

آزمون شماره ۲۱

جمعه ۱۳/۰۱/۱۴۰۳



آزمون‌های سراسر کاج

گزینه درسی را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

سوالات آزمون دفترچه شماره (۱)

پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سوال: ۵۰	مدت پاسخگویی: ۷۵ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سوالات و مدت پاسخگویی

مدت پاسخگویی	شماره سوال		وضعیت پاسخگویی	تعداد سوال	مواد امتحانی	ردیف
	از	تا				
۷۵ دقیقه	۱	۱۰	اجباری	۱۰	حسابان ۲	۱
	۱۱	۲۰		۱۰	ریاضیات گسسته	
	۲۱	۳۰		۱۰	هندسه ۳	
	۳۱	۴۰		۱۰	هندسه ۱	
	۴۱	۵۰		۱۰	آمار و احتمال	

ریاضیات



حسابان (۲)

۱- اگر تابع $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ در $x=1$ ماکزیمم و در $x=2$ نقطه عطف داشته باشد، آن گاه b کدام است؟
 (۱) ۶ (۲) -۶ (۳) ۹ (۴) -۹

۲- با افزایش x ها در بازه $(1, \infty)$ در مورد تقعر نمودار تابع $f(x) = 3x^5 - 5x^4 + x$ کدام درست است؟
 (۱) همواره رو به بالا (۲) ابتدا رو به بالا، سپس رو به پایین
 (۳) همواره رو به پایین (۴) ابتدا رو به پایین، سپس رو به بالا

۳- نمودار تابع با ضابطه $f(x) = 1 + \sin x - x \cos x$ در مجاورت نقطه تلاقی با محور y ها کدام است؟



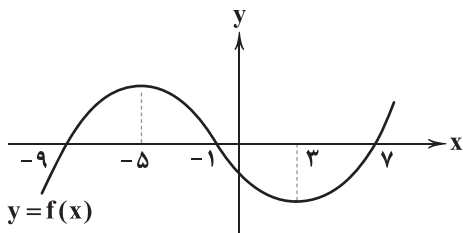
۴- اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 5x + 4}{x-1}$ بیانگر مشتق تابع f در نقطه $x=a$ باشد، نمودار f در مجاورت a کدام است؟



۵- روی بازه $(0, \frac{\pi}{4})$ شیب خط مماس بر منحنی تابع $f(x) = \sin^2 x + 2 \sin x$ در نقطه عطف آن کدام است؟

(۱) $\sqrt{3}$ (۲) $2\sqrt{3}$ (۳) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ (۴) $\frac{3}{2}$

۶- اگر نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت شکل زیر باشد آن گاه مجموع اعداد صحیح واقع در بازه $(-5, 3)$ که به ازای



آن ها $f(x)f'(x)f''(x) > 0$ ، برابر است با:

(۱) -۳
 (۲) -۶
 (۳) -۹
 (۴) -۱۲

۷- در تابع $f(x) = x^a + x^b$ اگر a عددی فرد و b عددی زوج و $f'(1) = 11$ و $f'(-1) = -1$ آن گاه نمودار تابع چند نقطه عطف دارد؟

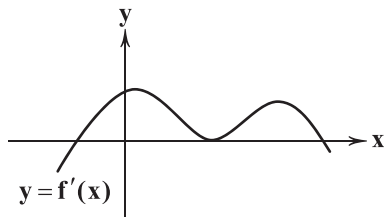
(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) فاقد نقطه عطف

۸- نمودار تابع $f(x) = x\sqrt{x} + \sin \pi x$ در مجاورت نقطه $x=1$ به کدام صورت است؟



محل انجام محاسبات

۹- اگر $y = f(x)$ تابعی چند جمله‌ای و نمودار مشتق آن به صورت شکل زیر باشد، آن‌گاه تعداد نقاط اکسترمم نسبی و عطف تابع کدام است؟



(۱) دو اکسترمم، سه عطف

(۲) سه اکسترمم، دو عطف

(۳) دو اکسترمم، دو عطف

(۴) سه اکسترمم، سه عطف

۱۰- نمودار تابع $f(x) = \cot\left(\frac{\pi}{4} - x\right) - \tan\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$ در بازه $\left(-\frac{3\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right)$ چند نقطه عطف دارد؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

ریاضیات گسسته

۱۱- چند مربع لاتین 3×3 وجود دارد که درایه‌های روی قطر اصلی همگی یکسان باشند؟

۳ (۴)

۴ (۳)

۸ (۲)

۶ (۱)

۱۲- تعداد مربع‌های لاتین متعامد با مربع لاتین

۱	۲	۳
۳	۱	۲
۲	۳	۱

، کدام است؟

۶ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۱۳- چند کد چهار رقمی با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴ وجود دارد که در هر یک از آن‌ها رقم‌های صفر و ۳ حداقل یک بار ظاهر شوند؟

۱۲۰ (۴)

۱۱۶ (۳)

۱۱۲ (۲)

۱۱۰ (۱)

۱۴- در یک کلاس ۳۴ نفره، ۲ نفر از دانش‌آموزان به هیچ‌یک از رشته‌های فوتبال، والیبال و بسکتبال علاقه ندارند. ۱۵ نفر به فوتبال، ۱۸ نفر به

والیبال، ۱۶ نفر به بسکتبال، ۷ نفر به فوتبال و والیبال، ۸ نفر به والیبال و بسکتبال و ۴ نفر به فوتبال و بسکتبال علاقه‌مند هستند، چه

تعداد از دانش‌آموزان به حداقل دو رشته ورزشی علاقه دارند؟

۱۶ (۴)

۱۵ (۳)

۱۴ (۲)

۱۳ (۱)

۱۵- تعداد توابع پوشا از یک مجموعه n عضوی ($n \geq 2$) به یک مجموعه ۲ عضوی کدام است؟

$n^2 - 1$ (۴)

$2^n - 2$ (۳)

$2^n - 1$ (۲)

2^n (۱)

۱۶- به چند طریق می‌توان ۴ کتاب متمایز را بین سه نفر توزیع کرد، به طوری که به هر نفر حداقل یک کتاب برسد؟

۳۸ (۴)

۳۶ (۳)

۳۲ (۲)

۲۸ (۱)

۱۷- ۴ خودکار متفاوت را بین ۶ نفر توزیع می‌کنیم. احتمال این که به هر نفر حداکثر یک خودکار برسد، کدام است؟

$\frac{7}{18}$ (۴)

$\frac{5}{18}$ (۳)

$\frac{1}{3}$ (۲)

$\frac{3}{18}$ (۱)

۱۸- تعداد توابع غیرپوشا از مجموعه $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ به روی مجموعه $B = \{a, b, c\}$ کدام است؟

۹۸ (۴)

۹۷ (۳)

۹۳ (۲)

۹۶ (۱)

۱۹- در چند گراف ساده با رئوس a, b, c, d, e هیچ یک از رأس‌های a, b, c تنها نیستند؟

۸۶۴ (۴)

۸۵۴ (۳)

۸۴۴ (۲)

۸۴۸ (۱)

۲۰- چند عدد سه رقمی وجود دارد که بر ۲ بخش پذیر بوده ولی بر ۳ و ۵ بخش پذیر نباشد؟

۲۸۰ (۴)

۲۶۰ (۳)

۲۵۰ (۲)

۲۴۰ (۱)

محل انجام محاسبات

هندسه (۲)

۲۱- کدام یک از ویژگی‌های زیر از خواص ضرب داخلی بردارها نیست؟

$$a \cdot b = 0 \Rightarrow a = 0 \text{ یا } b = 0 \quad (۲) \quad |a \cdot b| \leq |a| |b| \quad (۱)$$

$$a \cdot (a + b) = a^2 + a \cdot b \quad (۴) \quad a \cdot b = b \cdot a \quad (۳)$$

۲۲- اگر $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 5$, $\vec{a} + \vec{b} = (6, 2, -3)$ باشد، زاویه بین دو بردار \vec{a} , \vec{b} چند درجه است؟

$$90 \quad (۴) \quad 60 \quad (۳) \quad 45 \quad (۲) \quad 30 \quad (۱)$$

۲۳- اندازه سه بردار \vec{a} , \vec{b} , $3\vec{a} + \vec{b}$ به ترتیب ۲، ۴ و ۵ است. اندازه بردار $\vec{a} + 2\vec{b}$ کدام است؟

$$5\sqrt{2} \quad (۴) \quad 5\sqrt{3} \quad (۳) \quad 4\sqrt{2} \quad (۲) \quad 4\sqrt{3} \quad (۱)$$

۲۴- دو نقطه $A(-1, 3, 5)$ و $B(1, 1, -5)$ مفروض‌اند. نقطه متغیر M به گونه‌ای است که $\vec{MA} \cdot \vec{MB} = 37$. فاصله نقطه M از

نقطه $N(0, 2, 0)$ کدام است؟

$$10 \quad (۴) \quad 9 \quad (۳) \quad 8 \quad (۲) \quad 7 \quad (۱)$$

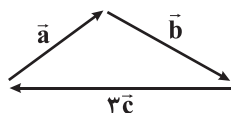
۲۵- اگر زاویه بین دو بردار $\vec{b}(2, 0, 1)$ و $\vec{a}(1, 0, 2)$ برابر α باشد، $\tan \frac{\alpha}{4}$ کدام است؟

$$\sqrt{10} \quad (۴) \quad 3 \quad (۳) \quad \frac{\sqrt{10}}{10} \quad (۲) \quad \frac{1}{3} \quad (۱)$$

۲۶- اگر $15 = 3z - 6y + 2x$ باشد، کم‌ترین مقدار عبارت $x^2 + 9y^2 + 9z^2$ کدام است؟

$$16 \quad (۴) \quad 25 \quad (۳) \quad 36 \quad (۲) \quad 49 \quad (۱)$$

۲۷- سه بردار \vec{a} , \vec{b} , $3\vec{c}$ مطابق شکل رسم شده‌اند. اگر $|\vec{a}| = 2$ و $|\vec{b}| = 5$ باشد، آنگاه $3\vec{a} \cdot \vec{b} + 3\vec{a} \cdot \vec{c} + 3\vec{b} \cdot \vec{c}$ کدام است؟



$$-24 \quad (۱)$$

$$-25 \quad (۲)$$

$$-27 \quad (۳)$$

$$-29 \quad (۴)$$

۲۸- تصویر دو بردار $\vec{a}(1, -3, m)$ و $\vec{b}(m-1, 3, 2)$ بر روی بردار $\vec{c}(1, 1, -2)$ بردار m مقدار m کدام است؟

$$5 \quad (۴) \quad 4 \quad (۳) \quad 3 \quad (۲) \quad 2 \quad (۱)$$

۲۹- دو بردار \vec{a} و \vec{b} برهم عمودند. اگر $3\vec{a} + \vec{b} = (3, -1, m)$, $3\vec{a} - \vec{b} = (m-1, 4, 1)$ مقدار m کدام است؟

$$5 \quad (۴) \quad 4 \quad (۳) \quad 3 \quad (۲) \quad 2 \quad (۱)$$

۳۰- تصویر بردار $\vec{a}(1, 3, 2)$ بر روی بردار $\vec{b}(2, 1, 2)$ با بردار $\vec{c}(-2, -2, 1)$ زاویه α می‌سازد. $\cos \alpha$ کدام است؟

$$-\frac{2}{3} \quad (۴) \quad -\frac{4}{9} \quad (۳) \quad \frac{2}{3} \quad (۲) \quad \frac{4}{9} \quad (۱)$$

محل انجام محاسبات

هندسه (۱)

۳۱- با مفروضات طول ارتفاع BH، زاویه C و ضلع a چند مثلث می توان رسم کرد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی شمار

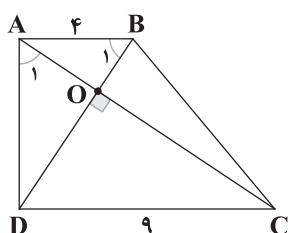
۳۲- در دوزنقه متساوی الساقین ABCD اگر ساق AD برابر قاعده AB و قطر AC برابر قاعده CD باشد، مقدار $\hat{ADC} + \hat{ACD}$ چند درجه است؟

- (۱) ۱۴۴ (۲) ۱۰۸ (۳) ۱۱۰ (۴) ۱۱۸

۳۳- اضلاع یک مستطیل $\sqrt{3}$ و $\sqrt{6}$ می باشد، فاصله نقطه وسط ضلع بزرگ تر از قطر مستطیل کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{2}}{3}$

۳۴- در دوزنقه قائم الزویه شکل روبه رو، قطرهای بر هم عمودند. مساحت مثلث OAB کدام است؟



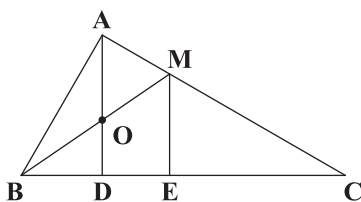
(۱) $\frac{24}{13}$

(۲) $\frac{48}{13}$

(۳) $\frac{12}{13}$

(۴) $\frac{36}{13}$

۳۵- در شکل زیر AC، ۵ برابر AM است. اگر $ME \parallel AD$ و $\frac{BO}{OM} = 2$ آن گاه مساحت مثلث BOD چند برابر مساحت مثلث BMC است؟



(۱) $\frac{7}{23}$

(۲) $\frac{14}{23}$

(۳) $\frac{4}{17}$

(۴) $\frac{4}{21}$

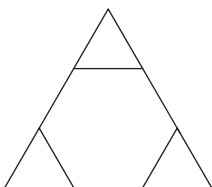
۳۶- در یک ضلعی محدب، مجموع تعداد اضلاع و اقطار، از ۲ برابر مجموع اقطار دو رأس غیرمجاور، ۷ واحد بیشتر است. از هر رأس ۲n ضلعی

چند قطر می گذرد؟

- (۱) ۱۱ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲ (۴) ۱۳

۳۷- از برخورد امتداد اضلاع یک ضلعی منتظم، یک مثلث حاصل شده است. اگر اندازه ارتفاع این مثلث $12\sqrt{3}$ باشد، مساحت ۶ ضلعی منتظم

کدام می باشد؟



(۱) $92\sqrt{3}$ (۲) $48\sqrt{3}$

(۳) $96\sqrt{3}$ (۴) $24\sqrt{3}$

محل انجام محاسبات

۳۸- اگر خط d با صفحه P موازی باشد، کدام نادرست است؟

- (۱) بر خط d فقط یک صفحه می‌توان عبور داد که بر صفحه P عمود باشد.
 (۲) هر صفحه عمود بر خط d بر صفحه P عمود است.
 (۳) بر خط d فقط یک صفحه می‌توان عبور داد که با صفحه P موازی باشد.
 (۴) هر خط منطبق بر صفحه P با خط d موازی است.

۳۹- یک هرم مثلث‌القاعده که قاعده آن مثلث مساوی‌الاضلاع به ضلع $2\sqrt{3}$ و طول ارتفاع آن ۴ واحد می‌باشد را در نظر بگیرید. اگر این هرم را حول ارتفاع آن دوران بدهیم، حجم شکل حاصل کدام است؟

- (۱) $\frac{16\pi}{3}$ (۲) $\frac{8\pi}{3}$ (۳) 4π (۴) 5π

۴۰- سطح دو استوانه را روی صفحه‌های گسترده کرده‌ایم. در هر ۲ حالت، شکل حاصل مستطیلی به ابعاد ۳ و ۴ است، نسبت حجم این دو استوانه چقدر است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{2}{3}$

آمار و احتمال

۴۱- در انتخاب نمونه بیست عضوی از بین شماره‌های ۱ تا ۸۰۰ به روش سامان‌مند، با کدام احتمال ۳۷۹ انتخاب می‌شود؟

- (۱) $\frac{1}{5}$ (۲) $\frac{1}{25}$ (۳) $\frac{1}{25}$ (۴) $\frac{1}{5}$

۴۲- چند مورد صحیح است؟

- * هر قدر نمونه اریب باشد، پارامتر جامعه دقیق‌تر معلوم می‌شود.
- * هر قدر نمونه نااریب باشد، سعی می‌کنیم نمونه بهتری انتخاب کنیم.
- * تلاش آمارگرها در بیشتر کردن اریبی نمونه است.

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) صفر

۴۳- در برآورد نقطه‌ای میانگین داده‌های ۸، ۷، ۶، ۵، ۳ و ۲ نمونه‌ای سه‌تایی انتخاب شده است. نمودار احتمالی برآوردهای میانگین از چند قطعه عمودی تشکیل می‌شود؟

- (۱) ۱۶ (۲) ۱۳ (۳) ۱۲ (۴) ۱۱

۴۴- در جامعه‌ای احتمال انتخاب نمونه $\{0, 1, 5\}$ از بین نمونه‌های سه‌عضوی $\frac{1}{5}$ است. احتمال انتخاب نمونه دو‌تایی $\{0, 5\}$ یا $\{0, 1\}$ در بین نمونه‌های دو‌تایی کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{10}$ (۲) $\frac{1}{5}$ (۳) $\frac{1}{15}$ (۴) $\frac{2}{15}$

۴۵- واریانس قیمت تعدادی پیراهن $\frac{4}{41}$ است. با انتخاب نمونه‌های ۲۵ تایی، انحراف معیار برآورد میانگین قیمت پیراهن کدام است؟

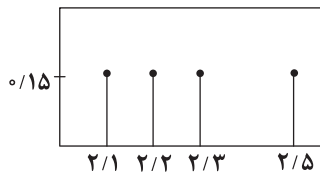
- (۱) $\frac{1}{42}$ (۲) $\frac{1}{84}$ (۳) $\frac{1}{1764}$ (۴) $\frac{1}{882}$

محل انجام محاسبات

۴۶- طول بازه اطمینان ۹۵ درصدی برای جامعه‌ای با واریانس $\frac{9}{25}$ برابر $0/1$ است. حجم نمونه کدام است؟

- (۱) ۵۷۶ (۲) ۸۴ (۳) ۲۸۸ (۴) ۶۴۴

۴۷- نمودار احتمال میانگین نمونه‌های ۳ عضوی از جامعه‌ای با ۴ عضو متمایز به صورت زیر است. میانگین جامعه چقدر است؟



(۱) $2/275$

(۲) $2/25$

(۳) $2/3$

(۴) ۳

۴۸- چند مورد از متغیرهای زیر از نوع کمی پیوسته است؟

شدت زلزله - تعداد خودروها - دمای هوای شهر - جنسیت افراد - وزن افراد - سن - ارتفاع از سطح دریا - نوع آلودگی هوا - رتبه کنکور

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۵

۴۹- نوع و مقیاس اندازه‌گیری درصد خسارت وارده به خودرو در اثر تصادف با نوع و مقیاس کدام مورد متفاوت است؟

(۱) وزن دانش‌آموز (۲) رتبه کشور به لحاظ اقتصادی

(۳) مدت پرواز تهران - مشهد مقدس (۴) وزن وسایل بدنسازی

۵۰- برای بررسی درصد بیکاران شهر بجنورد کدام جامعه آماری مناسب است؟

(۱) بیکاران شهر بجنورد (۲) شاغلان شهر بجنورد

(۳) کل جمعیت شهر بجنورد (۴) جمعیت فعال شهر بجنورد

آزمون شماره ۲۱

جمعه ۱۴۰۳/۰۱/۳۱



آزمون‌های سراسری کج

گزینه درسی را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

سوالات آزمون دفترچه شماره (۲)

پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سوال: ۶۰	مدت پاسخگویی: ۷۵ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سوالات و مدت پاسخگویی

مدت پاسخگویی	شماره سؤال		وضعیت پاسخگویی	تعداد سؤال	مواد امتحانی	ردیف
	تا	از				
۵۰ دقیقه	۷۵	۵۱	اجباری	۲۵	فیزیک ۳	۱
	۸۵	۷۶	زوج کتاب	۱۰	فیزیک ۱	
	۹۵	۸۶		۱۰	فیزیک ۲	
۲۵ دقیقه	۱۱۰	۹۶	اجباری	۱۵	شیمی ۳	۲
	۱۲۰	۱۱۱	زوج کتاب	۱۰	شیمی ۱	
	۱۳۰	۱۲۱		۱۰	شیمی ۲	

فیزیک



- ۵۱- تار به طول 40 cm بین دو نقطه ثابت شده است. در این تار موج ایستاده با ۳ شکم تشکیل شده است. اگر تندی انتشار موج در طول تار برابر با $200 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ باشد، بسامد تولیدشده به وسیله تار چند هرتز است و این بسامد، هماهنگ چندم صوت اصلی است؟
 (۱) سوم - 1500 (۲) سوم - 750 (۳) چهارم - 1500 (۴) چهارم - 750
- ۵۲- تار به طول 20 cm و جرم 4 g را با نیرویی به بزرگی 450 N می کشیم. اگر بسامد صوت ایجادشده در طول تار 1500 Hz باشد، تعداد شکم های تشکیل شده در طول تار در کدام گزینه به درستی آمده است؟
 (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۶ (۴) ۴
- ۵۳- تار دو سر بسته ای به وسیله یک نوسان ساز به ارتعاش در می آید و در طول تار ۵ گره تشکیل می شود. بزرگی نیروی کشش تار را چند درصد و چگونه تغییر دهیم، تا در طول تار، ۶ گره تشکیل شود؟
 (۱) ۲۵ - افزایش (۲) ۲۵ - کاهش (۳) ۳۶ - افزایش (۴) ۳۶ - کاهش
- ۵۴- تار به طول 50 cm بین دو نقطه ثابت شده است. اگر تندی موج عرضی در این تار برابر با $200 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ و ۳ گره در تار ایجاد شده باشد، حداقل چند میلی ثانیه طول می کشد تا هر یک از ذرات تار فاصله بین دو نقطه بازگشتی را طی کنند؟
 (۱) ۱ (۲) $1/25$ (۳) $2/5$ (۴) ۵
- ۵۵- تار بین دو نقطه ثابت شده است و در طول تار ۲ شکم ایجاد شده است. اگر نیروی کشش تار را ۹ برابر و بسامد آن را ۶ برابر کنیم، در این حالت در طول تار چند گره تشکیل می شود؟
 (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۵ (۴) ۴
- ۵۶- بسامد اصلی تار مرتعشی برابر با 100 Hz است. اگر نیروی کشش تار ۲۱ درصد افزایش یابد، بسامد هماهنگ پنجم این تار چند هرتز است؟
 (۱) 450 (۲) 550 (۳) 900 (۴) 1000
- ۵۷- بسامدهای هماهنگ های متوالی یک تار با دو انتهای بسته به صورت 90 Hz ، f_p ، 270 Hz و f_q است. f_p و f_q برابر چند هرتز است؟ (به ترتیب از راست به چپ)
 (۱) $180 - 350$ (۲) $150 - 360$ (۳) $150 - 350$ (۴) $180 - 360$
- ۵۸- تار بین دو تکیه گاه ثابت شده است و با بسامد f نوسان می کند. شکل زیر، تصویر این موج را در لحظه $t = 0$ نشان می دهد. جابه جایی نقطه M تا لحظه $t = \frac{1}{4f}$ چند سانتی متر و بسامد نوسان تار در این لحظه چند هرتز است؟ ($v_{\text{صوت}} = 340 \frac{\text{m}}{\text{s}}$)

 (۱) $4 - 450$ (۲) $4 - 600$ (۳) $8 - 450$ (۴) $8 - 600$
- ۵۹- در یک لوله صوتی با دو انتهای باز به طول 60 cm ، ۴ گره تشکیل شده است. فاصله نزدیک ترین گره به انتهای لوله چند سانتی متر است؟
 (۱) ۵ (۲) $7/5$ (۳) ۱۰ (۴) $12/5$
- ۶۰- حداقل انرژی لازم برای جدا کردن یک الکترون از سطح فلزی برابر $2/5\text{ eV}$ است. طول موج آستانه این فلز، در کدام منطقه از طیف امواج الکترومغناطیس قرار دارد؟ ($hc = 1240\text{ eV}\cdot\text{nm}$)
 (۱) رادیویی (۲) میکروموج (۳) نور مرئی (۴) پرتو گاما

محل انجام محاسبات

۶۱- طول موج آستانه فلزی برابر با 200 nm است. تابع کار این فلز، چند الکترون ولت است و اگر به سطح این فلز، موجی با بسامد 2000 THz

$$(h = 4 \times 10^{-15} \text{ eV.s}, c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}})$$

(۱) ۶- رخ می‌دهد. (۲) ۶- رخ نمی‌دهد. (۳) ۸- رخ می‌دهد. (۴) ۸- رخ نمی‌دهد.

