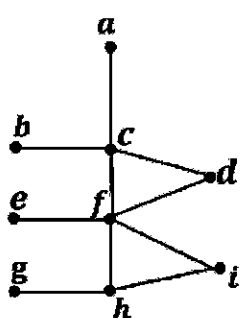


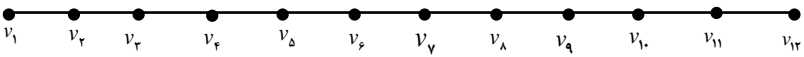
سؤالات آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته		تعداد صفحه: ۲	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۷:۳۰ صبح
دوره دوم متوسطه - دوازدهم		تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۳/۳۱	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایتارگر داخل و خارج کشور خرداد ۱۴۰۳				
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.			
۱	<p>درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) میانگین پنج عدد طبیعی همان عدد وسطی است.</p> <p>ب) اگر <math>m \in \mathbb{Z} - \{0\}</math> آنگاه: <math>[m^5, (m^2, m^2)] = m^5</math></p> <p>ج) تفاضل هر دو عدد دلخواه از مجموعه <math>A = \{x \in \mathbb{Z}   x = 4k + 2\}</math> مضرب ۴ است.</p> <p>د) هر مجموعه احاطه گر مینیمال، یک مجموعه احاطه گر مینیمم است.</p>			
۰.۵	<p>جاهای خالی را با اعداد مناسب تکمیل کنید.</p> <p>الف) عدد احاطه گری گراف <math>C_7</math> برابر است با .....</p> <p>ب) تعداد راه های توزیع ۳ خودکار متفاوت بین ۵ نفر به طوری که به هر نفر حداکثر یک خودکار برسد، برابر..... است.</p>			
۱.۵	<p>با استفاده از اثبات بازگشتی نشان دهید برای هر دو عدد حقیقی <math>b, a</math> داریم:</p> $a^2 + b^2 \geq (a-1)(b+1)$			
۱	<p>اگر <math>a</math> عددی طبیعی و داشته باشیم <math>a   7k+1</math> و <math>a   4k+3</math> ثابت کنید <math>a=1</math> یا <math>a=17</math>.</p>			
۱.۲۵	<p>اگر باقی مانده تقسیم عدد <math>a</math> بر دو عدد ۴ و ۵ به ترتیب ۲ و ۳ باشد، باقی مانده تقسیم عدد <math>a</math> را بر ۲۰ بیابید.</p>			
۱.۵	<p>جواب های عمومی معادله سیاله <math>5x + 9y = 22</math> را بدست آورید.</p>			
۲		<p>با توجه به گراف <math>G</math> مقابل به سؤالات زیر پاسخ دهید.</p> <p>الف) مرتبه و اندازه گراف را بنویسید.</p> <p>ب) مسیری به طول ۵ از راس <math>c</math> به راس <math>f</math> بنویسید.</p> <p>ج) دوری به طول ۴ بنویسید.</p> <p>د) آیا گراف <math>\bar{G}</math> همبند است؟ چرا؟</p>		
۲		<p>با توجه به گراف <math>G</math>، به سؤالات زیر پاسخ دهید.</p> <p>الف) آیا مجموعه <math>D = \{a, b, m\}</math> یک مجموعه احاطه گر است؟ چرا؟</p> <p>ب) عدد احاطه گری گراف <math>G</math> را بدست آورید. (با ذکر دلیل)</p> <p>ج) یک مجموعه احاطه گر مینیمال ۵ عضوی از آن بنویسید.</p>		

