www.konkur.in

تاریخ آزمون

جامع ۱

سؤالات آزمون
دفترچه شماره (۱)
دوره دوم متوسطه
پایه دوازدهم ریاضی

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤالاتی که باید پاسخ دهید: ۴۰	مدت پاسخگویی: ۴۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤالات	نوع سؤال	مدت پاسخگویی
۱	ریاضیات	۴۰	اجباری	۴۰ دقیقه

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

ریاضیات

۱- اگر $\sqrt[3]{\frac{a}{b}}+\sqrt[3]{\frac{b}{a}}=3$ آن‌گاه حاصل $\sqrt{\frac{a}{b}}+\sqrt{\frac{b}{a}}$ برابر است با:

۱) $\sqrt{5}$ ۲) $2\sqrt{5}$ ۳) $3\sqrt{5}$ ۴) $4\sqrt{5}$

۲- اگر $a=\sqrt[3]{9}-\sqrt[3]{3}+1$، آن‌گاه $(\frac{4-a}{a})^3$ برابر است با:

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۳- اگر مجموع n جملهٔ اول دنبالهٔ $\{a_n\}$ برابر $n^2+6n+30$ بوده و $b_1=a_1$، $b_2=\frac{1}{2}(a_1+a_2)$ و $b_n=\frac{1}{n}(a_1+a_2+...+a_n)$ آن‌گاه حاصل b_5+b_6 برابر است با:

۱) ۳۵ ۲) ۳۴ ۳) ۳۳ ۴) ۳۲

۴- اگر $a_n=\sin\frac{\pi}{n+1}-\sin\frac{\pi}{n+2}$ باشد، حاصل $\lim_{n\to+\infty}(a_1+a_2+...+a_n)$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ۴) -1

۵- اگر x_1 و x_2 ریشه‌های معادله $x^2+5x-3+m=0$ باشند، به ازای کدام مقدار m بین ریشه‌ها رابطهٔ $x_1^2+x_1x_2=-10$ برقرار است؟

۱) -11 ۲) -12 ۳) -13 ۴) -14

۶- اگر α و β ریشه‌های معادلهٔ $x^2-6x-2=0$ و $S_n=\alpha^n-\beta^n$ آن‌گاه حاصل $\frac{S_{10}-2S_8}{S_9}$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۸

۷- اگر به ازای مقادیر m متعلق به بازهٔ (a,b)، نمودار تابع درجه دوم $f(x)=(m+2)x^2-4x+m-1$ فقط از ناحیهٔ سوم عبور نکند، بیش‌ترین مقدار $b-a$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۸- حاصل‌ضرب ریشه‌های معادلهٔ $\sqrt[3]{x+1}-\sqrt[3]{x-1}=\sqrt[6]{x^2-1}$ برابر است با:

۱) ۰/۷۵ ۲) ۱/۲۵ ۳) $-0/75$ ۴) $-1/25$

۹- اگر $f(x)=3+2^x$ و دامنهٔ تابع $g(x)=\sqrt{2-f^{-1}(x)}$ بازهٔ $(a,b]$ باشد، بیش‌ترین مقدار $b-a$ کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۱۰- به ازای کدام مقدار x نمودار معکوس تابع $f(x)=x^3+ax$ از نقطهٔ ماکزیمم منحنی به معادله $g(x)=\log_4(4x-x^2)$ می‌گذرد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۱/۵ ۴) ۳/۵

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

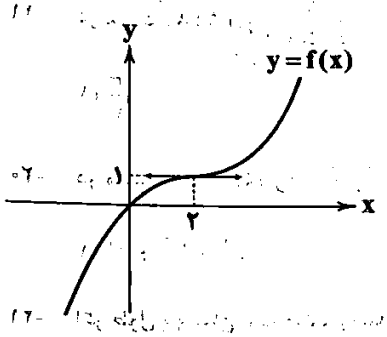
۱۱- اگر $2\cos(x+y)=\cos(x-y)$ آن‌گاه $\frac{\cot y}{\tan x}$ برابر است با:

۱) ۵ ۲) ۴ ۳) ۳ ۴) ۲

۱۲- مجموع ریشه‌های معادلهٔ $\sin^4 x+\sin^2 x=\cos^4 x+\cos^2 x+1$ در بازهٔ $[0, 2\pi]$ برابر است با:

۱) 5π ۲) 4π ۳) $5/5\pi$ ۴) $4/5\pi$

۱۳- اگر نمودار تابع $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ به شکل زیر باشد آن‌گاه حاصل $\lim_{x\to\pm\infty}\frac{\sqrt[3]{f(x)}}{(f^{-1}(x))^3}$ برابر است با:



۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{1}{4}$ ۳) $\frac{1}{8}$ ۴) $\frac{1}{16}$

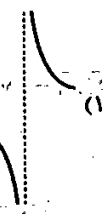
۱۴- اگر $f(1)=2$ و $f(x+1)=f(x)+3$ و $g(1)=3$ و $g(x+1)=4x+3+g(x)$ آن‌گاه مختصات نقطهٔ تلاقی مجانب‌های منحنی تابع $h(x)=\frac{f(x)}{g'(x)}$ کدام است؟

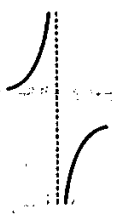
۱) $(\frac{1}{4}, \frac{3}{4})$ ۲) $(-\frac{1}{4}, \frac{3}{4})$ ۳) $(\frac{3}{4}, \frac{1}{4})$ ۴) $(\frac{3}{4}, -\frac{1}{4})$

۱۵- معادلهٔ مجانب افقی تابع $f(x)=\log_2(2x+1)-\log_2(3x-1)+\log_2(6x+1)-\log_2(8x-1)$ در صورت وجود کدام است؟

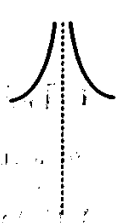
۱) $y=-1$ ۲) $y=0$ ۳) $y=1$ ۴) فاقد مجانب افقی است.

۱۶- اگر $f(x)=x-\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}-\sqrt[6]{x^5}$ و $g(x)=\frac{1}{f(x)}$ آن‌گاه نمودار تابع $g(x)$ در مجاورت مجانب قائم معادلهٔ $x=1$ به کدام صورت است؟

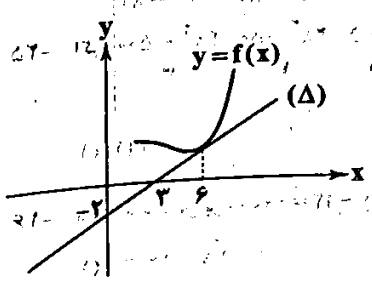
۱) 

۲) 

۳)

۴) 

۱۷- اگر نمودار تابع $y=f(x)$ در نقطه‌ای به طول ۶ بر خط (Δ) مماس بوده و $g(x)=\frac{2x}{f(x)}$، آن‌گاه $g'(6)$ برابر است با:



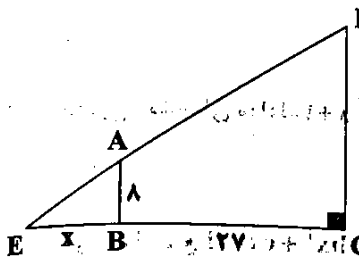
۱) ۳ ۲) ۲ ۳) -1 ۴) -4

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۸- در شکل زیر اگر $AB=۸$ و $BC=۲۷$، آن‌گاه به ازای چه مقدار x، طول پاره‌خط EF کم‌ترین مقدار است؟



۱) ۱۰
۲) ۱۱
۳) ۱۲
۴) ۱۳

۱۹- در مثلث ABC اگر $\frac{۱}{a+c}+\frac{۱}{b+c}=\frac{۳}{a+b+c}$ برقرار باشد آن‌گاه اندازه زاویه $\hat{C}$ کدام است؟

۱) $\frac{\pi}{۳}$
۲) $\frac{\pi}{۴}$
۳) $\frac{\pi}{۶}$
۴) $\frac{\pi}{۲}$

۲۰- در مثلث ABC مقدار $۲\arcsin(\frac{\hat{A}-\hat{B}+\hat{C}}{۲})$ کدام است؟

۱) $a^۲+b^۲+c^۲$
۲) $a^۲+c^۲-b^۲$
۳) $a^۲+b^۲-c^۲$
۴) $b^۲+c^۲-a^۲$

۲۱- اگر طول دو ضلع یک مثلث ریشه‌های معادلهٔ $x^۲-۵x+۳=۰$ و زاویه بین این دو ضلع $\frac{\pi}{۳}$ باشد آن‌گاه مقدار $r.R$ کدام است؟ (r شعاع دایرهٔ محاطی و R شعاع دایرهٔ محیطی است.)

۱) $\frac{۳}{۵}$
۲) $\frac{۳}{۲}$
۳) $\frac{۲}{۳}$
۴) $\frac{۵}{۳}$

۲۲- اگر موقعیت ۴ بردار به راس‌های A، B، C و D به ترتیب $۲\vec{i}+\vec{j}$، $\vec{i}-۳\vec{j}$، $۳\vec{i}+۲\vec{j}$ و $\vec{i}+m\vec{j}$ باشد و $\overline{AB}\parallel\overline{CD}$ آن‌گاه مقدار m کدام است؟

۱) ۸-
۲) ۶-
۳) ۸
۴) ۶

۲۳- فرض کنید $\vec{a}$ و $\vec{b}$ دو بردار غیرموازی و $\vec{a}$ بردار واحد باشد، یک زاویه مثلث که دو ضلع آن با بردارهای $\sqrt{۳}(\vec{a}\times\vec{b})$ و $\vec{b}-(\vec{a}.\vec{b})\vec{a}$ نمایش داده می‌شود، کدام است؟

۱) $\frac{\pi}{۴}$
۲) $\frac{\pi}{۳}$
۳) $\frac{۲\pi}{۳}$
۴) $\frac{۵\pi}{۱۲}$

۲۴- فرض کنید $\vec{A}=-\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}$ و $\vec{B}=۲\vec{i}+۳\vec{k}$، اگر بردارهای $\vec{C}$، $\vec{A}$ و $\vec{B}$ در یک صفحه و بردار $\vec{C}$ بر $\vec{B}$ عمود و $\vec{C}.\vec{A}=-۷۶$ باشد آن‌گاه $\vec{C}$ کدام است؟

۱) $۳۰\vec{i}+۱۵\vec{j}-۱۰\vec{k}$
۲) $۳۰\vec{i}-۲۶\vec{j}-۲۰\vec{k}$
۳) $۴۰\vec{i}-۸\vec{j}+۱۶\vec{k}$
۴) $۲۰\vec{i}-۲۰\vec{j}+۱۶\vec{k}$

۲۵- اگر $f(x)=\begin{vmatrix} x-۳ & ۲x^۲-۱۸ & ۳x^۳-۸۱ \\ x-۵ & ۲x^۲-۵۰ & ۴x^۳-۵۰۰ \\ ۱ & ۲ & ۳ \end{vmatrix}$ آن‌گاه مقدار $f(۱).f(۳)+f(۳).f(۵)+f(۵).f(۱)$ کدام است؟

۱) $f(۱)$
۲) $f(۳)$
۳) $f(۱)+f(۳)$
۴) $f(۱)+f(۵)$

۲۶- معادلهٔ مماس بر دایرهٔ $x^۲+y^۲-۴x-۶y-۱۲=۰$ که موازی خط $۴x-۳y-۱=۰$ می‌باشد، کدام است؟

۱) $۲x-۳y+۱۶=۰$
۲) $۴x-۳y+۲۶=۰$
۳) $۳x+۴y-۲۰=۰$
۴) $۲x+۳y-۲۰=۰$

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

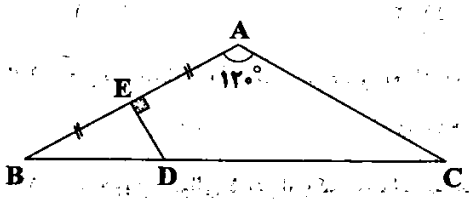
۲۷- اگر $A(۲,۰)$ بازتاب نقطه $B(۴,۲)$ نسبت به خط d باشد، معادلهٔ خط d کدام است؟

۱) $y-x=۲$ ۲) $y+x=۴$ ۳) $۲y+x=۲$ ۴) $y+۲x=۴$

۲۸- به ازای کدام مقدار m، کانون سهمی $۴y^۲+my-۲x+\frac{۳m^۲}{۶۴}=۰$ روی محور yها واقع است؟

۱) ± ۳ ۲) ± ۴ ۳) ± ۵ ۴) ± ۶

۲۹- با توجه به شکل در مثلث ABC، اگر $\hat{A}=۱۲۰^\circ$، $AB=AC$ و $BE=EA$، $DE\perp AB$ و $BD=۲\sqrt{۳}$ باشد، آن‌گاه طول DC کدام است؟



۱) $۲\sqrt{۳}$
۲) $\sqrt{۶}$
۳) $۳\sqrt{۳}$
۴) $۴\sqrt{۳}$

۳۰- جواب عمومی معادلهٔ سیاله $۲^{۱۴۰۳}x\overset{۲۱}{\equiv}۲^{۱۴۰۳!}(۱+۲!+۳!+\ldots+۱۴۰۳!)$ کدام است؟

۱) $x=۷k+۲$ ۲) $x=۷k+۳$
۳) $x=۷k+۴$ ۴) فاقد جواب در مجموعهٔ اعداد صحیح

۳۱- اگر $۱۲۶|۵^n+۱$ و $۸۲|۳^m-۱$، با در نظر گرفتن بزرگ‌ترین عدد دو رقمی و قابل قبول برای n و m مجموع ارقام باقی‌ماندهٔ تقسیم $m!$ بر عدد $n-۲$ کدام است؟

۱) ۱۵ ۲) ۱۶ ۳) ۲۹ ۴) ۳۴

۳۲- اگر $۳۴۲x\overset{۲۰۹}{\equiv}۱۹$، باقی‌ماندهٔ $۴x^۲$ بر ۱۱ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۹ ۴) ۱۲

۳۳- چند مورد از گزاره‌های زیر درست است؟

الف) در هر گراف C_n بین هر دو رأس متمایز فقط یک مسیر وجود دارد.

ب) در هر گراف $۲q_G+۲q_{\bar{G}}$ به صورت حاصل‌ضرب ۲ عدد متوالی است.

ج) فقط سه نوع گراف ۲- منتظم مرتبهٔ ۹ یافت می‌شود.

د) تعداد رئوس با درجه فرد همواره عددی زوج است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) صفر ۴) ۴

۳۴- تعداد کل مسیرها در گراف $K_۴$ بین دو رأس مشخص a و b برابر m است. در این صورت در گراف P_m چند مسیر به طول حداقل یک یافت می‌شود؟

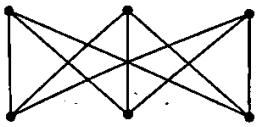
۱) ۱۰ ۲) ۱۲ ۳) ۴ ۴) ۲۱

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۳۵- گراف زیر دارای n مجموعه احاطه‌گر مینیمم است. اگر A یک مجموعهٔ n عضوی باشد، این مجموعه را به چند طریق می‌توان به ۲ گروه افراز کرد؟



۱) ۱۲۷
۲) ۱۲۸
۳) ۲۵۶
۴) ۲۵۵

۳۶- اگر m یک عدد طبیعی کوچک‌تر از ۱۰۰ باشد، به‌ازای چند مقدار m معادلهٔ $mx+۲۰y=۹$ فاقد جواب است؟

۱) ۴۱ ۲) ۵۹ ۳) ۶۰ ۴) ۴۰

۳۷- ضریب جملهٔ $a^۲b^۳c^۲$ و هم‌چنین تعداد جملات در بسط $(a+b+c+d)^۷$ به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

۱) ۲۵۰ ـ ۱۲۰ ۲) ۲۱۰ ـ ۱۲۰ ۳) ۲۱۰ ـ ۲۱۰ ۴) ۱۲۰ ـ ۲۵۰

۳۸- در خروج متوالی ۵ نفر از یک درب اگر بدانیم a بعد از b خارج شده است، با چه احتمالی a بلافاصله بعد از b خارج شده است؟

۱) $\frac{۱}{۵}$ ۲) $\frac{۴}{۵}$ ۳) $\frac{۲}{۵}$ ۴) $\frac{۳}{۵}$

۳۹- اگر ارزش گزارهٔ $(p\wedge\sim p)\Leftrightarrow(p\Rightarrow q)$ نادرست باشد، چندتا از گزاره‌های زیر همواره درست است؟

الف) $\sim p\Rightarrow\sim q$ ب) $p\wedge q$ ج) $\sim p\wedge q$ د) $q\Rightarrow p$

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۴۰- میانگین n دادهٔ آماری برابر ۳ شده است. اگر همهٔ داده‌ها را ۴ برابر کنیم ولی واریانس تغییر نکند، اختلاف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین داده کدام است؟

۱) اطلاعات مسئله کافی نیست.
۲) ۲۱
۳) ۴۳
۴) صفر

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

تاریخ آزمون

جامع ۱

سؤالات آزمون
دفترچه شماره (۲)
دوره دوم متوسطه
پایه دوازدهم ریاضی

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤالاتی که باید پاسخ دهید: ۶۵	مدت پاسخگویی: ۷۵ دقیقه

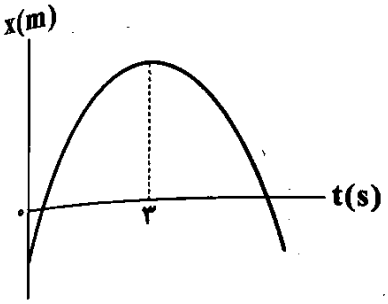
عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

۳۵	فیزیک	اجباری	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه
۳۰	شیمی	اجباری	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۴۱- نمودار مکان- زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق سهمی شکل زیر می‌باشد. در ۵ ثانیهٔ اول حرکت، مسافت طی‌شده توسط متحرک چند برابر بزرگی جابه‌جایی آن است؟



۱) $\frac{۹}{۴}$

۲) $\frac{۱۳}{۴}$

۳) $\frac{۱۳}{۵}$

۴) $\frac{۹}{۵}$

۴۲- متحرکی با سرعت اولیهٔ $v_۰$ در جهت محور x در حال حرکت روی خط راست است. ابتدا به مدت‌زمان t ثانیه با شتاب کندشونده به بزرگی $۲\frac{m}{s^۲}$ حرکت می‌کند (مرحلهٔ (۱))، سپس به مدت‌زمان ۳t ثانیه با سرعت ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد (مرحلهٔ (۲)) و در نهایت در مدت‌زمان t+۱ ثانیه با شتابی به بزرگی $۳\frac{m}{s^۲}$ ترمز می‌کند و متوقف می‌شود. اگر مسافت طی‌شده در مرحلهٔ دوم، ۳ برابر مسافت طی‌شده در مرحلهٔ سوم باشد، مسافت طی‌شده در کل مسیر حرکت چند متر است؟

۱) ۲۲ ۲) ۲۴ ۳) ۳۱ ۴) ۳۷

۴۳- دو گلولهٔ A و B را به ترتیب از ارتفاع h و $h-۲۹۵$ متری سطح زمین با فاصلهٔ زمانی ۱/۷s رها می‌کنیم. گلولهٔ A در ۲ ثانیهٔ آخر حرکتش تا رسیدن به سطح زمین، مسافت ۱۶۰m را طی می‌کند. در ارتفاع چند متری از سطح زمین بزرگی سرعت گلولهٔ B برابر $۲۰\sqrt{۳}\frac{m}{s}$ می‌باشد؟ ($g=۱۰\frac{m}{s^۲}$ و از مقاومت هوا صرف‌نظر کنید.)

۱) ۵۰ ۲) ۶۰ ۳) ۹۰ ۴) ۱۰۰

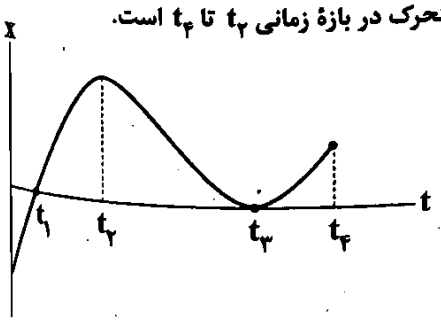
۴۴- نمودار مکان- زمان متحرکی که بر روی محور xها حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. چه تعداد از عبارت‌های زیر در مورد حرکت این متحرک نادرست است؟

الف) متحرک، دو بار تغییر جهت می‌دهد، ولی بردار مکان متحرک فقط یک بار تغییر جهت داده است.

ب) در مدتی که متحرک در مکان‌های منفی حرکت می‌کند، حرکت متحرک، کندشونده و سرعت آن در جهت محور x است.

ج) بزرگی شتاب متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۳$ بیشتر از بزرگی شتاب متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_۲$ تا $t_۳$ است.

د) بزرگی سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا $t_۴$ بیشتر از بزرگی سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_۲$ تا $t_۴$ است.



۱) صفر

۲) ۱

۳) ۲

۴) ۳

محل انجام محاسبات

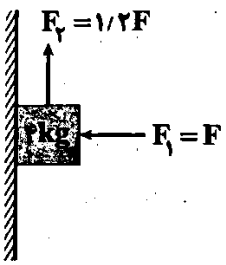
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۴۵- یک فنر از سقف یک آسانسور آویزان است و یک وزنه به آن وصل می‌باشد. اگر آسانسور با شتابی به بزرگی $۴\ \frac{m}{s^۲}$ به صورت کندشونده پایین بیاید، طول فنر ۵۷cm می‌شود و اگر آسانسور با شتاب رو به پایین $۲\ \frac{m}{s^۲}$ حرکت کند، طول فنر ۵۴cm خواهد شد. طول عادی فنر چند سانتی‌متر است؟ $(g=۱۰\ \frac{N}{kg})$

۱) ۴۸ ۲) ۵۰ ۳) ۵۲ ۴) ۵۵

۴۶- در شکل زیر، جسم ساکن و در آستانهٔ حرکت به سمت بالا است. اگر با ثابت نگه داشتن نیروی $\vec{F}_۱$، نیروی $\vec{F}_۲$ را نصف کنیم، بزرگی نیرویی که از طرف دیوار به جسم وارد می‌شود، چند نیوتون خواهد شد؟ $(g=۱۰\ \frac{N}{kg}, \mu_k=۰/۳, \mu_s=۰/۴)$



۱) $۵\sqrt{۸۹}$

۲) $۵\sqrt{۱۰۹}$

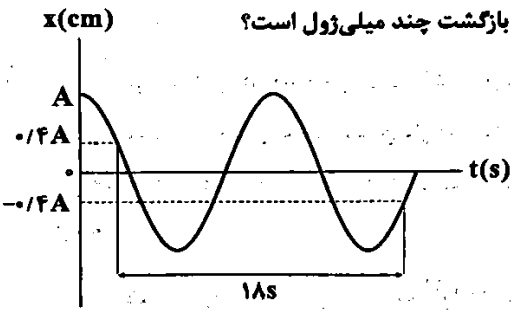
۳) $۱۰\sqrt{۲۶}$

۴) $۱۰\sqrt{۲۹}$

۴۷- یک خودرو به جرم یک تن با سرعت ثابت در یک مسیر مستقیم در حال حرکت است که ناگهان راننده با دیدن یک مانع اقدام به ترمز می‌کند. جرم راننده ۱۰۰kg و مدت‌زمان واکنش آن ۰/۵s و کل مسافت توقف ۶۰m است. بزرگی تکانهٔ راننده در لحظه‌ای که نصف مسافت ترمز را طی کرده است، چند واحد SI است؟ $(g=۱۰\ \frac{m}{s^۲}, \mu_k=۰/۴)$

۱) ۱۰۰۰ ۲) $۱۰۰۰\sqrt{۲}$ ۳) ۱۰۰۰۰ ۴) $۱۰۰۰۰\sqrt{۲}$

۴۸- نمودار مکان ـ زمان نوسانگر هماهنگ ساده‌ای به جرم ۴kg، مطابق شکل زیر است. بزرگی شتاب متوسط این نوسانگر در بازهٔ زمانی $t_۱=۳s$ تا $t_۲=۱۲s$ برابر $\frac{\pi}{۹۰}\ \frac{m}{s^۲}$ می‌باشد. انرژی پتانسیل نوسانگر در نقطهٔ بازگشت چند میلی‌ژول است؟



۱) $۱۰\pi^۲$

۲) $۱۰۰\pi^۲$

۳) $۲۰\pi^۲$

۴) $۲۰۰\pi^۲$

۴۹- یک ساعت آونگ‌دار در سطح زمین در حال نوسان است. اگر این ساعت را به ارتفاع R_e از سطح زمین ببریم و طول نخ آونگ را ۳۶ درصد کاهش دهیم، این ساعت در مدت‌زمان ۲ ساعت، ..... دقیقه، ..... می‌افتد. (شتاب جاذبهٔ گرانشی در سطح زمین $۱۰\ \frac{N}{kg}$ است و R_e شعاع زمین می‌باشد.)