۶۲- طول موج آستانه فلزی برابر با 500 nm است. اگر موجی با طول موج 400 nm به سطح این فلز بتابانیم، بیشینه انرژی جنبشی الکترون‌ها

$$(h = 4 \times 10^{-15} \text{ eV.s}, c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}})$$

(۱) 0.2 (۲) 0.4 (۳) 0.6 (۴) 0.12

۶۳- اگر به ورقه‌های یک الکتروسکوپ دارای بار الکتریکی $q = 20\text{ }\mu\text{C}$ ، 10^{20} فوتون با طول موجی بیشتر از طول موج آستانه بتابانیم، بار

$$(e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C})$$

(۱) 20 (۲) -20 (۳) 36 (۴) -36

۶۴- چشمه نوری با توان مصرفی 200 W در هر ثانیه، 5×10^{20} فوتون با طول موج 600 nm گسیل می‌کند. بازده این چشمه چند درصد است؟

$$(e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}, h = 4 \times 10^{-15} \text{ eV.s}, c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}})$$

(۱) 40 (۲) 20 (۳) 60 (۴) 80

۶۵- تابع کار فلزی برابر 2 eV است. اگر طول موج تابیده شده به سطح این فلز را 4 برابر کنیم، بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها 8 برابر

$$(h = 4 \times 10^{-15} \text{ eV.s}, c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}})$$

(۱) 1000 (۲) 250 (۳) 664 (۴) 750

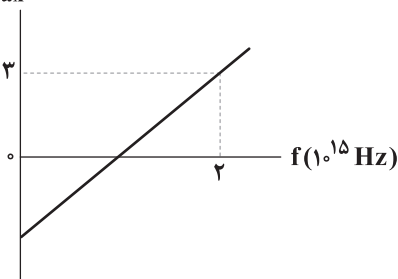
۶۶- در آزمایش فوتوالکتریک، بسامد نور تابشی را چند تراهرتز افزایش دهیم تا بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها 8 eV افزایش

$$(h = 4 \times 10^{-15} \text{ eV.s})$$

(۱) 2000 (۲) 8000 (۳) 4000 (۴) 1000

۶۷- نمودار بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها بر حسب بسامد نور تابشی، مطابق شکل زیر است. طول موج آستانه این فلز چند نانومتر است؟

$K_{\text{max}} (\text{eV})$



$$(h = 4 \times 10^{-15} \text{ eV.s}, c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}})$$

(۱) 120

(۲) 240

(۳) 300

(۴) 360

۶۸- در یک آزمایش فوتوالکتریک، تابع کار فلز برابر 2 eV است. اگر نوری با طول موج 310 nm به الکتروود A بتابانیم و بین دو الکتروود A و B

اختلاف پتانسیل الکتریکی 8 V ($V_B - V_A = 8\text{ V}$) برقرار باشد، بیشینه تندی الکترون‌ها در لحظه رسیدن به الکتروود B چند متر بر ثانیه

$$(m_e = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}, hc = 1240 \text{ eV.nm}, e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C})$$

(۱) 2×10^6 (۲) 4×10^6 (۳) 8×10^6 (۴) 10^6

محل انجام محاسبات

۶۹- طول موج دومین خط رشته پاشن ($n' = 3$) در اتم هیدروژن، چند نانومتر بوده و در کدام محدوده از امواج الکترومغناطیس قرار دارد؟

$$(R = 0.01(nm)^{-1})$$

(۱) ۳۷۵۰ - فرورسرخ (۲) ۱۴۰۶/۲۵ - فرورسرخ (۳) ۳۷۵۰ - فرابنفش (۴) ۱۴۰۶/۲۵ - فرابنفش

۷۰- در گسیل‌های اتم هیدروژن، کوتاه‌ترین طول موج مربوط به رشته براکت ($n' = 4$)، چند نانومتر است و در کدام منطقه از طیف امواج

$$\text{الکترومغناطیس قرار دارد؟ } (R = 0.01(nm)^{-1})$$

(۱) ۷۲۰ - فرورسرخ (۲) ۷۲۰ - مرئی (۳) ۱۶۰۰ - فرورسرخ (۴) ۱۶۰۰ - مرئی

۷۱- اختلاف بین بلندترین و کوتاه‌ترین طول موج رشته لیمان ($n' = 1$)، در اتم هیدروژن چند نانومتر است؟ $(R = 0.01(nm)^{-1})$

(۱) $\frac{200}{3}$ (۲) ۱۰۰ (۳) $\frac{400}{3}$ (۴) $\frac{100}{3}$

۷۲- بسامد کم‌انرژی‌ترین فوتون گسیل‌شده در رشته بالمر ($n' = 2$)، چند برابر بسامد پرانرژی‌ترین فوتون گسیل‌شده در رشته لیمان ($n' = 1$)

$$\text{در اتم هیدروژن است؟ } (R = 0.01(nm)^{-1}, c = 3 \times 10^8 \frac{m}{s})$$

(۱) $\frac{36}{5}$ (۲) $\frac{5}{36}$ (۳) $\frac{5}{12}$ (۴) $\frac{12}{5}$

۷۳- در طیف اتم هیدروژن، دومین طول موج ناحیه مرئی، چند برابر چهارمین طول موج ناحیه مرئی است؟

(۱) $\frac{16}{9}$ (۲) $\frac{9}{16}$ (۳) $\frac{32}{27}$ (۴) $\frac{27}{32}$

۷۴- در طیف اتم هیدروژن، الکترون در تراز $n = 4$ قرار دارد. تعداد تمام گذارهای ممکن و هم‌چنین کوتاه‌ترین طول موج فوتون گسیلی در کدام

$$\text{گزینه به درستی آمده‌اند؟ } (R = 0.01(nm)^{-1})$$

(۱) ۶ و $\frac{1600}{15}$ (۲) ۶ و $\frac{800}{9}$ (۳) ۴ و $\frac{1600}{15}$ (۴) ۴ و $\frac{800}{9}$

۷۵- اگر معادله بالمر به صورت $\lambda = K \left(\frac{n^2}{n^2 - 4} \right)$ نوشته شود، کدام رابطه بین مقدار ثابت K و ثابت ریذبرگ (R) برقرار است؟

(۱) $K = 2R$ (۲) $K = 4R$ (۳) $KR = 2$ (۴) $KR = 4$

توجه: داوطلب گرامی، لطفاً از بین سؤالات زوج درس ۱ (فیزیک ۱)، شماره ۷۶ تا ۸۵) و زوج درس ۲ (فیزیک ۲)، شماره ۸۶ تا ۹۵)، فقط یک سری را به انتخاب خود پاسخ دهید.

زوج درس ۱

فیزیک ۱ (سؤالات ۷۶ تا ۸۵)

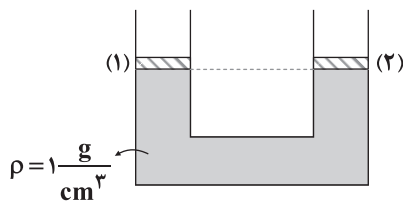
۷۶- چه تعداد از عبارتهای زیر نادرست است؟

الف) در بین کمیت‌های فشار، جریان الکتریکی، میدان مغناطیسی، شدت روشنایی و تکانه، دو کمیت اصلی و دو کمیت برداری وجود دارد.

ب) نیرو یک کمیت فرعی و برداری است که یکای فرعی آن $\frac{kg \cdot m}{s^2}$ می‌باشد.

ج) آهنگ شارش $\frac{L}{min}$ ۱۲۰ معادل $\frac{mm^3}{s}$ 2×10^6 است.

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳



۲/۵ (۴)

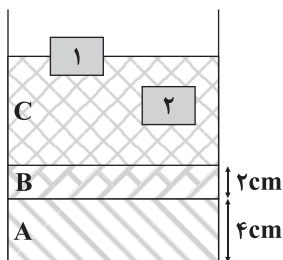
۲۵ (۳)

۵ (۲)

۵۰ (۱)

۷۷- در شکل مقابل، وزن پیستون‌ها ناچیز و پیستون‌ها در حالت تعادل قرار دارند و سطح مقطع هر دو پیستون برابر 100cm^2 است. اگر وزنه‌ای با وزن 5N را بر روی پیستون شماره (۱) قرار دهیم، هر یک از دو پیستون چند سانتی‌متر جابه‌جا می‌شوند؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

۷۸- مطابق شکل زیر، سه مایع درون یک ظرف استوانه‌ای شکل قرار دارند و دو مکعب توپر با ابعاد برابر درون آن‌ها در حالت تعادل می‌باشند. چه تعداد از عبارات زیر صحیح است؟



(الف) نیروی شناوری وارد بر مکعب (۲) بزرگ‌تر از نیروی شناوری وارد بر مکعب (۱) است.

(ب) وزن دو مکعب با هم برابر است.

(ج) جرم مایع A کم‌تر از جرم مایع B است.

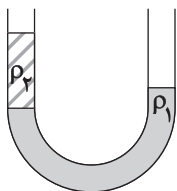
۱ (۲)

صفر (۱)

۳ (۴)

۲ (۳)

۷۹- شکل زیر، نشان‌دهنده یک لوله U شکل است که در آن، مایع‌ها در تعادل هستند. اگر با اضافه کردن مایع در لوله سمت چپ، ارتفاع مایع (۲) را به اندازه h افزایش دهیم، اختلاف ارتفاع سطح آزاد مایع‌ها چقدر تغییر می‌کند؟



$$h \left(1 + \frac{\rho_2}{\rho_1}\right) \quad (۲)$$

$$h \left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1}\right) \quad (۱)$$

$$\frac{h\rho_1}{\rho_2} \quad (۴)$$

$$\frac{h\rho_2}{\rho_1} \quad (۳)$$

۸۰- مطابق شکل زیر، بار اول با نیروی ثابت \vec{F}_1 و بار دوم با نیروی ثابت \vec{F}_2 ، جسمی را روی سطح هموار بدون اصطکاک می‌کشیم. اگر جابه‌جایی در حالت دوم، ۲ برابر جابه‌جایی در حالت اول بوده و کار نیروهای \vec{F}_1 و \vec{F}_2 یکسان باشد، آن‌گاه باید بزرگی نیروی \vec{F}_2 ، از بزرگی

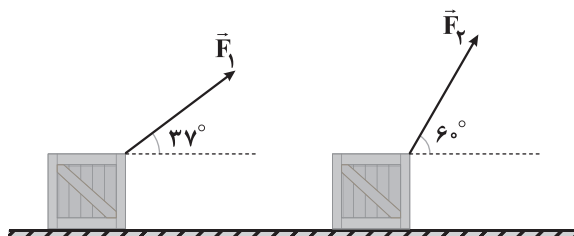
نیروی \vec{F}_1 باشد. ($\sin 37^\circ = 0.6$)

(۱) ۲۰ درصد کم‌تر

(۲) ۶۰ درصد کم‌تر

(۳) ۶۰ درصد بیشتر

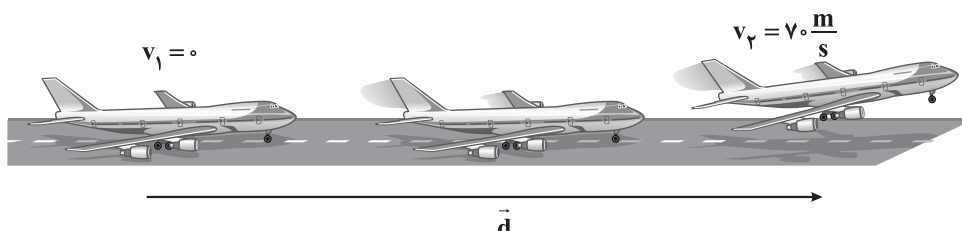
(۴) ۲۰ درصد بیشتر



۸۱- شکل زیر، هواپیمایی را نشان می‌دهد که از حال سکون شروع به حرکت می‌کند و پس از 2050m جابه‌جایی در امتداد باند هواپیما، به تندی

برخاستن $v_2 = 70 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ می‌رسد. یک دقیقه پس از برخاستن، هواپیما تا ارتفاع 700m از سطح زمین اوج می‌گیرد و تندی آن به $140 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

می‌رسد. کار کل انجام‌شده روی هواپیما در مدت حرکت روی باند، چند برابر تغییرات انرژی مکانیکی آن در مدت پرواز است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)



(۱) $\frac{7}{41}$

(۲) $\frac{41}{7}$

(۳) $\frac{7}{39}$

(۴) $\frac{39}{7}$

محل انجام محاسبات

۸۲- پمپ آب A در هر دقیقه ۸۰ لیتر آب را از عمق ۱۲ متر با تندی ثابت بالا می‌کشد و پمپ B در هر ساعت، ۵ مترمکعب نفت را از عمق ۹۰ متر با تندی ثابت بالا می‌کشد. اگر بازده هر دو پمپ، ۴۰ درصد باشد، توان مصرفی پمپ A وات از پمپ B

$$\text{است. } \left(\rho_{\text{آب}} = \frac{5}{4} \rho_{\text{نفت}} = 1 - \frac{g}{\text{cm}^3}, g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \right)$$

(۱) ۲۱۰۰ و کمتر (۲) ۲۱۰۰ و بیشتر (۳) ۸۴۰ و کمتر (۴) ۸۴۰ و بیشتر

۸۳- ۲ کیلوگرم آب در دمایی قرار دارد که چگالی آن بیشینه است. گلوله‌ای آهنی و توپ به حجم 500 cm^3 و دمای 54°C را درون آب می‌اندازیم تا به تعادل برسد. تا رسیدن به تعادل گرمایی، حجم آهن چند درصد کاهش می‌یابد؟ (چگالی و ضریب انبساط طولی آهن به

$$\text{ترتیب } \frac{g}{\text{cm}^3} \text{ و } \frac{1}{K} \times 10^{-5} \text{ است، } c_{\text{آب}} = 4000 \frac{\text{J}}{\text{kg.K}}, c_{\text{آهن}} = 500 \frac{\text{J}}{\text{kg.K}} \text{ و } \pi \approx 3$$

(۱) ۰/۱۴۴ (۲) ۱/۴۴ (۳) ۰/۴۸ (۴) ۰/۰۴۸

۸۴- انتقال گرما در چه تعداد از موارد زیر، همراه با انتقال ماده انجام می‌شود؟

(الف) گرم شدن هوای اتاق به وسیله بخاری

(ب) انتقال گرما از مرکز خورشید به سطح آن

(ج) انتقال گرما از یک سر قاشق فلزی به سر دیگر آن

(د) انتقال گرما از سطح خورشید به زمین

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۸۵- با گرمکنی با توان 5600 W به 2 kg آب با دمای 44°C گرما می‌دهیم تا ابتدا به آب 100°C و سپس به بخار آب 100°C تبدیل شود. اگر فرایند تغییر دمای آب t_1 ثانیه و فرایند تبخیر آب t_2 ثانیه طول بکشد، حاصل $t_2 - t_1$ برابر چند ثانیه

$$\text{است؟ } \left(L_V = 2352 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}, c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg.K}} \text{ و از اتلاف انرژی صرف نظر کنید.} \right)$$

(۱) ۸۴۰ (۲) ۷۱۲ (۳) ۷۵۶ (۴) ۶۸۴

زوج درس ۲

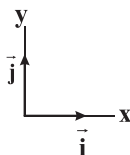
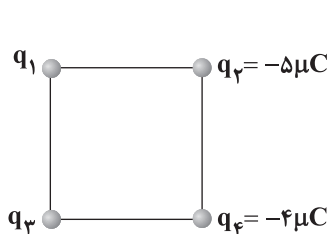
فیزیک ۲ (سؤالات ۸۶ تا ۹۵)

۸۶- هرگاه با حرکت یک ذره باردار در یک میدان الکتریکی، اندازه نیروی الکتریکی وارد بر آن افزایش یابد، انرژی جنبشی آن چگونه تغییر می‌کند؟

(۱) کاهش می‌یابد. (۲) افزایش می‌یابد. (۳) ثابت می‌ماند. (۴) نمی‌توان اظهار نظر کرد.

۸۷- مطابق شکل زیر، چهار ذره باردار در رأس‌های یک مربع به ضلع 30 cm قرار دارند. اگر نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_4 برابر

$$\vec{F} = (-8\text{N})\vec{i} \text{ باشد، نسبت } \frac{q_3}{q_1} \text{ در کدام گزینه به درستی آمده است؟ } \left(k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2} \right)$$



$$(1) \frac{2}{3}\sqrt{2}$$

$$(2) -\frac{2}{3}\sqrt{2}$$

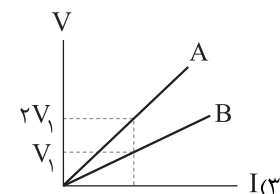
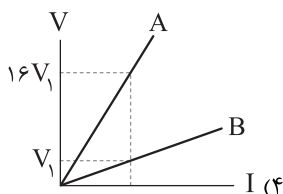
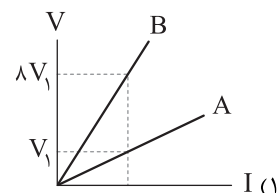
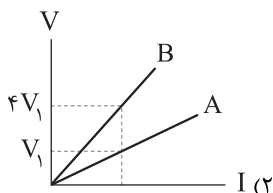
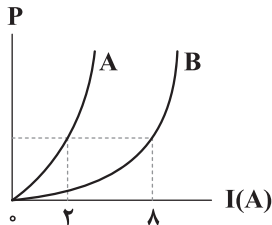
$$(3) \frac{4}{3}\sqrt{2}$$

$$(4) -\frac{4}{3}\sqrt{2}$$

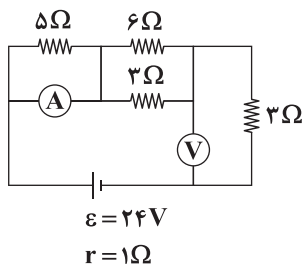
محل انجام محاسبات

- ۸۸- خازن شارژشده‌ای که بین صفحات آن هوا است را از باتری جدا می‌کنیم و سپس دی‌الکتریک را بین صفحات آن قرار می‌دهیم. اگر انرژی ذخیره‌شده در خازن ۷۵ درصد کاهش یابد، بزرگی میدان الکتریکی بین صفحات خازن چند درصد و چگونه تغییر می‌کند؟
 (۱) ۷۵- کاهش (۲) ۳۰۰- افزایش (۳) ۵۰- افزایش (۴) ۵۰- کاهش

- ۸۹- نمودار توان مصرفی دو مقاومت A و B بر حسب جریان عبوری از آن‌ها مطابق شکل زیر است. نمودار اختلاف پتانسیل دو سر این مقاومت‌ها بر حسب جریان عبوری از آن‌ها در کدام گزینه به درستی آمده است؟



- ۹۰- در مدار زیر، اگر جای آمپرسنج ایده‌آل و ولت‌سنج ایده‌آل را با هم عوض کنیم، اعداد نشان داده‌شده توسط آن‌ها، به ترتیب از راست به چپ، هر کدام چند برابر می‌شوند؟



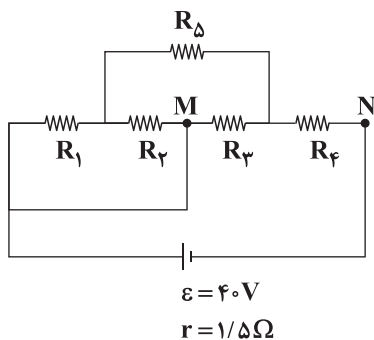
(۱) $\frac{5}{4}$ و ۱

(۲) $\frac{5}{4}$ و $\frac{3}{4}$

(۳) ۱ و ۱

(۴) $\frac{3}{4}$ و ۱

- ۹۱- در مدار شکل زیر، توان خروجی از باتری، بیشینه است. با حرکت بار $q' = 2\mu C$ از نقطه M تا نقطه N، انرژی پتانسیل الکتریکی آن به اندازه چند میکروژول تغییر می‌کند؟



(۱) ۴۰

(۲) ۸۰

(۳) ۲۰

(۴) اطلاعات کافی نیست.