سؤالات آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته		تعداد صفحه: ۲	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۷:۳۰ صبح
دوره دوم متوسطه - دوازدهم		تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۳/۳۱	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایشارگر داخل و خارج کشور خرداد ۱۴۰۳				
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.			
۹	<p>در گراف روبرو:</p>  <p>الف) مجموعه احاطه گر غیر مینیمال <math>A = \{b, e, g, a, f\}</math> را به یک مجموعه احاطه گر مینیمال تبدیل کنید.</p> <p>ب) یک مجموعه احاطه گر مینیمم که شامل راس <math>e</math> باشد را بنویسید.</p> <p>ج) با اضافه نمودن چه یالی عدد احاطه گری گراف ۲ می شود؟</p>	۱.۵	نمره	
۱۰	الف) گراف $P_3$ را رسم کنید. ب) یک $7$ -مجموعه از آن را مشخص کنید.			
۱۱	می خواهیم ۱۰ نفر را که دو به دو برادر یکدیگرند در دو طرف طول یک میز مستطیل شکل بنشانیم. اگر بخواهیم هر نفر روبروی برادرش بنشیند، به چند طریق می توان این کار را انجام داد؟			
۱۲	تعداد جواب های صحیح و نامنفی معادله $x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 20$ را با شرط های $x_4 = 3, x_3 \geq 4$ ، $x_1 > 2$ به دست آورید.			
۱۳	با ارقام ۱، ۲، ۳، ۱، ۲، ۳، ۴، ۲، ۲، چند عدد ۱۰ رقمی می توان نوشت؟ (محاسبه جواب آخر الزامی نیست.)			
۱۴	قرار است سه کارگر با سه نوع ماشین نخ ریزی و سه نوع الیاف در سه روز اول هفته کار کنند. به گونه ای که هر کارگر با هر نوع ماشین و هر نوع الیاف دقیقا یک بار کار کرده باشد و نیز هر الیاف در هر ماشین دقیقا یک بار به کار گرفته شود. برای این مسئله برنامه ریزی کنید.			
۱۵	تعداد توابع پوشا از مجموعه ۵ عضوی $A$ به مجموعه ۳ عضوی $B$ را بدست آورید.			
۱۶	حداقل چند دانش آموز در حیاط یک دبیرستان حضور داشته باشند تا مطمئن باشیم لااقل ۲۱ نفر از آنها متعلق به یک پایه تحصیلی (دهم، یازدهم، دوازدهم) و یک رشته تحصیلی (ریاضی، تجربی، انسانی) هستند؟			
	موفق باشید			

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰	رشته: ریاضی و فیزیک	راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته
تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۳/۳۱	دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و اینترگر داخل و خارج کشور خرداد ۱۴۰۳		
		تعداد صفحه: ۳ صفحه	پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) نادرست (۰/۲۵) ص ۸    ب) نادرست (۰/۲۵) ص ۱۷    ج) درست (۰/۲۵) ص ۱۸    د) نادرست (۰/۲۵) ص ۴۶	۱
۲	الف) ۳ یا $\left[ \frac{7}{3} \right]$ (۰/۲۵) ص ۴۹    ب) ۶۰ یا $\frac{5!}{2!}$ (۰/۲۵) ص ۸۷	۰/۵
۳	ص ۸ $a^x + b^x \geq ab + a - b - 1$ (۰/۲۵) $\Leftrightarrow 2a^x + 2b^x - 2ab - 2a + 2b + 2 \geq 0$ (۰/۲۵) $\Leftrightarrow (a-b)^x + (a-1)^x + (b+1)^x \geq 0$ (۰/۷۵) این رابطه همواره برقرار است. (۰/۲۵) (در صورت اثبات یک طرفه رابطه ها و ذکر برگشت پذیر بودن آنها نمره کامل تعلق گیرد.)	۱/۵
۴	ص ۱۲ $a 7k+1 \Rightarrow a 28k+4$ (۰/۲۵) $a 4k+3 \Rightarrow a 28k+21$ (۰/۲۵) $a 17(a-17)$ (۰/۲۵) $a \in \mathbb{N}$ یا $a=17$ (۰/۲۵)	۱
۵	روش اول: $a = 4q_1 + 2$ (۰/۲۵) $\Rightarrow 5a = 20q_1 + 10$ (۰/۲۵) $a = 5q_r + 3$ (۰/۲۵) $\Rightarrow 4a = 20q_r + 12$ (۰/۲۵) $\Rightarrow a = 20(q_1 - q_r) - 2$ (۰/۲۵) $a = 20q_r + 18 \Rightarrow r = 18$ یا $r = -2 + 20 = 18$ (۰/۲۵) روش دوم: $a \equiv 2 \pmod{4}$ $\Rightarrow a = 4k + 18$ (۰/۲۵) $a \equiv 3 \pmod{5}$ $\Rightarrow 4k + 18 \equiv 18 \pmod{5} \Rightarrow k \equiv 5t \pmod{5} \Rightarrow a = 20t + 18 \Rightarrow r = 18$ (۰/۲۵)	۱/۲۵
۶	روش اول: $5x \equiv 22 \pmod{9} \Rightarrow x \equiv 8 \pmod{9} \Rightarrow x = 9k + 8$ یا $x = 9k - 1$ (۰/۲۵) $\left. \begin{array}{l} 5(9k+8) + 9y = 22 \\ \text{یا} \\ 5(9k-1) + 9y = 22 \end{array} \right\} \pmod{9} \Rightarrow y = -2 - 5k$ یا $y = -5k + 3$ (۰/۲۵) روش دوم: $9y \equiv 22 \pmod{5} \Rightarrow y \equiv 3 \pmod{5} \Rightarrow y = 5k + 3$ یا $y = 5k - 2$ (۰/۲۵) $\left. \begin{array}{l} 5x + 9(5k+3) = 22 \\ \text{یا} \\ 5x + 9(5k-2) = 22 \end{array} \right\} \pmod{5} \Rightarrow x = -1 - 9k$ یا $x = -9k + 8$ (۰/۲۵)	۱/۵
۷	الف) $p = 7$ (۰/۲۵), $q = 10$ (۰/۲۵) ب) $ceabgf$ یا $cebagf$ (۰/۵)	۲

