

آزمون آزمایشی خیلی سبز

رشته ریاضی

مرحله دوم

پایه دوازدهم

تاریخ برگزاری: ۵ مرداد/ ۱۴۰۳

سال تحصیلی ۱۴۰۳-۰۴

ویژه کنکوری‌های ۱۴۰۴

شروع مجدد دوازدهم از مهر

ویژگی‌های برنامه راهبردی آزمون‌های آزمایشی خیلی سبز در تابستان ۱۴۰۳-۰۴

- ۱- دوره درس پایه دهم
- ۲- دوره درس پایه یازدهم
- ۳- مطالعه بخشی از درس پایه دوازدهم
- ۴- امکان فرایند ترکیبی هر کدام از موارد فوق

پایه	مرحله	اول ۱۳ تیر	دوم ۵ مرداد	سوم ۲۶ مرداد	چهارم ۱۶ شهریور	پنجم ۶ مهر
دهم	-	-	✓	✓	✓	✓
یازدهم	✓	✓	✓	✓	✓	✓
دوازدهم	-	-	-	✓	✓	-

با توجه به موارد فوق دفتر چه آزمون خیلی سبز در این آزمون از ۲ قسمت تشکیل شده است.

هر داوطلب باید در جلسه آزمون به یک یا دو قسمت (که قبلاً در پنل کار برای انتخاب کرده است) پاسخ دهد.

آزمون مرحله اول (که در تاریخ ۱۳ تیر ۱۴۰۳ برگزار شد) به دوره کل مباحث پایه یازدهم اختصاص داشت؛ چنانچه نتوانستید در این آزمون شرکت کنید، امکان برگزاری این آزمون به صورت آنلاین فراهم است.

آزمون مرحله دوم (همین دفتر چه‌ای که در دست دارید) آغاز پیشروی پایه دهم و یازدهم است.

با توجه به برنامه راهبردی آزمون‌های خیلی سبز، پیشروی پایه دوازدهم از مرحله سوم (آزمون بعدی) صورت می‌گیرد.

در برنامه شروع مجدد دوازدهم از مهر، تمامی سرفصل‌های دوازدهم، مجدد از مهر، در برنامه راهبردی دیده شده است.



پایه دهم

چنانچه پایه دهم را در پنل کاربری خود انتخاب کرده اید، به سوالات این دفتر چه مطابق جدول زیر در زمان مقرر پاسخ دهید.

نودجده بندی دروس

هندسه	حسابان و ریاضیات پایه
هندسه (۱) فصل ۱ و فصل ۲ (درس ۱) صفحه های ۹ تا ۳۳	ریاضی (۱) فصل ۳ و فصل ۴ صفحه های ۴۷ تا ۹۳
شیمی	فیزیک
شیمی (۱) فصل ۱ تا ابتدای «آرایش الکترونی اتم» صفحه های ۱ تا ۳۰	فیزیک (۱) فصل ۱ و فصل ۲ تا ابتدای «شاره در حرکت و اصل برنولی» صفحه های ۱ تا ۴۳

مدت پاسخگویی	تا شماره	از شماره	تعداد سؤال	مواد امتحانی
۳۰ دقیقه	۱۵	۱	۱۵	حسابان و ریاضیات پایه
۲۰ دقیقه	۲۵	۱۶	۱۰	هندسه
۳۰ دقیقه	۴۵	۲۶	۲۰	فیزیک
۱۵ دقیقه	۶۰	۴۶	۱۵	شیمی
۹۵ دقیقه		۶۰ سؤال		مجموع

ریاضی دهم

۱- مجموعه جواب $3 < 2x + 3 < 5 - x + 1$ کدام است؟

$$\begin{array}{ll} \frac{1}{3} < x < \frac{4}{3} & (1) \\ \frac{2}{3} < x < 2 & (2) \\ \frac{1}{3} < x < 1 & (4) \\ \frac{2}{3} < x < \frac{4}{3} & (3) \end{array}$$

۲- اگر $8^{-1/5} = 7/5 (\sqrt[5]{2})^a$ آن گاه a کدام است؟

$$\begin{array}{ll} -7/5 & (2) \\ 1/5 & (1) \\ 7/5 & (4) \\ -1/5 & (3) \end{array}$$

۳- α و β ریشه‌های دوم عدد $A = 16 + 8\sqrt{3}$ هستند. حاصل $|\alpha| + |\beta| - \frac{A}{4}$ کدام است؟

$$\begin{array}{llll} -4 & (1) & -2 & (2) \\ 2 & (3) & 4 & (4) \end{array}$$

۴- اگر $A = \sqrt{13 - \sqrt{7}} - \sqrt{5 - \sqrt{7}}$ و $B = 3 + \sqrt{7}$ باشند، آن گاه حاصل $\sqrt[4]{B} \times \sqrt{A}$ کدام است؟

$$\begin{array}{llll} 1 & (1) & 2 & (2) \\ 3 & (3) & 4 & (4) \end{array}$$

۵- اگر $3 = \sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{x - 36}$ باشد، آن گاه حاصل $x - \frac{1}{x}$ کدام است؟

$$\begin{array}{llll} 30 & (1) & 33 & (2) \\ 36 & (3) & 39 & (4) \end{array}$$

۶- اگر $x^2 - 3x + 1 = 0$ باشد، آن گاه حاصل عبارت $\frac{x^6}{x^4 - x^2 + 1} - \frac{4x^3}{x^4 + x^2 + 1}$ کدام است؟

$$\begin{array}{ll} -\frac{1}{6} & (1) \\ \frac{1}{6} & (2) \\ -\frac{1}{12} & (3) \\ \frac{1}{12} & (4) \end{array}$$

۷- حاصل عبارت $\frac{1 + \sqrt{7} - \sqrt{6}}{1 + \sqrt{7} + \sqrt{6}}$ کدام است؟

$$\begin{array}{ll} \sqrt{7} - \sqrt{6} & (1) \\ \frac{\sqrt{7} - \sqrt{6}}{2} & (2) \\ \frac{\sqrt{7} - \sqrt{6}}{4} & (4) \\ \frac{\sqrt{7} - \sqrt{6}}{3} & (3) \end{array}$$

محل انجام محاسبات

۸- اگر a و b به ترتیب ریشه بزرگ تر و ریشه کوچک تر معادله $(x+1)(x+3) = 2$ باشند، حاصل $\frac{a}{b} - 7$ کدام است؟

- (۱) $-4\sqrt{3}$ (۲) $4\sqrt{3}$
(۳) $2\sqrt{5}$ (۴) $-2\sqrt{5}$

۹- اگر خط $x = a$ محور تقارن سهمی گذرنده از دو نقطه $A(2a-1, b)$ و $B(a+3, b)$ باشد، مقدار a کدام است؟

- (۱) -2 (۲) 2
(۳) 4 (۴) -4

۱۰- مقدار ماکزیمم سهمی به معادله $y = ax^2 + 4ax + 10$ ، برابر با $(4-7a)$ است. ریشه منفی معادله $y = 0$ کدام است؟

- (۱) -1 (۲) -3
(۳) -5 (۴) -7

۱۱- به ازای کدام مقادیر حقیقی a ، عبارت $ax^2 - 2(a-2)x + a$ همواره مثبت است؟

- (۱) $0 < a < 2$ (۲) $0 < a < 1$
(۳) $a \neq 0, 2$ (۴) $a > 1$

۱۲- جدول تعیین علامت عبارت $P(x) = (x-1)(x^2 - m^2x + 2m-1)$ به صورت زیر است. حاصل $\alpha + m$ کدام است؟

x	α	۱
$P(x)$	$-$	$+$

- (۱) 5 (۲) -5 (۳) 1 (۴) -1

۱۳- اختلاف بزرگ ترین و کوچک ترین عدد صحیح و منفی عضو مجموعه جواب نامعادله $\frac{x^2-9}{2x+1} \geq 0$ کدام است؟

- (۱) 1 (۲) 2 (۳) 3 (۴) 4

۱۴- مجموعه جواب نامعادله $3 < \frac{3x-8}{x-3} < -1$ ، شامل چند عدد طبیعی است؟

- (۱) 1 (۲) 2 (۳) 3 (۴) 4

۱۵- مجموعه جواب نامعادله $|x^2 + 5x| > |x^2 + mx + 8|$ به صورت بازه (a, b) است. حاصل $b - a$ کدام است؟

- (۱) 5 (۲) 4 (۳) 3 (۴) 2

محل انجام محاسبات

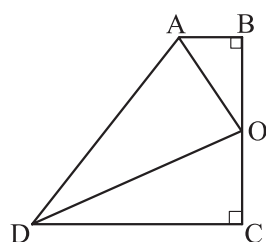
هندسه دهم

۱۶- کدام یک از نقاط زیر، از سه رأس یک مثلث به یک فاصله است؟

- (۱) نقطه همرسی نیمسازهای داخلی آن
(۲) نقطه همرسی عمودمنصفهای آن
(۳) نقطه همرسی میانههای آن
(۴) نقطه همرسی ارتفاعهای آن

۱۷- چند نقطه متمایز برای رأس B در مثلث ABC واقع در صفحه مختصات می توان یافت که فاصله رأس B از نقطه A و وسط پاره خط $AC = 4$ به ترتیب ۳ و ۱ واحد باشد؟

- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۴



۱۸- مطابق شکل AO و DO نیمسازهای زوایای A و D در دوزنقه قائم الزاویه ABCD هستند. اگر $BC = 12$ باشد، حاصل ضرب طول قاعدههای این دوزنقه کدام است؟

- (۱) ۲۴
(۲) ۳۶
(۳) ۴۸
(۴) ۶۰

۱۹- با معلوم بودن طول قطر یک مستطیل و طول دو قطر یک لوزی، به ترتیب چند مستطیل و چند لوزی قابل رسم است؟

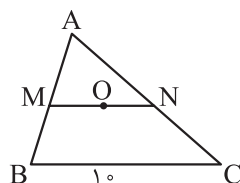
- (۱) ۱ - ۱
(۲) بی شمار - ۱
(۳) ۱ - بی شمار
(۴) بی شمار - بی شمار

۲۰- کدام یک از گزارههای زیر را می توان به صورت قضیه دوشرطی نوشت؟

- (۱) هر دو مثلث هم نهشت، متشابه هستند.
(۲) اگر همه زوایای یک چندضلعی برابر باشند، اضلاع آن نیز با هم برابرند.
(۳) هر مربع، دو قطر برابر و عمود بر هم دارد.
(۴) اگر دو ضلع مثلثی برابر یکدیگر باشند، ارتفاعهای نظیر آن اضلاع مساوی یکدیگرند.

۲۱- در مثلث ABC، نیمسازهای داخلی و خارجی زوایای B و C به ترتیب در نقاط I و I' متقاطع هستند. اگر زاویههای $BI'C$ و BIC به ترتیب متناسب با اعداد ۳ و ۵ باشند، زاویه A چند درجه است؟

- (۱) ۳۰
(۲) ۳۵
(۳) ۴۰
(۴) ۴۵



۲۲- در شکل مقابل، O محل همرسی نیمسازهای زاویههای مثلث ABC است و $MN \parallel BC$.

اگر محیط مثلث AMN برابر ۲۰ باشد، محیط مثلث ABC کدام است؟

- (۱) ۲۵
(۲) ۳۰
(۳) ۳۵
(۴) ۴۰

محل انجام محاسبات

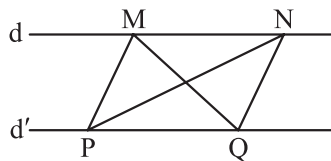
۲۳- چهارضلعی ABCD با اضلاع $AB = 2$ ، $BC = 4$ ، $CD = 8$ ، $AD = 5$ را در نظر بگیرید. اگر اندازه قطر BD در این چهارضلعی عددی صحیح باشد، میانگین مقادیر ممکن برای اندازه قطر BD کدام است؟

- (۱) $4/5$ (۲) 5 (۳) $5/5$ (۴) 6

۲۴- اگر $\frac{a}{b+3} = \frac{b}{a-2}$ ، آنگاه حاصل $\frac{(b-a)^3}{b^3-a^3}$ کدام است؟

- (۱) $3\frac{1}{7}$ (۲) $3\frac{2}{7}$ (۳) $3\frac{3}{7}$ (۴) $3\frac{4}{7}$

۲۵- مطابق شکل، مساحت مثلث MPQ برابر با ۴ واحد مربع و طول NP برابر با ۵ واحد است. فاصله نقطه Q از NP کدام است؟



- (۱) $5/7$

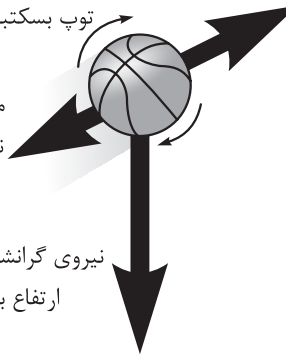
- (۲) $25/1$

- (۳) $8/0$

- (۴) $6/1$

فیزیک دهم

۲۶- چند مورد از موارد زیر در مدل سازی آرمانی حرکت پرتابی توپ بسکتبال قابل چشم پوشی است؟

 توپ بسکتبال می چرخد. مقاومت هوا و باد نیروهایی بر توپ وارد می کنند. نیروی گرانشی وارد بر توپ به ارتفاع بستگی دارد. توپ بسکتبال در هوا	الف) مقاومت هوا و اثر وزش باد ب) نیروی گرانشی وارد بر توپ پ) تغییر نیروی گرانش به دلیل تغییر ارتفاع توپ ت) چرخش توپ در هنگام حرکت ث) اندازه و شکل توپ
۳ (۲) ۵ (۴)	۲ (۱) ۴ (۳)

۲۷- هواپیمایی در فاصله ۴۰۰۰۰ ft از سطح آزاد دریاها در حال پرواز است. ارتفاع این هواپیما بر حسب متر و به صورت نمادگذاری علمی، کدام است؟ ($1 \text{ in} = 2.5 \text{ cm}$ و $1 \text{ ft} = 12 \text{ in}$)

- | | |
|---------------------------|---------------------------|
| ۱۲ × ۱۰ ^۵ (۲) | ۱۲ × ۱۰ ^۳ (۱) |
| ۱/۲ × ۱۰ ^۴ (۴) | ۱/۲ × ۱۰ ^۶ (۳) |

۲۸- یک کشتی با تندی ثابت ۱۶ گره دریایی در حال حرکت است. این کشتی مسافت ۵ مایلی را در مدت چند دقیقه طی می کند؟ (هر گره دریایی برابر ۵ m/s و هر مایل برابر ۱۸۰۰ m است.)

- | | |
|-------------|------------|
| ۱۸ / ۷۵ (۲) | ۳۷ / ۵ (۱) |
| ۱ / ۸۷۵ (۴) | ۳ / ۷۵ (۳) |

۲۹- مقدارهایی که یک کولیس و یک ریزسنج بر حسب میلی متر نشان می دهند، به شکل زیر است. دقت اندازه گیری این کولیس و ریزسنج به ترتیب از راست به چپ، چند متر است؟



- | | |
|---|---|
| ۱۰ ^{-۶} ، ۱۰ ^{-۵} (۲) | ۱۰ ^{-۵} ، ۱۰ ^{-۵} (۱) |
| ۱۰ ^{-۶} ، ۱۰ ^{-۶} (۴) | ۱۰ ^{-۵} ، ۱۰ ^{-۶} (۳) |

محل انجام محاسبات

۳۰- مقدارهای اندازه‌گیری شده برای شتاب گرانش زمین در یک مکان، در آزمایشی که چند مرتبه تکرار شده، در جدول زیر آمده است. مقدار مناسب برای گزارش شتاب گرانش زمین در این مکان، چند نیوتون بر کیلوگرم است؟

شماره آزمایش	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
شتاب گرانش (N/kg)	۹/۵	۹/۷	۹/۶	۹/۷	۱۱/۱	۹/۵	۹/۸	۹/۶	۱۱/۱	۹/۴

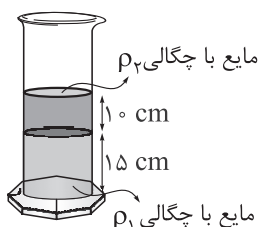
$$۹/۹ (۴)$$

$$۹/۸ (۳)$$

$$۹/۶ (۲)$$

$$۹/۵ (۱)$$

۳۱- در شکل زیر، در ظرفی استوانه‌ای به قطر مقطع ۲۰ cm، دو مایع مخلوط‌نشدنی به چگالی‌های ۸ g/cm^3 و $۱/۲ \text{ g/cm}^3$ ریخته شده است. مجموع جرم دو مایع ریخته‌شده در ظرف چند کیلوگرم است؟

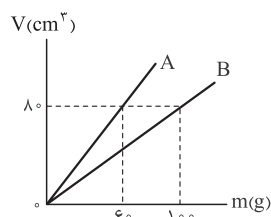


$$۲/۴\pi (۱)$$

$$۲/۶\pi (۲)$$

$$۹/۶\pi (۳)$$

$$۱۰/۴\pi (۴)$$



۳۲- نمودار حجم بر حسب جرم دو مایع A و B به شکل مقابل است. اگر چگالی مخلوطی از این

دو مایع برابر ۹۵ g/cm^3 باشد، در این مخلوط جرم مایع A چند برابر جرم مایع B است؟

(از تغییر حجم در اثر مخلوط‌شدن صرف نظر شود.)

$$\frac{۳}{۲} (۲)$$

$$\frac{۲}{۳} (۱)$$

$$\frac{۱۰}{۹} (۴)$$

$$\frac{۹}{۱۰} (۳)$$

۳۳- محلول A حاصل مخلوط‌شدن جرم یکسانی از دو مایع و محلول B حاصل مخلوط‌شدن حجم یکسانی از همان دو

مایع است. اگر چگالی محلول A، ۴ درصد کم‌تر از چگالی محلول B باشد، نسبت چگالی این دو مایع کدام است؟ (در اثر

مخلوط‌شدن، حجم کل دو مایع تغییر نمی‌کند.)

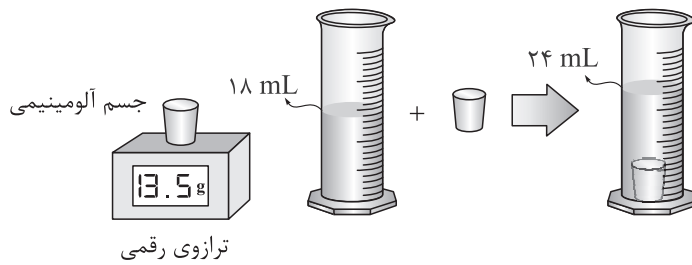
$$\frac{۳}{۴} (۲)$$

$$\frac{۲}{۳} (۱)$$

$$\frac{۵}{۶} (۴)$$

$$\frac{۴}{۵} (۳)$$

۳۴- در یک آزمایش، حجم و جرم یک قطعه از جنس آلومینیم را به شکل زیر، پیدا می‌کنیم. با توجه به داده‌های روی شکل، حجم حفره خالی درون این قطعه چند سانتی‌متر مکعب است؟ (چگالی آلومینیم 2.7 g/cm^3 است.)



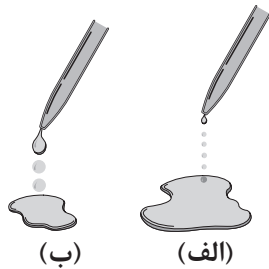
(۱) ۱

(۲) 2.7

(۳) ۵

(۴) $5/5$

۳۵- شکل‌های زیر خروج قطره‌های روغن با دمای متفاوت را از دهانه دو قطره‌چکان نشان می‌دهند. به ترتیب از راست به چپ، در کدام شکل نیروی هم‌چسبی مولکول‌های روغن و در کدام شکل دمای روغن بیشتر است؟



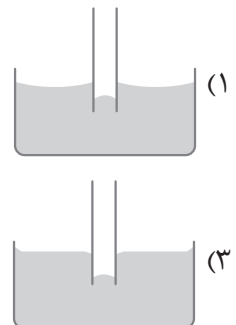
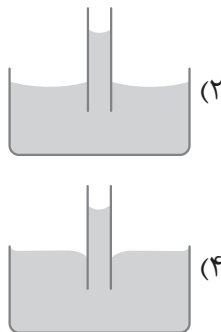
(۱) الف و الف

(۲) الف و ب

(۳) ب و الف

(۴) ب و ب

۳۶- یک لوله موئین شیشه‌ای که فقط سطح بیرونی آن چرب شده است، به طور قائم در ظرف آبی فرو می‌رود. کدام شکل وضعیت آب در داخل و اطراف لوله را به درستی نشان می‌دهد؟



۳۷- مکعب مستطیل فلزی توپری به ابعاد $5 \text{ cm} \times 2 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$ و چگالی 4 g/cm^3 ، از طرف هر یک از وجه‌هایش روی سطح افقی قرار می‌گیرد. کم‌ترین فشاری که مکعب مستطیل بر سطح وارد می‌کند، چند پاسکال است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)

(۴) 4×10^5 (۳) 4×10^3 (۲) 10^5 (۱) 10^3

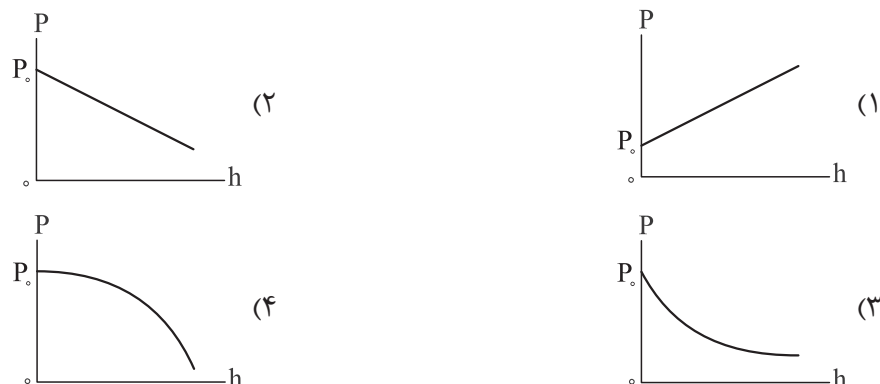
۳۸- فشار در عمق ۸۰ cm از مایعی برابر $103/4 \text{ kPa}$ و در عمق ۱۲۰ cm از همان مایع برابر $107/6 \text{ kPa}$ است. به ترتیب، از راست به چپ چگالی مایع چند گرم بر سانتی متر مکعب و فشار هوای محیط چند بار است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)

- (۱) $0/95, 1/05$ (۲) $0/85, 1/05$ (۳) $0/95, 1/15$ (۴) $0/85, 1/15$

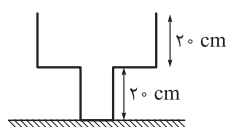
۳۹- در ظرفی استوانه‌ای به سطح مقطع 20 cm^2 ، تار تفاع ۳۰ cm آب ریخته شده است. روی آب چند گرم روغن اضافه شود تا فشار در کف ظرف ۲ درصد افزایش یابد؟ ($P_0 = 75 \text{ cmHg}$, $g = 10 \text{ N/kg}$ و $\rho_{\text{آب}} = 13/6 \text{ g/cm}^3$, $\rho_{\text{جیوه}} = 13/6$)

- (۱) ۴۲ (۲) ۴۲۰ (۳) $41/2$ (۴) ۴۱۲

۴۰- نمودار فشار هوای جو زمین (P)، بر حسب ارتفاع از سطح (دریای آزاد) (h) به صورت کدام یک از شکل‌های زیر است؟

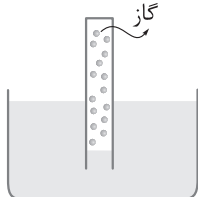


۴۱- در شکل زیر، ظرفی که از دو قسمت استوانه‌ای به مساحت مقطع‌های 20 cm^2 و 40 cm^2 تشکیل شده است، روی سطح افقی قرار دارد. در این ظرف 8 L از مایعی به چگالی 2 g/cm^3 ریخته می‌شود. به ترتیب از راست به چپ، اندازه نیرویی که مایع به کف ظرف و ظرف به سطح افقی وارد می‌کند، چند نیوتون است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$ و جرم ظرف ناچیز است).



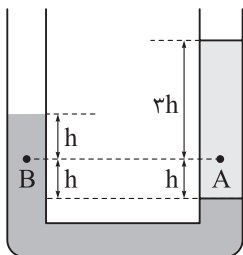
- (۱) ۱۲، ۸
(۲) ۱۲، ۱۲
(۳) ۱۶، ۸
(۴) ۱۶، ۱۲

۴۲- در شکل زیر، فشار پیمانه‌ای گاز حبس شده برابر $12/5 \text{ mmHg}$ است. اگر چگالی مایع درون ظرف 85 g/cm^3 باشد، اختلاف ارتفاع سطح مایع در لوله و ظرف چند سانتی متر است؟ (چگالی جیوه $13/6 \text{ g/cm}^3$ است).



- (۱) $1/6$
(۲) ۱۶
(۳) ۲
(۴) ۲۰

۴۳- در شکل زیر، دو مایع مخلوط‌نشدنی در لوله U شکل در تعادل هستند. اختلاف فشار دو نقطه A و B چند برابر فشار پیمانه‌ای نقطه B است؟

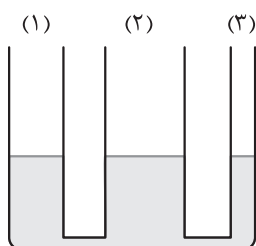


(۱) ۴

(۲) ۲

(۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{4}$

۴۴- در شکل زیر، در سه ظرف استوانه‌ای مرتبط با هم (۱)، (۲) و (۳) جیوه ریخته شده و مساحت مقطع ظرف‌ها به ترتیب 10 cm^2 ، 15 cm^2 و 5 cm^2 است. اگر به ظرف (۱)، 120 g آب و به ظرف (۳)، 84 g روغن اضافه شود، ارتفاع جیوه در ظرف (۲) چند سانتی‌متر تغییر می‌کند؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$ ، مایع‌ها با هم مخلوط نمی‌شوند، چگالی جیوه 13.6 g/cm^3 و چگالی آب و روغن از جیوه کم‌تر است.)



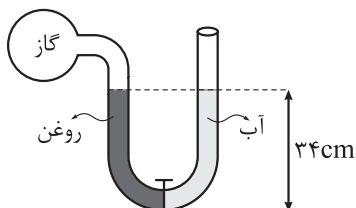
(۱) ۰/۲۵

(۲) ۲/۵

(۳) ۰/۵

(۴) ۱

۴۵- در شکل زیر، لوله U شکل محتوی حجم یکسانی از آب و روغن است. در ابتدا شیر ارتباطی، بسته است. با باز کردن شیر و پس از برقراری تعادل، فشار پیمانه‌ای گاز به 2 cmHg می‌رسد. در این صورت پس از باز کردن شیر، سطح آزاد آب چند سانتی‌متر و چگونه جابه‌جا می‌شود؟ (روغن $\rho = 17\rho_{\text{جیوه}}$)



(۱) ۳۴، به سمت بالا

(۲) ۳۴، به سمت پایین

(۳) ۱۷، به سمت بالا

(۴) ۱۷، به سمت پایین



شیمی دهم

۴۶- هر یک از مطالب زیر را به ترتیب به کدام یک از سیاره‌های زمین و مشتری، می‌توان نسبت داد؟

- درصد فراوانی فراوان‌ترین عنصر آن، کم‌تر از ۵۰ درصد است.
 - در میان ۳ عنصر فراوان‌تر آن، نماد شیمیایی دو عنصر، دوحرفی است.
 - عنصر گوگرد در آن از نظر فراوانی، رتبه ششم را دارد.
 - احتمال تشکیل ترکیبی با فرمول Al_2O_3 در آن، بسیار کم است.
 - فراوان‌ترین عنصر سازنده آن، نخستین عنصری است که پس از مهبانگ به وجود آمده است.
- (۱) زمین - زمین - مشتری - زمین
(۲) زمین - زمین - مشتری - مشتری
(۳) مشتری - مشتری - زمین - مشتری
(۴) زمین - مشتری - زمین - مشتری

۴۷- اگر در یون M^{4+} ، تفاوت شمار الکترون‌ها و نوترون‌ها برابر ۲۴ باشد، کدام مطلب نادرست است؟

- (۱) نسبت $\frac{A}{Z}$ در اتم M، برابر ۲/۴ است.
- (۲) یون M^{4+} دارای ۴۸ الکترون است.
- (۳) مجموع شمار ذرات زیراتمی یون M^{2+} ، برابر ۱۶۸ است.
- (۴) اتم M دارای ۱۰۰ ذره زیراتمی باردار است.
- ۴۸- در ذره A^{2-} ، شمار الکترون‌ها، ۵/۱۲٪ بیشتر از شمار نوترون‌ها است. تعداد اتم‌ها در ۴۸ گرم A به تقریب برابر با تعداد اتم‌های O در چند گرم AO_3 است؟ ($O = 16 \text{ g.mol}^{-1}$)
- (۱) ۳/۰ (۲) ۴/۰ (۳) ۶/۰ (۴) ۸/۰
- ۴۹- کربن در طبیعت دارای دو ایزوتوپ ^{12}C و ^{13}C و کلر دارای دو ایزوتوپ ^{35}Cl و ^{37}Cl است. ۷۲/۴۵ گرم از سنگین‌ترین مولکول CCl_4 دارای چند مول از اتم‌های کلر است؟
- (۱) ۴۵/۰ (۲) ۴۷/۰ (۳) ۸۰/۱ (۴) ۸۸/۱
- ۵۰- با توجه به جدول زیر، چند مورد درست است؟

ایزوتوپ	^{19}O	^{212}Pb	^{24}Na	^{14}C	^{29}Mg	^{210}Po
نیم‌عمر	۲۹ ثانیه	۱۰/۵ ساعت	۱۰ ساعت	۵۷۲۰ سال	۹/۵ دقیقه	۱۳۸ روز

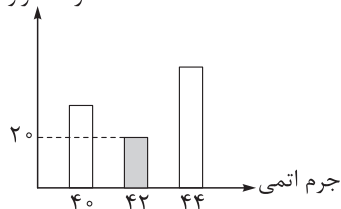
- اکسیژن - ۱۹، پایدارتر از منیزیم - ۲۹ است.
 - ایزوتوپی با بیشترین نسبت شمار نوترون به پروتون، دارای کم‌ترین پایداری است.
 - ایزوتوپ‌هایی که تفاوت شمار نوترون‌ها و الکترون‌ها در آن‌ها برابر است، به تقریب نیم‌عمر برابری دارند.
 - در شرایط یکسان، منیزیم - ۲۹ را نسبت به سدیم - ۲۴، برای مدت طولانی‌تری می‌توان نگاه‌داری کرد.
- (۱) صفر (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

محل انجام محاسبات

۵۱- کدام مورد درست است؟

- (۱) از بین عنصرهای شناخته شده، تکنسیم و ۲۵ عنصر دیگر ساختگی هستند.
- (۲) تکنسیم (${}^{93}_{41}\text{Tc}$) نخستین عنصری بود که در واکنشگاه هسته‌ای ساخته شد.
- (۳) از تکنسیم برای تصویربرداری غده تیروئید استفاده می‌شود؛ زیرا با یون یدید اندازه مشابهی دارد.
- (۴) رادیوایزوتوپ‌ها پس از پرتوزایی و تبدیل به فراورده‌ها، خاصیت پرتوزایی خود را از دست می‌دهند.

درصد فراوانی



۵۲- $6/375$ گرم از عنصر X شامل $9/03 \times 10^{22}$ اتم از آن است. اگر نمودار میله‌ای مقابل، درصد فراوانی ایزوتوپ‌های عنصر X را نشان دهد، درصد فراوانی ایزوتوپ سنگین‌تر کدام است؟

۲۷ / ۵ (۲)

۲۲ / ۵ (۱)

۵۲ / ۵ (۴)

۴۷ / ۵ (۳)

۵۳- کدام موارد از مطالب زیر، نادرست است؟

- (الف) در یک کیلوگرم از سنگ معدن اورانیم، به تقریب ۷ گرم ایزوتوپ ${}^{235}\text{U}$ وجود دارد.
- (ب) در جدول دوره‌ای عنصرها، هر گروه شامل عنصرهایی با خواص شیمیایی مشابه و هر دوره شامل عنصرهایی با خواص فیزیکی مشابه است.
- (پ) عنصر ${}_{31}\text{Ga}$ می‌تواند به کاتیونی مشابه کاتیون عنصر ${}_{31}\text{Sc}$ تبدیل شود، چون هر دو عنصر در یک دوره قرار دارند.
- (ت) در نماد ذره‌های زیراتمی، عددهای قسمت چپ بالا و پایین به ترتیب بار نسبی و جرم نسبی ذره را مشخص می‌کنند.
- (۱) الف - پ (۲) ب - پ (۳) ب - ت (۴) الف - ب - پ - ت



۵۴- با توجه به شکل داده شده، اگر هر مهره به طور میانگین شامل $3/01 \times 10^{22}$ اتم آهن باشد، در این ظرف چند مهره آهنی وجود دارد؟ (جرم ظرف خالی را ۴۵۰ گرم در نظر بگیرید؛ $\text{Fe} = 56 \text{ g.mol}^{-1}$)

۲۵۰ (۱)

۴۰۰ (۲)

۵۶۰ (۳)

۷۲۰ (۴)

۵۵- چه تعداد از عبارتهای زیر، درست است؟

- از روی جرم یک نمونه ماده، می‌توان به شمار واحدهای موجود در آن دست یافت.
- شمار اتم‌های یک نمونه یک گرمی از عنصر هیدروژن، با استفاده از میانگین جرم اتم هیدروژن قابل محاسبه است.
- اتم‌ها به طور باورنکردنی ریز هستند، به طوری که نمی‌توان با هیچ دستگاهی جرم آن‌ها را به دست آورد.
- به عدد $6/02 \times 10^{23}$ ، عدد آووگادرو می‌گویند و آن را با N_A نشان می‌دهند.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

محل انجام محاسبات

۵۶- در مخلوطی از SO_2 و SO_3 ، شمار اتم‌های اکسیژن، $2/25$ برابر شمار اتم‌های گوگرد است. نسبت جرم SO_2 به SO_3 در این مخلوط، کدام است؟ ($S = 32, O = 16 : \text{g.mol}^{-1}$)

۰/۸ (۱) ۱/۶ (۲) ۲/۴ (۳) ۲/۶ (۴)

۵۷- کلر دارای دو ایزوتوپ طبیعی ^{35}Cl و ^{37}Cl به ترتیب با درصد فراوانی‌های ۸۰ و ۲۰ بوده و نقره دارای دو ایزوتوپ طبیعی ^{107}Ag و ^{109}Ag است. اگر ۳/۰ مول از ترکیب AgCl ، $42/99$ گرم جرم داشته باشد، چند درصد از ایزوتوپ‌های طبیعی نقره را ایزوتوپ سبک‌تر تشکیل می‌دهد؟

۴۵ (۱) ۴۸ (۲) ۵۲ (۳) ۵۵ (۴)

۵۸- چه تعداد از موارد زیر، نادرست است؟

- در عناصر یک گروه، ویژگی‌های شیمیایی مانند رنگ شعله، یکسان است.
- به فرایندی که در آن یک ماده شیمیایی با از دست دادن انرژی، از خود پرتوهای الکترومغناطیس گسیل می‌دارد، نشر می‌گویند.

- خط نماد روی بسته مواد غذایی همان طیف‌های نشری خطی است.
- تعداد خطوط طیف نشری خطی عنصرهای گروه ۱ در گستره مرئی، کم‌تر از عنصرهای گروه ۱۸ است.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۵۹- کدام مورد درست است؟

- (۱) با کاهش انرژی نوارهای رنگی در طیف نشری خطی هیدروژن، این پرتوها به هم نزدیک‌تر می‌شوند.
- (۲) بر پایه مدل بور، اتم را کره‌ای در نظر می‌گیرند که الکترون‌ها در لایه‌های پیرامون هسته توزیع می‌شوند.
- (۳) الکترون در هر لایه‌ای که باشد، می‌تواند در همه نقاط پیرامون هسته حضور پیدا کند.
- (۴) اگر به اتم‌ها در حالت پایه انرژی داده شود، الکترون‌ها در هنگام انتقال به لایه‌های بالاتر، نوری با طول موج معین نشر می‌کنند.

۶۰- درستی یا نادرستی مطالب زیر، به ترتیب کدام است؟

- الف) گنجایش الکترونی یک زیرلایه، از چهار برابر عدد کوانتومی فرعی آن زیرلایه، دو واحد بزرگ‌تر است.
- ب) زیرلایه‌ای با حداکثر گنجایش ۱۴ الکترون، تنها در لایه‌های الکترونی $n > 4$ دیده می‌شود.
- پ) اگر مجموع عددهای کوانتومی اصلی و فرعی یک زیرلایه برابر ۵ باشد، آن زیرلایه به یقین در لایه چهارم قرار دارد.
- ت) حداکثر گنجایش الکترونی لایه سوم ($n = 3$)، ۱۰ واحد بیشتر از شمار عنصرهای دوره سوم جدول تناوبی است.
- ث) حداکثر گنجایش الکترونی زیرلایه‌ای که با ۵ الکترون به حالت نیمه‌پر درمی‌آید، ۵ برابر عدد کوانتومی فرعی آن زیرلایه است.

(۱) درست - نادرست - درست - نادرست - درست (۲) درست - نادرست - درست - نادرست - درست
(۳) نادرست - درست - نادرست - درست - نادرست (۴) درست - نادرست - درست - نادرست - درست

پایه یازدهم

چنانچه پایه یازدهم را در پیل کاربری خود انتخاب کرده اید، به سوالات این دفتر چه مطابق جدول زیر در زمان مقرر پاسخ دهید.

