \frac{\text{km}}{\text{h}} + 2/6 = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \frac{1}{2} \times (40)^2 = m' \times 336 \times 10^3$$

$$\Rightarrow 2/1 \times 1600 = m' \times 336 \times 10^3$$

$$\Rightarrow m' = \frac{3360}{336 \times 10^3} = 10 \times 10^{-3} = 0.01 \text{ kg} = 10 \text{ g}$$

۲۵ فرایند طی شده به شکل زیر است:

$$-10^\circ \text{C} \xrightarrow{Q_1} 0^\circ \text{C} \xrightarrow{Q_2} 0^\circ \text{C} \text{ آب}$$

$$\xrightarrow{Q_2} 100^\circ \text{C} \text{ آب} \xrightarrow{Q_2} 100^\circ \text{C} \text{ بخار}$$

$$Q_1 = mc\Delta\theta = 2 \times 2100 \times 10 = 42 \text{ kJ}$$

$$P = \frac{Q_1}{t_1} \Rightarrow t_1 = \frac{42 \times 10^3}{2000} = 210 \text{ s} = 3.5 \text{ min}$$

$$Q_2 = mL_f = 2 \times 336 \times 10^3 = 672 \text{ kJ}$$

$$P = \frac{Q_2}{t_2} \Rightarrow t_2 = \frac{672 \times 10^3}{2 \times 10^5} = 336 \text{ s} = 5.6 \text{ min}$$

$$KCl: \frac{\left(\frac{77}{100+77}\right) \times 100}{77/5} = 0.297$$

$$Li_2SO_4: \frac{\left(\frac{78}{100+78}\right) \times 100}{110} = 0.198$$

$$NaCl: \frac{\left(\frac{78}{100+78}\right) \times 100}{58/5} = 0.27$$

با کاهش دما از  $\theta_1$  تا  $\theta_2$ ، تنها مقداری نمک پتانسیم کلرید تشکیل می‌شود و جرم آب ثابت است. کفایت حساب کنیم در دمای  $\theta_2$  چند گرم KCl در محلول سیر شده وجود دارد:

$$25 = \frac{xg}{(x+90)g} \times 100 \Rightarrow x = 30$$

$$26 - x = 26 - 30 = -4g$$

عبارت‌های اول و چهارم درست هستند.

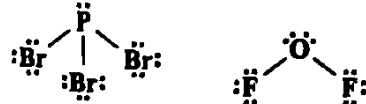
بررسی عبارت‌های نادرست:

• نوع اتم‌های سازنده و ساختار خمیده مولکول آب، نقش تعیین کننده‌ای در خواص آن دارد.  
• از جمله ویژگی‌های آب، داشتن نقطه جوش بالا و غیرعادی و افزایش حجم هنگام انجماد است.

بجز دو مورد اول، سایر موارد می‌توانند دلیل تشکیل سنگ کلبه باشند.

کلسیم سولفات جزو مواد کم‌محلول و سه ماده نقره کلرید، کلسیم فسفات و باریم سولفات جزو مواد نامحلول در آب هستند.

ترکیب‌های  $AD_4$ ،  $EX_4$ ،  $ZA_3$  و  $GL_3$  به ترتیب همان  $OF_4$ ،  $SiCl_4$ ،  $SO_4$  و  $PBr_3$  هستند. دو ترکیب  $OF_4$  و  $PBr_3$  از مولکول‌های قطبی تشکیل شده و در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کنند زیرا در هر کدام از این دو ترکیب، اتم مرکزی دارای جفت الکترون ناپیوندی است.



عبارت‌های دوم و سوم درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

• گشتاور دوقطبی مولکول‌ها را با یکی دی‌پای (D) گزارش می‌کنند.  
• گشتاور دوقطبی شماری از مولکول‌ها مانند  $H_2O$ ، بزرگ‌تر از 1D است.

عبارت‌های دوم و چهارم درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

• از آنجایی که نقطه جوش این ماده برابر 188K یا  $-85^\circ C$  است، در دماهای بالاتر از  $25^\circ C$  مانند دمای اتاق، گازی شکل است.

$H_2S$  نیز در این شرایط گازی شکل است.

• مولکول‌های دواتمی که از دو عنصر متفاوت تشکیل شده، همگی قطبی هستند و در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کنند.

• نقطه جوش HF بالاتر از  $0^\circ C$  است.

• مولکول‌های دواتمی که از یک عنصر تشکیل شده‌اند، ناقطبی بوده و گشتاور دوقطبی آن‌ها برابر با صفر است.