- ۹۲- با $200g$ مس، سیمی با مقطع A ساخته‌ایم و با اتصال آن به یک باتری ایده‌آل، جریان $2A$ از آن عبور می‌کند. با $400g$ مس، سیمی با مقطع چند A بسازیم تا با اتصال آن به همان باتری، جریان $4A$ از آن عبور کند؟

(۴) $\frac{1}{4}$

(۳) ۴

(۲) $\frac{1}{2}$

(۱) ۲

۹۳- ذره‌ای به جرم $1g$ با بار الکتریکی $-1\mu C$ و تندی $5\frac{m}{s}$ در راستای جنوب به شمال و درون یک میدان الکتریکی قائم در حال حرکت است.

اگر جهت میدان الکتریکی از بالا به پایین بوده و بزرگی آن $800\frac{N}{C}$ باشد، حداقل اندازه میدان مغناطیسی برحسب تسلا و جهت آن که

سبب می‌شود این ذره بدون انحراف مسیر اولیه خود را حفظ کند، کدام است؟ ($g = 10\frac{m}{s^2}$)

- (۱) ۳۶ - غرب به شرق (۲) ۴ - غرب به شرق (۳) ۳۶ - شرق به غرب (۴) ۴ - شرق به غرب

۹۴- سیمی رسانا به قطر مقطع $1mm$ را دور یک مقوای استوانه‌ای به صورت کاملاً چسبیده به هم می‌پیچیم تا یک سیملوله با ضریب

القاوری $2\mu H$ ساخته شود. اگر جریانی از این سیملوله بگذرد که بزرگی میدان مغناطیسی درون آن برابر $2/4G$ شود، انرژی ذخیره شده در

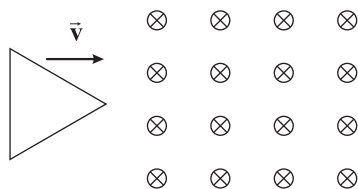
سیملوله چند نانوذول است؟ ($\mu_0 = 12 \times 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A}$)

- (۱) $0/04$ (۲) $0/08$ (۳) 40 (۴) 80

۹۵- مطابق شکل زیر، یک قاب رسانای مثلثی شکل وارد میدان مغناطیسی یکنواخت \vec{B} شده و از آن خارج می‌شود. در مدت زمانی که قاب در

حال ورود به میدان است و در مدت زمانی که قاب در حال خروج از میدان است، برای این که اندازه جریان القایی قاب ثابت باشد، باید نوع

حرکت قاب به ترتیب از راست به چپ چگونه باشد؟



(۱) تندشونده - کندشونده

(۲) کندشونده - تندشونده

(۳) کندشونده - کندشونده

(۴) تندشونده - تندشونده

شیمی



۹۶- 200 میلی لیتر محلول نمکی از وانادیم با غلظت $0/3$ مولار با $3/9$ گرم پودر روی خالص به طور کامل واکنش داده، طوری که چیزی از آن‌ها

باقی نمی‌ماند. چه تعداد از موارد زیر می‌تواند در ارتباط با این واکنش درست باشد؟ ($Zn = 65g \cdot mol^{-1}$)

• محلول نمک وانادیم از زرد به سبز تغییر رنگ داده است.

• محلول نمک وانادیم از بنفش به آبی تغییر رنگ داده است.

• نمک $VO_2^+(aq)$ به نمک $V^{3+}(aq)$ تبدیل شده است.

• نمک $VO^{2+}(aq)$ به نمک $V^{2+}(aq)$ تبدیل شده است.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۹۷- اگر مواد موجود در نمودار مقابل، همگی خالص باشند، چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

• شمار مواد C بیشتر از مجموع شمار مواد A، B و D است.

• ماده‌ای که از آن برای ساخت نمای بیرونی موزه گوگنهایم

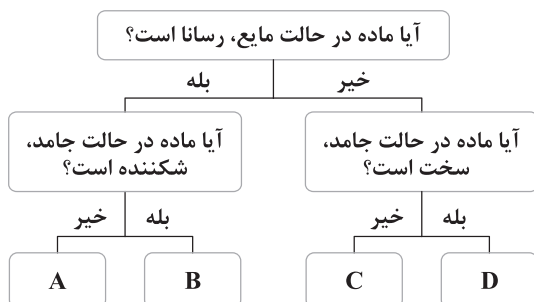
استفاده شده جزو مواد A است.

• ماده A برخلاف ماده B در حالت جامد، رسانای جریان برق است.

• نیمی از مواد «یخ خشک، اوزون، سیلیس، سیلیسیم تتراکلرید،

ژرمانیم و گرافیت» جزو مواد C هستند.

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱



محل انجام محاسبات

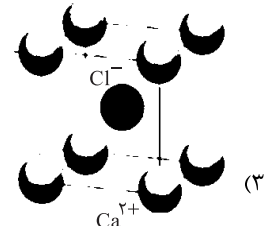
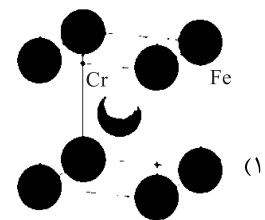
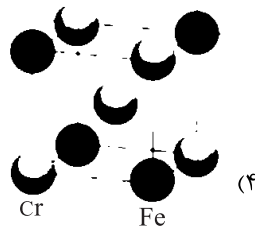
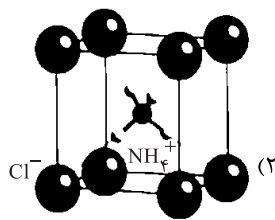
۹۸- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

- دوره برنز پس از دوره سنگی و قبل از دوره آهن است.
 - در گذشته، انسان رنگدانه‌ها را از منابع طبیعی همچون گیاهان، جانوران، نفت خام و برخی کانه‌ها تهیه می‌کرد.
 - رنگ‌های پوششی نوعی مخلوط همگن هستند که لایه نازکی روی سطح ایجاد می‌کنند تا مانع خوردگی در برابر اکسیژن، رطوبت و مواد شیمیایی شوند.
 - شمار عنصرهای دسته‌های s و d در جدول تناوبی برابر با ۵۴ عنصر است که به جز دو مورد، بقیه آن‌ها فلزند.
- ۱ (۴) ۲ (۳) ۳ (۲) ۴ (۱)

۹۹- اگر به هر کدام از مواد A، B و C نور سفید تابیده شود، چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

- ماده A کل نور تابیده شده را جذب می‌کند.
 - ماده B کل نور تابیده شده را بازتاب می‌دهد.
 - ماده C طول موج‌های تقریبی ۴۰۰ تا ۶۰۰ نانومتر را جذب می‌کند.
 - مواد A و B به ترتیب می‌توانند دوده و سدیم کلرید باشند.
 - ماده C می‌تواند آهن (III) اکسید باشد.
 - ماده B ممکن است پرتوهای الکترومغناطیسی با طول موج بین ۸۰۰ تا ۹۰۰ نانومتر را جذب کند.
 - اگر B اکسیدی از تیتانیم باشد، شمار آنیون‌های آن، دو برابر شمار کاتیون‌هاست.
- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۰۰- کدامیک از ساختارهای بلوری زیر نادرست است؟



۱۰۱- چه تعداد از عبارتهای زیر در ارتباط با مدل دریای الکترونی درست است؟

- با استفاده از این مدل می‌توان خاصیت چکش‌خواری، رسانایی الکتریکی و درخشندگی فلزها را توجیه کرد.
- الکترون‌های سازنده دریای الکترونی، آزادانه در شبکه بلوری فلز جابه‌جا می‌شوند.
- در شبکه بلوری کلسیم، شمار الکترون‌های سازنده دریای الکترونی، دو برابر شمار کاتیون‌های کلسیم است.
- براساس این مدل، ساختار فلزها آرایش منظمی از کاتیون‌ها و الکترون‌ها در سه بعد است.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

محل انجام محاسبات

۱۰۲- چه تعداد از عبارتهای زیر در ارتباط با نیتینول درست است؟ ($Ni = 59, Ti = 48 : g.mol^{-1}$)

- آلیاژی از دو فلز واسطه است که هر دو به یک دوره از جدول تناوبی تعلق دارند.
- به فلز هوشمند معروف است.

• در قاب عینک، استنت برای رگها و موتور جت از آن استفاده می شود.

• اگر در آن، جرم نیکل ۰/۷ برابر جرم فلز دیگر باشد، معنی آن این است که شمار اتمهای نیکل، ۰/۷۵ برابر شمار اتمهای فلز دیگر است.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۰۳- اگر در واکنش مربوط به حذف اکسیدهای نیتروژن در مبدل کاتالیستی خودروهای دیزلی، ۰/۳ مول الکترون بین کاهنده و اکسنده مبادله

شود، تفاوت جرم اکسیدهای نیتروژن چند گرم خواهد بود؟ ($N = 14, O = 16 : g.mol^{-1}$)

۱/۲ (۱) ۰/۸ (۲) ۱/۶ (۳) ۰/۴ (۴)

۱۰۴- چه تعداد از عبارتهای زیر در ارتباط با مبدل های کاتالیستی درست است؟

• کارایی این قطعه به نوع کاتالیزگرهای موجود در آن بستگی دارد.

• قطعه ای است که در موتور خودروها نصب می شود تا میزان آلاینده های تولید شده را به حداقل برساند.

• در سطح سرامیک های درون مبدل کاتالیستی، توده های فلزی با شعاع ۲ تا ۱۰ نانومتر وجود دارند.

• بر روی سطح این قطعه سرامیکی که به شکل توری به کار می رود، فلزهای Pt، Pd و Rd نشانده شده است.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۰۵- اگر در واکنش سوختن کربن مونوکسید، تفاوت انرژی فعال سازی واکنش رفت با اندازه آنتالپی واکنش برابر با X کیلوژول و نسبت انرژی

فعال سازی واکنش های رفت و برگشت برابر با ۰/۴ باشد، اندازه ΔH واکنش برحسب X کدام است؟

۳X (۱) ۲X (۲) ۲/۵X (۳) ۲/۶۶X (۴)

۱۰۶- نمودار زیر غلظت سه آلاینده نیتروژن مونوکسید، اوزون تروپوسفری و نیتروژن دی اکسید را در نمونه ای از هوای یک شهر بزرگ نشان

می دهد. چه تعداد از عبارتهای پیشنهاد شده در ارتباط با آنها درست است؟

• در ساختار لوویس B همانند C یک پیوند دوگانه و یک پیوند یگانه وجود دارد.

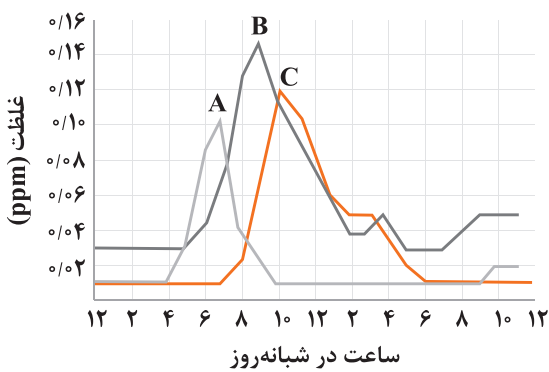
• بر اثر واکنش آلاینده B با اکسیژن در حضور نور خورشید، A و C به

نسبت مولی برابر تولید می شود.

• در گازهای خروجی از اگزوز خودروهای دیزلی گازهای A و B وجود دارند.

• علت این که هوای آلوده به رنگ قهوه ای دیده می شود به دلیل وجود

آلاینده B است.



۱ (۲) ۲ (۱)

۳ (۴) ۴ (۳)

۱۰۷- چه تعداد از مطالب زیر در ارتباط با واکنش های حذف CO و NO که توسط مبدل های کاتالیستی خودروها انجام می شود، درست است؟

• هر دو واکنش گرماده هستند و سطح انرژی فرآورده ها در آنها، پایین تر از سطح انرژی واکنش دهنده ها است.

• این واکنش ها در دماهای پایین انجام نمی شوند یا بسیار کند هستند.

• در یکی از این دو واکنش، گاز O_2 جزو واکنش دهنده ها و در واکنش دیگر، جزو فرآورده ها است.

• با استفاده از مبدل کاتالیستی، درصد جرمی بیشتری از NO را در مقایسه با CO (به ازای طی یک کیلومتر) می توان حذف کرد.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

محل انجام محاسبات

۱۰۸- چه تعداد از عبارات‌های پیشنهادشده از نظر درستی یا نادرستی مشابه عبارت «سنتز صنعتی ویتامین A به زمانی قبل از تولید صنعتی اوره برمی‌گردد.» است؟

- زمانی که آمونیاک برای نخستین بار به طور صنعتی و در مقیاس انبوه تولید شد، هنوز فناوری تولید صنعتی اوره کشف نشده بود.
- دمای موتور خودروها در حدود 900°C است.

- از برهم کنش‌ها پرتوهای فرابنفش، نور مرئی، امواج رادیویی و ... می‌توان برای شناسایی مواد گوناگون بهره برد.
- از طیف‌سنجی فرسوخ می‌توان برای شناسایی آلاینده‌هایی مانند CO ، NO و NO_2 در هواکره استفاده کرد.

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۰۹- جدول زیر مربوط به واکنش میان گازهای هیدروژن و اکسیژن در شرایط گوناگون است. کدام عبارات‌های پیشنهادشده در ارتباط با آن‌ها درست است؟

(آ) A و B با یکدیگر برابر و معادل 572kJ هستند.

(ب) سرعت واکنش در حالت‌های Y و Q در مقایسه با حالت‌های دیگر، تفاوت ناچیزی با هم دارند.

(پ) سرعت واکنش در حالت Y بیشتر از حالت Z است.

(ت) مقدار D کم‌تر از C است.

(ث) انرژی فعال‌سازی واکنش در حالت‌های مربوط به X و Y با هم برابر است.

(۱) «آ»، «ب» و «ث»

(۲) «ب»، «پ» و «ث»

(۳) «ب»، «پ» و «ت»

(۴) «آ»، «ب»، «پ» و «ث»

شرایط آزمایش	دما ($^{\circ}\text{C}$)	سرعت واکنش	آنتالپی واکنش (kJ)
بدون حضور کاتالیزگر	۲۵	x	A
ایجاد جرقه در مخلوط	۲۵	y	B
در حضور پودر روی	۲۵	z	C
در حضور توری پلاتینی	۲۵	q	D

۱۱۰- چه تعداد از عبارات‌های زیر در ارتباط با کاتالیزورها درست است؟

- در واکنش‌ها شرکت نمی‌کنند و در پایان واکنش باقی می‌مانند.

- به جز برخی صنایع، استفاده از آن‌ها در اغلب صنایع سبب کاهش آلودگی محیط زیست می‌شود.

- هر کاتالیزگر فقط به یک واکنش خاص، سرعت می‌بخشد.

- می‌توان آن‌ها را بارها و بارها به کار برد.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

توجه: داوطلب گرامی، لطفاً از بین سؤالات زوج درس ۱ (شیمی ۱)، شماره ۱۱۱ تا ۱۲۰ و زوج درس ۲ (شیمی ۲)، شماره ۱۲۱ تا ۱۳۰، فقط یک سری را به انتخاب خود پاسخ دهید.

زوج درس ۱

شیمی (۱) (سؤالات ۱۱۱ تا ۱۲۰)

۱۱۱- چه تعداد از عبارات‌های زیر در ارتباط با عنصرهایی که آرایش الکترونی اتم آن‌ها به زیرلایه $4s^1$ ختم می‌شود، درست است؟

- تمامی این عناصر در دما و فشار اتاق به حالت جامد یافت می‌شوند.

- شمار این عناصر برابر با عدد اتمی نخستین فلز جدول تناوبی است.

- فقط کاتیون یکی از عناصر این مجموعه قاعده هشت تایی را رعایت می‌کند.

- مجموع اعداد اتمی این عناصر برابر با عدد اتمی نخستین عنصر دسته d دوره ششم جدول تناوبی است.

(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۱۱۲- عبارتهای زیر را در نظر بگیرید:

• هر amu معادل 1.66×10^{-27} گرم است.

• از ایزوتوپ y_xU به عنوان سوخت در راکتورهای اتمی استفاده می‌شود.

• فراوانترین عنصر اصلی سازنده سیاره زمین (به لحاظ جرمی) دارای عدد اتمی Z است.

حاصل $\frac{y-x}{Z}$ به کدام یک از مقادیر زیر نزدیک‌تر است؟

۸/۳ (۱) ۸/۱ (۲) ۲۶/۸ (۳) ۲۶/۴ (۴)

۱۱۳- اگر جرم اتمی میانگین عنصر فرضی X برابر با $53/35 \text{amu}$ باشد، b کدام است؟ (جرم هر پروتون و هر نوترون را 1amu در نظر بگیرید.)

ایزوتوپ	${}^{51}X$	${}^{52}X$	${}^{54}X$	${}^{55}X$	۱۰ (۱)
درصد فراوانی	۳۰	a	۳a	b	۲۰ (۲)
					۳۰ (۳)
					۴۰ (۴)

۱۱۴- کدام مقایسه میان نسبت شمار جفت الکترون‌های پیوندی به شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی گونه‌های زیر درست است؟

$\text{OCNCO}^+ \text{ (c)}$	$\text{NCNCN}^- \text{ (b)}$	$\text{C}_4\text{O}_4 \text{ (a)}$
$c = b < a \text{ (۴)}$	$a < c = b \text{ (۳)}$	$c < b = a \text{ (۲)}$
		$c = b = a \text{ (۱)}$

۱۱۵- چه تعداد از عبارتهای زیر در ارتباط با واکنش داده شده درست است؟



• پس از موازنه با کوچکترین ضرایب صحیح، تفاوت مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌ها با مجموع ضرایب فراورده‌ها برابر با ۴ است.

• اکسید موجود در واکنش‌دهنده‌ها برخلاف اکسید موجود در فراورده‌ها، خاصیت بازی دارد.

• در این واکنش سه ترکیب یونی و سه ماده مولکولی وجود دارد.

• به جز یک ماده، در ساختار بقیه اجزای واکنش، پیوند کووالانسی وجود دارد.

۴ (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴)

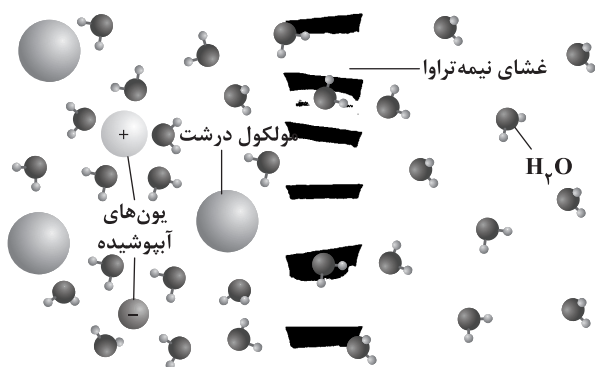
۱۱۶- دانشمندی عنصر جدید X را کشف می‌کند. برای اندازه‌گیری جرم مولی این عنصر جدید، وی ترکیب XI_3 را سنتز می‌کند. سپس جرم

معینی از XI_3 را برداشته و به طور کامل در آب حل کرده و با افزودن مقدار اضافی از نمک $\text{Pb}(\text{NO}_3)_2$ و اندازه‌گیری جرم PbI_2 رسوب

کرده، جرم مولی X را برابر با $350/\text{g.mol}^{-1}$ گزارش می‌کند. بررسی‌های دقیق‌تر نشان می‌دهد که نمونه XI_3 سنتز شده خالص نبوده و

حاوی ۵٪ مولی XI_4 نیز بوده است. در این صورت جرم مولی واقعی عنصر X کدام است؟ ($\text{I} = 127, \text{Pb} = 207; \text{g.mol}^{-1}$)

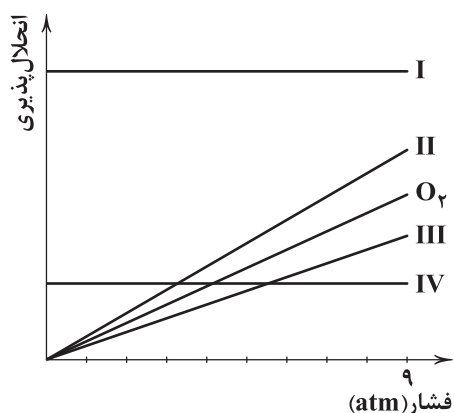
۳۴۸/۲ (۱) ۳۶۲/۳ (۲) ۳۴۱/۹ (۳) ۳۵۵/۹ (۴)



- ۱۱۷- چه تعداد از عبارتهای زیر در ارتباط با شکل زیر درست است؟
- دیوارهٔ یاخته‌ها در گیاهان روزنه‌های بسیار ریز دارد و شبیه غشای نشان داده شده در شکل عمل می‌کند.
 - مولکول‌های آب در هر دو جهت حرکت می‌کنند اما شمار آن‌هایی که از محیط غلیظ به رقیق حرکت می‌کنند، کم‌تر است.
 - آبدار و متورم شدن میوه‌های خشک که در درون آب قرار می‌گیرند در نتیجهٔ فرایندی مشابه به این شکل است.
 - غلظت محلول‌ها در دو سمت غشاء هرگز با هم برابر نمی‌شود.

- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۴

۱۱۸- کدام نمودارها را می‌توان به انحلال‌پذیری نمک خوراکی و گاز نیتروژن در دمای ثابت در آب نسبت داد؟ (گزینه‌ها را به ترتیب از راست به



چپ بخوانید.)

- (۱) I, II
(۲) I, III
(۳) II, IV
(۴) III, IV

۱۱۹- در حجم‌های مساوی از دو محلول پتاسیم هیدروکسید و باریوم هیدروکسید، جرم‌های مساوی از این دو ماده وجود دارد. اگر غلظت مولی پتاسیم در محلول آن برابر ۰/۸ باشد، مجموع غلظت مولی هیدروکسید در دو محلول کدام است؟

(Ba = ۱۳۷, K = ۳۹, H = ۱, O = ۱۶ : g.mol⁻¹)

- (۱) ۱/۵۸
(۲) ۱/۱۹
(۳) ۱/۰۶
(۴) ۱/۳۲

۱۲۰- کلسیم کربنات جامد با محلول HCl واکنش داده و گاز CO₂ آزاد می‌شود. اگر ۳۰۰ گرم کلسیم کربنات به دو لیتر محلول ۲۴٪ جرمی

هیدروکلریک اسید با چگالی ۱/۱۴ g.mL⁻¹ اضافه شود، با فرض ثابت ماندن حجم محلول، پس از تکمیل واکنش، غلظت HCl باقیمانده

چند مولار خواهد بود؟ (Ca = ۴۰, C = ۱۲, H = ۱, O = ۱۶, Cl = ۳۵/۵ : g.mol⁻¹)

- (۱) ۱۸/۲
(۲) ۱۵/۲
(۳) ۹/۱
(۴) ۷/۶

زوج درس ۲

شیمی (۲) (سؤالات ۱۲۱ تا ۱۳۰)

۱۲۱- واکنش استخراج آهن در یک شرکت فولاد از آهن (III) اکسید در دو حالت انجام می‌شود. اگر جرم آهن استخراج شده در حالت A، ۲۵٪

کم‌تر از حالت B باشد، درصد خلوص آهن (III) اکسید در حالت A کدام است؟ (Fe = ۵۶, O = ۱۶ : g.mol⁻¹)

حالت A: بازده واکنش ۷۵٪ و مقدار آهن (III) اکسید به کار رفته ۴۰۰ ton است.

حالت B: بازده واکنش ۸۰٪ و مقدار آهن (III) اکسید به کار رفته ۳۷۵ ton بوده و درصد خلوص آن در مقایسه با حالت A، ۲۰٪ بیشتر است.

- (۱) ۴۰
(۲) ۵۰
(۳) ۶۰
(۴) ۸۰

محل انجام محاسبات

۱۲۲- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

- پرمصرفترین فلز در جهان می تواند به طور طبیعی با یون $\text{Cu}^{2+}(\text{aq})$ واکنش دهد.
- برای نامگذاری کاتیون فلزهای اصلی از عدد رومی استفاده نمی شود.
- اگر شعاع اتمی فلز اصلی A بزرگتر از فلز اصلی B و هم دوره آن باشد، می توان نتیجه گرفت که فلز A واکنش پذیر است.
- برای افزایش سرعت واکنش میان گاز اتن و برم مایع می توان از فلز نیکل به عنوان کاتالیزگر استفاده کرد.

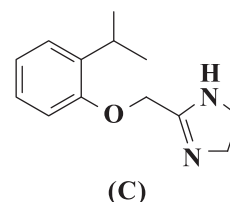
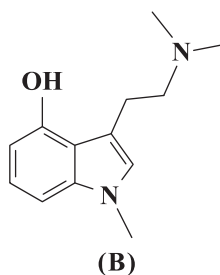
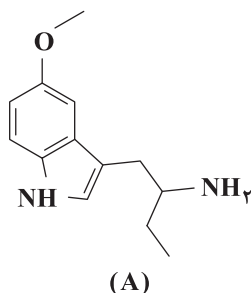
۲ (۱) ۴ (۲) ۱ (۳) ۳ (۴)

۱۲۳- چه تعداد از عبارتهای زیر در ارتباط با عنصرهای دوره سوم جدول تناوبی برابر است؟

- تفاوت عدد اتمی دو عنصری که کمترین واکنش پذیری را دارند برابر با عدد اتمی نخستین فلز قلیایی خاکی است.
- نیمی از عنصرهای این دوره، رسانای گرما هستند.
- شمار عنصرهای جامد و شکننده برابر با شمار عنصرهای جامد و چکش خوار است.
- ۷۵٪ عنصرهای این دوره در واکنش با سایر اتمها می توانند یون تک اتمی تشکیل دهند.

۴ (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴)

۱۲۴- چه تعداد از عبارتهای زیر در ارتباط با ترکیبهای A، B و C درست است؟



- ترکیب A می تواند در واکنش تشکیل پلی آمید شرکت کند.
- گروه عاملی مربوط به طعم و بوی رازیانه و گشنیز به ترتیب در ترکیبهای B و C وجود دارد.
- هر مول A در مقایسه با هر مول C، بر اثر سوختن کامل اکسیژن بیشتری مصرف می کند.
- شمار اتمهای هیدروژن مولکول B برابر با شمار اتمهای کربن فرمول تقریبی گریس است.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۲۵- با توجه به داده های جدول زیر مقدار گرمای حاصل از سوختن کامل یک مول استیک اسید در مقایسه با یک مول متیل فورمات چگونه

است؟ (تمام اجزای هر دو واکنش را گازی شکل در نظر بگیرید.)

پیوند	C—O	O=O	C—H	O—H	C=O	C—C
$\Delta H(\text{kJ}\cdot\text{mol}^{-1})$	۳۸۰	۴۹۵	۴۱۵	۴۶۳	۷۹۵	۳۴۸

۱) ۱۶kJ بیشتر ۲) ۱۶kJ کمتر ۳) ۸۲kJ بیشتر ۴) ۸۲kJ کمتر

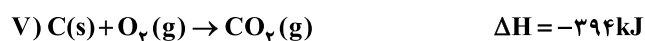
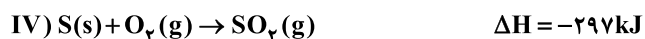
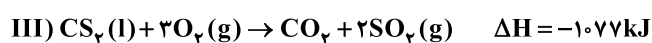
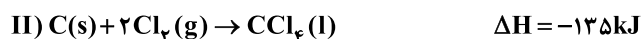
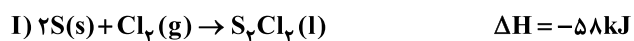
۱۲۶- از سوختن کامل یک مخلوط گازی که در مجموع شامل ۲/۵ مول از گازهای متان و پروپان بوده و در نهایت ۵/۷ مول گاز کربن دی اکسید

تولید می شود، چند کیلو ژول گرما آزاد خواهد شد؟ (آنتالپی سوختن متان و پروپان به ترتیب -۸۹۰ و -۲۲۲۰ کیلوژول بر مول است.)

۲۹۹۸ (۱) ۵۷۱۶ (۲) ۴۳۵۳ (۳) ۳۴۲۲ (۴)

محل انجام محاسبات

۱۲۷- با توجه به واکنش‌های زیر و آنتالپی آن‌ها، ΔH واکنش $CS_2(l) + 3Cl_2(g) \rightarrow S_2Cl_2(l) + CCl_4(l)$ چند کیلوژول است؟



-۳۴۷ (۴)

-۳۷۴ (۳)

-۲۸۲ (۲)

-۲۲۸ (۱)

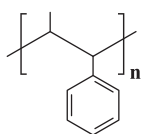
۱۲۸- چه تعداد از عبارتهای زیر در ارتباط با پلی استیرین نادریست است؟

• مونومر آن، استیرین یا وینیل بنزن نام دارد.

• اگر در ساختار آن، حلقه بنزن را با اتم کلر جایگزین کنیم، از پلیمر جدید می توان برای ساخت سرنگ استفاده کرد.

• ساختار مقابل را می توان به این پلیمر نسبت داد:

• یکی از کاربردهای آن ساخت ظروف یکبار مصرف غذاخوری است.



۱ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱) صفر

۱۲۹- نسبت درصد جرمی اتم‌های کربن در تفلون به درصد جرمی اتم‌های کربن در پلی سیانواتن کدام است؟

(N=۱۴, C=۱۲, H=۱, F=۱۹ : g.mol⁻¹)

۰/۴۲ (۴)

۰/۳۵ (۳)

۰/۲۸ (۲)

۰/۱۹ (۱)

۱۳۰- اگر در واکنش استری شدن ۱- بوتانول و متیل بوتانوئیک اسید، که در حضور سولفوریک اسید انجام می شود، پس از گذشت ۱۲ دقیقه،

تفاوت جرم فراورده‌ها برابر ۷ گرم باشد، سرعت متوسط تولید استر در این مدت چند مول بر ساعت بوده است؟

(C=۱۲, H=۱, O=۱۶ : g.mol⁻¹)

۰/۰۵ (۴)

۰/۰۱ (۳)

۰/۲۵ (۲)

۰/۵۰ (۱)



آزمون شماره ۲۱

جمعه ۱۴۰۳/۰۱/۳۱

آزمون‌های سراسری کاج

گزینه‌درا انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

پاسخنامه تشریحی دفترچه شماره (۳)

پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤال: ۱۱۰	مدت پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

مدت پاسخگویی	شماره سؤال		تعداد سؤال	مواد امتحانی	ردیف
	تا	از			
۷۵ دقیقه	۱۰	۱	۱۰	حسابان ۲	۱
	۲۰	۱۱	۱۰	ریاضیات گسسته	
	۳۰	۲۱	۱۰	هندسه ۳	
	۴۰	۳۱	۵	هندسه ۱	
	۵۰	۴۱	۱۰	آمار و احتمال	
۵۰ دقیقه	۷۵	۵۱	۲۵	فیزیک ۳	۲
	۸۵	۷۶	۱۰	فیزیک ۱	
	۹۵	۸۶	۱۰	فیزیک ۲	
۲۵ دقیقه	۱۱۰	۹۶	۱۵	شیمی ۳	۳
	۱۲۰	۱۱۱	۱۰	شیمی ۱	
	۱۳۰	۱۲۱	۱۰	شیمی ۲	

آزمون‌های سراسر گاج

ویراستاران علمی	طراحان		دروس
محدثه کارگرفرد - مهدی وارسته علی عرب - ندا فرهنگی مینا نظری	سیروس نصیری - حسین نادری مجید فرهمندپور - احمدرضا فلاح مفید ابراهیم‌پور - مهدی کرمی		ریاضیات
مروارید شاه‌حسینی سارا دانایی کجانی	مرواریدشاه‌حسینی	مسئول درس	فیزیک
	محمد آهنگر بهزاد کاویانی	طراحان	
ایمان زارعی - میلاد عزیز رضیه قربانی	پویا الفتی		شیمی



فروشگاه مرکزی گاج: تهران - خیابان انقلاب
نیش بازارچه کتاب

اطلاع‌رسانی و ثبت نام ۰۲۱-۶۴۲۰

نشانی اینترنتی www.gaj.ir

آماده‌سازی آزمون

بازبینی و نظارت نهایی: سارا نظری

برنامه‌ریزی و هماهنگی: سارا نظری - مینا نظری

بازبینی دفترچه: بهاره سلیمی - عطیه خادمی

ویراستاران فنی: ساناز فلاحی - مریم پارسائیان - سپیده‌سادات شریفی - مریم علیپور - فاطمه عبدالله‌خانی

سرپرست واحد فنی: سعیده قاسمی

صفحه‌آرا: فرهاد عبیدی

طراح شکل: آرزو گلفر

حروف‌نگاران: مینا عباسی - حدیث فیض‌الهی - فرزانه رجبی - ربابه الطافی - فاطمه میرزایی - سحر فاضلی



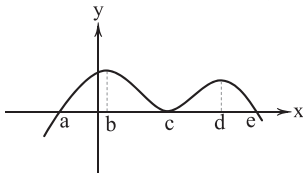


۳ | ۱

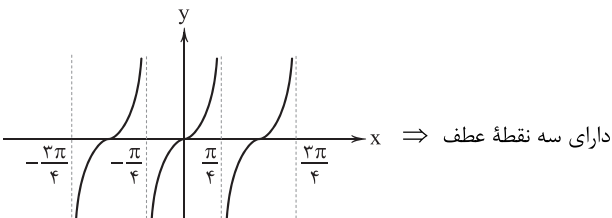
$$\begin{cases} f'(x) = \frac{3}{4}\sqrt{x} + \pi \cos \pi x \Rightarrow f'(1) = \frac{3}{4} - \pi < 0 \\ f''(x) = \frac{3}{8\sqrt{x}} - \pi^2 \sin \pi x \Rightarrow f''(1) = \frac{3}{8} > 0 \end{cases} \Rightarrow \text{A}$$

۱ | ۹

(الف) و a طول‌های نقاط اکسترمم نسبی (ریشه‌های ساده $f' = 0$)
(ب) c, d و طول‌های نقاط عطف (اکسترمم‌های نسبی f')



$$f(x) = 2 \cot\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) \Rightarrow f(x) = 2 \tan 2x \quad ۳ | ۱۰$$

دارای سه نقطه عطف \Rightarrow

۱۱ | ۱ درایه‌های قطر اصلی همگی می‌توانند ۱ یا ۲ یا ۳ باشند، فرض می‌کنیم درایه‌های قطر اصلی همگی ۱ باشند که در این صورت ۲ مربع لاتین به صورت زیر خواهیم داشت.

۱	۲	۳
۳	۱	۲
۲	۳	۱

۱	۳	۲
۲	۱	۳
۳	۲	۱

به همین ترتیب، درایه‌های قطر اصلی می‌توانند ۲ یا ۳ باشند، بنابراین ۶ مربع لاتین با این شرط می‌توان ساخت.

۱۲ | ۴ در مربع لاتین 3×3 ، با جابجایی هر دو سطر یا هر دو ستون مربع لاتین حاصل با مربع لاتین اولیه متعامد است.

بنابراین با سه بار جابجایی سطری و سه بار جابجایی ستونی، شش مربع لاتین متعامد با مربع لاتین مفروض حاصل می‌شود.
بنابراین گزینه «۴» درست است.

$$|S| = \text{تعداد کدهای چهار رقمی} = 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 256 \quad ۱ | ۱۳$$

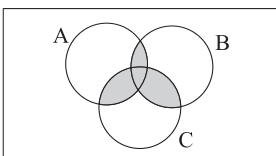
$$|A| = \text{تعداد کد چهار رقمی فاقد صفر} = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$$

$$|B| = \text{تعداد کد چهار رقمی فاقد ۳} = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$$

$$|A \cap B| = \text{تعداد کد چهار رقمی فاقد صفر و ۳} = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$$

$$|\overline{A \cap B}| = |S| - |A| - |B| + |A \cap B| = 256 - 81 - 81 + 16 = 110$$

۱۴ | ۳ توجه کنید حداقل دو رشته ورزشی در قسمت رنگی نمودار وین زیر است.



$$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$$

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b \xrightarrow{x=1} 3 + 2a + b = 0$$

$$f''(x) = 6x + 2a \xrightarrow{x=2} 12 + 2a = 0 \Rightarrow a = -6 \Rightarrow b = 9$$

۳ | ۲

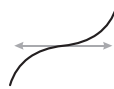
$$f'(x) = 15x^4 - 20x^3 + 1 \Rightarrow f''(x) = 60x^3 - 60x^2 = 60x^2(x-1)$$

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y''	-	0	-	+

$$\Rightarrow x \in (-\infty, 1) \Rightarrow y'' < 0$$

۱ | ۳

$$f'(x) = \cos x - \cos x + x \sin x = x \sin x \Rightarrow \begin{cases} f'(0) = 0 \\ f'(0^+) > 0 \\ f'(0^-) > 0 \end{cases}$$

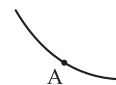


۴ | ۴

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 5x + 4}{x-1} \Rightarrow f(x) = x^3 - 5x, a = 1$$

$$f'(x) = 3x^2 - 5 \Rightarrow f'(1) = -2 < 0$$

$$f''(x) = 6x \Rightarrow f''(1) = 6 > 0$$



۳ | ۵

$$f'(x) = \sin 2x + 2 \cos x$$

$$f''(x) = 2 \cos 2x - 2 \sin x = 0 \Rightarrow \cos 2x = \sin x$$

$$\Rightarrow 2x + x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{\pi}{6}$$

$$f'\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} + 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

۲ | ۶

	$-\infty$	-9	-5	-1	3	7	$+\infty$
f(x)	-	0	+	+	0	-	+
f'(x)	+	+	0	-	-	0	+
f''(x)	-	-	-	0	+	+	+
f(x)f'(x)f''(x)	+	0	-	+	+	0	+

$$(-5 < x < 3, x \neq -1) \Rightarrow (x = -4, -3, -2, 0, 1, 2) \Rightarrow \text{جمع} = -6$$

۲ | ۷

$$f'(x) = ax^{a-1} + bx^{b-1}$$

$$\begin{cases} f'(1) = 11 \Rightarrow a + b = 11 \\ f'(-1) = -1 \Rightarrow a - b = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 5 \\ b = 6 \end{cases} \Rightarrow f(x) = x^5 + x^6$$

$$\Rightarrow f'(x) = 5x^4 + 6x^5 \Rightarrow f''(x) = 20x^3 + 30x^4$$

$$= 10x^3(2 + 3x) = 0 \Rightarrow x = 0, -\frac{2}{3} \text{ طول نقاط عطف}$$

۲۱) می‌دانیم $|a \cdot b| = |a| |b| \cos \theta$ است که θ زاویه بین دو بردار a و b است. پس داریم:

$$a \cdot b = 0 \Rightarrow |a| = 0 \text{ یا } |b| = 0 \text{ یا } \theta = 90^\circ$$

$$|a+b|^2 = |a|^2 + |b|^2 + 2|a||b|\cos\theta$$

$$\Rightarrow 36 + 4 + 9 = 9 + 25 + 2 \times 3 \times 5 \cos\theta$$

$$\Rightarrow 49 = 34 + 30 \cos\theta \Rightarrow 15 = 30 \cos\theta$$

$$\Rightarrow \cos\theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 60^\circ$$

۲۳) ۴

$$|3a+b|^2 = 9|a|^2 + |b|^2 + 6a \cdot b \Rightarrow 25 = 36 + 16 + 6a \cdot b$$

$$\Rightarrow -27 = 6a \cdot b \Rightarrow a \cdot b = -\frac{9}{2}$$

$$|a+2b|^2 = |a|^2 + 4|b|^2 + 4a \cdot b = 4 + 64 + 4(-\frac{9}{2}) = 68 - 18$$

$$= 50 \Rightarrow |a+2b| = 5\sqrt{2}$$

۲۴) اگر فرض کنیم $M(x, y, z)$ داریم:

$$\overline{MA} = (-1-x, 3-y, 5-z)$$

$$\overline{MB} = (1-x, 1-y, -5-z)$$

$$\overline{MA} \cdot \overline{MB} = 37 \Rightarrow (1-x)(-1-x) + (3-y)(1-y)$$

$$+ (\Delta-z)(-\Delta-z) = 37$$

$$\Rightarrow x^2 - 1 + y^2 - 4y + 3 + z^2 - 2\Delta = 37$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 - 4y + z^2 = 60$$

$$|MN| = \sqrt{x^2 + (y-2)^2 + z^2} = \sqrt{x^2 + y^2 - 4y + 4 + z^2}$$

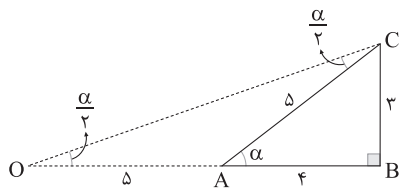
$$= \sqrt{64} = 8$$

$$|a| = \sqrt{1+0+4} = \sqrt{5}$$

$$|b| = \sqrt{4+0+1} = \sqrt{5}$$

$$a \cdot b = 2+0+2=4$$

$$\cos \alpha = \frac{a \cdot b}{|a||b|} = \frac{4}{5}$$



$$\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{BC}{OB} = \frac{1}{3}$$

۲۶) نکته: $|u \cdot v| \leq |u| \cdot |v|$

اگر $\vec{u}(x, 3y, 3z)$ و $\vec{v}(2, 2, -1)$ داریم:

$$|u| = \sqrt{x^2 + 9y^2 + 9z^2}$$

$$|v| = \sqrt{4+4+1} = 3$$

$$u \cdot v = 2x + 6y - 3z = 15$$

$$u \cdot v \leq |u| |v| \Rightarrow 15 \leq 3\sqrt{x^2 + 9y^2 + 9z^2}$$

$$\Rightarrow \sqrt{x^2 + 9y^2 + 9z^2} \geq 5 \Rightarrow x^2 + 9y^2 + 9z^2 \geq 25$$

$$|\overline{A} \cap \overline{B} \cap \overline{C}| = |S| - |A| - |B| - |C| + |A \cap B| + |B \cap C|$$

$$+ |A \cap C| - |A \cap B \cap C|$$

$$\Rightarrow 2 = 34 - 15 - 18 - 16 + 7 + 8 + 4 - |A \cap B \cap C|$$

$$\Rightarrow |A \cap B \cap C| = 2$$

$$\text{حدافل ۲ رشته ورزشی} = |A \cap B| + |B \cap C| + |A \cap C| - 2|A \cap B \cap C|$$

$$= 7 + 8 + 4 - 2 \times 2 = 15$$

۱۵) ۳) تعداد توابع پوشا از یک مجموعه n عضوی ($n \geq 2$) به

$$2^n - 2$$

مجموعه ۲ عضوی برابر است با:

۱۶) ۳) می‌دانید که: تعداد راه‌های توزیع n شیء متمایز در سه جعبه

متمایز به شرطی که در هر جعبه یک شیء قرار گیرید، معادل است با تعداد

توابع پوشا از یک مجموعه n عضوی به یک مجموعه ۳ عضوی که برابر است با:

$$3^n - 3 \times 2^n + 3$$

$$n = 4 \Rightarrow 3^4 - 3 \times 2^4 + 3 = 81 - 48 + 3 = 36$$

$$n(S) = \text{تعداد توابع} = 6^4$$

۱۷) ۳

$$n(A) = \text{تعداد توابع یک به یک} = \frac{6!}{(6-4)!} = \frac{6!}{2!} = \frac{6 \times 5!}{2} = 360$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{360}{6^4} = \frac{10}{6 \times 6} = \frac{5}{18}$$

۱۸) ۲) الف) تعداد کل توابع از یک مجموعه n عضوی به یک مجموعه

$$k^n$$

k عضوی برابر است با:

ب) تعداد توابع پوشا از یک مجموعه m عضوی به یک مجموعه ۳

$$3^m - 3 \times 2^m + 3$$

عضوی ($m \geq 3$) برابر است با:

بنابراین داریم:

تعداد توابع پوشا - کل توابع = تعداد توابع غیر پوشا

$$= 3^5 - (3^5 - 3 \times 2^5 + 3) = 3 \times 2^5 - 3 = 93$$

$$|S| = \text{کل گراف} = 2 \binom{5}{2} = 210$$

۱۹) ۳

$$|A| = \text{تعداد گراف‌هایی که در آن‌ها رأس } a \text{ تنها باشد} = 2 \binom{4}{2} = 26$$

$$= |B| = |C|$$

$$|A \cap B| = \text{تعداد گراف‌هایی که در آن‌ها رأس‌های } a \text{ و } b \text{ تنها باشند} = 2 \binom{3}{2}$$

$$= 2^3 = |A \cap C| = |B \cap C|$$

تعداد گراف‌هایی که در آن‌ها رأس‌های a, b و c تنها باشند:

$$|\overline{A} \cap \overline{B} \cap \overline{C}| = |S| - |A| - |B| - |C| + |A \cap B|$$

$$+ |B \cap C| + |A \cap C| - |A \cap B \cap C| = 210 - 3 \times 26 + 3 \times 8 - 2 = 154$$

$$A = \text{مضرب } 2, B = \text{مضرب } 3, C = \text{مضرب } 5$$

۲۰) ۱

$$|A| = \left[\binom{999}{2} \right] - \left[\binom{99}{2} \right] = 4995 - 49 = 4946$$

$$|A \cap B| = \left[\binom{999}{6} \right] - \left[\binom{99}{6} \right] = 16665 - 16 = 16649$$

$$|A \cap C| = \left[\binom{999}{10} \right] - \left[\binom{99}{10} \right] = 9990 - 9 = 9981$$

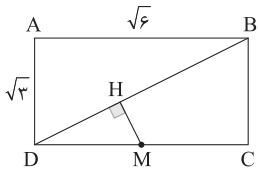
$$|A \cap B \cap C| = \left[\binom{999}{30} \right] - \left[\binom{99}{30} \right] = 3330 - 3 = 3327$$

$$|A| - |A \cap B| - |A \cap C| + |A \cap B \cap C| = 4946 - 16649 - 9981 + 3327 = 240$$

بنابراین $\hat{D} = \hat{C}$ یعنی $\alpha = 2\beta$ هم‌چنین در مثلث ACD داریم
پس: $2\alpha + \beta = 180^\circ$

$$\begin{cases} \alpha = 2\beta \\ 2\alpha + \beta = 180^\circ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \beta = 36^\circ \\ \alpha = 72^\circ \end{cases} \Rightarrow \hat{A}\hat{D}\hat{C} + \hat{A}\hat{C}\hat{D} = 72^\circ + 36^\circ = 108^\circ$$

۳ ۳۳



$$DC = \sqrt{6} \Rightarrow DM = \frac{\sqrt{6}}{2}, \quad BD = \sqrt{6+3} = 3$$

مثلث‌های DHM و BCD با هم متشابهند زیرا:

$$\left. \begin{array}{l} \hat{D} = \hat{D} \text{ مشترک} \\ \hat{H} = \hat{C} = 90^\circ \\ \hat{M} = \hat{B} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle DMH \sim \triangle BCD$$

$$\Rightarrow \frac{DM}{DB} = \frac{MH}{BC} \Rightarrow \frac{\frac{\sqrt{6}}{2}}{3} = \frac{MH}{\sqrt{3}} \Rightarrow MH = \frac{\sqrt{18}}{6} = \frac{3\sqrt{2}}{6} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

مثلث‌های ABD و ACD متشابهند زیرا: ۳ ۳۴

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A} = \hat{A} = 90^\circ \\ \hat{B}_1 = \hat{A}_1 \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABD \sim \triangle ACD \Rightarrow \frac{AD}{DC} = \frac{AB}{AD}$$

$$\Rightarrow AD^2 = AB \times DC$$

$$\Rightarrow AD^2 = 4 \times 9 = 36 \Rightarrow AD = 6 = \text{ارتفاع دوزنقه}$$

از طرفی مثلث‌های OAB و OCD نیز متشابهند و نسبت تشابه آن‌ها همان

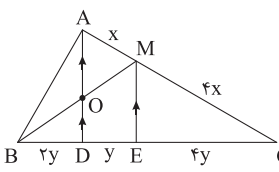
نسبت دو ضلع متناظر یعنی $\frac{4}{9}$ است، پس نسبت دو ارتفاع متناظر آن نیز $\frac{4}{9}$

است. اگر h و h' ارتفاع این دو مثلث باشند:

$$\frac{h}{h'} = \frac{4}{9} \Rightarrow \frac{h}{h+h'} = \frac{4}{13} \Rightarrow \frac{h}{h+h'} = \frac{4}{13} \Rightarrow h+h'=AD=6 \Rightarrow h = \frac{24}{13}$$

$$\Rightarrow S_{OAB} = \frac{1}{2} AB \times h = \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{24}{13} = \frac{48}{13}$$

۴ ۳۵



$$ME \parallel AD \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{CE}{DE} = \frac{CM}{AM} = \frac{4x}{x} = 4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} DE = y \\ CE = 4y \end{cases}$$

$$OD \parallel ME \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{BO}{OM} = \frac{BD}{DE} \Rightarrow 2 = \frac{BD}{y} \Rightarrow BD = 2y$$

از آن‌جا که مثلث‌های BME و BOD متشابهند و نسبت تشابه آن‌ها همان نسبت

دو ضلع متناظر یعنی $\frac{BD}{BE} = \frac{2}{3}$ می‌باشد پس نسبت ارتفاع این دو مثلث نیز $\frac{2}{3}$

می‌باشد. این نسبت همان نسبت ارتفاع مثلث OBD و BMC است. بنابراین:

$$\frac{S_{BOD}}{S_{BMC}} = \frac{\frac{1}{2} BD \times h}{\frac{1}{2} \times BC \times h'} = \frac{BD}{BC} \times \frac{h}{h'} = \frac{2y}{3y} \times \left(\frac{2}{3}\right) = \frac{4}{9}$$

$$\vec{a} + \vec{b} + \sqrt{3}\vec{c} = 0 \Rightarrow \vec{a} + \vec{b} + \frac{\sqrt{3}}{4}\vec{c} = -\frac{\sqrt{3}}{4}\vec{c}$$

۴ ۲۷

$$\Rightarrow |\vec{a} + \vec{b} + \frac{\sqrt{3}}{4}\vec{c}|^2 = |-\frac{\sqrt{3}}{4}\vec{c}|^2$$

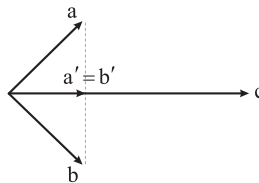
$$\Rightarrow |a|^2 + |b|^2 + \frac{9}{4}|c|^2 + 2a \cdot b + 2a \cdot c + 2b \cdot c = \frac{9}{4}|c|^2$$

$$\Rightarrow 4 + 25 + 2a \cdot b + 2a \cdot c + 2b \cdot c = 0$$

$$\Rightarrow 2a \cdot b + 2a \cdot c + 2b \cdot c = -29$$

در صورتی تصویر بردار \vec{a} , \vec{b} روی بردار \vec{c} باهم برابر هستند ۱ ۲۸

که \vec{a} و \vec{b} نسبت به بردار \vec{c} قرینه هم باشند پس $|\vec{a}| = |\vec{b}|$



$$|\vec{a}| = |\vec{b}| \Rightarrow \sqrt{1+9+m^2} = \sqrt{(m-1)^2+9+4}$$

$$\Rightarrow 10 + m^2 = m^2 - 2m + 1 + 13 \Rightarrow 2m = 4 \Rightarrow m = 2$$

نکته: اگر دو بردار \vec{a} , \vec{b} بر هم عمود باشند، اندازه تمام ۳ ۲۹

بردارها به صورت $\vec{m}\vec{a} + \vec{n}\vec{b}$, $\vec{m}\vec{a} - \vec{n}\vec{b}$ باهم برابر است.

$$|\sqrt{3}\vec{a} + \vec{b}| = |\sqrt{3}\vec{a} - \vec{b}| \Rightarrow \sqrt{9+1+m^2} = \sqrt{(m-1)^2+16+1}$$

$$\Rightarrow m^2 + 10 = m^2 - 2m + 1 + 17 \Rightarrow 2m = 8 \Rightarrow m = 4$$

تصویر بردار \vec{a} بر روی \vec{b} (یا امتداد) بردار \vec{a} را با \vec{a}' نشان ۳ ۳۰

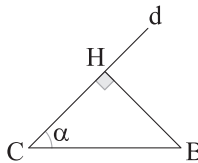
$$\vec{a}' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|} \vec{b}$$

$$\vec{a}' = \frac{2+3+4}{2^2+1^2+2^2} (2, 1, 2) \Rightarrow \vec{a}' = (2, 1, 2)$$

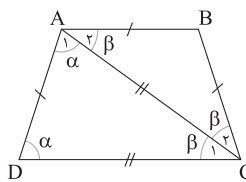
$$\cos \alpha = \frac{\vec{a}' \cdot \vec{c}}{|\vec{a}'| |\vec{c}|} = \frac{-4-2+2}{3 \times 3} = \frac{-4}{9}$$

مثلث BCH را می‌توان بنا بر حالت وتر و یک زاویه حاده رسم ۴ ۳۱

کرد، نقطه A می‌تواند هر جایی روی خط Cd قرار داشته باشد پس مسأله بی‌شمار جواب دارد.



۲ ۲۲



$$\left. \begin{array}{l} AB = AD \\ AD = BC \end{array} \right\} \Rightarrow AB = AD = BC$$

اگر $\hat{D}\hat{A}\hat{C} = \alpha$ و $\hat{A}\hat{C}\hat{D} = \beta$ از آن‌جا که $AC = CD$ پس $\hat{D} = \alpha$ از

طرفی بنا بر خاصیت خطوط موازی و مورب $\hat{A}_1 = \beta$ و از آن‌جا

که $AB = BC$ نتیجه می‌شود که $\hat{C}_1 = \beta$ از طرفی طبق فرض دوزنقه

متساوی‌الساقین است.

$$\Rightarrow \begin{cases} h' = 4 \\ 2\pi r' = 3 \Rightarrow r' = \frac{3}{2\pi} \end{cases}$$

$$V = \pi r'^2 h' = \pi \times \left(\frac{3}{2\pi}\right)^2 \times 4 = \frac{9}{\pi}$$

$$\Rightarrow \frac{V}{V'} = \frac{\frac{12}{\pi}}{\frac{9}{\pi}} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$$

۴۱) چون $800 \div 20 = 40$ است، بنابراین عددها در گروه‌های ۴۰ تایی قرار می‌گیرند و یکی از آن‌ها شانس انتخاب خواهند داشت. پس شانس انتخاب هر کدام از عددهای ۱ تا ۸۰۰ از جمله عدد ۳۷۹ برابر است با:

$$P = \frac{1}{40} = 0.025$$

۴۲) همه موارد نادرست است. دقت شود: نمونه ناریب مطلوب کار آماری است.

۴۳) تعداد قطعات نمودار برابر تعداد میانگین‌های گوناگون نمونه‌های سه‌تایی است.

جمع سه داده در کم‌ترین حالت $10 = 5 + 3 + 2$ و در بیشترین حالت $21 = 8 + 7 + 6$ است و جمع سه داده می‌تواند تمام عددهای طبیعی از 10 تا 21 باشد.

$$12 = 1 + 10 + 21 = \text{تعداد حالت}$$

۴۴) ۴

$$\binom{n}{3} = 20 \Rightarrow \frac{n(n-1)(n-2)}{3!} = 20 \Rightarrow n(n-1)(n-2) = 120$$

$$\Rightarrow n = 6$$

پس تعداد نمونه‌های دوتایی برابر $\binom{6}{2} = 15$ و احتمال انتخاب برابر $\frac{2}{15}$ است.

۴۵) ۱

$$\sigma^2 = 4/41 \Rightarrow \sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\sqrt{4/41}}{\sqrt{25}} = \frac{2/1}{5} = 0.42$$

$$n = 25$$

۴۶) داریم: ۱

$$\sigma = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{25}} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{4\sigma}{\sqrt{n}} = 0.1 \Rightarrow \frac{4(\frac{3}{5})}{\sqrt{n}} = \frac{1}{10} \Rightarrow \sqrt{n} = 10 \times \frac{12}{5} = 24$$

$$\Rightarrow n = 24^2 = 576$$

۴۷) ۱

$$\left. \begin{array}{l} \frac{x+y+z}{3} = 2/1 \\ \frac{x+y+t}{3} = 2/2 \\ \frac{x+z+t}{3} = 2/3 \\ \frac{y+z+t}{3} = 2/5 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \xrightarrow{\text{جمع کنیم}} x+y+z+t = 9/1 \\ \xrightarrow{\text{میانگین}} \mu = \frac{9/1}{4} = 2/275 \end{array}$$

۳۶) ۱ از هر رأس n ضلعی محدب $n-3$ قطر می‌گذرد و مجموع اقطار دو رأس غیرمجاور $2n-7$ است.

$$\frac{n(n-1)}{2} = 2(2n-7) + 7 \Rightarrow \frac{n(n-1)}{2} = 4n-7$$

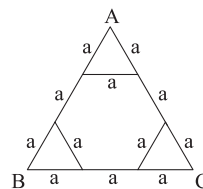
$$\times 2 \rightarrow n^2 - n = 8n - 14 \Rightarrow n^2 - 9n + 14 = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 2 \times \\ n = 7 \checkmark \end{cases}$$

از هر رأس $14 = 2n = 14 - 3 = 11$ قطر می‌گذرد.

۳۷) ۳ اگر ضلع 6 ضلعی منتظم a باشد آن‌گاه هر 3 مثلث گوشه شکل زیر، متساوی‌الاضلاع به ضلع a می‌باشند پس مثلث ABC یک مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع $3a$ می‌باشد.

$$\text{طبق فرض: } 12\sqrt{3} = \frac{3a \times \sqrt{3}}{2} \Rightarrow a = 8$$

$$\text{مساحت } 6 \text{ ضلعی منتظم} = \frac{3}{2} a^2 \sqrt{3} = \frac{3}{2} \times 8^2 \times \sqrt{3} = 96\sqrt{3}$$



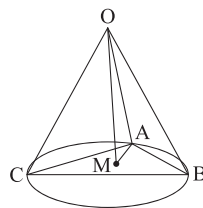
۳۸) ۴ در گزینه (۱)، اگر خط d بر صفحه P عمود باشد، هر صفحه که شامل خط d باشد بر صفحه P عمود است در غیر این صورت صفحه شامل خط d و عمود بر صفحه P منحصر به فرد است.

در گزینه (۲)، اگر خط d موازی نباشد هر صفحه‌ای که بر این خط بگذرد با صفحه P متقاطع است.

در گزینه (۳)، هر خط d موازی است یا متنافر.

۳۹) ۱ از دوران این هرم حول ارتفاع، یک مخروط حاصل می‌شود.

نقطه M محل برخورد میانه‌های مثلث متساوی‌الاضلاع ABC است.

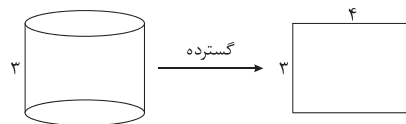


$$AM = \frac{2}{3}(BC) \text{ (میانه وارد بر BC)}$$

$$\text{شعاع قاعده مخروط} = \frac{2}{3} \left(\frac{2\sqrt{3} \times \sqrt{3}}{2} \right) = 2$$

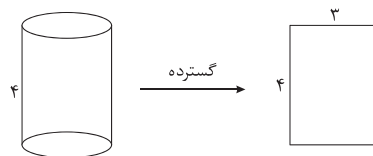
$$\text{حجم مخروط} = \frac{1}{3} S_{\text{قاعده}} \times h = \frac{1}{3} \times \pi(2)^2 \times 4 = \frac{16\pi}{3}$$

۴۰) ۲



$$\Rightarrow \begin{cases} h = 3 \\ 2\pi r = \text{محیط قاعده} = 4 \Rightarrow r = \frac{2}{\pi} \end{cases}$$

$$\text{استوانه } V = \pi r^2 h = \pi \left(\frac{2}{\pi}\right)^2 \times 3 = \frac{12}{\pi}$$



۵۵ ۳ با توجه به روابط زیر داریم:

$$\begin{cases} f_n = \frac{nv}{2L} \\ v = \sqrt{\frac{FL}{m}} \end{cases} \Rightarrow f_n = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{FL}{m}} = \frac{n}{2} \sqrt{\frac{F}{Lm}}$$

$$\Rightarrow \frac{n_2}{n_1} = \frac{f_2}{f_1} \times \sqrt{\frac{F_1}{F_2}} \Rightarrow \frac{n_2}{2} = 6 \times \frac{1}{3} = 2 \Rightarrow n_2 = 4, \text{ گره } = 5$$

بنابراین در حالت نهایی، ۵ گره در طول تار تشکیل می‌شود.

۵۶ ۲ بسامد اصلی تار به‌ازای $n=1$ اتفاق می‌افتد، بنابراین:

$$f_n = \frac{nv}{2L} \Rightarrow f_1 = \frac{v}{2L} = 100 \text{ Hz}$$

$$v = \sqrt{\frac{FL}{m}} \Rightarrow \frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{121}{100}} = \frac{11}{10} \Rightarrow v' = \frac{11}{10}v \quad (*)$$

بنابراین بسامد هماهنگ پنجم این تار برابر است با:

$$f'_n = \frac{nv'}{2L} \xrightarrow{n=5} f'_5 = \frac{5 \times \frac{11}{10}v}{2L} = 5 \times \frac{11}{10} \times 100 = 550 \text{ Hz}$$

۵۷ ۴ می‌دانیم اختلاف بسامد دو هماهنگ متوالی برابر با بسامد هماهنگ اصلی است، بنابراین:

$$f_2 - f_1 = 2f_1 \Rightarrow 270 - 90 = 2f_1 \Rightarrow f_1 = 90 \text{ Hz}$$

بنابراین بسامدهای f_2 و f_4 برابر هستند با:

$$f_n = nf_1 \Rightarrow f_2 = 2f_1 = 2 \times 90 = 180 \text{ Hz}$$

$$f_n = nf_1 \Rightarrow f_4 = 4f_1 = 4 \times 90 = 360 \text{ Hz}$$

۵۸ ۳ جابه‌جایی نقطه M تا لحظه $t = \frac{1}{2f}$ برابر است با:

$$t = \frac{1}{2f} \xrightarrow{T = \frac{1}{f}} t = \frac{T}{2}$$

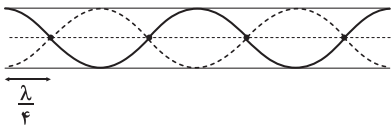
بنابراین جابه‌جایی نقطه M از لحظه $t=0$ تا لحظه $t = \frac{T}{2}$ برابر است با:

$$M \text{ جابه‌جایی نقطه } = 2A = 2 \times 4 = 8 \text{ cm}$$

بسامد نوسان تار در این لحظه برابر است با:

$$f_n = \frac{nv}{2L} \Rightarrow f_2 = \frac{2 \times 240}{2 \times 1.8 \times 10^{-1}} = 450 \text{ Hz}$$

۵۹ ۲ با توجه به شکل زیر داریم:



$$8 \frac{\lambda}{4} = 60 \Rightarrow 2\lambda = 240 \Rightarrow \lambda = 30 \text{ cm}$$

بنابراین فاصله نزدیک‌ترین گره به انتهای لوله برابر است با:

$$\frac{\lambda}{4} = \frac{30}{4} = 7.5 \text{ cm}$$

۶۰ ۳ حداقل انرژی لازم برای جدا کردن یک الکترون از سطح فلز برابر با تابع کار فلز است، بنابراین:

$$W_0 = hf_0 \Rightarrow W_0 = \frac{hc}{\lambda_0} \Rightarrow \lambda_0 = \frac{hc}{W_0} = \frac{1240}{2.5} = 496 \text{ nm}$$

با توجه به این‌که طول موج نور مرئی بین 400 nm تا 700 nm است، بنابراین طول موج آستانه این فلز در طیف امواج نور مرئی قرار دارد.