بودجه بندی دروس	هندسه	ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	حسابان و ریاضیات پایه
	هندسه (۲) فصل ۱ (درس ۱ و ۲) صفحه های ۹ تا ۲۳	آمار و احتمال فصل ۱ صفحه های ۱ تا ۳۴ ریاضی (۱): فصل ۱ (درس ۱ و ۲) صفحه های ۱ تا ۱۳	حسابان (۱) فصل ۱ صفحه های ۱ تا ۳۶
	شیمی	فیزیک	
	شیمی (۲) فصل ۱ تا ابتدای «نفت» هدیه ای شگفت انگیز صفحه های ۱ تا ۲۹	فیزیک (۲) فصل ۱ تا ابتدای «خازن» صفحه های ۱ تا ۳۲	

مدت پاسخگویی	تا شماره	از شماره	تعداد سؤال	مواد امتحانی
۳۰ دقیقه	۷۵	۶۱	۱۵	حسابان و ریاضیات پایه
۲۰ دقیقه	۸۵	۷۶	۱۰	آمار و احتمال
۲۰ دقیقه	۹۵	۸۶	۱۰	هندسه
۳۰ دقیقه	۱۱۵	۹۶	۲۰	فیزیک
۱۵ دقیقه	۱۳۰	۱۱۶	۱۵	شیمی
۱۱۵ دقیقه	۷۰ سؤال			مجموع



حسابان یازدهم

۶۱- هرگاه به جمله اول یک دنباله حسابی ۴ واحد و به قدرنسبت آن ۲ واحد اضافه کنیم، به مجموع چهل جمله اول این دنباله چند واحد اضافه خواهد شد؟

$$۳۴۴۰ \quad (۲)$$

$$۸۶۰ \quad (۱)$$

$$۳۹۸۰۱ \quad (۴)$$

$$۱۷۲۰ \quad (۳)$$

۶۲- اگر $a_1 = 1$ و $a_n = 2a_{n-1} + 3$ باشد، مجموع بیست جمله اول دنباله a_n کدام است؟

$$۲^{۲۲} - ۶۴ \quad (۲)$$

$$۲^{۲۲} + ۶۰ \quad (۱)$$

$$۲^{۲۱} + ۶۰ \quad (۴)$$

$$۲^{۲۱} - ۶۴ \quad (۳)$$

۶۳- اگر $2a$ و $2b$ جواب‌های معادله $7bx^2 - 7x + 12a = 0$ باشند به طوری که $b > a$ ، حاصل $a + b$ کدام است؟ ($a \neq 0$)

$$۲ \quad (۲)$$

$$۱/۵ \quad (۱)$$

$$۳ \quad (۴)$$

$$۲/۵ \quad (۳)$$

۶۴- اختلاف جواب‌های معادله $2x^2 - mx - 3 = 0$ ، $1/4$ برابر مجموع آن‌هاست. حاصل $m + \frac{1}{m}$ کدام است؟

$$۵/۲ \quad (۲)$$

$$۴/۲۵ \quad (۱)$$

$$۳/۷۵ \quad (۴)$$

$$۲/۵ \quad (۳)$$

۶۵- اگر α و β ریشه‌های معادله $2x^2 + 3x - 1 = 0$ و اعداد $1 + \frac{2}{\alpha}$ و $1 + \frac{2}{\beta}$ ریشه‌های معادله $x^2 + mx + n = 0$ باشند، حاصل $m + n$ کدام است؟

$$۹ \quad (۲)$$

$$-۷ \quad (۱)$$

$$-۹ \quad (۴)$$

$$۷ \quad (۳)$$

۶۶- حاصل ضرب ریشه‌های معادله $\frac{1}{x^2 - 4x} = \frac{2}{x - 4} + \frac{1}{x^2}$ کدام است؟

$$-۲ \quad (۲)$$

$$-۱ \quad (۱)$$

$$-۴ \quad (۴)$$

$$-۳ \quad (۳)$$

۶۷- در یک مستطیل طلایی، اختلاف اندازه طول و عرض آن $4 - 2\sqrt{5}$ است. محیط این مستطیل کدام است؟

$$\sqrt{5} + ۱ \quad (۲)$$

$$۲\sqrt{5} + ۱ \quad (۱)$$

$$۶ \quad (۴)$$

$$۴ \quad (۳)$$

محل انجام محاسبات

۶۸- به ازای چند مقدار طبیعی و یک رقمی n ، معادله $\sqrt{x} + \sqrt{x-2n} = n$ جواب صحیح دارد؟

(۱) ۹ (۲) ۵

(۳) ۴ (۴) ۳

۶۹- خط $y = x + 2$ نمودار تابع $y = 2\sqrt{x+1} - x$ را در چند نقطه قطع می‌کند؟

(۱) صفر (۲) ۱

(۳) ۲ (۴) ۳

۷۰- در بازه (α, β) نمودار تابع $|x| + (x+2)$ $f(x) = 1 + (x+2)|x|$ بالای نمودار تابع $g(x) = (x+1)^2$ است. بیشترین مقدار $\alpha^2 + \beta$

کدام است؟

(۱) ۲ (۲) ۳

(۳) ۴ (۴) ۵

۷۱- مجموعه جواب‌های نامعادله $|x-3| < 6-2|x|$ بازه (a, b) است. حاصل $2b - a$ کدام است؟

(۱) ۵ (۲) ۷

(۳) ۶ (۴) ۸

۷۲- مساحت سطح محدود به نمودار تابع $y = |x| + |x-a|$ و خط $y = x + a$ برابر ۳۶ است. مقدار مثبت a کدام است؟

(۱) ۱۵ (۲) ۹

(۳) ۶ (۴) ۱۲

۷۳- اگر نقاط $A(2a, 0)$ ، $B(0, -2a)$ و $C(-a, a)$ رئوس مثلث ABC باشند، معادله ارتفاع وارد بر ضلع AB کدام است؟

(۱) $y = 3a + 2x$ (۲) $y = 4a + 3x$

(۳) $y = a - x$ (۴) $y = -x$

۷۴- فاصله نقطه $A(0, m)$ از خط $y = 2x + 6$ ، $1/6$ برابر فاصله آن از نقطه $B(1, -4)$ است. مقدار m کدام می‌تواند باشد؟

(۱) -۲ (۲) -۳

(۳) -۱ (۴) $-\frac{3}{4}$

۷۵- اگر $A(2, 0)$ و $B(-2, 4)$ دو رأس از مثلث متساوی‌الاضلاع ABC باشند، حاصل ضرب طول و عرض رأس C کدام

می‌تواند باشد؟

(۱) $6 + 2\sqrt{3}$ (۲) $4\sqrt{6} + 12$

(۳) $12 + 4\sqrt{3}$ (۴) $8 + 2\sqrt{6}$

محل انجام محاسبات

آمار و احتمال یازدهم

۷۶- کدام گزینه، یک گزاره با ارزش درست را نشان می‌دهد؟

$$(1) x^2 > x$$

$$(2) x^2 + 1 > 0$$

(۳) مجموع یک عدد مخالف صفر و معکوس آن، همواره مخالف صفر است.

(۴) مجموع یک عدد و دو برابر قرینه آن، همواره مخالف صفر است.

 ۷۷- برای گزاره‌های q ، p و r ، ارزش کدام گزاره همواره درست است؟

$$(1) (p \vee \sim p) \Rightarrow (r \wedge \sim q)$$

$$(2) (p \wedge \sim p) \Rightarrow (r \vee \sim q)$$

$$(3) (p \vee \sim q) \Rightarrow (r \wedge \sim p)$$

$$(4) (p \wedge \sim q) \Rightarrow (r \vee \sim p)$$

 ۷۸- ارزش گزارهٔ سوری $\forall x \in \mathbb{R}; x^2 + x + \frac{1}{4} > 0$ و نقیض آن در کدام گزینه آمده است؟

$$(1) \text{ نادرست، } \exists x \in \mathbb{Z}; x^2 + x + \frac{1}{4} \leq 0$$

$$(2) \text{ درست، } \exists x \in \mathbb{R}; x^2 + x + \frac{1}{4} \leq 0$$

$$(3) \text{ درست، } \forall x \in \mathbb{Z}; x^2 + x + \frac{1}{4} \leq 0$$

$$(4) \text{ نادرست، } \exists x \in \mathbb{R}; x^2 + x + \frac{1}{4} \leq 0$$

۷۹- کدام یک از گزاره‌های سوری زیر از لحاظ ارزش درستی با بقیه متفاوت است؟

$$(1) \forall x \in \mathbb{R}; (x+1)^2 > 4x$$

$$(2) \exists x \in \mathbb{R}; \frac{x+1}{2x} = x$$

$$(3) \exists x \in \mathbb{R}; x^2 + 5 < 2x$$

$$(4) \forall x \in \mathbb{R}; \frac{x^3 - 1}{x - 1} = x^2 + x + 1$$

محل انجام محاسبات

۸۰- اگر $n(A \cup B) = 4n(A - B) = 5n(B - A)$ و $n(A \cap B) = 55$ ، تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه A چند برابر تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه B است؟

(۲) ۱۲۸

(۱) ۳۲

(۴) ۲۰۴۸

(۳) ۵۱۲

۸۱- اگر A و B دو مجموعه غیرتهی با شرط $A \subset B$ باشند، آن‌گاه کدام رابطه نادرست است؟

(۱) $B - A' = A$

(۲) $A - B' = A$

(۳) $A \cap B' = \emptyset$

(۴) $B \cap A' = \emptyset$

۸۲- اگر A ، B و C سه مجموعه غیرتهی باشند، از کدام تساوی الزاماً $A = B$ نتیجه می‌شود؟

(۱) $A \times C = B \times C$

(۲) $A \cap C = B \cap C$

(۳) $A \cup C = B \cup C$

(۴) $A \times (B - C) = (A - C) \times B$

۸۳- اگر $S = \{(x, y) \mid 0 \leq y \leq 3x - x^2\}$ مجموعه $S \cap (\mathbb{Z} \times \mathbb{Z})$ چند عضو دارد؟

(۴) ۹

(۳) ۸

(۲) ۷

(۱) ۶

۸۴- اگر U مجموعه مرجع و $C = A \cap B'$ ، آن‌گاه مجموعه $[(B' - A')' \cup C] \cup [A' - (B' - C)]$ برابر کدام است؟

(۴) $\emptyset$

(۳) U

(۲) B

(۱) A'

۸۵- تعداد افرازهای مجموعه $A = \{2k - 1 \mid k \in \mathbb{Z}, a < x < b\}$ برابر ۱۵ است. بیشترین مقدار مساحت ناحیه

$(a, b) \times (a - b, b - a)$ کدام است؟

(۴) ۹۸

(۳) ۷۲

(۲) ۵۰

(۱) ۳۲

محل انجام محاسبات

هندسه یازدهم

۸۶- به ازای کدام یک از مقادیر زیر برای n ، دو دایره $C(O, n)$ و $C'(O', 2n)$ که فاصله بین مرکزهای آنها $n + 6$ است، چهار مماس مشترک دارند؟

$n = 4 \quad (4)$

$n = 3 \quad (3)$

$n = 2 \quad (2)$

$n = 5 \quad (1)$

۸۷- در دایره $C(O, R)$ ، وتر $AB = \frac{1}{2}R$ را در نظر می‌گیریم. اگر M نقطه‌ای واقع بر این دایره باشد، بیشترین مساحت مثلث AMB چند برابر R^2 است؟

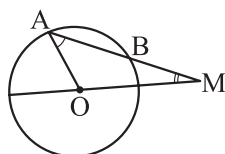
$\frac{1}{2} \quad (4)$

$\frac{1}{4} \quad (3)$

$\frac{1}{6} \quad (2)$

$\frac{1}{8} \quad (1)$

۸۸- مطابق شکل، O مرکز دایره است و امتداد وتر AB ، امتداد یکی از قطرهای دایره را در M قطع کرده است. اگر AB و BM با شعاع دایره برابر باشند، اختلاف اندازه‌های دو زاویه A و M کدام است؟



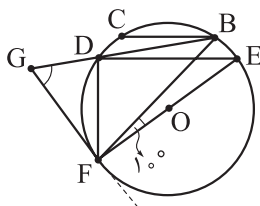
$22^\circ \quad (2)$

$15^\circ \quad (1)$

$37^\circ \quad (4)$

$3^\circ \quad (3)$

۸۹- مطابق شکل، $BC \parallel DE$ ، $\widehat{BFE} = 10^\circ$ و O مرکز دایره است. در نقطه F مماسی بر دایره رسم می‌کنیم تا امتداد BD را در نقطه G قطع کند اگر اندازه وترهای BC و DF برابر باشند، آنگاه اندازه زاویه G چند درجه است؟



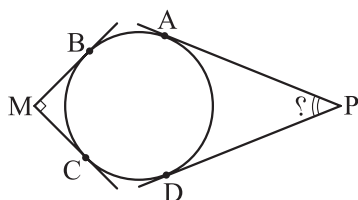
$55 \quad (1)$

$60 \quad (2)$

$65 \quad (3)$

$70 \quad (4)$

۹۰- در شکل زیر، مجموع کمان‌های $\widehat{AB}$ و $\widehat{CD}$ برابر با 105° است. اگر خط‌های موجود در شکل بر دایره مماس و MC بر MB عمود باشد، اندازه زاویه P کدام است؟



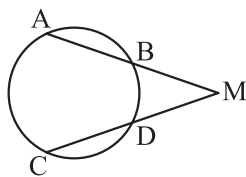
$45^\circ \quad (1)$

$30^\circ \quad (2)$

$15^\circ \quad (3)$

$75^\circ \quad (4)$

محل انجام محاسبات



۹۱- در شکل مقابل، $MD = 4CD$ و B وسط AM است. نسبت $\frac{AM}{CM}$ کدام است؟

$$\frac{3\sqrt{10}}{8} \quad (2)$$

$$\frac{5\sqrt{5}}{8} \quad (4)$$

$$\frac{2\sqrt{10}}{5} \quad (1)$$

$$\frac{\sqrt{10}}{5} \quad (3)$$

۹۲- در دایره‌ای دو وتر AB و CD در نقطه M متقاطع‌اند و نقطه M وسط وتر $AB = 6$ است. نیم‌دایره‌ای به قطر CD

رسم کرده و از M عمودی بر CD رسم می‌کنیم تا نیم‌دایره را در نقطه E قطع کند. طول ME کدام است؟

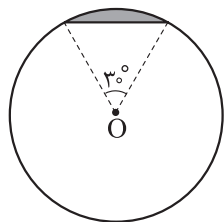
$$3 \quad (4)$$

$$2 \quad (3)$$

$$2\sqrt{3} \quad (2)$$

$$2\sqrt{2} \quad (1)$$

۹۳- در شکل رسم شده، نقطه O مرکز دایره و شعاع آن 10 واحد است. با فرض $\pi = 3/15$ ، مساحت ناحیه رنگ شده کدام است؟

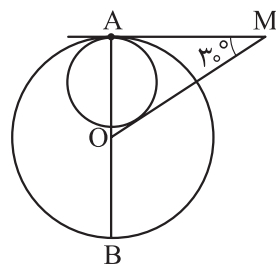


$$1/5 \quad (1)$$

$$1/25 \quad (2)$$

$$1/75 \quad (3)$$

$$1 \quad (4)$$



۹۴- در شکل مقابل، دو دایره در نقطه A مماس داخل هستند. مماسی که از نقطه O (مرکز دایره بزرگ‌تر) بر دایره کوچک‌تر رسم می‌شود، مماس مشترک دو دایره را در نقطه M و با

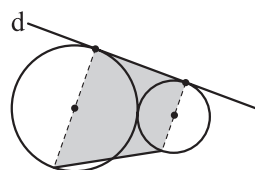
زاویه 30° قطع می‌کند. نسبت شعاع دایره کوچک‌تر به دایره بزرگ‌تر کدام است؟

$$2 - \sqrt{3} \quad (2)$$

$$2\sqrt{3} - 3 \quad (4)$$

$$\sqrt{3} - \frac{3}{2} \quad (1)$$

$$\sqrt{3} - 1 \quad (3)$$



۹۵- مطابق شکل، دو دایره به شعاع‌های ۱ و ۴ بر هم مماس و خط d بر هر دوی آن‌ها مماس است.

قطرهای گذرنده از نقاط تماس را رسم کرده‌ایم. مساحت چهارضلعی رنگی کدام است؟

$$25 \quad (2)$$

$$20 \quad (4)$$

$$16 \quad (1)$$

$$18 \quad (3)$$

فیزیک یازدهم

۹۶- دو جسم نارسا و خنثای A و B را به یکدیگر مالش می دهیم. با توجه به سری الکتریسیته مالشی زیر، بعد از مالش، بار الکتریکی جسم B بر حسب نانوکولن، برابر کدام می تواند باشد؟ ($e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C}$)

انتهای مثبت سری
A
B
انتهای منفی سری

$$1) 8 \times 10^{-10}$$

$$2) -8 \times 10^{-10}$$

$$3) 6 \times 10^{-10}$$

$$4) -6 \times 10^{-10}$$

۹۷- در شکل زیر، دو گوی مشابه به جرم $3/6 \text{ g}$ و بار الکتریکی یکسان و مثبت، در فاصله 2 cm از هم قرار دارند، به طوری که گوی بالایی به حالت معلق مانده است. تعداد الکترون های کنده شده از هر گوی نسبت به حالت خنثای آن ها، کدام است؟



$$(g = 10 \text{ N/kg}, k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}, e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C})$$

$$1) 5 \times 10^{10}$$

$$2) 2/5 \times 10^{10}$$

$$3) 5 \times 10^{11}$$

$$4) 2/5 \times 10^{11}$$

۹۸- دو گوی رسانا، کوچک و یکسان به بارهای الکتریکی $q_1 = 4 \text{ nC}$ و $q_2 = -6 \text{ nC}$ روی دو رأس مجاور یک مربع قرار دارند. اگر دو گوی را با هم تماس داده و سپس آن ها را روی دو رأس غیر مجاور همان مربع قرار دهیم، اندازه نیروی الکتریکی ای که دو بار به هم وارد می کنند، چند برابر می شود؟

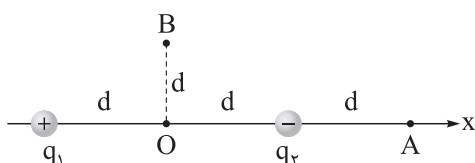
$$1) \frac{1}{48}$$

$$2) \frac{1}{24}$$

$$3) \frac{5}{48}$$

$$4) \frac{5}{24}$$

۹۹- در شکل زیر، یک دوقطبی الکتریکی روی محور x قرار دارد. چه تعداد از عبارت های زیر درست است؟



الف) میدان الکتریکی خالص در نقطه O، در جهت محور x است.

ب) میدان الکتریکی خالص در نقطه A، در جهت محور x است.

پ) اندازه میدان الکتریکی خالص در نقطه O، $2/25$ برابر اندازه میدان الکتریکی خالص در نقطه A است.

ت) اندازه میدان الکتریکی خالص در نقطه B، $\frac{9\sqrt{2}}{16}$ برابر اندازه میدان الکتریکی خالص در نقطه A است.

$$1) 1$$

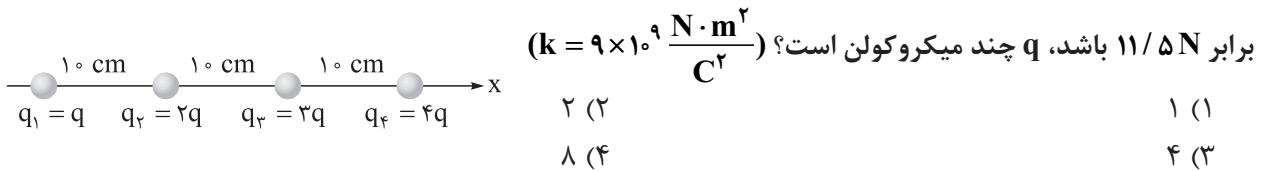
$$2) 2$$

$$3) 3$$

$$4) 4$$

محل انجام محاسبات

۱۰۰- در شکل زیر، چهار بار الکتریکی نقطه‌ای مثبت روی x قرار دارند. اگر اندازه نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_1



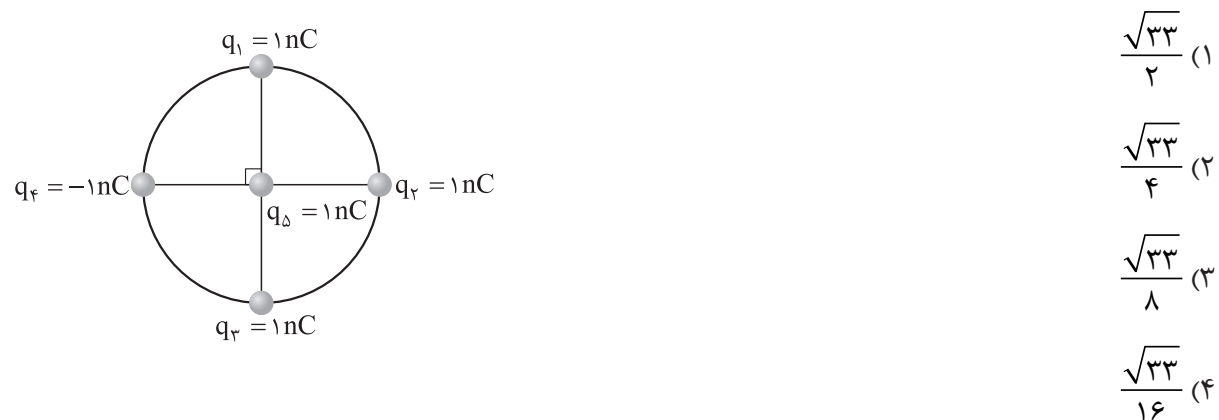
۱۰۱- دو بار الکتریکی نقطه‌ای $q_1 = 9 \mu C$ و $q_2 = 36 \mu C$ در فاصله 60 cm از هم قرار دارند. بار Q را در مکانی قرار می‌دهیم تا نیروی الکتریکی خالص وارد بر دو بار q_1 و q_2 برابر صفر شود. به ترتیب، $|Q|$ چند میکروکولن و فاصله آن تا بار q_2 چند سانتی‌متر است؟

- | | | | |
|-----------|-----------|-----------|-----------|
| ۲۰، ۲ (۱) | ۴۰، ۲ (۲) | ۲۰، ۴ (۳) | ۴۰، ۴ (۴) |
|-----------|-----------|-----------|-----------|

۱۰۲- در شکل زیر، اگر میدان الکتریکی خالص در مبدأ مختصات برابر $\vec{E} = 2 \times 10^4 \text{ N/C } \hat{i} - 10^4 \text{ N/C } \hat{j}$ باشد، $\frac{Q}{q}$ برابر کدام است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2})$

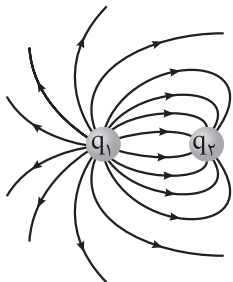


۱۰۳- در شکل زیر، چهار بار الکتریکی نقطه‌ای روی محیط دایره و بار الکتریکی نقطه‌ای q_d در مرکز دایره قرار دارند. اندازه نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_1 چند برابر اندازه نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_d است؟



محل انجام محاسبات

۱۰۴- خطوط میدان الکتریکی اطراف دو کرهٔ رسانای کوچک به بارهای الکتریکی q_1 و q_2 به شکل زیر است. اگر



$\frac{q_2}{q_1} = n$ باشد، کدام مورد دربارهٔ n درست است؟

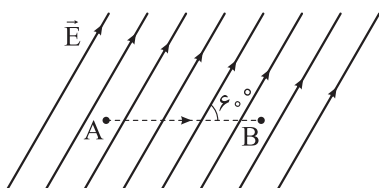
(۱) $n < 1$

(۲) $0 < n < 1$

(۳) $-1 < n < 0$

(۴) $n < -1$

۱۰۵- در شکل زیر، ذره‌ای به بار الکتریکی $q = -50 \mu\text{C}$ در میدان الکتریکی یکنواختی به بزرگی $E = 4 \times 10^5 \text{ N/C}$ به اندازهٔ 60 cm از نقطهٔ A تا نقطهٔ B جابه‌جا می‌شود. در این جابه‌جایی انرژی پتانسیل الکتریکی ذره، چند ژول و چگونه تغییر می‌کند؟



(۱) ۶، کاهش می‌یابد.

(۲) ۶، افزایش می‌یابد.

(۳) $6\sqrt{3}$ ، کاهش می‌یابد.

(۴) $6\sqrt{3}$ ، افزایش می‌یابد.

۱۰۶- در صفحهٔ مختصات، میدان الکتریکی یکنواخت $\vec{E} = (-500 \text{ N/C})\hat{j}$ وجود دارد. اگر پتانسیل الکتریکی نقطهٔ $A(2 \text{ cm}, 3 \text{ cm})$ برابر 12 V باشد، پتانسیل الکتریکی نقطهٔ $B(-1 \text{ cm}, -1 \text{ cm})$ ، چند ولت است؟

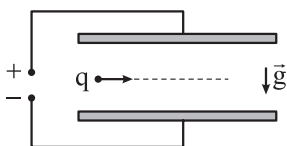
(۴) -۸

(۳) -۳

(۲) ۲۷

(۱) ۳۲

۱۰۷- در شکل زیر، اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو صفحهٔ رسانای افقی که در فاصلهٔ 2 cm از یکدیگر قرار دارند، برابر با 400 V است. ذره‌ای باردار به جرم 5 g که در فضای بین دو صفحه به صورت افقی پرتاب شده، بدون انحراف به مسیر خود ادامه می‌دهد. بار الکتریکی این ذره چند میکروکولن است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)



(۱) ۱۰

(۲) $2/5$

(۳) -۱۰

(۴) $-2/5$

۱۰۸- در فضایی که میدان الکتریکی یکنواخت وجود دارد، ذره‌ای به جرم 4 g و بار الکتریکی -5 mC از نقطهٔ A با تندی 20 m/s پرتاب شده و از نقطهٔ B با تندی 30 m/s عبور می‌کند. اگر پتانسیل الکتریکی دو نقطهٔ A و B به ترتیب برابر V_A و V_B باشد، $V_B - V_A$ چند ولت است؟ (بر ذره فقط نیروی ناشی از میدان الکتریکی وارد می‌شود.)

(۴) -۴۰۰

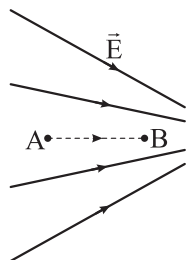
(۳) -۲۰۰

(۲) ۲۰۰

(۱) ۴۰۰

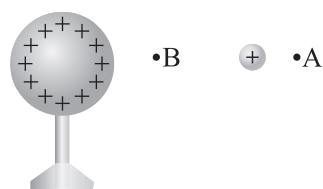
محل انجام محاسبات

۱۰۹- در شکل زیر، شخصی یک ذره با بار الکتریکی مثبت را از نقطه A تا نقطه B جابه‌جا می‌کند. اگر در این جابه‌جایی انرژی پتانسیل الکتریکی ذره 3 mJ تغییر کند و انرژی جنبشی آن در نقاط A و B به ترتیب 6 mJ و 8 mJ باشد، کار انجام‌شده توسط شخص در این جابه‌جایی چند میلی‌ژول است؟



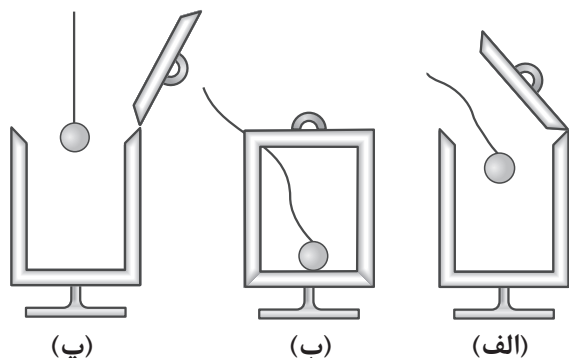
- (۱) ۵
(۲) -۵
(۳) ۱
(۴) -۱

۱۱۰- در شکل زیر، بار الکتریکی کره‌رسانا که روی پایه عایق قرار دارد، مثبت است. شخصی یک ذره با بار الکتریکی مثبت را با سرعت ثابت از نقطه A تا نقطه B جابه‌جا می‌کند. کدام یک از موارد زیر درست است؟



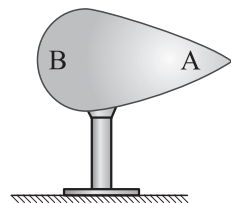
- (۱) پتانسیل الکتریکی نقطه A، بیشتر از پتانسیل الکتریکی نقطه B است.
(۲) در این جابه‌جایی، انرژی پتانسیل الکتریکی ذره کاهش می‌یابد.
(۳) در این جابه‌جایی، کار انجام‌شده توسط نیروی الکتریکی وارد بر ذره، مثبت است.
(۴) در این جابه‌جایی، کار انجام‌شده توسط نیروی شخص، مثبت است.

۱۱۱- مطابق شکل زیر، درپوش یک ظرف فلزی به بار الکتریکی $-12 \mu\text{C}$ را باز کرده و یک گوی رسانا با بار الکتریکی $4 \mu\text{C}$ را توسط نخ عایقی، در کف ظرف قرار می‌دهیم. پس از خارج کردن گوی از ظرف، بار الکتریکی ظرف و گوی به ترتیب از راست به چپ به چند میکروکولن می‌رسد؟



- (۱) -۴، -۴
(۲) ۸، صفر
(۳) صفر، -۸
(۴) -۸، صفر

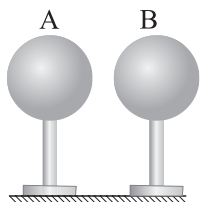
۱۱۲- در شکل زیر، یک رسانای دوکی‌شکل که بار الکتریکی منفی دارد، روی پایه عایقی قرار دارد. درباره این رسانا، کدام مورد درست است؟



- (۱) پتانسیل الکتریکی نقطه A، بیشتر از پتانسیل الکتریکی نقطه B است.
(۲) پتانسیل الکتریکی نقطه B، بیشتر از پتانسیل الکتریکی نقطه A است.
(۳) تراکم بار الکتریکی در اطراف نقطه A، بیشتر از تراکم بار الکتریکی در اطراف نقطه B است.
(۴) تراکم بار الکتریکی در اطراف نقطه B، بیشتر از تراکم بار الکتریکی در اطراف نقطه A است.

محل انجام محاسبات

۱۱۳- در شکل زیر، دو کره فلزی با پایه‌های عایق روی سطح افقی و در فاصله کمی از هم قرار دارند. کره A دارای بار الکتریکی منفی و کره B بدون بار است. کدامیک از موارد زیر درباره میدان الکتریکی در مرکز کره‌ها درست است؟



(الف) میدان الکتریکی در مرکز کره A برابر صفر است.

(ب) میدان الکتریکی در مرکز کره B برابر صفر است.

(پ) میدان الکتریکی در مرکز کره B به سمت راست است.

(ت) میدان الکتریکی در مرکز کره B به سمت چپ است.

(۴) پ

(۳) ب

(۲) الف و ت

(۱) الف و ب

۱۱۴- مکعبی فلزی به ضلع ۴۰ cm دارای بار الکتریکی $4/8 \text{ nC}$ است. چگالی سطحی بار الکتریکی روی سطح این مکعب در SI چند واحد است؟ (از تجمع بار روی لبه‌ها چشم پوشی شود.)

(۴) 3×10^{-8}

(۳) 3×10^{-9}

(۲) 5×10^{-8}

(۱) 5×10^{-9}

۱۱۵- شعاع کره فلزی A، ۲ برابر شعاع کره فلزی B است. اگر بار الکتریکی کره A، ۲۰ درصد بیشتر از بار الکتریکی کره B باشد، چگالی سطحی بار الکتریکی کره A چند برابر چگالی سطحی بار الکتریکی کره B است؟

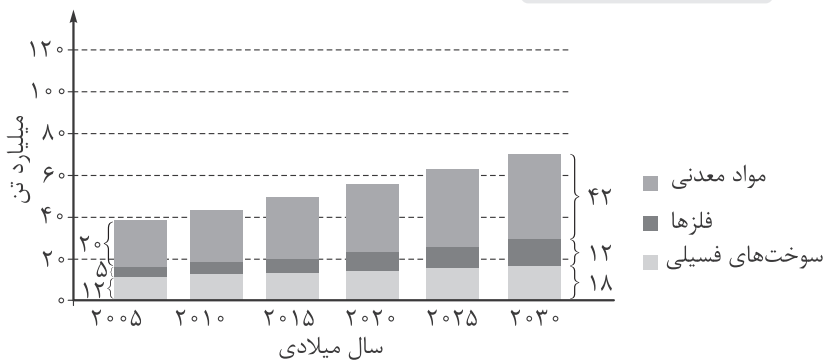
(۴) $\frac{5}{3}$

(۳) $\frac{1}{3}$

(۲) $\frac{3}{5}$

(۱) $\frac{3}{10}$

شیمی یازدهم



۱۱۶- نمودار مقابل برآورد میزان تولید یا مصرف نسبی برخی مواد را در جهان نشان می‌دهد. با توجه به این نمودار، کدام مورد نادرست است؟

(۱) اگر در سال ۲۰۳۰ جمعیت جهان ۸ میلیارد نفر و سرانه مصرف مواد، نشان‌دهنده میانگین مصرف آن به ازای هر فرد باشد، سرانه مصرف این مواد ۹ تن خواهد بود.

(۲) با توجه به این نمودار درمی‌یابیم که زمین، منبع عظیمی از هدایای ارزشمند و ضروری برای زندگی است.
 (۳) بین سال‌های ۲۰۰۵ تا ۲۰۳۰، درصد افزایش مصرف مواد معدنی بیشتر از درصد افزایش مصرف فلزها خواهد بود.
 (۴) پیش‌بینی می‌شود که در سال ۲۰۳۰، درصد مصرف مواد معدنی بین این مواد، به بیش از ۵۵٪ برسد.

۱۱۷- چند مورد از مطالب زیر در مورد عنصرهای جدول دوره‌ای، درست است؟

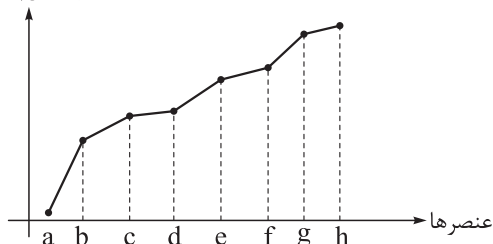
- رسانایی الکتریکی در عنصرهای گروه ۱۴ از بالا به پایین، به طور یکنواخت، افزایش می‌یابد.
 - خاصیت چکش‌خواری در عنصرهای دوره سوم از چپ به راست، به طور یکنواخت، کاهش می‌یابد.
 - رسانایی گرمایی در عنصرهای دوره سوم از چپ به راست، به طور یکنواخت، کاهش می‌یابد.
 - تمایل به از دست دادن الکترون در عنصرهای گروه ۱۴ از پایین به بالا کاهش می‌یابد.
- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۱۸- در هر دوره از جدول دوره‌ای، از چپ به راست از خاصیت کاسته و به خاصیت افزوده می‌شود. در گروه‌های ۱۵، ۱۶ و ۱۷، عنصرهای خاصیت نافلزی بیشتری دارند؛ زیرا از بالا به پایین خاصیت زیاد می‌شود.

- (۱) نافلزی - فلزی - بالاتر - نافلزی (۲) فلزی - نافلزی - پایین‌تر - نافلزی
 (۳) فلزی - نافلزی - بالاتر - فلزی (۴) نافلزی - فلزی - پایین‌تر - فلزی

۱۱۹- با توجه به نمودار زیر که واکنش‌پذیری عنصرهای دوره دوم جدول تناوبی را به صورت نامرتب نشان می‌دهد، کدام مورد نادرست است؟

واکنش‌پذیری



- (۱) در بین این عنصرها، a کم‌ترین تمایل را به از دست دادن الکترون دارد.
 (۲) روند نشان داده شده در این نمودار، می‌تواند معکوس روند شعاع اتمی این عنصرها باشد.
 (۳) در آرایش الکترونی عنصرهای c و h، به یقین یک زیرلایه نیم‌پر وجود دارد.
 (۴) عنصر g می‌تواند در دمای اتاق به سرعت با گاز هیدروژن واکنش دهد.

محل انجام محاسبات

۱۲۰- کدام مورد درست است؟

- (۱) هر چه شعاع اتمی یک فلز بزرگتر باشد، آسان‌تر الکترون از دست می‌دهد.
 (۲) هر ماده‌ای سریع‌تر و شدیدتر واکنش دهد، در هر شرایطی فعالیت شیمیایی بیشتری دارد.
 (۳) هر تغییر شیمیایی، با تولید نور، آزادسازی گرما، تشکیل رسوب و خروج گاز همراه است.
 (۴) هر چه اتم فلزی در شرایط معین، آسان‌تر الکترون از دست بدهد، خصلت فلزی بیشتری داشته و فعالیت شیمیایی آن نیز بیشتر است.

۱۲۱- یاقوت همان آلومینیم اکسید است که در ساختار آن برخی از یون‌های آلومینیم (Al^{3+}) با یون‌های کروم (III) (Cr^{3+}) جایگزین شده و رنگ سرخ زیبای یاقوت را ایجاد کرده‌اند. مجموع اعداد کوانتومی اصلی و فرعی الکترون‌های بیرونی‌ترین زیرلایه کاتیون‌های موجود در ساختار یاقوت کدام است؟

- (۱) ۲۵ (۲) ۲۶ (۳) ۲۸ (۴) ۳۳

۱۲۲- با توجه به آرایش الکترونی ذره‌های پایدار داده‌شده، کدام یک از عبارت‌های زیر نادرست است؟



(الف) آرایش‌های الکترونی داده‌شده، همگی مربوط به کاتیون‌های فلزهای واسطه هستند.

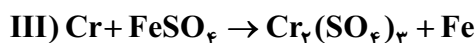
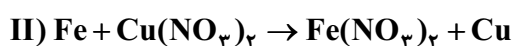
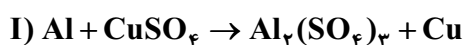
(ب) عنصر مربوط به ذره B می‌تواند در گروه ۶ یا ۷ جدول دوره‌ای حضور داشته باشد.

(پ) تفاوت اعداد اتمی عنصرهای B و C می‌تواند برابر ۴ باشد.

(ت) عنصر D به یقین در دوره چهارم و گروه ۱۱ جدول دوره‌ای حضور دارد.

- (۱) الف - پ (۲) الف - ت (۳) ب - پ (۴) ب - ت

۱۲۳- با توجه به واکنش‌های موازنه‌نشده زیر که به طور طبیعی انجام می‌شوند، کدام مورد نادرست است؟



(۱) تفاوت مجموع ضرایب استوکیومتری مواد شرکت‌کننده در واکنش‌های موازنه‌شده (II) و (III) برابر ۵ است.

(۲) با توجه به این واکنش‌ها می‌توانیم ترتیب واکنش‌پذیری هر چهار فلز را با هم مقایسه کنیم.

(۳) به طور کلی ترکیب‌های Cr^{3+} پایدارتر از ترکیب‌های Fe^{2+} است.

(۴) استخراج فلز مس از ترکیب‌های آن به مراتب ساده‌تر از استخراج فلز آلومینیم از ترکیب‌هایش است.