فشار گاز قبل از خروج گاز و بعد از خروج گاز، برابر می‌باشد، زیرا پیستون متحرک روی گاز در هر دو حالت در حال تعادل می‌باشد، در نتیجه داریم:

$$\frac{P_1 V_1}{n_1 T_1} = \frac{P_2 V_2}{n_2 T_2} \quad P_1 = P_2 \rightarrow \frac{V_1}{n_1 T_1} = \frac{V_2}{n_2 T_2}$$

$$\frac{V_1 = 0.198A, V_2 = 0.178A}{T_1 = 220K, T_2 = 270K} \rightarrow \frac{0.198}{220 \times n_1} = \frac{0.178}{270 \times n_2}$$

$$\Rightarrow \frac{n_2}{n_1} = \frac{220 \times 0.178}{270 \times 0.198} = \frac{11}{27}$$

$$n_1 = 27 \text{ mol} \rightarrow \frac{n_2}{27} = \frac{11}{27} \Rightarrow n_2 = 11 \text{ mol}$$

بنابراین:

$$\begin{cases} m_1 = n_1 M \Rightarrow m_1 = 27 \times 20 = 540g \\ m_2 = n_2 M \Rightarrow m_2 = 11 \times 20 = 220g \end{cases}$$

$$\Rightarrow m_1 - m_2 = 540 - 220 = 320g$$

ابتدا گرمای گرفته شده توسط یخ را به دست می‌آوریم:

$$10^\circ C \text{ آب} \xrightarrow{Q_1} 0^\circ C \text{ یخ} \xrightarrow{Q_2} 0^\circ C \text{ یخ} \xrightarrow{Q_3} 10^\circ C \text{ آب}$$

$$\begin{cases} Q_1 = mc \Delta\theta_1 = 1 \times 2100 \times 5 = 10500 \text{ J} \\ Q_2 = mL_f = 1 \times 336000 = 336000 \text{ J} \Rightarrow Q_3 = 338100 \text{ J} \\ Q_3 = mc \Delta\theta_3 = 1 \times 4200 \times 10 = 42000 \text{ J} \end{cases}$$

سپس به کمک قانون اول ترمودینامیک داریم:

$$\Delta U = W + Q \Rightarrow W = \Delta U - Q$$

$$\frac{\Delta U > 0}{Q < 0} \rightarrow W = 210 + 338100 = 338310 \text{ J}$$

در نتیجه کار گاز روی محیط برابر است با:

$$W' = -W = -338310 \text{ J}$$

برای راحتی در محاسبات ما فرض می‌کنیم محلول اولیه شامل 100g آب و 100g نمک A بوده است. با فرض این‌که مقدار آب 100 گرم بوده است، با کاهش دما از  $60^\circ C$  تا  $50^\circ C$  مقدار رسوب تشکیل شده برابر با  $100 - 60 = 40$  گرم خواهد بود. از آنجایی که مقدار رسوب واقعی تشکیل شده برابر 10g و  $\frac{1}{4}$  این مقدار است، می‌توان نتیجه گرفت که جرم واقعی آب نیز  $\frac{1}{4}$  فرض سؤال (100g) یعنی برابر 25g بوده است.

بررسی عبارت‌ها:

$$M = \frac{10 \cdot a \cdot d}{\text{جرم مولی}} \Rightarrow \frac{10 \times a \times 17}{\text{جرم مولی}} = \frac{a}{\text{جرم مولی}} = 0.24$$

انحلال پذیری نمک‌های  $KNO_3$ ،  $KCl$ ،  $Li_2SO_4$  و  $NaCl$  در دمای  $50^\circ C$  به ترتیب با 80، 42، 28 و 28 گرم است. نسبت  $\frac{a}{\text{جرم مولی}}$  را

برای محلول هر چهار نمک در این دما به دست می‌آوریم:

$$KNO_3: \frac{\left(\frac{80}{100+80}\right) \times 100}{101} = 0.24$$

$$27/5 = \frac{x}{160} \times 100 \Rightarrow x = 60 \text{g} \Rightarrow \text{جرم آب} \Rightarrow \text{حل شونده} = 60 \text{g}$$

$$= 160 - 60 = 100 \text{g}$$

$$16/66 = \frac{y}{240} \times 100 \Rightarrow y = 40 \text{g} \Rightarrow \text{جرم آب} \Rightarrow \text{حل شونده} = 40 \text{g}$$

$$240 - 40 = 200 \text{g} \quad \frac{100}{200} = 0.5$$

۲ میان مولکول‌های  $\text{NH}_3$  برخلاف سه مولکول

دیگر ( $\text{CO}$ ,  $\text{H}_2\text{S}$ ,  $\text{N}_2$ ) پیوند هیدروژنی تشکیل می‌شود و در نتیجه نیروی بین مولکولی آمونیاک قوی‌تر از سه مولکول دیگر است. به همین علت تبدیل گاز آمونیاک به مایع در مقایسه با سه گاز دیگر، آسان‌تر انجام می‌شود.

۱ هر چهار عبارت پیشنهاد شده در ارتباط با

اتانول ( $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$ ) و استون ( $\text{CH}_3\text{COCH}_3$ ) درست هستند.

بدون شرح

• نقطه جوش اتانول و استون به ترتیب  $78^\circ\text{C}$  و  $56^\circ\text{C}$  است.