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰	رشته: ریاضی و فیزیک	راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته
تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۳/۳۱	دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور خرداد ۱۴۰۳		
		تعداد صفحه: ۳ صفحه	پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
	<p>ج) <math>ebgfe</math> (یا هر دور به طول ۴ دیگر قابل قبول است و نمره تعلق گیرد.) (۰/۵) ص ۳۸</p> <p>د) روش اول:</p> <p>خبر (۰/۲۵) زیرا راس <math>e</math> در گراف <math>G</math> ماکزیمم درجه است لذا درجه آن در گراف <math>\bar{G}</math> صفر می باشد. یا</p> <p>(۰/۲۵) <math>\bar{G}</math> ناهمبند است <math>\Rightarrow \deg_{\bar{G}}(e) = 0 \Rightarrow \deg_G(e) = p - 1 = \Delta = 6</math></p> <p>روش دوم:</p> <p>گراف مکمل <math>G</math> رسم شود (۰/۲۵) و به ناهمبند بودن آن اشاره شود. (۰/۲۵) ص ۳۹</p>	
۸	<p>الف) خبر (۰/۲۵) زیرا راس <math>d</math> احاطه نمی شود. یا <math>N_e[a] \cup N_e[b] \cup N_e[m] \neq V(G)</math> (۰/۲۵) ص ۴۶</p> <p>ب) داریم <math>\left\lfloor \frac{11}{6} \right\rfloor = 2</math>، اما مجموعه احاطه گر دو عضوی برای این گراف وجود ندارد. پس، <math>\gamma(G) &gt; 2</math>.</p> <p>از طرفی <math>\{a, m, d\}</math> یک مجموعه احاطه گر گراف می باشد. (۰/۲۵) پس، <math>\gamma(G) = 3</math> (۰/۲۵) ص ۴۹</p> <p>(به مجموعه های احاطه گر سه عضوی دیگر نیز نمره تعلق گیرد)</p> <p>ج) <math>\{f, g, h, i, j\}</math> (۰/۵) ص ۴۶</p>	۲
۹	<p>الف) <math>\{b, g, a, f\}</math> (۰/۵) ص ۴۷</p> <p>ب) <math>\{c, e, h\}</math> (۰/۵) ص ۴۷</p> <p>ج) <math>ec</math> یا <math>eh</math> یا <math>gf</math> یا <math>gc</math> (۰/۵) ص ۴۷</p>	۱/۵
۱۰	<p>الف) رسم گراف (۰/۵)</p>  <p>ب) <math>\{v_2, v_5, v_8, v_{11}\}</math> (۰/۵) ص ۵۴</p>	۱
۱۱	<p>روش اول:</p> <p>(۰/۲۵) <math>5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times (2!)^5 = 3840</math> (۰/۷۵)</p> <p>روش دوم:</p> <p>(۰/۲۵) <math>(10 \times 1) \times (8 \times 1) \times (6 \times 1) \times (4 \times 1) \times (2 \times 1) = 3840</math> (۰/۷۵)</p>	۱