محل انجام محاسبات

۱۲۴- جرم‌های برابری از پتاسیم نیترات (KNO_3) ناخالص و پتاسیم کلرات (KClO_3) ناخالص، در دو ظرف جداگانه، مطابق واکنش‌های موازنه‌نشده زیر تجزیه می‌شوند. اگر در دما و فشار اتاق، حجم گاز آزادشده از دو واکنش یکسان باشد، نسبت درصد خلوص پتاسیم نیترات به درصد خلوص پتاسیم کلرات به تقریب کدام است؟

$$(K = 39, Cl = 35.5, O = 16, N = 14 : \text{g.mol}^{-1})$$



$$2/47 \text{ (۴)} \quad 1/21 \text{ (۳)} \quad 0/82 \text{ (۲)} \quad 0/40 \text{ (۱)}$$

۱۲۵- دانشجویی در آزمایشگاه، واکنش زیر را سه بار در شرایط ایمن انجام داده است:



او هر بار ۴۰ گرم آهن (III) اکسید را با مقدار کافی کربن در شرایط مناسب وارد واکنش نموده است. جدول زیر نتایج آزمایش‌های او را نشان می‌دهد:

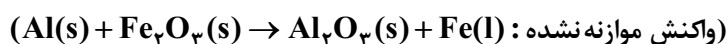
شماره آزمایش	جرم واکنش دهنده Fe_2O_3 (گرم)	جرم فراورده جامدی که دانشجو به دست آورده است. (گرم)
۱	۴۰	۱۹/۵
۲	۴۰	۱۹/۶
۳	۴۰	۱۹/۷

با توجه به داده‌های جدول بالا، بازده درصدی واکنش کدام است؟ ($\text{Fe} = 56, \text{O} = 16 : \text{g.mol}^{-1}$)

$$70/36 \text{ (۴)} \quad 70 \text{ (۳)} \quad 68/64 \text{ (۲)} \quad 67/6 \text{ (۱)}$$

۱۲۶- یکی از واکنش‌هایی که در صنعت جوشکاری از آن استفاده می‌شود، واکنش ترمیت است. با توجه به معادله این

واکنش، چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟ ($\text{Fe} = 56, \text{Al} = 27, \text{O} = 16 : \text{g.mol}^{-1}$)



- فعالیت شیمیایی آهن کمتر از آلومینیم است.
- با توجه به حالت فیزیکی مواد موجود در واکنش، می‌توانیم نقطه ذوب آلومینیم را بالاتر از آهن بدانیم.
- از واکنش ۷۰ گرم سنگ آهن با خلوص ۸۰ درصد، ۳۹/۲ گرم فلز مذاب تولید می‌شود.
- اگر بازده درصدی واکنش کمتر از ۵۰ درصد باشد، جرم فراورده عنصری تولیدشده کمتر از جرم واکنش دهنده عنصری واردشده به واکنش، خواهد بود.

$$1 \text{ (۴)} \quad 2 \text{ (۳)} \quad 3 \text{ (۲)} \quad 4 \text{ (۱)}$$

۱۲۷- یکی از روش‌های بیرون کشیدن فلز از لایه لای خاک، استفاده از گیاهان است. در این روش در معدن یا خاک دارای فلز، گیاهانی را می‌کارند که می‌توانند آن فلز را جذب کنند، سپس گیاه را برداشت می‌کنند، می‌سوزانند و از خاکستر حاصل، فلز را جداسازی می‌کنند. این روش برای استخراج کدام فلز زیر مقرون به صرفه است؟

$$_{30}\text{Zn} \text{ (۴)} \quad _{29}\text{Cu} \text{ (۳)} \quad _{28}\text{Ni} \text{ (۲)} \quad _{26}\text{Fe} \text{ (۱)}$$

محل انجام محاسبات

۱۲۸- کالکوزیت از مهم‌ترین سنگ معدن‌های مس بوده که به صورت مس (I) سولفید وجود دارد. در روش استخراج مس از کالکوزیت، ابتدا آن را با گاز اکسیژن واکنش داده تا مس (I) اکسید و گاز گوگرد دی‌اکسید تولید شود، سپس مس (I) اکسید را با کربن پودر شده واکنش داده تا فلز مس به همراه گاز کربن مونوکسید آزاد شود. اگر ۳۰ تن از کالکوزیت در واکنش دوم مرحله‌ای بالا استفاده شود و در نهایت ۲۹۳۷ کیلوگرم فلز مس آزاد شود، درصد خلوص فلز مس در نمونه کالکوزیت اولیه کدام است؟

(۴) ۱۹ / ۵۸

(۳) ۱۴ / ۶۸

(۲) ۱۲ / ۲۴

(۱) ۹ / ۷۹

۱۲۹- کدام یک از عبارات‌های زیر درست است؟

الف) در همه عنصرهای دسته d، شماره گروه آن‌ها با مجموع شمار الکترون‌های ns و $d(n-1)$ در آرایش الکترونی برابر است.

ب) واکنش بی‌هوازی تخمیر گلوکز، از جمله واکنش‌هایی است که برای تهیه سوخت سبز به کار می‌رود.
پ) به دلیل غلظت بیشتر برخی گونه‌های فلزی، مانند منگنز، کبالت، آلومینیم و مس، می‌توان آن‌ها را از کف اقیانوس استخراج کرد.

ت) با توجه به استخراج فلزها از سنگ معدن و بازگشت فلزها از طریق خوردگی و فرسایش به طبیعت، می‌توان فلزها را منابعی تجدیدپذیر دانست.

(۴) الف - ت

(۳) پ - ت

(۲) ب - پ

(۱) الف - ب

۱۳۰- چند مورد از مطالب زیر در رابطه با ارزیابی چرخه عمر، درست است؟

- برای ارزیابی میزان تأثیر یک فراورده بر روی محیط زیست در مدت طول عمر آن به کار می‌رود.
- شامل ارزیابی از چهار مرحله استخراج و تولید مواد خام برای تولید یک فراورده، توزیع، مصرف و دفع آن است.
- شامل بررسی و ارزیابی میزان آب و انرژی مصرفی و سهم حمل‌ونقل در همه مراحل است.
- حاصل تلاش برای یافتن شاخص‌هایی است که کمک می‌کنند صنایع گوناگون در مسیر بهره‌گیری از دانش فنی و تخصصی سازگارتر با محیط زیست حرکت کنند.

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

پاسخ‌نامه تشریحی آزمون را ساعت ۱۶ از صفحه شخصی
خودتان در سایت آزمون خیلی سبز دریافت کنید.



azmoon.kheilisabz.com

پاسخ نامه آزمون آزمایشی خیلی سبز

رشته ریاضی

مرحله دوم

پایه دوازدهم

تاریخ برگزاری: ۵ مرداد/ ۱۴۰۳

سال تحصیلی ۱۴۰۳-۰۴

ویژه کنکوری‌های ۱۴۰۴

شروع مجدد دوازدهم از مهر

ویژگی‌های برنامه راهبردی آزمون‌های آزمایشی خیلی سبز در تابستان ۱۴۰۳-۰۴

- ۱- دوره درس پایه دهم
- ۲- دوره درس پایه یازدهم
- ۳- مطالعه بخشی از درس پایه دوازدهم
- ۴- امکان فرایند ترکیبی هر کدام از موارد فوق

پایه	مرحله	اول ۱۳ تیر	دوم ۵ مرداد	سوم ۲۶ مرداد	چهارم ۱۶ شهریور	پنجم ۶ مهر
دهم	-	-	✓	✓	✓	✓
یازدهم	✓	✓	✓	✓	✓	✓
دوازدهم	-	-	-	✓	✓	-

با توجه به موارد فوق دفتر چه آزمون خیلی سبز در این آزمون از ۲ قسمت تشکیل شده است.

هر داوطلب باید در جلسه آزمون به یک یا دو قسمت (که قبلاً در پلن کار بری انتخاب کرده است) پاسخ دهد.

آزمون مرحله اول (که در تاریخ ۱۳ تیر ۱۴۰۳ برگزار شد) به دوره کل مباحث پایه یازدهم اختصاص داشت؛ چنانچه نتوانستید در این آزمون شرکت کنید، امکان برگزاری این آزمون به صورت آنلاین فراهم است.

آزمون مرحله دوم (همین دفتر چه‌ای که در دست دارید) آغاز پیشروی پایه دهم و یازدهم است.

با توجه به برنامه راهبردی آزمون‌های خیلی سبز، پیشروی پایه دوازدهم از مرحله سوم (آزمون بعدی) صورت می‌گیرد.

در برنامه شروع مجدد دوازدهم از مهر، تمامی سرفصل‌های دوازدهم، مجدد از مهر، در برنامه راهبردی دیده شده است.



پایه دهم

پاسخ نامه آزمون آزمایشی خیلی سبز

پایه دوازدهم -مرحله دوم- ۵مرداد ۱۴۰۳

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا
ریاضی (۱)	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان
هندسه (۱)	امیرحسین ابومحبوب - کیوان صارمی - حمید گلزاری - محسن میراسلامی
فیزیک (۱)	علیرضا جباری - مجید ساکی - رضا سبزمیدانی - نوید شاهی
شیمی (۱)	مهدی براتی - عباس سرمایه - یاسر عبداللہی

نام درس	مسئول درس	گزینشگر	مؤلف پاسخ نامه	کارشناسان علمی	ویراستاران به ترتیب حروف الفبا
ریاضی (۱)	حسین شفیع زاده مهرداد کیوان	حسین شفیع زاده مهرداد کیوان	امیرحسین ابومحبوب	محمدسجاد نقیه سجاد داوطلب	محمد حمیدی ابوالفضل ناصری مریم نظری
هندسه (۱)	حمید گلزاری	حمید گلزاری	الما احسانیان	امیرحسین ابومحبوب	ملیحه حاجی بابا ابوالفضل ناصری مریم نظری
فیزیک (۱)	رضا سبزمیدانی	نوید شاهی	محمد باغبان علیرضا جباری محمدجواد سورچی	علیرضا جباری	مرضیه انتخابی فر مهدی بابائی زهره صفری احسان محمدی
شیمی (۱)	عباس سرمایه	عباس سرمایه	عباس سرمایه وحید فارسیان	محمد مرادی سروش عبادی وحید فارسیان	امیرحسین حسینی مهسا خاکی احسان رحیمی هومن زندگی

سرپرست محتوایی: فاطمه آقاچانیپور



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

ریاضی دهم

تست و پاسخ ۱

مجموعه جواب $3 + 2x < 5 - x < 1 + x$ کدام است؟

$$\frac{1}{3} < x < 1 \quad (4)$$

$$\frac{2}{3} < x < \frac{4}{3} \quad (3)$$

$$\frac{2}{3} < x < 2 \quad (2)$$

$$\frac{1}{3} < x < \frac{4}{3} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره دو نامعادله موجود را باید به طور جداگانه حل کنیم.

درس نامه

برای حل نامعادله‌هایی به شکل $ax + b < cx + d < ex + f$ ، کافی است دو نامعادله $ax + b < cx + d$ و $cx + d < ex + f$ را به طور جداگانه حل کرده و اشتراک جواب‌ها را در نظر بگیریم.

پاسخ تشریحی

گام اول: نامساوی داده شده را به صورت دو نامعادله جداگانه می‌نویسیم:

$$\begin{cases} x + 1 < 5 - x \\ 5 - x < 2x + 3 \end{cases}$$

گام دوم: هر یک از نامعادله‌ها را حل می‌کنیم:

$$1) x + 1 < 5 - x \Rightarrow 2x < 4 \Rightarrow x < 2$$

$$2) 5 - x < 2x + 3 \Rightarrow -3x < -2 \Rightarrow x > \frac{2}{3}$$

$$\left. \begin{matrix} x < 2 \\ x > \frac{2}{3} \end{matrix} \right\} \rightarrow \frac{2}{3} < x < 2$$

گام سوم: اشتراک جواب‌ها را به عنوان مجموعه جواب این نامعادله‌ها می‌پذیریم.

تست و پاسخ ۲

اگر $8^{-1/5} - \frac{1}{\sqrt{2}} = 7/5 (\sqrt{2})^a$ آن گاه a کدام است؟

$$7/5 \quad (4)$$

$$-1/5 \quad (3)$$

$$-7/5 \quad (2)$$

$$1/5 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره سؤالات مربوط به توان‌های گویا به طور مکرر در کنکور از جمله مرحله اول ۱۴۰۲ مطرح شده است.

خودت حل کنی بهتره دو طرف تساوی را باید برحسب توان‌های یک عدد یکسان نوشت.

درس نامه

(۱) هرگاه $a > 0$ ، برای هر دو عدد طبیعی m و n داریم:

(۲) اگر $a > 0$ و n عدد طبیعی باشد، آن‌گاه داریم:

(۳) اگر a عددی مثبت و m و n دو عدد گویا باشند، آن‌گاه داریم:

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$a^m \times a^n = a^{m+n}, \quad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

پاسخ تشریحی

گام اول: طرف اول تساوی را تا حد امکان ساده می‌کنیم:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{1\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$8^{-1/5} = \frac{1}{8^{1/5}} = \frac{1}{\sqrt[5]{8}} = \frac{1}{2\sqrt[5]{2}} = \frac{1}{2\sqrt[5]{2}} \times \frac{\sqrt[5]{2}}{\sqrt[5]{2}} = \frac{\sqrt[5]{2}}{4}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} - 8^{-1/5} = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt[5]{2}}{4} = \frac{15\sqrt{2}}{4} = \frac{15}{4} \times \frac{2^{1/2}}{2^{1/5}} = \frac{15}{4} \times 2^{3/10}$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



$$7/5(\sqrt[3]{2})^a = 7/5 \times (\sqrt[3]{2})^a = 7/5 \times 2^{\frac{a}{3}}$$

گام دوم: طرف دوم تساوی را نیز به صورت عبارتی توان‌دار می‌نویسیم:

$$15 \times 2^{-\frac{3}{2}} = 7/5 \times 2^{\frac{a}{3}} \Rightarrow 2 \times 2^{-\frac{3}{2}} = 2^{\frac{a}{3}}$$

گام سوم: طرفین تساوی را برابر هم قرار می‌دهیم و مقدار a را پیدا می‌کنیم:

$$\Rightarrow 2^{-\frac{1}{2}} = 2^{\frac{a}{3}} \Rightarrow -\frac{1}{2} = \frac{a}{3} \Rightarrow a = -\frac{3}{2} = -1/5$$

۳

تست و پاسخ

α و β ریشه‌های دوم عدد $A = 16 + 8\sqrt{3}$ هستند. حاصل $|\alpha| + |\beta| - \frac{A}{2}$ کدام است؟

۴ (۴)

۲ (۳)

-۲ (۲)

-۴ (۱)

۱

پاسخ: گزینه

خودت حل کنی بهتره باید عبارت A را به صورت یک مربع کامل نوشت.

درس نامه...

برای محاسبه عبارت $\sqrt{A \pm \sqrt{B}}$ ، ابتدا مقدار C را از رابطه $C^2 = A^2 - B^2$ به دست می‌آوریم، سپس عبارت را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\sqrt{A \pm \sqrt{B}} = \sqrt{\frac{A+C}{2}} \pm \sqrt{\frac{A-C}{2}}$$

پاسخ تشریحی گام اول: تلاش می‌کنیم تا عبارت A را به صورت یک مربع کامل درآوریم:

$$16 + 8\sqrt{3} = 4 + 12 + 2 \times 2 \times 2\sqrt{3} = (2 + 2\sqrt{3})^2$$

گام دوم: ریشه‌های دوم A را محاسبه کرده و آن‌ها را α و β می‌نامیم. بدیهی است که $|\alpha|$ و $|\beta|$ برابر یکدیگرند: $\alpha = 2 + 2\sqrt{3}$ ریشه مثبت

$$\beta = -2 - 2\sqrt{3} \text{ ریشه منفی}$$

گام سوم: حاصل عبارت صورت سؤال را محاسبه می‌کنیم:

$$|\alpha| + |\beta| - \frac{A}{2} = (2 + 2\sqrt{3}) + (-2 - 2\sqrt{3}) - (8 + 4\sqrt{3}) = -4$$

تذکر

می‌توانیم ریشه‌های دوم عبارت A را با توجه به نکته موجود در درس‌نامه پیدا کنیم.

$$16 + 8\sqrt{3} = 16 + \sqrt{64 \times 3} = 16 + \sqrt{192}$$

$$C^2 = 16^2 - 192 = 64 \Rightarrow C = 8$$

$$\sqrt{16 + 8\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{16+8}{2}} + \sqrt{\frac{16-8}{2}} = 2\sqrt{3} + 2$$

۴

تست و پاسخ

اگر $A = \sqrt{13} - \sqrt{7} - \sqrt{5} - \sqrt{7}$ و $B = 3 + \sqrt{7}$ باشند، آن‌گاه حاصل $\sqrt[4]{B} \times \sqrt{A}$ کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۲

پاسخ: گزینه

مشاوره ساده کردن عبارت‌های رادیکالی با استفاده از اتحادها در کنکور همواره مورد توجه بوده است و به عنوان مثال در کنکور

۱۴۰۱ سؤالی مشابه با این سؤال دیده می‌شود.

خودت حل کنی بهتره مجذور عبارت A را با استفاده از اتحاد مربع دو جمله‌ای به دست آورید.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

درس نامه ●●

برای ضرب دو رادیکال با فرجه‌های متفاوت، ابتدا باید فرجه‌های دو رادیکال را یکسان کنیم که این مقدار یکسان همان ک.م.م دو فرجه است.

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا فرجه‌های دو رادیکال را یکسان می‌کنیم:

$$\sqrt[4]{B} \times \sqrt{A} = \sqrt[4]{B} \times \sqrt[4]{A^2} = \sqrt[4]{BA^2}$$

گام دوم: عبارت A^2 را محاسبه می‌کنیم:

$$A^2 = (\sqrt{13} - \sqrt{7} - \sqrt{5} - \sqrt{7})^2 = 13 - \sqrt{7} + 5 - \sqrt{7} - 2\sqrt{(13 - \sqrt{7})(5 - \sqrt{7})}$$

$$= 18 - 2\sqrt{7} - 2\sqrt{65 - 13\sqrt{7} - 5\sqrt{7} + 7}$$

$$= 18 - 2\sqrt{7} - 2\sqrt{72 - 18\sqrt{7}} = 18 - 2\sqrt{7} - 6\sqrt{8 - 2\sqrt{7}}$$

گام سوم: عبارت $8 - 2\sqrt{7}$ را به صورت مربع کامل نوشته و جذر آن را محاسبه می‌کنیم:

$$8 - 2\sqrt{7} = 7 + 1 - 2\sqrt{7} = (\sqrt{7} - 1)^2 \Rightarrow \sqrt{8 - 2\sqrt{7}} = |\sqrt{7} - 1| = \sqrt{7} - 1$$

گام چهارم: با جای گذاری مقدار A^2 ، عبارت $\sqrt[4]{BA^2}$ را به دست می‌آوریم:

$$A^2 = 18 - 2\sqrt{7} - 6(\sqrt{7} - 1) = 18 - 2\sqrt{7} - 6\sqrt{7} + 6$$

$$= 24 - 8\sqrt{7} = 8(3 - \sqrt{7})$$

$$\sqrt[4]{BA^2} = \sqrt[4]{8(3 - \sqrt{7})(3 + \sqrt{7})} = \sqrt[4]{8(9 - 7)} = \sqrt[4]{16} = 2$$

تست و پاسخ ۵

اگر $3 = \sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{x - 36}$ باشد، آن گاه حاصل $x - \frac{1}{x}$ کدام است؟

۳۹ (۴)

۳۶ (۳)

۳۳ (۲)

۳۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

درس نامه ●●

$$A^3 + B^3 + C^3 = 3ABC$$

اگر A, B, C سه عبارت جبری باشند، در صورتی که $A + B + C = 0$ باشد، داریم:

پاسخ تشریحی گام اول: در تساوی داده شده، همه عبارت‌ها را به یک طرف منتقل می‌کنیم:

$$\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{x - 36} = 3 \Rightarrow \sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{x - 36} - 3 = 0$$

گام دوم: با توجه به این که مجموع سه عبارت برابر صفر است، از نکته موجود در درس نامه استفاده می‌کنیم:

$$A = \sqrt[3]{x}, B = -\sqrt[3]{x - 36}, C = -3$$

$$(\sqrt[3]{x})^3 + (-\sqrt[3]{x - 36})^3 + (-3)^3 = 3(\sqrt[3]{x})(-\sqrt[3]{x - 36})(-3)$$

$$\Rightarrow x - x + 36 - 27 = 9\sqrt[3]{x^2} - 36x \Rightarrow \sqrt[3]{x^2} - 36x = 1$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۳}} x^2 - 36x = 1$$

گام سوم: با تقسیم طرفین رابطه به دست آمده بر x ، عبارت خواسته شده در صورت سؤال را ایجاد می‌کنیم:

$$x^2 - 36x = 1 \xrightarrow{\div x} x - 36 = \frac{1}{x} \Rightarrow x - \frac{1}{x} = 36$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۶

اگر $x^2 - 3x + 1 = 0$ باشد، آن گاه حاصل عبارت $\frac{x^4}{x^4 - x^2 + 1} - \frac{4x^3}{x^4 + x^2 + 1}$ کدام است؟

$$\frac{1}{12} \quad (۴)$$

$$-\frac{1}{12} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{6} \quad (۲)$$

$$-\frac{1}{6} \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۱

خودت حل کنی بهتره سعی کنید به کمک رابطه داده شده، عبارت های موجود در مخرج دو کسر را به دست آورید.

درس نامه

$$\begin{cases} (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \\ (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \end{cases}$$

طبق اتحاد های مربع دوجمله ای داریم:

پاسخ تشریحی گام اول: تساوی $x^2 - 3x + 1 = 0$ را به صورت $x^2 + 1 = 3x$ نوشته و سپس به کمک اتحاد مربع دوجمله ای، عبارت های

موجود در مخرج کسرها را پیدا می کنیم:

$$x^2 + 1 = 3x \xrightarrow{\text{به توان ۲}} x^4 + 2x^2 + 1 = 9x^2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^4 + x^2 + 1 = 9x^2 - x^2 = 8x^2 \\ x^4 - x^2 + 1 = 9x^2 - 3x^2 = 6x^2 \end{cases}$$

گام دوم: عبارت های ساده شده را در عبارت خواسته شده در صورت سؤال جای گذاری می کنیم:

$$\frac{x^4}{x^4 - x^2 + 1} - \frac{4x^3}{x^4 + x^2 + 1} = \frac{x^4}{6x^2} - \frac{4x^3}{8x^2} = \frac{1}{6}x^2 - \frac{1}{2}x = \frac{1}{6}(x^2 - 3x)$$

گام سوم: با توجه به تساوی موجود در صورت سؤال، مقدار عبارت خواسته شده را محاسبه می کنیم:

$$x^2 - 3x + 1 = 0 \Rightarrow x^2 - 3x = -1$$

$$\frac{1}{6}(x^2 - 3x) = \frac{1}{6}(-1) = -\frac{1}{6}$$

تست و پاسخ ۷

حاصل عبارت $\frac{1 + \sqrt{7} - \sqrt{6}}{1 + \sqrt{7} + \sqrt{6}}$ کدام است؟

$$\frac{\sqrt{7} - \sqrt{6}}{4} \quad (۴)$$

$$\frac{\sqrt{7} - \sqrt{6}}{3} \quad (۳)$$

$$\frac{\sqrt{7} - \sqrt{6}}{2} \quad (۲)$$

$$\sqrt{7} - \sqrt{6} \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره ساده کردن عبارت های رادیکالی (شامل گویا کردن کسرها) از سوالات پرتکرار کنکور از جمله کنکور مرحله اول ۱۴۰۳ بوده است.

خودت حل کنی بهتره عبارت $\sqrt{7} - \sqrt{6}$ ، معکوس $\sqrt{7} + \sqrt{6}$ است.

درس نامه

$$(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b}) = a - b \Rightarrow \sqrt{a} + \sqrt{b} = \frac{a - b}{\sqrt{a} - \sqrt{b}}$$

اگر a و b دو عدد حقیقی مثبت باشند، آن گاه داریم:

پاسخ تشریحی گام اول: فرض کنید $A = \sqrt{7} - \sqrt{6}$ باشد. حاصل عبارت $\sqrt{7} + \sqrt{6}$ را بر حسب A محاسبه می کنیم:

$$(\sqrt{7} + \sqrt{6})(\sqrt{7} - \sqrt{6}) = 7 - 6 = 1 \Rightarrow \sqrt{7} + \sqrt{6} = \frac{1}{\sqrt{7} - \sqrt{6}} = \frac{1}{A}$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

گام دوم: در عبارت صورت سؤال، مقادیر را بر حسب A جای گذاری کرده و عبارت را تا حد امکان ساده می کنیم:

$$\frac{1 + (\sqrt{7} - \sqrt{6})}{1 + (\sqrt{7} + \sqrt{6})} = \frac{1 + A}{1 + \frac{1}{A}} = \frac{1 + A}{\frac{A + 1}{A}} = A = \sqrt{7} - \sqrt{6}$$

تست و پاسخ ۸

اگر a و b به ترتیب ریشه بزرگ تر و ریشه کوچک تر معادله $(x+1)(x+3) = 2$ باشند، حاصل $\frac{a}{b} - 7$ کدام است؟

(۱) $-4\sqrt{3}$ (۲) $4\sqrt{3}$ (۳) $2\sqrt{5}$ (۴) $-2\sqrt{5}$

پاسخ: گزینه ۱

خودت حل کنی بهتره برای حل معادله درجه دوم، ابتدا لازم است که همه عبارت ها را به یک طرف تساوی منتقل کنیم.

درس نامه

در حل معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ ، اگر $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ باشد، معادله دارای دو ریشه حقیقی است که این ریشه ها از رابطه زیر به دست می آیند:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

پاسخ تشریحی

گام اول: همه عبارت ها را به یک طرف معادله منتقل کرده و سپس معادله را به روش Δ یا مربع کامل حل می کنیم:

$$(x+1)(x+3) = 2 \Rightarrow x^2 + 4x + 3 = 2$$

$$x^2 + 4x + 4 = 3 \Rightarrow (x+2)^2 = 3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 + 2 = \sqrt{3} \Rightarrow x_1 = -2 + \sqrt{3} = a \\ x_2 + 2 = -\sqrt{3} \Rightarrow x_2 = -2 - \sqrt{3} = b \end{cases}$$

$$\Delta \text{ روش: } x^2 + 4x + 1 = 0$$

$$\Delta = 4^2 - 4(1) = 12$$

$$x_1, x_2 = \frac{-4 \pm 2\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -2 + \sqrt{3} = a \\ x_2 = -2 - \sqrt{3} = b \end{cases}$$

$$\frac{a}{b} - 7 = \frac{-2 + \sqrt{3}}{-2 - \sqrt{3}} - 7 = \frac{-2 + \sqrt{3}}{-2 - \sqrt{3}} \times \frac{-2 + \sqrt{3}}{-2 + \sqrt{3}} - 7$$

$$= \frac{(-2 + \sqrt{3})^2}{4 - 3} - 7 = (4 + 3 - 4\sqrt{3}) - 7 = -4\sqrt{3}$$

گام دوم: مقادیر a و b را در عبارت خواسته شده جای گذاری می کنیم:

تست و پاسخ ۹

اگر خط $x = a$ محور تقارن سهمی گذرنده از دو نقطه $A(2a-1, b)$ و $B(a+3, b)$ باشد، مقدار a کدام است؟

(۱) -2 (۲) 2 (۳) 4 (۴) -4

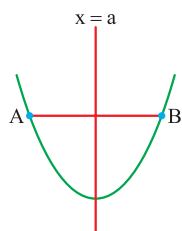
پاسخ: گزینه ۱

خودت حل کنی بهتره طرحی از نقاط داده شده و محور تقارن سهمی را در دستگاه مختصات رسم کنید.

درس نامه

محور تقارن یک سهمی عمود منصف پاره خط هایی است که دو سر آن پاره خط ها، دو نقطه با عرض برابر، واقع بر آن سهمی هستند.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



پاسخ تشریحی گام اول: نقاط A و B دارای عرض برابر هستند، بنابراین عمودمنصف پاره خط AB بر محور

تقارن سهمی منطبق است:

گام دوم: معادله عمودمنصف پاره خط AB را به دست می آوریم. چون عرض این دو نقطه برابر است، پس کافی است میانگین طول های دو نقطه را پیدا کنیم:

$$x = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{2a - 1 + a + 3}{2} \Rightarrow x = \frac{3a + 2}{2}$$

گام سوم: معادله به دست آمده را برابر معادله محور تقارن سهمی قرار می دهیم:

$$\frac{3a + 2}{2} = a \Rightarrow 3a + 2 = 2a \Rightarrow a = -2$$

تست و پاسخ ۱۰

مقدار ماکزیمم سهمی به معادله $y = ax^2 + 4ax + 10$ ، برابر با $(4 - 7a)$ است. ریشه منفی معادله $y = 0$ کدام است؟

$$-7 \quad (4)$$

$$-5 \quad (3)$$

$$-3 \quad (2)$$

$$-1 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره مسائل مرتبط با معادله سهمی یا محور متقارن آن از مهم ترین دسته سوالات کنکور هستند که از جمله در کنکور مرحله اول

۱۴۰۲ دیده شده اند.

خودت حل کنی بهتره مقدار ماکزیمم یا مینیمم سهمی، همان عرض رأس سهمی است.

درس نامه

(۱) سهمی $y = ax^2 + bx + c$ دارای مینیمم است، هرگاه $a > 0$ و دارای ماکزیمم است، هرگاه $a < 0$ باشد.

(۲) مختصات رأس سهمی $y = ax^2 + bx + c$ به صورت $S(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a})$ است.

پاسخ تشریحی گام اول: مختصات رأس سهمی را پیدا می کنیم.

$$x_S = \frac{-4a}{2a} = -2$$

$$y_S = a(-2)^2 + 4a(-2) + 10 = -4a + 10$$

گام دوم: عرض رأس سهمی را برابر مقدار ماکزیمم سهمی قرار می دهیم.

$$-4a + 10 = 4 - 7a \Rightarrow 3a = -6 \Rightarrow a = -2$$

گام سوم: با جای گذاری مقدار a، معادله سهمی را بازنویسی کرده و نقاط برخورد آن با محور x ها را تعیین می کنیم.

$$a = -2 \Rightarrow y = -2x^2 - 8x + 10$$

$$\text{برخورد با محور } x \text{ ها} \xrightarrow{y=0} -2x^2 - 8x + 10 = 0 \xrightarrow{\div(-2)} x^2 + 4x - 5 = 0$$

$$\Rightarrow (x + 5)(x - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -5 \\ x = 1 \end{cases}$$

تست و پاسخ ۱۱

به ازای کدام مقادیر حقیقی a، عبارت $ax^2 - 2(a - 2)x + a$ همواره مثبت است؟

$$a > 1 \quad (4)$$

$$a \neq 0, 2 \quad (3)$$

$$0 < a < 1 \quad (2)$$

$$0 < a < 2 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۴



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

خود حل کنی بهتره یک عبارت جبری در صورتی همواره مثبت یا همواره منفی است که ریشه نداشته باشد.

درس نامه

(۱) عبارت درجه دوم $ax^2 + bx + c$ همواره مثبت است، هرگاه $\Delta < 0$ و $a > 0$ باشد.

(۲) عبارت درجه دوم $ax^2 + bx + c$ همواره منفی است، هرگاه $\Delta < 0$ و $a < 0$ باشد.

پاسخ تشریحی گام اول: عبارت درجه دوم در صورتی همواره مثبت است که اولاً فاقد ریشه باشد، پس شرط $\Delta < 0$ را در نظر می گیریم:

$$\Delta = (-2(a-2))^2 - 4a \times a < 0$$

$$\Rightarrow 4(a-2)^2 - 4a^2 < 0 \xrightarrow{\div 4} a^2 - 4a + 4 - a^2 < 0$$

$$\Rightarrow -4a + 4 < 0 \Rightarrow 4a > 4 \Rightarrow a > 1$$

گام دوم: شرط دوم برای همواره مثبت بودن عبارت درجه دوم آن است که ضریب x^2 مثبت باشد، پس داریم:

گام سوم: اشتراک جواب های دو مرحله قبل را در نظر می گیریم:

$$\left. \begin{array}{l} a > 1 \\ a > 0 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{اشتراک}} a > 1$$

تست و پاسخ ۱۲

جدول تعیین علامت عبارت $P(x) = (x-1)(x^2 - m^2x + 2m - 1)$ به صورت زیر است. حاصل $\alpha + m$ کدام است؟

x	α	۱
P(x)	-	+

-۱ (۴)

۱ (۳)

-۵ (۲)

۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

خود حل کنی بهتره در ریشه های مضاعف، علامت عبارت جبری عوض نمی شود.

درس نامه

(۱) برای تعیین علامت یک عبارت جبری، ریشه تک تک عبارت ها را تعیین می کنیم.

(۲) در دو طرف هر ریشه ساده (ریشه ای که به تعداد فرد تکرار شود)، علامت کل عبارت عوض می شود، ولی در دو طرف ریشه مضاعف (ریشه ای که به تعداد زوج تکرار شود)، علامت عوض نمی شود.

پاسخ تشریحی گام اول: در دو طرف $x=1$ ، علامت عبارت عوض نشده است، بنابراین $x=1$ ریشه مضاعف است. با توجه به این که $x=1$

ریشه عبارت $(x-1)$ است، پس $x=1$ باید ریشه عبارت $(x^2 - m^2x + 2m - 1)$ نیز باشد:

$$x^2 - m^2x + 2m - 1 = 0 \xrightarrow{x=1} 1 - m^2 + 2m - 1 = 0$$

$$\Rightarrow m^2 - 2m = 0 \Rightarrow m(m-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 2 \end{cases}$$

گام دوم: با جای گذاری مقادیر به دست آمده برای m ، ریشه دیگر عبارت را تعیین می کنیم.

$$۱) m = 0 \Rightarrow x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$$

$$۲) m = 2 \Rightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Rightarrow (x-1)(x-3) = 0 \Rightarrow x = 1, 3$$

گام سوم: با توجه به جدول تعیین علامت $\alpha < 1$ است، پس تنها مقدار $m = 0$ و $\alpha = -1$ قابل قبول است. در این صورت داریم:

$$\alpha + m = -1 + 0 = -1$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۱۳

اختلاف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین عدد صحیح و منفی عضو مجموعه جواب نامعادله $\frac{x^2-9}{2x+1} \geq 0$ کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره مجموعه جواب نامعادله، از پرتکرارترین سوالات کنکور است و به عنوان مثال در کنکور ۱۴۰۱ نمونه مشابهی طراحی شده است.

خودت حل کنی بهتره ابتدا باید ریشه‌های صورت و مخرج کسر را تعیین کنیم.

درس نامه

برای تعیین علامت یک عبارت جبری، ابتدا ریشه‌های صورت و مخرج کسر را به طور جداگانه تعیین می‌کنیم و در جدول تعیین علامت به ترتیب از کوچک به بزرگ قرار می‌دهیم. سپس علامت ضرب بزرگ‌ترین توان متغیر را در صورت و مخرج کسر مشخص کرده و حاصل تقسیم این دو علامت را در خانه سمت راست جدول قرار داده و با رسیدن به هر ریشه ساده، علامت را عوض می‌کنیم. در دو طرف ریشه مضاعف، علامت عوض نمی‌شود.

$$x^2 - 9 = 0 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$$

پاسخ تشریحی گام اول: ریشه‌های صورت و مخرج کسر را تعیین می‌کنیم:

$$2x + 1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

گام دوم: علامت ضرب بزرگ‌ترین توان x را در صورت و مخرج تعیین می‌کنیم که هر دو مثبت است، پس علامت خانه سمت راست جدول مثبت است. در ضمن همه ریشه‌ها ساده هستند.

گام سوم: جدول تعیین علامت را رسم می‌کنیم.

$$P(x) = \frac{x^2 - 9}{2x + 1}$$

x	-3	$-\frac{1}{2}$	3
P(x)	-	+	-

گام چهارم: با توجه به علامت نامعادله، تنها مقادیری قابل قبول هستند که حاصل $P(x)$ نامنفی باشد. چون جواب‌های منفی خواسته شده، پس بازه $[-3, -\frac{1}{2}]$ مورد نظر بوده و بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین عدد صحیح در این بازه به ترتیب (-1) و (-3) هستند که اختلاف آن‌ها برابر ۲ است.

تست و پاسخ ۱۴

مجموعه جواب نامعادله $\frac{3x-8}{x-3} < -1$ ، شامل چند عدد طبیعی است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره چنین دسته‌ای از نامعادلات به طور پیوسته مورد توجه طراحان کنکور بوده است و به عنوان مثال در کنکور ۱۳۹۹ سؤالی از

این موضوع وجود دارد.

خودت حل کنی بهتره نامعادله را به نامعادله قدرمطلق تبدیل کنید.

درس نامه

(۱) برای تبدیل نامعادله $a < x < b$ به نامعادله قدرمطلق، کافی است میانگین مقادیر a و b را از همه مقادیر کم کنیم.

$$a < x < b \Rightarrow a - \frac{a+b}{2} < x - \frac{a+b}{2} < b - \frac{a+b}{2} \Rightarrow \frac{a-b}{2} < x - \frac{a+b}{2} < \frac{b-a}{2} \Rightarrow |x - \frac{a+b}{2}| < \frac{b-a}{2}$$

(۲) برای حل نامعادله قدرمطلق $|\frac{ax+b}{cx+d}| < n$ ، کافی است طرفین نامعادله را به توان ۲ برسانیم.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

پاسخ تشریحی گام اول: نامعادله داده شده را به نامعادله قدرمطلق تبدیل می کنیم:

برای این کار از هر سه عبارت، یک واحد کم می کنیم:

$$-1 < \frac{3x-8}{x-3} - 1 < 3 \Rightarrow -2 < \frac{3x-8}{x-3} - 1 < 2 \Rightarrow -2 < \frac{3x-8-x+3}{x-3} < 2$$

$$\Rightarrow -2 < \frac{2x-5}{x-3} < 2 \Rightarrow \left| \frac{2x-5}{x-3} \right| < 2$$

$$\left(\frac{2x-5}{x-3} \right)^2 < 4 \Rightarrow \frac{(2x-5)^2}{(x-3)^2} < 4 \Rightarrow (2x-5)^2 < 4(x-3)^2$$

گام دوم: طرفین نامعادله را به توان ۲ می رسانیم:

$$\Rightarrow 4x^2 - 20x + 25 < 4x^2 - 24x + 36 \Rightarrow 4x < 11 \Rightarrow x < \frac{11}{4}$$

$$x = 1, 2$$

گام سوم: جوابهای طبیعی قابل قبول در این بازه عبارتند از:

تست و پاسخ ۱۵

مجموعه جواب نامعادله $|x^2 + 5x| > |x^2 + mx + 8|$ به صورت بازه (a, b) است. حاصل $b - a$ کدام است؟

۲ (۴)

۳ (۳)

۴ (۲)

۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

خودت حل کنی بهتره طرفین نامعادله را می توانیم به توان ۲ برسانیم تا قدرمطلقها حذف شوند.

درس نامه

جواب نامعادله‌ای از درجه ۱ یا ۳ هیچ‌گاه نمی‌تواند فقط بازه‌ای بین دو عدد حقیقی باشد، چون علامت عبارتی از یک درجه فرد به ازای $+\infty$ و $-\infty$ قطعاً متفاوت است.

پاسخ تشریحی گام اول: طرفین نامعادله را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$|x^2 + 5x| > |x^2 + mx + 8| \Rightarrow (x^2 + 5x)^2 > (x^2 + mx + 8)^2$$

$$\Rightarrow (x^2 + 5x)^2 - (x^2 + mx + 8)^2 > 0$$

$$\Rightarrow (x^2 + 5x - x^2 - mx - 8)(x^2 + 5x + x^2 + mx + 8) > 0$$

$$\Rightarrow ((5-m)x - 8)(2x^2 + (5+m)x + 8) > 0$$

گام دوم: برای آن که جواب نامعادله فوق، یک بازه مانند (a, b) باشد (جواب نامعادله شامل بازه‌ای به صورت $(c, +\infty)$ یا $(-\infty, d)$ نباشد)

$$5 - m = 0 \Rightarrow m = 5$$

باید پیرانتز اول فاقد ریشه باشد، پس داریم:

گام سوم: با جای‌گذاری مقدار m ، نامعادله را حل می‌کنیم:

$$-8(2x^2 + 10x + 8) > 0 \Rightarrow 2x^2 + 10x + 8 < 0$$

$$\xrightarrow{\div 2} x^2 + 5x + 4 < 0 \Rightarrow (x+1)(x+4) < 0$$

$$\Rightarrow -4 < x < -1 \Rightarrow \begin{cases} a = -4 \\ b = -1 \end{cases}$$

$$b - a = (-1) - (-4) = 3$$



هندسه دهم

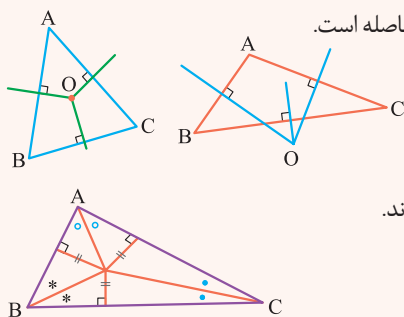
تست و پاسخ ۱۶

کدام یک از نقاط زیر، از سه رأس یک مثلث به یک فاصله است؟

- (۱) نقطه همرسی نیمسازهای داخلی آن
(۲) نقطه همرسی عمودمنصفهای آن
(۳) نقطه همرسی میانه‌های آن
(۴) نقطه همرسی ارتفاع‌های آن

پاسخ: گزینه ۲

درس نامه



در هر مثلث عمودمنصف‌های سه ضلع هم‌رسانند و نقطه همرسی از هر سه رأس مثلث به یک فاصله است.