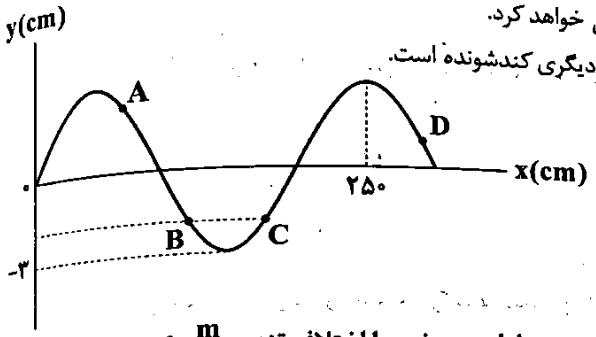
۱) ۴۵ ـ جلو ۲) ۴۵ ـ عقب ۳) ۷۵ ـ جلو ۴) ۷۵ ـ عقب

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۵۰- نقش یک موج عرضی در یک طناب در لحظهٔ $t=0$ مطابق شکل زیر است. کدام گزینه نادرست است؟



۱) در مدتی که موج مسافت ۳m را طی می‌کند، ذرهٔ C مسافت ۱۸cm را طی خواهد کرد.

۲) تندی دو ذرهٔ C و B با هم برابر است، ولی حرکت یکی از آن‌ها تندشونده و دیگری کندشونده است.

۳) قطعاً شتاب ذرهٔ A منفی است.

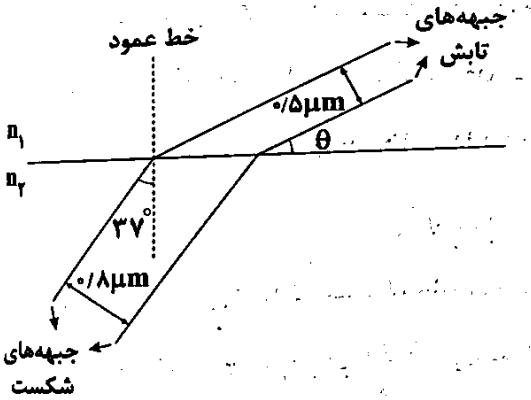
۴) قطعاً تندی ذرهٔ A زودتر از ذرهٔ D به صفر خواهد رسید.

۵۱- یک طعمه که در فاصلهٔ ۲۰cm از یک عقرب قرار دارد، بر اثر حرکت خود دو موج طولی و عرضی با اختلاف تندی $۶۰\frac{m}{s}$ تولید می‌کند. اگر این دو موج با اختلاف زمانی ۳ms به پای عقرب برسند، تندی موج طولی تولیدشده چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۴۰ ۲) ۱۰۰ ۳) ۱۶۰ ۴) ۲۲۰

۵۲- در شکل زیر، جبهه‌های یک موج الکترومغناطیسی هنگام عبور از محیط شفاف (۱) به محیط شفاف (۲) ترسیم شده است. اگر اختلاف ضریب شکست دو محیط برابر ۰/۹ باشد، به ترتیب بسامد موج چند هرتز و θ چند درجه است؟ ($c=۳\times۱۰^۸\frac{m}{s}$ ، $\sin۳۷^\circ=۰/۶$ ، $\sin۵۳^\circ=۰/۸$)

θ	۱۶	۲۲	۳۰	۳۷	۴۵	۵۳	۶۰
$\sin\theta$	۰/۲۷۵	۰/۳۷۵	۰/۵	۰/۶	۰/۷	۰/۸	۰/۸۵



۱) $۲/۵\times۱۰^{۱۴}$ و ۲۲

۲) $۲/۵\times۱۰^{۱۴}$ و ۳۰

۳) ۴×۱۰^{۱۴} و ۲۲

۴) ۴×۱۰^{۱۴} و ۳۰

۵۳- تار ویولنی به طول ۸۰cm و جرم ۵۶۰mg در نزدیکی بلندگویی قرار دارد که توسط یک نوسان‌ساز صوتی با بسامد متغیر به کار می‌افتد. معلوم شده است وقتی بسامد نوسان‌ساز در گسترهٔ ۷۰۰Hz تا ۱۱۰۰Hz تغییر می‌کند، تار فقط هنگامی به نوسان در می‌آید که بسامد آن ۷۵۰Hz، ۸۷۵Hz و ۱۰۰۰Hz باشد. نیروی کشش تار چند نیوتون است؟

۱) ۱۴ ۲) ۲۸ ۳) ۵۶ ۴) ۱۱۲

۵۴- از یک لامپ با توان ۴۰W در هر دقیقه ۳×۱۰^{۲۱} فوتون به سطح یک فلز با تابع کار ۳eV می‌تابد. بیشینهٔ انرژی جنبشی فوتوالکترون‌های تولیدشده چند الکترون‌ولت است؟ ($e=۱/۶\times۱۰^{-۱۹}C$)

۱) ۰/۵ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۸

۵۵- الکترونی در اتم هیدروژن در مدار $n=۷$ قرار دارد. با در نظر گرفتن تمامی گذارهای ممکن، در یک گذار با گسیل یک فوتون فروسرخ شعاع مدار ۷۵٪ کاهش یافته است. طول موج گسیل‌شده در این مدار چند نانومتر است؟ ($R=۰/۰۱(nm)^{-۱}$)

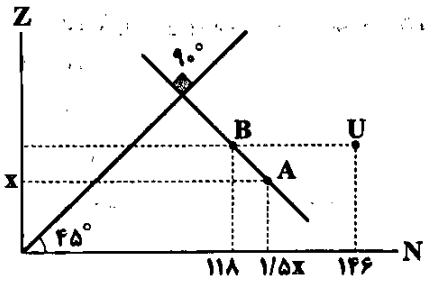
۱) ۵۳۳/۳ ۲) ۱۲۰۰ ۳) ۲۸۸۰ ۴) ۲۳۷۵/۷

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

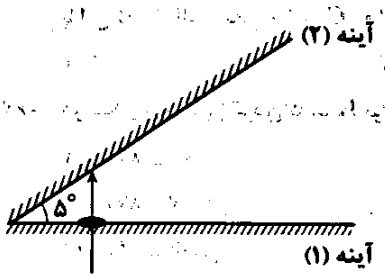
www.konkur.in

۵۶- نمودار تغییرات Z برحسب N برای سه هسته مطابق شکل زیر است. هستهٔ مادر ^{۲۳۸}U بعد از گسیل تعداد m ذرهٔ α و تعداد n ذرهٔ β^- به هستهٔ دختر A تبدیل شده است. حاصل $۲m+n$ در کدام گزینه به درستی آمده است؟



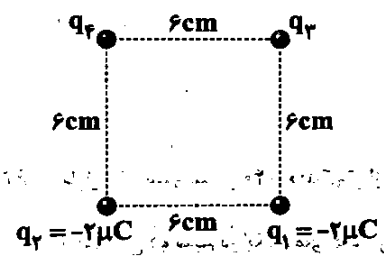
۱) ۱۰
۲) ۱۱
۳) ۱۹
۴) ۲۰

۵۷- در شکل زیر، پرتوی SI عمود بر آینهٔ (۱) از داخل حفره‌ای که روی این آینه وجود دارد، وارد فضای میان دو آینهٔ تخت متقاطع می‌شود. این پرتو پس از چند بازتابش از میان دو آینه که طول نامحدود دارند، خارج می‌شود و زاویهٔ بین پرتو بازتاب سوم و سطح آینهٔ (۲) چند درجه است؟ (به ترتیب از راست به چپ)



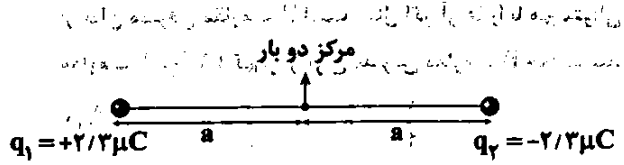
۱) ۱۷ ـ ۶۵
۲) ۱۵ ـ ۶۵
۳) ۱۵ ـ ۷۵
۴) ۱۷ ـ ۷۵

۵۸- در شکل زیر، بار $q_۱$ در حال تعادل است. بزرگی نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار $q_۴$ چند نیوتون است؟ $(k=۹\times۱۰^۹ \frac{N.m^۲}{C^۲}, \sqrt{۲}=۱/۴)$



۱) ۵۴
۲) ۲۶
۳) صفر
۴) ۴۰

۵۹- در شکل زیر، بزرگی برایند میدان‌های الکتریکی حاصل از دو بار روی عمودمنصف خط واصل دو بار و به فاصلهٔ a از مرکز دو بار چند برابر بزرگی برایند میدان‌های الکتریکی حاصل از دو بار روی خط واصل دو بار و خارج آن و به فاصلهٔ a از بار $q_۲$ می‌باشد؟



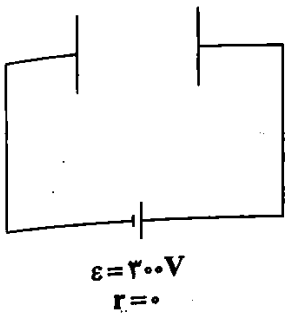
۱) $\frac{۹\sqrt{۲}}{۲۰}$
۲) $\frac{۹\sqrt{۲}}{۱۶}$
۳) $\frac{۱۰\sqrt{۲}}{۹}$
۴) $\frac{۸\sqrt{۲}}{۹}$

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۶۰- در شکل زیر، بار q به جرم ۱۲mg با تندی $۱۰\frac{m}{s}$ از مجاورت صفحهٔ مثبت خازن به سمت صفحهٔ منفی پرتاب شده است. اگر این بار در لحظهٔ رسیدن به صفحهٔ منفی متوقف شود، بار آن چند میکروکولن است؟ (از اثر نیروی وزن و مقاومت هوا صرف‌نظر کنید.)

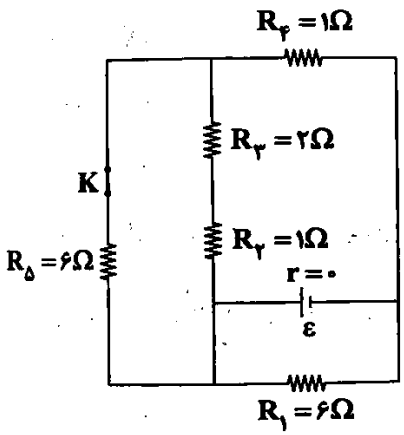


۱) −۱
۲) −۲
۳) +۱
۴) +۲

۶۱- در فضای بین صفحات یک خازن تخت که در ابتدا هوا است و به دو سر یک باتری متصل است، یک دی‌الکتریک با ثابت ۲/۵ قرار می‌دهیم. با این کار بار الکتریکی خازن ۱۸۰μC و انرژی خازن ۳/۶mJ تغییر می‌کند. ظرفیت خازن در حالت اول چند میکروفاراد بوده است؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۳ ۴) ۶

۶۲- در شکل زیر، با باز کردن کلید K توان مصرفی مقاومت $R_۲$ چند درصد و چگونه تغییر می‌کند؟



۱) ۸۷/۵ ـ کاهش
۲) ۸۷/۵ ـ افزایش
۳) ۱۲/۵ ـ کاهش
۴) ۱۲/۵ ـ افزایش

۶۳- طول یک سیم مسی ۴۰ درصد کم‌تر از طول یک سیم آلومینیمی است و مقاومت ویژهٔ آلومینیم، ۲ برابر مقاومت ویژهٔ مس است. برای این‌که مقاومت الکتریکی دو سیم در یک دمای یکسان، برابر باشد، چه رابطه‌ای باید بین جرم دو سیم برقرار باشد؟ $(\rho_{Cu} = ۹\frac{g}{cm^۳}, \rho_{Al} = ۲/۷\frac{g}{cm^۳})$

۱) جرم سیم مسی ۴۰ درصد کم‌تر از جرم سیم آلومینیمی است.
۲) جرم سیم مسی ۶۰ درصد کم‌تر از جرم سیم آلومینیمی است.
۳) جرم سیم مسی ۴۰ درصد بیشتر از جرم سیم آلومینیمی است.
۴) جرم سیم مسی ۶۰ درصد بیشتر از جرم سیم آلومینیمی است.

۶۴- دو مقاومت الکتریکی A و B را وقتی به صورت موازی به اختلاف پتانسیل الکتریکی ثابتی می‌بندیم، توان مصرفی مقاومت A، ۱۸W بیشتر از توان مصرفی مقاومت B است. حال اگر آن‌ها را با هم متوالی بسته و دو سر آن‌ها را به همان اختلاف پتانسیل ثابت ببندیم، توان مصرفی مقاومت A، ۴W کم‌تر از توان مصرفی مقاومت B خواهد شد. مقاومت الکتریکی A چند برابر مقاومت الکتریکی B است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۱}{۴}$ ۳) ۲ ۴) ۴

۶۵- یک ذرهٔ باردار به جرم ۶mg و بار $q = -۴۰\mu C$ با سرعت $\vec{v}$ عمود بر میدان مغناطیسی زمین به بزرگی ۰/۳G و در راستای افقی در حال حرکت است. سرعت حرکت این ذره چند متر بر ثانیه و در چه جهتی باشد تا در میدان مغناطیسی زمین منحرف نشود؟ $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$ و از اتلاف انرژی صرف‌نظر کنید.)

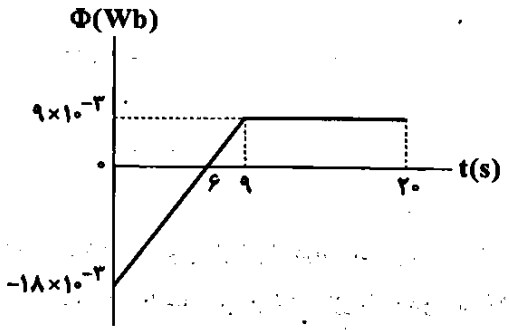
۱) ۵×۱۰^{-۳} ـ شرق
۲) ۵×۱۰^{۳} ـ غرب
۳) ۵×۱۰^{۴} ـ شرق
۴) ۵×۱۰^{۴} ـ غرب

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۶۶- یک پیچهٔ رسانای ۲۰۰ حلقه‌ای که مساحت هر یک از حلقه‌های آن $100cm^2$ است با خطوط میدان مغناطیسی عبوری از آن زاویهٔ ۳۰ درجه ساخته است. اگر نمودار شار مغناطیسی عبوری از این پیچه به شکل زیر باشد، به ترتیب بزرگی نیروی محرکهٔ القایی متوسط در پیچه در بازهٔ زمانی $t=2s$ تا $t=12s$ و بزرگی میدان مغناطیسی عبوری از پیچه در لحظهٔ $t=15s$ برحسب SI به ترتیب (از راست به چپ) در کدام گزینه به درستی آمده‌اند؟



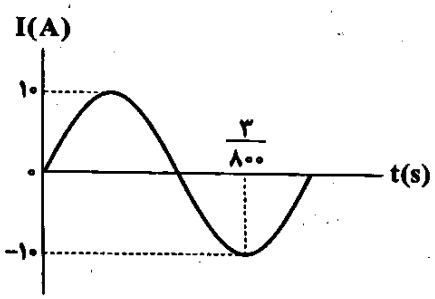
۱) ۰/۰۶ و ۱/۸

۲) ۰/۰۶ و $0/6\sqrt{3}$

۳) ۰/۴۲ و ۱/۸

۴) ۰/۴۲ و $0/6\sqrt{3}$

۶۷- از یک سیملولهٔ آرمانی بدون هسته‌ای به سطح مقطع $10cm^2$ که شامل ۲۰۰۰ حلقهٔ نزدیک به هم است، جریان متناوبی که نمودار آن به شکل زیر است، عبور می‌کند. اگر انرژی ذخیره‌شده در این سیملوله در لحظهٔ $t=\frac{1}{150}s$ برابر ۲۰۰mJ باشد، طول سیملوله چند سانتی‌متر است؟ $(\mu_0=12\times10^{-7}\frac{T.m}{A})$



۱) ۳۰

۲) ۶۰

۳) ۹۰

۴) ۱۲۰

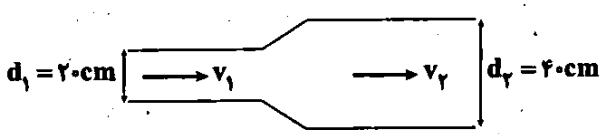
۶۸- یکای فرعی کدام‌یک از یکاهای عنوان‌شده در گزینه‌های زیر نادرست است؟

۱) $H\equiv\frac{kg.m^2}{s^2.A^2}$ ۲) $T\equiv\frac{kg}{A.s^2}$ ۳) $Pa\equiv\frac{kg}{m.s^2}$ ۴) $\Omega\equiv\frac{kg.m^2}{A^3.s^2}$

۶۹- شهرستان آباده در ارتفاع ۲۰۰۰ متری از سطح دریای آزاد قرار دارد و چگالی متوسط هوا تا این ارتفاع $0/92\frac{kg}{m^3}$ می‌باشد. در این شهرستان یک ستون فرضی به مساحت $5m^2$ در نظر بگیرید که تا بالاترین بخش جو زمین ادامه می‌یابد. به ترتیب (از راست به چپ) چند تن هوا در این ستون فرضی وجود دارد و فشار هوا در این شهرستان چند سانتی‌متر جیوه است؟ $(P_{جیوه}=13/6\frac{g}{cm^3}, g=10\frac{N}{kg}, P_0=10^5 Pa)$

۱) ۴۰/۸ و ۶۰ ۲) ۴۰/۸ و ۶۵ ۳) ۴۰/۲ و ۶۰ ۴) ۴۰/۲ و ۶۵

۷۰- در شکل زیر، نفت با چگالی $0/8\frac{g}{cm^3}$ به صورت پایا درون لوله‌ها در حال حرکت به سمت راست است. اختلاف تندی شاره در دو لوله $15\frac{m}{s}$ می‌باشد. کدام گزینه نادرست است؟ $(\pi=3)$



۱) فشار شاره در لولهٔ کوچک‌تر (لوله (۱)) کم‌تر از لولهٔ (۲) است.

۲) آهنگ شارش حجمی در دو لوله با هم برابر است.

۳) مجموع تندی شاره در دو لوله برابر $25\frac{m}{s}$ است.

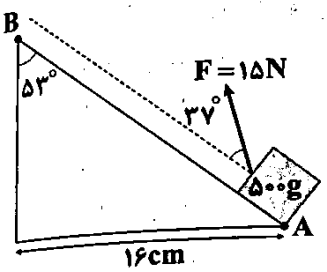
۴) در مدت ۵ ثانیه ۴۸۰g شاره از لولهٔ (۲) خارج می‌شود.

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۷۱- مطابق شکل زیر، بر جسم ۵۰۰ گرمی نیروی $\vec{F}$ وارد شده و آن را با سرعت ثابت $۲\frac{m}{s}$ از نقطهٔ A تا نقطهٔ B حرکت می‌دهد. کار نیروی اصطکاک بر روی جسم در این جابه‌جایی چند ژول است؟ $(g=۱۰\frac{N}{kg}, \cos ۳۷^\circ = \sin ۵۳^\circ = ۰/۸)$



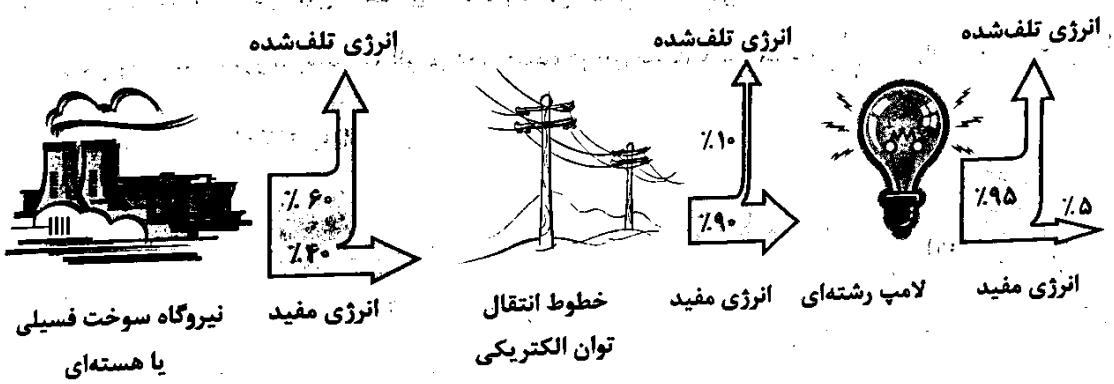
۱) $-۰/۶$

۲) $-۱/۸$

۳) $-۲/۴$

۴) -۳

۷۲- شکل زیر طرح واره‌ای از درصد انرژی مفید و انرژی تلف‌شده در یک نیروگاه سوخت فسیلی را از آغاز تا مصرف در یک لامپ رشته‌ای نشان می‌دهد. با سوختن هر لیتر گازوئیل حدود ۳۵MJ انرژی گرمایی تولید شود. برای این‌که یک لامپ رشته‌ای ۱۰۰ واتی روزانه ۷ ساعت روشن بماند، در هر ماه (سی روز) چند لیتر گازوئیل باید در این نیروگاه مصرف شود؟



۱) ۵/۴

۲) ۶

۳) ۱۰۸

۴) ۱۲۰

۷۳- گرماسنجی با ظرفیت $۳۱۵۰\frac{J}{^\circ C}$ حاوی ۳kg آب با دمای $۱۸^\circ C$ می‌باشد. یک گلوله آلومینیمی به جرم ۲/۵kg و دمای $-۱۰۲^\circ C$ درون این گرماسنج می‌اندازیم. تا رسیدن به تعادل گرمایی چگالی آب چگونه تغییر می‌کند؟ $(c_{آب}=۴۲۰۰\frac{J}{kg^\circ .C}, c_{Al}=۹۰۰\frac{J}{kg^\circ .C}$ و از اتلاف انرژی صرف‌نظر کنید.)

۱) پیوسته افزایش می‌یابد.

۲) پیوسته کاهش می‌یابد.

۳) ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.