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰	رشته: ریاضی و فیزیک	راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته
تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۳/۳۱		دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور خرداد ۱۴۰۳	
		تعداد صفحه: ۳ صفحه	پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱۲	<p>روش اول:</p> $x_1 + 2(3) + x_r + x_f = 20 \Rightarrow x_1 + x_r + x_f = 14 \quad (0/25) \quad x_1 - 3 \geq 0 \Rightarrow x_1 = y_1 + 3, x_r - 4 \geq 0 \Rightarrow x_r = y_r + 4$ $\underbrace{y_1 + 3}_{(0/25)} + \underbrace{y_r + 4}_{(0/25)} + x_f = 14 \Rightarrow y_1 + y_r + x_f = 7 \quad (0/25) \Rightarrow \begin{pmatrix} 7+3-1 \\ 3-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 2 \end{pmatrix} = 36 \quad (0/25)$ <p>روش دوم:</p> $x_1 + x_r + x_f = 14 \quad (0/25)$ $\begin{pmatrix} 14-3-4+3-1 \\ 3-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 2 \end{pmatrix} = 36 \quad (0/25)$ <p>ص ۶۱ و ۷۱</p>	۱/۵
----	--	-----

۱۳	<p>ص ۵۸</p> $\frac{10! \quad (0/25)}{2! \times 3! \times 4! \quad (0/25) \quad (0/25) \quad (0/25)}$	۱
----	--	---

۱۴	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 33%;"></td> <td style="width: 33%; text-align: center;"> <table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%;"> <tr><th></th><th><math>w_1</math></th><th><math>w_2</math></th><th><math>w_3</math></th></tr> <tr><td>شنبه</td><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr> <tr><td>یکشنبه</td><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr> <tr><td>دوشنبه</td><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr> </table> </td> <td style="width: 33%; text-align: center;"> <math>\Rightarrow</math> <table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%;"> <tr><th></th><th><math>w_1</math></th><th><math>w_2</math></th><th><math>w_3</math></th></tr> <tr><td>شنبه</td><td>۱۳</td><td>۲۱</td><td>۳۲</td></tr> <tr><td>یکشنبه</td><td>۳۱</td><td>۱۲</td><td>۲۳</td></tr> <tr><td>دوشنبه</td><td>۲۲</td><td>۳۳</td><td>۱۱</td></tr> </table> </td> </tr> </table> <p>چون اعداد دو رقمی تکراری در مربع ساخته شده وجود ندارد پس متعامدند. (۰/۲۵)</p> <p>(به مربع های لاتین دیگر که ویژگی سوال را داشته باشند، نمره تعلق گیرد.)</p> <p>ص ۶۸</p>		<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%;"> <tr><th></th><th><math>w_1</math></th><th><math>w_2</math></th><th><math>w_3</math></th></tr> <tr><td>شنبه</td><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr> <tr><td>یکشنبه</td><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr> <tr><td>دوشنبه</td><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr> </table>		$w_1$	$w_2$	$w_3$	شنبه	۱	۲	۳	یکشنبه	۳	۱	۲	دوشنبه	۲	۳	۱	$\Rightarrow$ <table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%;"> <tr><th></th><th><math>w_1</math></th><th><math>w_2</math></th><th><math>w_3</math></th></tr> <tr><td>شنبه</td><td>۱۳</td><td>۲۱</td><td>۳۲</td></tr> <tr><td>یکشنبه</td><td>۳۱</td><td>۱۲</td><td>۲۳</td></tr> <tr><td>دوشنبه</td><td>۲۲</td><td>۳۳</td><td>۱۱</td></tr> </table>		$w_1$	$w_2$	$w_3$	شنبه	۱۳	۲۱	۳۲	یکشنبه	۳۱	۱۲	۲۳	دوشنبه	۲۲	۳۳	۱۱	۱/۲۵
	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%;"> <tr><th></th><th><math>w_1</math></th><th><math>w_2</math></th><th><math>w_3</math></th></tr> <tr><td>شنبه</td><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr> <tr><td>یکشنبه</td><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr> <tr><td>دوشنبه</td><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr> </table>		$w_1$	$w_2$	$w_3$	شنبه	۱	۲	۳	یکشنبه	۳	۱	۲	دوشنبه	۲	۳	۱	$\Rightarrow$ <table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%;"> <tr><th></th><th><math>w_1</math></th><th><math>w_2</math></th><th><math>w_3</math></th></tr> <tr><td>شنبه</td><td>۱۳</td><td>۲۱</td><td>۳۲</td></tr> <tr><td>یکشنبه</td><td>۳۱</td><td>۱۲</td><td>۲۳</td></tr> <tr><td>دوشنبه</td><td>۲۲</td><td>۳۳</td><td>۱۱</td></tr> </table>		$w_1$	$w_2$	$w_3$	شنبه	۱۳	۲۱	۳۲	یکشنبه	۳۱	۱۲	۲۳	دوشنبه	۲۲	۳۳	۱۱			
	$w_1$	$w_2$	$w_3$																																		
شنبه	۱	۲	۳																																		
یکشنبه	۳	۱	۲																																		
دوشنبه	۲	۳	۱																																		
	$w_1$	$w_2$	$w_3$																																		
شنبه	۱۳	۲۱	۳۲																																		
یکشنبه	۳۱	۱۲	۲۳																																		
دوشنبه	۲۲	۳۳	۱۱																																		