در هر مثلث نیمسازهای زوایای داخلی هم‌رسانند و این نقطه از هر سه ضلع به یک فاصله‌اند.

پاسخ تشریحی با توجه به درس نامه، ۲ درست است.

تست و پاسخ ۱۷

چند نقطه متمایز برای رأس B در مثلث ABC واقع در صفحه مختصات می‌توان یافت که فاصله رأس B از نقطه A و وسط پاره خط $AC = 4$ به ترتیب ۳ و ۱ واحد باشد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) صفر (۴) ۴

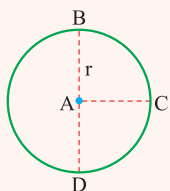
پاسخ: گزینه ۳

مشاوره مجموعه نقاط با فاصله ثابت از یک نقطه موضوع ساده‌ای است که سؤالات متنوعی از آن طراحی می‌شود.

خودت حل کنی بهتره

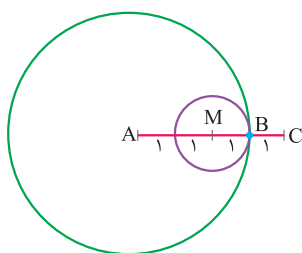
B روی دایره‌ای به مرکز A و شعاع ۳ قرار دارد.
روی دایره‌ای به مرکز M (وسط AC) و شعاع ۱ قرار دارد.

درس نامه مجموعه نقاط با فاصله ثابت از یک نقطه



نقاطی از صفحه که از نقطه ثابت A به فاصله r باشند، روی دایره‌ای به مرکز A و شعاع r قرار می‌گیرند:
پس برای ترسیم مجموعه نقاطی مانند M که در ویژگی $AM = r$ صدق می‌کنند، باید دایره‌ای به مرکز A و شعاع r رسم کنیم.

پاسخ تشریحی فاصله رأس B از نقطه A، ۳ واحد است، پس B روی دایره‌ای به مرکز A و شعاع ۳ قرار دارد (نقطه‌ای روی دایره $(A, 3)$).



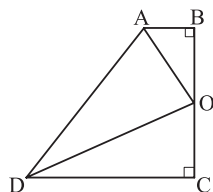
از طرفی طبق فرض سؤال داریم فاصله رأس B از نقطه وسط پاره خط AC نقطه M (۱ واحد است پس B روی دایره‌ای به مرکز M و شعاع ۱ قرار دارد (نقطه‌ای روی دایره $(M, 1)$). نقطه B، نقطه مشترک این دو دایره است. چون تنها نقطه مشترک این دو دایره، روی خط AC واقع است، یعنی مثلی قابل رسم نیست.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

تست و پاسخ ۱۸



مطابق شکل AO و DO نیمسازهای زوایای A و D در دوزنقه قائم الزاویه ABCD هستند. اگر $BC = 12$ باشد،

حاصل ضرب طول قاعده‌های این دوزنقه کدام است؟

۶۰ (۴)

۴۸ (۳)

۳۶ (۲)

۲۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره با داشتن نیمساز زاویه‌ها باید حواسمان به این ویژگی باشد که هر نقطه روی آن از دو ضلع زاویه به یک فاصله است.

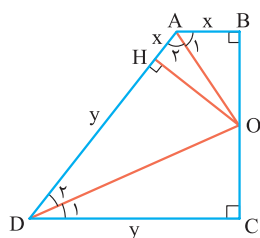
خود حل کنی بهتره از نقطه O بر AD عمود کن و مثلث‌های همنهشت ایجاد شده را پیدا کن.

پاسخ تشریحی گام اول (رسم OH): چون AO نیمساز $\hat{A}$ است، با در نظر داشتن ویژگی نیمساز، از O به AD عمود می‌کنیم. مثلث‌های

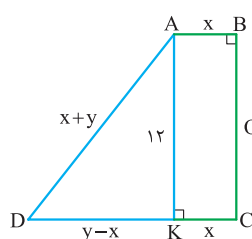
ABO و AHO به حالت تساوی وتر و یک زاویه حاده همنهشت‌اند، پس $AH = AB = x$.

به دلیل مشابه $\triangle DHO$ و $\triangle DCO$ همنهشت هستند و $DH = DC = y$.

در نتیجه داریم:



$$AD = AH + DH = x + y$$



گام دوم (رسم عمود AK): از رأس A عمود AK را بر ضلع CD رسم می‌کنیم. چهارضلعی ABCK مستطیل

بوده و $CK = x$ و در نتیجه $DK = y - x$ و $AK = BC = 12$.

طبق قضیه فیثاغورس در مثلث ADK داریم:

$$AK^2 = AD^2 - DK^2 \Rightarrow 12^2 = (x + y)^2 - (y - x)^2$$

$$\Rightarrow 144 = (x^2 + 2xy + y^2) - (y^2 - 2xy + x^2) = 4xy \Rightarrow xy = 36$$

تست و پاسخ ۱۹

با معلوم بودن طول قطر یک مستطیل و طول دو قطر یک لوزی، به ترتیب چند مستطیل و چند لوزی قابل رسم است؟

۴ بی‌شمار - بی‌شمار

۳ - بی‌شمار

۲ بی‌شمار - ۱

۱ - ۱

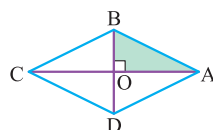
پاسخ: گزینه ۲

درس نامه

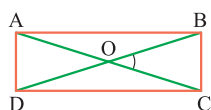
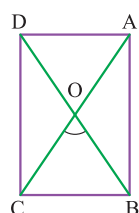
با داشتن طول قطر مربع، طول قطرهای لوزی و (طول یک ضلع و طول قطر مستطیل) این چهارضلعی‌ها به صورت منحصر به فرد قابل رسم هستند.

پاسخ تشریحی با معلوم بودن طول دو قطر یک لوزی، چون قطرهای هر هم عمودند، مثلث OAB به صورت منحصر به فرد قابل رسم است.

لذا لوزی نیز به صورت منحصر به فرد قابل رسم است.



اما با معلوم بودن طول قطر یک مستطیل چون زاویه بین قطرهای معلوم نیست، مثلث BOC به صورت واحد قابل رسم نیست، پس بی‌شمار مستطیل داریم.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۲۰

کدام یک از گزاره‌های زیر را می‌توان به صورت قضیه دوشرطی نوشت؟

- (۱) هر دو مثلث هم‌نهشت، متشابه هستند.
- (۲) اگر همه زوایای یک چندضلعی برابر باشند، اضلاع آن نیز با هم برابرند.
- (۳) هر مربع، دو قطر برابر و عمود بر هم دارد.
- (۴) اگر دو ضلع مثلثی برابر یکدیگر باشند، ارتفاع‌های نظیر آن اضلاع مساوی یکدیگرند.

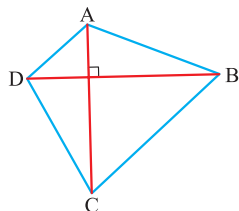
پاسخ: گزینه ۴

مشاوره ویژگی‌های چندضلعی‌های مختلف را به خوبی بلد باشید که پای ثابت سوال‌های این فصل است.

خودت حل کنی بهتره گزینه‌ها را به ترتیب مطالعه کن و سعی کن برای خودشان یا عکس آن‌ها مثال نقض پیدا کنی.

پاسخ تشریحی بررسی گزینه‌ها:

- (۱) هر دو مثلث هم‌نهشت، متشابه هستند ولی عکس این گزاره برقرار نیست، یعنی دو مثلث متشابه لزوماً هم‌نهشت نیستند. مثلاً هر دو مثلث متساوی‌الاضلاع دلخواه متشابه هستند، ولی اضلاع آن‌ها لزوماً برابر نیست و هم‌نهشت نیستند.
- (۲) این گزاره و عکس آن هیچ‌کدام درست نیستند. مثلاً مستطیل چهار زاویه برابر دارد ولی اضلاع آن فقط دو به دو برابر یکدیگرند و برعکس لوزی چهار ضلع برابر دارد ولی زوایای آن فقط دو به دو برابر یکدیگرند.
- (۳) هر مربع دو قطر برابر و عمود بر هم دارد ولی عکس این گزاره برقرار نیست، یعنی چهار ضلعی‌ای که دو قطر برابر و عمود بر هم داشته باشد، لزوماً مربع نیست مانند شکل مقابل:



$$AC = BD, AC \perp BD$$

- (۴) اگر دو ضلع مثلثی برابر یکدیگر باشند، ارتفاع‌های نظیر آن اضلاع مساوی یکدیگرند و برعکس اگر ارتفاع‌های نظیر دو ضلع مثلثی مساوی یکدیگر باشند، آن دو ضلع نیز با هم مساوی‌اند، پس این گزاره را می‌توان به صورت قضیه دوشرطی نوشت.

تست و پاسخ ۲۱

در مثلث ABC، نیمسازهای داخلی و خارجی زوایای B و C به ترتیب در نقاط I و I' متقاطع هستند. اگر زاویه‌های BI'C و BIC به ترتیب متناسب با اعداد ۳ و ۵ باشند، زاویه A چند درجه است؟

$$۴۵ \quad (۴)$$

$$۴۰ \quad (۳)$$

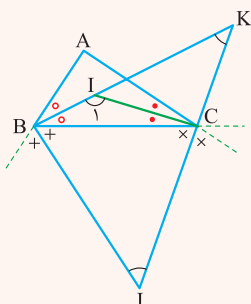
$$۳۵ \quad (۲)$$

$$۳۰ \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۴

درس نامه...

- (۱) مجموع زاویه‌های داخلی هر مثلث 180° است.
- (۲) مجموع زاویه‌های داخلی هر چهارضلعی 360° است.
- (۳) مطابق شکل در مثلث ABC نیمسازهای داخلی و خارجی زوایای B و C رسم شده‌اند:





پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

$$\hat{I}BJ = \hat{I}CJ = 90^\circ$$

الف) زاویه بین نیمساز داخلی و نیمساز خارجی هر زاویه از یک مثلث، 90° است:

$$\hat{I}_1 = 90^\circ + \frac{\hat{A}}{2}$$

ب) زاویه منفرجه بین هر دو نیمساز داخلی، برابر است با 90° به علاوه نصف زاویه سوم مثلث:

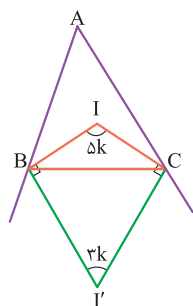
$$\hat{J} = 90^\circ - \frac{\hat{A}}{2}$$

پ) زاویه حاده بین هر دو نیمساز خارجی، برابر است با 90° منهای نصف زاویه سوم مثلث:

$$\hat{K} = \frac{\hat{A}}{2}$$

ت) زاویه حاده بین نیمساز داخلی یک زاویه و نیمساز خارجی زاویه دیگر، برابر است با نصف زاویه سوم مثلث:

پاسخ تشریحی می‌دانیم نیمسازهای داخلی و خارجی هر زاویه بر هم عمودند، پس $\hat{I}BI' = \hat{ICI}' = 90^\circ$.



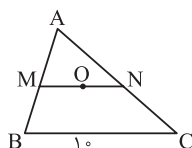
$\Rightarrow \delta k + 3k = 180^\circ \Rightarrow k = 22/5^\circ$ مجموع زاویه‌های داخلی چهارضلعی $IBI'C$ ، 360° است.

$$\hat{I} = 90^\circ + \frac{\hat{A}}{2} \Rightarrow 22/5^\circ \times 5 = 90^\circ + \frac{\hat{A}}{2} \Rightarrow 22/5^\circ = \frac{\hat{A}}{2} \Rightarrow \hat{A} = 45^\circ$$

تست و پاسخ ۲۲

در شکل مقابل، O نقطه هم‌رسی نیمسازهای زاویه‌های مثلث ABC است و $MN \parallel BC$. اگر محیط مثلث AMN

برابر ۲۰ باشد، محیط مثلث ABC کدام است؟



۳۰ (۲)

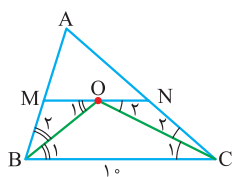
۲۵ (۱)

۴۰ (۴)

۳۵ (۳)

پاسخ: گزینه ۲

خود حل کنی بهتره MN و BC موازی‌اند. با در نظر گرفتن خطوط موازی و مورب از نقطه O به B و C وصل کن و به زوایای برابر دقت کن.



پاسخ تشریحی گام اول (رسم OB و OC):

$$MN \parallel BC \Rightarrow \hat{O}_1 = \hat{B}_1 \xrightarrow{\hat{B}_1 = \hat{B}_2} \hat{O}_1 = \hat{B}_2$$

$$MN \parallel BC \Rightarrow \hat{O}_2 = \hat{C}_1 \xrightarrow{\hat{C}_1 = \hat{C}_2} \hat{O}_2 = \hat{C}_2$$

$$OM = MB, ON = NC$$

پس دو مثلث MBO و NCO متساوی‌الساقین هستند و در نتیجه:

$$\Delta AMN \text{ محیط} = AM + AN + (MO + ON) = AM + AN + (MB + NC) = AB + AC = 20 \text{ (محاسبه محیط مثلث):}$$

$$AB + AC + BC = 20 + 10 = 30$$

پس $AB + AC = 20$ و چون $BC = 10$ است، محیط مثلث ABC برابر است با:

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۲۳

چهارضلعی ABCD با اضلاع $AB = 2$ ، $BC = 4$ ، $CD = 8$ ، $AD = 5$ را در نظر بگیرید. اگر اندازه قطر BD در این چهارضلعی عددی صحیح باشد، میانگین مقادیر ممکن برای اندازه قطر BD کدام است؟

۶ (۴)

۵ / ۵ (۳)

۵ (۲)

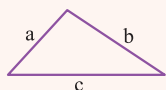
۴ / ۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

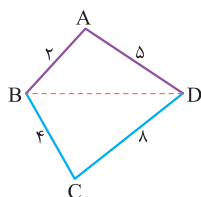
خودت حل کنی بهتره وقتی طول دو ضلع مثلث را داری و برای ضلع سوم به دنبال مقادیر قابل قبول هستی، باید سراغ نامساوی مثلثی بروی.

درس نامه

نامساوی مثلثی: در هر مثلث طول هر ضلع از مجموع طول‌های دو ضلع دیگر کم‌تر و از تفاضل آن‌ها بیشتر است.



$$|b - c| < a < b + c$$



پاسخ تشریحی نامساوی مثلث را در مثلث ABD و BCD می‌نویسیم:

$$\left. \begin{array}{l} \triangle ABD: 5 - 2 < BD < 5 + 2 \\ \triangle BCD: 8 - 4 < BD < 8 + 4 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{اشتراک}} 4 < BD < 7 \Rightarrow BD = 5 \text{ یا } 6 \Rightarrow \text{میانگین مقادیر ممکن} = \frac{5+6}{2} = 5.5$$

تست و پاسخ ۲۴

اگر $\frac{a}{a-2} = \frac{b}{b+3}$ ، آنگاه حاصل $\frac{(b-a)^2}{b^2-a^2}$ کدام است؟

۳ $\frac{4}{5}$ (۴)

۳ $\frac{2}{5}$ (۳)

۳ $\frac{2}{5}$ (۲)

۳ $\frac{1}{5}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره برای حل کردن این مدل سؤال‌ها باید به تمام ویژگی‌های تناسب مسلط باشی!

درس نامه

هنگام کار با تناسب‌ها با استفاده از ویژگی‌های زیر روابط جدیدی می‌سازیم تا به کسرهای مطلوب صورت سؤال برسیم.

۱) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad = bc$

۲) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c}$

۳) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{d}{b} = \frac{c}{a}$ یا $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$

۴) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$ یا $\frac{a}{a+b} = \frac{c}{c+d}$

۵) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$ یا $\frac{a}{a-b} = \frac{c}{c-d}$

۶) $\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \dots = \frac{a_n}{b_n} = K \Rightarrow \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{b_1 + b_2 + \dots + b_n} = K$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

پاسخ تشریحی با استفاده از ویژگی‌های تناسب سعی می‌کنیم $\frac{a}{b}$ را به دست آوریم:

$$\frac{a}{a-2} = \frac{b}{b+3} \xrightarrow{\text{تفضیل در مخرج}} \frac{a}{(a-2)-a} = \frac{b}{(b+3)-b} \Rightarrow \frac{a}{-2} = \frac{b}{3}$$

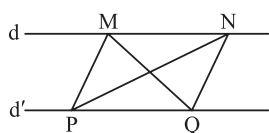
$$\xrightarrow{\text{تعویض طرفین}} \frac{a}{b} = \frac{-2}{3} \Rightarrow \begin{cases} a = -2k \\ b = 3k \end{cases}$$

برای تبدیل کردن a و b بر حسب یک مجهول، از نسبت آن‌ها استفاده می‌کنیم و هر دو را بر حسب k می‌نویسیم.

$$\Rightarrow \frac{(b-a)^3}{b^3-a^3} = \frac{(3k-(-2k))^3}{3k^3-(-2k)^3} = \frac{125k^3}{35k^3} = \frac{25}{7} = 3\frac{4}{7}$$

تست و پاسخ ۲۵

مطابق شکل، مساحت مثلث MPQ برابر با ۴ واحد مربع و طول NP برابر با ۵ واحد است. فاصله نقطه Q از NP کدام است؟



$$۱/۲۵ (۲)$$

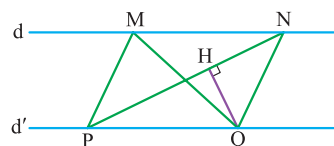
$$۰/۷۵ (۱)$$

$$۱/۶ (۴)$$

$$۰/۸ (۳)$$

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی $d \parallel d'$ پس ارتفاع وارد بر قاعده PQ در دو مثلث MPQ و NQP مساوی است، داریم:



$$S_{MPQ} = S_{NPQ} = 4 \Rightarrow \frac{QH \times NP}{2} = 4 \Rightarrow QH \times 5 = 8 \Rightarrow QH = \frac{8}{5} = 1\frac{3}{5}$$



فیزیک دهم

تست و پاسخ ۲۶

چند مورد از موارد زیر در مدل سازی آرمانی حرکت پرتابی توپ بسکتبال قابل چشم پوشی است؟



الف) مقاومت هوا و اثر وزش باد

ب) نیروی گرانشی وارد بر توپ

پ) تغییر نیروی گرانش به دلیل تغییر ارتفاع توپ

ت) چرخش توپ در هنگام حرکت

ث) اندازه و شکل توپ

۳ (۲)

۲ (۱)

۵ (۴)

۴ (۳)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی در مدل سازی آرمانی حرکت پرتابی توپ بسکتبال از دو عامل اصلی و به شدت تأثیرگذار نمی توانیم چشم پوشی کنیم:

اول: نیروی گرانشی وارد بر توپ: چون اگر این عامل را حذف کنیم، توپ بسکتبال هرگز به سمت زمین بر نمی گردد و روی یک خط راست از کره زمین دور می شود. (مورد ب)

دوم: جهت حرکت اولیه توپ: زیرا اگر جهت حرکت اولیه را تغییر دهیم، سرنوشت مسیر توپ تغییر خواهد کرد. مثلاً به جای این که وارد حلقه شود به سر و صورت تماشاگران برخورد می کند.

از تمامی موارد دیگر می توانیم چشم پوشی کنیم، چون تأثیر آن ها چشم گیر نیست.

الف) برای سادگی فرض می کنیم توپ در خلأ حرکت می کند و از مقاومت هوا و اثر وزش باد خبری نیست.

پ) تغییر فاصله توپ از مرکز زمین (تغییر ارتفاع توپ) در مقایسه با شعاع کره زمین خیلی ناچیز است. برای همین با خیال راحت بی خیال آن می شویم.

ت) چرخش توپ به دور خودش چندان مسیر توپ را جابه جا نمی کند پس می توانیم آن را نادیده بگیریم.

ث) از اندازه و شکل توپ و ناهمواری های روی سطح توپ (درزها و برجستگی ها) چشم پوشی می کنیم و آن را به صورت یک جسم نقطه ای در نظر می گیریم تا با بی نهایت ذره در حال حرکت طرف نباشیم و محاسباتمان ساده تر باشد.

تست و پاسخ ۲۷

هواپیمایی در فاصله ۴۰۰۰۰ ft از سطح آزاد دریاها در حال پرواز است. ارتفاع این هواپیما بر حسب متر و به صورت نمادگذاری علمی، کدام است؟

(۱ in = ۲/۵ cm و ۱ ft = ۱۲ in)

۱/۲ × ۱۰^۴ (۴)

۱/۲ × ۱۰^۶ (۳)

۱۲ × ۱۰^۵ (۲)

۱۲ × ۱۰^۳ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

درس نامه ۱۰۰۰ (۱) برای تبدیل یکای کمیت به روش زنجیره ای به صورت زیر عمل می کنیم:

از یک ضریب تبدیل که یکاهایی در صورت و مخرج آن نوشته شده و برابر عدد یک است، طوری استفاده می کنیم که یکاها بتوانند با هم ساده شوند و ما را به یکای مورد نظر برسانند؛ مثلاً برای تبدیل $\frac{km}{h}$ به $\frac{m}{s}$ داریم:

$$90 \frac{km}{h} = 90 \cdot \frac{km}{h} \times \frac{10^3 m}{1 km} \times \frac{1 h}{3600 s} = 25 \frac{m}{s}$$

این ضریب تبدیل برابر (۱) است. این ضریب تبدیل معادل (۱) است.

(۲) در نمادگذاری علمی، عدد به صورت $a \times 10^n$ نوشته می شود که در آن $1 \leq a < 10$ و n عددی صحیح است.

$$0.000073 kg = 7.3 \times 10^{-5} kg$$

مثال:

$$8452000 \frac{m}{s} = 8.452 \times 10^6 \frac{m}{s}$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

پاسخ تشریحی در ابتدا (۱) و (۲) با ما خدا حافظی می کنند، چون به صورت نماد علمی نیستند.

حال به روش زنجیره ای، فاصله هواپیما تا سطح آزاد دریا را بر حسب سانتی متر به دست می آوریم:

$$40000 \text{ ft} = 40000 \text{ ft} \times \frac{12 \text{ in}}{1 \text{ ft}} \times \frac{2.54 \text{ cm}}{1 \text{ in}} \times \frac{1 \text{ m}}{100 \text{ cm}} = 4 \times 10^4 \times 12 \times 2.54 \times 10^{-2} \text{ m} = 12 \times 10^4 \times 10 \times 10^{-2} \text{ m} = 12 \times 10^2 \text{ m} = 1.2 \times 10^3 \text{ m}$$

$4 \times 2.54 = 10$

تست و پاسخ ۲۸

یک کشتی با تندی ثابت ۱۶ گره دریایی در حال حرکت است. این کشتی مسافت ۵ مایلی را در مدت چند دقیقه طی می کند؟ (هر گره دریایی

برابر 1.85 m/s و هر مایل برابر 1.609 km است.)

$$1/175 (4)$$

$$3/75 (3)$$

$$18/75 (2)$$

$$37/5 (1)$$

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی گام اول: خواسته سؤال این است که «کشتی مسافت ۵ مایلی را در چند دقیقه طی می کند»، بنابراین تندی کشتی را

بر حسب $(\frac{\text{mile}}{\text{min}})$ به روش زنجیره ای به دست می آوریم.

$$16 \text{ (گره دریایی)} = 16 \text{ (گره دریایی)} \times \frac{1.85 \text{ m/s}}{1 \text{ (گره دریایی)}} \times \frac{1 \text{ mile}}{1609 \text{ m}} \times \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = \frac{16 \times 1.85 \times 60}{1609} \frac{\text{m}}{\text{s}} \times \frac{\text{mile}}{\text{min}} = \frac{4}{15} \frac{\text{mile}}{\text{min}}$$

گام دوم: به کمک رابطه $t = \frac{1}{v}$ ، مدت زمان طی شده را به دست می آوریم:

$$t = \frac{1}{v} \Rightarrow t = \frac{5}{(\frac{4}{15})} = \frac{75}{4} = 18.75 \text{ min}$$

تست و پاسخ ۲۹

مقدارهایی که یک کولیس و یک ریزسنج بر حسب میلی متر نشان می دهند، به شکل زیر است. دقت اندازه گیری این کولیس و ریزسنج به

ترتیب از راست به چپ، چند متر است؟



$$10^{-6}, 10^{-6} (4)$$

$$10^{-5}, 10^{-6} (3)$$

$$10^{-6}, 10^{-5} (2)$$

$$10^{-5}, 10^{-5} (1)$$

پاسخ: گزینه ۲

درس نامه دقت اندازه گیری وسایل مدرج، برابر کمترین درجه بندی آن وسیله است.

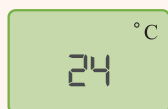


دقت اندازه گیری = ۱ cm

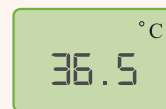


دقت اندازه گیری = $\frac{1}{5} \text{ cm} = 0.2 \text{ cm}$

دقت اندازه گیری وسایل دیجیتال (رقمی)، برابر یک واحد از آخرین رقمی است که آن وسیله می خواند.



دقت اندازه گیری = ۱ °C



دقت اندازه گیری = ۰/۱ °C

پاسخ تشریحی گام اول: کولیس دیجیتالی، (شکل سمت راست) عدد $16/67 \text{ mm}$ را نمایش می دهد؛ بنابراین دقت اندازه گیری آن

$$10^{-2} \text{ mm} = 10^{-2} \text{ mm} \times \frac{10^{-3} \text{ m}}{1 \text{ mm}} = 10^{-5} \text{ m}$$

حال $0/1 \text{ mm}$ را به متر تبدیل می کنیم:

گام دوم: ریزسنج دیجیتالی (شکل سمت چپ)، عدد $20/80 \text{ mm}$ را نشان می دهد؛ بنابراین دقت اندازه گیری آن $0/001 \text{ mm}$ است که

$$10^{-3} \text{ mm} = 10^{-3} \text{ mm} \times \frac{10^{-3} \text{ m}}{1 \text{ mm}} = 10^{-6} \text{ m}$$

بر حسب متر برابر است با:

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۳۰

مقدارهای اندازه‌گیری شده برای شتاب گرانش زمین در یک مکان، در آزمایشی که چند مرتبه تکرار شده، در جدول زیر آمده است. مقدار مناسب برای گزارش شتاب گرانش زمین در این مکان، چند نیوتون بر کیلوگرم است؟

شماره آزمایش	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
شتاب گرانش (N/kg)	۹/۵	۹/۷	۹/۶	۹/۷	۱۱/۱	۹/۵	۹/۸	۹/۶	۱۱/۱	۹/۴

۹/۹ (۴)

۹/۸ (۳)

۹/۶ (۲)

۹/۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

درس نامه یکی از راه‌های کاهش خطای اندازه‌گیری، افزایش تعداد دفعات اندازه‌گیری و میانگین گرفتن بین داده‌ها است. دقت کنید که در میانگین‌گیری، داده‌هایی که فاصله چشمگیری از سایر داده‌ها دارند، کنار می‌روند و در میانگین‌گیری محسوب نمی‌شوند.

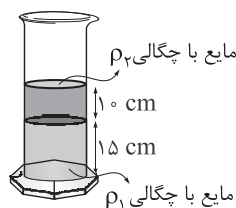
پاسخ تشریحی جهت گزارش مقدار مناسب برای شتاب گرانش در این مکان باید میانگین داده‌های اندازه‌گیری شده را به دست آوریم. با توجه به این که داده‌های شماره ۵ و ۹، تفاوت آشکاری با سایر داده‌ها دارند، در میانگین‌گیری به حساب نمی‌آیند.

$$g = \frac{g_1 + g_2 + g_3 + g_4 + g_6 + g_7 + g_8 + g_{10}}{8} = \frac{9/5 + 9/7 + 9/6 + 9/7 + 9/5 + 9/8 + 9/6 + 9/4}{8}$$

$$= 9 + \frac{0/5 + 0/7 + 0/6 + 0/7 + 0/5 + 0/8 + 0/6 + 0/4}{8} = 9 + \frac{4/8}{1} = 9 + 0/6 = 9/6 \text{ N/kg}$$

تست و پاسخ ۳۱

در شکل زیر، در ظرفی استوانه‌ای به قطر مقطع ۲۰ cm، دو مایع مخلوط‌نشده به چگالی‌های ۰/۸ g/cm^۳ و ۱/۲ g/cm^۳ ریخته شده است. مجموع جرم دو مایع ریخته شده در ظرف چند کیلوگرم است؟



۲/۴π (۱)

۲/۶π (۲)

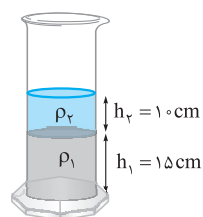
۹/۶π (۳)

۱۰/۴π (۴)

پاسخ: گزینه ۲

نکته اگر در ظرفی چند مایع مخلوط‌نشده ریخته شود، هر چه یک مایع پایین‌تر باشد، چگالی‌اش بیشتر است.

پاسخ تشریحی گام اول: طبق نکته‌ای که گفتیم مایع پایین دارای چگالی ۱/۲ g/cm^۳ و مایع بالا دارای چگالی ۰/۸ g/cm^۳ است.



$$\rho_1 = 1/2 \text{ g/cm}^3, \rho_2 = 0/8 \text{ g/cm}^3$$

گام دوم: حجم هر یک از مایع‌ها را حساب می‌کنیم:

$$V = Ah \Rightarrow \begin{cases} V_1 = Ah_1 \xrightarrow[A=100\pi \text{ cm}^2]{h_1=15 \text{ cm}} V_1 = 100\pi \times 15 = 1500\pi \text{ cm}^3 \\ V_2 = Ah_2 \xrightarrow[A=100\pi \text{ cm}^2]{h_2=10 \text{ cm}} V_2 = 100\pi \times 10 = 1000\pi \text{ cm}^3 \end{cases}$$

گام سوم: جرم هر یک از مایع‌ها را حساب می‌کنیم. طبق رابطه $\rho = \frac{m}{V}$ داریم:

$$\rho_1 = \frac{m_1}{V_1} \xrightarrow[V_1=1500\pi \text{ cm}^3]{\rho_1=1/2 \text{ g/cm}^3} 1/2 = \frac{m_1}{1500\pi} \Rightarrow m_1 = 1500\pi \text{ g} = 1/8\pi \text{ kg}$$

$$\rho_2 = \frac{m_2}{V_2} \xrightarrow[V_2=1000\pi \text{ cm}^3]{\rho_2=0/8 \text{ g/cm}^3} 0/8 = \frac{m_2}{1000\pi} \Rightarrow m_2 = 800\pi \text{ g} = 0/8\pi \text{ kg}$$

$$m_1 + m_2 = 1/8\pi + 0/8\pi = 2/6\pi \text{ kg}$$

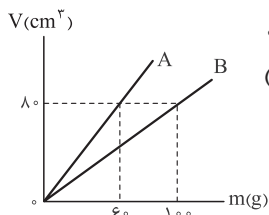
گام چهارم: مجموع جرم مایع‌ها را حساب می‌کنیم:



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

تست و پاسخ ۳۲



نمودار حجم بر حسب جرم دو مایع A و B به شکل مقابل است. اگر چگالی مخلوطی از این دو مایع برابر 0.95 g/cm^3 باشد، در این مخلوط جرم مایع A چند برابر جرم مایع B است؟ (از تغییر حجم در اثر مخلوط شدن صرف نظر شود.)

$$\frac{3}{2} \quad (2)$$

$$\frac{10}{9} \quad (4)$$

$$\frac{2}{3} \quad (1)$$

$$\frac{9}{10} \quad (3)$$

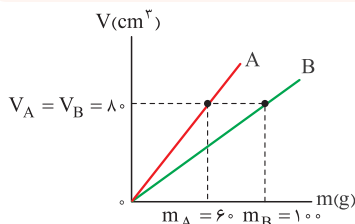
پاسخ: گزینه ۲

درس نامه چگالی مخلوطی از چند جسم از رابطه زیر محاسبه می شود:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_{\text{مخلوط}}}{V_{\text{مخلوط}}} \rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2 + \dots}{V_1 + V_2 + \dots}$$

اگر حجم هر یک از مواد را نداشته باشیم، می توانیم به جای V مقدار $\frac{m}{\rho}$ را برای هر ماده قرار دهیم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2 + \dots}{\frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2} + \dots}$$



پاسخ تشریحی گام اول: چگالی ماده های A و B را حساب می کنیم. با توجه به نمودار زیر داریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \begin{cases} \rho_A = \frac{60}{10} = 0.75 \text{ g/cm}^3 \\ \rho_B = \frac{100}{15} = 1.25 \text{ g/cm}^3 \end{cases}$$

گام دوم: با توجه به چگالی مخلوط، نسبت $\frac{m_A}{m_B}$ را حساب می کنیم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B} \rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_A + m_B}{\frac{m_A}{\rho_A} + \frac{m_B}{\rho_B}}$$

$$\frac{\rho_{\text{مخلوط}} = 0.95 \text{ g/cm}^3}{\rho_A = 0.75 \text{ g/cm}^3, \rho_B = 1.25 \text{ g/cm}^3} \rightarrow 0.95 = \frac{m_A + m_B}{\frac{m_A}{0.75} + \frac{m_B}{1.25}} \Rightarrow \frac{0.95}{0.75} m_A + \frac{0.95}{1.25} m_B = m_A + m_B$$

$$\Rightarrow \frac{0.95}{0.75} m_A = \frac{0.95}{1.25} m_B \Rightarrow \frac{2}{3} m_A = \frac{3}{5} m_B \Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = \frac{9}{10}$$

تست و پاسخ ۳۳

محلول A حاصل مخلوط شدن جرم یکسانی از دو مایع و محلول B حاصل مخلوط شدن حجم یکسانی از همان دو مایع است. اگر چگالی محلول A، ۴ درصد کم تر از چگالی محلول B باشد، نسبت چگالی این دو مایع کدام است؟ (در اثر مخلوط شدن، حجم کل دو مایع تغییر نمی کند.)

$$\frac{5}{6} \quad (4)$$

$$\frac{4}{5} \quad (3)$$

$$\frac{3}{4} \quad (2)$$

$$\frac{2}{3} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره آگه نتوانستی به این سؤال توی آزمون جواب بدی، نگران نباش. الان که دارای تحلیل می کنی، به کاغذ و خودکار بذار جلوت و کامل فودت حل کن و با حل سؤال پیش برو.

پاسخ تشریحی

گام اول: چگالی محلول های A و B را حساب می کنیم:

$$\rho_A = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} \xrightarrow{m_1 = m_2 = m} \rho_A = \frac{2m}{\frac{m}{\rho_1} + \frac{m}{\rho_2}} = \frac{2}{\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2}} = \frac{2\rho_1\rho_2}{\rho_1 + \rho_2} \quad (1)$$

$$\rho_B = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} \xrightarrow{V_1 = V_2 = V} \rho_B = \frac{\rho_1 V + \rho_2 V}{2V} = \frac{\rho_1 + \rho_2}{2} \quad (2)$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام دوم: نسبت چگالی دو ماده را حساب می‌کنیم:

$$\rho_A = \rho_B - \frac{4}{100} \rho_B = \frac{96}{100} \rho_B \xrightarrow{(2),(1)}$$

$$\frac{2\rho_1\rho_2}{\rho_1 + \rho_2} = \frac{96}{100} \frac{\rho_1 + \rho_2}{2} \Rightarrow \rho_1\rho_2 = \frac{6}{25} (\rho_1 + \rho_2)^2 \Rightarrow \rho_1^2 - \frac{13}{6} \rho_1\rho_2 + \rho_2^2 = 0 \xrightarrow[\text{متغیر } \rho_1]{\text{حل معادله درجه ۲}} \Delta = \left(-\frac{13}{6}\rho_2\right)^2 - 4(\rho_2^2)(1)$$

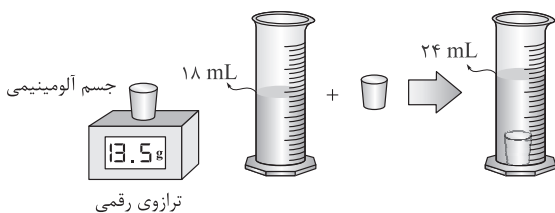
$$= \frac{169}{36} \rho_2^2 - 4\rho_2^2 = \frac{25}{36} \rho_2^2 \Rightarrow \rho_1 = \frac{\frac{13}{6}\rho_2 \pm \sqrt{\frac{25}{36}\rho_2^2}}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \rho_1 = \frac{\frac{13}{6}\rho_2 + \frac{5}{6}\rho_2}{2} = \frac{3}{2}\rho_2 \\ \rho_1 = \frac{\frac{13}{6}\rho_2 - \frac{5}{6}\rho_2}{2} = \frac{4}{12}\rho_2 = \frac{1}{3}\rho_2 \end{cases}$$

بنابراین نسبت چگالی دو ماده $\frac{3}{2}$ یا $\frac{2}{3}$ است.

تست و پاسخ ۳۴

در یک آزمایش، حجم و جرم یک قطعه از جنس آلومینیم را به شکل زیر، پیدا می‌کنیم. با توجه به داده‌های روی شکل، حجم حفره خالی درون این قطعه چند سانتی‌متر مکعب است؟ (چگالی آلومینیم 2.7 g/cm^3 است.)



۱ (۱)

۲/۷ (۲)

۵ (۳)

۵/۵ (۴)

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره چگالی، یکی از مهم‌ترین مطالب در فصل اول از کتاب درسی فیزیک ۱ است. در آزمون‌ها، مبحث چگالی نه تنها سؤال‌های خاص مربوط به خود را دارد، بلکه به راحتی با مطالب دیگری از فیزیک مانند فشار، گرما و ... ترکیب می‌شود.

خودت حل کنی بهتره با معلوم بودن جرم و چگالی این قطعه آلومینیم، حجم واقعی فلز به کاررفته در آن را حساب کنید. سپس با استفاده از مقادیر داده شده در شکل، حجم ظاهری آن را به دست آورید. حجم حفره خالی برابر است با اختلاف حجم ظاهری و حجم واقعی جسم.

درس نامه چگالی: نسبت جرم به حجم یک ماده همگن را چگالی آن می‌گوییم.

$$\rho = \frac{m}{V}$$

m: جرم (kg)

V: حجم (m^3)

ρ : چگالی (kg/m^3)

نکات ۱ اگر جرم برحسب گرم و حجم برحسب سانتی‌متر مکعب به کار روند، یکای چگالی، گرم بر سانتی‌متر مکعب خواهد بود.