۴) ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

۷۴- مطابق شکل زیر، در دمای $-۱۵^\circ C$ مقداری بنزین در یک مخزن استوانه‌ای‌شکل به قطر ۲m و ارتفاع ۵۸۳cm قرار دارد. اگر از انبساط ظرف در نتیجهٔ افزایش دما چشم‌پوشی شود، در دمای چند درجهٔ سلسیوس بنزین از ظرف سرریز می‌شود؟ $(\pi=۳, \beta_{بنزین}=۱۰^{-۳}K^{-۱})$

۱) ۳۰

۲) ۴۵

۳) ۶۰

۴) ۷۵

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۷۵- مطابق شکل زیر، یک گاز آرمانی با دمای $127^\circ C$ درون سیلندری قرار دارد. وزن پیستون برابر با ۱۲۰N و مساحت قاعدهٔ آن $20cm^2$ است. اگر یک وزنهٔ ۸۰ نیوتنی روی پیستون قرار دهیم، در دمای ثابت، ارتفاع گاز ۱۲cm تغییر خواهد کرد. حال اگر دمای گاز را به $27^\circ C$ برسانیم، ارتفاع گاز چند سانتی‌متر خواهد شد؟ $(P_0 = 10^5 Pa)$

۱) ۳۶
۲) ۴۵
۳) ۴۸
۴) ۶۰

شیمی

۷۶- آرایش الکترونی یک گونهٔ شیمیایی به زیرلایهٔ $3p^6$ ختم می‌شود. چه تعداد از مطالب زیر در مورد این عنصر می‌تواند درست باشد؟

- به حالت آزاد به شکل مولکول‌های دواتمی وجود داشته و در دما و فشار اتاق به حالت گاز است.
- یک گاز تک‌اتمی است که فراوانی آن در سیارهٔ مشتری کم‌تر از عنصرهای هم‌گروه با اعداد اتمی کوچک‌تر است.
- مجموع شمارهٔ دوره، گروه و عدد اتمی آن برابر با عدد اتمی پرمصرف‌ترین فلز در جهان است.
- فلزی است که در وسایل خانه مانند تلویزیون رنگی و برخی شیشه‌ها به کار می‌رود.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۷۷- توصیف زیر نشان‌دهندهٔ یکی از عنصرهای جدول تناوبی است. کدام ویژگی در مورد این عنصر درست است؟

«عنصری از دستهٔ p که شمار الکترون‌های ظرفیت اتم آن، برابر با مجموع اعداد کوانتومی اصلی و فرعی الکترون‌های نخستین فلز جدول تناوبی عنصرهاست و تفاوت عدد اتمی آن با شمار عنصرهای دستهٔ p جدول تناوبی برابر با شمار عنصرهای دستهٔ s جدول تناوبی است.»

۱) شبه‌فلزی است که در اثر ضربه خرد می‌شود.
۲) چهارمین عنصر گروه خود به شمار می‌رود.
۳) هر مولکول از ترکیب هیدروژن‌دار آن دارای ۴ اتم است.
۴) گشتاور دوقطبی ترکیب هیدروژن‌دار آن، بزرگ‌تر از صفر است.

۷۸- کدام موارد زیر در ارتباط با اوزون و اکسیژن درست است؟

آ) گشتاور دوقطبی مولکول‌های اوزون بیشتر از مولکول‌های اکسیژن است.
ب) مولکولی که نقطهٔ جوش آن پایین‌تر است، واکنش‌پذیری بیشتری دارد.
پ) به‌جز لایهٔ استراتوسفر، در بقیهٔ لایه‌های هواکره، فراوانی اکسیژن بیشتر از اوزون است.
ت) در واکنش $3O_2(g) \rightleftharpoons 2O_3(g)$ که در لایهٔ استراتوسفر رخ می‌دهد مجموع انرژی مبادله‌شده در جهت رفت، برابر با مجموع انرژی مبادله‌شده در جهت برگشت است.

۱) «آ»، «پ» ۲) «آ»، «ت» ۳) «ب»، «پ» ۴) «ب»، «ت»

۷۹- اگر چگالی اکسید گازی و قهوه‌ای‌رنگ نیتروژن در فشار ۱/۳۳atm و دمای $182^\circ C$ برابر با ۰/۴ چگالی گاز N_2O_x در شرایط STP باشد، نسبت شمار جفت الکترون‌های پیوندی به شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی N_2O_x کدام بوده و هر دسی‌لیتر از آن در شرایط STP شامل چند اتم است؟ $(N=14, O=16, S=32 : g.mol^{-1})$

۱) ۰/۷ ، $1/61 \times 10^{22}$ ۲) ۰/۷۵ ، $1/61 \times 10^{22}$ ۳) ۰/۷ ، $1/34 \times 10^{22}$ ۴) ۰/۷۵ ، $1/34 \times 10^{22}$

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۸۰- با استفاده از یک دستگاه تبادل‌گر یونی که مجهز به فیلترهای ویژه است می‌توان یون‌های Pb^{2+} را از آب آلوده جدا کرد. این دستگاه در طول یک سال ۲۰۰ مترمکعب آب آلوده به یون سرب را تصفیه می‌کند. اگر غلظت یون سرب در این آب برابر ۱۰۴ppm بوده و هر سه ماه یکبار، فیلتر این دستگاه تعویض شود، هر فیلتر ظرفیت جذب چند مول یون سرب را دارد؟ $(Pb=۲۰۸g.mol^{-1}, d_{آب}=۱g.mL^{-1})$

۱) ۵۰ ۲) ۵ ۳) ۲/۵ ۴) ۲۵

۸۱- داده‌های جدول زیر مربوط به انحلال‌پذیری نمک X در دماهای مختلف است. اگر معادلهٔ انحلال‌پذیری این نمک برحسب دما، خطی در نظر گرفته شود، غلظت محلول سیرشدهٔ آن در دمای $۸۵^{\circ}C$ برحسب درصد جرمی کدام است؟

$\theta(^{\circ}C)$	۱۲	۳۲	۴۸	۶۶
$S(\frac{g}{۱۰۰gH_۲O})$	۲۳/۴	۳۲/۴	۳۹/۶	۴۷/۷

۱) ۳۶
۲) ۴۰
۳) ۴۴
۴) ۴۸

۸۲- داده‌های زیر نتایج آزمایش خون یک فرد بالغ را نشان می‌دهد. اگر بدانیم جرم مولی کراتینین $۱۱۳g.mol^{-1}$ است، مولاریتهٔ قند خون این فرد، چند برابر مولاریتهٔ کراتینین است؟ $(C=۱۲, H=۱, O=۱۶: g.mol^{-1})$

		Normal range
Glucose (pc) (mg/dl)	128	(80-140)
Blood urea nitrogen (mg/dl)	5.0	(8-23)
Creatinine (mg/dl)	0.4	(0.6-1.5)
GOT (IU/L)	27	(5-40)
GPT (IU/L)	13	(5-40)
Albumin (g/dl)	2.9	(3.5-5.0)
Globulin (g/dl)	3.8	(2.5-3.5)
Total bilirubin (mg/dl)	2.2	(0.3-1.2)
Direct bilirubin (mg/dl)	1.3	(0.0-0.4)
Lactate dehydrogenase (U/L)	183	(100-200)
Sodium (mmol/l)	139	(135-145)
Potassium (mmol/l)	3.6	(3.5-5.2)
Calcium (mg/dl)	7.7	(8.5-10.5)
Phosphorus (mg/dl)	4.0	(2.5-4.5)

۱) ۱۰۰ ۲) ۲۰۰ ۳) ۱۰ ۴) ۲۰

۸۳- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- در گروه چهاردهم جدول شمار عنصرهایی که در اثر ضربه خرد می‌شوند، کم‌تر از شمار عنصرهایی است که جریان گرما را عبور می‌دهند.
- در دورهٔ سوم جدول تناوبی شمار عنصرهایی که رسانایی الکتریکی بالایی دارند برابر با شمار عنصرهایی است که آنیون تشکیل می‌دهند.
- استخراج تیتانیم دشوارتر از استخراج آهن و تمایل روی برای تشکیل کاتیون، بیشتر از تمایل مس برای تشکیل کاتیون است.
- عنصری که آرایش الکترونی اتم آن به $۴s$ ختم می‌شود، در دما و فشار اتاق به حالت جامد است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۸۴- از واکنش ۹۷۵ گرم پتاسیم سیانید ناخالص با ۱۴۴۰ گرم مس (II) سولفات ناخالص می‌توان ۶ مول فلز مس تولید کرد. نسبت درصد خلوص پتاسیم سیانید به درصد خلوص مس (II) سولفات کدام است؟ (واکنش‌دهنده‌ها به طور کامل مصرف می‌شوند.) (موازنه شود.)

$(N=۱۴, K=۳۹, S=۳۲, C=۱۲, Cu=۶۴, O=۱۶: g.mol^{-1})$

$(C_۲N_۲)$سیانوژن + مس + پتاسیم سولفات ← مس(II)سولفات + پتاسیم سیانید

۱) ۰/۸۳ ۲) ۱/۲ ۳) ۲ ۴) ۱

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۸۵- با توجه به معادلهٔ واکنش زیر، اگر ۸ لیتر گاز هیدروژن سولفید با مقدار کافی گاز هیدروژن و کلسیم کربنات واکنش دهد و طی آن ۱۴ لیتر فراورده گازی تولید شود، بازده درصدی واکنش کدام است؟ (واکنش در دمای $127^\circ C$ و فشار $0/8atm$ انجام می‌شود.)

$H_2(g)+H_2S+CaCO_3 \rightarrow CaS+CO+2H_2O$ (موازنه شود.)

۱) ۴۲/۸۷ ۲) ۸۵/۷ ۳) ۵۸/۳۳ ۴) ۸۷/۵

۸۶- مولکول چه تعداد از ترکیب‌های زیر فقط شامل یک اتم اکسیژن است؟

«• کلسترول / • ویتامین A / • اوره / • ویتامین D / • ویتامین K / • ویتامین C»

۱) ۵ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۸۷- ۱۲/۲ مول آمونیاک به همراه ۱۸/۳ مول متانول را وارد یک ظرف دربستهٔ ۵ لیتری کرده تا در شرایط مناسب با هم واکنش دهند. اگر پس از گذشت ۳۰ دقیقه واکنش کامل شود و دست کم یکی از واکنش‌دهنده‌ها به طور کامل مصرف شود، پس از گذشت ۱۰ دقیقهٔ آغازی واکنش، شمار مول‌های موجود در ظرف کدام است؟ (سرعت واکنش پس از گذشت هر ۱۰ دقیقه، ۲۰٪ کاهش می‌یابد.)

$NH_3+CH_3OH \rightarrow HCN+H_2O+H_2$ (موازنه شود.)

۱) ۳۵/۵ ۲) ۴۰/۵ ۳) ۳۸ ۴) ۳۳

۸۸- اگر آنتالپی واکنش زیر برابر با $-84kJ$ باشد، با توجه به داده‌های جدول، آنتالپی پیوند S—O در مقایسه با آنتالپی پیوند Cl—Cl چگونه است؟

$H_2S(g)+4Cl_2(g)+4H_2O(g) \rightarrow H_2SO_4(g)+8HCl(g)$

پیوند	H—S	O—H	H—Cl
$\Delta H(kJ.mol^{-1})$	۳۳۹	۴۶۳	۴۳۱

۱) $23kJ.mol^{-1}$ کم‌تر ۲) $23kJ.mol^{-1}$ بیشتر ۳) $47kJ.mol^{-1}$ کم‌تر ۴) $47kJ.mol^{-1}$ بیشتر

۸۹- ارزش سوختی متان برابر با $55/6kJ.g^{-1}$ است. اگر از سوختن کامل نمونه‌ای از پروپان که با ۰/۷۵ مول اکسیژن به طور کامل می‌سوزد، ۳۳۴/۵ کیلوژول گرما آزاد شود، از سوختن کامل نمونه‌ای از اتان که طی آن ۲ مول فراورده تولید می‌شد، به تقریب چند کیلوژول گرما آزاد می‌شود؟ $(C=12, H=1: g.mol^{-1})$

۱) ۲۴۶ ۲) ۴۹۲ ۳) ۶۲۴ ۴) ۳۱۲

۹۰- با توجه به واکنش‌های داده شده و آنتالپی آن‌ها، ΔH واکنش تشکیل آمونیوم کلرید از گازهای آمونیاک و هیدروژن کلرید برابر چند کیلوژول است؟

$S_4N_4(s) \rightarrow 4S(s)+2N_2(g)$ $\Delta H=-480kJ$

$N_2(g)+3H_2(g) \rightarrow 2NH_3(g)$ $\Delta H=-96kJ$

$S(s)+Cl_2(g) \rightarrow SCl_2(l)$ $\Delta H=-50kJ$

$H_2S(g)+2Cl_2(g) \rightarrow SCl_2(l)+2HCl(g)$ $\Delta H=-214kJ$

$SCl_2(l)+2H_2(g) \rightarrow H_2S(g)+2HCl(g)$ $\Delta H=-156kJ$

$6SCl_2(l)+16NH_3(g) \rightarrow S_4N_4(s)+12NH_4Cl(s)+2S(s)$ $\Delta H=-2280kJ$

۱) $-178/5$ ۲) -124 ۳) -212 ۴) $-287/5$

۹۱- یک نمونه ضد اسید شامل منیزیم هیدروکسید و آلومینیم هیدروکسید بوده و نسبت مولی آن‌ها برابر ۳ به ۱ است. برای این‌که pH دو لیتر اسید معده فردی از ۳/۱ به ۳/۷ برسد، چند میلی‌گرم از این ضد اسید باید مصرف شود؟ (به‌جز دو مادهٔ مؤثر، ضداسید مورد نظر دارای ۱۶٪ ناخالصی است.) $(Mg=24, O=16, H=1, Al=27: g.mol^{-1})$

۱) ۲۰ ۲) ۴۰ ۳) ۶۰ ۴) ۸۰

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۹۲- اگر در واکنش استری شدن پنتیل پروپانوات، تفاوت جرم فراورده‌های تولید شده برابر ۱۵/۷۵ گرم باشد، تفاوت جرم واکنش‌دهنده‌های مصرف شده چند گرم است؟ $(C=12, H=1, O=16 : g.mol^{-1})$

۱) ۲/۷۵ ۲) ۳/۲۵ ۳) ۱/۷۵ ۴) ۲/۲۵

۹۳- از پلیمرهای زیست‌تخریب‌ناپذیر a، b و c به ترتیب در ساخت بطری کدر شیر، بطری آب و ظروف یک‌بار مصرف غذاخوری استفاده می‌شود.

چه تعداد از مطالب زیر در ارتباط با آن‌ها درست است؟ $(C=12, H=1, O=16 : g.mol^{-1})$

- پلیمرهای a و c برخلاف پلیمر b از یک مونومر ساخته شده‌اند.
- شمار اتم‌های کربن هر واحد تکرارشوندهٔ b برابر با مجموع اتم‌های کربن واحدهای تکرارشوندهٔ a و c است.
- اگر جرم مولی پلیمرهای a و c با هم برابر باشد، شمار واحدهای تکرارشوندهٔ پلیمر a در حدود ۳/۱۷ برابر شمار واحدهای تکرارشوندهٔ پلیمر c است.
- شمار جفت الکترون‌های پیوندی در هر واحد تکرارشونده از پلیمر b، ۱/۳ برابر هر واحد تکرارشونده از پلیمر c است.

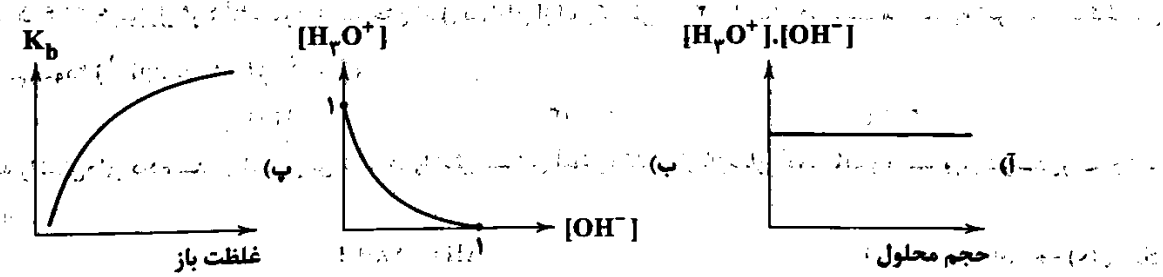
۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۹۴- چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با شوینده‌های خورنده درست است؟

- اگر روی دیوارهٔ لوله‌ها و مجاری، رسوبی به جای مانده باشد از یک شویندهٔ خورنده بازی استفاده می‌شود.
- طی واکنش آن‌ها با موادی که باعث گرفتگی لوله شده‌اند، امکان تشکیل پاک‌کننده وجود دارد.
- در صورت استفاده از این شوینده‌ها، فراورده(های) تولید شده، ترکیب‌های محلول در آب و یا گاز هستند.
- بر مبنای واکنش خنثی شدن اسید و باز رفتار می‌کنند.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۹۵- چه تعداد از نمودارهای زیر برای یک محلول بازی در دمای اتاق درست است؟



۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۹۶- ۴/۲ لیتر گاز نیتروژن در شرایطی که حجم مولی گازها $28 L.mol^{-1}$ است. طی واکنش‌های موازنه نشدهٔ زیر به دی‌نیتروژن پنتوکسید تبدیل می‌شود. اگر این ماده جامد را در مقداری آب حل کرده و در نهایت حجم محلول را به ۵ لیتر برسانیم، pH محلول نهایی کدام است؟

I) $N_2(g) + O_2(g) \rightarrow NO(g)$

II) $NO(g) + O_2(g) \rightarrow NO_2(g)$

III) $NO_2(g) + O_2(g) \rightarrow N_2O_5(s)$

۱) ۲/۱۲ ۲) ۱/۸۲ ۳) ۱/۵۲ ۴) ۱/۲۲

۹۷- اگر در سلول گالوانی استاندارد تشکیل شده از فلز M و نقره، به‌ازای تولید ۰/۳ مول فلز M، $5/418 \times 10^{23}$ الکترون مبادله شود و نسبت تغییرات جرم تیغهٔ آند به تغییرات جرم تیغهٔ کاتد، برابر ۱/۶۴ باشد، جرم مولی فلز M به تقریب چند گرم بر مول است؟

۱) ۱۳۲ ۲) ۱۹۷ ۳) ۶۶ ۴) ۸۹

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۹۸- چه تعداد از عبارت‌های زیر از نظر درستی یا نادرستی مشابه عبارت «در سلول هال با گذشت زمان از جرم الکترود قطب مثبت، کم می‌شود.» است؟

- در سلول هال در اطراف قطب مثبت، عدد اکسایش دو عنصر افزایش می‌یابد.
- در آند سلول هال، علاوه بر نیم‌واکنش اکسایش، یک واکنش اکسایش ـ کاهش نیز انجام می‌شود.
- برای برقکافت آلومینیم اکسید مذاب، از منبع جریان برق مستقیم استفاده می‌شود.
- تنها راه تهیهٔ صنعتی فلز آلومینیم، برقکافت نمک‌های مذاب این فلز است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۹۹- چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با یک سلول الکترولیتی که برای آبکاری با طلا استفاده می‌شود، درست است؟

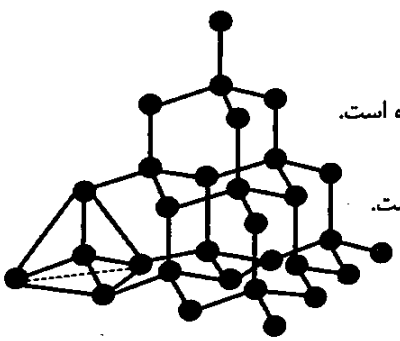
- هر چند از جرم الکترود طلا کم می‌شود، اما غلظت یون طلا در محلول به تقریب ثابت است.
- جهت حرکت الکترون‌ها در مدار بیرونی از سمت آند (قطب منفی) به سمت کاتد (قطب مثبت) است.
- در نهایت لایهٔ نازک طلا بر روی سطح جسم مورد نظر قرار می‌گیرد تا در برابر اکسایش و خوردگی محافظت شود.
- در این سلول هم تبدیل یون طلا به فلز طلا و هم تبدیل فلز طلا به یون طلا انجام می‌شود.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۰۰- عدد اکسایش عنصر M در اکسیدهای آن ۲+ و ۴+ است. اگر درصد جرمی M در یکی از اکسیدهای آن، ۱/۰۷۲ برابر اکسید دیگر باشد، جرم مولی M به تقریب کدام است؟ $(O=16 g.mol^{-1})$

۱) ۲۵۴ ۲) ۸۸ ۳) ۱۱۹ ۴) ۲۰۷

۱۰۱- کدام‌یک از مطالب زیر در ارتباط با سیلیسیم و الماس نادرست است؟



۱) ساختار مقابل را می‌توان به هر کدام از آن‌ها نسبت داد.
۲) فراوردهٔ حاصل از سوختن الماس برخلاف اکسید عنصر سیلیسیم، از مولکول‌های جدا از هم تشکیل شده است.
۳) سختی، نقطهٔ ذوب و آنتالپی پیوند موجود در بلور الماس، بیشتر از عنصر سیلیسیم است.
۴) در ترکیب دوتایی از این عنصر، تفاوت عدد اکسایش آن‌ها برابر با ۸+ و عدد اکسایش سیلیسیم، ۴− است.

۱۰۲- کدام مطالب زیر در ارتباط با واکنش مقابل درست است؟ $Zn(s)+H^+(aq)+VO_3^-(aq) \rightarrow Zn^{2+}(aq)+V^{2+}(aq)+H_2O(l)$

آ) پس از موازنه، تفاوت مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌ها و مجموع ضرایب فراورده‌ها برابر با ضریب آب است.
ب) عدد اکسایش وانادیم در واکنش‌دهنده‌ها کم‌تر از عدد اکسایش منگنز در پرمنگنات است، اما هیچ‌کدام از این یون‌ها نمی‌توانند در نقش کاهنده ظاهر شوند.
پ) واکنش‌دهنده رنگی نسبت به فراوردهٔ رنگی، نور مرئی با طول موج کوتاه‌تری را جذب می‌کند.
ت) با افزایش مقدار Zn و یون H^+ می‌توان فلز وانادیم تولید کرد.

۱) «آ»، «ب» ۲) «آ»، «ب»، «پ» ۳) «پ»، «ت» ۴) «آ»، «پ»، «ت»

۱۰۳- ۲/۲ مول نیتروژن را به همراه ۷/۴ مول هیدروژن وارد یک ظرف سربسته ۱۰ لیتری می‌کنیم تا تعادل: $N_2(g)+3H_2(g) \rightleftharpoons 2NH_3(g)$ برقرار شود. اگر مقدار آمونیاک تولید شده در شرایط بهینه، وارد مبدل کاتالیستی خودروی دیزلی شود، چند گرم از اکسیدهای نیتروژن را می‌تواند حذف کند؟ $(N=14, O=16 : g.mol^{-1})$

۱) ۱۱۱/۳ ۲) ۱۲۸/۱ ۳) ۱۵۹/۶ ۴) ۷۹/۸

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۰۴- کدام مطالب زیر در ارتباط با واکنش‌های a و b درست است؟

a) ترفتالیک اسید → اکسیژن + پارازایلن

b) ترفتالیک اسید → پتاسیم پرمنگنات + پارازایلن

آ) تغییر عدد اکسایش هر مول گونه اکسنده در واکنش b بیشتر از واکنش a است.

ب) بازده واکنش a بیشتر از بازده واکنش b است.

پ) واکنش a در حضور کاتالیزگر انجام شده و در مقایسه با واکنش b، دشوارتر انجام می‌شود.

ت) برای تأمین شرایط انجام واکنش b باید از محلول غلیظ پتاسیم پرمنگنات استفاده کرد و دمای مخلوط واکنش را به اندازهٔ کافی افزایش داد.