• اتانول با این‌که جرم مولی کم‌تری دارد، نقطه جوش آن بالاتر است، زیرا میان مولکول‌های آن، پیوند هیدروژنی تشکیل می‌شود.

• هر کدام از مولکول‌های اتانول و استون شامل ۶ اتم H و یک اتم O هستند.

۲ تبلور جزو روش‌های فیزیکی جداسازی مواد است.

۱

$$\frac{\text{محلول جرم حل شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 100 = 40 = \frac{0.4 \times 58/5}{m} \times 100$$

$$\Rightarrow m = 58/5 \text{g} \text{ محلول}$$

$$d = \frac{m}{V} \Rightarrow 1.15 \text{g} \cdot \text{mL}^{-1} = \frac{58/5 \text{g}}{V} \Rightarrow V = 50/8 \text{mL} \approx 6.25 \text{L}$$

۲ عبارت‌های اول و دوم درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

• هرگز در دمای ثابت نمی‌توان محلول فراسیر شده ساخت.

• بسته به این‌که انحلال حل شونده مورد نظر در آب با افزایش دما، کاهش یا افزایش می‌یابد، برای تبدیل محلول سیر نشده به محلول سیر شده به ترتیب دما را باید افزایش یا کاهش داد.

۱ فرض می‌کنیم انحلال‌پذیری لیتیم سولفات در دمای  $20^\circ\text{C}$

برابر  $m$  گرم باشد. در این صورت با گرم کردن محلول سیر شده‌ای به جرم  $m + 100$  گرم از دمای  $20^\circ\text{C}$  تا  $78^\circ\text{C}$ ، به میزان  $m - 25$  گرم رسوب تشکیل می‌شود.

اکنون از یک تناسب استفاده می‌کنیم:

$$\left[ \begin{array}{cc} \text{جرم رسوب} & \text{جرم محلول در دمای } 20^\circ\text{C} \\ m - 25 & 100 + m \\ 75 & 25 \end{array} \right] \Rightarrow m = 20 \text{g}$$

۲ مطلق داده‌های جدول در دمای  $70^\circ\text{C}$ ، می‌توان  $80 \text{g}$  نمک

را در  $100$  گرم آب حل کرده و محلول سیر شده‌ای به جرم  $180 \text{g}$  داشت. بنابراین اگر  $180 \text{g}$  محلول سیر شده این نمک را از دمای  $70^\circ\text{C}$  تا  $\theta$  سرد کنیم به اندازه  $80 - S$  رسوب تشکیل می‌شود که  $S$  در واقع همان انحلال‌پذیری نمک در دمای  $\theta$  است.

اکنون از یک تناسب ساده انتخاب می‌کنیم:

$$\left[ \begin{array}{cc} \text{جرم رسوب} & \text{جرم محلول} \\ 80 - S & 180 \text{g} \\ 12 & 54 \end{array} \right] \Rightarrow S = 40 \Rightarrow \theta = 10^\circ\text{C}$$

۳ ابتدا درصد جرمی محلول  $\text{CaBr}_2$  را در این دما به دست

می‌آوریم:

$$\frac{\text{غلظت مولی}}{\text{جرم مولی حل شونده}} = \frac{100 \text{ (درصد جرمی)}}{200} \Rightarrow 2 = \frac{100 \times a \times 172.5}{200}$$

$$\Rightarrow \%a = \%22$$

به این ترتیب هر  $100$  گرم از این محلول دارای  $22$  گرم حل شونده و  $68$  گرم آب است.

در صورتی که جرم آب برابر  $100 \text{g}$  باشد، جرم حل شونده برابر خواهد بود با:

$$? \text{g CaBr}_2 = 100 \text{g H}_2\text{O} \times \frac{22 \text{g CaBr}_2}{68 \text{g H}_2\text{O}} = 27 \text{g CaBr}_2$$

۱ فقط عبارت نخست درست است.

بررسی عبارت‌های نادرست:

• کاتیون سازنده اغلب سنگ‌های کلیه، کلسیم است.

• نزدیک به ۳ درصد از جمعیت کشورمان سنگ کلیه دارند.

• محلول فراسیر شده یک محلول ناپایدار بوده و با ضربه کوچکی به یک محلول سیر شده تبدیل می‌شود.

۱ جرم  $\text{HCl}$  در محلول اولیه برابر است با:

$$20 = \frac{x \text{g}}{(60 \text{mL} \times 1.12 \text{g} \cdot \text{mL}^{-1})} \times 100 \Rightarrow x = 27.6 \text{g HCl}$$

اکنون از روی جرم  $\text{HCl}$ ، جرم محلول نهایی را به دست می‌آوریم:

$$8 = \frac{27.6 \text{g}}{m} \times 100 \Rightarrow m = 270 \text{g} \text{ محلول}$$

به این ترتیب حجم محلول نهایی برابر است با:

$$270 \text{g} \times \frac{1 \text{mL}}{1.12 \text{g}} = 240 \text{mL}$$

در نهایت حجم آب برابر است با:

$$240 - 60 = 180 \text{mL}$$