۲ حجم V که در رابطه چگالی از آن استفاده می‌شود، حجم ماده همگنی است که در تشکیل جسم به کار می‌رود.

۳ اگر جسمی دارای حفره خالی باشد، داریم:

$$\Delta V = V' - V$$

ΔV : حجم حفره خالی

V' : حجم ظاهری جسم

V: حجم واقعی جسم

پاسخ تشریحی گام اول: با استفاده از رابطه چگالی، حجم فلز به کاررفته در این قطعه را به دست می‌آوریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \xrightarrow[\rho=2.7 \text{ g/cm}^3]{m=13.5 \text{ g}} 2.7 = \frac{13.5}{V} \Rightarrow V = \frac{13.5}{2.7} = 5 \text{ cm}^3$$

$$V' = 24 - 18 = 6 \text{ mL} = 6 \text{ cm}^3$$

گام دوم: با استفاده از مقادیر داده شده در شکل، حجم ظاهری قطعه را حساب می‌کنیم:

$$\Delta V = V' - V \xrightarrow[V=5 \text{ cm}^3]{V'=6 \text{ cm}^3} \Delta V = 6 - 5 = 1 \text{ cm}^3$$

گام سوم: اکنون حجم حفره خالی داخل جسم به دست می‌آید:

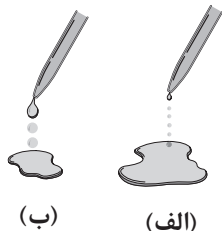


پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

تست و پاسخ ۳۵

شکل‌های زیر خروج قطره‌های روغن با دمای متفاوت را از دهانه دو قطره‌چکان نشان می‌دهند. به ترتیب از راست به چپ، در کدام شکل نیروی هم‌چسبی مولکول‌های روغن و در کدام شکل دمای روغن بیشتر است؟



(۱) الف، الف

(۲) الف، ب

(۳) ب، الف

(۴) ب، ب

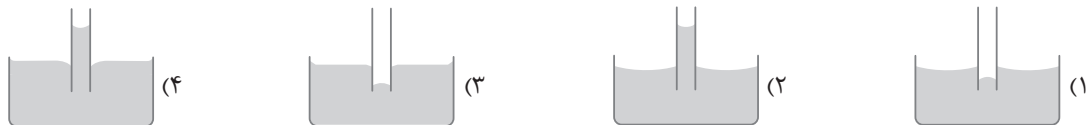
پاسخ: گزینه ۳

درس نامه ●● اگر هم‌چسبی ذرات روغن زیاد باشد، ذرات بیشتری به هم می‌چسبند و قطره‌های بزرگ‌تری تشکیل می‌شوند. از طرفی هر چه دمای روغن بیشتر باشد، باعث کاهش هم‌چسبی شده و قطره‌های کوچک‌تری تشکیل می‌شوند.

پاسخ تشریحی در قطره‌های بزرگ‌تر روغن (شکل ب) هم‌چسبی مولکول‌های روغن زیاد و در قطره‌های کوچک روغن (شکل الف) دمای روغن بیشتر است.

تست و پاسخ ۳۶

یک لوله موئین شیشه‌ای که فقط سطح بیرونی آن چرب شده است، به طور قائم در ظرف آبی فرو می‌رود. کدام شکل وضعیت آب در داخل و اطراف لوله را به درستی نشان می‌دهد؟



پاسخ: گزینه ۲

درس نامه ●●

(۱) هم‌چسبی، نیروی جاذبه بین مولکول‌های همسان است، اما دگرچسبی، نیروی جاذبه بین مولکول‌های ناهمسان است؛ مثلاً مولکول‌های آب با یکدیگر هم‌چسبی دارند اما مولکول‌های آب با مولکول‌های سطح شیشه دگرچسبی دارند.

(۲) در تماس آب با شیشه تمیز، نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های آب و شیشه، بیشتر از نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های آب است، در نتیجه سطح تماس آب و شیشه به حداکثر می‌رسد؛ اما اگر سطح شیشه چرب باشد، نیروی دگرچسبی به حدی کاهش می‌یابد که از نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های آب هم کم‌تر می‌شود و سطح تماس آب و شیشه به حداقل می‌رسد.

پاسخ تشریحی در این جا سطح داخلی لوله موئین تمیز است، پس نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های آب و شیشه، از نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های آب بیشتر بوده و آب در داخل لوله موئین بالا می‌رود؛ اما در مورد سطح بیرونی لوله که چرب شده است، نیروی دگرچسبی از نیروی هم‌چسبی ضعیف‌تر بوده و سطح تماس بین آب و شیشه به حداقل می‌رسد.

تست و پاسخ ۳۷

مکعب مستطیل فلزی توپری به ابعاد $10 \text{ cm} \times 5 \text{ cm} \times 2 \text{ cm}$ و چگالی 4 g/cm^3 ، از طرف هر یک از وجه‌هایش روی سطح افقی قرار می‌گیرد. کم‌ترین فشاری که مکعب مستطیل بر سطح وارد می‌کند، چند پاسکال است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)

$$4 \times 10^5 \text{ (۴)}$$

$$4 \times 10^3 \text{ (۳)}$$

$$10^5 \text{ (۲)}$$

$$10^3 \text{ (۱)}$$

پاسخ: گزینه ۱



درس نامه

۱) فشاری که یک جسم بر سطح افقی زیرین خود وارد می کند، از رابطه زیر به دست می آید:

$$P = \frac{F}{A}$$

P: فشار (Pa یا N / m²)

F: نیروی عمود بر سطح (N)

A: مساحت سطح (m²)

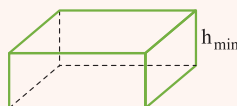
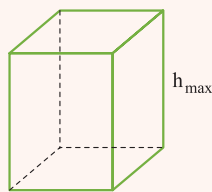
۲) اگر غیر از وزن (mg) و نیروی عمودی تکیه گاه، نیروی دیگری در راستای قائم بر جسم اثر نکند، F = mg خواهد بود و داریم:

$$P = \frac{F}{A} = \frac{mg}{A} = \frac{\rho Vg}{A} = \frac{\rho Ahg}{A} = \rho gh$$

ρ: چگالی (kg / m³)

g: شتاب گرانش زمین = ۱۰ N / kg

h: ارتفاع جسم (m)



۳) برای یک جسم جامد معین، بیشترین فشار با بیشترین ارتفاع (روی کوچکترین سطح) و کمترین فشار با کمترین ارتفاع (روی بزرگترین سطح) وارد می شود.

$$P_{\max} = \frac{mg}{A_{\min}} = \rho gh_{\max}$$

$$P_{\min} = \frac{mg}{A_{\max}} = \rho gh_{\min}$$

کمترین فشار با کمترین ارتفاع (روی بزرگترین سطح) توسط مکعب مستطیل بر سطح افقی وارد می شود.

$$P_{\min} = \rho gh_{\min} \xrightarrow[g=10 \text{ N/kg}, h_{\min}=2/5 \text{ cm}=2/5 \times 10^{-2} \text{ m}]{\rho=4 \text{ g/cm}^3=4000 \text{ kg/m}^3} P_{\min} = 4000 \times 10 \times 2/5 \times 10^{-2} \Rightarrow P_{\min} = 40 \times 25 = 10^3 \text{ Pa}$$

تست و پاسخ ۳۸

فشار در عمق ۸۰ cm از مایعی برابر ۱۰۳ / ۴ kPa و در عمق ۱۲۰ cm از همان مایع برابر ۱۰۷ / ۶ kPa است. به ترتیب، از راست به چپ چگالی

مایع چند گرم بر سانتی متر مکعب و فشار هوای محیط چند بار است؟ (g = ۱۰ N / kg)

۴) ۸۵، ۱ / ۱۵

۳) ۹۵، ۱ / ۱۵

۲) ۸۵، ۱ / ۵

۱) ۹۵، ۱ / ۵

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره این تست مشابه یکی از سؤال های کنکور سراسری سال ۱۴۰۰ رشته ریاضی است.

درس نامه

۱) اختلاف فشار بین دو نقطه درون یک مایع که در عمق های h_۱ و h_۲ از سطح مایع قرار دارند، از رابطه زیر به دست می آید:

$$P_2 - P_1 = \rho g(h_2 - h_1)$$

P_۱: فشار در عمق h_۱ (Pa)

P_۲: فشار در عمق h_۲ (Pa)

ρ: چگالی مایع (kg / m³)

g: شتاب گرانش زمین = ۱۰ N / kg

۲) اگر فشار در سطح مایع یعنی فشار هوای محیط را P_۰ فرض کنیم، فشار مطلق (فشار کل) در عمق h از سطح مایع با رابطه زیر محاسبه می شود:

$$P = P_0 + \rho gh$$

پاسخ تشریحی گام اول: رابطه اختلاف فشار بین دو نقطه داده شده را می نویسیم تا چگالی مایع به دست آید:

$$P_2 - P_1 = \rho g(h_2 - h_1) \xrightarrow[h_2=120 \text{ cm}=1/2 \text{ m}, h_1=80 \text{ cm}=4/5 \text{ m}]{P_2=107/6 \text{ kPa}=10760 \text{ Pa}, P_1=103/4 \text{ kPa}=10340 \text{ Pa}} 10760 - 10340 = \rho g(1/2 - 4/5)$$

$$\Rightarrow 4200 = \rho \times 10 \times 1/10 \Rightarrow \rho = \frac{4200}{1} \Rightarrow \rho = 1050 \text{ kg/m}^3 = 1/5 \text{ g/cm}^3$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

گام دوم: رابطه فشار مطلق (فشار کل) را برای یکی از دو نقطه داده شده (مثلاً نقطه اول) می نویسیم تا P_0 را به دست آوریم:

$$P = P_0 + \rho gh \quad \frac{P=103400 \text{ Pa}, g=10 \text{ N/kg}}{\rho=1050 \text{ kg/m}^3, h=0.8 \text{ m}} \rightarrow 103400 = P_0 + 1050 \times 10 \times 0.8$$

$$\Rightarrow P_0 = 103400 - 8400 = 95000 \text{ Pa} = 0.95 \text{ bar}$$

تست و پاسخ ۳۹

در ظرفی استوانه‌ای به سطح مقطع 20 cm^2 ، تا ارتفاع 30 cm آب ریخته شده است. روی آب چند گرم روغن اضافه شود تا فشار در کف ظرف

۲ درصد افزایش یابد؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$ و $P_0 = 75 \text{ cmHg}$ ، $\rho_{\text{آب}} = 13/6 \text{ g/cm}^3$ و $\rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \text{ g/cm}^3$)

۴۱۲ (۴)

۴۱/۲ (۳)

۴۲۰ (۲)

۴۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره مشابه این تست، قبلاً در یکی از کنکورهای خارج از کشور رشته ریاضی مطرح شده است.

درس نامه اگر چگالی جیوه $13/6 \text{ g/cm}^3$ فرض شود، رابطه زیر برقرار است.

$$P(\text{Pa}) = P(\text{cmHg}) \times 1360$$

$$P(\text{Pa}) = \text{فشار بر حسب پاسکال}$$

$$P(\text{cmHg}) = \text{فشار بر حسب سانتی متر جیوه}$$

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا فشار هوای محیط را بر حسب پاسکال به دست می آوریم، سپس فشار مطلق در کف ظرف محتوی آب را حساب می کنیم.

$$P_0 = 75 \times 1360 = 102000 \text{ Pa}$$

$$P_1 = P_0 + \rho gh \quad \frac{P_0=102000 \text{ Pa}, \rho=13/6 \text{ kg/m}^3}{g=10 \text{ N/kg}, h=30 \text{ cm}=0.3 \text{ m}} \rightarrow P_1 = 102000 + 13/6 \times 10 \times 0.3 \Rightarrow P_1 = 102000 + 3000 = 105000 \text{ Pa}$$

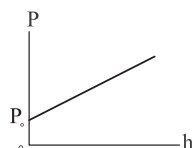
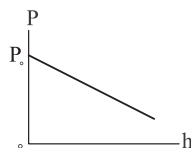
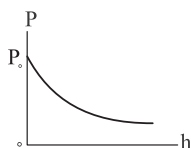
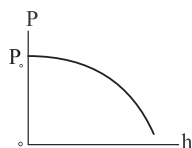
گام دوم: بعد از اضافه کردن روغن، فشار مطلق در کف ظرف ۲ درصد افزایش می یابد و به P_2 می رسد؛ پس داریم:

$$\begin{cases} P_2 = P_1 + 0.02 P_1 \\ P_2 = P_1 + \frac{mg}{A} \end{cases} \Rightarrow 0.02 P_1 = \frac{mg}{A} \quad \frac{P_1=105000 \text{ Pa}}{g=10 \text{ N/kg}, A=20 \text{ cm}^2=20 \times 10^{-4} \text{ m}^2} \rightarrow 0.02 \times 105000 = \frac{m \times 10}{20 \times 10^{-4}}$$

$$\Rightarrow 2100 = \frac{m}{2 \times 10^{-4}} \Rightarrow m = 0.42 \text{ kg} = 420 \text{ g}$$

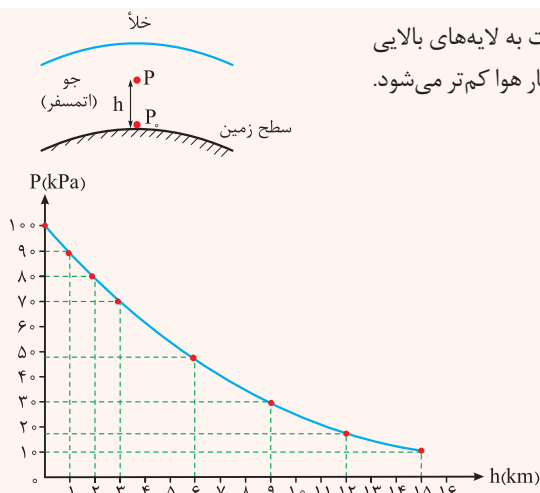
تست و پاسخ ۴۰

نمودار فشار هوای جو زمین (P)، بر حسب ارتفاع از سطح (دریای آزاد) (h) به صورت کدام یک از شکل های زیر است؟



پاسخ: گزینه ۳

درس نامه نیروی جاذبه زمین سبب می شود که لایه های زیرین هوا نسبت به لایه های بالایی هوا متراکم تر شوند؛ در نتیجه هر چه از سطح زمین دور تر می شویم، چگالی و فشار هوا کم تر می شود.





با توجه به این که $P_0 > P$ است، اختلاف فشار بین P_0 و P به صورت زیر است:

$$P_0 - P = \rho gh \Rightarrow P = -\rho gh + P_0$$

P : فشار هوا در ارتفاع h از سطح زمین (Pa)

P_0 : فشار هوا در سطح زمین (Pa)

ρ : چگالی هوا (kg/m^3)

g : شتاب گرانش زمین $= 10 \text{ N/kg}$

h : ارتفاع از سطح زمین (m)

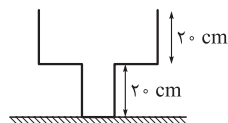
پاسخ تشریحی گام اول: هر چه از سطح زمین بالاتر رویم، فشار هوا کاهش می‌یابد (رد ۱).

گام دوم: هر چه از سطح زمین بالاتر رویم، هوا رقیق‌تر شده و چگالی آن کاهش می‌یابد، بنابراین ρg ثابت نبوده و کاهش فشار، خطی نیست (رد ۱ و ۲).

گام سوم: ρg که بزرگی شیب خط مماس بر این نمودار را نشان می‌دهد، با افزایش h به تدریج در حال کاهش است (رد ۴ و درستی ۳).

تست و پاسخ ۴۱

در شکل زیر، ظرفی که از دو قسمت استوانه‌ای به مساحت مقطع‌های 20 cm^2 و 40 cm^2 تشکیل شده است، روی سطح افقی قرار دارد. در این ظرف 8 L از مایعی به چگالی 2 g/cm^3 ریخته می‌شود. به ترتیب از راست به چپ، اندازه نیرویی که مایع به کف ظرف و ظرف به سطح افقی وارد می‌کند، چند نیوتون است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$ و جرم ظرف ناچیز است).



۱۲، ۱۲ (۲)

۱۲، ۸ (۱)

۱۶، ۱۲ (۴)

۱۶، ۸ (۳)

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره این تست مشابه یکی از سؤال‌های کنکور سراسری ریاضی در دی‌ماه ۱۴۰۱ است.

خودت حل کنی بهتره ابتدا ارتفاع کل مایع درون ظرف (h) را حساب کنید. سپس به کمک رابطه $F = \rho ghA$ اندازه نیرویی که مایع بر کف ظرف وارد می‌کند را پیدا کنید. نیروی ظرف بر سطح افقی هم، همان وزن مایع است.

درس نامه

۱) نیروی مایع بر کف ظرف: صرف نظر از این که ظرف محتوی مایع چه شکل هندسی‌ای داشته باشد، اندازه نیرویی که مایع بر کف ظرف وارد می‌کند، از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\begin{cases} P = \rho gh \\ F = PA \end{cases} \Rightarrow F = \rho ghA$$

F : اندازه نیرویی که مایع بر کف ظرف وارد می‌کند (N)

ρ : چگالی مایع (kg/m^3)

g : شتاب گرانش زمین $= 10 \text{ N/kg}$

h : ارتفاع مایع (m)

A : مساحت کف ظرف (m^2)

۲) نیرویی که ظرف محتوی مایع بر سطح افقی وارد می‌کند، برابر با مجموع وزن ظرف و مایع درون آن است.

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا حجم مایع در قسمت پایین ظرف (V_1) را حساب می‌کنیم:

$$V_1 = A_1 h_1 \xrightarrow{A_1 = 20 \text{ cm}^2, h_1 = 20 \text{ cm}} V_1 = 20 \times 20 = 400 \text{ cm}^3 = 0.4 \text{ L}$$

بنابراین حجم قسمت پایینی ظرف، کاملاً از مایع پر می‌شود.



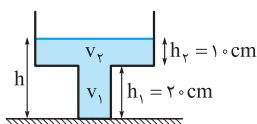
پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

اکنون حجم مایع در قسمت بالای ظرف و ارتفاع آن را پیدا می‌کنیم:

$$V_r = V - V_l \xrightarrow{V = \frac{\rho}{\rho_0} L} V_r = \frac{\rho}{\rho_0} L - \frac{\rho}{\rho_0} L = \frac{\rho}{\rho_0} L = 400 \text{ cm}^3$$

$$V_r = A_r h_r \xrightarrow{V_r = 400 \text{ cm}^3, A_r = 40 \text{ cm}^2} 400 = 40 \times h_r \Rightarrow h_r = 10 \text{ cm}$$



$$h = h_l + h_r = 20 + 10 = 30 \text{ cm}$$

گام دوم: اندازه نیروی مایع بر کف ظرف (F_l) را محاسبه می‌کنیم:

$$F_l = \rho g h A_l \xrightarrow{\rho = 2000 \text{ kg/m}^3, g = 10 \text{ N/kg}, h = 30 \text{ cm} = 0.3 \text{ m}, A_l = 20 \text{ cm}^2 = 20 \times 10^{-4} \text{ m}^2} F = 2000 \times 10 \times 0.3 \times 20 \times 10^{-4} = 2 \times 6 = 12 \text{ N}$$

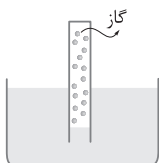
گام سوم: در این جا جرم و وزن ظرف، ناچیز فرض شده است؛ بنابراین نیرویی که ظرف به سطح افقی وارد می‌کند (F) همان وزن مایع درون آن است.

$$F = mg = \rho V g \xrightarrow{\rho = 2000 \text{ kg/m}^3, V = \frac{\rho}{\rho_0} L = \frac{2000}{1000} \times 10^{-3} \text{ m}^3, g = 10 \text{ N/kg}} F = 2000 \times \frac{20}{1000} \times 10^{-3} \times 10 = 16 \text{ N}$$

تست و پاسخ ۴۲

در شکل زیر، فشار پیمانه‌ای گاز حبس شده برابر $12/5 \text{ mmHg}$ است. اگر چگالی مایع درون ظرف 85 g/cm^3 باشد، اختلاف ارتفاع

سطح مایع در لوله و ظرف چند سانتی متر است؟ (چگالی جیوه $13/6 \text{ g/cm}^3$ است.)



۱۶ (۲)

۱/۶ (۱)

۲۰ (۴)

۲ (۳)

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره این تست مشابه یکی از سؤال‌های کنکور خارج از کشور رشته ریاضی در سال ۱۳۹۹ است.

درس نامه •• اختلاف فشار مطلق با فشار جو را فشار پیمانه‌ای می‌گوییم. فشار پیمانه‌ای ممکن است مثبت یا منفی باشد؛ مثلاً در شکل

زیر، فشار پیمانه‌ای گاز مثبت است و داریم:

P_g : فشار پیمانه‌ای (Pa)

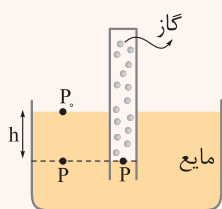
P : فشار مطلق (Pa)

P_0 : فشار جو (Pa)

ρ : چگالی مایع (kg/m^3)

g : شتاب گرانش در سطح زمین $= 10 \text{ N/kg}$

h : اختلاف ارتفاع سطح مایع در لوله و ظرف (m)



$$P_g = P - P_0 = \rho g h$$

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا فشار پیمانه‌ای گاز درون لوله را بر حسب سانتی متر جیوه و سپس بر حسب پاسکال به دست می‌آوریم:

$$P_g = 12/5 \text{ mmHg} \xrightarrow{1 \text{ mmHg} = 1/76 \text{ cmHg}} P_g = 1/25 \text{ cmHg}$$

با توجه به این که چگالی جیوه $13/6 \text{ g/cm}^3$ است، با استفاده از رابطه زیر می‌توان فشاری را که بر حسب سانتی متر جیوه است، بر حسب پاسکال

$$P_g = 1360 \times P(\text{cmHg}) = 1360 \times 1/25 = 1700 \text{ Pa}$$

به دست آورد:

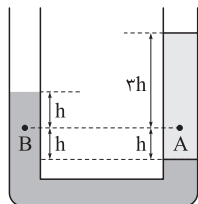
گام دوم: اختلاف ارتفاع سطح مایع درون لوله و ظرف، ناشی از فشار پیمانه‌ای است.

$$P_g = \rho g h \xrightarrow{P_g = 1700 \text{ Pa}, g = 10 \text{ N/kg}, \rho = 85 \text{ g/cm}^3 = 850 \text{ kg/m}^3} 1700 = 850 \times 10 \times h \Rightarrow h = \frac{17}{85} = 0.2 \text{ m} \Rightarrow h = 20 \text{ cm}$$



تست و پاسخ ۴۳

در شکل زیر، دو مایع مخلوط‌نشدنی در لوله U شکل در تعادل هستند. اختلاف فشار دو نقطه A و B چند برابر فشار پیمانه‌ای نقطه B است؟



(۱) ۴

(۲) ۲

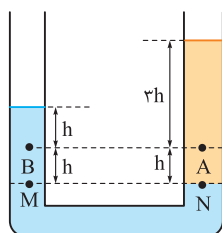
(۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{4}$

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره تست‌های مربوط به لوله‌های U شکل در مبحث فشار، بسیار مهم هستند و بارها در کنکورهای اخیر تکرار شده‌اند. سعی کنید روی انواع این تست‌ها تسلط لازم را به دست آورید.

درس‌نامه در لوله‌های U شکل، اگر یک سطح افقی فرضی را از طرفین لوله بگذرانیم، طوری که زیر آن سطح فقط یک نوع مایع به صورت پیوسته قرار گیرد، فشار مطلق در طرفین لوله روی این سطح، برابر است.

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا رابطه بین چگالی‌های دو مایع A و B را به دست می‌آوریم. برای این منظور، فشار مطلق در دو نقطه M و N را برابر با هم قرار می‌دهیم: (هر دو انتهای لوله باز بوده و با هوای آزاد به فشار P_0 در تماس هستند).



$$P_M = P_N \Rightarrow \rho_B g h_M + P_0 = \rho_A g h_N + P_0$$

$$\Rightarrow \rho_B h_M = \rho_A h_N \quad \frac{h_M = h + h = 2h}{h_N = h + 3h = 4h} \rightarrow \rho_B \times 2h = \rho_A \times 4h$$

$$\Rightarrow \rho_B = 2\rho_A$$

گام دوم: اختلاف فشار بین دو نقطه A و B را حساب می‌کنیم:

$$\left. \begin{aligned} P_A &= P_0 + \rho_A g h_A \xrightarrow{h_A = 3h} P_A = P_0 + 3\rho_A g h \\ P_B &= P_0 + \rho_B g h_B \xrightarrow[h_B = h]{\rho_B = 2\rho_A} P_B = P_0 + 2\rho_A g h \end{aligned} \right\} \Rightarrow P_A - P_B = 3\rho_A g h - 2\rho_A g h$$

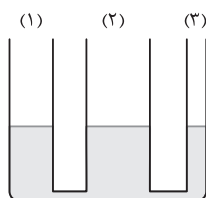
$$\Rightarrow P_A - P_B = \rho_A g h$$

گام سوم: نسبت اختلاف فشار دو نقطه A و B به فشار پیمانه‌ای نقطه B را به دست می‌آوریم:

$$\frac{P_A - P_B}{(P_g)_B} = \frac{\rho_A g h}{\rho_B g h} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \xrightarrow{\rho_B = 2\rho_A} \frac{P_A - P_B}{(P_g)_B} = \frac{\rho_A}{2\rho_A} = \frac{1}{2}$$

تست و پاسخ ۴۴

در شکل زیر، در سه ظرف استوانه‌ای مرتبط با هم (۱)، (۲) و (۳) جیوه ریخته شده و مساحت مقطع ظرف‌ها به ترتیب 10 cm^2 ، 15 cm^2 و 5 cm^2 است. اگر به ظرف (۱)، 120 g آب و به ظرف (۳)، 84 g روغن اضافه شود، ارتفاع جیوه در ظرف (۲) چند سانتی‌متر تغییر می‌کند؟ ($g = 10 \text{ N/Kg}$)، مایع‌ها با هم مخلوط نمی‌شوند، چگالی جیوه 13.6 g/cm^3 و چگالی آب و روغن از جیوه کم‌تر است.



(۱) ۲۵/۰

(۲) ۵/۲

(۳) ۵/۰

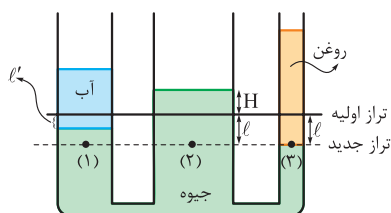
(۴) ۱

پاسخ: گزینه ۳



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک



پاسخ تشریحی گام اول: بعد از اضافه کردن آب و روغن به ظرفها، سطح جیوه در سه ظرف، به صورت مقابل جابه‌جا می‌شود:

گام دوم: رابطه برابری فشار در دو نقطه ۲ و ۳ را می‌نویسیم:

$$P_2 = P_3 \Rightarrow \rho_r g h_r = \frac{m_r g}{A_r} \Rightarrow 13600 \times 10 \times (H + l) = \frac{84 \times 10^{-3} \times 10}{5 \times 10^{-4}}$$

$$\Rightarrow 136000(H + l) = 1680 \Rightarrow H + l = \frac{1680}{136000} = \frac{21}{1700} \text{ m} = \frac{21}{17} \text{ cm}$$

گام سوم: رابطه برابری فشار در دو نقطه ۱ و ۳ را می‌نویسیم:

$$P_1 = P_3 \Rightarrow \frac{m_1 g}{A_1} + \rho_r g(\ell - \ell') = \frac{m_r g}{A_r}$$

$$\Rightarrow \frac{120 \times 10^{-3} \times 10}{10 \times 10^{-4}} + 13600 \times 10(\ell - \ell') = \frac{84 \times 10^{-3} \times 10}{5 \times 10^{-4}} \Rightarrow 1200 + 136000(\ell - \ell') = 1680 \Rightarrow 136000(\ell - \ell') = 480$$

$$\Rightarrow \ell - \ell' = \frac{480}{136000} = \frac{3}{850} \text{ m} = \frac{300}{850} \text{ cm} = \frac{6}{17} \text{ cm}$$

گام چهارم: حجم جیوه‌ای که از ظرف‌های ۱ و ۳ کم شده، به ظرف ۲ اضافه شده است:

$$\Delta V_r = \Delta V_1 + \Delta V_3 \Rightarrow A_r \times H = A_1 \times \ell' + A_r \times \ell$$

$$\Rightarrow 15H = 10\ell' + 5\ell \Rightarrow 3H = 2\ell' + \ell$$

گام پنجم: از نتایج گام‌های سوم و چهارم استفاده می‌کنیم و رابطه‌ای بین ℓ و H به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} \ell - \ell' = \frac{6}{17} \\ 2\ell' + \ell = 3H \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2\ell - 2\ell' = \frac{12}{17} \\ 2\ell' + \ell = 3H \end{cases} \Rightarrow 3\ell = \frac{12}{17} + 3H$$

$$\Rightarrow \ell = \frac{4}{17} + H \Rightarrow H - \ell = -\frac{4}{17} \text{ cm}$$

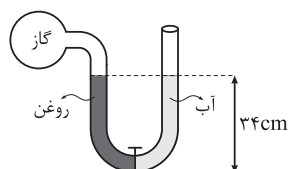
گام ششم: نتیجه‌های به‌دست آمده در گام‌های دوم و چهارم را با هم ترکیب می‌کنیم و مقدار H را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} H + \ell = \frac{21}{17} \\ H - \ell = -\frac{4}{17} \end{cases} \Rightarrow 2H = \frac{17}{17} = 1 \Rightarrow H = \frac{1}{2} \text{ cm}$$

تست و پاسخ ۴۵

در شکل زیر، لوله U شکل محتوی حجم یکسانی از آب و روغن است. در ابتدا شیر ارتباطی، بسته است. با باز کردن شیر و پس از برقراری تعادل، فشار پیمانه‌ای گاز به 2 cmHg می‌رسد. در این صورت پس از باز کردن شیر، سطح آزاد آب چند سانتی‌متر و چگونه جابه‌جا می‌شود؟

(روغن $\rho_r = 17$)



(۱) ۳۴، به سمت بالا

(۲) ۳۴، به سمت پایین

(۳) ۱۷، به سمت بالا

(۴) ۱۷، به سمت پایین

پاسخ: گزینه ۴

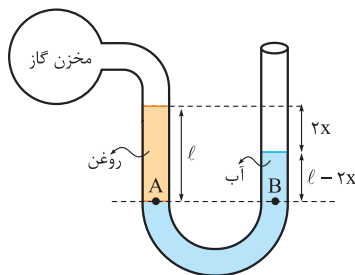
درس‌نامه وقتی فشار پیمانه‌ای یک گاز منفی است، یعنی فشار آن کم‌تر از فشار جو است و هر مایعی را که بین این گاز و هوای آزاد باشد، به سمت خود می‌کشد.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



پاسخ تشریحی گام اول: چگالی آب بزرگتر از چگالی روغن است، بنابراین پس از باز کردن شیر، سطح آزاد آب پایین می آید و سطح روغن که در تماس با گاز است، بالا می رود. منفی بودن فشار پیمانه ای گاز مخزن نیز به این موضوع کمک می کند. (رد ۱) و (۳)

گام دوم: مطابق شکل، فشار دو نقطه A و B را مساوی با هم قرار می دهیم:



$$\begin{aligned}
 P_A &= P_B \Rightarrow (P_g)_{\text{گاز}} + P_{\text{روغن}} = P_{\text{آب}} \\
 \Rightarrow -\rho_{\text{جیوه}} \times g \times h_{\text{جیوه}} + \rho_{\text{روغن}} \times g \times h_{\text{روغن}} &= \rho_{\text{آب}} \times g \times h_{\text{آب}} \\
 \Rightarrow -17\rho_{\text{روغن}} \times 2 + \rho_{\text{روغن}} \times \ell &= \rho_{\text{آب}} \times (\ell - 2x) \\
 \xrightarrow{\ell=34\text{ cm}} -17\rho_{\text{روغن}} \times 2 + \rho_{\text{روغن}} \times 34 &= \rho_{\text{آب}} (34 - 2x) \\
 \Rightarrow 0 = \rho_{\text{آب}} (34 - 2x) \Rightarrow 34 - 2x = 0 \Rightarrow x &= 17\text{ cm}
 \end{aligned}$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

شیمی دهم

تست و پاسخ ۴۶

هر یک از مطالب زیر را به ترتیب به کدام یک از سیاره‌های زمین و مشتری، می‌توان نسبت داد؟

- درصد فراوانی فراوان ترین عنصر آن، کم‌تر از ۵۰ درصد است.
- در میان ۳ عنصر فراوان تر آن، نماد شیمیایی دو عنصر، دوحرفی است.
- عنصر گوگرد در آن از نظر فراوانی، رتبه ششم را دارد.
- احتمال تشکیل ترکیبی با فرمول Al_2O_3 در آن، بسیار کم است.

• فراوان ترین عنصر سازنده آن، نخستین عنصری است که پس از مه‌بانگ به وجود آمده است. **هیدروژن**

- (۱) زمین - زمین - مشتری - زمین
(۲) زمین - زمین - مشتری - مشتری
(۳) مشتری - مشتری - زمین - مشتری
(۴) زمین - مشتری - زمین - مشتری

پاسخ: گزینه ۲

درس نامه



(۱) مشتری نسبت به زمین، بزرگ‌تر و از خورشید، دورتر است. *هواستون* باشد! مشتری بزرگ‌ترین سیاره منظومه خورشیدی می‌باشد.

(۲) فراوان ترین عنصر موجود در مشتری، هیدروژن (H) است؛ به طوری که حدود ۹۰٪ عنصرهای سازنده مشتری را هیدروژن تشکیل می‌دهد.

(۳) فراوان ترین عنصر موجود در زمین، آهن (Fe) است. درصد فراوانی این عنصر در زمین از ۵۰٪ کم‌تر می‌باشد.

(۴) مشتری، جزء سیاره‌های گازی است (بیشتر از جنس گاز می‌باشد)، در حالی که زمین جزء سیاره‌های سنگی است (بیشتر از جنس سنگ می‌باشد)؛ به همین دلیل می‌شود گفت چگالی سیاره مشتری از زمین کم‌تر می‌باشد.

(۵) در میان ۸ عنصر فراوان مشتری که یک سیاره گازی است، هیچ عنصر فلزی وجود ندارد.

(۶) در زمین، هم عنصر فلزی (مانند آهن، منیزیم، آلومینیم و ...) و هم عنصر نافلزی (مانند اکسیژن، گوگرد و ...) وجود دارد.

توجه سیلیسیم (Si) یک شبه‌فلز است؛ بنابراین در سیاره زمین هر سه نوع عنصر فلز، نافلز و شبه‌فلز وجود دارد.

(۷) در بین ۸ عنصر سازنده زمین و مشتری، دو عنصر اکسیژن (O) و گوگرد (S) مشترک هستند. اکسیژن، دومین عنصر فراوان زمین و چهارمین عنصر فراوان مشتری می‌باشد، در حالی که گوگرد در هر دو سیاره به مقام ششم نائل شده است.

توجه درصد فراوانی هر دو عنصر مشترک (اکسیژن و گوگرد)، در زمین بیشتر از مشتری است.

(۸) مقایسه فراوانی ۸ عنصر فراوان دو سیاره:

مقایسه فراوانی عنصرها در مشتری: $H > He > C > O > N > S > Ar > Ne$

مقایسه فراوانی عنصرها در زمین: $Fe > O > Si > Mg > Ni > S > Ca > Al$

پاسخ تشریحی بیاید عبارت‌ها را دونه‌دونه بررسی کنیم:

• فراوان ترین عنصر سیاره زمین، آهن است که درصد فراوانی آن حدود ۴۰٪ می‌باشد؛ در حالی که فراوان ترین عنصر سیاره مشتری، هیدروژن با درصد فراوانی حدود ۹۰٪ است. $\leftarrow$ زمین

• سه عنصر فراوان تر زمین، Fe، O، Si و سه عنصر فراوان تر مشتری، H، He، C هستند. $\leftarrow$ زمین

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



- در هر دو سیاره زمین و مشتری، عنصر گوگرد از نظر فراوانی در رتبه ششم قرار دارد. ← زمین و مشتری
- در میان هشت عنصر فراوان سیاره مشتری، عنصر فلزی از جمله Al وجود ندارد؛ بنابراین، احتمال تشکیل ترکیب‌های فلزی مانند Al_2O_3 در آن بسیار کم است. ← مشتری
- نخستین عنصری که پس از مهبانگ به وجود آمد، هیدروژن (H) است که از قضا فراوان‌ترین عنصر سیاره مشتری نیز هست. ← مشتری

تست و پاسخ ۴۷

اگر در یون M^{4+} ، تفاوت شمار الکترون‌ها و نوترون‌ها برابر ۲۴ باشد، کدام مطلب نادرست است؟

(۱) نسبت $\frac{A}{Z}$ در اتم M، برابر $2/4$ است.

(۲) یون M^{4+} دارای ۴۸ الکترون است.

(۳) مجموع شمار ذرات زیراتمی یون M^{2+} ، برابر ۱۶۸ است.

(۴) اتم M دارای ۱۰۰ ذره زیراتمی باردار است.

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی: ابتدا باید عدد اتمی عنصر M را حساب کنیم:

روش اول: نوشتن رابطه‌های بین شمار ذرات زیراتمی و حل معادله:

$$II) \quad e = p - (بار با علامت) \xrightarrow{M^{4+}} e = p - 4$$

$$III) \quad n - e = 24$$

توجه: در کاتیون‌ها، همواره تعداد نوترون‌ها از تعداد الکترون‌ها بیشتر است؛ به همین دلیل، نوشتیم $n - e = 24$ و نه $e - n = 24$!

با این سه معادله، باید عدد اتمی یا همان تعداد پروتون‌ها را به دست آوریم. اگر معادله دوم و سوم را با هم جمع کنیم، e از بین می‌رود:

$$\begin{cases} e = p - 4 \\ n - e = 24 \end{cases} \Rightarrow n = p + 20$$

حالا در معادله اول، به جای n، معادل آن را قرار می‌دهیم:

$$n + p = 120 \Rightarrow p + 20 + p = 120 \Rightarrow 2p = 100 \Rightarrow p = 50 \quad (عدد اتمی M)$$

روش دوم: استفاده از فرمول:

$$Z = \frac{A - (تفاوت شمار نوترون‌ها و الکترون‌ها) + (بار یون با علامت)}{2} = \frac{120 - 24 + 4}{2} = \frac{100}{2} = 50 \quad (عدد اتمی M)$$

حالا بریم سراغ بررسی گزینه‌ها:

۱) نماد اتم M به صورت ${}^{120}_{50}M$ است؛ بنابراین:

۲) یون M^{4+} ، دارای $50 - 4 = 46$ الکترون است.

۳) یون M^{2+} ، در مجموع دارای ۱۲۰ پروتون و نوترون و $50 - 2 = 48$ الکترون است. $120 + 48 = 168$ = مجموع شمار ذرات زیراتمی

۴) منظور از ذرات زیراتمی باردار، همان الکترون‌ها و پروتون‌ها هستند. اتم M ، دارای ۵۰ الکترون و ۵۰ پروتون و در نتیجه در مجموع دارای ۱۰۰ ذره زیراتمی باردار است.