۱) «آ»، «ت» ۲) «ب»، «پ» ۳) «ب»، «ت» ۴) «آ»، «پ»

۱۰۵- اگر در یک تعادل گازی ($\Delta H \neq 0$)، مقدار دما افزایش یابد، چه تعداد از موارد زیر به طور حتم رخ خواهد داد؟

آ) سرعت واکنش رفت بیشتر از سرعت واکنش برگشت افزایش خواهد یافت.

ب) تعادل جدید در دمایی بالاتر از دمای تعادل اولیه برقرار خواهد شد.

پ) با افزایش دما و افزایش جنبش ذره‌های موجود در تعادل، فشار گازهای درون سامانه زیاد می‌شود.

ت) مجموع تغییرات غلظت فراورده(ها)، بیشتر از مجموع تغییرات غلظت واکنش‌دهنده(ها) خواهد بود.

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

تاریخ آزمون

جامع ۱

پاسخنامه آزمون دفترچه شماره (۳) دوره دوم متوسطه پایه دوازدهم ریاضی

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤالاتی که باید پاسخ دهید: ۱۰۵	مدت پاسخگویی: ۱۱۵ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۴۰ دقیقه
۲	فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه
۳	شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲

$f(x)=۳+۲^x \Rightarrow f^{-۱}(x)=\log_۲(x-۳)$

$۲-\log_۲(x-۳)\geq ۰ \Rightarrow \log_۲(x-۳)\leq ۲ \Rightarrow ۰<x-۳\leq ۴$

$\Rightarrow ۳<x\leq ۷ \Rightarrow b-a=۴$

۱

$g(x)=\log_۴(۴-۴+۴x-x^۲)=\log_۴(۴-(x-۲)^۲)$

$\Rightarrow$ نقطهٔ ماکزیمم تابع $A\begin{vmatrix}۲\\۱\end{vmatrix} \Rightarrow A'\begin{vmatrix}۱\\۲\end{vmatrix} \in f(x)$

$\Rightarrow ۲=۱+a \Rightarrow a=۱$

۳

$۲(\cos x\cos y-\sin x\sin y)=\cos x\cos y+\sin x\sin y$

$\Rightarrow \cos x\cos y=۳\sin x\sin y \Rightarrow \cot x=۳\tan y$

$\Rightarrow \tan x=\frac{۱}{۳}\cot y \Rightarrow \frac{\cot y}{\tan x}=\frac{۳\tan x}{\tan x}=۳$

۲

$\sin^۴ x-\cos^۴ x=\cos^۲ x-\sin^۲ x+۱$

$\Rightarrow -\cos ۲x=\cos ۲x+۱ \Rightarrow \cos ۲x=-\frac{۱}{۲}$

$\Rightarrow ۲x=۲k\pi\pm\frac{۲\pi}{۳} \Rightarrow x=k\pi\pm\frac{\pi}{۳} \Rightarrow x=\frac{\pi}{۳}, \pi\pm\frac{\pi}{۳}, ۲\pi-\frac{\pi}{۳}$

$\Rightarrow$ جمع ریشه‌ها $=۴\pi$

۴

$f(x)=a(x-۲)^۳+۱ \xrightarrow{(۰,۰)} a=\frac{۱}{۸}$

$\Rightarrow f(x)=\frac{۱}{۸}(x-۲)^۳+۱ \Rightarrow f^{-۱}(x)=۲\sqrt[۳]{x-۱}+۲$

$\lim_{x\to\pm\infty}\frac{\sqrt[۳]{f(x)}}{(f^{-۱}(x))^۳}=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{\sqrt[۳]{\frac{۱}{۸}(x-۲)^۳+۱}}{(۲\sqrt[۳]{x-۱}+۲)^۳}=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{\frac{۱}{۲}x}{۸x}=\frac{۱}{۱۶}$

۲

$(f(۱)=۲, f(x+۱)=f(x)+۳) \Rightarrow f(x)=۳x-۱$

$(g(۱)=۳, g(x+۱)-g(x)=۴x+۳) \Rightarrow g(x)=۲x^۲+x$

$\Rightarrow g'(x)=۴x+۱$

$h(x)=\frac{f(x)}{g'(x)} \Rightarrow h(x)=\frac{۳x-۱}{۴x+۱}$

$\Rightarrow$ مجانب‌ها $\begin{cases}x=-\frac{۱}{۴}\\ y=\frac{۳}{۴}\end{cases}$ نقطهٔ تلاقی مجانب‌ها $\rightarrow A\begin{vmatrix}-\frac{۱}{۴}\\ \frac{۳}{۴}\end{vmatrix}$

۱

$f(x)=\log_۲\frac{(۲x+۱)(۶x+۱)}{(۳x-۱)(۸x-۱)}$

$\Rightarrow \lim_{x\to\pm\infty} f(x)=\log_۲\frac{۱}{۲}=-۱ \Rightarrow y=-۱$

۴

$g(x)=\frac{۱}{x-\sqrt{x}+\sqrt[۳]{x}-\sqrt[۶]{x^۵}} \xrightarrow{x=t^۶} \frac{۱}{t^۶-t^۳+t^۲-t^۵}$

$=\frac{۱}{t^۲(t^۲+t+۱)(t-۱)^۲}$

$\Rightarrow \lim_{x\to۱} g(x)=\lim_{t\to۱}\frac{۱}{t^۲(t^۲+t+۱)(t-۱)^۲}=+\infty$

۴

$\sqrt[۳]{\frac{a}{b}}+\sqrt[۳]{\frac{b}{a}}+(-۳)=۰ \Rightarrow \frac{a}{b}+\frac{b}{a}-۲۷=-۹\sqrt[۳]{\frac{a}{b}}\times\sqrt[۳]{\frac{b}{a}}$

$\Rightarrow \frac{a}{b}+\frac{b}{a}=۱۸ \Rightarrow \frac{a}{b}+\frac{b}{a}+۲=۱۸+۲ \Rightarrow (\sqrt{\frac{a}{b}}+\sqrt{\frac{b}{a}})^۲=۲۰$

$\Rightarrow \sqrt{\frac{a}{b}}+\sqrt{\frac{b}{a}}=۲\sqrt{۵}$

توجه: از رابطهٔ زیر استفاده کردیم:

$x+y+z=۰ \Rightarrow x^۳+y^۳+z^۳=۳xyz$

۳

$(\frac{۴-a}{a})^۳=(\frac{۴}{a}-۱)^۳=(\frac{۴}{\sqrt[۳]{۹}-\sqrt[۳]{۳}+۱}-۱)^۳=(\frac{۴(\sqrt[۳]{۳}+۱)}{۳+۱}-۱)^۳=۳$

۲

$b_n=\frac{۱}{n}(n^۲+۶n+۳۰) \Rightarrow \begin{cases}b_۵=\frac{۲۵+۳۰+۳۰}{۵}=۱۷\\ b_۶=\frac{۳۶+۳۶+۳۰}{۶}=۱۷\end{cases}$

$\Rightarrow b_۵+b_۶=۳۴$

۱

$S_n=a_۱+a_۲+\ldots+a_n=(\sin\frac{\pi}{۲}-\sin\frac{\pi}{۳})+(\sin\frac{\pi}{۳}-\sin\frac{\pi}{۴})+\cdots$

$+(\sin\frac{\pi}{n+۱}-\sin\frac{\pi}{n+۲}) \Rightarrow S_n=\sin\frac{\pi}{۲}-\sin\frac{\pi}{n+۲}$

$\Rightarrow \lim_{n\to+\infty} S_n=۱$

۱

$x_۱(x_۱+x_۲)=-۱۰ \Rightarrow x_۱(-۵)=-۱۰ \Rightarrow x_۱=۲$

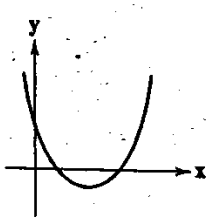
$\Rightarrow ۴+۱۰-۳+m=۰ \Rightarrow m=-۱۱$

۳

$\text{عبارت}=\frac{\alpha^{۱۰}-\beta^{۱۰}-۲\alpha^۸+۲\beta^۸}{\alpha^۹-\beta^۹}=\frac{\alpha^۸(\alpha^۲-۲)-\beta^۸(\beta^۲-۲)}{\alpha^۹-\beta^۹}$

$\xrightarrow{\alpha^۲-۲=۶\alpha\,,\,\beta^۲-۲=۶\beta} \frac{\alpha^۸(۶\alpha)-\beta^۸(۶\beta)}{\alpha^۹-\beta^۹}=\frac{۶(\alpha^۹-\beta^۹)}{\alpha^۹-\beta^۹}=۶$

۱



$\left.\begin{array}{l}a>۰ \Rightarrow m+۲>۰ \Rightarrow m>-۲\\ b<۰ \Rightarrow -۴<۰ \Rightarrow m\in\mathbb{R}\\ c>۰ \Rightarrow m-۱>۰ \Rightarrow m>۱\\ \Delta'>۰ \Rightarrow ۴-(m+۲)(m-۱)>۰ \Rightarrow -۲<m<۲\end{array}\right\} \Rightarrow ۱<m<۲$

$\Rightarrow b-a=۲-۱=۱$

۴

$(x+۱)-(x-۱)-۲(\sqrt[۳]{x}+۱)(\sqrt[۳]{x}-۱)(\sqrt[۳]{x}+۱-\sqrt[۳]{x}+۱)=\sqrt{x^۲-۱}$

$\Rightarrow ۲-۳\sqrt[۳]{x^۲-۱}\times\sqrt[۶]{x^۲-۱}=\sqrt{x^۲-۱} \Rightarrow ۴\sqrt{x^۲-۱}=۲$

$\Rightarrow ۴x^۲-۴=۱ \Rightarrow \begin{cases}x_۱=\frac{\sqrt{۵}}{۲}\\ x_۲=-\frac{\sqrt{۵}}{۲}\end{cases} \Rightarrow x_۱x_۲=-\frac{۵}{۴}=-۱/۲۵$

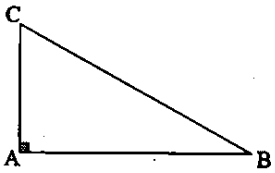
Telegram: @konkur_in

۳۴ فرض کنید:

$\overrightarrow{AB}=\sqrt{۳}(\vec{a}\times\vec{b})$, $\overrightarrow{AC}=\vec{b}-(\vec{a}.\vec{b}).\vec{a}$

$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=۰$

بنابراین زاویه بین $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ برابر $\frac{\pi}{۲}$ است.



$|\overrightarrow{AB}|^۲=۳|\vec{a}\times\vec{b}|^۲=۳|\vec{a}|^۲.|\vec{b}|^۲\times\sin^۲\theta$

$=۳|\vec{b}|^۲\times\sin^۲\theta=۳k^۲\sin^۲\theta$

(θ زاویه بین $\vec{a}$ و $\vec{b}$ ، $|\vec{a}|=۱$ ، $|\vec{b}|=k$)

$|\overrightarrow{AC}|^۲=(\vec{b}-(\vec{a}.\vec{b}).\vec{a}).(\vec{b}-(\vec{a}.\vec{b}).\vec{a})$

$=|\vec{b}|^۲+(\vec{a}.\vec{b})^۲.|\vec{a}|^۲-۲(\vec{a}.\vec{b})^۲=|\vec{b}|^۲-(\vec{a}.\vec{b})^۲$

$=|\vec{b}|^۲-|\vec{b}|^۲\cos^۲\theta=|\vec{b}|^۲\sin^۲\theta=k^۲\sin^۲\theta$

$B\hat{A}C=\frac{\pi}{۲}\Rightarrow BC^۲=۴k^۲\sin^۲\theta$

$\sin\hat{B}=\frac{AC}{BC}=\frac{k\sin\theta}{۲k\sin\theta}=\frac{۱}{۲}$

$\Rightarrow\hat{B}=\frac{\pi}{۶}\Rightarrow\hat{C}=\pi-(\frac{\pi}{۲}+\frac{\pi}{۶})=\frac{\pi}{۳}$

۳۵ فرض کنید:

$\vec{C}=x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k}$ باشد چون $\vec{A}$ ، $\vec{B}$ و $\vec{C}$ در یک صفحه واقع هستند پس دترمینان ضرایب صفر است یعنی:

$$\begin{vmatrix}-۱ & ۱ & ۱\\ ۲ & ۰ & ۳\\ x & y & z\end{vmatrix}=۰\Rightarrow ۳x+۵y-۲z=۰\ (۱)$$

از طرفی بردار $\vec{C}$ و $\vec{B}$ بر هم عمودند پس:

$\vec{C}.\vec{B}=۰\Rightarrow(x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k})(۲\vec{i}+۳\vec{k})=۰\Rightarrow ۲x+۳z=۰\quad(۲)$

و داریم:

$\vec{C}.\vec{A}=-۷۶\Rightarrow(x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k})(-\vec{i}+\vec{j}+\vec{k})=-۷۶$

$\Rightarrow -x+y+z=-۷۶\quad(۳)$

$(۱),(۲),(۳)\Rightarrow x=۳۰, y=-۲۶, z=-۲۰$

بنابراین:

$\vec{C}=۳۰\vec{i}-۲۶\vec{j}-۲۰\vec{k}$

۳۶

$$f(x)=\begin{vmatrix}x-۳ & ۲x^۲-۱۸ & ۳x^۳-۸۱\\ x-۵ & ۲x^۲-۵۰ & ۴x^۳-۵۰۰\\ ۱ & ۲ & ۳\end{vmatrix}$$

$$=\begin{vmatrix}x-۳ & ۲(x-۳)(x+۳) & ۳(x^۳-۲۷)\\ x-۵ & ۲(x-۵)(x+۵) & ۴(x^۳-۱۲۵)\\ ۱ & ۲ & ۳\end{vmatrix}$$

سطر اول از $(x-۳)$ و سطر دوم از $(x-۵)$ و ستون دوم از ۲ فاکتور می‌گیریم بنابراین داریم:

$$f(x)=۲(x-۳)(x-۵)\begin{vmatrix}۱ & x+۳ & ۳(x^۲+۳x+۹)\\ ۱ & x+۵ & ۴(x^۲+۵x+۲۵)\\ ۱ & ۱ & ۳\end{vmatrix}$$

۳۷

$f'(۶)=m_{\Delta}=\frac{۲}{۳}$, $f(۶)=۲$

$g'(x)=\frac{۲f(x)-f'(x)\times۲x}{(f(x))^۲}\Rightarrow g'(۶)=\frac{۲f(۶)-۱۲f'(۶)}{(f(۶))^۲}$

$=\frac{۴-۸}{۴}=\frac{-۴}{۴}=-۱$

۳۸

$\Delta ECF:\frac{x}{x+۲۷}=\frac{۸}{CF}\Rightarrow CF=\frac{۸(x+۲۷)}{x}$

$EF^۲=EC^۲+CF^۲=(x+۲۷)^۲+\frac{۶۴}{x^۲}(x+۲۷)^۲$

$\Rightarrow EF^۲=(x+۲۷)^۲(۱+\frac{۶۴}{x^۲})$

$\Rightarrow(EF^۲)'=۲(x+۲۷)(۱+\frac{۶۴}{x^۲})-\frac{۱۲۸}{x^۳}(x+۲۷)^۲=۰\Rightarrow x=۱۲$

۳۹

$\frac{۱}{a+c}+\frac{۱}{b+c}=\frac{۳}{a+b+c}$

$\Rightarrow\frac{a+b+c}{a+c}+\frac{a+b+c}{b+c}=۳$

$\Rightarrow ۱+\frac{b}{a+c}+۱+\frac{a}{b+c}=۳$

$\Rightarrow b(b+c)+a(a+c)=(a+c)(b+c)$

$\Rightarrow b^۲+bc+a^۲+ac=ba+ac+bc+c^۲\Rightarrow a^۲+b^۲-c^۲=ab$

طرفین را بر $۲ab$ تقسیم می‌کنیم. بنا به قضیه کسینوس‌ها:

$\frac{a^۲+b^۲-c^۲}{۲ab}=\frac{ab}{۲ab}\Rightarrow\cos\hat{C}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow\hat{C}=\frac{\pi}{۳}$

۴۰

$۲\arcsin(\frac{\hat{A}-\hat{B}+\hat{C}}{۲})=۲\arcsin(\frac{\hat{A}+\hat{C}-\hat{B}}{۲})$

$=۲\arcsin(\frac{\pi-\hat{B}-\hat{B}}{۲})=۲\arcsin(\frac{\pi}{۲}-\hat{B})=۲\arccos\hat{B}$

بنا به قضیه کسینوس‌ها

$=۲\arccos\hat{B}=۲ac(\frac{a^۲+c^۲-b^۲}{۲ac})=a^۲+c^۲-b^۲$

۴۱ فرض کنیم a و b طول اضلاع مثلث باشند.

$x^۲-۵x+۳=۰\Rightarrow a+b=۵, a.b=۳$

بنا به قضیه کسینوس‌ها:

$\cos\hat{C}=\frac{a^۲+b^۲-c^۲}{۲ab}$

$\cos\frac{\pi}{۳}=\frac{(a+b)^۲-۲ab-c^۲}{۲ab}=\frac{۲۵-۶-c^۲}{۲\times۳}$

$\Rightarrow\frac{۱}{۲}=\frac{۱۹-c^۲}{۶}\Rightarrow ۱۹-c^۲=۳\Rightarrow c=۴$

$r.R=\frac{S}{P}\times\frac{abc}{۴S}=\frac{abc}{۴P}=\frac{۳\times۴}{۲(۵+۴)}$

$\Rightarrow r.R=\frac{۱۲}{۲\times۹}=\frac{۲}{۳}$

۴۲

$\overrightarrow{AB}=(\vec{i}-۳\vec{j})-(۲\vec{i}+\vec{j})=-\vec{i}-۴\vec{j}$

$\overrightarrow{CD}=(\vec{i}+m\vec{j})-(۳\vec{i}+۲\vec{j})=-۲\vec{i}+(m-۲)\vec{j}$

چون $\overrightarrow{AB}\|\overrightarrow{CD}$ پس:

$\frac{-۱}{-۲}=\frac{-۴}{m-۲}\Rightarrow m=-۶$

www.konkur.in

عملیات سطری: $R_1 \to R_1 - R_3$ و $R_2 \to R_2 - R_1$ را انجام می‌دهیم،

پس داریم:

$$f(x) = 2(x-3)(x-5)\begin{vmatrix} 0 & x+2 & 3(x^2+3x+8) \\ 0 & 2 & x^2+11x+73 \\ 1 & 1 & 3 \end{vmatrix}$$

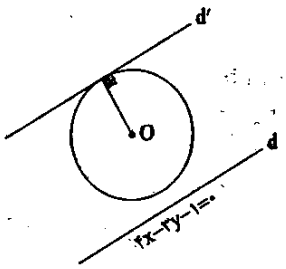
$$= 2(x-3)(x-5)\left[1(x+2)(x^2+11x+73) - 6(x^2+3x+8)\right]$$

بنابراین: $f(1) = 2928$ ، $f(3) = 0$ ، $f(5) = 0$

بنابراین: $f(1).f(3) + f(3).f(5) + f(5).f(1)$

$= f(1)\times 0 + 0\times 0 + 0\times f(1) = 0 = f(3) = f(5)$

۲۰ فرض می‌کنیم معادلهٔ مماس بر دایره به صورت $d' : 4x - 3y + k = 0$ باشد



$$x^2 + y^2 - 4x - 6y - 12 = 0$$

$$\Rightarrow O(2,3) , r = \sqrt{4+9+12} = 5$$

$$r = \frac{|4(2) - 3(3) + k|}{5} = 5 \Rightarrow |8 - 9 + k| = 25 \Rightarrow k - 1 = \pm 25$$

$$\Rightarrow \begin{cases} k = -24 \\ \text{یا} \\ k = 26 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x - 3y - 24 = 0 \\ \text{یا} \\ 4x - 3y + 26 = 0 \end{cases}$$

۲۱ خط d عمودمنصف پاره‌خط AB است. پس معادلهٔ d را می‌نویسیم که شیب آن عکس و قرینه خط گذرنده از AB است و از نقطه وسط پاره‌خط AB می‌گذرد. بنابراین:

$$m_{AB} = \frac{2-0}{4-2} = \frac{2}{2} = 1 \Rightarrow m_d = -1$$

$$M\begin{vmatrix} \frac{4+2}{2} = 3 \\ \frac{2+0}{2} = 1 \end{vmatrix} \Rightarrow M(3,1)$$

$$\Rightarrow d : y - 1 = -1(x-3) \Rightarrow d : y + x = 4$$

۲۲ ابتدا کانون سهمی را به دست می‌آوریم:

$$4y^2 + my - 2x + \frac{3m^2}{64} = 0 \Rightarrow 4(y^2 + \frac{m}{4}y) = 2x - \frac{3m^2}{64}$$

$$\Rightarrow 4((y + \frac{m}{8})^2 - \frac{m^2}{64}) = 2x - \frac{3m^2}{64}$$

$$\Rightarrow 4(y + \frac{m}{8})^2 = 2x + \frac{m^2}{64} \Rightarrow 4(y + \frac{m}{8})^2 = 2(x + \frac{m^2}{128})$$

$$\Rightarrow (y + \frac{m}{8})^2 = \frac{1}{2}(x + \frac{m^2}{128}) \Rightarrow 4a = \frac{1}{2} \Rightarrow a = \frac{1}{8}$$

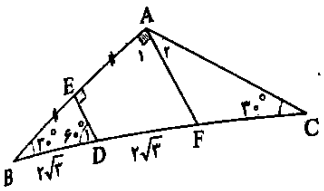
بنابراین رأس سهمی: $S(-\frac{m^2}{128} , \frac{-m}{8}) = (h , k)$

و دهانهٔ آن رو به راست است.

چون کانون سهمی $F(a+h , k) = (\frac{1}{8} - \frac{m^2}{128} , -\frac{m}{8})$ روی محور yها است پس طول کانون برابر صفر است.

یعنی: $\frac{1}{8} - \frac{m^2}{128} = 0 \Rightarrow \frac{1}{8} = \frac{m^2}{128} \Rightarrow m^2 = \frac{128}{8} = 16 \Rightarrow m = \pm 4$

۴



$\overset{\Delta}{ABC} : AB = AC , \hat{A} = 120$

$\Rightarrow \hat{B} = \hat{C} = 30 \Rightarrow \hat{D}_1 = 60$

از A به موازات ED رسم می‌کنیم تا BC را در F قطع کند

بنابراین $\hat{A}_1 = 90$

بنا به قضیه تالس $\frac{BE}{AE} = \frac{BD}{DF} = 1 \Rightarrow BD = DF = 2\sqrt{3}$

$\Rightarrow BF = 4\sqrt{3}$

$\overset{\Delta}{BED} : \hat{B} = 30 \Rightarrow DE = \frac{BD}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \Rightarrow AF = 2\sqrt{3}$

$\overset{\Delta}{AFC} : \hat{A}_2 = \hat{C} = 30 \Rightarrow FC = 2\sqrt{3}$

$\Rightarrow DC = DF + FC = 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$

۴

۱) $\forall n \geq 7 : n! \overset{21}{\equiv} 0 \Rightarrow 1! + 2! + 3! + 4! + 5! + 6! \overset{21}{\equiv} 14$

۲) $2^6 \overset{21}{\equiv} 1 \xrightarrow{\text{به توان } 233} 2^{1398} \overset{21}{\equiv} 1 \xrightarrow{\times 2^5} 2^{1403} \overset{21}{\equiv} 32 \overset{21}{\equiv} 11$

$\Rightarrow 12x \overset{21}{\equiv} 11 \Rightarrow (\underbrace{12}_{3} ; 21) \mid 11 \Rightarrow$

این معادله در مجموعهٔ اعداد صحیح فاقد جواب است.