۱۵	<p>روش اول:</p> $3^5 - \left( 3 \times 3^5 - 3 \right) = 150 \quad (0/25)$ <p>روش دوم:</p> $\left. \begin{aligned} A_1 &= \{f : A \rightarrow B \mid f(a_i) \neq b_1, 1 \leq i \leq 5\} \Rightarrow  A_1  = 3^5 \\ A_2 &= \{f : A \rightarrow B \mid f(a_i) \neq b_2, 1 \leq i \leq 5\} \Rightarrow  A_2  = 3^5 \\ A_3 &= \{f : A \rightarrow B \mid f(a_i) \neq b_3, 1 \leq i \leq 5\} \Rightarrow  A_3  = 3^5 \end{aligned} \right\} \quad (0/25)$ $ A_1 \cap A_2  =  A_1 \cap A_3  =  A_2 \cap A_3  = 1 \quad (0/25),  A_1 \cap A_2 \cap A_3  = 0$ $ A_1 \cup A_2 \cup A_3  =  S  -  A_1 \cup A_2 \cup A_3  \quad (0/25) = 3^5 - (3 \times 3^5 - 3 \times 1) = 150 \quad (0/25)$ <p>ص ۷۷</p>	۱
----	---	---

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰	رشته: ریاضی و فیزیک	راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته
تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۳/۳۱	دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور خرداد ۱۴۰۳		
		تعداد صفحه: ۳ صفحه	پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱	<p>تعداد لانه : <math>n = 3 \times 3 = 9</math> (۰/۲۵)</p> <p><math>k + 1 = 21 \Rightarrow k = 20</math> (۰/۲۵)</p> <p>تعداد کبوتر ها : <math>kn + 1 = 20 \times 9 + 1 = 181</math> (۰/۵)</p>	۱۶
		ص ۸۳

۲۰		
----	--	--

همکاران گرامی، خدا قوت، تمام موارد درخور اهمیت جهت نمره گذاری در راهنمای تصحیح نوشته شده است، خواهشمند است جهت رعایت عدالت آموزشی، اوراق دانش آموزان، صرفاً بر اساس راهنمای مذکور تصحیح و بازبینی شوند.

با سپاس از مساعدت همکاران بزرگوار