تست و پاسخ ۴۸

در ذره A^{2-} ، شمار الکترون‌ها، $12/5$ بیشتر از شمار نوترون‌ها است. تعداد اتم‌ها در ۴۸ گرم A به تقریب برابر با تعداد اتم‌های O در

چند گرم AO_3 است؟ ($O = 16 : g.mol^{-1}$)

۰ / ۸ (۴)

۰ / ۶ (۳)

۰ / ۴ (۲)

۰ / ۳ (۱)

پاسخ: گزینه ۲



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

پاسخ تشریحی در ذره ذکر شده، ۱۸ الکترون $(18 - (-2) = 16)$ وجود دارد و تعداد آن به اندازه $12/5\%$ بیشتر از تعداد نوترون‌ها است؛ در نتیجه می‌توان نوشت:

$$e = n + \frac{12/5}{100} n \Rightarrow 18 = \frac{108}{100} n \Rightarrow n = 16$$

نماد ذره را می‌توان به صورت ${}^{32}_{16}\text{A}^{2-}$ نشان داد. با توجه به این که عدد جرمی از نظر عددی به تقریب با جرم مولی برابر است، می‌توان نوشت:

$$\frac{1/5}{48 \times 10^{-2}} \times \frac{1 \text{ mol A}}{32 \text{ g A}} = 15 \times 10^{-3} \text{ mol A}$$

جرم نمونه AO_3 نیز برابر است با:

$$x \text{ g AO}_3 \times \frac{1 \text{ mol AO}_3}{80 \text{ g AO}_3} \times \frac{3 \text{ mol O}}{1 \text{ mol AO}_3} = 15 \times 10^{-3} \text{ mol O} \Rightarrow x = 0.4 \text{ g AO}_3$$

تست و پاسخ ۴۹

کربن در طبیعت دارای دو ایزوتوپ ${}^{12}\text{C}$ و ${}^{13}\text{C}$ و کلر دارای دو ایزوتوپ ${}^{35}\text{Cl}$ و ${}^{37}\text{Cl}$ است. $72/45$ گرم از سنگین‌ترین مولکول CCl_4 دارای چند مول از اتم‌های کلر است؟

۱/۸۸ (۴)

۱/۸۰ (۳)

۰/۴۷ (۲)

۰/۴۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی سنگین‌ترین مولکول CCl_4 زمانی تشکیل می‌شود که از ایزوتوپ‌های ${}^{13}\text{C}$ و ${}^{37}\text{Cl}$ استفاده شود. جرم مولی این مولکول برابر است با:

$$\text{CCl}_4 \text{ جرم مولی} = 13 + 4(37) = 161 \text{ g.mol}^{-1}$$

تعداد مول اتم‌های کلر در این نمونه برابر است با:

$$72/45 \text{ g CCl}_4 \times \frac{1 \text{ mol CCl}_4}{161 \text{ g CCl}_4} \times \frac{4 \text{ mol Cl}}{1 \text{ mol CCl}_4} = \frac{72/45 \times 4}{161} = \frac{144/9 \times 2}{161} = \frac{(161 - 16/1) \times 2}{161} = 0/9 \times 2 = 1/8 \text{ mol Cl}$$

تست و پاسخ ۵۰

با توجه به جدول زیر، چند مورد درست است؟

${}^{210}_{84}\text{Po}$	${}^{24}_{12}\text{Mg}$	${}^{14}_6\text{C}$	${}^{24}_{11}\text{Na}$	${}^{212}_{82}\text{Pb}$	${}^{19}_8\text{O}$	ایزوتوپ
روز ۱۳۸	۹/۵ دقیقه	سال ۵۷۲۰	۱۰ ساعت	۱۰/۵ ساعت	۲۹ ثانیه	نیم‌عمر

• اکسیژن - ۱۹، پایدارتر از منیزیم - ۲۹ است.

• ایزوتوبی با بیشترین نسبت شمار نوترون به پروتون، دارای کم‌ترین پایداری است.

• ایزوتوپ‌هایی که تفاوت شمار نوترون‌ها و الکترون‌ها در آن‌ها برابر است، به تقریب نیم‌عمر برابری دارند.

• در شرایط یکسان، منیزیم - ۲۹ را نسبت به سدیم - ۲۴، برای مدت طولانی‌تری می‌توان نگاه‌داری کرد.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

صفر (۱)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی همه عبارت‌های داده‌شده، نادرست‌اند. هالا بی‌بییم چرا؟

• نیم‌عمر ${}^{19}\text{O}$ (۲۹ ثانیه) کمتر از ${}^{24}\text{Mg}$ (۹/۵ دقیقه) است؛ بنابراین ${}^{19}\text{O}$ ناپایدارتر است.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



کمترین پایداری مربوط به ایزوتوپی با کمترین نیم عمر است که در بین ایزوتوپ‌های داده شده در جدول، این مقام می‌رسد به $^{19}_8\text{O}$! آیا این ایزوتوپ بیشترین نسبت شمار نوترون به پروتون رو داره؟ نه! مثلاً این نسبت برای $^{29}_{12}\text{Mg}$ بیشتر از $^{19}_8\text{O}$ است.

$$^{19}_8\text{O} \Rightarrow \frac{\text{شمار نوترون}}{\text{شمار پروتون}} = \frac{19-8}{8} = \frac{11}{8}$$

$$^{29}_{12}\text{Mg} \Rightarrow \frac{\text{شمار نوترون}}{\text{شمار پروتون}} = \frac{29-12}{12} = \frac{17}{12}$$

نکته برای مقایسه این دو کسر، کافی است تا مخرج آن‌ها را یکسان کنیم. برای این کار، صورت و مخرج کسر $\frac{11}{8}$ را در ۳ و صورت و

مخرج کسر $\frac{17}{12}$ را در ۲ ضرب می‌کنیم:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{11}{8} = \frac{33}{24} \\ \frac{17}{12} = \frac{34}{24} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{11}{8} < \frac{17}{12}$$

باین برعکس به قضیه نگاه کنیم! ایزوتوپ‌های $^{24}_{11}\text{Na}$ و $^{212}_{82}\text{Pb}$ تقریباً نیم عمر برابری (حدود ۱۰ ساعت) دارند، اما تفاوت شمار نوترون‌ها و الکترون‌ها در آن‌ها برابر نیست:

$$^{212}_{82}\text{Pb} \Rightarrow n - e = (212 - 82) - 82 = 212 - 164 = 48$$

$$^{24}_{11}\text{Na} \Rightarrow n - e = (24 - 11) - 11 = 24 - 22 = 2$$

منیزیم - ۲۹، نیم عمر (۹/۵ دقیقه) کمتری نسبت به سدیم - ۲۴ (۱۰ ساعت) دارد؛ بنابراین، زودتر متلاشی شده و برای مدت زمان کوتاه‌تری می‌توان آن را نگهداری کرد.

تست و پاسخ ۵۱

کدام مورد درست است؟

- (۱) از بین عنصرهای شناخته شده، تکنسیم و ۲۵ عنصر دیگر ساختگی هستند.
- (۲) تکنسیم ($^{99}_{43}\text{Tc}$) نخستین عنصری بود که در واکنشگاه هسته‌ای ساخته شد.
- (۳) از تکنسیم برای تصویربرداری غده تیروئید استفاده می‌شود؛ زیرا با یون یدید اندازه مشابهی دارد.
- (۴) رادیوایزوتوپ‌ها پس از پرتوزایی و تبدیل به فراورده‌ها، خاصیت پرتوزایی خود را از دست می‌دهند.

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی از بین ۱۱۸ عنصر شناخته شده، مجموعاً ۲۶ عنصر ساختگی بوده و تنها ۹۲ عنصر در طبیعت یافت می‌شود.

بررسی گزینه‌های نادرست:

(۲) نماد تکنسیم $^{99}_{43}\text{Tc}$ است.

(۳) یون حاوی تکنسیم اندازه مشابهی با یون یدید دارد، نه خود تکنسیم!

(۴) پسماند راکتورهای اتمی هنوز خاصیت پرتوزایی دارند.

تست و پاسخ ۵۲

۶/۳۷۵ گرم از عنصر X شامل $9/03 \times 10^{22}$ اتم از آن است. اگر نمودار میله‌ای مقابل، درصد فراوانی

ایزوتوپ‌های عنصر X را نشان دهد، درصد فراوانی ایزوتوپ سنگین تر کدام است؟

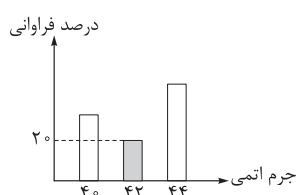
۲۷/۵ (۲)

۲۲/۵ (۱)

۵۲/۵ (۴)

۴۷/۵ (۳)

پاسخ: گزینه ۴





پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

پاسخ تشریحی تعداد مول اتم X برابر است با:

$$\frac{1}{5} \times 9.03 \times 10^{22} \text{ atom X} \times \frac{1 \text{ mol X}}{6.02 \times 10^{23} \text{ atom X}} = 0.15 \text{ mol X}$$

جرم مولی عنصر X را می توان به صورت زیر محاسبه کرد:

$$\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی}} = \frac{\text{جرم}}{\text{مول}} \Rightarrow \text{جرم مولی} = \frac{6.375}{0.15} = 42.5 \text{ g.mol}^{-1}$$

عنصر X از ایزوتوپ های ^{40}X ، ^{42}X و ^{44}X تشکیل شده است. با توجه به این که جرم مولی عنصر X از نظر عددی با جرم اتمی میانگین آن برابر است، می توان نوشت:

$$\bar{M} = M_1 + (M_2 - M_1) \frac{F_2}{100} + (M_3 - M_1) \frac{F_3}{100} \Rightarrow 42.5 = 40 + (42 - 40) \times \frac{F_2}{100} + (44 - 40) \times \frac{F_3}{100}$$

$$2.5 = \frac{40}{100} + \frac{4F_2}{100} \Rightarrow 250 = 40 + 4F_2 \Rightarrow 210 = 4F_2 \Rightarrow F_2 = \frac{210}{4} = 52.5\%$$

تست و پاسخ ۵۳

کدام موارد از مطالب زیر، نادرست است؟

(الف) در یک کیلوگرم از سنگ معدن اورانیم، به تقریب ۷ گرم ایزوتوپ ^{235}U وجود دارد.

(ب) در جدول دوره های عناصر، هر گروه شامل عنصرهایی با خواص شیمیایی مشابه و هر دوره شامل عنصرهایی با خواص فیزیکی مشابه است.

Sc^{3+}

(پ) عنصر ^{61}Ga می تواند به کاتیونی مشابه کاتیون عنصر ^{61}Sc تبدیل شود، چون هر دو عنصر در یک دوره قرار دارند.

e و p.n

(ت) در نماد ذره های زیر اتمی، عددهای قسمت چپ بالا و پایین به ترتیب بار نسبی و جرم نسبی ذره را مشخص می کنند.

(۴) الف - ب - پ - ت

(۳) ب - ت

(۲) ب - پ

(۱) الف - ب - پ

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی همه عبارت ها نادرست هستند.

بررسی عبارت ها:

(الف) فراوانی ^{235}U در بین ایزوتوپ های اورانیم حدود ۷٪ درصد است، نه در سنگ معدن اورانیم! اگر یک کیلوگرم از خود ایزوتوپ های طبیعی اورانیم را داشته باشیم، به تقریب ۷ گرم ^{235}U خواهیم داشت.

(ب) خواص فیزیکی عنصرهای یک دوره مشابه نیست.

(پ) هر دو عنصر، کاتیونی با بار ۳+ تشکیل می دهند، ولی دلیل آن، هم دوره بودن نیست!

(ت) برعکس، عددهای سمت چپ بالا و پایین به ترتیب جرم نسبی و بار نسبی را مشخص می کنند (^1_0n ، ^1_1p ، $^{0}_{-1}\text{e}$).

تست و پاسخ ۵۴

با توجه به شکل داده شده، اگر هر مهره به طور میانگین شامل 3.01×10^{22} اتم آهن باشد، در این ظرف چند مهره آهنی

وجود دارد؟ (جرم ظرف خالی را ۴۵۰ گرم در نظر بگیرید؛ $\text{Fe} = 56 \text{ g.mol}^{-1}$)

(۲) ۴۰۰

(۱) ۲۵۰

(۴) ۷۲۰

(۳) ۵۶۰



پاسخ: گزینه ۲

خود حل کنی بهتره ابتدا جرم کل مهره ها و سپس با استفاده از تعداد اتم آهن، جرم هر یک عدد مهره را حساب کن و در نهایت با

استفاده از اعداد به دست آمده، تعداد مهره ها را به دست بیاور.

پاسخ تشریحی گام اول: با توجه به جرم کل ظرف (حاوی مهره ها) و جرم ظرف خالی، جرم کل مهره های آهنی را بر حسب گرم به دست می آوریم:

$$1120 \text{ g} = 450 - (\text{جرم ظرف خالی}) = (\text{جرم کل}) - \text{جرم ظرف خالی}$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام دوم: با توجه به شمار اتم‌های آهن در هر مهره، جرم هر مهره را حساب می‌کنیم:

روش اول: استفاده از کسر تبدیل:

$$3/01 \times 10^{22} \text{ atom Fe} \times \frac{1 \text{ mol Fe}}{6/02 \times 10^{23} \text{ atom Fe}} \times \frac{56 \text{ g Fe}}{1 \text{ mol Fe}} = \frac{56}{20} = 2/8 \text{ g Fe}$$

روش دوم: استفاده از فرمول:

$$\text{جرم} = \frac{\text{جرم مولی}}{\text{تعداد ذره}} \Rightarrow \text{جرم} = \frac{3/01 \times 10^{22}}{6/02 \times 10^{23}} \Rightarrow \text{Fe جرم} = 2/8 \text{ g}$$

گام سوم: با استفاده از جرم کل مهره‌ها و جرم یک مهره، تعداد مهره‌ها را به دست می‌آوریم:

$$1120 \text{ g مهره} \times \frac{1 \text{ مهره}}{2/8 \text{ g مهره}} = \frac{11200}{28} = 400 \text{ مهره}$$

مراحل بالا را به صورت جمع و بهر زیر هم می‌توان نوشت:

$$1120 \text{ g Fe} \times \frac{1 \text{ mol Fe}}{56 \text{ g Fe}} \times \frac{6/02 \times 10^{23} \text{ atom Fe}}{1 \text{ mol Fe}} \times \frac{1 \text{ مهره}}{3/01 \times 10^{22} \text{ atom Fe}} = 400 \text{ مهره}$$

تست و پاسخ ۵۵

چه تعداد از عبارات‌های زیر، درست است؟

- از روی جرم یک نمونه ماده، می‌توان به شمار واحدهای موجود در آن دست یافت.
- شمار اتم‌های یک نمونه یک گرمی از عنصر هیدروژن، با استفاده از میانگین جرم اتم هیدروژن قابل محاسبه است.
- اتم‌ها به طور باورنکردنی ریز هستند، به طوری که نمی‌توان با هیچ دستگاهی جرم آن‌ها را به دست آورد.
- به عدد $6/02 \times 10^{23}$ ، عدد آووگادرو می‌گویند و آن را با N_A نشان می‌دهند.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی: عبارات‌های اول، دوم و چهارم درست هستند.

بررسی عبارت نادرست:

عبارت سوم: درست است که اتم‌ها به طور باورنکردنی ریز هستند و با هیچ دستگاهی به طور مستقیم نمی‌توان جرم آن‌ها را اندازه‌گیری کرد، ولی با استفاده از یک دستگاه ویژه (دستگاه طیف‌سنج جرمی) جرم یک اتم قابل محاسبه است. پس جرم یک اتم را نمی‌توان به طور مستقیم اندازه گرفت ولی می‌توان جرم آن را با محاسبه (غیرمستقیم) به دست آورد!

تست و پاسخ ۵۶

در مخلوطی از SO_2 و SO_3 ، شمار اتم‌های اکسیژن، $2/25$ برابر شمار اتم‌های گوگرد است. نسبت جرم SO_2 به SO_3 در این مخلوط، کدام است؟ ($S = 32, O = 16 : \text{g.mol}^{-1}$)

۲/۶ (۴)

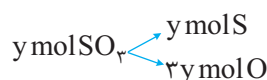
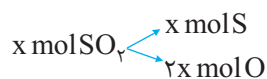
۲/۴ (۳)

۱/۶ (۲)

۰/۸ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی: اگر تعداد مول اولیه SO_2 و SO_3 را به ترتیب x و y در نظر بگیریم، خواهیم داشت:





پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

از آن جا که نسبت شمار اتم‌ها با نسبت شمار مول‌ها برابر است، داریم:

$$\frac{\text{شمار مول‌های اتم اکسیژن}}{\text{شمار اتم‌های گوگرد}} = \frac{\text{شمار اتم‌های اکسیژن}}{\text{شمار اتم‌های گوگرد}} = 2/25$$

$$\Rightarrow \frac{2x + 3y}{x + y} = \frac{9}{4} \Rightarrow 9x + 9y = 8x + 12y \Rightarrow x = 3y$$

$$\frac{\text{جرم } SO_2}{\text{جرم } SO_3} = \frac{\text{جرم مولی } SO_2 \times \text{مول } SO_2}{\text{جرم مولی } SO_3 \times \text{مول } SO_3} = \frac{3y \times 64}{y \times 80} = \frac{24}{10} = 2/4$$

تست و پاسخ ۵۷

کلر دارای دو ایزوتوپ طبیعی ^{35}Cl و ^{37}Cl به ترتیب با درصد فراوانی‌های ۸۰ و ۲۰ بوده و نقره دارای دو ایزوتوپ طبیعی ^{107}Ag و ^{109}Ag است. اگر ۳/۰ مول از ترکیب AgCl ، ۴۲/۹۹ گرم جرم داشته باشد، چند درصد از ایزوتوپ‌های طبیعی نقره را ایزوتوپ سبک‌تر تشکیل می‌دهد؟

(۱) ۴۵ (۲) ۴۸ (۳) ۵۲ (۴) ۵۵

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی

نکته در این نوع سؤالات باید این نکته را به یاد داشته باشید که از نظر عددی مقدار جرم اتمی میانگین با جرم مولی عنصر برابر است.

جرم اتمی میانگین کلر برابر است با:

$$\bar{M} = M_1 + (M_2 - M_1) \frac{F_2}{100} \Rightarrow \bar{M} = 35 + (37 - 35) \times \frac{2}{100} \Rightarrow \bar{M} = 35.4 \text{ amu} \approx 35.4 \text{ g.mol}^{-1}$$

اگر جرم مولی عنصر Ag برابر m باشد، با توجه به جرم نمونه AgCl ، می‌توان نوشت:

$$0.3 \text{ mol AgCl} \times \frac{(m + 35.4) \text{ g AgCl}}{1 \text{ mol AgCl}} = 42.99 \text{ g AgCl} \Rightarrow m + 35.4/4 = 143/3 \Rightarrow m = 107/9 \text{ g.mol}^{-1}$$

اکنون می‌توان درصد فراوانی ایزوتوپ‌های نقره را به دست آورد:

$$\bar{M} = M_1 + (M_2 - M_1) \frac{F_2}{100} \Rightarrow 107/9 = 107 + (109 - 107) \times \frac{F_2}{100}$$

$$\Rightarrow 0/9 = 2 \times \frac{F_2}{100} \Rightarrow F_2 = 45\% \xrightarrow{\text{پس}} F_1 = 55\%$$

درصد فراوانی ایزوتوپ سبک‌تر نقره (^{107}Ag) برابر با ۵۵٪ است.

تست و پاسخ ۵۸

چه تعداد از موارد زیر، نادرست است؟

- در عناصر یک گروه، ویژگی‌های شیمیایی مانند رنگ شعله، یکسان است.
- به فرایندی که در آن یک ماده شیمیایی با از دست دادن انرژی، از خود پرتوهای الکترومغناطیس گسیل می‌دارد، نشر می‌گویند.
- خط نماد روی بسته مواد غذایی همان طیف‌های نشری خطی است. **بارکد**
- تعداد خطوط طیف نشری خطی عناصری گروه ۱ در گستره مرئی، کم‌تر از عناصری گروه ۱۸ است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی همه عبارت‌ها نادرست هستند.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



- مثلاً در گروه اول، رنگ شعله لیتیم (Li) سرخ بوده و رنگ شعله سدیم (Na)، زرد است.
- با جذب انرژی، پرتو نشر می‌کند نه با از دست دادن انرژی!
- کاربرد خط نماد (بارکد) از برخی جنبه‌ها مانند کاربرد طیف‌های نشری خطی است. *فودش که نیست!*
- مثلاً سدیم (Na) از گروه ۱ دارای ۷ خط و He از گروه ۱۸، دارای ۶ خط در گستره مرئی هستند.

تست و پاسخ ۵۹

کدام مورد درست است؟

افزایش طول موج

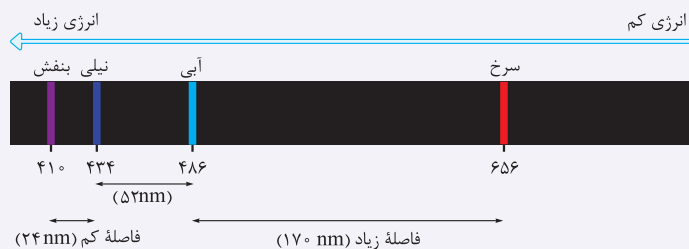
- با کاهش انرژی نوارهای رنگی در طیف نشری خطی هیدروژن، این پرتوها به هم نزدیک‌تر می‌شوند.
- بر پایه مدل بور، اتم را کره‌ای در نظر می‌گیرند که الکترون‌ها در لایه‌های پیرامون هسته توزیع می‌شوند.
- الکترون در هر لایه‌ای که باشد، می‌تواند در همه نقاط پیرامون هسته حضور پیدا کند.
- اگر به اتم‌ها در حالت پایه انرژی داده شود، الکترون‌ها در هنگام انتقال به لایه‌های بالاتر، نوری با طول موج معین نشر می‌کنند.

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی بررسی گزینه‌های نادرست:

۱) در طیف نشری خطی هیدروژن با کاهش انرژی (افزایش طول موج) پرتوها، این خطوط از هم دورتر می‌شوند.

نکته در طیف نشری خطی هیدروژن هر چه به سمت خطوط پراورزی می‌رویم، فاصله بین خطوط کم‌تر می‌شود.



۲) این عبارت بر پایه مدل کوانتومی (ساختار لایه‌ای) است، نه بر پایه مدل بور!

۴) الکترون‌ها در هنگام بازگشت به حالت پایه، نوری با طول موج معین نشر می‌کنند.

تست و پاسخ ۶۰

درستی یا نادرستی مطالب زیر، به ترتیب کدام است؟

- الف) گنجایش الکترونی یک زیرلایه، از چهار برابر عدد کوانتومی فرعی آن زیرلایه، دو واحد بزرگ‌تر است. **زیرلایه f**
- ب) زیرلایه‌ای با حداکثر گنجایش ۱۴ الکترون، تنها در لایه‌های الکترونی $n > 4$ دیده می‌شود. **$n+1$**
- پ) اگر مجموع عددهای کوانتومی اصلی و فرعی یک زیرلایه برابر ۵ باشد، آن زیرلایه به یقین در لایه چهارم قرار دارد. **عنصر ۸**
- ت) حداکثر گنجایش الکترونی لایه سوم ($n = 3$)، ۱۰ واحد بیشتر از شمار عنصرهای دوره سوم جدول تناوبی است. **زیرلایه d**
- ث) حداکثر گنجایش الکترونی زیرلایه‌ای که با ۵ الکترون به حالت نیمه‌پر درمی‌آید، ۵ برابر عدد کوانتومی فرعی آن زیرلایه است.

- (۱) درست - نادرست - درست - نادرست - درست
- (۲) درست - نادرست - درست - نادرست - نادرست
- (۳) نادرست - درست - نادرست - درست - نادرست
- (۴) درست - نادرست - نادرست - درست - درست

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی عبارت‌های «الف»، «ت» و «ث» درست و عبارت‌های «ب» و «پ» نادرست‌اند.

الف) حداکثر گنجایش الکترونی زیرلایه‌ها، از رابطه $2l + 1$ به دست می‌آید؛ یعنی، اگر عدد کوانتومی فرعی زیرلایه‌ای را ۴ برابر کرده و به عدد حاصل، دو واحد اضافه کنیم، حداکثر گنجایش الکترونی آن زیرلایه به دست می‌آید.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

- ب) زیرلایه‌ای با گنجایش ۱۴ الکترون، همان زیرلایه f با $l = 3$ است. در لایه $n = 4$ نیز زیرلایه با $l = 3$ (۴f) وجود دارد.
- پ) زیرلایه‌های d ، p و s دارای $n + l = 5$ هستند؛ بنابراین، زیرلایه مورد نظر می‌تواند در لایه‌های سوم، چهارم و پنجم نیز وجود داشته باشد.
- ت) در لایه سوم ($n = 3$)، حداکثر ۱۸ الکترون قرار می‌گیرد. از طرفی می‌دانیم که در دوره سوم جدول تناوبی، ۸ عنصر وجود دارد:
- $$18 - 8 = 10$$
- ث) برای زیرلایه مورد نظر، ۵ الکترون حالت نیمه‌پر محسوب می‌شود؛ پس این زیرلایه با 10 الکترون به طور کامل پر می‌شود. فب! گنجایش الکترونی کدام زیرلایه، 10 الکترون است؟ درسته! زیرلایه d. عدد کوانتومی فرعی زیرلایه d برابر ۲ است:

$$\frac{\text{گنجایش الکترونی}}{\text{عدد کوانتومی فرعی}} = \frac{10}{2} = 5$$

آزمون مرحله دوم

دوازدهم ریاضی

پایه یازدهم

پاسخ نامه آزمون آزمایشی خیلی سبز

پایه دوازدهم -مر حله دوم- ۵مرداد ۱۴۰۳

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا
حسابان (۱)	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان
هندسه (۲)	محمد طاهر شعاعی - حمید گلزاری - حسین هاشمی طاهری
آمار و احتمال	علیرضا شریف خطیبی - عطا صادقی - حمید گلزاری - سروش موئینی
فیزیک (۲)	علیرضا جباری - مجید ساکی - رضا سبزمیدانی - نوید شاهی
شیمی (۲)	مهدی براتی - عباس سرمایه - یاسر عبداللہی

نام درس	مستعمل درس	گزینشگر	مؤلف پاسخ نامه	کارشناسان علمی	ویراستاران به ترتیب حروف الفبا
حسابان (۱)	حسین شفیع زاده مهرداد کیوان	حسین شفیع زاده مهرداد کیوان	امیرحسین ابومحبوب	محمد سجاد نقیه سجاد داوطلب	شمیم پهلوان شریف عاطفه خان محمدی ابوالفضل ناصری
هندسه (۲)	حمید گلزاری	حمید گلزاری	الما احسانیان	امیرحسین ابومحبوب	ماهان فنی فر ابوالفضل ناصری مریم نظری
آمار و احتمال	حمید گلزاری	حمید گلزاری	الما احسانیان	محمد حمیدی	ماهان فنی فر ابوالفضل ناصری مریم نظری
فیزیک (۲)	رضا سبزمیدانی	نوید شاهی	محمد باغبان علیرضا جباری محمد جواد سورچی	علیرضا جباری	مرضیه انتخابی فر مهدی بابائی زهرافضری احسان محمدی
شیمی (۲)	عباس سرمایه	عباس سرمایه	عباس سرمایه وحید فارسینان	محمد مرادی سروش عبادی وحید فارسینان	امیرحسین حسینی مهسا خاکی احسان رحیمی هومن زندی

سرپرست محتوایی: فاطمه آقاجانپور



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

حسابان یازدهم

تست و پاسخ ۶۱

هرگاه به جمله اول یک دنباله حسابی ۴ واحد و به قدرنسبت آن ۲ واحد اضافه کنیم، به مجموع چهل جمله اول این دنباله چند واحد اضافه خواهد شد؟

S_{40}

(۲) ۳۴۴۰

(۱) ۸۶۰

(۴) ۳۹۸۰۱

(۳) ۱۷۲۰

پاسخ: گزینه ۳

خودت حل کنی بهتره فرمول S_n را برای $n = 40$ بنویس، a_1 را به $4 + a_1$ و d را به $2 + d$ تبدیل کن.

درس نامه •• مجموع جملات دنباله حسابی

دنباله حسابی، دنباله‌ای خطی است که اختلاف هر دو جمله متوالی آن مقداری ثابت است؛ یعنی $a_{n+1} - a_n = d$. یاد گرفته‌ایم که این مقدار ثابت (d) را قدرنسبت بنامیم. بنابراین اگر جمله اول دنباله را هم a_1 بگیریم، جمله عمومی دنباله $a_n = a_1 + (n-1)d$ یا $a_n = dn + a_1 - d$ است.

حالا اگر بخواهیم مجموع n جمله اول یک دنباله حسابی را - که آن را S_n می‌نامیم - حساب کنیم به فرمول‌های زیر می‌رسیم:

$$S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2} = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d] = \frac{d}{2}n^2 + (a_1 - \frac{d}{2})n$$

دقت کنید که S_n یک چندجمله‌ای درجه دو است و در آن ضریب n^2 (همان عدد ثابت) صفر است.

مثلاً مجموع ۱۰۰ جمله اول دنباله حسابی $\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \dots$ برابر است با:

$$S_{100} = \frac{100}{2} \left[2 \left(\frac{1}{2} \right) + (100-1) \left(\frac{1}{2} \right) \right] = \frac{100}{2} \times 100 = 5000$$

نکته مجموع n عدد اول فرد (n جمله اول دنباله حسابی $a_n = 2n - 1$) برابر n^2 است.

پاسخ تشریحی

گام اول: ابتدا با فرض این که جمله اول a_1 و قدرنسبت d باشد، مجموع ۴۰ جمله اول دنباله را می‌نویسیم:

$$S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d] \xrightarrow{n=40} S_{40} = \frac{40}{2}[2a_1 + 39d] = 40a_1 + 780d$$

گام دوم: حال a_1 را به $4 + a_1$ و d را به $2 + d$ تبدیل می‌کنیم:

$$S'_{40} = 40(a_1 + 4) + 780(d + 2) = 40a_1 + 780d + 40 \times 4 + 780 \times 2$$

گام سوم: مقدار افزایش برابر است با:

$$40 \times 4 + 780 \times 2 = 160 + 1560 = 1720$$

تست و پاسخ ۶۲

اگر $a_1 = 1$ و $a_n = 2a_{n-1} + 3$ باشد، مجموع بیست جمله اول دنباله a_n کدام است؟

(۲) ۶۴ - ۲۲

(۱) ۶۰ + ۲۲

(۴) ۶۰ + ۲۱

(۳) ۶۴ - ۲۱

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره به این دقت کنید که ما فقط مجموع جملات دنباله‌های حسابی و هندسی را بلدیم، پس قطعاً یکی از این دو دنباله یا نهایتاً ترکیبی از آن‌هاست. پس نترسید و سعی کنید با نوشتن چند جمله اول، جمله عمومی را پیدا کنید.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



درس نامه •• مجموعه جملات دنباله هندسی

دنباله‌ای که نسبت هر دو جمله متوالی آن مقداری ثابت باشد، هندسی است، یعنی:

$$\frac{a_n}{a_{n-1}} = q$$

که این مقدار ثابت (q) را قدرنسبت دنباله نام گذاری کرده‌ایم. اگر جمله اول دنباله را a_1 بنامیم، جمله عمومی دنباله $a_n = a_1 q^{n-1}$ است.

حال اگر بخواهیم مجموع n جمله اول دنباله را حساب کنیم به فرمول‌های زیر می‌رسیم:

$$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1} = \frac{a_1 q^n - a_1}{q - 1}$$

مثلاً مجموع ۲۰ جمله اول دنباله معروف ۱، ۲، ۴، ... برابر است با:

$$S_{20} = \frac{1 \times (2^{20} - 1)}{2 - 1} = 2^{20} - 1$$

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا چند جمله اول دنباله بازگشتی داده شده را می‌نویسیم تا الگوی آن را پیدا کنیم:

$$a_1 = 1$$

$$a_2 = 2a_1 + 3 = 5$$

$$a_3 = 2a_2 + 3 = 13$$

$$a_4 = 2a_3 + 3 = 29$$

اگر دقت کنیم می‌بینیم با اضافه کردن ۳ واحد به هر جمله به یک دنباله هندسی با جمله اول ۴ و قدرنسبت ۲ می‌رسیم:

$$\Rightarrow a_n + 3 = 4 \times 2^{n-1} \Rightarrow a_n = 4 \times 2^{n-1} - 3$$

نکته اگر رابطه بازگشتی $a_n = ka_{n-1} + a$ را داشته باشیم، جمله عمومی دنباله a_n به صورت $a_n = \alpha k^{n-1} + \beta$ است که در آن $\beta = -\frac{a}{k-1}$ و $\alpha = a_1 + \frac{a}{k-1}$ البته این مقادیر α و β را با نوشتن دو جمله اول a_n نیز می‌توانیم حساب کنیم.

گام دوم: دنباله a_n از یک بخش هندسی $(4 \times 2^{n-1})$ و از یک بخش حسابی (-3) تشکیل شده است. مجموع ۲۰ جمله اول هر کدام را حساب می‌کنیم:

$$S_{1,20} = \frac{4 \times (2^{20} - 1)}{2 - 1} = 2^{22} - 4$$

$$S_{2,20} = (-3) \times 20 = -60$$

$$S_{20} = 2^{22} - 4 - 60 = 2^{22} - 64$$

گام سوم: پس مجموع ۲۰ جمله اول a_n برابر است با:

تست و پاسخ ۶۳

اگر $2b$ و $3a$ جواب‌های معادله $2bx^2 - 7x + 12a = 0$ باشند به طوری که $b > a$ ، حاصل $a + b$ کدام است؟ ($a \neq 0$)

۳ (۴)

۲ / ۵ (۳)

۲ (۲)

۱ / ۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره در این تیپ سؤالات معادله درجه دوم که ریشه‌ها بر حسب ضرایب نوشته شده‌اند، همواره استفاده از روابط S و P کارساز است.

درس نامه •• رابطه بین ریشه‌ها و ضرایب معادله درجه دوم

اگر معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ دو ریشه α و β داشته باشد، روابط زیر برای مجموع و حاصل ضرب ریشه‌ها برقرار است:

$$S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a}, \quad P = \alpha\beta = \frac{c}{a}$$

هر رابطه متقارن دیگری بر حسب α و β را فقط باید با S و P به دست آوریم. چندتا از این‌ها را ببینید:

$$\alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P$$

$$\alpha^3 + \beta^3 = S^3 - 3SP$$

$$|\alpha - \beta| = \sqrt{S^2 - 4P}$$

$$\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} = \sqrt{S + 2\sqrt{P}}$$

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{S}{P}$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

پاسخ تشریحی

گام اول: $x_1 = 2a$ و $x_2 = 2b$ ریشه‌های معادله هستند، پس در روابط S و P صدق می‌کنند:

$$\begin{cases} S = x_1 + x_2 = 2a + 2b = \frac{7}{2}b \\ P = x_1 x_2 = (2a)(2b) = \frac{6a}{b} \end{cases}$$

$$6ab = \frac{6a}{b} \Rightarrow ab = \frac{a}{b} \xrightarrow{a \neq 0} b = \frac{1}{b} \Rightarrow b^2 = 1 \Rightarrow b = \pm 1$$

گام دوم: از رابطه P داریم:

$$b = -1 \xrightarrow{\text{رابطه } S} a = -\frac{1}{2} \quad (\text{با شرط } a < b \text{ در تناقض است.})$$

گام سوم: هر مقدار b را جداگانه بررسی می‌کنیم:

$$b = 1 \xrightarrow{\text{رابطه } S} a = \frac{1}{2}$$

$$a + b = \frac{3}{2}$$

گام چهارم: مطلوب نهایی مسئله برابر است با:

تست و پاسخ ۶۴

$$|\alpha - \beta|$$

اختلاف جواب‌های معادله $2x^2 - mx - 3 = 0$ ، $1/4$ برابر مجموع آن‌هاست. حاصل $m + \frac{1}{m}$ کدام است؟

$$\alpha + \beta$$

$$3/75 \quad (4)$$

$$2/5 \quad (3)$$

$$5/2 \quad (2)$$

$$4/25 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره کافیه رابطه گفته شده رو بنویسی، بعدش با عملیات جبری، مثلاً به توان‌رسانی، یک رابطه بین α و β پیدا کنی.

پاسخ تشریحی روش اول:

گام اول: رابطه صورت سؤال را می‌نویسیم:

$$|\alpha - \beta| = \frac{7}{5}(\alpha + \beta)$$

$$\alpha^2 + \beta^2 - 2\alpha\beta = \frac{49}{25}(\alpha + \beta)^2$$

و سپس طرفین تساوی را به توان ۲ می‌رسانیم:

گام دوم: از روابط معروف بین α و β (همان‌هایی که در درس‌نامه پاسخ قبل مثال زدیم) استفاده می‌کنیم:

$$S^2 - 2P - 2P = \frac{49}{25}S^2 \Rightarrow \frac{24}{25}S^2 = -4P \Rightarrow 6S^2 = -25P$$

$$6 \times \frac{m^2}{4} = 25 \times \frac{3}{2} \Rightarrow m^2 = 25 \xrightarrow{m > 0} m = 5$$

گام سوم: حال $S = \frac{m}{2}$ و $P = -\frac{3}{2}$ را جای‌گذاری می‌کنیم:

دقت کنید که طبق رابطه گام اول مجموع $(\alpha + \beta)$ و در نتیجه m باید مثبت باشد.

$$m + \frac{1}{m} = 5 + \frac{1}{5} = 5\frac{1}{5}$$

گام چهارم: حاصل نهایی برابر است با:

روش دوم: از خود گزینه‌ها استفاده کنیم و m را به دست آوریم و سپس با ساختن معادله، شرط مسئله را بررسی کنیم. مثلاً در (۲) باید معادله

$$m + \frac{1}{m} = 5 + \frac{1}{5} \quad \text{را حل کنیم، پس دو مقدار } m_1 = \frac{1}{5} \text{ و } m_2 = 5 \text{ به دست می‌آید:}$$

$$m_1 = \frac{1}{5}: 2x^2 - \frac{1}{5}x - 3 = 0 \Rightarrow 10x^2 - x - 15 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha + \beta = \frac{1}{10} \\ |\alpha - \beta| = \sqrt{S^2 - 4P} = \sqrt{\frac{1}{100} + \frac{6}{10}} = \frac{\sqrt{601}}{10} \end{cases}$$

که به وضوح مشخص است $|\alpha - \beta| \neq \frac{7}{5}(\alpha + \beta)$.

$$m_2 = 5: 2x^2 - 5x - 3 = 0 \Rightarrow (2x+1)(x-3) = 0 \Rightarrow \alpha = -\frac{1}{2}, \beta = 3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha + \beta = \frac{5}{2} \\ |\alpha - \beta| = \frac{7}{2} \end{cases} \Rightarrow |\alpha - \beta| = \frac{7}{5}(\alpha + \beta)$$

این که m_1 و m_2 هایی که در سایر گزینه‌ها به دست می‌آیند، در شرط گفته شده صدق نمی‌کنند، تمرین خودتان باشد.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۶۵

اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 + 3x - 1 = 0$ و اعداد $1 + \frac{2}{\alpha}$ و $1 + \frac{2}{\beta}$ ریشه‌های معادله $x^2 + mx + n = 0$ باشند، حاصل $m + n$ کدام است؟

-۹ (۴)

۷ (۳)

۹ (۲)

-۷ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره در دو سال اخیر، دو بار در کنکورهای مختلف ریاضی و تجربی، از مبحث تشکیل معادله سؤال طرح شده است، پس موضوع کم‌اهمیتی نیست و آن را جدی بگیرید.