۱

۱) $5^2 + 1^2 \mid 5^n + 3^n \xrightarrow{\text{به ازای فرد } a^q + b^q \mid a^p + b^p \text{ برقرار است}}$

n باید مضارب فرد ۳ باشد $\Rightarrow$ باید $\frac{n}{3}$ فرد باشد

$\Rightarrow n = 3(2k+1) = 6k + 3 \Rightarrow$ بزرگ‌ترین عدد ۲رقمی قابل قبول $\xrightarrow{k=16} n = 99$

۲) $3^4 + 1^4 \mid 3^m - 3^m \xrightarrow{\text{به ازای زوج } a^q + b^q \mid a^p - b^p \text{ برقرار است}}$

m باید مضارب زوج ۴ باشد $\Rightarrow$ باید $\frac{m}{4}$ زوج باشد

$\Rightarrow m = 4(2k') = 8k' \Rightarrow$ بزرگ‌ترین عدد ۲رقمی قابل قبول $\xrightarrow{k'=12} m = 96$

$\begin{cases} n = 99 \\ m = 96 \end{cases} \Rightarrow 96! \overset{97}{\equiv} ?$

$97! \overset{97}{\equiv} 0 \Rightarrow 97! \overset{97}{\equiv} -97 \xrightarrow{+97} 96! \overset{97}{\equiv} -1 \overset{97}{\equiv} 96$

$\Rightarrow r = 96 \Rightarrow$ جمع ارقام $= 9 + 6 = 15$

۳

$19x \overset{209}{\equiv} 342 \xrightarrow[(19,209)=19]{+19} x \overset{11}{\equiv} 18 \overset{11}{\equiv} 7$

$\xrightarrow{\text{توان } 2} x^2 \overset{11}{\equiv} 49 \overset{11}{\equiv} 5 \xrightarrow{\times 4} 4x^2 \overset{11}{\equiv} 20 \overset{11}{\equiv} 9$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲

الف) در هر گراف C_n بین دو رأس متمایز، ۲ مسیر وجود دارد.

ب) $q_G + q_{\bar{G}} = \binom{p}{2} = \frac{p(p-1)}{2}$

ج) ۴ نوع گراف۲ ـ منتظم از مرتبهٔ ۹ یافت می‌شود.

۱)

۲)

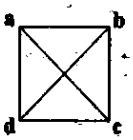
۳)

۴)

د) تعداد رئوس درجهٔ فرد در هر گراف، عددی زوج است.

بنابراین فقط ۲ مورد از گزاره‌های داده شده درست است.

۱



مسیرها	تعداد	طول مسیر
ab	۱	۱
adb	۲	۲
acb		
acdb	۲	۳
adcb		

$\Rightarrow$ کل مسیرها $= ۵ \Rightarrow m = ۵$

در گراف P_5 بین هر دو رأس متمایز فقط یک مسیر به طول حداقل یک وجود دارد:

$\Rightarrow$ تعداد مسیرها به طول حداقل ۱ $= \binom{۵}{۲} = ۱۰$

۴ برای احاطه کردن این گراف با حداقل رأس باید یک رأس از رئوس بالا و یک رأس از رئوس پایین انتخاب نمود. بنابراین تعداد مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمم این گراف برابر است با:

$$\binom{۳}{۱}\binom{۳}{۱} = ۹ \Rightarrow n = ۹$$

برای افراز کردن یک مجموعهٔ ۹ عضوی به ۲ گروه، حالت‌های زیر قابل قبول است:

۱) $۱, ۸ \Rightarrow \binom{۹}{۱}\binom{۸}{۸} = ۹$

۲) $۲, ۷ \Rightarrow \binom{۹}{۲}\binom{۷}{۷} = ۳۶$

۳) $۳, ۶ \Rightarrow \binom{۹}{۳}\binom{۶}{۶} = ۸۴$

۴) $۴, ۵ \Rightarrow \binom{۹}{۴}\binom{۵}{۵} = ۱۲۶$

$\Rightarrow$ کل حالات $= ۲۵۵$

۲ شرط داشتن جواب $\Rightarrow |۹(m, ۲۰)$:

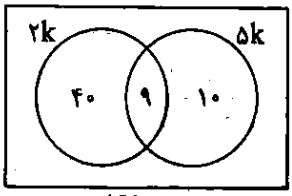
بنابراین m نباید بر ۲ و نه بر ۵ بخش‌پذیر باشد.

زیرا در این صورت حاصل $(m, ۲۰)$ عددی خواهد شد که ۹ را عاد نمی‌کند

۱) $\left[\frac{۹۹}{۲}\right] = ۴۹$

۲) $\left[\frac{۹۹}{۵}\right] = ۱۹ \Rightarrow$

۳) $\left[\frac{۹۹}{۱۰}\right] = ۹$



$|S| = ۹۹$

$\Rightarrow |A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| = ۵۹$

۲ ضریب جمله $a^۲b^۳c^۲$: $\frac{۷!}{۲! \times ۳! \times ۲!} = ۲۱۰$

تعداد جملات $(a+b+c+d)^۷ = \binom{۱۰}{۳} = ۱۲۰$

۳ تعداد حالاتی که ۵ نفر از یک درب به طور متوالی خارج می‌شوند برابر $۵!$ است که در نصف حالات a بعد از b خارج شده است. پس کل حالت قابل قبول $\frac{۵!}{۲!}$ است.

حال اگر بخواهیم a بلافاصله بعد از b خارج شود، a و b را به هم گره می‌زنیم و یک نفر در نظر می‌گیریم پس داریم:

$(ab)cde \Rightarrow ۴!$

$\Rightarrow$ مطلوب مسئله $\frac{۴!}{\frac{۵!}{۲!}} = \frac{۲۴}{۶۰} = \frac{۲}{۵}$

۱ $(p \wedge \sim p)$ همواره نادرست است. پس $p \Rightarrow q$ باید درست باشد یعنی یکی از حالت‌های زیر رخ داده است:

۱) $\begin{cases} p = T \\ q = T \end{cases}$ ۲) $\begin{cases} p = F \\ q = F \end{cases}$

۳) $\begin{cases} p = F \\ q = T \end{cases}$

الف) $\sim p \vee q \equiv p \Rightarrow q \equiv \sim q \Rightarrow \sim p$: این گزاره در هر سه حالت بالا درست خواهد بود.

ب) $p \wedge q$: این گزاره فقط در حالت ۱ درست است پس همواره درست نیست.

ج) $\sim p \wedge q$: این گزاره فقط در حالت ۳ درست است پس همواره درست نیست.

د) $p \Rightarrow q$: این گزاره در حالت ۳ نادرست است پس همواره درست نیست.

بنابراین فقط یک مورد از موارد گفته شده همواره صحیح است.

۴ اگر داده‌ها را ۴ برابر کنیم، واریانس باید ۱۶ برابر شود، ولی چون واریانس تغییر نکرده پس صفر بوده است و این یعنی همهٔ داده‌ها برابرند و دامنهٔ تغییرات داده‌ها صفر است.

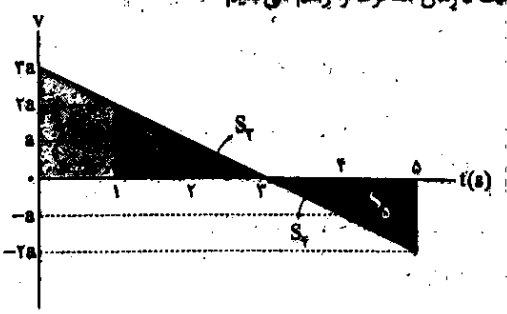
۳ با توجه به ویژگی‌های سهمی داریم:

$$t_s = \frac{-v_۰}{a} \Rightarrow ۲ = -\frac{v_۰}{a} \Rightarrow v_۰ = -۲a$$

حال معادلهٔ سرعت ـ زمان این متحرک را می‌نویسیم:

$$v = at + v_۰ \xrightarrow{v_۰ = -۲a} v = at - ۲a \Rightarrow v = a(t-۲)$$

حال نمودار سرعت ـ زمان متحرک را رسم می‌کنیم:



Telegram: @konkur_in

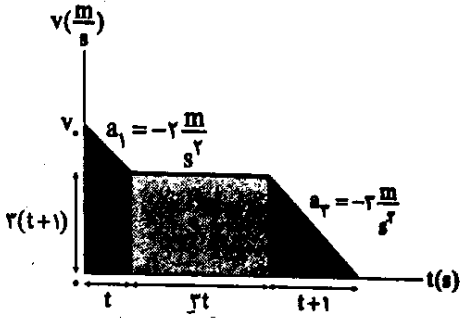
www.konkur.in

بنابراین نسبت خواسته‌شده برابر است با:

$$\frac{1}{|\Delta x|}=\frac{S_1+S_2+S_3+S_4+S_5}{S_1+S_2+S_3-S_4-S_5}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{|\Delta x|}=\frac{2/5a+1/5a+0/5a+0/5a+1/5a}{2/5a+1/5a+0/5a-0/5a-1/5a}=\frac{6/5}{2/5}=\frac{12}{5}$$

۳ ابتدا نمودار سرعت ـ زمان حرکت را رسم می‌کنیم:



مساحت زیر نمودار در مراحل (۲) و (۳) برابر است با:

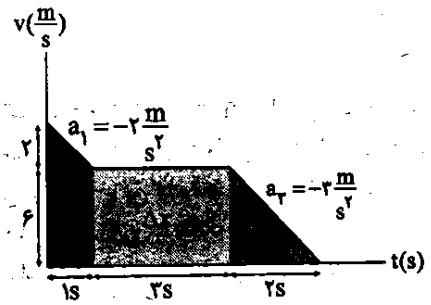
$$S_2=\Delta x_2=3t\times 3(t+1)$$

$$S_3=\Delta x_3=\frac{(t+1)\times 3(t+1)}{2}$$

طبق اطلاعات داده‌شده در سؤال داریم: $\Delta x_2=3\Delta x_3$

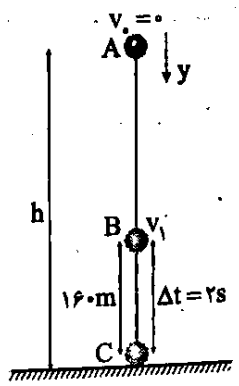
$$\Rightarrow 3t\times 3(t+1)=3\times\frac{(t+1)\times 3(t+1)}{2}\Rightarrow t=\frac{t+1}{2}\Rightarrow t=1s$$

حال نمودار را مجدداً ترسیم کرده و مساحت زیر نمودار را به دست می‌آوریم:



$$\begin{cases}\Delta x_1=\frac{8+6}{2}\times 1=7m\\ \Delta x_2=3\times 6=18m\\ \Delta x_3=\frac{2\times 6}{2}=6m\end{cases}\Rightarrow \Delta x_t=7+18+6=31m$$

۱ جهت مثبت محور را به سمت پایین در نظر گرفته و ارتفاع h را برای گلولهٔ A به دست می‌آوریم:



برای قسمت BC: $\Delta y=\frac{1}{2}g\Delta t^2+v_1\Delta t$

$$\Rightarrow 160=\frac{1}{2}\times 10\times 2^2+v_1\times 2$$

$$\Rightarrow v_1=70\frac{m}{s}$$

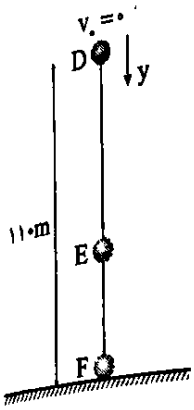
برای قسمت AB: $v_1^2-v_0^2=2g\Delta y$

$$\Rightarrow (70)^2-0^2=2\times 10\times\Delta y_{AB}$$

$$\Rightarrow \Delta y_{AB}=245m$$

$$h=245+160=405m$$

ارتفاع رها شدن گلوله B $=h-295=110m$



برای قسمت DE: $v^2-v_0^2=2g\Delta y$

$$\Rightarrow (20\sqrt{3})^2-0=2\times 10\times\Delta y$$

$$\Rightarrow \Delta y=60m$$

ارتفاع از سطح زمین $=110-60=50m$

۱ تمام عبارت‌های داده‌شده صحیح هستند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) متحرک در لحظات t_2 و t_3 تغییر جهت داده و در لحظهٔ t_1 بردار مکان متحرک تغییر جهت داده است. (✓)

دقت کنید: مکان در لحظهٔ t_3 صفر است، ولی بردار مکان در این لحظه تغییر جهت نداده، چون هم قبل و هم بعد از این لحظه مکان متحرک، مثبت است.

ب) متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا t_1 در مکان‌های منفی حرکت می‌کند که در این مدت‌زمان چون نمودار صعودی است، پس شیب آن یعنی سرعت، مثبت است و از طرفی شیب در حال کاهش است، پس حرکت، کندشونده است.

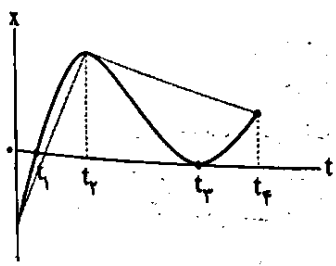
ج) در لحظات t_2 و t_3 سرعت متحرک، صفر است، پس در این بازهٔ زمانی، شتاب متوسط متحرک، صفر است.

$$\begin{cases}t_1\to v_2=0\\ t_2\to v_2=0\end{cases}\Rightarrow |\vec{a}_{av}|_1=0$$

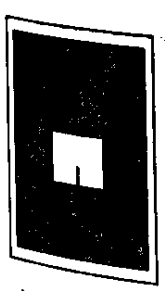
$$\begin{cases}t_1\to v_1\neq 0\\ t_2\to v_3=0\end{cases}\Rightarrow |\vec{a}_{av}|_2>0$$

$$\Rightarrow |\vec{a}_{av}|_2>|\vec{a}_{av}|_1$$

د) در نمودار مکان ـ زمان، شیب خط واصل برابر سرعت متوسط است و همان‌طور که از شکل پیداست، شیب خط واصل در بازهٔ زمانی صفر تا t_2 بزرگ‌تر از بازهٔ زمانی t_2 تا t_4 است.



۲ نیروهای وارد بر وزنه را رسم می‌کنیم:



حالت اول: $F_e=m(g\pm|a|)\xrightarrow[\text{به سمت پایین}]{\text{کندشونده}}F_e=m(g+|a|)$

$$\Rightarrow F_{e_1}=m(10+4)\Rightarrow F_{e_1}=14m$$

حالت دوم: $F_e=m(g\pm|a|)\xrightarrow[\text{به سمت پایین}]{\text{جهت شتاب}}F_e=m(g-|a|)$

$$\Rightarrow F_{e_2}=m(10-2)\Rightarrow F_{e_2}=8m$$

Telegram: @konkur_in

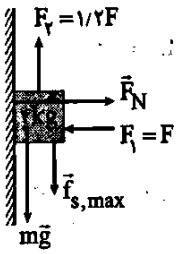
www.konkur.in

بنابراین:

$$\frac{F_{e_1}}{F_{e_2}}=\frac{k\Delta x_1}{k\Delta x_1}\Rightarrow\frac{14m}{8m}=\frac{57-L_0}{54-L_0}\Rightarrow\frac{7}{4}=\frac{57-L_0}{54-L_0}$$

$$\Rightarrow 7\times54-7L_0=4\times57-4L_0\Rightarrow 3L_0=150\Rightarrow L_0=50cm$$

۳ چون جسم در آستانهٔ حرکت به سمت بالا است، پس نیروی اصطکاک بین جسم و سطح از نوع اصطکاک ایستایی بیشینه است و اصطکاک $f_{s,max}$ و به سمت پایین می‌باشد:



در راستای افقی: $F_{net}=0\Rightarrow F_N=F_1=F$

در راستای قائم: $F_{net}=0$

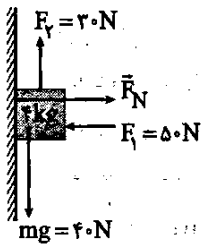
$\Rightarrow F_2=mg+f_{s,max}$

$\Rightarrow 1/2F=40+0/4F$

$\Rightarrow 0/8F=40\Rightarrow F=50N$

بنابراین اندازهٔ نیروی $\vec{F}_1$ برابر با ۵۰N و اندازهٔ نیروی $\vec{F}_2$ برابر با ۶۰N است.

در حالت دوم نیروی F_2 نصف شده است، بنابراین:

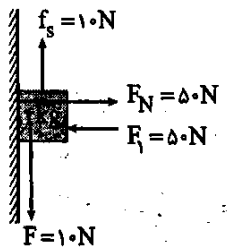


در راستای افقی: $F_{net}=0$

$\Rightarrow F_1=F_N\Rightarrow F_N=50N$

$f_{s,max}=50\times0/4=20N$

در این حالت برایند نیروهای $\vec{F}_2$ و $m\vec{g}$ برابر ۱۰N به سمت پایین است که چون کم‌تر از $f_{s,max}$ است، پس جسم ساکن می‌ماند و نیروی اصطکاک آن ۱۰N به سمت بالا است.

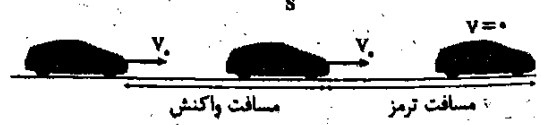


بنابراین بزرگی نیرویی که از طرف دیوار به جسم وارد می‌شود، برابر است با:

$$R=\sqrt{F_N^2+f_s^2}=\sqrt{50^2+10^2}=10\sqrt{26}N$$

۲ می‌دانیم در مدت ترمز تنها نیروی وارد بر خودرو اصطکاک است، پس شتاب این قسمت از رابطهٔ $a=-g\mu_k$ به دست می‌آید:

$$a=-g\mu_k=-10\times0/4=-4\frac{m}{s^2}$$



$$\begin{cases}\Delta x_1=v_0\times\Delta t_1\\ \Delta x_1=v_0\times0/5=\frac{v_0}{2}\end{cases}\qquad\begin{cases}\Delta x_2=\frac{-v_0^2}{2a}\\ \Delta x_2=\frac{-v_0^2}{2\times(-4)}=\frac{v_0^2}{8}\end{cases}$$

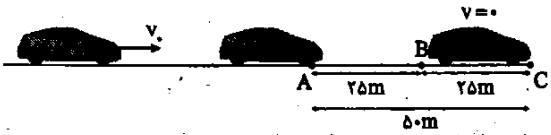
مسافت توقف: $\Delta x=\Delta x_1+\Delta x_2$

$$\Rightarrow 60=\frac{v_0}{2}+\frac{v_0^2}{8}\Rightarrow 480=4v_0+v_0^2\Rightarrow v_0^2+4v_0-480=0$$

$$(v_0-20)(v_0+24)=0\Rightarrow\begin{cases}v_0=20\frac{m}{s} & (\checkmark)\\ v_0=-24\frac{m}{s} & (\times)\end{cases}$$

مسافت ترمز: $\Delta x_2=\frac{v_0^2}{8}=\frac{(20)^2}{8}=50m$

حال تندی را در لحظه‌ای که نصف مسافت ترمز طی شده، به دست می‌آوریم:



برای قسمت BC: $v_C^2-v_B^2=2a\Delta x$

$$\Rightarrow 0^2-v_B^2=2\times(-4)\times25\Rightarrow v_B=10\sqrt{2}\frac{m}{s}$$

بزرگی تکانهٔ راننده در نقطهٔ B برابر است با:

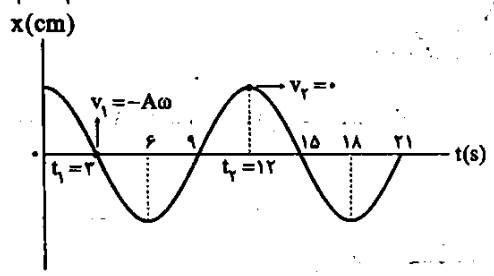
$$p=mv=100\times10\sqrt{2}=1000\sqrt{2}\frac{kg.m}{s}$$

۳ مسیر مشخص‌شده در نمودار $\frac{3T}{2}$ می‌باشد، پس:

$$\frac{3T}{2}=18\Rightarrow T=12s\Rightarrow\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{12}\Rightarrow\omega=\frac{\pi}{6}(\frac{rad}{s})$$

لحظه‌های t_1 و t_2 را روی نمودار مشخص کرده و سرعت را در این لحظات به دست می‌آوریم:

$$\frac{T}{4}=\frac{12}{4}=3s$$



$$a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{0-(-A\omega)}{12-3}\Rightarrow a_{av}=\frac{A\omega}{9}$$

$$\xrightarrow[\omega=\frac{\pi}{6}(\frac{rad}{s})]{a_{av}=\frac{\pi}{90}(\frac{m}{s^2})}\frac{\pi}{90}=\frac{A\times\frac{\pi}{6}}{9}\Rightarrow A=0/6m$$

در نقطهٔ بازگشت، انرژی پتانسیل بیشینه و برابر انرژی مکانیکی است، بنابراین:

$$U_m=E=\frac{1}{2}m\omega^2A^2$$

$$\Rightarrow U_m=\frac{1}{2}\times4\times(\frac{\pi}{6})^2\times(0/6)^2=2\pi^2\times10^{-2}J\Rightarrow U_m=20\pi^2(mJ)$$

۲

$$\begin{cases}g=\frac{GM_e}{(R_e+h)^2}\Rightarrow\frac{g_2}{g_1}=(\frac{R_e+h_1}{R_e+h_2})^2=(\frac{R_e}{R_e+R_e})^2=\frac{1}{4}\\ L_2=L_1-\frac{36}{100}L_1=\frac{64}{100}L_1\Rightarrow\frac{L_2}{L_1}=\frac{16}{25}\end{cases}$$

بنابراین:

$$T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}\Rightarrow\frac{T_1}{T_2}=\sqrt{\frac{L_1}{L_2}\times\frac{g_2}{g_1}}\Rightarrow\frac{T_1}{T_2}=\sqrt{\frac{25}{16}\times\frac{1}{4}}\Rightarrow\frac{T_1}{T_2}=\frac{5}{8}$$

در نتیجه:

$$\Delta t=t(\frac{T_1}{T_2}-1)\Rightarrow\Delta t=120\times(\frac{5}{8}-1)$$

$$\Rightarrow\Delta t=120\times(-\frac{3}{8})\Rightarrow\Delta t=-45min$$

پس ساعت ۴۵ دقیقه عقب می‌افتد.