۴۸ ۴ موارد کمی پیوسته: شدت زلزله، دمای هوای شهر، وزن، سن، ارتفاع از سطح دریا

۴۹ ۲ مقیاس گفته شده در سؤال و سایر گزینه‌ها کمی پیوسته است ولی در گزینه (۲) از نوع کمی گسسته است.

۵۰ ۴ جامعه آماری شامل تمام افرادی است که یک خصوصیت آن‌ها بررسی می‌شود و درصد بیکاران مربوط به افرادی است که به سن اشتغال رسیده‌اند (جمعیت فعال).

فیزیک



۵۱ ۲ تعداد شکم تشکیل شده برابر با شماره هماهنگ است، بنابراین هماهنگ سوم تشکیل شده است.

بسامد تولیدشده به وسیله تار برابر است با:

$$f_n = \frac{nv}{2L} \Rightarrow f_2 = \frac{2 \times 200}{2 \times 4 \times 10^{-1}} = 750 \text{ Hz}$$

۵۲ ۴ تندی انتشار صوت در تار برابر است با:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{FL}{m}} = \sqrt{\frac{450 \times 2 \times 10^{-1}}{4 \times 10^{-3}}} = 150 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

بسامد تولیدشده به وسیله تار برابر است با:

$$f_n = \frac{nv}{2L} \Rightarrow 1500 = \frac{n \times 150}{2 \times 2 \times 10^{-1}} \Rightarrow n = 4 = \text{تعداد شکم}$$

بنابراین تعداد شکم تشکیل شده برابر ۴ است.

۵۳ ۴ با توجه به روابط زیر داریم:

$$\begin{cases} f_n = \frac{nv}{2L} \\ v = \sqrt{\frac{FL}{m}} \end{cases} \Rightarrow f_n = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{FL}{m}} = \frac{n}{2} \sqrt{\frac{F}{Lm}}$$

چون چشمه ثابت است، بنابراین:

$$\Rightarrow \frac{n_2}{n_1} = \sqrt{\frac{F_2}{F_1}} \Rightarrow \frac{5}{4} = \sqrt{\frac{F_2}{F_1}} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{16}{25}$$

درصد تغییرات بزرگی نیروی کشش تار برابر است با:

$$\frac{F_2 - F_1}{F_1} \times 100 = \frac{\frac{16}{25}F_1 - F_1}{F_1} \times 100 = -36\%$$

پس بزرگی نیروی کشش تار باید ۳۶ درصد کاهش یابد.

۵۴ ۲ در طول تار، ۳ گره تشکیل شده است، بنابراین n (شماره هماهنگ) برابر ۲ است، در نتیجه داریم:

$$L = \frac{n\lambda}{2} \Rightarrow 50 = \frac{2\lambda_2}{2} \Rightarrow \lambda_2 = 50 \text{ cm}$$

بنابراین دوره تناوب این منبع برابر است با:

$$\lambda = vT \Rightarrow 50 = 200 \times T$$

$$\Rightarrow T = \frac{50 \times 10^{-1}}{200} = 2.5 \times 10^{-3} \text{ s}$$

حداقل مدت‌زمانی که طول می‌کشد تا هر یک از ذرات فاصله بین دو نقطه بازگشتی را طی کنند، برابر است با:

$$\frac{T}{2} = \frac{1}{2} \times 2.5 \times 10^{-3} = 1.25 \text{ ms}$$

۶۷ با توجه به معادله فوتوالکتریک داریم:

$$K_{\max} = hf - W_0 = hf - \frac{hc}{\lambda_0}$$

$$\Rightarrow 3 = 4 \times 10^{-15} \times 2 \times 10^{15} - \frac{4 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^8}{\lambda_0 \times 10^{-9}} \Rightarrow \frac{1200}{\lambda_0} = 5$$

$$\Rightarrow \lambda_0 = 240 \text{ nm}$$

۶۸ با توجه به معادله فوتوالکتریک داریم:

$$K_{\max} = \frac{hc}{\lambda} - W_0 \Rightarrow K_1 = \frac{1240}{310} - 2 \Rightarrow K_1 = 2 \text{ eV} \times 1.6 \times 10^{-19}$$

$$\Rightarrow K_1 = 3.2 \times 10^{-19} \text{ J}$$

بنابراین هنگامی که الکترون به الکتروود B می‌رسد، انرژی جنبشی آن به اندازه ΔU_E افزایش می‌یابد، در نتیجه:

$$K_2 = K_1 + 1.6 \times 10^{-19} \times 8 \Rightarrow K_2 = 3.2 \times 10^{-19} + 12.8 \times 10^{-19}$$

$$\Rightarrow K_2 = 16 \times 10^{-19} \text{ J}$$

$$K_2 = \frac{1}{2} m v_{\max}^2 \Rightarrow 16 \times 10^{-19} = \frac{1}{2} \times 9.1 \times 10^{-31} \times v_{\max}^2$$

$$\Rightarrow v_{\max}^2 = 4 \times 10^{12} \Rightarrow v_{\max} = 2 \times 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۶۹ با توجه به معادله ریبرگ داریم:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} \right) \frac{n'^2}{n^2} \rightarrow$$

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{100} \times \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{25} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{100} \times \left(\frac{25-9}{25 \times 9} \right)$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{22500}{16} \text{ nm} = 1406.25 \text{ nm}$$

تمام طول موج‌های رشته پاشن در محدوده فرورسرخ قرار دارند.

۷۰ با توجه به معادله ریبرگ داریم:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} \right) \frac{n'^2}{n^2} \rightarrow$$

$$\frac{1}{\lambda_{\min}} = \frac{1}{100} \times \left(\frac{1}{16} - 0 \right) \Rightarrow \lambda_{\min} = 1600 \text{ nm}$$

تمام طول موج‌های رشته براکت در محدوده فرورسرخ قرار دارند.

۷۱ با توجه به معادله ریبرگ داریم:

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} \right)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{\lambda_{\min}} = \frac{1}{100} \times (1-0) \Rightarrow \lambda_{\min} = 100 \text{ nm} \\ \frac{1}{\lambda_{\max}} = \frac{1}{100} \times (1-\frac{1}{4}) \Rightarrow \lambda_{\max} = \frac{400}{3} \text{ nm} \end{cases}$$

$$\lambda_{\max} - \lambda_{\min} = \frac{400}{3} - 100 = \frac{100}{3} \text{ nm}$$

بنابراین:

۷۲ کم‌انرژی‌ترین فوتون گسیلی رشته بالمر به‌ازای بیشترین

طول موج رخ می‌دهد، بنابراین:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} \right) \frac{n'^2}{n^2} \rightarrow \frac{1}{\lambda_{\min}} = \frac{1}{100} \times \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\lambda_{\min}} = \frac{1}{100} \times \left(\frac{5}{36} \right) \Rightarrow \lambda_{\min} = 720 \text{ nm}$$

$$f_{\max} = \frac{c}{\lambda_{\min}} = \frac{3 \times 10^8}{720 \times 10^{-9}} = \frac{1}{24} \times 10^{16} \text{ Hz}$$

بنابراین:

۶۱ تابع کار این فلز برابر است با:

$$W_0 = hf_0 = \frac{hc}{\lambda_0} = \frac{4 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^8}{200 \times 10^{-9}} = 6 \text{ eV}$$

بسامد آستانه فلز برابر است با:

$$f_0 = \frac{c}{\lambda_0} = \frac{3 \times 10^8}{200 \times 10^{-9}} = 1.5 \times 10^{15} \text{ Hz}$$

بسامد موج تابنده شده به این فلز برابر با $2 \times 10^{15} \text{ Hz}$ است و با توجه به این‌که $f > f_0$ است، پس پدیده فوتوالکتریک رخ می‌دهد.

۶۲

$$K_{\max} = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda_0} \Rightarrow K_{\max} = \frac{4 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^8}{10^{-7}} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5} \right)$$

$$\Rightarrow K_{\max} = \frac{12}{5} = 2.4 \text{ eV}$$

۶۳ طول موج آستانه به معنی بیشترین مقدار طول موجی است

که در آن پدیده فوتوالکتریک رخ می‌دهد، بنابراین با تابش طول موجی بیشتر از طول موج آستانه، پدیده فوتوالکتریک رخ نمی‌دهد و بار صفحات تغییر نمی‌کند.

۶۴ انرژی هر فوتون برابر است با:

$$E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{4 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^8}{6 \times 10^{-7}} = 2 \text{ eV}$$

$$\Rightarrow E = 2 \times 1.6 \times 10^{-19} = 3.2 \times 10^{-19} \text{ J}$$

توان خروجی چشمه برابر است با:

$$P_2 = \frac{nE}{\Delta t} = \frac{5 \times 10^{20} \times 3.2 \times 10^{-19}}{1} = 160 \text{ W}$$

بنابراین بازده چشمه برابر است با:

$$\text{بازده} = \frac{P_2}{P_1} \times 100 = \frac{160}{200} \times 100 = 80\%$$

۶۵ با توجه به معادله فوتوالکتریک داریم:

$$K_{\max} = \frac{hc}{\lambda} - W_0 \Rightarrow \begin{cases} K_1 = \frac{1200}{\lambda_1} - 2 = \frac{1200 - 2\lambda_1}{\lambda_1} \\ K_2 = \frac{1200}{\lambda_2} - 2 = \frac{1200 - 2\lambda_2}{\lambda_2} = \frac{1200 - 8\lambda_1}{4\lambda_1} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{1200 - 8\lambda_1}{4\lambda_1} \times \frac{\lambda_1}{1200 - 2\lambda_1}$$

$$\Rightarrow 32 = \frac{2(600 - 4\lambda_1)}{2(600 - \lambda_1)} \Rightarrow 32 = \frac{4(150 - \lambda_1)}{600 - \lambda_1}$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{150 - \lambda_1}{600 - \lambda_1} \Rightarrow 4800 - 8\lambda_1 = 150 - \lambda_1$$

$$\Rightarrow 4650 = 7\lambda_1 \Rightarrow \lambda_1 = 664 \text{ nm}$$

۶۶ با توجه به معادله فوتوالکتریک داریم:

$$K_{\max} = hf - W_0 \Rightarrow \begin{cases} K_1 = hf_1 - W_0 \\ K_2 = hf_2 - W_0 \end{cases} \Rightarrow K_2 - K_1 = h(f_2 - f_1)$$

$$\Rightarrow \lambda = 4 \times 10^{-15} \times (f_2 - f_1)$$

$$\Rightarrow (f_2 - f_1) = 2 \times 10^{15} \text{ Hz} = 2000 \text{ THz}$$

۷۶ | ۱ بررسی عبارت‌ها:

الف) جریان الکتریکی و شدت روشنایی، کمیت‌های اصلی و میدان مغناطیسی و تکانه، کمیت‌های برداری می‌باشند. (✓)

ب) نیرو کمیتی فرعی و برداری است که یکای آن برابر است با:

$$F = ma \Rightarrow [F] = \text{kg} \quad (\checkmark)$$

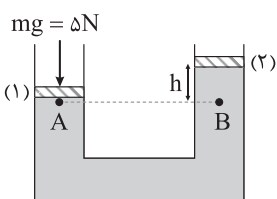
ج)

$$120 \frac{\text{L}}{\text{min}} \times \frac{10^{-3} \text{m}^3}{1 \text{L}} \times \frac{10^3 \text{mm}^3}{1 \text{m}^3} \times \frac{1 \text{min}}{60 \text{s}}$$

$$= 2 \times 10^6 \frac{\text{mm}^3}{\text{s}} \quad (\checkmark)$$

۷۷ | ۴ فرض کنید که با قرار دادن وزنه بر روی پیستون (۱)، اختلاف

ارتفاع آن‌ها برابر h شود. در این صورت با توجه به تساوی فشار در نقاط A و B می‌توان نوشت:



$$P_A = P_B \Rightarrow \frac{mg}{A} + P_0 = \rho gh + P_0$$

$$\Rightarrow \frac{mg}{A} = \rho gh \Rightarrow \frac{5}{100 \times 10^{-4}} = 10^3 \times 10 \times h$$

$$\Rightarrow h = 0.05 \text{m} \Rightarrow h = 5 \text{cm}$$

از طرفی اگر $A_1 = A_2$ باشد، در هنگام جابه‌جایی پیستون‌ها، پیستون سمت چپ $2/5 \text{cm}$ به پایین و پیستون سمت راست $2/5 \text{cm}$ به بالا می‌رود و میزان تغییر مکان آن‌ها با یکدیگر برابر است.

۷۸ | ۲ مکعب (۱)

مکعب (۱) روی سطح مایع، شناور شده است و چگالی آن کم‌تر از مایع C است. مکعب (۲) درون مایع C غوطه‌ور است و چگالی آن با چگالی مایع C برابر است، بنابراین مقایسه چگالی‌ها به صورت زیر است:

$$\rho_A > \rho_B > \rho_C = \rho_2 > \rho_1$$

با توجه به این‌که ابعاد دو مکعب برابر است، اما چگالی مکعب (۲) بیشتر است، جرم مکعب (۲) نیز بیشتر از جرم مکعب (۱) است. از طرفی مکعب‌ها در حال تعادل هستند و نیروی شناوری وارد بر آن‌ها هم‌اندازه و زبر نشان است، بنابراین نیروی شناوری وارد بر مکعب (۲) بزرگ‌تر از نیروی شناوری وارد بر مکعب (۱) است. با توجه به این توضیحات، عبارت «الف» درست و عبارت «ب» نادرست است.

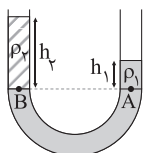
برای بررسی عبارت «ج» کافی است دقت کنید که حجم مایع A بیشتر از مایع B است و چگالی آن نیز بیشتر از مایع B است، پس طبق رابطه $m = \rho V$ ، جرم مایع A نیز بیشتر از جرم مایع B است.

۷۹ | ۱ با توجه به نقاط هم‌تراز A و B داریم:

$$\rho_1 h_1 = \rho_2 h_2 \Rightarrow h_1 = \frac{\rho_2}{\rho_1} h_2$$

اختلاف ارتفاع مایع‌ها برابر است با:

$$\Delta h = h_2 - h_1 = h_2 \left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1}\right)$$



برابری‌ترین فوتون گسیلی رشته لیمان به‌ازای کم‌ترین طول موج رخ می‌دهد، بنابراین:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} \right) \xrightarrow{n=\infty} \frac{1}{\lambda_{\min}} = \frac{1}{100} \times (1-0)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\lambda_{\min}} = \frac{1}{100} \Rightarrow \lambda_{\min} = 100 \text{nm}$$

$$f'_{\max} = \frac{c}{\lambda_{\min}} = \frac{3 \times 10^8}{100 \times 10^{-9}} = \frac{3}{100} \times 10^{16} \text{Hz}$$

بنابراین:

بنابراین نسبت خواسته‌شده برابر است با:

$$\frac{hf'_{\max}}{hf_{\max}} = \frac{f'_{\max}}{f_{\max}} = \frac{\frac{1}{24} \times 10^{16}}{\frac{3}{100} \times 10^{16}} = \frac{100}{72} = \frac{5}{36}$$

۷۳ | ۳ طیف مرئی تنها در رشته بالمر به‌ازای گذارهای زیر اتفاق

می‌افتد، بنابراین:

$$\text{طول موج‌های مرئی: } \begin{cases} n=3 \rightarrow n'=2 \\ n=4 \rightarrow n'=2 \\ n=5 \rightarrow n'=2 \\ n=6 \rightarrow n'=2 \end{cases}$$

بنابراین دومین طول موج به‌ازای گذار الکترون از $n=4$ به $n'=2$ و چهارمین طول موج به‌ازای گذار الکترون از $n=6$ به $n'=2$ می‌باشد، بنابراین با استفاده از معادله ریذبرگ داریم:

$$\begin{cases} \frac{1}{\lambda_3} = R \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{16} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda_3} = R \left(\frac{3}{16} \right) \\ \Rightarrow \lambda_3 = \frac{16}{3R} \\ \frac{1}{\lambda_4} = R \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{36} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda_4} = R \left(\frac{8}{36} \right) \\ \Rightarrow \lambda_4 = \frac{36}{8R} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{\lambda_3}{\lambda_4} = \frac{16}{3} \times \frac{8}{36} = \frac{32}{27}$$

۷۴ | ۱ تعداد کل گذارهای ممکن برای الکترونی که در تراز n قرار دارد

از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\text{تعداد کل گذارهای ممکن: } \frac{n(n-1)}{2} \xrightarrow{n=4} \frac{4 \times 3}{2} = 6$$

با توجه به معادله ریذبرگ داریم:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} \right) \xrightarrow{n=4} \frac{1}{\lambda_{\min}} = \frac{1}{100} \times \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{16} \right)$$

$$\Rightarrow \lambda_{\min} = \frac{1600}{15} \text{nm}$$

۷۵ | ۴ معادله بالمر، حالت خاص معادله ریذبرگ است که در آن، تراز

مقصد، تراز $n'=2$ است.

$$\begin{cases} \lambda = K \left(\frac{n^2}{n^2 - 4} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{K} \times \left(\frac{n^2 - 4}{n^2} \right) \\ \frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{n^2} \right) = R \times \left(\frac{n^2 - 4}{4n^2} \right) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{K} \left(\frac{n^2 - 4}{n^2} \right) = R \left(\frac{n^2 - 4}{4n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{K} = \frac{R}{4} \Rightarrow KR = 4$$

دقت کنید که کمیت K از جنس طول و کمیت R از جنس معکوس طول است، بنابراین حاصل ضرب آن‌ها کمیتی بدون واحد است.

دمای تعادل برابر است با:

$$\theta_e = \frac{m_{\text{آهن}} c_{\text{آهن}} \theta_{\text{آهن}} + m_{\text{آب}} c_{\text{آب}} \theta_{\text{آب}}}{m_{\text{آهن}} c_{\text{آهن}} + m_{\text{آب}} c_{\text{آب}}} = \frac{2 \times 4000 \times 4 + 4 \times 5000 \times 54}{2 \times 4000 + 4 \times 5000}$$

$$\xrightarrow{\text{ساده کردن به } 500} \theta_e = \frac{64 + 4 \times 54}{16 + 4} = \frac{280}{20} = 14^\circ \text{C}$$

درصد تغییر حجم آهن برابر است با:

$$\Delta V = 3\alpha \Delta \theta \times 100 = 3 \times 11/2 \times 10^{-5} \times (14 - 54) \times 100 = -0.144\%$$

علامت منفی به معنی کاهش حجم است.

انتقال گرما همراه با انتقال ماده در روش همرفت انجام می‌شود. **۸۴ ۲**

گرم شدن هوای اتاق به وسیله بخاری و انتقال گرما از مرکز خورشید به سطح آن با روش همرفت انجام می‌شوند.

در مرحله اول، دمای آب از 44°C به 100°C می‌رسد، بنابراین: **۸۵ ۳**

$$Q_1 = mc\Delta\theta = 2 \times 4200 \times (100 - 44) = 84 \times 5600 \text{ J}$$

$$Q_1 = Pt_1 \Rightarrow 84 \times 5600 = 5600 t_1 \Rightarrow t_1 = 84 \text{ s}$$

در مرحله دوم، کل آب تبخیر می‌شود، بنابراین:

$$Q_2 = mL_V = 2 \times \frac{2352 \times 10^3}{56 \times 42} = 84 \times 5600 \text{ J}$$

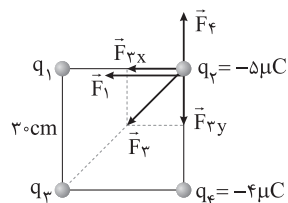
$$Q_2 = Pt_2 \Rightarrow 84 \times 5600 = 5600 t_2 \Rightarrow t_2 = 84 \text{ s}$$

$$t_2 - t_1 = 84 - 84 = 0 \text{ s}$$

بنابراین:

با توجه به رابطه $F = E|q|$ ، چون اندازه نیروی الکتریکی افزایش یافته است، یعنی اندازه میدان الکتریکی افزایش یافته است. چون هیچ اطلاعاتی در رابطه با حرکت خودبه‌خودی یا غیرخودبه‌خودی ذره و همچنین نیروهای دیگری که ممکن است بر آن وارد شود، داده نشده است، نمی‌توان در مورد تغییرات انرژی جنبشی اظهار نظر کرد. دید دیگر: طبق قضیه کار - انرژی جنبشی ($W_t = \Delta K$)، چون اطلاعاتی در مورد علامت کار کل نیروهای وارد بر جسم داده نشده است، بنابراین نمی‌توان در مورد علامت ΔK نظر داد.