خودت حل کنی بهتره تشکیل معادله همون حل معادله و رابطه بین ریشه‌هاست ولی برعکس، کافیه مجموع و حاصل ضرب اون دو تا ریشه جدید را حساب کنی.

درس نامه •• تشکیل معادله درجه دوم

می‌خواهیم معادله‌ای بسازیم که جواب‌های آن α و β باشند (یعنی چه معادله‌ای بوده که آن را حل کردیم و به اعداد α و β رسیده‌ایم؟). برای این کار کافی است $S = \alpha + \beta$ و $P = \alpha\beta$ را حساب کنیم و معادله را به شکل زیر تشکیل دهیم:

$$x^2 - Sx + P = 0$$

اما مسائل تشکیل معادله به این سادگی‌ها هم نیست. معمولاً معادله‌ای را می‌خواهند (معادله جدید) که جواب‌های آن رابطه مشخصی با جواب‌های معادله داده شده (معادله قدیم) دارد. در این صورت شما باید S' و P' (مجموع و حاصل ضرب جواب‌های معادله جدید) را برحسب S و P (مجموع و حاصل ضرب جواب‌های معادله قدیم) بسازید.

مثلاً معادله $x^2 - 5x - 1 = 0$ را می‌دهند و می‌گویند معادله‌ای بسازید که جواب‌های آن مربع جواب‌های این معادله باشد. شما جواب‌های معادله قدیم را α و β بگیرید و بنویسید:

$$S = \alpha + \beta = \frac{5}{1}, \quad P = \alpha\beta = -\frac{1}{1}$$

جواب‌های معادله جدید را هم α' و β' بگیرید. حالا رابطه بین α' و β' و α و β را بنویسید:

$$\alpha' = \alpha^2, \quad \beta' = \beta^2$$

S' و P' را برحسب S و P حساب کنید:

$$S' = \alpha' + \beta' = \alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P = \frac{25}{1} + 1 = \frac{26}{1}$$

$$P' = \alpha'\beta' = \alpha^2\beta^2 = P^2 = \frac{1}{1}$$

پس معادله جدید را به صورت $x^2 - \frac{26}{1}x + \frac{1}{1} = 0$ یا $4x^2 - 26x + 1 = 0$ تشکیل دادیم.

پاسخ تشریحی گام اول: در معادله فعلی داریم:

$$S = \alpha + \beta = -\frac{3}{1}, \quad P = \alpha\beta = -\frac{1}{1}$$

گام دوم: جواب‌های معادله مجهول را $\alpha' = \frac{2}{\alpha} + 1$ و $\beta' = \frac{2}{\beta} + 1$ در نظر می‌گیریم:

$$S' = \alpha' + \beta' = \frac{2}{\alpha} + 1 + \frac{2}{\beta} + 1 = \frac{2\alpha + 2\beta}{\alpha\beta} + 2 = \frac{2S}{P} + 2 = 8$$

$$P' = \alpha'\beta' = \left(\frac{2}{\alpha} + 1\right)\left(\frac{2}{\beta} + 1\right) = \frac{4}{\alpha\beta} + \frac{2\alpha + 2\beta}{\alpha\beta} + 1 = \frac{4 + 2S}{P} + 1 = -1$$

گام سوم: معادله جدید را می‌سازیم:

$$x^2 - S'x + P' = 0 \Rightarrow x^2 - 8x - 1 = 0$$

گام چهارم: با مقایسه این معادله و معادله جدید صورت سؤال داریم:

$$\begin{cases} m = -8 \\ n = -1 \end{cases} \Rightarrow m + n = -9$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

تست و پاسخ ۶۶

حاصل ضرب ریشه‌های معادله $\frac{1}{x^2 - 4x} = \frac{2}{x-4} + \frac{1}{x^2}$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) -۲ (۳) -۳ (۴) -۴

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره راز حل معادله گویا تو مخرج مشترک. پس مخرج مشترک بگیر و یک معادله درجه دو حل کن.

درس نامه •• معادله گویا

به معادلاتی که در آن عبارتهای گویا (چند جمله‌ای) حضور دارند، معادله گویا می‌گوییم.

برای حل معادله گویا، باید آن را از حالت کسری خارج کرد تا به یک معادله نهایتاً درجه چهار رسید. برای این کار دو روش داریم:

(۱) هر سمت تساوی را با استفاده از مخرج مشترک‌گیری به یک کسر تبدیل کنیم و در نهایت به تساوی زیر برسیم و سپس معادله $a(x)d(x) - b(x)c(x) = 0$ را حل کنیم.

$$\frac{a(x)}{b(x)} = \frac{c(x)}{d(x)}$$

(۲) طرفین تساوی را در ک.م.م مخرج‌ها ضرب کنیم.

آخر کار، جواب‌های به دست آمده را چک کنیم و آن‌هایی را که مخرج کسرها را صفر می‌کنند، رد کنیم.

پاسخ تشریحی

گام اول: ابتدا ک.م.م مخرج‌ها را حساب می‌کنیم. ک.م.م x^2 ، $x-4$ و $x(x-4)$ عبارت $x^2(x-4)$ است.

گام دوم: طرفین تساوی را در $x^2(x-4)$ ضرب می‌کنیم:

$$\Rightarrow x = 2x^2 + x - 4 \Rightarrow x^2 - 2 = 0 \Rightarrow x_1 = -\sqrt{2}, x_2 = \sqrt{2}$$

گام سوم: حاصل ضرب جواب‌های این معادله -۲ است.

تست و پاسخ ۶۷

در یک مستطیل طلایی، اختلاف اندازه طول و عرض آن $2\sqrt{5} - 4$ است. محیط این مستطیل کدام است؟

نسبت طول به عرض آن عدد

طلایی $\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ است.

$$\sqrt{5} + 1 \quad (2)$$

$$2\sqrt{5} + 1 \quad (1)$$

$$6 \quad (4)$$

$$4 \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۳

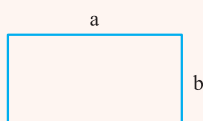
خودت حل کنی بهتره کافیست یک دو معادله - دو مجهول حل کنی. نسبت دو مجهول و اختلافشون رو داری، تمام.

درس نامه •• عدد طلایی و مستطیل طلایی

عدد طلایی، عددی بزرگ‌تر از یک است که با معکوسش یک واحد اختلاف دارد، یعنی برای به دست آوردن این عدد باید معادله $x - \frac{1}{x} = 1$

را حل کنیم. این عدد $\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ است.

حالا مستطیل طلایی، مستطیلی است که نسبت طول به عرض آن عدد طلایی باشد.



$$\frac{a}{b} = \phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



پاسخ تشریحی گام اول: طول و عرض مستطیل را به ترتیب a و b می‌گیریم و دستگاه زیر را می‌سازیم:

$$\begin{cases} a = \frac{1+\sqrt{5}}{2}b \\ a-b = 2\sqrt{5}-4 \end{cases}$$

گام دوم: دستگاه را حل می‌کنیم:

$$\frac{1+\sqrt{5}}{2}b - b = 2\sqrt{5}-4 \Rightarrow \frac{\sqrt{5}-1}{2}b = 2(\sqrt{5}-2)$$

$$\Rightarrow b = \frac{4(\sqrt{5}-2)}{\sqrt{5}-1} = \frac{4(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+1)}{(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1)} = 3-\sqrt{5} \Rightarrow a = \sqrt{5}-1$$

گام سوم: محیط مستطیل را حساب می‌کنیم:

$$\text{محیط} = 2(a+b) = 2(2) = 4$$

تست و پاسخ ۶۸

اعداد ۱ تا ۹

به ازای چند مقدار طبیعی و یک رقمی n ، معادله $\sqrt{x} + \sqrt{x-2n} = n$ جواب صحیح دارد؟

۳ (۴)

۴ (۳)

۵ (۲)

۹ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره همواره بررسی جواب‌های خاص یک معادله (طبیعی، صحیح، گویا، مثبت / منفی و ...) جزو تیپ‌های نسبتاً سخت معادلات هستند که یکی از آن‌ها هم در کنکور امسال (۱۴۰۳) رشته ریاضی مطرح شده بود. این سؤال هم بی‌شبهت به آن سؤال کنکور نیست.

خودت حل کنی بهتره برای حل معادله گنگ باید چیکار کنی؟ ... توان ۲.

درس نامه •• معادله گنگ (رادیکالی)

معادله‌ای که شامل عبارت رادیکالی باشد، معادله گنگ است. برای حل معادله گنگ کافی است عبارت رادیکالی را یک سمت تساوی نگه داریم و سپس طرفین تساوی را به توان ۲ برسانیم تا از حالت رادیکالی خارج شود. معادله جبری به دست آمده را حل می‌کنیم و جواب‌ها را چک می‌کنیم.

$$3x - \sqrt{2x^2 - 1} = 2 \Rightarrow 3x - 2 = \sqrt{2x^2 - 1}$$

مثال:

$$\xrightarrow{\text{توان ۲}} 9x^2 - 12x + 4 = 2x^2 - 1 \Rightarrow 7x^2 - 12x + 5 = 0 \Rightarrow x_1 = 1, x_2 = \frac{5}{7}$$

هر دو جواب هم قابل قبول است.

پاسخ تشریحی گام اول: معادله را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$\sqrt{x-2n} = n - \sqrt{x}$$

گام دوم: طرفین تساوی را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$x - 2n = n^2 + x - 2n\sqrt{x} \Rightarrow 2n\sqrt{x} = n^2 + 2n \xrightarrow{n \in \mathbb{N}} \sqrt{x} = \frac{n+2}{2} = \frac{n}{2} + 1$$

$$\Rightarrow x = \left(\frac{n}{2} + 1\right)^2$$

گام سوم: n عددی طبیعی است، برای این که x مقداری صحیح به خود بگیرد، کافی است n زوج باشد که در بین اعداد طبیعی تک‌رقمی ۴ مقدار ۲، ۴، ۶ و ۸ را دارد.

گام چهارم: ۴ مقدار n را چک می‌کنیم و می‌بینیم که هر ۴ مقدار قابل قبول‌اند.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

تست و پاسخ ۶۹

خط $y = x + 2$ نمودار تابع $y = 2\sqrt{x+1} - x$ را در چند نقطه قطع می‌کند؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره وقتی صحبت از تعداد جواب‌ها می‌شود، روش هندسی حل معادله بسیار اولویت پیدا می‌کند. فقط باید حواستان باشد، منظورمان از رسم، رسم توابعی است که طول نقاط برخورد آنها همان جواب‌های معادله باشد که ممکن است این توابع الزاماً خود توابع اصلی صورت سؤال نباشند.

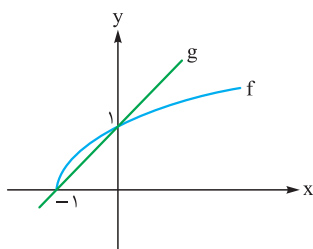
پاسخ تشریحی روش اول (روش هندسی):

$$2\sqrt{x+1} - x = x + 2 \Rightarrow \sqrt{x+1} = x + 1$$

گام اول: معادله حاصل از تقاطع نمودارهای دو تابع را تشکیل می‌دهیم:

گام دوم: جواب‌های دو معادله طول نقاط برخورد نمودارهای دو تابع $f(x) = \sqrt{x+1}$ و $g(x) = x+1$ هستند.

گام سوم: دو نمودار را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم:



و می‌بینیم تعداد نقاط برخورد و در نتیجه تعداد جواب‌های معادله صورت سؤال برابر ۲ است.

روش دوم (روش جبری):

گام اول: معادله حاصل از تقاطع نمودارهای دو تابع را تشکیل می‌دهیم:

$$2\sqrt{x+1} - x = x + 2 \Rightarrow 2\sqrt{x+1} = 2(x+1) \Rightarrow \sqrt{x+1} = x+1 = (\sqrt{x+1})^2$$

گام دوم: معادله هنگامی جواب دارد که $\sqrt{x+1}$ یا صفر باشد یا ۱.

$$\sqrt{x+1} = 0 \Rightarrow x = -1$$

$$\sqrt{x+1} = 1 \Rightarrow x = 0$$

پس معادله ۲ جواب دارد.

تست و پاسخ ۷۰

در بازه (α, β) نمودار تابع $f(x) = 1 + (x+2)|x|$ بالای نمودار تابع $g(x) = (x+1)^2$ است. بیشترین مقدار $\alpha^2 + \beta$ کدام است؟

$$f(x) > g(x)$$

(۴) ۵

(۳) ۴

(۲) ۳

(۱) ۲

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی گام اول: باید نامساوی $f(x) > g(x)$ را حل کنیم:

$$1 + (x+2)|x| > (x+1)^2 = x^2 + 2x + 1 \Rightarrow (x+2)|x| > x^2 + 2x = (x+2)x$$

گام دوم: براساس علامت x دسته‌بندی می‌کنیم:

• $x > 0$: $(x+2)x > (x+2)x$ غیرممکن

• $x < 0$: $-(x+2)x > (x+2)x \Rightarrow (x+2)x < 0 \xrightarrow{\text{بین دو ریشه}} -2 < x < 0$

گام سوم: بازه (α, β) زیرمجموعه بازه $(-2, 0)$ است و بیشترین مقدار $\alpha^2 + \beta$ به ازای $\alpha = -2$ و $\beta = 0$ به دست می‌آید:

$$(\alpha^2 + \beta)_{\max} = 4 + 0 = 4$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۷۱

مجموعه جواب‌های نامعادله $|x-3| < 6-2|x|$ بازه (a, b) است. حاصل $2b-a$ کدام است؟

۸ (۴)

۶ (۳)

۷ (۲)

۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

درس نامه •• حل معادلات و نامعادلات قدرمطلق

در غالب معادلات و نامعادلات قدرمطلق که نمی‌توان با توان‌رسانی طرفین تساوی آن را از حالت قدرمطلق خارج کرد، باید براساس ریشه‌های قدرمطلق (ها)، بازه‌بندی کرد و در هر بازه معادله یا نامعادله را حل کرد.

$$|3x-1| + |x-2| < 10$$

مثال:

ریشه‌های داخل قدرمطلق‌ها $\frac{1}{3}$ و ۲ هستند. پس کل اعداد حقیقی را به ۳ بازه تقسیم می‌کنیم:

$$\bullet x < \frac{1}{3}: -3x+1-x+2 < 10 \Rightarrow 4x > -7 \Rightarrow x > -\frac{7}{4} \xrightarrow{\cap x < \frac{1}{3}} -\frac{7}{4} < x < \frac{1}{3}$$

$$\bullet \frac{1}{3} \leq x < 2: 3x-1-x+2 < 10 \Rightarrow 2x < 9 \Rightarrow x < \frac{9}{2} \xrightarrow{\cap \frac{1}{3} \leq x < 2} \frac{1}{3} \leq x < 2$$

$$\bullet x \geq 2: 3x-1+x-2 < 10 \Rightarrow 4x < 13 \Rightarrow x < \frac{13}{4} \xrightarrow{\cap x \geq 2} 2 \leq x < \frac{13}{4}$$

اجتماع همه جواب‌ها بازه $(-\frac{7}{4}, \frac{13}{4})$ است.

پاسخ تشریحی

گام اول: ریشه‌های قدرمطلق‌ها $x=0$ و $x=3$ هستند، پس براساس ۳ بازه، نامساوی را حل می‌کنیم.

$$\bullet x < 0: -x+3 < 6+2x \Rightarrow 3x > -3 \Rightarrow x > -1 \xrightarrow{\cap x < 0} -1 < x < 0$$

$$\bullet 0 \leq x < 3: -x+3 < 6-2x \Rightarrow x < 3 \xrightarrow{\cap 0 \leq x < 3} 0 \leq x < 3$$

$$\bullet x \geq 3: x-3 < 6-2x \Rightarrow 3x < 9 \Rightarrow x < 3 \xrightarrow{\cap x \geq 3} \emptyset$$

گام سوم: اجتماع بازه‌های فوق بازه $(-1, 3)$ است. پس $a=-1$ و $b=3$ و در نتیجه $2b-a=7$ است.

تست و پاسخ ۷۲

مساحت سطح محدود به نمودار تابع $y = |x| + |x-a|$ و خط $y = x+a$ برابر ۳۶ است. مقدار مثبت a کدام است؟

تابع گلدانی

۱۲ (۴)

۶ (۳)

۹ (۲)

۱۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره قطعاً می‌دانید که نمودار توابع قدرمطلق و همچنین محاسبه مساحت سطح‌های محدود به این نمودارها و توابع دیگر از تیپ‌های رایج کنکورهای چند سال اخیر است.

خودت حل کنی بهتره مشخصه که باید رسم کنی. پس نترس و رسم کن و ببین سطح بین دو تابع چه شکلیه؟

درس نامه •• نمودار توابع قدرمطلق خاص

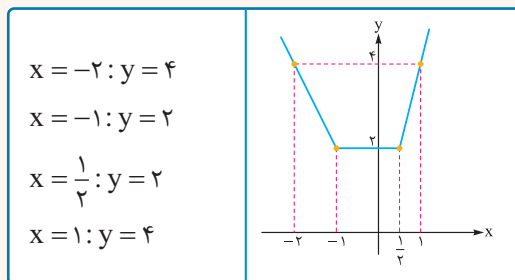
برای رسم توابع قدرمطلق به فرم $y = ax + b + |cx + d| + \dots$ که پس از تعیین علامت عبارت‌های داخل قدرمطلق‌ها ضابطه خطی پیدا می‌کنند، کافی است مقدار تابع را در ریشه‌های داخل قدرمطلق‌ها و سپس یک نقطه قبل‌تر و یک نقطه بعدتر را پیدا کرد. با وصل کردن متوالی این نقاط به هم نمودار تابع حاصل می‌شود.



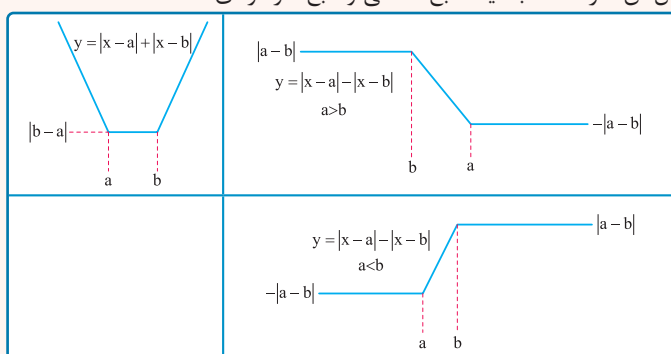
پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

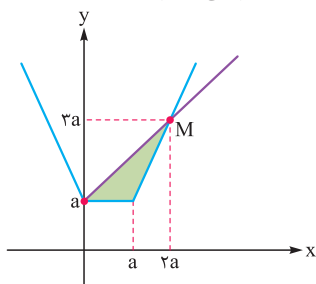
مثلاً می‌خواهیم نمودار تابع $y = x + |2x - 1| + |x + 1|$ را رسم کنیم. ریشه‌های داخل قدرمطلق‌ها -1 و $\frac{1}{2}$ هستند. یک نقطه قبل‌تر از این دو به دلخواه می‌تواند -2 و یک نقطه بعدتر می‌تواند 1 باشد. مقادیر تابع را در این نقاط پیدا می‌کنیم:



دو تابع خاص داریم که باید شکل آن‌ها را حفظ باشید، تابع گلدانی و تابع سرسره‌ای:



پاسخ تشریحی گام اول: تابع گلدانی $y = |x| + |x-a|$ و خط $y = x + a$ را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم.



گام دوم: مختصات نقطه M را پیدا می‌کنیم. این نقطه برخورد خط $y = x + a$ و شاخه $y = 2x - a$ است:

$$2x_M - a = x_M + a \Rightarrow x_M = 2a \Rightarrow y_M = 3a$$

گام سوم: مساحت مثلث سایه‌خورده را برحسب a به دست می‌آوریم و برابر ۳۶ قرار می‌دهیم:

$$S = \frac{a \times (3a - a)}{2} = a^2 = 36 \xrightarrow{a > 0} a = 6$$

تست و پاسخ ۷۳

اگر نقاط $A(2a, 0)$ ، $B(0, -2a)$ و $C(-a, a)$ رئوس مثلث ABC باشند، معادله ارتفاع وارد بر ضلع AB کدام است؟

CH: شامل نقطه C باید باشد.

$$y = 4a + 3x \quad (2)$$

$$y = -x \quad (4)$$

$$y = 3a + 2x \quad (1)$$

$$y = a - x \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره در مسائل هندسه تحلیلی، تا حد ممکن شکل رسم کنید و اگر کمی هم هندسه بلد باشید، مسئله برایتان روشن می‌شود.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



درس نامه •• به دست آوردن معادله خط

اگر از یک خط شیب آن (m) و یک نقطه روی آن $((x_0, y_0))$ را بدانیم، معادله خط به صورت زیر نوشته می شود:

$$y - y_0 = m(x - x_0) \Rightarrow y = m(x - x_0) + y_0$$

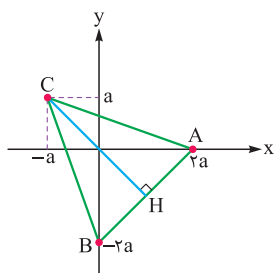
نکته اگر دو خط بر هم عمود باشند، حاصل ضرب شیب های آنها -1 می شود.

پاسخ تشریحی روش اول:

گام اول: با فرض مثبت بودن a ، نقاط را در دستگاه مختصات مشخص می کنیم:

$$AC = BC = \sqrt{(ra)^2 + (a)^2} = |a|\sqrt{1^2 + 1^2}$$

گام دوم: مثلث ABC متساوی الساقین است: پس ارتفاع بر قاعده AC ، نیمساز رأس C نیز هست. یعنی ارتفاع CH باید از مبدأ نیز بگذرد، پس معادله آن $y = -x$ است.



روش دوم:

گام اول: شیب ارتفاع CH قرینه و معکوس شیب ضلع AB است:

$$m_{AB} = \frac{a - (-a)}{a - a} = 1 \Rightarrow m_{CH} = \frac{-1}{m_{AB}} = -1$$

گام دوم: این ارتفاع از نقطه C نیز می گذرد، پس معادله آن به صورت زیر به دست می آید:

$$CH: y = -1(x + a) + a \Rightarrow y = -x$$

تست و پاسخ ۷۴

فاصله نقطه $A(0, m)$ از خط $y = 2x + 6$ ، $1/6$ برابر فاصله آن از نقطه $B(1, -4)$ است. مقدار m کدام می تواند باشد؟

- (۱) -2 (۲) -3 (۳) -1 (۴) $-\frac{3}{4}$

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره در اغلب سؤالاتی که مقدار پارامتر مجهول در گزینه ها قرار دارد، از خود گزینه ها استفاده کنید و شرط مسئله را جست و جو کنید. این روش میانبر است، پس اگر بتوانید محاسبات را سریع انجام دهید، این روش بهتر از حل معادله است.

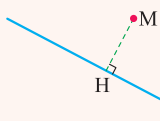
درس نامه •• فاصله دو نقطه از هم و فاصله نقطه از خط

دو نقطه $A(x_1, y_1)$ و $B(x_2, y_2)$ را داریم و می خواهیم فاصله این دو را حساب کنیم. داریم:

$$AB = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

فاصله نقطه ای با مختصات $M(x_0, y_0)$ از خط $d: ax + by + c = 0$ به صورت زیر به دست می آید:

$$MH = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$





پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

پاسخ تشریحی گام اول: فاصله نقطه A را از خط و همچنین نقطه B به دست می آوریم:

$$y - 2x - 6 = 0 \Rightarrow AH = \frac{|m - 0 - 6|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2}} = \frac{|m - 6|}{\sqrt{5}}$$

$$AB = \sqrt{(0-1)^2 + (m+4)^2} = \sqrt{m^2 + 8m + 17}$$

$$\xrightarrow{AH=1/6AB} \frac{|m-6|}{\sqrt{5}} = \frac{1}{6} \sqrt{m^2 + 8m + 17}$$

گام دوم: حال رابطه بین AH و AB را می سازیم:

گام سوم: با آزمایش گزینه ها می بینیم که $m = -2$ جواب معادله است.

تست و پاسخ ۷۵

اگر $A(2,0)$ و $B(-2,4)$ دو رأس از مثلث متساوی الاضلاع ABC باشند، حاصل ضرب طول و عرض رأس C کدام می تواند باشد؟

$$AB = AC = BC$$

$$4\sqrt{6} + 12 \quad (2)$$

$$8 + 2\sqrt{6} \quad (4)$$

$$6 + 2\sqrt{3} \quad (1)$$

$$12 + 4\sqrt{3} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۳

خودت حل کنی بهتره اگر یک نقطه از دو سر یک پاره خط به یک فاصله باشد، آن نقطه روی ...

درس نامه •• عمودمنصف يك پاره خط

اگر بخواهیم عمودمنصف پاره خط AB را به دست آوریم، اول باید نقطه وسط A و B را به دست آوریم (منصف) و پس از آن قرینه و معکوس شیب AB را حساب کنیم (عمود). بدین ترتیب با دانستن شیب و یک نقطه می توانیم معادله عمودمنصف را بنویسیم.

پاسخ تشریحی گام اول: مثلث ABC متساوی الاضلاع است و رأس C از دو رأس A و B به یک فاصله است، پس روی عمودمنصف ضلع

AB است. پس در گام اول معادله عمودمنصف AB را می یابیم:

$$B \text{ و } A \text{ نقطه وسط } H = \frac{A+B}{2} \Rightarrow H(0,2)$$

$$m_{AB} = \frac{0-4}{2-(-2)} = -1 \Rightarrow m_{\text{عمودمنصف}} = \frac{-1}{m_{AB}} = 1$$

پس معادله عمودمنصف AB، $y = x + 2$ است.

گام دوم: مختصات رأس C را $C(\alpha, \alpha + 2)$ می گیریم. فاصله C از A و B برابر AB است.

$$AB = \sqrt{(0-4)^2 + (2-(-2))^2} = 4\sqrt{2}$$

گام سوم: AC یا AB را برابر $4\sqrt{2}$ قرار می دهیم:

$$AC = \sqrt{(\alpha-2)^2 + (\alpha+2)^2} = \sqrt{2\alpha^2 + 8} = 4\sqrt{2}$$

$$\xrightarrow{\text{توان}} 2\alpha^2 + 8 = 32 \Rightarrow \alpha^2 = 12 \Rightarrow \alpha = \pm 2\sqrt{3}$$

گام چهارم: پس مختصات نقطه C می تواند $C(2\sqrt{3}, 2\sqrt{3} + 2)$ یا $C(-2\sqrt{3}, -2\sqrt{3} + 2)$ باشد. در نتیجه حاصل ضرب طول و عرض آن $12 \pm 4\sqrt{3}$ است.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



آمار و احتمال یازدهم

تست و پاسخ ۷۶

کدام گزینه، یک گزاره با ارزش درست را نشان می‌دهد؟

$$x^2 > x \quad (۱)$$

$$x^2 + 1 > 0 \quad (۲)$$

(۳) مجموع یک عدد مخالف صفر و معکوس آن، همواره مخالف صفر است.

(۴) مجموع یک عدد و دو برابر قرینه آن، همواره مخالف صفر است.

پاسخ: گزینه ۳

خودت حل کنی بهتره هر جمله را ابتدا با تعریف گزاره و بعد ارزش آن را چک کنید.

درس نامه • گزاره و گزاره‌نما

گزاره: جمله خبری که فقط یک ارزش داشته باشد را گزاره می‌گوییم. (دقت کنید که فقط یک ارزش داشته باشد. حالا ممکن است ما ارزش آن را بدانیم یا ندانیم.)

گزاره‌نما: به جمله خبری شامل یک یا چند متغیر (همین‌جوری ارزش آن معلوم نیست) که با جای‌گذاری مقادیر به جای متغیر تبدیل به گزاره (تازه می‌شود در مورد ارزش آن صحبت کرد). می‌شود، گزاره‌نما می‌گوییم.

دامنه گزاره‌نما: مجموعه اعدادی که می‌توانیم به جای متغیرهای گزاره‌نما قرار دهیم.

پاسخ تشریحی بررسی گزینه‌های نادرست: گزینه‌های (۱) و (۲) گزاره نیستند، بلکه گزاره‌نما هستند.

(۴) به ازای عدد صفر نادرست می‌شود.

$$0 + 2(0) = 0$$

ب
قرینه آن
هم صفر
است.

و اما گزینه درست:

(۳) درست است:

$$a + \frac{1}{a} = \frac{a^2 + 1}{a} \neq 0$$

(چون $a^2 + 1 \neq 0 \Rightarrow a^2 \neq -1$)

تست و پاسخ ۷۷

برای گزاره‌های p ، q و r ، ارزش کدام گزاره همواره درست است؟

$$(p \vee \sim p) \Rightarrow (r \wedge \sim q) \quad (۱)$$

$$(p \wedge \sim p) \Rightarrow (r \vee \sim q) \quad (۲)$$

$$(p \vee \sim q) \Rightarrow (r \wedge \sim p) \quad (۳)$$

$$(p \wedge \sim q) \Rightarrow (r \vee \sim p) \quad (۴)$$

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره از بحث منطق ریاضی یک سؤال حتماً در کنکور می‌آید، پس به روابط آن به خوبی مسلط باشید.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

درس نامه •• جدول ارزش گزاره‌ها

ارزش	فارسی	ریاضی
وقتی درست است که حداقل یکی از p یا q درست باشد.	p یا q	$p \vee q$
وقتی درست است که p و q هر دو درست باشند.	q و p	$p \wedge q$
فقط در حالتی که p درست و q نادرست باشد، نادرست است و در بقیه حالات درست است.	اگر p آن گاه q	$p \Rightarrow q$
وقتی درست است که p و q هم‌ارزش باشند.	P اگر و فقط اگر q	$p \Leftrightarrow q$
ارزش آن برعکس p است.	نقیض p	$\sim p$

هم‌ارزی ترکیب شرطی

ترکیب شرطی p آن گاه q ، هم‌ارز نقیض p (نقیض فرض) یا q (حکم) است.

$$\begin{array}{c} \text{فرض} \\ \uparrow \\ p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q \\ \uparrow \\ \text{حکم} \end{array}$$

پاسخ تشریحی ۱ به ازای $r \equiv F$ غلط می‌شود. ۲ به ازای $r \equiv F$ و $p \equiv T$ غلط می‌شود و ۳ به ازای $r \equiv F$ ، $q \equiv F$ و $p \equiv T$ غلط می‌شود. اما ۴ به انتقای مقدم همواره درست است.

تست و پاسخ ۷۸

ارزش گزاره سوری $\forall x \in \mathbb{R}; x^2 + x + \frac{1}{4} > 0$ و نقیض آن در کدام گزینه آمده است؟

(۱) نادرست، $\exists x \in \mathbb{Z}; x^2 + x + \frac{1}{4} \leq 0$

(۲) درست، $\exists x \in \mathbb{R}; x^2 + x + \frac{1}{4} \leq 0$

(۳) درست، $\forall x \in \mathbb{Z}; x^2 + x + \frac{1}{4} \leq 0$

(۴) نادرست، $\exists x \in \mathbb{R}; x^2 + x + \frac{1}{4} \leq 0$

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره به دست آوردن نقیض سورهای یکی از موضوعات اساسی این فصل است که برای هر مدل گزاره‌ای باید بلد باشید.

درس نامه •• بررسی سورها

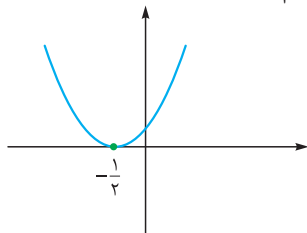
نوع سور	نماد	فارسی	
عمومی	$\forall$	به ازای هر	$\forall x \in U: p(x)$ وقتی درست است که به ازای هر x عضو U ، $p(x)$ درست باشد.
وجودی	$\exists$	به ازای برخی (یا وجود دارد).	$\exists x \in U: p(x)$ وقتی درست است که به ازای حداقل یک x از U ، $p(x)$ درست باشد (یک عدد وجود داشته باشد و جواب تهی نباشد).

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



نکته شرط همواره مثبت یا همواره منفی بودن عبارت درجه دوم $\Delta < 0 \leftarrow -ax^2 + bx + c$

پاسخ تشریحی به ازای $x = -\frac{1}{4}$ این گزاره نادرست است. زیرا در این معادله درجه دوم $\Delta = 0$ و ریشه $x = -\frac{1}{4}$ است.



و نقیض آن به صورت $\exists x \in \mathbb{R}; x^2 + x + \frac{1}{4} \leq 0$ می باشد.

تست و پاسخ ۷۹

کدام یک از گزاره های سوری زیر از لحاظ ارزش درستی با بقیه متفاوت است؟

$$\forall x \in \mathbb{R}; (x+1)^2 > 4x \quad (1)$$

$$\exists x \in \mathbb{R}; \frac{x+1}{2x} = x \quad (2)$$

$$\exists x \in \mathbb{R}; x^2 + 5 < 2x \quad (3)$$

$$\forall x \in \mathbb{R}; \frac{x^3 - 1}{x - 1} = x^2 + x + 1 \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره برای پیدا کردن ارزش گزاره های سوری با علامت $\forall$ همیشه نیاز به اثبات نداریم. گاهی پیدا کردن یک مثال نقض، کار را راحت تر می کند.

پاسخ تشریحی گزینه ها را به ترتیب بررسی می کنیم. در (۱) به ازای $x = 1$ داریم $4 > 4$ که نادرست است. (۲) هم به ازای $x = 1$ نادرست می شود. در (۳) هم داریم $x^2 - 2x + 5 < 0$ که چون در این عبارت $\Delta < 0$ و ضریب x^2 ، مثبت است، عبارت به ازای هر مقدار x ، مثبت می شود، پس این گزینه هم نادرست است. اما در (۴) اگر یک مقدار برای x پیدا کنیم که به ازای آن ارزش گزاره درست شود، کافی است. به ازای $x = 1$ این گزاره صحیح می شود.

تست و پاسخ ۸۰

اگر $n(A \cup B) = 4n(A - B) = 5n(B - A) = 55$ و $n(A \cap B) = 55$ ، تعداد زیرمجموعه های مجموعه A چند برابر تعداد زیرمجموعه های مجموعه B است؟

$$2048 \quad (4)$$

$$512 \quad (3)$$

$$128 \quad (2)$$

$$32 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره تعداد زیرمجموعه ها بارها در کنکور مورد سؤال قرار گرفته است. با توجه به حجم کم درس، حتماً ارزش وقت گذاشتن برای مطالعه را دارد.

خودت حل کنی بهتره با توجه به روابطی که بلدید و روابط صورت مسئله، معادله $n(A \cup B)$ را بنویسید.

درس نامه •• تعداد زیرمجموعه های مجموعه A برابر $2^{n(A)}$ (دو به توان تعداد عضوهای مجموعه A) است.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

پاسخ تشریحی گام اول: $n(A \cup B)$ را مساوی x می‌گیریم. آن‌گاه با توجه به صورت سؤال داریم: $n(A - B) = \frac{x}{4}$ و $n(B - A) = \frac{x}{5}$.
گام دوم: معادله $n(A \cup B)$ را بر حسب $n(A - B)$ و $n(B - A)$ می‌نویسیم.

$$n(A \cup B) = n(A - B) + n(B - A) + n(A \cap B) \Rightarrow x = \frac{x}{4} + \frac{x}{5} + 55 \Rightarrow x = 100$$

گام سوم: با به دست آوردن $n(A - B)$ و $n(B - A)$ و داشتن $n(A \cap B)$ ؛ $n(A)$ و $n(B)$ را محاسبه می‌کنیم و تعداد زیرمجموعه‌هایشان را به دست می‌آوریم.

$$\begin{aligned} n(A) &= n(A - B) + n(A \cap B) = 25 + 55 = 80 \Rightarrow \frac{2^{80}}{2^{75}} = 2^5 = 32 \\ n(B) &= n(B - A) + n(A \cap B) = 20 + 55 = 75 \end{aligned}$$

تست و پاسخ (۸۱)

اگر A و B دو مجموعه غیر تهی با شرط $A \subset B$ باشند، آن‌گاه کدام رابطه نادرست است؟

(۱) $B - A' = A$

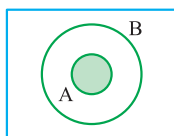
(۲) $A - B' = A$

(۳) $A \cap B' = \emptyset$

(۴) $B \cap A' = \emptyset$

پاسخ: گزینه (۴)

مشاوره روابط بین مجموعه‌ها از آن سؤالات ساده‌ای است که با رسم دقیق نمودار ون حل می‌شوند.



$B - A' = B \cap A = A$

$A - B' = A \cap B = A$

$A \cap B' = A - B = \emptyset$

$B \cap A' = B - A \neq \emptyset$

پاسخ تشریحی (۱) به صورت زیر ساده می‌شود:

با توجه به شکل درست است.

(۲) را نیز به همان صورت ساده می‌کنیم که با توجه به نمودار این گزینه نیز درست است.

(۳) چون $A \subset B$ است پس این گزینه نیز درست است.

(۴) که نادرست بودن آن با توجه به نمودار واضح است.

تست و پاسخ (۸۲)

اگر A ، B و C سه مجموعه غیر تهی باشند، از کدام تساوی الزاماً $A = B$ نتیجه می‌شود؟

(۱) $A \times C = B \times C$

(۲) $A \cap C = B \cap C$

(۳) $A \cup C = B \cup C$

(۴) $A \times (B - C) = (A - C) \times B$

پاسخ: گزینه (۱)

مشاوره ویژگی مجموعه‌ها و حاصل ضرب دکارتی از سؤالات پرتکرار همه آزمون‌هاست.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



خودت حل کنی بهتره برای سرعت بیشتر، سعی کن برای هر گزینه مثال نقض پیدا کنی.

درس نامه ● تعریف ضرب دکارتی:

$A \times B$ شامل تمام زوج‌های مرتبی است که مؤلفه اول آن‌ها عضو A و مؤلفه دوم آن‌ها عضو B باشد. اگر A دارای m و B دارای n عضو باشد $A \times B$ دارای mn عضو است.

خواص ضرب دکارتی:

۱) $A \times \emptyset = \emptyset \times A = \emptyset$

۲) $A \times A = A^2$

۳) ضرب دکارتی روی $\cup$ (اجتماع) و $\cap$ (اشتراک) و $-$ (تفاضل) خاصیت پخشی دارد، یعنی:

● $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$

● $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$

● $A \times (B - C) = (A \times B) - (A \times C)$

۴) ضرب دکارتی برای مجموعه‌های ناتمامی و متمایز خاصیت جابه‌جایی ندارد؛ یعنی در حالت کلی $A \times B \neq B \times A$ ؛ اما اگر A و B ناتمامی باشند، از تساوی $A \times B = B \times A$ نتیجه می‌شود که $A = B$.