Telegram: @konkur_in

۴ بررسی گزینه‌ها:

(۱) $\frac{\Delta\lambda}{۴}=۲۵۰cm\Rightarrow\lambda=۲۰۰cm=۲m$

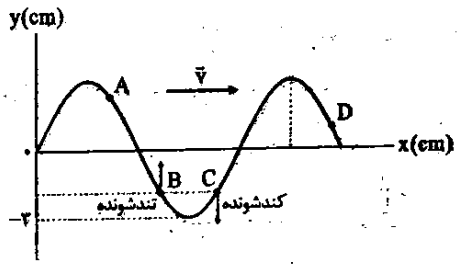
با توجه به این‌که موج در هر دوره مسافت λ را طی می‌کند، داریم:

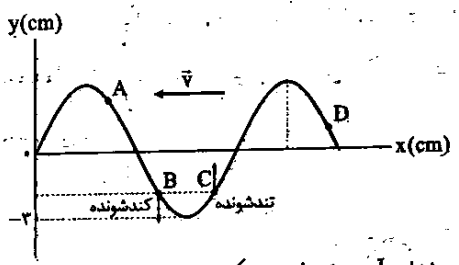
$$\frac{T}{\Delta t}\Big|\frac{۲}{۳}\Rightarrow\Delta t=\frac{۳T}{۲}$$

می‌دانیم که ذرات در هر $\frac{T}{۲}$ مسافت $۲A$ را طی می‌کنند.

$$\Delta x=۳\times۲A=۶A=۶\times۳=۱۸cm\quad(\checkmark)$$

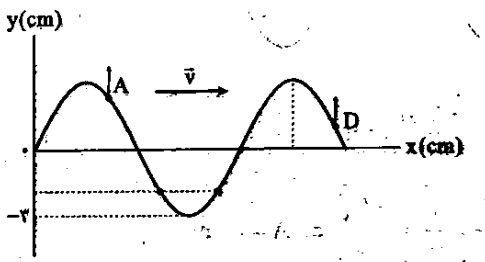
(۲) چون دو ذرهٔ B و C در یک مکان قرار دارند، پس تندی آن‌ها با هم برابر است. چون جهت انتشار موج در سؤال داده نشده است، پس دو حالت امکان‌پذیر است که در هر دو حالت حرکت یکی از ذرات تندشونده و دیگری کندشونده است. (✓)



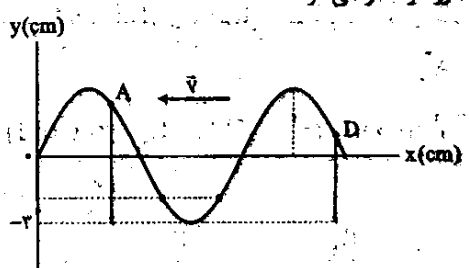


(۳) مکان ذرهٔ A مثبت و شتاب آن منفی است. (✓)

(۴)



در این حالت تندی A زودتر صفر می‌شود.



در این حالت تندی D زودتر صفر می‌شود.

بنابراین بستگی به جهت انتشار موج دارد. (*)

۲ تندی موج طولی را با v_1 و موج عرضی را با v_2 نشان می‌دهیم. می‌دانیم که تندی موج طولی بیشتر است $(v_1>v_2)$ و مدت‌زمان رسیدن آن به پای عقرب کم‌تر می‌باشد $(t_1<t_2)$، بنابراین:

$$v_1=v_2+۶۰\ ,\ t_2-t_1=۳\times۱۰^{-۳}$$

$$\Delta t=\frac{\Delta x}{v}\Rightarrow\begin{cases}\text{موج طولی}: t_1=\frac{۰/۲}{v_1}=\frac{۰/۲}{v_2+۶۰}\\ \text{موج عرضی}: t_2=\frac{۰/۲}{v_2}\end{cases}$$

$$\Delta t=t_2-t_1\Rightarrow۳\times۱۰^{-۳}=۰/۲\left(\frac{۱}{v_2}-\frac{۱}{v_2+۶۰}\right)$$

$$\Rightarrow\frac{۳}{۲۰۰}=\frac{۶۰}{v_2(v_2+۶۰)}\Rightarrow۴۰۰۰=v_2^2+۶۰v_2$$

$$\Rightarrow v_2^2+۶۰v_2-۴۰۰۰=۰\Rightarrow\begin{cases}v_2=۴۰\frac{m}{s}\quad(\checkmark)\\ v_2=-۱۰۰\frac{m}{s}\quad(\times)\end{cases}$$

$$v_1=v_2+۶۰\Rightarrow v_1=۴۰+۶۰\Rightarrow v_1=۱۰۰\frac{m}{s}$$

۴ فاصلهٔ بین جبهه‌های موج برابر λ است، پس:

$$\begin{cases}\lambda_1=۰/۵\mu m\\ \lambda_2=۰/۸\mu m\end{cases}$$

ضریب شکست با طول موج رابطهٔ عکس دارد، پس:

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1}=\frac{n_1}{n_2}\Rightarrow\frac{۰/۸}{۰/۵}=\frac{n_1}{n_2}\Rightarrow n_1=\frac{۸}{۵}n_2$$

$$n_1-n_2=۰/۹\Rightarrow\frac{۸}{۵}n_2-n_2=۰/۹\Rightarrow n_2=\frac{۳}{۲}\Rightarrow n_1=\frac{۱۲}{۵}$$

دقت کنید: برای محاسبهٔ زاویه‌ها زمانی که جبههٔ موج ترسیم شده است، زاویهٔ خود جبهه با مرز را در رابطه قرار دهید و کاری به خط عمود نداشته باشید، پس در محیط (۲) زاویهٔ شکست ۵۳° است، نه ۳۷°.

$$\theta_2=۹۰^\circ-۳۷^\circ=۵۳^\circ$$

با توجه به قانون شکست اسنل داریم:

$$n_1\sin\theta_1=n_2\sin\theta_2$$

$$\Rightarrow\frac{۱۲}{۵}\times\sin\theta=\frac{۳}{۲}\times\sin۵۳^\circ\Rightarrow\sin\theta=\frac{۱}{۲}\Rightarrow\theta=۳۰^\circ$$

$$f=\frac{v}{\lambda}\xrightarrow{v=\frac{c}{n}}f=\frac{c}{n\lambda}$$

$$f_1=\frac{۳\times۱۰^۸}{\frac{۱۲}{۵}\times۰/۵\times۱۰^{-۶}}=۲/۵\times۱۰^{۱۴}Hz$$

۳ اختلاف بسامد دو هماهنگ متوالی یک تار برابر بسامد اصلی آن است.

$$f_1=۸۷۵-۷۵۰=۱۲۵Hz\Rightarrow f_1=\frac{v}{۲L}\Rightarrow۱۲۵=\frac{v}{۲\times۰/۸}\Rightarrow v=۲۰۰\frac{m}{s}$$

با توجه به رابطهٔ تندی انتشار موج عرضی در تار داریم:

$$v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}\xrightarrow{\mu=\frac{m}{L}}v=\sqrt{\frac{FL}{m}}$$

$$\Rightarrow۲۰۰=\sqrt{\frac{F\times۰/۸}{۵۶۰\times۱۰^{-۶}}}\Rightarrow۴\times۱۰^۴=\frac{F\times۱۰^۴}{۷}\Rightarrow F=۲۸N$$

۳

$$P=\frac{E}{\Delta t}\xrightarrow{E=nhf}P=\frac{nhf}{\Delta t}\Rightarrow hf=\frac{P\Delta t}{n}$$

$$\Rightarrow hf=\frac{۴۰\times۶۰}{۳\times۱۰^{۲۱}}=۸\times۱۰^{-۱۹}J=\frac{۸\times۱۰^{-۱۹}}{۱/۶\times۱۰^{-۱۹}}=۵eV$$

بنابراین: $hf=K_{max}+W_0\Rightarrow۵=K_{max}+۳\Rightarrow K_{max}=۲۵V$

۲ شعاع مدار ۷۵٪ کاهش یافته است، پس:

$$r'=r-\frac{۷۵}{۱۰۰}r\Rightarrow r'=\frac{۱}{۴}r$$

$$r=n^۲a_0\Rightarrow\frac{r'}{r}=\left(\frac{n'}{n}\right)^۲\Rightarrow\frac{۱}{۴}=\left(\frac{n'}{n}\right)^۲\Rightarrow n'=\frac{۱}{۲}n$$

www.konkur.in

در این گذار شمارهٔ مدار نصف شده است که سه حالت امکان دارد:

۱) $n=۶\rightarrow n'=۳\rightarrow$ فروسرخ

۲) $n=۴\rightarrow n'=۲\rightarrow$ مرئی

۳) $n=۲\rightarrow n'=۱\rightarrow$ فرابنفش

با توجه به این‌که گسیل انجام‌شده در ناحیهٔ فروسرخ است، پس حالت (۱) رخ داده است.

$$\frac{۱}{\lambda}=R\left(\frac{۱}{n'^۲}-\frac{۱}{n^۲}\right)\Rightarrow\frac{۱}{\lambda}=\frac{۱}{۱۰۰}\times\left(\frac{۱}{۳^۲}-\frac{۱}{۶^۲}\right)$$

$$\Rightarrow\frac{۱}{\lambda}=\frac{۳}{۳۶۰۰}\Rightarrow\lambda=۱۲۰۰\,nm$$

۴ با توجه به نمودار تعداد نوترون‌های U برابر ۱۴۶ است، بنابراین:

$$\begin{cases}A_U=۲۳۸\\N_U=۱۴۶\end{cases}\Rightarrow Z_U=A_U-N_U=۲۳۸-۱۴۶=۹۲$$

عدد اتمی U و B برابر است، بنابراین برای B داریم:

$$\begin{cases}Z_B=۹۲\\N_B=۱۱۸\end{cases}\Rightarrow A_B=Z_B+N_B=۹۲+۱۱۸=۲۱۰$$

چون هسته‌های A و B روی خط عمود بر نیمساز قرار دارند، پس عدد جرمی یکسان دارند، بنابراین:

$$A_A=۲۱۰$$

$$\begin{cases}Z_A=x\\N_A=۱/۵x\\A_A=۲۱۰\end{cases}$$

$$\Rightarrow A=Z+N\Rightarrow ۲۱۰=۲/۵x\Rightarrow x=۸۴\Rightarrow Z_A=۸۴$$

حال معادلهٔ واکنش را می‌نویسیم:

$${}^{۲۳۸}_{۹۲}U\Rightarrow m\,{}^{۴}_{۲}\alpha+n\,{}^{۰}_{-۱}e+{}^{۲۱۰}_{۸۴}A$$

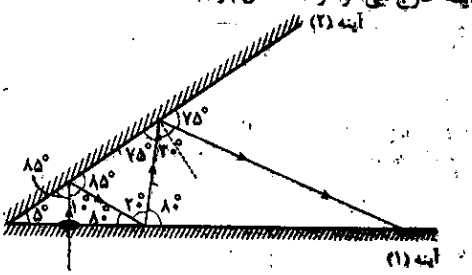
موازنهٔ عدد جرمی: $۲۳۸=۴m+۲۱۰\Rightarrow m=۷$

موازنهٔ عدد اتمی: $۹۲=۷\times۲-n+۸۴\Rightarrow n=۶$

بنابراین:

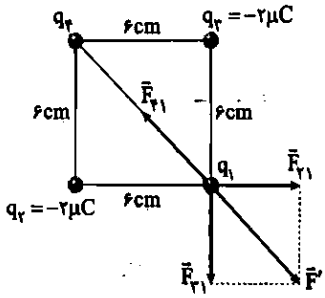
$$۲m+n=۲\times۷+۶=۲۰$$

۴ اگر به مسیر پرتو در چند بازتاب اول دقت کنید، متوجه می‌شوید در بازتابش اول، زاویهٔ پرتو بازتابش با آینه ۸۵°، در بازتابش سوم ۷۵°، در بازتابش پنجم ۶۵°، در بازتابش هفتم ۵۵°، در بازتابش نهم ۴۵°، بازتابش یازدهم ۳۵°، بازتابش سیزدهم ۲۵°، بازتابش پانزدهم ۱۵° و بازتابش هفدهم ۵° است، سپس این پرتو از میان دو آینه خارج می‌شود و تعداد کل بازتاب‌ها ۱۷ است.



زاویهٔ بین پرتو بازتاب سوم و سطح آینهٔ (۲)، ۷۵ درجه است.

۱ چون بارها بر روی رئوس یک مربع قرار دارند و نیروی الکتریکی همواره در راستای خط واصل دو بار قرار دارد، پس نیرویی که بار $q_۴$ به بار $q_۱$ وارد می‌کند، باید بر روی نیمساز قرار گیرد، به همین دلیل برای تعادل بار $q_۱$ الزاماً باید نیروهای $\vec{F}_{۲۱}$ و $\vec{F}_{۳۱}$ هم‌اندازه باشند تا نیروی برایند آن‌ها وسط آن‌ها قرار گیرد، پس باید بار $q_۴$ برابر با $-۲\mu C$ باشد. به شکل زیر دقت کنید:



$$F_{۲۱}=\frac{k|q_۱||q_۲|}{r_{۲۱}^۲}=\frac{۹\times۲\times۲}{۶^۲}=۱\,N\Rightarrow F_{۲۱}=F_{۳۱}=۱\,N$$

$$F'=\sqrt{۲}F_{۲۱}=۱\sqrt{۲}\,N$$

بار $q_۱$ در تعادل است، بنابراین:

$$F_{۴۱}=F'\Rightarrow F_{۴۱}=۱\sqrt{۲}\,N$$

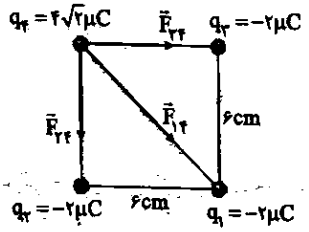
در نتیجه:

$$F_{۴۱}=\frac{k|q_۱||q_۴|}{r_{۴۱}^۲}\Rightarrow۱\sqrt{۲}=\frac{۹\times|q_۴|\times۲}{(۶\sqrt{۲})^۲}\Rightarrow|q_۴|=۴\sqrt{۲}\,\mu C$$

چون نیروی $F_{۴۱}$ از نوع جاذبه است، پس $q_۴$ و $q_۱$ ناهمنام هستند، بنابراین:

$$q_۴=+۴\sqrt{۲}\,\mu C$$

حال نیروی خالص وارد بر $q_۴$ را به دست می‌آوریم:



$$F_{۲۴}=F_{۲۴}=k\frac{|q_۲||q_۴|}{r_{۲۴}^۲}=\frac{۹\times۴\sqrt{۲}\times۲}{۶^۲}=۲۰\sqrt{۲}\,N$$

$$F_{۱۴}=F_{۴۱}=۱۰\sqrt{۲}\,N$$

بزرگی برایند نیروهای $\vec{F}_{۲۴}$ و $\vec{F}_{۲۴}$ برابر است با:

$$F'=F_{۲۴}\sqrt{۲}=۲۰\sqrt{۲}\times\sqrt{۲}=۴۰\,N$$

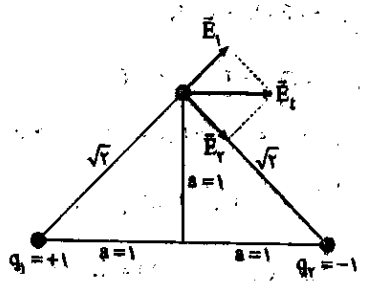
بنابراین بزرگی نیروی خالص وارد بر بار $q_۴$ برابر است با:

$$F_{net}=F_{۱۴}+F'\Rightarrow F_{net}=۱۰\sqrt{۲}+۴۰$$

$$\xrightarrow{\sqrt{۲}=۱/۴}F_{net}=۱۰\times۱/۴+۴۰\Rightarrow F_{net}=۵۴\,N$$

۲ نسبت بزرگی دو میدان خواسته شده، پس نیازی به نوشتن k نیست، چون از صورت و مخرج خط می‌خورد. از طرفی چون اندازهٔ هر دو بار، یکسان است به جای بارها هم عدد یک قرار می‌دهیم و به جای a هم عدد یک قرار می‌دهیم.

حالت (۱):



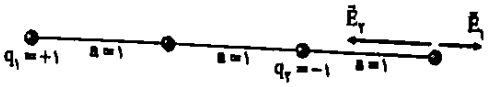
$$E_۱=E_۲=\frac{k|q|}{r^۲}=\frac{۱\times۱}{(\sqrt{۲})^۲}=\frac{۱}{۲}$$

$$E_t=E_۱\sqrt{۲}=\frac{۱}{۲}\times\sqrt{۲}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

حالت (۲):

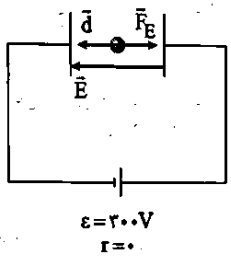


$$\begin{cases} E_1=\dfrac{k|q_1|}{r_1^2}=\dfrac{1\times1}{3^2}=\dfrac{1}{9} \\ E_2=\dfrac{k|q_2|}{r_2^2}=\dfrac{1\times1}{1^2}=1 \end{cases} \Rightarrow E_t=E_2-E_1=1-\frac{1}{9}=\frac{8}{9}$$

بنابراین نسبت خواسته‌شده برابر است با:

$$\frac{E_{t_1}}{E_{t_2}}=\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{8}{9}}=\frac{9\sqrt{2}}{16}$$

۲ چون ذره در هنگام رسیدن به صفحهٔ منفی متوقف شده است پس حرکت آن غیر خودبه‌خودی بوده است، پس بار، منفی است.



بزرگی میدان الکتریکی بین صفحات خازن برابر است با: $E=\dfrac{V}{d}=\dfrac{200}{d}$

از طرفی طبق قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی داریم:

$$W_E=\Delta K \Rightarrow |q|Ed\cos180^\circ=\frac{1}{2}m(v_2^2-v_1^2)$$

$$\Rightarrow |q|\times\frac{200}{d}\times d\times(-1)=\frac{1}{2}\times12\times10^{-6}\times(0^2-10^2)$$

$$\Rightarrow |q|=2\times10^{-6}C \Rightarrow |q|=2\mu C \Rightarrow q=-2\mu C$$

۳ ابتدا ظرفیت خازن را بعد از گذاشتن دی‌الکتریک به دست می‌آوریم:

$$C=\frac{\kappa\varepsilon.A}{d} \Rightarrow \frac{C_2}{C_1}=\frac{\kappa_2}{\kappa_1}=\frac{2/5}{1} \Rightarrow C_2=2/5C_1$$

چون خازن به باتری وصل است، پس اختلاف پتانسیل دو سر آن ثابت می‌ماند، بنابراین:

$$Q=CV \Rightarrow \frac{Q_2}{Q_1}=\frac{C_2}{C_1}=\frac{2/5C_1}{C_1} \Rightarrow Q_2=2/5Q_1$$

$$\Delta Q=Q_2-Q_1 \Rightarrow 180=2/5Q_1-Q_1 \Rightarrow Q_1=120\mu C$$

با توجه به رابطهٔ انرژی ذخیره‌شده در خازن داریم:

$$U=\frac{1}{2}CV^2 \Rightarrow \frac{U_2}{U_1}=\frac{C_2}{C_1}=\frac{2/5C_1}{C_1} \Rightarrow U_2=2/5U_1$$

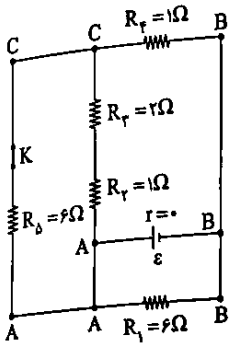
$$\Delta U=U_2-U_1 \Rightarrow 3600=2/5U_1-U_1 \Rightarrow U_1=2400\mu J$$

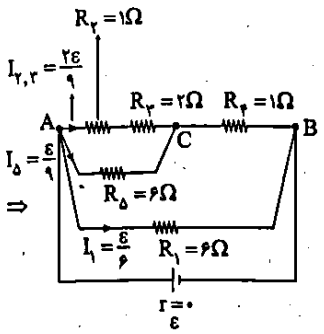
در نتیجه:

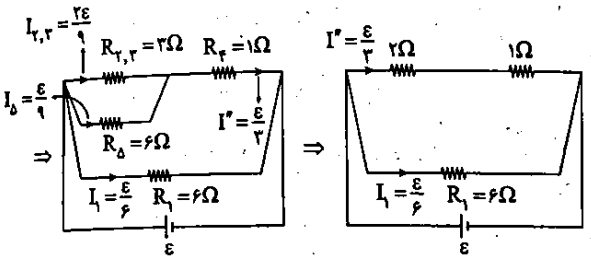
$$U_1=\frac{q_1^2}{2C_1} \Rightarrow 2400=\frac{(120)^2}{2C_1} \Rightarrow C_1=\frac{120\times120}{4800}=3\mu F$$

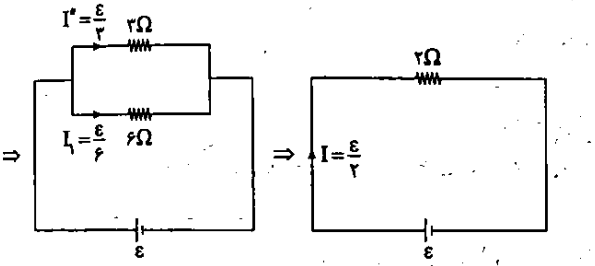
۴ سؤال را یک بار برای کلید باز و بار دیگر برای کلید بسته حل می‌کنیم.

کلید K بسته است:





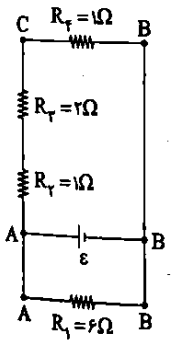


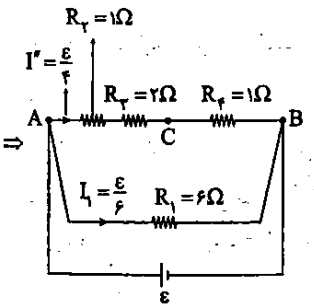


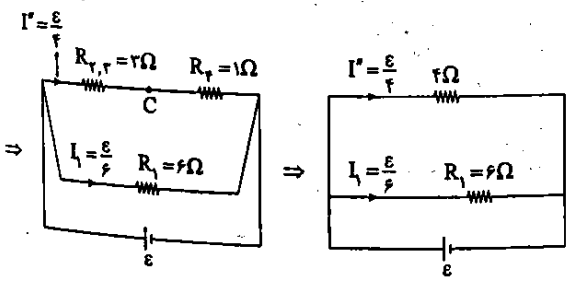
اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_2 برابر است با:

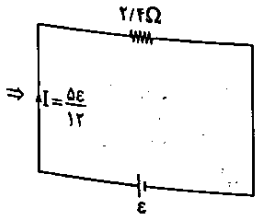
$$V_2=R_2I_{2,3}=1\times\frac{2\varepsilon}{9}=\frac{2\varepsilon}{9}$$

کلید K باز است:









Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_2 برابر است با:

$$V'_2 = R_2 I'' = 1 \times \frac{\varepsilon}{4} = \frac{\varepsilon}{4}$$

بنابراین درصد تغییرات اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_2 برابر است با:

$$\frac{\Delta V}{V_2} \times 100 = \frac{V'_2 - V_2}{V_2} \times 100$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{\varepsilon}{4} - \frac{2\varepsilon}{9}}{\frac{2\varepsilon}{9}} \times 100 = \frac{\frac{\varepsilon}{36}}{\frac{2\varepsilon}{9}} \times 100 = \frac{9}{2 \times 36} \times 100 = \%12/5$$

اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_2، ۱۲/۵ درصد افزایش می‌یابد.

۱ اگر چگالی سیم را با ρ' و مقاومت ویژهٔ سیم را با ρ نشان دهیم، آن‌گاه داریم:

$$\begin{cases} R = \rho\rho' \frac{L^2}{m} \Rightarrow m = \rho\rho' \frac{L^2}{R} \\ L_{Cu} = L_{Al} - \frac{40}{100} L_{Al} \Rightarrow L_{Cu} = \frac{3}{5} L_{Al} \\ \rho_{Al} = 2\rho_{Cu} \\ R_{Al} = R_{Cu} \end{cases}$$

$$\frac{m_{Cu}}{m_{Al}} = \frac{\rho_{Cu}}{\rho_{Al}} \times \frac{\rho'_{Cu}}{\rho'_{Al}} \times \left(\frac{L_{Cu}}{L_{Al}}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{m_{Cu}}{m_{Al}} = \frac{\rho_{Cu}}{2\rho_{Cu}} \times \frac{9}{2/7} \times \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{0/3} \times \frac{9}{25} = \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow m_{Cu} = \frac{3}{5} m_{Al} \Rightarrow m_{Cu} = \frac{60}{100} m_{Al}$$

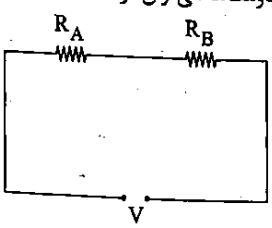
پس جرم سیم مسی ۴۰ درصد کم‌تر از جرم سیم آلومینیمی است.