نیروهای وارد شده به بار q_4 را مطابق شکل زیر رسم می‌کنیم: **۸۷ ۱**



همان‌طور که در شکل بالا می‌بینید با توجه به این‌که بار q_4 ، بار q_3 را جذب می‌کند و با توجه به این‌که برابند نیروهای وارد شده به بار q_4 در راستای محور X است، نتیجه می‌گیریم که بار q_3 مثبت است و باید اندازه مؤلفه \vec{F}_{3y} برابر اندازه \vec{F}_2 باشد تا بتواند آن را خنثی کند.

اندازه نیروی \vec{F}_2 را به دست می‌آوریم:

$$F_2 = \frac{k|q_2||q_4|}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 5 \times 4 \times 10^{-12}}{900 \times 10^{-4}} = 2 \text{ N}$$

حال اگر ارتفاع مایع (۲) را به اندازه h افزایش دهیم تا به $h' = h_p + h$ برسد، اختلاف ارتفاع سطح آزاد مایع‌ها برابر می‌شود با:

$$\Delta h' = h'_p \left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1}\right) = (h_p + h) \times \left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1}\right) = h_p \left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1}\right) + h \left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1}\right)$$

$$\Rightarrow \Delta h' = \Delta h + h \left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1}\right)$$

بنابراین اختلاف سطح آزاد مایع‌ها به اندازه $h \left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1}\right)$ افزایش می‌یابد.

با توجه به رابطه $W = Fd \cos \theta$ داریم: **۸۰ ۱**

$$W_p = W_1 \Rightarrow F_p d_p \cos \theta_p = F_1 d_1 \cos \theta_1 \Rightarrow \frac{F_p}{F_1} = \frac{d_1}{d_p} \times \frac{\cos \theta_1}{\cos \theta_p}$$

$$\xrightarrow{d_p = 2d_1} \frac{F_p}{F_1} = \frac{d_1}{2d_1} \times \frac{\cos 37^\circ}{\cos 60^\circ} = \frac{1}{2} \times \frac{0.8}{0.5} = 0.8$$

اندازه نیروی \vec{F}_1 ، ۲۰ درصد کم‌تر از اندازه نیروی \vec{F}_p است.

تغییرات انرژی مکانیکی در مدت زمان پرواز برابر است با: **۸۱ ۱**

$$\Delta K = \frac{1}{2} m (v_p^2 - v_1^2) = \frac{1}{2} m (14^2 - 7^2) = 735 \text{ J}$$

$$\Delta U = mgh = m \times 10 \times 700 = 7000 \text{ J}$$

$$\Rightarrow \Delta E = \Delta K + \Delta U = 7735 \text{ J}$$

در طول حرکت روی باند، کار کل انجام شده روی هواپیما، طبق قضیه کار - انرژی جنبشی برابر است با:

$$W_t = \frac{1}{2} m (v_p^2 - v_1^2) = \frac{1}{2} m (7^2 - 0) = 245 \text{ J}$$

بنابراین نسبت خواسته شده برابر است با:

$$\frac{W_t}{\Delta E} = \frac{245}{7735} = \frac{7}{41}$$

توان مفید هر پمپ برابر است با: **۸۲ ۱**

$$P_A = \frac{m_{\text{آب}} g h_{\text{آب}}}{\Delta t} = \frac{\rho_{\text{آب}} V_{\text{آب}} g h_{\text{آب}}}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow P_A = \frac{1 \times 10^3 \times 80 \times 10^{-3} \times 10 \times 12}{60} = 160 \text{ W}$$

$$P_B = \frac{m_{\text{نفت}} g h_{\text{نفت}}}{\Delta t} = \frac{\rho_{\text{نفت}} V_{\text{نفت}} g h_{\text{نفت}}}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow P_B = \frac{0.8 \times 10^3 \times 5 \times 10 \times 90}{3600} = 1000 \text{ W}$$

با توجه به رابطه بازده (Ra)، توان مصرفی هر پمپ برابر است با:

$$Ra = \frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{مصرفی}}} \Rightarrow P_{\text{مصرفی}} = \frac{P_{\text{مفید}}}{Ra}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} P_{\text{مصرفی A}} = \frac{160}{0.4} = 400 \text{ W} \\ P_{\text{مصرفی B}} = \frac{1000}{0.4} = 2500 \text{ W} \end{cases}$$

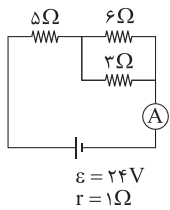
بنابراین توان مصرفی پمپ A، ۲۱۰۰ وات کم‌تر از توان مصرفی پمپ B است.

ابتدا دقت کنید که چگالی آب در دمای 4°C بیشینه است. **۸۳ ۱**

جرم گلوله آهنی برابر است با:

$$m_{\text{آهن}} = \rho_{\text{آهن}} \times V_{\text{آهن}} = 8 \times 500 = 4000 \text{ g} = 4 \text{ kg}$$

حالت دوم: در این حالت، با عوض کردن جای ولتسنج و آمپرسنج، مقاومت ۳ اهمی در سمت راست، اتصال کوتاه شده و ولتسنج ولتاژ دو سر مقاومت ۵ اهمی را نشان می‌دهد، بنابراین داریم:



$$R'_{eq} = 5 + \frac{6 \times 2}{6+2} = 7\Omega$$

$$I'_{کل} = \frac{\varepsilon}{R'_{eq} + r} = \frac{24}{7+1} = 3A$$

$$V' = RI = 5 \times 3 = 15V$$

بنابراین:

$$\begin{cases} \frac{I'_{کل}}{I_{کل}} = \frac{3}{4} \\ \frac{V'}{V} = \frac{15}{12} = \frac{5}{4} \end{cases}$$

همان‌طور که می‌دانیم، هنگامی که توان خروجی از باتری

بیشینه باشد، $R_{eq} = r$ ، $I_{کل} = \frac{\varepsilon}{2r}$ و $V = \frac{\varepsilon}{2}$ (اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری) است.

از طرفی در شکل نشان داده‌شده، اختلاف پتانسیل الکتریکی بین نقاط M و N، همان اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری خواهد بود، بنابراین می‌توان نوشت:

$$|\Delta V_{MN}| = \frac{\varepsilon}{2} = \frac{24}{2} = 12V$$

$$|\Delta U_E| = |q\Delta V| = 2 \times 10^{-6} \times 12 = 24 \mu J$$

بنابراین:

گام اول: محاسبه نسبت مقاومت‌ها:

$$V = RI \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{R_2}{R_1} \times \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow 1 = \frac{R_2}{R_1} \times \frac{4}{2} \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{1}{2}$$

گام دوم: با توجه به رابطه چگالی می‌توان نوشت:

$$m = \rho'V = \rho'(AL) \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \frac{A_2 L_2}{A_1 L_1} \Rightarrow \frac{400}{200} = \frac{A_2}{A_1} \times \frac{L_2}{L_1}$$

$$\Rightarrow \frac{L_2}{L_1} = 2 \frac{A_1}{A_2}$$

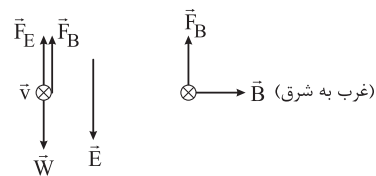
گام سوم: برای مقایسه سطح مقطع در دو حالت داریم:

$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{L_2}{L_1} \times \frac{A_1}{A_2} \Rightarrow \frac{1}{2} = \left(2 \frac{A_1}{A_2}\right) \times \left(\frac{A_1}{A_2}\right)$$

$$\Rightarrow \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 = 4 \Rightarrow \frac{A_2}{A_1} = 2$$

به بار منفی در خلاف جهت میدان الکتریکی نیرو وارد می‌شود (\vec{F}_E).

شرط این‌که ذره از مسیر خود منحرف نشود، این است که نیروهای وارد بر آن متوازن باشند، بنابراین:



$$F_E + F_B = W \Rightarrow E|q| + |q|vB = mg$$

$$\Rightarrow (8.0 \times 10^{-6} \times 10^{-6}) + 1.0 \times 10^{-6} \times 5.0 \times B = 1 \times 10^{-3} \times 10$$

$$\Rightarrow 8 \times 10^{-3} + 0.5 \times 10^{-3} B = 10 \times 10^{-3}$$

$$\Rightarrow 8 + 0.5B = 10 \Rightarrow B = 4T$$

با محاسبه \vec{F}_E ، در ادامه \vec{F}_{py} و مقدار q_3 به دست می‌آید:

$$F_{py} = 2N \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} F_p = 2 \Rightarrow F_p = 2\sqrt{2}N$$

$$F_p = \frac{k|q_2||q_3|}{r_p^2} \Rightarrow 2\sqrt{2} = \frac{9 \times 10^9 \times 5 \times q_3 \times 10^{-12}}{(3.0\sqrt{2} \times 10^{-2})^2}$$

$$\Rightarrow q_3 = 8\sqrt{2} \mu C$$

با توجه به مطالب بیان‌شده، باید اندازه \vec{F}_{py} برابر $2N$ باشد تا بتواند \vec{F}_E را خنثی کند. از طرف دیگر اندازه \vec{F}_{px} برابر اندازه \vec{F}_{py} بوده و برابر $2N$ است و داریم:

$$F_{کل} = F_1 + F_{px} \Rightarrow 8 = F_1 + 2 \Rightarrow F_1 = 6N$$

با مشخص شدن اندازه \vec{F}_1 می‌توانیم q_1 را به دست آوریم:

$$F_1 = \frac{k|q_1||q_2|}{r^2}$$

$$\Rightarrow 6 = \frac{9 \times 10^9 \times |q_1| \times 5 \times 10^{-6}}{9.0 \times 10^{-4}} \Rightarrow |q_1| = 12 \times 10^{-6} C = 12 \mu C$$

و از آن جایی که بار q_1 ، بار q_2 را جذب کند، $q_1 > 0$ می‌باشد و داریم:

$$q_1 = 12 \mu C$$

$$\frac{q_3}{q_1} = \frac{8\sqrt{2}}{12} = \frac{2}{3}\sqrt{2}$$

در نتیجه نسبت خواسته‌شده برابر است با:

۸۸ | ۱ با توجه به این‌که خازن از باتری جدا شده است، بار الکتریکی

آن ثابت می‌ماند، بنابراین می‌توان نوشت:

$$U = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{C_1}{C_2} \xrightarrow{C = \kappa \varepsilon_0 \frac{A}{d}} \frac{U_2}{U_1} = \frac{\kappa_1}{\kappa_2} \Rightarrow \frac{\kappa_1}{\kappa_2} = \frac{1}{4}$$

حال برای محاسبه بزرگی میدان الکتریکی بین صفحات می‌توان نوشت:

$$E = \frac{q}{\kappa \varepsilon_0 A} \Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = \frac{\kappa_1}{\kappa_2} = \frac{1}{4}$$

میدان الکتریکی ۷۵ درصد کاهش یافته است.

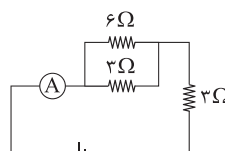
۸۹ | ۴ با توجه به رابطه $P = RI^2$ ، می‌توان نوشت:

$$P = RI^2 \Rightarrow \frac{P_A}{P_B} = \frac{R_A}{R_B} \times \left(\frac{I_A}{I_B}\right)^2 \Rightarrow 1 = \frac{R_A}{R_B} \times \left(\frac{2}{8}\right)^2 \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = 16$$

از طرفی می‌دانیم، شیب نمودار $V-I$ برابر مقاومت الکتریکی رسانا است، بنابراین گزینه (۴) صحیح است، زیرا شیب نمودار A، ۱۶ برابر شیب نمودار B است.

۹۰ | ۲ **حالت اول:** در این حالت مقاومت ۵ اهمی اتصال کوتاه شده و

ولتسنج، ولتاژ دو سر مقاومت ۳ اهمی را نشان می‌دهد، بنابراین داریم:



$$\varepsilon = 24V$$

$$r = 1\Omega$$

$$R_{eq} = 2 + 3 = 5\Omega$$

$$I_{کل} = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{24}{5+1} = 4A$$

$$V = RI = 3 \times 4 = 12V$$

۹۷ ۱ هر چهار عبارت پیشنهاد شده درست هستند.

مواد A, B, C و D به ترتیب فلزها، ترکیب‌های یونی، مواد مولکولی و جامدهای کووالانسی هستند.

بررسی عبارت‌ها:

- شمار مواد مولکولی بیشتر از مجموع شمار سایر مواد است.
- ماده‌ای که از آن برای ساخت نمای بیرونی موزه گوگنهایم استفاده شده تیتانیم است که جزو فلزها می‌باشد.
- فلزها برخلاف ترکیب‌های یونی در حالت جامد، رسانای جریان برق هستند.
- در بین مواد مورد اشاره، سه ماده یخ خشک (CO_2)، اوزون (O_3) و سیلیسیم تتراکلرید (SiCl_4) جزو مواد مولکولی هستند.

۹۸ ۳ عبارت‌های اول و آخر درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

- در عبارت دوم، نفت خام اضافی است.
- رنگ‌های پوششی جزو کلوئیدها هستند که مخلوطی ناهمگن به شمار می‌آیند.

۹۹ ۴ هر چهار عبارت پیشنهاد شده درست هستند.

مواد A, B و C به ترتیب به رنگ سیاه، سفید و قرمز دیده می‌شوند.

بررسی عبارت‌ها:

- دوده و سدیم کلرید به ترتیب به رنگ سیاه و سفید دیده می‌شوند.
- Fe_3O_4 به رنگ قرمز دیده می‌شود.
- هرچند یک ماده سفید، تمام پرتوهای مرئی (طول موج 400 تا 700 نانومتر) را بازتاب می‌کند، اما می‌تواند پرتوهای الکترومغناطیسی خارج از بازه نور مرئی را جذب کند.
- در TiO_2 که به رنگ سفید دیده می‌شود، شمار آنیون‌ها دو برابر شمار کاتیون‌هاست.

۱۰۰ ۳ گلوله‌ها یا همان ذره‌های موجود در رأس‌ها در ۸ مکعب مشترک

هستند و باید $\frac{1}{8}$ آن‌ها را شمارش کرد. به این ترتیب در ساختار گزینه (۳) یک

یون Cl^- (در مرکز) و در مجموع $1 = 8 \times \frac{1}{8}$ یون Ca^{2+} وجود دارد. در صورتی که در کلسیم کلرید (CaCl_2)، شمار یون‌های Cl^- باید دو برابر شمار یون‌های Ca^{2+} باشد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ و ۴) آلیاژهای متفاوتی از کروم و آهن را نشان می‌دهد و نسبت مولی این دو فلز دارای محدودیت خاصی نیست.

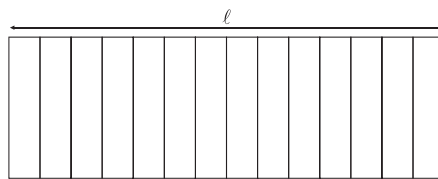
۲) در آمونیوم کلرید (NH_4Cl) به ازای هر کاتیون، یک آنیون وجود دارد. در شکل نیز یک یون NH_4^+ در مرکز و در مجموع $1 = 8 \times \frac{1}{8}$ یون Cl^- دیده می‌شود که با فرمول مطابقت دارد.

۱۰۱ ۲ عبارت‌های دوم و سوم درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

- درخشندگی فلزها را نمی‌توان با مدل دریای الکترونی توجیه کرد.
- براساس مدل دریای الکترونی، ساختار فلزها آرایش منظمی از کاتیون‌ها در سه بعد است.

۹۴ ۳ برای محاسبه جریان سیملوله می‌توان نوشت:



$$d = 10^{-3} \text{ m}$$

$$N = \frac{l}{d} \Rightarrow \frac{N}{l} = \frac{1}{d} = \frac{1}{10^{-3}} = 1000$$

$$B = \mu_0 \frac{NI}{l} \Rightarrow 2/4 \times 10^{-4} = 12 \times 10^{-7} \times 1000 I \Rightarrow I = 0.2 \text{ A}$$

انرژی ذخیره شده در سیملوله برابر است با:

$$U = \frac{1}{2} LI^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times (0.2)^2 = 0.04 \mu\text{J} = 40 \text{ nJ}$$

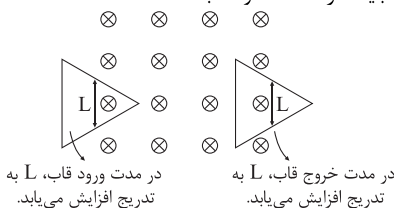
۹۵ ۳ در مدت زمانی که حلقه در حال ورود به میدان است، اگر تندی

حرکت ثابت باشد، آهنگ تغییر سطح با گذشت زمان افزایش می‌یابد و در نتیجه آهنگ تغییر شار عبوری از سطح نیز افزایش می‌یابد. طبق رابطه

$$I = - \frac{N \Delta \Phi}{R \Delta t}$$

برای ثابت ماندن اندازه جریان القا، باید تندی حرکت کم شود تا آهنگ تغییر شار ثابت بماند، یعنی قاب باید به صورت کندشونده وارد میدان شود.

در مدت زمان خروج حلقه نیز، با بزرگ‌تر شدن قاعده مثلث، همین اتفاق می‌افتد و مشابه با حالت قبل، باید حرکت کندشونده باشد.



در مدت ورود قاب، L به تدریج افزایش می‌یابد.

در مدت خروج قاب، L به تدریج افزایش می‌یابد.

شیمی



۹۶ ۳ به جز مورد دوم، سایر موارد می‌تواند در ارتباط با این واکنش

درست باشد.

ابتدا شمار مول‌های مصرف شده Zn و یون وانادیم را به دست می‌آوریم:

$$? \text{ mol Zn} = 3/9 \text{ g Zn} \times \frac{1 \text{ mol Zn}}{65 \text{ g Zn}} = 0.06 \text{ mol Zn}$$

$$? \text{ mol V(ion)} = 0.2 \text{ L} \times 0.3 \frac{\text{mol}}{\text{L}} = 0.06 \text{ mol V(ion)}$$

با توجه به این که شمار مول‌های مصرف شده دو واکنش دهنده با هم برابر است و با توجه به این که تغییرات عدد اکسایش Zn در این واکنش مانند سایر واکنش‌ها برابر با +۲ است، می‌توان نتیجه گرفت که عدد اکسایش وانادیم ۲ درجه کاهش یافته است.

بررسی موارد:

- عدد اکسایش وانادیم در محلول‌های زرد و سبزرنگ آن به ترتیب +۵ و +۳ است و ۲ درجه کاهش را نشان می‌دهد.
- عدد اکسایش وانادیم در محلول‌های بنفش و آبی‌رنگ آن به ترتیب +۲ و +۴ است و ۲ درجه افزایش را نشان می‌دهد.
- عدد اکسایش وانادیم در VO_2^+ و V^{3+} به ترتیب +۵ و +۳ است و ۲ درجه کاهش را نشان می‌دهد.
- عدد اکسایش وانادیم در VO^{2+} و V^{2+} به ترتیب +۴ و +۲ است و ۲ درجه کاهش را نشان می‌دهد.

۱۰۶ ۳ هر چهار عبارت پیشنهاد شده درست هستند.

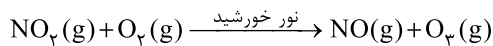
آلاینده‌های A، B و C به ترتیب NO، NO_۲ و O_۳ هستند.

بررسی عبارت‌ها:

• ساختار لوویس مولکول‌های NO_۲ و O_۳ در زیر آمده است:



• به معادله واکنش زیر توجه کنید:



• اکسیدهای نیتروژن (NO، NO_۲) جزو گازهای خروجی از آگزوز

خودروهای دیزلی هستند.

• گاز NO_۲ قهوه‌ای‌رنگ است.

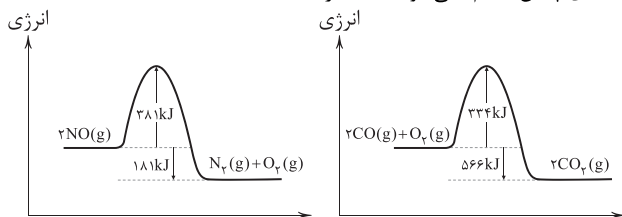
۱۰۷ ۴ هر چهار عبارت پیشنهاد شده درست هستند.

• با توجه به نمودارهای انرژی - پیشرفت واکنش‌های مورد نظر، درستی

عبارت‌های اول و سوم تأیید می‌شود. در ارتباط با عبارت دوم باید گفت که از

آن‌جا که انرژی فعال‌سازی این دو واکنش به نسبت بالا است، این واکنش‌ها در

دماهای پایین انجام نمی‌شوند یا بسیار کند هستند.



• در ارتباط با عبارت چهارم باید گفت که با استفاده از مبدل‌های کاتالیستی از

نظر درصد جرمی می‌توان NO و CO را به ترتیب در حدود ۹۶ و ۹۰ درصد

کاهش داد.

۱۰۸ ۲ عبارت متن سؤال نادرست است. زیرا سنتز صنعتی ویتامین A

پس از تولید صنعتی اوره انجام شد.