۱ فرض کنیم اختلاف پتانسیل برابر V باشد. در حالت اول، اختلاف پتانسیل دو سر هر دو مقاومت برابر V است و داریم:

$$\begin{cases} P_A = \frac{V^2}{R_A} \\ P_B = \frac{V^2}{R_B} \end{cases} \Rightarrow P_A - P_B = V^2 \left(\frac{1}{R_A} - \frac{1}{R_B}\right)$$

$$\xrightarrow{P_A - P_B = 18W} 18 = \frac{V^2 (R_B - R_A)}{R_A R_B} \quad (1)$$

در حالت دوم برای محاسبهٔ توان هر یک از مقاومت‌ها می‌توان نوشت:



$$I = \frac{V}{R_A + R_B}$$

$$\begin{cases} P_A = R_A I^2 = \frac{V^2 R_A}{(R_A + R_B)^2} \\ P_B = R_B I^2 = \frac{V^2 R_B}{(R_A + R_B)^2} \end{cases} \Rightarrow P_B - P_A = \frac{V^2 (R_B - R_A)}{(R_A + R_B)^2}$$

$$\xrightarrow{P_B - P_A = 4W} 4 = \frac{V^2 (R_B - R_A)}{(R_A + R_B)^2} \quad (2)$$

با تقسیم رابطهٔ (۱) بر رابطهٔ (۲) داریم:

$$\frac{18}{4} = \frac{(R_A + R_B)^2}{R_A R_B} \Rightarrow 9R_A R_B = 2R_A^2 + 2R_B^2 + 4R_A R_B$$

$$\Rightarrow R_A^2 - \frac{5}{2} R_B R_A + R_B^2 = 0$$

$$\Rightarrow \left(\frac{R_A}{R_B}\right)^2 - \frac{5}{2}\left(\frac{R_A}{R_B}\right) + 1 = 0$$

$$\xrightarrow{x = \frac{R_A}{R_B}} x^2 - \frac{5}{2}x + 1 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{\frac{5}{2} \pm \sqrt{\frac{25}{4} - 4}}{2} = \frac{\frac{5}{2} \pm \frac{3}{2}}{2}$$

$$\Rightarrow x = \begin{cases} \frac{1}{2} \ (\checkmark) \\ 2 \ (\times) \end{cases}$$

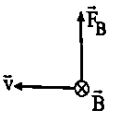
دقت کنید که مقاومت A کوچک‌تر از مقاومت B است، زیرا در حالت اول به‌ازای ولتاژ یکسان، توان مصرفی A بیشتر از B بود.

۴ می‌دانیم میدان مغناطیسی زمین از جنوب به سمت شمال است که آن را $\otimes$ در نظر می‌گیریم، برای این‌که این ذره منحرف نشود باید نیروی مغناطیسی هم‌اندازه با نیروی وزن و به سمت بالا باشد تا نیروی وزن که به سمت پایین است را خنثی کند.

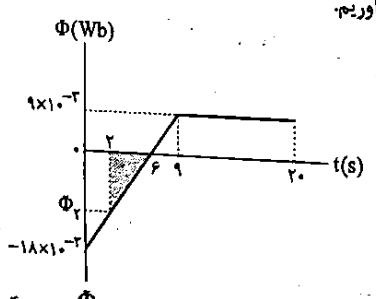
$$F_B = mg \Rightarrow |q| vB \sin\theta = mg$$

$$\Rightarrow 40 \times 10^{-6} \times v \times 0/3 \times 10^{-4} \times 1 = 6 \times 10^{-6} \times 10 \Rightarrow v = 5 \times 10^4 \frac{m}{s}$$

طبق قاعدهٔ دست چپ، جهت سرعت باید به سمت غرب باشد.



۳ ابتدا با تشابه مثلث‌ها شار مغناطیسی عبوری از پیچه را در لحظهٔ $t = 2s$ به دست می‌آوریم.



$$\frac{4}{6} = \frac{\Phi_2}{-18 \times 10^{-3}} \Rightarrow \Phi_2 = -12 \times 10^{-3} \text{ Wb}$$

در لحظهٔ $t = 12s$ هم شار مغناطیسی عبوری از پیچه برابر با 9×10^{-3} Wb می‌باشد، بنابراین نیروی محرکهٔ القایی متوسط در پیچه در بازهٔ زمانی $t = 2s$ تا $t = 12s$ برابر است با:

$$\varepsilon_{av} = -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -200 \times \frac{9 \times 10^{-3} - (-12 \times 10^{-3})}{10}$$

$$\Rightarrow \varepsilon_{av} = \frac{-200 \times 21 \times 10^{-3}}{10} \Rightarrow |\varepsilon_{av}| = 0/42V$$

از طرفی شار مغناطیسی عبوری از پیچه در لحظهٔ $t = 15s$ برابر با 9×10^{-3} Wb است، بنابراین:

$$\Phi = AB\cos\theta$$

$$\xrightarrow{\alpha = 30^\circ \Rightarrow \theta = 60^\circ} 9 \times 10^{-3} = 100 \times 10^{-4} \times B \times \cos 60^\circ \Rightarrow B = 1/8T$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۳ با توجه به نمودار داده‌شده در سؤال داریم:

$$\frac{۳}{۴}T=\frac{۳}{۸۰۰}\Rightarrow T=\frac{۱}{۲۰۰}s$$

حال جریان عبوری از سیملوله را در لحظهٔ $t=\frac{۱}{۱۵۰}s$ به دست می‌آوریم:

$$I=I_m\sin(\frac{۲\pi}{T}t)\xrightarrow[I_m=۱۰A]{t=\frac{۱}{۱۵۰}s} I=۱۰\sin(\frac{۲\pi}{\frac{۱}{۲۰۰}}\times\frac{۱}{۱۵۰})$$

$$\Rightarrow I=۱۰\sin(\frac{۸\pi}{۳})=۱۰\sin(۳\pi-\frac{\pi}{۳})$$

$$\Rightarrow I=۱۰\times\frac{\sqrt{۳}}{۲}\Rightarrow I=۵\sqrt{۳}A$$

با توجه به انرژی ذخیره‌شده در القاگر داریم:

$$U=\frac{۱}{۲}LI^۲\Rightarrow ۲۰۰\times۱۰^{-۳}=\frac{۱}{۲}L\times(۵\sqrt{۳})^۲$$

$$\Rightarrow L=\frac{۴۰۰\times۱۰^{-۳}}{۷۵}\Rightarrow L=\frac{۱۶}{۳}\times۱۰^{-۳}H$$

با توجه به رابطهٔ ضریب القاوری داریم:

$$L=\frac{\mu_۰N^۲A}{\ell}\Rightarrow\frac{۱۶}{۳}\times۱۰^{-۳}=\frac{۱۲\times۱۰^{-۷}\times۴\times۱۰^۶\times۱۰\times۱۰^{-۴}}{\ell}$$

$$\Rightarrow \ell=۰/۹m=۹۰cm$$

۴ بررسی گزینه‌ها:

۱) $U=\frac{۱}{۲}LI^۲\Rightarrow[U]=[L][I]^۲$

$$\Rightarrow\frac{kg.m^۲}{s^۲}=H\times A^۲\Rightarrow H=\frac{kg.m^۲}{A^۲.s^۲}\quad(✓)$$

۲) $F=I\ell B\sin\theta\Rightarrow[F]=[I][\ell][B]$

$$\Rightarrow N=A.m.T\Rightarrow T=\frac{N}{A.m}\Rightarrow T=\frac{\frac{kg.m}{s^۲}}{A.m}\Rightarrow T=\frac{kg}{A.s^۲}\ (✓)$$

۳) $P=\frac{F}{A}\Rightarrow[P]=\frac{[F]}{[A]}\Rightarrow Pa=\frac{N}{m^۲}\Rightarrow Pa=\frac{\frac{kg.m}{s^۲}}{m^۲}$

$$\Rightarrow Pa=\frac{kg}{m.s^۲}\ (✓)$$

۴) $U=RI^۲t\Rightarrow[U]=[R][I]^۲[t]\Rightarrow J=\Omega.A^۲.s$

$$\Rightarrow\Omega=\frac{J}{A^۲.s}\Rightarrow\Omega=\frac{\frac{kg.m^۲}{s^۲}}{A^۲.s}\Rightarrow\Omega=\frac{kg.m^۲}{A^۲.s^۳}\ (✗)$$

تعدادی از یکاهای کمیت‌های مهم فیزیکی در جدول زیر آورده شده است. توصیه می‌شود که با روابط مختلف این یکاها را به دست آورید و در صورت امکان برای سرعت عمل بیشتر آن‌ها را حفظ کنید.

تندی و سرعت	$\frac{m}{s}$	
شتاب	$\frac{m}{s^۲}$	
نیرو	نیوتون (N)	$\frac{kg.m}{s^۲}$
انرژی	ژول (J)	$\frac{kg.m^۲}{s^۲}$
توان	وات (W)	$\frac{kg.m^۲}{s^۳}$
فشار	پاسکال (Pa)	$\frac{kg}{m.s^۲}$
میدان مغناطیسی	تسلا (T)	$\frac{kg}{A.s^۲}$
شار مغناطیسی	وبر (Wb)	$\frac{kg.m^۲}{A.s^۲}$
ضریب القاوری	هانری (H)	$\frac{kg.m^۲}{s^۲.A^۲}$
مقاومت الکتریکی	اهم (Ω)	$\frac{kg.m^۲}{A^۲.s^۳}$
اختلاف پتانسیل	ولت (V)	$\frac{kg.m^۲}{A.s^۳}$

۱ فشار هوا در شهرستان آباده برابر است با:

$$P=P_۰-\rho gh\Rightarrow P=۱۰^۵-۰/۹۲\times۱۰\times۲۰۰۰\Rightarrow P=۸۱۶۰۰Pa$$

با توجه به رابطهٔ فشار داریم:

$$P=\frac{mg}{A}\Rightarrow۸۱۶۰۰=\frac{m\times۱۰}{۵}\Rightarrow m=۴۰۸۰۰kg\Rightarrow m=۴۰/۸ton$$

حال فشار را برحسب سانتی‌متر جیوه به دست می‌آوریم:

$$P=\rho_{جیوه}gh_{جیوه}\Rightarrow۸۱۶۰۰=۱۳۶۰۰\times۱۰\times h_{جیوه}$$

$$\Rightarrow h_{جیوه}=۰/۶m=۶۰cm\Rightarrow P=۶۰cmHg$$

۴ سطح مقطع دو لوله برابر است با:

$$A_۱=\pi r_۱^۲=۳\times(۱\times۱۰^{-۱}m)^۲=۳\times۱۰^{-۲}m^۲$$

$$A_۲=\pi r_۲^۲=۳\times(۲\times۱۰^{-۱}m)^۲=۱۲\times۱۰^{-۲}m^۲$$

با توجه به معادلهٔ پیوستگی داریم:

$$A_۱v_۱=A_۲v_۲\Rightarrow۳\times۱۰^{-۲}v_۱=۱۲\times۱۰^{-۲}v_۲\Rightarrow v_۱=۴v_۲$$

از طرفی طبق اطلاعات داده‌شده در سؤال داریم:

$$v_۱-v_۲=۱۵\Rightarrow۴v_۲-v_۲=۱۵\Rightarrow v_۲=۵\frac{m}{s}\Rightarrow v_۱=۲۰\frac{m}{s}$$

$$v_۱+v_۲=۲۵\frac{m}{s}$$

بنابراین:

آهنگ شارش حجمی شاره در لولهٔ (۱) $=A_۱v_۱=۳\times۱۰^{-۲}\times۲۰=۰/۶\frac{m^۳}{s}$

می‌دانیم آهنگ شارش حجمی در دو لوله با هم برابر است، بنابراین:

آهنگ شارش حجمی شاره در لولهٔ (۲) $=۰/۶\frac{m^۳}{s}$

یعنی از هر مقطع لوله در هر ثانیه $۰/۶m^۳$ شاره عبور می‌کند.

بنابراین با توجه به رابطهٔ چگالی، جرم شارهٔ عبوری در هر ثانیه از یک سطح مقطع مشخص لوله برابر است با: $m=\rho v=۸۰۰\times۰/۶\Rightarrow m=۴۸۰g$

پس جرم شارهٔ عبوری از لوله در مدت‌زمان ۵s برابر با ۲۴۰۰kg است.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۷۴ **۲** ارتفاع ظرف ۵/۸۳m می‌باشد که ۵/۵ متر آن را بنزین پر کرده است. پس برای سرریز شدن بنزین باید ارتفاع بنزین ۰/۳۳m افزایش یابد.

$$\Delta h = ۵/۸۳ - ۵/۵ = ۰/۳۳m$$

$$\Delta V = V_۱\beta\Delta\theta \xrightarrow[V_۱ = Ah_۱]{\Delta V = A\Delta h} A\Delta h = Ah_۱\beta\Delta\theta$$

$$\Rightarrow \Delta h = h_۱\beta\Delta\theta \Rightarrow ۰/۳۳ = ۵/۵\times۱۰^{-۳}\times(\theta_۲ + ۱۵)$$

$$\Rightarrow \theta_۲ + ۱۵ = \frac{۰/۳۳}{۵/۵\times۱۰^{-۳}} \Rightarrow \theta_۲ + ۱۵ = ۶۰$$

$$\Rightarrow \theta_۲ = ۴۵^\circ C$$

۷۵ **۱** فشار گاز ناشی از فشار پیستون و هوای آزاد بالای آن است. پس در هر دو حالت فشار گاز را محاسبه می‌کنیم:

$$P_۱ = \frac{W_۱}{A} + P_۰ = \frac{۱۲۰}{۲۰\times۱۰^{-۴}} + ۱۰^۵ = ۱/۶\times۱۰^۵ Pa$$

$$P_۲ = \frac{W_۲}{A} + P_۰ = \frac{۲۰۰}{۲۰\times۱۰^{-۴}} + ۱۰^۵ = ۲\times۱۰^۵ Pa$$

در حالت اول چون دما ثابت است، پس می‌توان نوشت:

$$P_۱V_۱ = P_۲V_۲ \Rightarrow ۱/۶\times۱۰^۵ \times Ah_۱ = ۲\times۱۰^۵ \times Ah_۲$$

$$\Rightarrow h_۱ = \frac{۵}{۴}h_۲$$

$$h_۱ - h_۲ = ۱۲ \Rightarrow \frac{۵}{۴}h_۲ - h_۲ = ۱۲ \Rightarrow h_۲ = ۴۸cm$$

در حالت دوم چون وزن پیستون ثابت است، پس فرایند با فشار ثابت است. بنابراین:

$$\frac{V_۲}{T_۲} = \frac{V_۳}{T_۳} \Rightarrow \frac{۴۸A}{۴۰۰} = \frac{h_۳A}{۳۰۰} \Rightarrow h_۳ = ۳۶cm$$

شیمی

۷۶ **۳** به‌جز عبارت دوم، سایر عبارت‌ها می‌توانند درست باشند.

بررسی عبارت‌ها:

- گاز $(Cl_۲)$ در دما و فشار اتاق به شکل مولکول دواتمی و گازی‌شکل است. آرایش الکترونی Cl^- به زیرلایه $۳p^۶$ ختم می‌شود.
- آرگون (Ar) یک گاز تک‌اتمی است. اما فراوانی آن در سیاره مشتری بیشتر از گاز نئون است. آرایش الکترونی آرگون به $۳p^۶$ ختم می‌شود.
- آرایش الکترونی یون $Ca^{۲+}$ به $۳p^۶$ ختم می‌شود. مجموع شماره گروه (۲) دورهٔ (۴) و عدد اتمی آن (۲۰) برابر با ۲۶ است. پرمصرف‌ترین فلز در جهان یعنی Fe نیز دارای عدد اتمی ۲۶ است.
- آرایش الکترونی $_{۲۱}Sc^{۳+}$ به $۳p^۶$ ختم می‌شود. اسکاندیم در وسایل خانه مانند تلویزیون رنگی و برخی شیشه‌ها وجود دارد.

۷۷ **۲** نخستین فلز جدول تناوبی $_۳Li$ است که مجموع اعداد کوانتومی اصلی و فرعی الکترون‌های آن برابر است با:

$$_۳Li: ۱s^۲ ۲s^۱$$

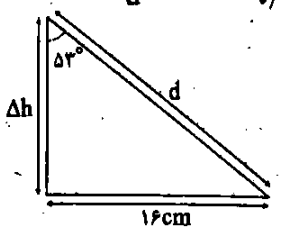
$$۲(۱+۰) + ۱(۲+۰) = ۴$$

- به این ترتیب عنصر مورد نظر دارای چهار الکترون ظرفیتی است $(ns^۲np^۲)$.
- شمار عنصرهای دستهٔ p جدول تناوبی برابر با ۳۶ است.
- شمار عنصرهای دستهٔ s جدول تناوبی برابر با ۱۴ است.
- بنابراین عنصر مورد نظر دارای عدد اتمی ۲۲ یا ۵۰ است. با توجه به این‌که عدد اتمی ۲۲ مربوط به یک فلز واسطه است، عدد اتمی ۵۰ قابل قبول است.
- قلع $(_{۵۰}Sn)$، چهارمین عنصر گروه چهاردهم به شمار می‌آید.

۷۸ **۲** چون سرعت ثابت است، پس کار کل انجام‌شده بر روی جسم صفر است. ابتدا Δh و d را به دست می‌آوریم:

$$\sin ۵۳^\circ = \frac{۱۶}{d} \Rightarrow d = ۲۰cm = ۰/۲m$$

$$\cos ۵۳^\circ = \frac{\Delta h}{d} \Rightarrow ۰/۶ = \frac{\Delta h}{۰/۲} \Rightarrow \Delta h = ۰/۱۲m$$



چون نیروی عمودی سطح بر جابه‌جایی جسم عمود است، پس کار آن صفر است.

$$\begin{cases} W_{F_N} = ۰ \\ W_{mg} = -mg\Delta h = -۰/۵\times۱۰\times۰/۱۲ = -۰/۶J \\ W_F = Fd\cos\theta = ۱۵\times۰/۲\times\cos ۳۷^\circ = ۲/۴J \end{cases}$$

$$\Rightarrow W_t = ۰ \Rightarrow W_{mg} + W_{F_N} + W_{f_k} + W_F = ۰$$

$$\Rightarrow -۰/۶ + ۰ + W_{f_k} + ۲/۴ = ۰ \Rightarrow W_{f_k} = -۱/۸J$$

۷۹ **۲** انرژی مورد نیاز هر لامپ برابر است با:

$$U = Pt = ۱۰۰\times۳۰\times۷\times۳۶۰۰$$

انرژی گرمایی تولیدشده توسط V لیتر گازوئیل برابر است با: $E = ۳۵\times۱۰^۶ V$

از طرفی طبق شکل صورت سؤال داریم:

$$\text{درصدی از انرژی گازوئیل که به لامپ می‌رسد} = \frac{۴۰}{۱۰۰}\times\frac{۹۰}{۱۰۰}E = ۰/۳۶E$$

$$۰/۳۶E = U \Rightarrow ۰/۳۶\times۳۵\times۱۰^۶ V = ۳\times۷\times۳۶\times۱۰^۵$$

$$\Rightarrow V = ۶L$$

بنابراین:

۸۰ **۳** چون درون گرماسنج آب $۱۸^\circ C$ وجود دارد، پس دمای گرماسنج هم $۱۸^\circ C$ می‌باشد:

$۲/۵kg$ گلوله با دمای $-۱۰۲^\circ C$ $\rightarrow \theta_e$ $۲/۵kg$ گلوله با دمای

$$\Rightarrow Q_۱ = mc\Delta T \Rightarrow Q_۱ = ۲/۵\times۹۰۰\times(\theta_e + ۱۰۲)$$

$۳kg$ آب با دمای $۱۸^\circ C$ $\rightarrow \theta_e$ $۳kg$ آب با دمای

$$\Rightarrow Q_۲ = mc\Delta T \Rightarrow Q_۲ = ۳\times۴۲۰۰\times(\theta_e - ۱۸)$$

گرماسنج با دمای θ_e $\rightarrow$ گرماسنج با دمای $۱۸^\circ C$

$$\Rightarrow Q_۳ = mc\Delta T \Rightarrow Q_۳ = ۳۱۵۰\times(\theta_e - ۱۸)$$

برای تعادل گرمایی داریم:

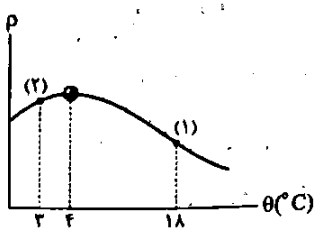
$$Q_۱ + Q_۲ + Q_۳ = ۰$$

$$\Rightarrow ۲/۵\times۹۰۰\times(\theta_e + ۱۰۲) + ۳\times۴۲۰۰\times(\theta_e - ۱۸) + ۳۱۵۰\times(\theta_e - ۱۸) = ۰$$

$$\Rightarrow ۲۲۵۰\times(\theta_e + ۱۰۲) + ۱۵۷۵۰\times(\theta_e - ۱۸) = ۰$$

$$\xrightarrow{+۲۲۵۰} \theta_e + ۱۰۲ + ۷(\theta_e - ۱۸) = ۰ \Rightarrow \theta_e = ۳^\circ C$$

طبق نمودار چگالی آب برحسب دما متوجه می‌شویم چگالی آب از دمای $۱۸^\circ C$ کاهش می‌یابد تا به دمای $۳^\circ C$ برسد، پس چگالی آن ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.



Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۷۸ ۲ **بررسی عبارت‌ها:**

آ) O_2 برخلاف O_3 از مولکول‌های قطبی تشکیل شده است.

ب) نقطهٔ جوش و واکنش‌پذیری O_3 بیشتر از O_2 است.

پ) در تمامی لایه‌های هواکره، مقدار O_2 بیشتر از O_3 است.

ت) مطابق قانون پایستگی ماده و انرژی، مجموع انرژی مبادله‌شده در جهت رفت برابر با مجموع انرژی مبادله‌شده در جهت برگشت است.