در بین عبارت‌های پیشنهاد شده نیز فقط عبارت دوم نادرست است.

زیرا دمای موتور خودروها بیشتر از ۱۰۰۰°C است.

بررسی عبارت‌ها: ۱۰۹ ۲

(آ) واکنش میان گازهای هیدروژن و اکسیژن یک واکنش گرماده بوده و ΔH

آن نمی‌تواند مثبت باشد.

(ب) سرعت واکنش در حالت‌های Y و q به صورت انفجاری است.

(پ) سرعت واکنش در حالت‌های Y و Z به ترتیب انفجاری و سریع است.

(ت) مقادیر A، B، C و D با هم برابرند، زیرا اساساً کاتالیزگر تأثیری روی

مقدار ΔH ندارد.

(ث) استفاده از جرقه نمی‌تواند موجب کاهش E_a شود. بنابراین مقدار E_a در

حالت‌های مربوط به X و Y با هم برابر است.

۱۱۰ ۱ فقط عبارت آخر درست است.

بررسی عبارت‌ها: نادرست:

• کاتالیزورها در واکنش شرکت می‌کنند، اما در پایان واکنش باقی می‌مانند.

• استفاده از کاتالیزورها در صنایع گوناگون، سبب کاهش آلودگی محیط زیست

می‌شود.

• هر کاتالیزگر به شمار معدودی واکنش سرعت می‌بخشد.

۱۰۲ ۱ فقط عبارت نخست درست است.

بررسی عبارت‌ها:

• نیتینول، آلیاژی از دو فلز واسطه Ni و Ti بوده که هر دو در دوره چهارم

جدول جای گرفته‌اند.

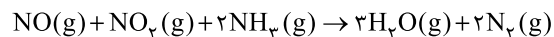
• نیتینول به آلیاژ هوشمند معروف است.

• در ساخت موتور جت از تیتانیوم استفاده می‌شود، نه نیتینول!!

$$\frac{\text{جرم مولی Ni} \times \text{مول Ni}}{\text{جرم مولی Ti} \times \text{مول Ti}} = \frac{\text{جرم نیکل}}{\text{جرم تیتانیوم}} = \frac{59}{48} \times \frac{\text{مول Ni}}{\text{مول Ti}} = 0.7$$

$$\Rightarrow \frac{\text{مول Ni}}{\text{مول Ti}} = \frac{\text{شماراتم‌های Ni}}{\text{شماراتم‌های Ti}} = 0.57$$

۱۰۳ ۲ معادله موازنه شده واکنش مورد نظر به صورت زیر است:



• در این واکنش کاهنده است و عدد اکسایش N در آن از ۳- به صفر

در N_۲ رسیده است. از آن‌جا که ۲ مول NH_۳ در معادله واکنش وجود دارد،

شمار مول‌های الکترون مبادله شده برابر با ۶ مول خواهد بود.

$$\frac{0.3 \text{ mole}^-}{6} = \frac{x \text{g}(\text{NO}_2 - \text{NO})}{1(46) - 1(30)} \Rightarrow x = 0.8 \text{g}$$

۱۰۴ ۱ فقط عبارت نخست درست است.

بررسی عبارت‌ها: نادرست:

• مبدل کاتالیستی در مسیر گازهای خروجی از خودروها نصب می‌شود، نه در

موتور خودروها!!

• در سطح سرامیک‌های درون مبدل کاتالیستی، توده‌های فلزی با قطر ۲ تا

۱۰ نانومتر وجود دارند.

• بر روی سطح این قطعه سرامیکی که به شکل توری به کار می‌رود،

فلزهای Pd، Pt و Rh نشانده شده است.

۱۰۵ ۱ واکنش سوختن CO یک واکنش گرماده ($\Delta H < 0$) است و

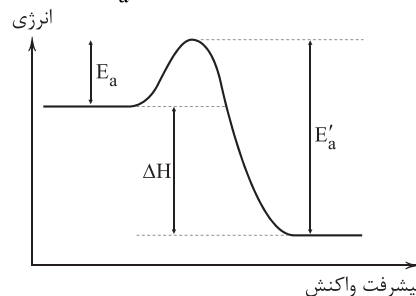
در آن انرژی فعال‌سازی واکنش رفت (E_a) کمتر از انرژی فعال‌سازی واکنش

برگشت (E'_a) است.

$$\bullet E_a - E'_a = \Delta H$$

$$\bullet E_a = 0.4 E'_a$$

$$\bullet |\Delta H| - E_a = x$$



$$|\Delta H| = E_a + x$$

$$\frac{E_a}{E'_a} = 0.4 \Rightarrow \frac{E_a}{|\Delta H| + E_a} = 0.4 \Rightarrow E_a = 0.4|\Delta H| + 0.4E_a$$

$$\Rightarrow 0.4|\Delta H| = 0.6E_a \Rightarrow |\Delta H| = \frac{3}{2}E_a$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2}E_a = E_a + x \Rightarrow \frac{1}{2}E_a = x \Rightarrow E_a = 2x$$

$$\Rightarrow |\Delta H| = 2x + x = 3x$$

حالت ۱: نمونه فقط شامل XI_3 بوده است.

حالت ۲: نمونه شامل ۹۵ درصد XI_3 و ۵ درصد XI_4 بوده است.

از طرفی شمار مول‌های X نیز در دو حالت یکسان بوده است. اما شمار مول‌های I متفاوت بوده است. با فرض این‌که شمار مول‌های X برابر با یک باشد، می‌توان نوشت:

$$1 \text{ mol } I = 3 \text{ mol } I$$

$$2 \text{ mol } I = 0.95(3) + 0.05(4) = 3.05 \text{ mol } I$$

این دانشمند از روی جرم PbI_2 ، جرم مولی X را اندازه گرفته است. نسبت مولی X به I در XI_3 برابر $\frac{1}{3}$ بوده است.

در صورتی که بررسی‌های دقیق‌تر نشان می‌دهد که نسبت درست $\frac{1}{3.05}$ بوده است.

$$X \text{ جرم مولی جدید } = \frac{3.05}{3} \times 350 = 355/9$$

هر چهار عبارت پیشنهاد شده درست هستند. **۱۱۷**

بررسی عبارت‌ها:

• دیوارهٔ یاخته‌ها در گیاهان روزنه‌هایی بسیار ریز دارد که ذره‌های سازندهٔ مواد می‌توانند از آن گذر کنند. به گونه‌ای که این روزنه‌ها فقط اجازهٔ گذر به برخی از ذره‌ها و مولکول‌های کوچک مانند آب و یون‌ها را می‌دهند و از گذر مولکول‌های درشت‌تر جلوگیری می‌کنند. این دیواره‌ها غشای نیمه تراوا نامیده می‌شوند.

• مولکول‌های آب در هر دو جهت حرکت می‌کنند، اما از محیط رقیق به غلیظ تعداد بیشتری مولکول آب جابه‌جا می‌شوند.

• هنگامی که میوه‌های خشک مانند میوز درون آب قرار می‌گیرند، مولکول‌های آب، خود به خود از محیط رقیق با گذر از روزنه‌های دیوارهٔ سلولوی به محیط غلیظ می‌روند. در نتیجه، میوه آبدار و متورم می‌شود.

• در سمت راست غشاء غلظت مادهٔ حل‌شونده تا انتهای فرایند اسمز برابر صفر باقی می‌ماند و هرگز غلظت محلول در دو سمت غشاء با هم برابر نمی‌شود.

• در شرایط یکسان انحلال‌پذیری گاز N_2 کم‌تر از O_2 است. **۱۱۸**

• فشار بر روی انحلال‌پذیری مواد جامد تأثیری ندارد. از طرفی انحلال‌پذیری $NaCl$ در آب بسیار بیشتر از گازهای N_2 و O_2 است.

• فرض می‌کنیم V لیتر از هر کدام از دو محلول KOH و $Ba(OH)_2$ در دسترس است. جرم مولی KOH و $Ba(OH)_2$ به ترتیب برابر با ۵۶ و ۱۷۱ گرم بر مول است. **۱۱۹**

• در محلول پتاسیم هیدروکسید، غلظت مولی ماده برابر با غلظت مولی یون پتاسیم است.

• تفاوت دو عدد ۹ و ۵ برابر با ۴ است.

$$KOH \text{ غلظت مولی } = \frac{\text{مول حل‌شونده}}{\text{حجم محلول (L)}} \Rightarrow 0.8 = \frac{56}{V} \Rightarrow \frac{m}{V} = 44/8$$

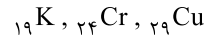
$$Ba(OH)_2 \text{ غلظت مولی } = \frac{\text{مول حل‌شونده}}{\text{حجم محلول (L)}} = \frac{171}{V} = \frac{m}{171V}$$

$$= \frac{44/8}{171} = 0.26 \text{ mol.L}^{-1}$$

• در محلول $Ba(OH)_2$ ، غلظت مولی یون هیدروکسید دو برابر غلظت مولی ماده است:

$$OH^- \text{ مجموع غلظت مولی } = 0.8 + 2(0.26) = 1.32 \text{ mol.L}^{-1}$$

۱۱۱ به‌جز عبارت آخر، سایر عبارت‌ها درست هستند. مجموعه مورد نظر شامل ۳ فلز زیر است:



بررسی عبارت‌ها:

• تمامی این فلزها در شرایط معمولی به حالت جامدند.
• عدد اتمی نخستین فلز جدول یعنی لیتیم برابر با ۳ است.
• فقط کاتیون پتاسیم (K^+) قاعده هشت‌تایی را رعایت می‌کند.
• مجموع اعداد اتمی این سه عنصر برابر با ۷۲ است. عدد اتمی نخستین عنصر دسته d دوره ششم جدول برابر با ۷۱ است.

$$\text{۴} \quad \text{۱۱۲} \quad \bullet \text{ هر } amu \text{ معادل } 1.66 \times 10^{-24} \text{ گرم است.}$$

• از ایزوتوپ $^{235}_{92}U$ به عنوان سوخت در راکتورهای اتمی استفاده می‌شود.
• فراوان‌ترین عنصر اصلی سازنده سیاره زمین (به لحاظ جرمی) O است.

$$\frac{y-x}{z} = \frac{235-24}{8} = 26/375$$

۴ **۱۱۳** مطابق داده‌های جدول می‌توان نوشت:

$$30 + a + 3a + b = 100 \Rightarrow 4a + b = 70$$

مطابق داده‌های سؤال می‌توان نوشت:

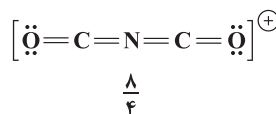
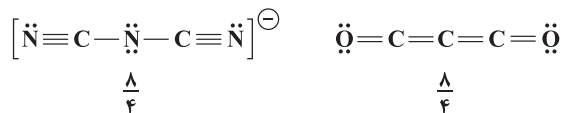
$$53/35 = 51 + \frac{a}{100}(52-51) + \frac{3a}{100}(54-51) + \frac{b}{100}(55-51)$$

$$53/35 = 51 + \frac{a}{100} + \frac{9a}{100} + \frac{4b}{100} \Rightarrow 235 = 10a + 4b$$

از حل هم‌زمان دو معادله زیر مقادیر a و b به دست می‌آید:

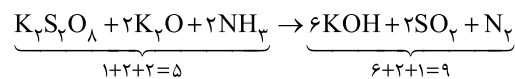
$$\begin{cases} 4a + b = 70 \\ 10a + 4b = 235 \end{cases} \Rightarrow a = 7/5, b = 40$$

۱ **۱۱۴** ساختار لوویس هر چهار گونه و نسبت مورد نظر در زیر آمده است:



هر چهار عبارت پیشنهاد شده درست هستند. **۱** **۱۱۵**

• معادله موازنه شده واکنش مورد نظر به صورت زیر است:



تفاوت دو عدد ۹ و ۵ برابر با ۴ است.

• K_2O یک اکسید فلزی (بازی) و SO_2 یک اکسید نافلزی (اسیدی) است.
• سه ترکیب $K_2S_2O_8$ ، K_2O و KOH یونی بوده و بقیه مواد مولکولی هستند.
• فقط در K_2O تمام پیوندها یونی است. در ساختار سایر اجزای واکنش، پیوند کووالانسی وجود دارد.

۴ **۱۱۶** می‌دانیم جرم مولی از تقسیم جرم یک ماده بر شمار مول‌های آن ماده به دست می‌آید. واضح است که در این محاسبات، جرم نمونه مورد آزمایش، تغییر نکرده است، اما شمار مول‌ها در دو حالت متفاوت بوده است.

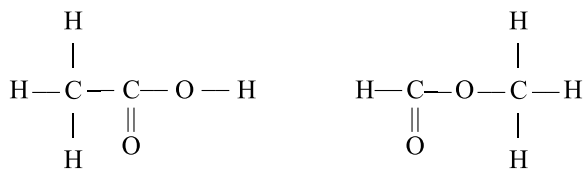
۱۲۴) عبارت‌های اول و آخر درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

- ترکیب A یک دی‌آمین بوده و می‌تواند در واکنش تشکیل پلی‌آمید شرکت کند.
- طعم و بوی رازیانه و گشنیز به ترتیب به گروه‌های عاملی اتری (—O—) و هیدروکسیل (—OH) وابسته است که اولی در ترکیب C و دومی در ترکیب B وجود دارد.
- فرمول مولکولی هر سه ترکیب به صورت $C_{11}H_{18}N_2O$ بوده و در نتیجه برای سوختن کامل هر مول از آن‌ها، مقدار یکسانی اکسیژن لازم است.
- ترکیب B دارای ۱۸ اتم هیدروژن بوده و شمار اتم‌های کربن فرمول تقریبی گریس ($C_{18}H_{38}$) نیز برابر با ۱۸ است.

۱۲۵) استیک اسید (CH_3COOH) و متیل فورمات

($HCOOCH_3$) با هم ایزومرند و بر اثر سوختن کامل یک مول از آن‌ها، مقدار یکسانی O_2 مصرف و مقدار یکسانی CO_2 و H_2O تولید می‌شود. بنابراین فقط کفایت تفاوت آنتالپی‌های پیوند دو ترکیب را حساب کنیم:



- شمار پیوندهای $C=O$ در دو ترکیب با هم برابر است.
- استیک اسید، یک پیوند $C-H$ کم‌تر از متیل فورمات دارد.
- استیک اسید، یک پیوند $C-O$ کم‌تر از متیل فورمات دارد.
- استیک اسید، برخلاف متیل فورمات دارای یک پیوند $C-C$ است.
- استیک اسید، برخلاف متیل فورمات دارای یک پیوند $O-H$ است.

$$\Delta H(C-C) + \Delta H(O-H) = 348 + 463 = 811$$

$$\Delta H(C-H) + \Delta H(C-O) = 415 + 380 = 795$$

$$811 - 795 = 16 \text{ kJ.mol}^{-1}$$

با توجه به این‌که مجموع آنتالپی پیوندهای موجود در استیک اسید که جزو واکنش‌دهنده هم هست، بیشتر می‌باشد، گرمای حاصل از سوختن کامل یک مول استیک اسید در مقایسه با سوختن کامل یک مول متیل فورمات ۱۶kJ کم‌تر است.

۱۲۶) فرض می‌کنیم مخلوط گازی مورد نظر شامل a مول

متان (CH_4) و b مول پروپان (C_3H_8) است. از سوختن a مول متان و b مول پروپان به ترتیب a و ۳b مول کربن دی‌اکسید تولید می‌شود:

$$\begin{cases} a + b = 2/5 \\ a + 3b = 5/7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 0/9 \\ b = 1/6 \end{cases}$$

$$\text{مقدار گرمای آزاد شده} = 0/9(890) + 1/6(2220) = 4353 \text{ kJ}$$

۱۲۷) برای رسیدن به واکنش هدف باید تغییرات زیر را بر روی

واکنش‌های کمکی اعمال کنیم:

• واکنش (III) را به همان صورت می‌نویسیم.

• واکنش (I) را به همان صورت می‌نویسیم.

• واکنش (IV) را وارونه و ضرایب آن را در ۲ ضرب کرد.

• واکنش (V) را وارونه می‌کنیم.

• واکنش (II) را به همان صورت می‌نویسیم.

$$\begin{aligned} \Delta H(\text{هدف}) &= \Delta H_{III} + \Delta H_I - 2\Delta H_{IV} - \Delta H_V + \Delta H_{II} \\ &= (-1077) + (-58) - 2(-297) - (-394) + (-135) = -282 \text{ kJ} \end{aligned}$$

۱۲۰) معادله موازنه شده واکنش مورد نظر به صورت زیر است:



ابتدا غلظت مولی اولیه محلول HCl را به دست می‌آوریم:

$$M = \frac{10 \times 34 \times 1/14}{\text{جرم مولی HCl}} = \frac{10 \times 34 \times 1/14}{36/5}$$

$$= 10/62 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$? \text{ mol HCl (اولیه)} = 2L \times 10/62 \frac{\text{mol}}{L} = 21/24 \text{ mol HCl}$$

$$\frac{300 \text{ g } CaCO_3}{1 \times 100} = \frac{x \text{ mol HCl}}{2} \Rightarrow x = 6 \text{ mol HCl}$$

$$? \text{ mol HCl (باقیمانده)} = 21/24 - 6 = 15/24 \text{ mol HCl}$$

$$[HCl]_{\text{باقیمانده}} = \frac{15/24}{2L} = 7/6 \text{ mol.L}^{-1}$$

۱۲۱) اگر فرض کنیم در حالت B، مقدار آهن استخراج شده

برابر ۱۰۰ton بوده باشد، مقدار آهن به دست آمده در حالت A برابر ۷۵ton خواهد بود. در این صورت می‌توان از یک تناسب ساده استفاده کرد:

$$\left[\begin{array}{l} 400 \times \frac{P}{100} \times \frac{75}{100} \sim 75 \\ 375 \times \frac{P+20}{100} \times \frac{100}{100} \sim 100 \end{array} \right]$$

$$\Rightarrow 3 \times 75 \times (P+20) \times 100 = 100 \times 375 \times P \Rightarrow 3(P+20) = 4P \Rightarrow 3P + 60 = 4P \Rightarrow P = 60$$

$$\Rightarrow 3(P+20) = 4P \Rightarrow 3P + 60 = 4P \Rightarrow P = 60$$

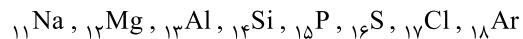
۱۲۲) عبارت‌های اول و سوم درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

- پرمصرف‌ترین فلز در جهان، Fe است که واکنش‌پذیرتر از Cu بوده و می‌تواند به طور طبیعی با یون Cu^{2+} واکنش دهد.
- برای نام‌گذاری کاتیون برخی از فلزهای اصلی مانند Pb^{2+} ، Pb^{4+} و ... از عدد رومی استفاده می‌شود.
- در یک دوره از چپ به راست، با کاهش شعاع اتمی، خاصیت فلزی عناصر و در واقع واکنش‌پذیری فلزها کاهش می‌یابد.
- واکنش میان گاز اتن و برم مایع نیازی به کاتالیزگر ندارد.

۱۲۳) هر چهار عبارت پیشنهاد شده درست هستند.

دوره سوم شامل ۸ عنصر است:



بررسی عبارت‌ها:

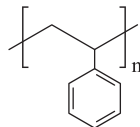
- دو عنصر $18Ar$ و $14Si$ کم‌ترین واکنش‌پذیری را دارند. تفاوت عدد اتمی آن‌ها برابر با ۴ است. عدد اتمی نخستین فلز قلیایی خاکی نیز برابر با ۴ است. ($4Be$)
- چهار عنصر نخست این دوره رسانای گرما هستند.
- سه عنصر نخست این دوره (Al, Mg, Na) جامد و چکش‌خوارند.
- سه عنصر بعدی (S, P, Si) جامد و شکننده‌اند.
- به جز عنصرهای Si و Ar ، شش عنصر دیگر توانایی تشکیل یون تک‌اتمی دارند:

$$\frac{6}{8} \times 100 = 75\%$$

عبارت‌های دوم و سوم نادرست هستند. ۲ ۱۲۸

بررسی عبارت‌هاک نادرست:

- اگر در پلی‌استیرن، حلقه بنزنی را با اتم کلر جایگزین کنیم، پلی‌وینیل کلرید به دست می‌آید. برای ساخت سرنگ از پلی‌پروپین استفاده می‌شود.
- ساختار پلی‌استیرن به صورت مقابل است:

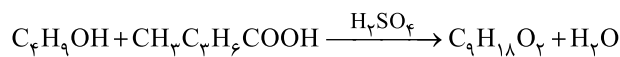


درصد جرمی اتم‌های کربن در پلیمرهای تفلون و پلی‌سیانواتن ۳ ۱۲۹

برابر با درصد جرمی اتم‌های کربن در مونومر این پلیمرهاست.

$$\left. \begin{aligned} \%C_{C_2F_4} &= \frac{(2 \times 12)}{100} \times 100 = \%24 \\ \%C_{C_3H_3N} &= \frac{(3 \times 12)}{53} \times 100 = \%67.9 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{24}{67.9} \approx \%35$$

سرعت متوسط تمامی اجزای واکنش با هم برابر است: ۲ ۱۳۰



$$\frac{x \text{ mol ester}}{1} = \frac{\text{تفاوت جرم فراورده‌ها } 7g}{[(9 \times 12) + 18 + 2(16)] - 18} \Rightarrow x = 0.05 \text{ mol}$$

$$\bar{R}_{\text{ester}} = \frac{0.05 \text{ mol}}{\left(\frac{12}{60}\right)h} = 0.25 \text{ mol} \cdot h^{-1}$$