۷۹ ۱ ابتدا حجم مولی گازها در فشار ۱/۳۳atm و دمای $182^\circ C$ را به دست می‌آوریم:

$$\frac{P_1V_1}{T_1}=\frac{P_2V_2}{T_2}\Rightarrow\frac{1\times22/4}{273}=\frac{1/33\times V_2}{(182+273)}\Rightarrow V_2=28L.mol^{-1}$$

(STP: T_1)

• گاز قهوه‌ای‌رنگ مورد نظر همان NO_2 است.

$$\frac{d_{NO_2}}{d_{N_2O_x}}=\frac{NO_2\text{ جرم مولی}}{N_2O_x\text{ جرم مولی}}\times\frac{N_2O_x\text{ حجم مولی}}{NO_2\text{ حجم مولی}}\Rightarrow 0/4=\frac{46}{M}\times\frac{22/4}{28}$$

$$\Rightarrow M=92g.mol^{-1}$$

$$2(14)+x(16)=92\Rightarrow x=4$$

بنابراین فرمول گاز مورد نظر N_2O_4 بوده و هر مولکول آن شامل ۷ جفت الکترون پیوندی و ۱۰ جفت الکترون ناپیوندی است.

$$?atm=0/1L\ N_2O_4\times\frac{1mol\ N_2O_4}{22/4L\ N_2O_4}\times\frac{6molatom}{1mol\ N_2O_4}\times\frac{6/02\times10^{23}atom}{1molatom}$$

$$=1/61\times10^{22}atom$$

۸۰ ۴ مطابق داده‌های سؤال، سالی چهار مرتبه فیلتر این دستگاه تعویض می‌شود و در نتیجه هر فیلتر $50m^3$ آب را تصفیه می‌کند.

$$?mol\ Pb^{2+}=50m^3H_2O\times\frac{1000L\ H_2O}{1m^3\ H_2O}\times\frac{10^4mg\ Pb^{2+}}{1L\ H_2O}$$

$$\times\frac{1g\ Pb^{2+}}{1000mg\ Pb^{2+}}\times\frac{1mol\ Pb^{2+}}{208g\ Pb^{2+}}=25mol\ Pb^{2+}$$

۸۱ ۱ اگر معادلهٔ انحلال‌پذیری نمک X برحسب دما به صورت $S=a\theta+b$ در نظر گرفته شود، مقدار a برابر است با:

$$a=\frac{S_2-S_1}{\theta_2-\theta_1}=\frac{32/4-23/4}{32-12}=\frac{9}{20}=0/45$$

برای پیدا کردن b می‌توان داده‌های مربوط به یکی از دماها مثلاً $12^\circ C$ را در معادلهٔ انحلال‌پذیری جای‌گذاری کرد:

$$S=0/45\theta+b\Rightarrow 23/4=0/45(12)+b\Rightarrow b=18$$

به این ترتیب انحلال‌پذیری نمک X در دمای $85^\circ C$ برابر است با:

$$S=0/45(85)+18=56/25g$$

$$\text{درصد جرمی محلول سیرشده}=\frac{56/25g}{(100+56/25)g}\times100=36\%$$

۸۲ ۲ یکاهای مربوط به گلوکز ($C_6H_{12}O_6$) و کراتینین در آزمایش خون، هر دو میلی‌گرم بر دسی‌لیتر است. از طرفی یکای غلظت مولی (مولاریته) برابر مول بر لیتر است.

$$\frac{\text{غلظت مولی گلوکز (قندخون)}}{\text{غلظت مولی کراتینین}}=\frac{\frac{\text{جرم گلوکز}}{\text{جرم مولی }C_6H_{12}O_6}}{\frac{\text{جرم کراتینین}}{\text{جرم مولی کراتینین}}}=\frac{\frac{128}{180}}{\frac{0/4}{113}}$$

$$=\frac{128}{180}\times\frac{113}{0/4}=200$$

۸۳ ۴ هر چهار عبارت پیشنهادشده درست هستند.

• در گروه چهاردهم جدول تناوبی سه عنصر C، Si و Ge در اثر ضربه خرد می‌شوند و چهار عنصر Si، Ge، Sn و Pb جریان گرما را از خود عبور می‌دهند.

• در دورهٔ سوم جدول تناوبی سه عنصر Na، Mg و Al رسانایی الکتریکی بالایی دارند و سه عنصر P، S و Cl می‌توانند آنیون تشکیل دهند.

• واکنش‌پذیری Ti بیشتر از Fe و واکنش‌پذیری Zn بیشتر از Cu است. هر چه واکنش‌پذیری یک فلز بیشتر باشد، استخراج آن دشوارتر بوده و تمایل بیشتری برای تشکیل کاتیون دارد.

• آرایش الکترونی اتم ۱۲ عنصر جدول از $_{19}K$ تا $_{30}Zn$ به زیرلایهٔ 4s ختم می‌شود. تمامی این عناصر فلز بوده و در شرایط معمولی به حالت جامدند.

۸۴ ۲ معادلهٔ موازنه شدهٔ واکنش مورد نظر به صورت زیر است:

$$2KCN+CuSO_4\rightarrow K_2SO_4+Cu+C_2N_2$$

$$\frac{97/5g\ KCN\times\frac{P_1}{100}}{2\times65}=\frac{1440g\ CuSO_4\times\frac{P_2}{100}}{1\times160}$$

$$\Rightarrow\frac{P_1}{P_2}=\frac{2\times65\times1440}{975\times160}=1/2$$

۸۵ ۳ معادلهٔ موازنه شدهٔ واکنش به صورت زیر است:

$$H_2(g)+H_2S(g)+CaCO_3(s)\rightarrow CaS(s)+CO(g)+2H_2O(g)$$

• در دما و فشار مورد نظر H_2O به حالت گازی است.

• در دما و فشار ثابت، نسبت حجمی چند گاز با نسبت مولی آن‌ها برابر است:

$$\frac{8L\ H_2S\times\frac{R}{100}}{1}=\frac{14Lgas(CO,H_2O)}{1+2}\Rightarrow\%R=58/33\%$$

۸۶ ۴ مولکول‌های چهار ترکیب کلسترول، ویتامین A، اوره و ویتامین D فقط شامل یک اتم اکسیژن است.

۸۷ ۲ معادلهٔ موازنه شدهٔ واکنش مورد نظر به صورت زیر است:

$$NH_3+CH_3OH\rightarrow HCN+H_2O+2H_2$$

با توجه به این‌که سرعت واکنش در هر ۱۰ دقیقه، ۲۰٪ کاهش یافته و به ۸۰٪ مقدار اولیهٔ خود می‌رسد، می‌توان تغییرات مول NH_3 را در ۱۰ دقیقهٔ اول، ۱۰ دقیقهٔ دوم و ۱۰ دقیقه سوم (آخر) به ترتیب x، ۰/۸x و ۰/۶۴x در نظر گرفت. مطابق داده‌های سؤال می‌توان نوشت:

$$x+0/8x+0/64x=12/2\Rightarrow2/44x=12/2\Rightarrow x=5$$

	NH_3	+ CH_3OH	→ HCN	+ H_2O	+ $2H_2$
مول اولیه:	12/2	18/3	0	0	0
مول پس از ۱۰′:	12/2−x	18/3−x	x	x	2x

مجموع شمار مول‌ها: $(12/2-x)+(18/3-x)+x+x+2x=30/5+2x$

$=30/5+2(5)=40/5$

پس از گذشت ۳۰ دقیقه، فقط NH_3 به طور کامل مصرف می‌شود.

۸۸ ۲ آنتالپی واکنش را می‌توان از رابطهٔ زیر به دست آورد:

$$\Delta H_{\text{واکنش}}=\left[\begin{matrix}\text{مجموع آنتالپی}\\ \text{پیوند فراورده‌ها}\end{matrix}\right]-\left[\begin{matrix}\text{مجموع آنتالپی}\\ \text{پیوند واکنش‌دهنده‌ها}\end{matrix}\right]$$

$$\Delta H_{\text{واکنش}}=[2\Delta H(H-S)+4\Delta H(Cl-Cl)+8\Delta H(O-H)+6\Delta H(O-H)]$$

$$-[2\Delta H(O-H)+4\Delta H(S-O)+8\Delta H(H-Cl)]$$

$$\Rightarrow-84=[2(339)+4\Delta H(Cl-Cl)+6(463)]$$

$$-[4\Delta H(S-O)+8(431)]$$

$$\Rightarrow4\Delta H(S-O)-4\Delta H(Cl-Cl)=92$$

$$\Rightarrow\Delta H(S-O)-\Delta H(Cl-Cl)=23kJ.mol^{-1}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۹۳ **۳** از آن‌جا که تفاوت جرم مولی اتان (C_2H_6) و پروپان (C_3H_8) برابر با تفاوت جرم مولی متان (CH_4) و اتان (C_2H_6) است، تفاوت آنتالپی سوختن آن‌ها نیز به تقریب با هم برابر است.

• آنتالپی سوختن متان برابر است با:

$$\Delta H = -55/6\frac{kJ}{g}\times 16\frac{g}{mol} \simeq -890\frac{kJ}{mol}$$

• از آن‌جاکه هر مول پروپان با ۵ مول اکسیژن می‌سوزد:

$$C_3H_8 + 5O_2 \rightarrow 3CO_2 + 4H_2O$$

• آنتالپی سوختن پروپان برابر است با:

$$\Delta H = 5mol\ O_2 \times \frac{333/5kJ}{0/75mol\ O_2} = -2230kJ$$

• به این ترتیب آنتالپی سوختن اتان برابر است با:

$$\Delta H = \frac{(-890)+(-2230)}{2} = -1560kJ.mol^{-1}$$

$$C_2H_6 + \frac{7}{2}O_2 \rightarrow 2CO_2 + 3H_2O$$

$$\frac{2mol\ \text{فراورده}}{(2+3)} = \frac{xkJ}{1560} \Rightarrow = 624kJ$$

۹۴ **۱** معادلهٔ واکنش هدف به صورت زیر است:

$$NH_3(g) + HCl(g) \rightarrow NH_4Cl(s)$$

تغییرات زیر را بر روی واکنش‌های کمکی اعمال می‌کنیم:

✓ ضرایب واکنش ششم را در عدد $\frac{1}{12}$ ضرب می‌کنیم: $\Delta H'_6 = -190kJ$

✓ ضرایب واکنش اول را در عدد $\frac{1}{12}$ ضرب می‌کنیم: $\Delta H'_1 = -40kJ$

✓ ضرایب واکنش دوم را در عدد $\frac{1}{6}$ ضرب می‌کنیم: $\Delta H'_2 = -16kJ$

✓ ضرایب واکنش سوم را در عدد $\frac{1}{2}$ ضرب می‌کنیم: $\Delta H'_3 = -25kJ$

✓ واکنش چهارم را وارونه و ضرایب آن را در $\frac{1}{4}$ ضرب می‌کنیم:

$$\Delta H'_4 = +53/5kJ$$

✓ واکنش پنجم را وارونه و ضرایب آن را در $\frac{1}{4}$ ضرب می‌کنیم:

$$\Delta H'_5 = +39kJ$$

سپس واکنش‌های جدید را با هم جمع می‌کنیم:

$$\Delta H(\text{هدف}) = (-190)+(-40)+(-16)+(-25)+(53/5)$$
$$+(39) = -178/5kJ$$

۹۵ **۲** شمار مول‌های H^+ موجود در pHهای ۳/۱ و ۳/۷ از HCl را به دست می‌آوریم:

$$pH = 3/7 \Rightarrow [H^+] = 10^{-3/7} = 10^{0/3-4} = 2\times10^{-4}\ mol.L^{-1}$$
$$pH = 3/1 \Rightarrow [H^+] = 10^{-3/1} = 10^{0/9-4} = 8\times10^{-4}\ mol.L^{-1}$$
$$?mol H^+\ (\text{آغازی}) = 2L\times2\times10^{-4}\ mol.L^{-1} = 4\times10^{-4}\ mol$$
$$?mol H^+\ (\text{نهایی}) = 2L\times8\times10^{-4}\ mol.L^{-1} = 16\times10^{-4}\ mol$$

تفاوت مول‌های H^+ در این دو حالت برابر است با: $12\times10^{-4}\ mol H^+$

وظیفه ضد اسید این است همین تعداد مول H^+ را مصرف کند. مطابق داده‌های سؤال هر ۱۰۰ گرم از ضد اسید شامل ۱۶ گرم ناخالصی و ۸۴ گرم $Mg(OH)_2$ و $Al(OH)_3$ است که نسبت مولی آن‌ها ۳ به ۱ است. اگر جرم $Mg(OH)_2$ و $Al(OH)_3$ را به ترتیب با a و b نشان دهیم می‌توان نوشت: $(*)\ a+b=84$

$$(**)\ \frac{\frac{a}{58}}{\frac{b}{78}} = \frac{3}{1} \Rightarrow \frac{78a}{58b} = 3 \Rightarrow 26a = 58b$$

با توجه به این‌که جمع ۵۸ و ۲۶ برابر ۸۴ است به راحتی می‌توان از معادله‌های (*) و (**) نتیجه گرفت که $a=58$ و $b=26$ است.

$$?mol\ Mg(OH)_2 = 58g\times\frac{1mol}{58g} = 1mol\ Mg(OH)_2$$

$$?mol\ Al(OH)_3 = 26g\times\frac{1mol}{78g} = \frac{1}{3}mol\ Al(OH)_3$$

• هر مول $Mg(OH)_2$ با ۲ مول HCl خنثی می‌شود.

• هر مول $Al(OH)_3$ با ۳ مول HCl خنثی می‌شود.

شمار مول‌های HCl: $(2mol\ HCl)+(3\times\frac{1}{3}mol\ HCl) = 3mol\ HCl$

اکنون از یک تناسب ساده استفاده می‌کنیم:

$$\begin{bmatrix} mol\ H^+ & \text{گرم ضد اسید} \\ 3 & 100 \\ 12\times10^{-4} & x \end{bmatrix} \Rightarrow x = 0/04 \equiv 40mg$$

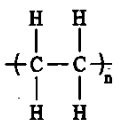
۹۶ **۳** معادله موازنه شده واکنش و جرم مولی اجزای آن در زیر آمده است:

$$C_5H_{11}OH + C_2H_5COOH \rightarrow C_8H_{16}O_2 + H_2O$$
$$(88g.mol^{-1})\quad (74g.mol^{-1})\quad (144g.mol^{-1})\quad (18g.mol^{-1})$$

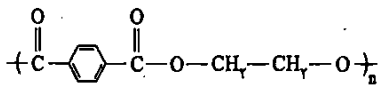
$$\frac{\text{تفاوت جرم واکنش‌دهنده‌ها}g}{88-74} = \frac{\text{تفاوت جرم فراورده‌ها}g}{144-18}$$

$$\Rightarrow x = 1/75g$$

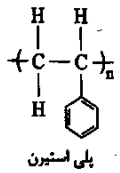
۹۷ **۲** پلیمرهای a، b و c به ترتیب پلی‌اتن، پلی‌اتیلن ترفتالات و پلی استیرن هستند.



پلی اتن



پلی اتیلن ترفتالات(PET)



پلی استیرن

عبارت‌های اول و دوم درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

• PE و PS از یک مونومر در حالی که PET از دو مونومر (دی‌اسید و دی‌الکل) ساخته شده است.

• شمار اتم‌های کربن هر واحد تکرارشونده از PE، PS و PET به ترتیب برابر با ۲، ۸ و ۱۰ اتم است.

• جرم مولی مونومرهای a و c به ترتیب برابر با ۲۸ و ۱۰۴ گرم بر مول است. اگر جرم مولی پلیمرهای a و c با هم برابر باشد، نسبت شمار واحدهای تکرارشوندهٔ آن‌ها برابر خواهد بود با: $\frac{104}{28} = 3/71$

• در هر واحد تکرارشونده از پلیمرهای c و b به ترتیب ۲۰ و ۲۸ جفت الکترون پیوندی وجود دارد. $\frac{28}{20} = 1/4$

۹۸ **۳** به‌جز عبارت نخست سایر عبارت‌ها درست هستند.

• اگر روی دیواره لوله‌ها و مجاری، رسوب به جای مانده، بازی باشد از یک شوینده خورنده اسیدی استفاده می‌شود.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۹۶ **۲** فقط نمودار (آ) درست است.

بررسی نمودارهای نادرست:

ب) در هیچ‌کدام از محلول‌های اسیدی و بازی، غلظت یون‌های هیدرونیوم و هیدروکسید به صفر نمی‌رسد.

پ) k_b فقط تابع دما بوده و با تغییر غلظت باز، تغییری نمی‌کند.

۹۷ **۴** با توجه به این‌که در هر کدام از واکنش‌ها، عنصر نیتروژن فقط در یک واکنش‌دهنده و هم‌چنین در یک فراورده وجود دارد، به راحتی می‌توان نتیجه گرفت که هر مول N_2 در نهایت منجر به تولید یک مول N_2O_5 می‌شود.

$$?mol\,N_2=\frac{۴/۲}{۲۸L.mol^{-1}}=۰/۱۵molN_2\Rightarrow molN_2O_5=۰/۱۵$$

$$N_2O_5(s)+H_2O(l)\rightarrow ۲HNO_3(aq)$$

$$\frac{۰/۱۵molN_2O_5}{۱}=\frac{M\times ۵LHNO_3}{۲}\Rightarrow M=۰/۰۶mol.L^{-1}$$

$$[HNO_3]=[H^+]=۰/۰۶\Rightarrow pH=-\log[H^+]=-\log(۶\times۱۰^{-۲})$$

$$=-[\log۲+\log۳+\log۱۰^{-۲}]=-[۰/۳+۰/۴۸-۲]=۱/۲۲$$

۹۸ **۲** از آن‌جا که فلز M تولید شده است، می‌توان نتیجه گرفت که M کاتد و Ag آند است.

$$?mol\,e^-=۵/۴۱۸\times۱۰^{۲۳}e^-\times\frac{۱mol\,e^-}{۶/۰۲\times۱۰^{۲۳}e^-}=۰/۹mol\,e^-$$

از آن‌جا که با مبادله ۰/۹ مول الکترون، ۰/۳ مول فلز M تولید شده است، می‌توان نتیجه گرفت که معادله نیم واکنش کاهش به صورت زیر است:

$$M^{۳+}(aq)+۳e^-\rightarrow M(s)$$

به این ترتیب معادله نیم واکنش اکسایش به صورت زیر است:

$$۳Ag(s)\rightarrow ۳e^-+۳Ag^+(aq)$$

مطابق داده‌های سؤال می‌توان نوشت:

$$\frac{۳\times۱۰۸}{M}=۱/۶۴\Rightarrow M=۱۹۷g.mol^{-1}$$

۹۹ **۴** عبارت متن سؤال، درست بوده و هر چهار عبارت پیشنهاد شده دیگر نیز درست هستند.

• در سلول هال با گذشت زمان از جرم الکترود قطب مثبت (آند) که از جنس گرافیت است، کم شده و این ماده به گاز CO_2 تبدیل می‌شود.

در ارتباط با درستی عبارت‌های اول و دوم باید گفت که در اطراف آند، ابتدا نیم‌واکنش اکسایش $۲O^{۲-}(l)\rightarrow O_2(g)+۴e^-$ انجام شده و سپس واکنش اکسایش - کاهش $C(s)+O_2(g)\rightarrow CO_2(g)$ رخ می‌دهد. واضح است که عدد اکسایش عنصر اکسیژن از ۲- به صفر و کربن از صفر به ۴+ افزایش یافته است.

۱۰۰ **۳** به‌جز عبارت دوم، سایر عبارت‌ها درست هستند. در سلول‌های الکترولیتی مانند آبکاری، جهت حرکت الکترون‌ها از آند (قطب مثبت) به کاتد (قطب منفی) است.

۱۰۱ **۴** مطابق داده‌های سؤال فرمول اکسیدهای مورد نظر به صورت MO و MO_2 است. واضح است که درصد جرمی M در MO بیشتر از MO_2 است.

$$\frac{\text{درصد جرمی M در MO}}{\text{درصد جرمی M در MO}_2}=۱/۰۷۲\Rightarrow\frac{\frac{M}{M+۱۶}}{\frac{M}{M+۳۲}}=۱/۰۷۲$$

$$\Rightarrow\frac{M+۳۲}{M+۱۶}=۱/۰۷۲$$

$$\frac{M+۱۶+۱۶}{M+۱۶}=۱/۰۷۲\Rightarrow ۱+\frac{۱۶}{M+۱۶}=۱/۰۷۲\Rightarrow\frac{۱۶}{M+۱۶}=۰/۰۷۲$$

$$\frac{M+۱۶}{۱۶}=\frac{۱۰۰۰}{۷۲}\Rightarrow\frac{M}{۱۶}+۱=۱۳/۸۸\Rightarrow\frac{M}{۱۶}=۱۲/۸۸\Rightarrow M=۲۰۷$$

۱۰۲ **۴** در SiC عدد اکسایش سیلیسیم برابر با ۴+ است.

۱۰۳ **۲** **بررسی عبارت‌ها:**

آ) معادله موازنه شده واکنش مورد نظر به صورت زیر است:

$$۳Zn+۲VO_4^-+۱۲H^+\rightarrow ۳Zn^{۲+}+۲V^{۲+}+۶H_2O$$

مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌ها برابر با ۱۷، مجموع ضرایب فراورده‌ها برابر با ۱۱ و تفاوت آن‌ها برابر با ۶ (ضریب H_2O) است.

ب) عدد اکسایش V در VO_4^- برابر با ۵+ و عدد اکسایش Mn در MnO_4^- برابر با ۷+ است. با توجه به این‌که این اعداد بالاترین اعداد اکسایش V و Mn محسوب می‌شوند، این یون‌ها همواره اکسنده هستند.

پ) یون‌های $VO_4^-(aq)$ و $V^{۲+}(aq)$ به ترتیب زرد و بنفش هستند. موادی که به رنگ زرد دیده می‌شوند در مقایسه با مواد بنفش رنگ، نور مرئی با طول موج‌های کوتاه‌تر (مانند بنفش و آبی) را جذب کرده و نور مرئی با طول موج‌های بلندتر (مانند زرد و قرمز) را عبور می‌دهند.

ت) فلز روی نمی‌تواند یون‌های وانادیم را به فلز وانادیم کاهش دهد. زیرا وانادیم کاهنده‌تر از روی است.

۱۰۴ **۴** در شرایط بهینه تنها ۲۸ درصد مولی مخلوط واکنش مربوط به فرایند هابر را آمونیاک تشکیل می‌دهد.

$$N_2(g)+۳H_2(g)\rightleftharpoons ۲NH_3(g)$$

	N_2	H_2	NH_3
مول اولیه	۲/۲	۷/۴	۰
مولی تعادلی	۲/۲−x	۷/۴−۳x	۲x

$$\text{درصد مولی آمونیاک}=\frac{۲x}{(۲/۲-x)+(۷/۴-۳x)+۲x}\times۱۰۰\Rightarrow ۲۸=\frac{۲x\times۱۰۰}{۹/۶-۲x}$$

$$\Rightarrow x=۱/۰۵mol\Rightarrow \text{مقدار آمونیاک}=۲x=۲/۱molNH_3$$

معادله واکنش مربوط به مبدل کاتالیستی خودروی دیزلی به صورت زیر است:

$$NO(g)+NO_2(g)+۲NH_3(g)\rightarrow ۲N_2(g)+۳H_2O(g)$$

$$\frac{mgNO_x}{(۱\times۳۰)+(۱\times۴۶)}=\frac{۲/۱molNH_3}{۲}$$

$$\Rightarrow m=۷۹/۸gNO_x$$

۱۰۵ **۳** **بررسی عبارت‌های نادرست:**

آ) در واکنش b، پتاسیم پرمنگنات ($KMnO_4$) به منگنز (IV) اکسید تبدیل می‌شود. یعنی عدد اکسایش Mn از ۷+ به ۴+ رسیده و ۳ درجه کاهش می‌یابد. بنابراین تغییر عدد اکسایش هر مول گونه اکسنده برابر با ۳ است. در واکنش a، اکسیژن گونه اکسنده است و عدد اکسایش O از صفر به ۲- رسیده و ۲ درجه کاهش می‌یابد. اما هر مول O_2 شامل دو اتم بوده و تغییر عدد اکسایش هر مول گونه اکسنده برابر با ۴ است.

پ) واکنش a آسان‌تر از واکنش b انجام می‌شود.

۱۰۶ **۴** فقط مورد (ب) به طور حتم رخ خواهد داد.

بررسی عبارت‌های نادرست:

آ) هر چند با افزایش دما، سرعت واکنش در هر دو جهت رفت و برگشت افزایش می‌یابد، اما چون از گرماده یا گرماگیر بودن واکنش اطلاعی نداریم، نمی‌توان جهت جابه‌جایی تعادل را مشخص کرد.

پ) اگر تعادل در جهت تعداد مول گازی کم‌تر جابه‌جا شود، فشار گازهای درون سامانه کم می‌شود.

ت) مقایسه میان اندازهٔ تغییرات اجزای واکنش به ضریب مولی آن‌ها بستگی دارد که ما از آن بی‌اطلاع هستیم.

Telegram: @konkur_in