پاسخ تشریحی گزینه‌ها را با توجه به چیزهایی که از ویژگی‌های مجموعه‌ها و ضرب دکارتی می‌دانیم بررسی می‌کنیم.

۱) ویژگی ضرب دکارتی: $A \times C = B \times C \Leftrightarrow A = B$

همین گزینه جواب تست است.

۲) با مثال نقض این گزینه را رد می‌کنیم.

$A = \{1, 2, 3, 4\}$ $B = \{3, 7\}$ $C = \{3\}$ $A \cap C = B \cap C = \{3\}$ و $A \neq B$

$A = \{1, 2\}$ $B = \{2, 3\}$ $C = \{1, 2, 3\}$ $A \cup C = B \cup C = \{1, 2, 3\}$ و $A \neq B$

$A = \{2\}$ $B = \{3\}$ $C = \{2, 3\}$

$A \times (B - C) = (A - C) \times B = \emptyset$ و $A \neq B$

تست و پاسخ ۸۳

اگر $S = \{(x, y) \mid 0 \leq y \leq 3x - x^2\}$ مجموعه $S \cap (\mathbb{Z} \times \mathbb{Z})$ چند عضو دارد؟

۹ (۴)

۸ (۳)

۷ (۲)

۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

خودت حل کنی بهتره با در نظر گرفتن این که زوج مرتب‌های (x, y) در نهایت باید هر دو مؤلفه‌شان صحیح باشند، با مقدار دادن به x و y مقادیر قابل قبول را به دست آورید.

پاسخ تشریحی

روش اول:

گام اول: مجموعه $S \cap (\mathbb{Z} \times \mathbb{Z})$ شامل زوج مرتب‌هایی از S می‌باشد که هر دو مؤلفه آن‌ها اعداد صحیح‌اند.

گام دوم: شروع به پیدا کردن (x, y) هایی می‌کنیم که در رابطه $0 \leq y \leq 3x - x^2$ صدق کنند. $y \in \mathbb{Z}$ و $y \geq 0$ است، پس از $y = 0$ شروع می‌کنیم و مقادیر قابل قبول x را به دست می‌آوریم.

$y = 0 \Rightarrow 3x - x^2 \geq 0 \Rightarrow x = 0, x = 1, x = 2, x = 3$

$\Rightarrow (0, 0), (1, 0), (2, 0), (3, 0) \in S$

از $x = 3$ به بعد حاصل $3x - x^2$ منفی می‌شود پس ادامه نمی‌دهیم.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

$$y=1 \Rightarrow 3x-x^2 \geq 1 \Rightarrow x=1, x=2 \Rightarrow (1,1), (2,1) \in S$$

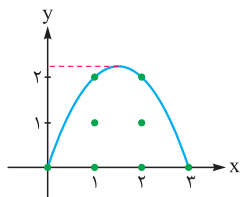
$$y=2 \Rightarrow 3x-x^2 \geq 2 \Rightarrow x=1, x=2 \Rightarrow (1,2), (2,2) \in S$$

پس مجموعه S به صورت زیر می شود:

$$S = \{(0,0), (1,0), (2,0), (3,0), (1,1), (2,1), (1,2), (2,2)\}$$

گام سوم: همه اعضای S اعداد صحیح هستند، بنابراین $S \cap (\mathbb{Z} \times \mathbb{Z})$ دارای ۸ عضو است.

روش دوم: می توانیم برای مشخص کردن مجموعه S نمودار مربوط به معادله $y = 3x - x^2$ را به ازای $y \geq 0$ رسم کنیم. سپس با امتحان کردن نقطه ای خارج از نمودار معادله، محدوده درست را مشخص و نقاط متعلق به اعداد صحیح را تعیین کنیم.



بنابراین مجموعه $S \cap (\mathbb{Z} \times \mathbb{Z})$ شامل ۸ عضو زیر است:

$$S \cap (\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}) = \{(0,0), (1,0), (2,0), (3,0), (1,1), (2,1), (1,2), (2,2)\}$$

تست و پاسخ ۸۴

اگر U مجموعه مرجع و $C = A \cap B'$ ، آن گاه مجموعه $[(B' - A')' \cup C] \cup [A' - (B' - C)']$ برابر کدام است؟

∅ (۴)

U (۳)

B (۲)

A' (۱)

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره جبر مجموعه ها از سوالات پای ثابت کنکور هر سال است.

درس نامه •• جبر مجموعه ها

قوانین شرکت پذیری {
 $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C$ (فرقی نمی کند کدام دو تا را اول اجتماع بگیریم.)
 $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup C$ (فرقی نمی کند کدام دو تا را اول اشتراک بگیریم.)

قوانین پخشی (عکس آن فاکتورگیری) {
 $\overline{A \cup (B \cap C)} = (\overline{A \cup B}) \cap (\overline{A \cup C})$
 $\overline{A \cap (B \cup C)} = (\overline{A \cap B}) \cup (\overline{A \cap C})$
 فاکتور

قوانین زیر مجموعه $A \subseteq B$ {
 $A \cup B = B$
 $A \cap B = A$ (تمامی روابط دوطرفه هستند.)
 $A - B = \emptyset$

قوانین دمورگان {
 $(A \cup B)' = A' \cap B'$
 $(A \cap B)' = A' \cup B'$

قانون تفاضل به اشتراک $A - B = A \cap B'$

قوانین جذب {
 $A \cup (A \cap B) = A$ (چون $A \cap B \subseteq A$)
 $A \cap (A \cup B) = A$ (چون $A \subseteq A \cup B$)

نکته برای ساده سازی عبارت های مجموعه ای می توانیم از نمودار ون هم کمک بگیریم.



$$(B' - A')' = (B' \cap A)' = C'$$

$$C' \cup C = U$$

پاسخ تشریحی

پس قسمت اول عبارت U می شود.اجتماع U و هر مجموعه دلخواهی، U است.

$$U \cup X = U$$

تست و پاسخ ۸۵

تعداد افزایهای مجموعه $A = \{2k-1 \mid k \in \mathbb{Z}, a < x < b\}$ برابر ۱۵ است. بیشترین مقدار مساحت ناحیه $(a, b) \times (a-b, b-a)$ کدام است؟

۹۸ (۴)

۷۲ (۳)

۵۰ (۲)

۳۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره تعداد افزایها از موضوعات مهمی است که با فهم دقیق آن می توانید از پس سؤال هایش بر بیایید.

درس نامه •• افزای يك مجموعه

افزای یعنی قسمت بندی. اگر مجموعه A را به زیرمجموعه های ناتهی فاقد اشتراک که اجتماع آن ها مجموعه A بشود تقسیم بندی کنیم، یک افزای انجام داده ایم. مثلاً $\{1\}$ $\{2\}$ $\{3, 4\}$ یک افزای برای مجموعه $\{1, 2, 3, 4\}$ است. به دست آوردن تعداد افزای: با انتخاب مناسب تعداد عضوها، تعداد افزایها را به دست می آوریم. مثلاً برای این که ببینیم مجموعه چهار عضوی $\{1, 2, 3, 4\}$ را به چند صورت می توانیم به زیرمجموعه های $1, 1, 2$ عضو افزای کنیم به صورت زیر عمل می کنیم:

یکی از یک عضو باقی مانده یکی از دو تای باقی مانده انتخاب ۲ عضو از ۴ عضو

$$\text{تعداد افزای} = \frac{\binom{4}{2} \times \binom{2}{1} \times \binom{1}{1}}{2!} = 6$$

۲ مجموعه با تعداد عضوهای برابر داشتیم

نکته مهم اگر k زیرمجموعه با تعداد عضوهای برابر داشته باشیم، تعداد انتخابها را بر $k!$ تقسیم می کنیم.

پاسخ تشریحی

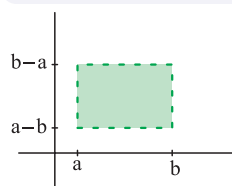
گام اول: وقتی تعداد افزایهای یک مجموعه ۱۵ باشد، یعنی آن مجموعه ۴ عضوی است.

گام دوم: اعضای مجموعه به صورت $2k-1$ هستند. پس باید ۴ مقدار مختلف صحیح برای k داشته باشیم تا ۴ عضو برای مجموعه به دست بیاید.

$$n, n+1, n+2, n+3 \in k \Rightarrow n-1 < k < n+4$$

گام سوم:

$$\Rightarrow \text{Max}(b-a) = 5 \Rightarrow n+4 = \text{بیشترین مقدار } b \text{ و } n-1 = \text{کمترین مقدار } a$$

نکته حواستان باشد که برای بزرگ تر شدن $b-a$ باید b تا حد امکان بزرگ و a تا حد امکان کوچک باشد.

$$b - a = 5$$

$$(b - a) - (a - b) = 2(b - a) = 10$$

$$S = 5 \times 10 = 50$$

گام چهارم: مساحت ضرب دکارتی داده شده را حساب می کنیم.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

هندسه یازدهم

تست و پاسخ ۸۶

به ازای کدام یک از مقادیر زیر برای n ، دو دایره $C(O, n)$ و $C'(O', 2n)$ که فاصله بین مرکزهای آنها $n + 6$ است، چهار مماس مشترک دارند؟

$$n = 4 \quad (4)$$

$$n = 3 \quad (3)$$

$$n = 2 \quad (2)$$

$$n = 5 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره وضعیت دو دایره نسبت به هم و تعداد مماس های مشترک آنها در هر وضع از مباحث مهم فصل دایره کتاب هندسه (۲) است.

درس نامه •••

شکل	مماس مشترک داخلی	مماس مشترک خارجی	وضعیت دو دایره	شرط
	۲	۲	برون هم (متخارج)	$OO' > R + R'$
	۱	۲	مماس برون	$OO' = R + R'$
	۰	۲	متقاطع	$ R - R' < OO' < R + R'$
	۰	۱	مماس درون	$OO' = R - R' $
	۰	۰	متداخل	$OO' < R - R' $

$$OO' > R + R' \Rightarrow n + 6 > 2n \Rightarrow 6 > n \xrightarrow{n > 0} 0 < n < 3$$

پاسخ تشریحی دو دایره باید متخارج باشند؛ پس:

تست و پاسخ ۸۷

در دایره $C(O, R)$ ، وتر $AB = \frac{1}{2}R$ را در نظر می گیریم. اگر M نقطه ای واقع بر این دایره باشد، بیشترین مساحت مثلث AMB چند برابر R^2 است؟

$$1/02 \quad (4)$$

$$1/04 \quad (3)$$

$$1/06 \quad (2)$$

$$1/08 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۱

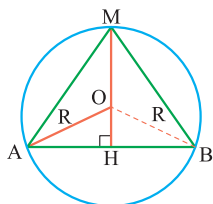
خودت حل کنی بهتره باید ارتفاع مثلث را ماکزیمم در نظر بگیریم تا مساحت ماکزیمم شود.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



پاسخ تشریحی گام اول (تحلیل سؤال): چه طور مساحت ماکزیمم می شود؟ باید ارتفاع ماکزیمم باشد تا مساحت بیشترین مقدار شود، چون طول قاعده AB ثابت است.

گام دوم (محاسبه طول MH): مشخص است که ارتفاع MH وقتی ماکزیمم می شود که از مرکز دایره بگذرد.



$$AH = \frac{1}{2} AB = \frac{1/2 R}{2} = \frac{3}{5} R$$

چون نقطه O از دو سر پاره خط AB به یک فاصله است؛ پس روی عمود منصف آن قرار دارد.

$$\triangle OHA \Rightarrow OH^2 = R^2 - AH^2 = R^2 - \frac{9}{25} R^2 = \frac{16}{25} R^2 \Rightarrow OH = \frac{4}{5} R$$

$$\Rightarrow MH = R + \frac{4}{5} R = \frac{9}{5} R = 1/8 R$$

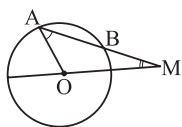
$$S_{\triangle AMB} = \frac{1}{2} AB \times MH = \frac{1}{2} \times 1/2 R \times 1/8 R = 1/8 R^2$$

گام سوم (محاسبه مساحت $\triangle AMB$):



تست و پاسخ

مطابق شکل، O مرکز دایره است و امتداد وتر AB ، امتداد یکی از قطرهای دایره را در M قطع کرده است. اگر AB و BM با شعاع دایره برابر باشند، اختلاف اندازه های دو زاویه A و M کدام است؟



$$22/5^\circ (2)$$

$$37/5^\circ (4)$$

$$15^\circ (1)$$

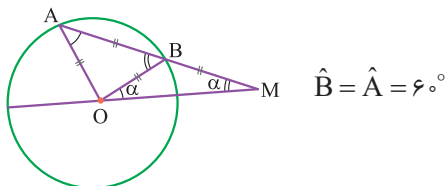
$$30^\circ (3)$$



پاسخ: گزینه ۳

خودت حل کنی بهتره شعاع OB را رسم کن و سعی کن اندازه زاویه A و M را با توجه به روابط به دست آمده در مثلث AOB محاسبه کنی.

پاسخ تشریحی گام اول (رسم شعاع): می دانیم $r = OA = OB$ ، از طرفی، طبق صورت سؤال $AB = r$ ، پس مثلث OAB متساوی الاضلاع است؛ بنابراین:



گام دوم (محاسبه اندازه زاویه M):

$$\hat{B} \Rightarrow \hat{B} = 2\alpha = 6^\circ \Rightarrow \alpha = 3^\circ \Rightarrow \hat{M} = 3^\circ$$

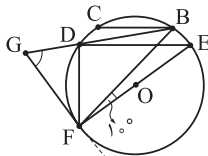
$$\hat{A} - \hat{M} = 6^\circ - 3^\circ = 3^\circ$$

گام سوم (محاسبه خواسته سؤال):



تست و پاسخ

مطابق شکل، $BC \parallel DE$ ، $\angle BFE = 10^\circ$ و O مرکز دایره است. در نقطه F مماسی بر دایره رسم می کنیم تا امتداد BD را در نقطه G قطع کند. اگر اندازه وترهای BC و DF برابر باشند، آنگاه اندازه زاویه G چند درجه است؟



$$60 (2)$$

$$70 (4)$$

$$55 (1)$$

$$65 (3)$$



پاسخ: گزینه ۳

خودت حل کنی بهتره ابتدا با توجه به زاویه محاطی $\angle BFE$ اندازه کمان $\widehat{BE}$ را به دست بیاور و سپس با استفاده از آن اندازه کمان های $\widehat{BC}$ و $\widehat{FD}$ را محاسبه کن.

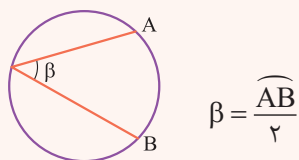


پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

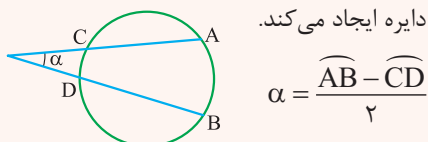
درس نامه

(۱) اندازه زاویه محاطی α در دایره مقابل برابر نصف اندازه کمان روبه روی آن است.



$$\beta = \frac{\widehat{AB}}{2}$$

(۲) اندازه زاویه α در دایره زیر برابر با نصف تفاضل اندازه کمان هایی است که روی محیط دایره ایجاد می کند.



$$\alpha = \frac{\widehat{AB} - \widehat{CD}}{2}$$

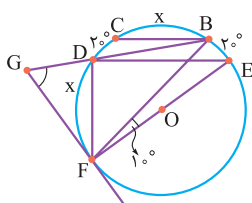


$$AC \parallel BD \Rightarrow \widehat{AB} = \widehat{CD}$$

(۳)

$$\widehat{DC} = \widehat{BE} = \alpha$$

گام اول (محاسبه $\widehat{BE}$ و $\widehat{CD}$): کمان های بین دو وتر موازی با هم برابرند؛ پس:



از طرفی، کمان $\widehat{BE}$ روبه روی زاویه محاطی $\widehat{BFE}$ است.

$$\widehat{BFE} = \frac{1}{2} \widehat{BE} \Rightarrow 1^\circ = \frac{1}{2} \alpha \Rightarrow \alpha = 2^\circ$$

گام دوم (محاسبه $\widehat{BC}$ و $\widehat{DF}$): می دانیم اگر دو وتر از یک دایره برابر باشند، کمان های نظیر آن دو وتر نیز برابرند؛ پس:

$$\widehat{BC} = \widehat{DF} = x$$

EF قطر دایره است؛ پس:

$$x + 2^\circ + x + 2^\circ = 180^\circ$$

$$\Rightarrow x = 7^\circ$$

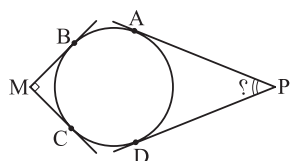
$$G = \frac{\widehat{FE} + \widehat{BE}}{2} - \widehat{BF} = \frac{(180^\circ + 2^\circ) - 7^\circ}{2} = 65^\circ$$

گام سوم (محاسبه زاویه G):

تست و پاسخ ۹۰

در شکل زیر، مجموع کمان های $\widehat{AB}$ و $\widehat{CD}$ برابر با 105° است. اگر خط های موجود در شکل بر دایره مماس و MC بر MB عمود باشد، اندازه

زاویه P کدام است؟



$$3^\circ \quad (۲)$$

$$7/5^\circ \quad (۴)$$

$$45^\circ \quad (۱)$$

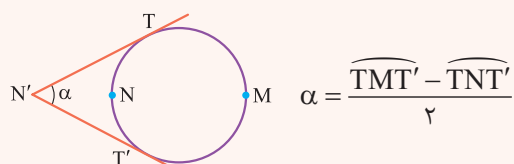
$$15^\circ \quad (۳)$$

پاسخ: گزینه ۳

خودت حل کنی بهتره زاویه های M و P را بر حسب کمان های دایره بنویس تا $\hat{P}$ را به دست بیاوری.

درس نامه

در شکل مقابل می دانیم:

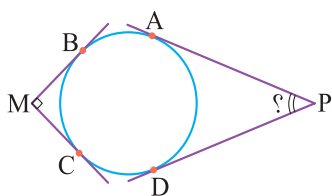


$$\alpha = \frac{\widehat{TMT'} - \widehat{TNT'}}{2}$$

از طرفی، $\widehat{TMT'} + \widehat{TNT'} = 36^\circ$ ، پس در نتیجه با کم کردن دو طرف این تساوی ها از یکدیگر خواهیم داشت:

$$\widehat{TNT'} = 18^\circ - \alpha, \quad \widehat{TMT'} = 18^\circ + \alpha$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



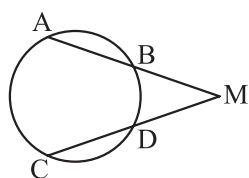
پاسخ تشریحی: گام اول (استفاده از زاویه M):

$$\hat{M} = \frac{\widehat{BAC} - \widehat{BC}}{2} = \frac{(\widehat{AB} + \widehat{CD} + \widehat{AD}) - \widehat{BC}}{2} = \frac{105^\circ + \widehat{AD} - \widehat{BC}}{2} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{AD} - \widehat{BC} = 75^\circ$$

گام دوم (محاسبه زاویه P):

$$\hat{P} = \frac{\widehat{ABD} - \widehat{AD}}{2} = \frac{(\widehat{AB} + \widehat{CD} + \widehat{BC}) - \widehat{AD}}{2} = \frac{105^\circ + \widehat{BC} - \widehat{AD}}{2} = \frac{30^\circ}{2} = 15^\circ$$

تست و پاسخ ۹۱



در شکل مقابل، $MD = 4CD$ و B وسط AM است. نسبت $\frac{AM}{CM}$ کدام است؟

$$\frac{5\sqrt{5}}{8} \quad (4)$$

$$\frac{\sqrt{10}}{5} \quad (3)$$

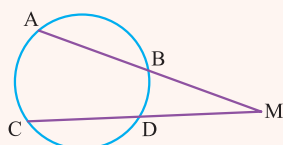
$$\frac{3\sqrt{10}}{8} \quad (2)$$

$$\frac{2\sqrt{10}}{5} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۱

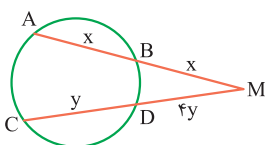
مشاوره: روابط طولی دایره را باید بسیار مسلط باشید؛ چراکه از مباحث پرتکرار آزمون‌ها است.

درس نامه



در هر دایره اگر امتداد دو وتر AB و CD در نقطه M متقاطع باشند؛ آن‌گاه:

$$MA \times MB = MC \times MD$$



پاسخ تشریحی: گام اول (اعمال فرض سؤال روی شکل): نسبت اندازه‌ها را روی شکل مشخص می‌کنیم.

$$AB = BM = x$$

$$CD = y, MD = 4y$$

گام دوم (محاسبه خواسته سؤال): رابطه طولی در دایره را می‌نویسیم:

$$2x \times x = 4y \times 5y \Rightarrow x^2 = 10y^2 \Rightarrow \frac{x}{y} = \sqrt{10}$$

$$\frac{AM}{CM} = \frac{2x}{5y} = \frac{2}{5}\sqrt{10}$$

تست و پاسخ ۹۲

در دایره‌ای دو وتر AB و CD در نقطه M متقاطع‌اند و نقطه M وسط وتر $AB = 6$ است. نیم‌دایره‌ای به قطر CD رسم کرده و از M عمودی بر CD

رسم می‌کنیم تا نیم‌دایره را در نقطه E قطع کند. طول ME کدام است؟

$$3 \quad (4)$$

$$2 \quad (3)$$

$$2\sqrt{3} \quad (2)$$

$$2\sqrt{2} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره: این سؤال ترکیب روابط طولی دایره و روابط طولی مثلث قائم‌الزاویه است.

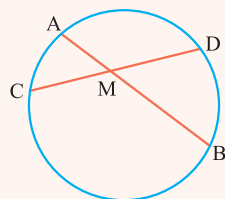
خودت حل کنی بهتره ابتدا از روابط طولی دایره حاصل ضرب $MC \times MD$ را به دست بیاور و در مثلث تشکیل شده در نیم‌دایره از روابط طولی مثلث قائم‌الزاویه استفاده کن.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

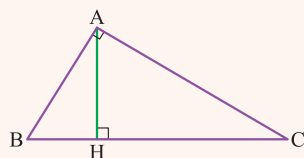
ریاضیات

درس نامه



$$MA \times MB = MC \times MD$$

(۱) مطابق شکل، دو وتر AB و CD در نقطه M درون دایره متقاطع اند، داریم:



(۲) با رسم ارتفاع وارد بر وتر در مثلث قائم الزاویه، مطابق شکل، داریم:

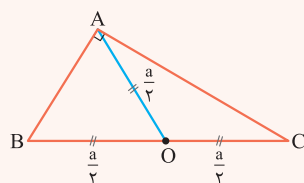
$$AH \times BC = AB \times AC \quad (\text{الف})$$

$$AH^2 = BH \times CH \quad (\text{ب})$$

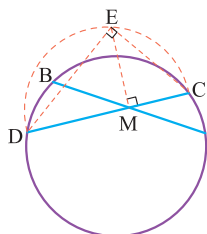
$$AB^2 = BH \times BC \quad (\text{پ})$$

$$AC^2 = CH \times BC \quad (\text{ت})$$

(۳) در هر مثلث قائم الزاویه، طول میانه وارد بر وتر، نصف طول وتر است.



پاسخ تشریحی گام اول (محاسبه $MC \times MD$): طبق قضیه وترهای متقاطع در دایره داریم:

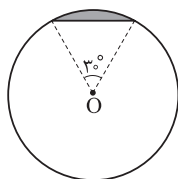


$$MA \times MB = MC \times MD \Rightarrow 3 \times 3 = MC \times MD \Rightarrow MC \times MD = 9$$

گام دوم (محاسبه EM): در نیم دایره، زاویه CED محاطی و مقابل به قطر است؛ پس قائمه می باشد. در مثلث قائم الزاویه CDE، پاره خط EM ارتفاع است و می دانیم در مثلث قائم الزاویه، ارتفاع نظیر وتر، واسطه هندسی بین دو قطعه ایجاد شده روی وتر است؛ پس:

$$EM^2 = MC \times MD = 9 \Rightarrow EM = 3$$

تست و پاسخ ۹۳



در شکل رسم شده، نقطه O مرکز دایره و شعاع آن ۱۰ واحد است. با فرض $\pi = 3/15$ ، مساحت ناحیه رنگ شده کدام است؟

$$1/25 \quad (2)$$

$$1/5 \quad (1)$$

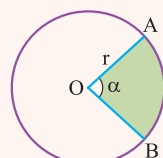
$$1 \quad (4)$$

$$1/75 \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۲

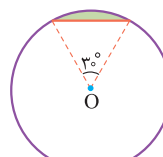
خود حل کنی بهتره با استفاده از فرمول، مساحت قطاع مشخص شده را محاسبه کن و از آن مساحت مثلث را کم کن.

درس نامه



$$S = \frac{\pi r^2 \alpha^\circ}{360^\circ}$$

در شکل مقابل اگر O مرکز دایره باشد، داریم:



$$S_{\text{قطاع}} = \frac{30^\circ}{360^\circ} \pi R^2 = \frac{1}{12} \pi R^2$$

پاسخ تشریحی گام اول (محاسبه مساحت قطاع):

$$S_{\Delta AOB} = \frac{1}{2} R^2 \sin 30^\circ = \frac{1}{4} R^2$$

گام دوم (محاسبه مساحت مثلث AOB):

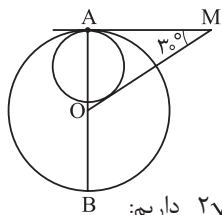
$$S = \frac{1}{12} \pi R^2 - \frac{1}{4} R^2 = \frac{1}{4} R^2 \left(\frac{1}{3} \pi - 1 \right) = \frac{1}{4} \times 100 \times 0.05 = 1.25$$

گام سوم (محاسبه تفاضل مساحت ها):

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۹۴



در شکل مقابل، دو دایره در نقطه A مماس داخل هستند. مماسی که از نقطه O (مرکز دایره بزرگ تر) بر دایره کوچک تر رسم می شود، مماس مشترک دو دایره را در نقطه M و با زاویه 30° قطع می کند. نسبت شعاع دایره کوچک تر به شعاع دایره بزرگ تر کدام است؟

$$(4) \quad 2\sqrt{3} - 3 \quad \text{داریم:}$$

$$(3) \quad \sqrt{3} - 1$$

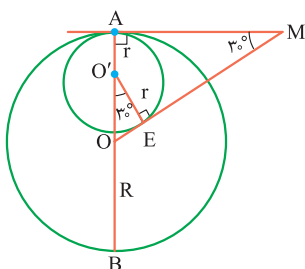
$$(2) \quad 2 - \sqrt{3}$$

$$(1) \quad \sqrt{3} - \frac{3}{2}$$

پاسخ: گزینه ۴

خود حل کنی بهتره از مرکز دایره کوچک (O')، شعاعی که بر مماس OM عمود است را رسم کن و زوایای مثلث OEO' ایجاد شده را به دست بیاور.

پاسخ تشریحی گام اول (رسم شعاع OE): در چهارضلعی $MAO'E$ مجموع زاویه های داخلی 360° است؛ پس:



$$\angle O'O'E = 30^\circ$$

در نتیجه:

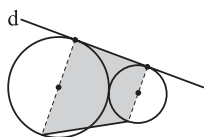
$$\cos 30^\circ = \frac{O'E}{O'O} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \frac{r}{R-r} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

گام دوم (محاسبه خواسته سؤال): در مثلث OEO' داریم:

$$\Rightarrow 2r + \sqrt{3}r = \sqrt{3}R \Rightarrow (2 + \sqrt{3})r = \sqrt{3}R$$

$$\Rightarrow \frac{r}{R} = \frac{\sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} \times \frac{2 - \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3} - 3}{1} = 2\sqrt{3} - 3$$

تست و پاسخ ۹۵



مطابق شکل، دو دایره به شعاع های ۱ و ۴ بر هم مماس و خط d بر هر دوی آنها مماس است. قطرهای گذرنده از نقاط تماس را رسم کرده ایم. مساحت چهارضلعی رنگی کدام است؟

$$(4) \quad 20$$

$$(3) \quad 18$$

$$(2) \quad 25$$

$$(1) \quad 16$$

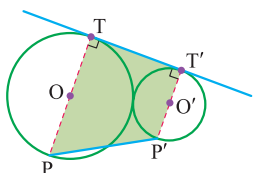
پاسخ: گزینه ۴

مشاوره محاسبه اندازه مماس های مشترک داخلی و خارجی دایره ها از مباحث پرتکرار است.

درس نامه

در دو دایره مماس خارج با شعاع های r و R، طول مماس مشترک خارجی برابر $2\sqrt{Rr}$ است.

پاسخ تشریحی گام اول (محاسبه طول مماس مشترک خارجی دو دایره مماس بیرون):



$$TT' = 2\sqrt{rr'} = 2\sqrt{1 \times 4} = 4 \Rightarrow \begin{cases} TP = 8 \\ T'P' = 2 \end{cases}$$

$$S = \frac{(T'P' + TP) \times TT'}{2} = \frac{(2 + 8) \times 4}{2} = 20$$

گام دوم (محاسبه مساحت دوزنقه):



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

فیزیک یازدهم

تست و پاسخ ۹۶

دو جسم نارسانا و خنثای A و B را به یکدیگر مالش می‌دهیم. با توجه به سری الکتریسیته مالشی زیر، بعد از مالش، بار الکتریکی جسم B بر حسب نانوکولن، برابر کدام می‌تواند باشد؟ ($e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C}$)

انتهای مثبت سری
A
B
انتهای منفی سری

- (۱) 8×10^{-10}
 (۲) -8×10^{-10}
 (۳) 6×10^{-10}
 (۴) -6×10^{-10}

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره ابتدا مثبت یا منفی بودن بار الکتریکی جسم B را تشخیص دهید و دو گزینه را رد کنید، سپس از رابطه $q = \pm ne$ ، گزینه‌ای که در این رابطه صدق می‌کند و مضرب درستی از بار بنیادی e است را انتخاب کنید.

درس نامه

در اثر مالش دو جسم نارسانای خنثی به یکدیگر، یک جسم الکترون دریافت می‌کند و جسم دیگر به همان اندازه الکترون از دست می‌دهد. جسمی که در جدول سری الکتریسیته مالشی (تریبو الکتریک) به انتهای منفی سری نزدیک‌تر است، الکترون‌خواه‌تر است و در اثر مالش، بارش منفی خواهد شد.

انتهای مثبت سری
شیشه
پشم
ابریشم
لاستیک
انتهای منفی سری

مثلاً در جدول مقابل، در اثر مالش میله شیشه‌ای با پارچه ابریشمی که هر دو خنثی بوده‌اند، به دلیل الکترون‌خواهی بیشتر پارچه ابریشمی، الکترون‌ها از میله شیشه‌ای به پارچه ابریشمی منتقل می‌شوند. در نتیجه، بار الکتریکی پارچه ابریشمی منفی و بار الکتریکی میله شیشه‌ای مثبت می‌شود. در این تبادل بار، اندازه بار الکتریکی هر دو جسم، با هم برابر است.

کوانتیده بودن بار الکتریکی: همواره بار الکتریکی یک جسم، مضرب درستی از یک مقدار پایه (بار بنیادی e) است و هر مقدار دلخواهی نمی‌تواند داشته باشد.

$$q = \pm ne, e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C}$$

اختلاف تعداد پروتون‌ها و الکترون‌های جسم

پاسخ تشریحی

گام اول: از آن‌جا که جسم B نسبت به جسم A به انتهای منفی سری الکتریسیته مالشی نزدیک‌تر است، جسم B الکترون‌خواه‌تر است و در اثر مالش با جسم A الکترون دریافت می‌کند و بارش منفی می‌شود. (خدا حافظی با ۱ و ۳)

گام دوم: مقدار بار الکتریکی مضرب درستی از بار بنیادی e است. ۲ و ۴ را مورد بررسی قرار می‌دهیم:

از آن‌جا که گزینه‌ها بر حسب نانوکولن داده شده، برای مقایسه آن‌ها با بار بنیادی ($e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C}$) باید آن‌ها را در 10^{-9} ضرب کنیم تا به کولن تبدیل شوند، سپس مقدار n را به دست می‌آوریم.

$$\begin{aligned} \text{۲)} \quad q = -ne &\Rightarrow -8 \times 10^{-19} = -n \times 1/6 \times 10^{-19} \Rightarrow n = 5 \quad \checkmark \\ \text{۴)} \quad q = -ne &\Rightarrow -6 \times 10^{-19} = -n \times 1/6 \times 10^{-19} \Rightarrow n = 3/75 \quad \times \end{aligned}$$

تست و پاسخ ۹۷

در شکل زیر، دو گوی مشابه به جرم $3/6 \text{ g}$ و بار الکتریکی یکسان و مثبت، در فاصله 2 cm از هم قرار دارند، به طوری که گوی بالایی به حالت معلق مانده است. تعداد الکترون‌های کنده شده از هر گوی نسبت به حالت خنثای آن‌ها، کدام است؟



$$(g = 10 \text{ N/kg}, k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}, e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C})$$

- (۱) $2/5 \times 10^{10}$
 (۲) 5×10^{10}
 (۳) $2/5 \times 10^{11}$
 (۴) 5×10^{11}

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



خودت حل کنی بهتره به کمک رابطه $\frac{k|q_1||q_2|}{r^2} = mg$ ، بار الکتریکی هر گوی را به دست آورید و در نهایت به کمک رابطه $q = \pm ne$

تعداد الکترون‌های کنده شده را محاسبه کنید.

درس نامه

اگر دو بار ذره‌ای q_1 و q_2 در فاصله r از هم قرار داشته باشند، اندازه نیرویی که این دو ذره باردار به هم وارد می‌کنند از رابطه $F = \frac{k|q_1||q_2|}{r^2}$ به دست می‌آید.

F = اندازه نیرو (N)

k = ثابت کولن $= \frac{9 \times 10^9 \text{ N.m}^2}{\text{C}^2}$

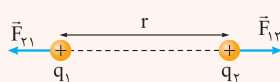
r = فاصله بین دو بار (m)

q_1 و q_2 = بارهای الکتریکی نقطه‌ای (C)

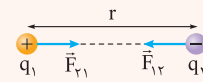
این نیرو در صورت ناهمنام بودن بارها از نوع جاذبه و در صورت همنام بودن بارها از نوع دافعه است.



$$F_{12} = F_{21}$$



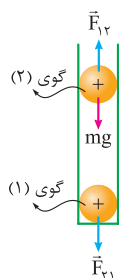
$$F_{12} = F_{21}$$



$$F_{12} = F_{21}$$

بنا به قانون سوم نیوتون نیروهای الکتریکی که این دو بار بر یکدیگر وارد می‌کنند، هم‌اندازه، هم‌راستا و در خلاف جهت یکدیگر است.

پاسخ تشریحی **گام اول:** مطابق شکل زیر، برای این که گوی بالایی به حالت معلق بماند، باید اندازه نیروی وزن آن با اندازه نیروی کولنی که از طرف گوی پایینی به آن وارد می‌شود با هم برابر باشند.



$$F_{12} = mg \Rightarrow \frac{k|q_1||q_2|}{r_{12}^2} = mg \Rightarrow \frac{9 \times 10^9 \times q^2}{(0.02)^2} = mg \Rightarrow q^2 = \frac{36 \times 10^{-3} \times 4 \times 10^{-4}}{9 \times 10^9} = 16 \times 10^{-16} \Rightarrow q = 4 \times 10^{-8} \text{ C}$$

گام دوم: با استفاده از رابطه $q = \pm ne$ ، اختلاف تعداد پروتون‌ها و الکترون‌ها (تعداد الکترون‌های کنده شده نسبت به حالت خنثی) را به دست می‌آوریم (خلاصه بگم دنبال n هستیم).

$$q = ne \Rightarrow 4 \times 10^{-8} = n \times 1.6 \times 10^{-19} \Rightarrow n = \frac{4 \times 10^{-8}}{1.6 \times 10^{-19}} = 2.5 \times 10^{11}$$

تست و پاسخ ۹۸

دو گوی رسانا، کوچک و یکسان به بارهای الکتریکی $q_1 = 4 \text{ nC}$ و $q_2 = -6 \text{ nC}$ روی دو رأس مجاور یک مربع قرار دارند. اگر دو گوی را با هم تماس داده و سپس آن‌ها را روی دو رأس غیرمجاور همان مربع قرار دهیم، اندازه نیروی الکتریکی‌ای که دو بار به هم وارد می‌کنند، چند برابر می‌شود؟

$$\frac{5}{24} (4)$$

$$\frac{5}{48} (3)$$

$$\frac{1}{24} (2)$$

$$\frac{1}{48} (1)$$

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره در حل سؤالات الکتریسیته ساکن که مربوط به روابط $F = \frac{k|q_1||q_2|}{r^2}$ و $E = \frac{k|q|}{r^2}$ است، سعی کنید از هندسه و رسم شکل، استفاده کنید.



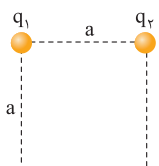
پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

خودت حل کنی بهتره بزرگی نیروی بین دو بار الکتریکی را زمانی که روی دو رأس مجاور مربع هستند، محاسبه کنید. پس از تماس که بار هر کدام برابر $(\frac{q_1 + q_2}{2})$ می شود و در شرایط جدید که روی دو رأس غیرمجاور مربع هستند نیز بزرگی نیروی بین آن ها را به دست آورید و در نهایت نسبت آن ها را محاسبه کنید.

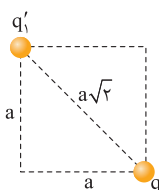
درس نامه

در اثر تماس دو جسم رسانای مشابه با بارهای الکتریکی q_1 و q_2 بار الکتریکی هر دو جسم یکسان شده و برابر $q'_1 = q'_2 = \frac{q_1 + q_2}{2}$ خواهد شد.



پاسخ تشریحی گام اول: شکل زیر وضعیت دو گوی q_1 و q_2 را قبل از تماس نشان می دهد. بزرگی نیروی الکتریکی بین دو ذره در این حالت برابر است با:

$$F_1 = \frac{k |q_1| |q_2|}{r^2} = \frac{k \times 6 \times 10^{-9} \times 4 \times 10^{-9}}{a^2} = 24 \frac{k \times 10^{-18}}{a^2}$$



گام دوم: شکل زیر وضعیت گوی ها را پس از تماس و در شرایط جدید نمایش می دهد. پس از محاسبه q'_1 و q'_2 در حالت جدید، اندازه نیروی الکتریکی بین این دو بار ذره ای را به دست می آوریم:

$$q'_1 = q'_2 = \frac{q_1 + q_2}{2} = \frac{4 + (-6)}{2} = -1 \text{ nC}$$

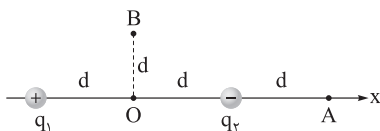
$$F_2 = \frac{k |q'_1| |q'_2|}{r'^2} = \frac{k \times 1 \times 10^{-9} \times 1 \times 10^{-9}}{(a\sqrt{2})^2} = \frac{1}{2} \frac{k \times 10^{-18}}{a^2}$$

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{\frac{1}{2} \frac{k \times 10^{-18}}{a^2}}{24 \frac{k \times 10^{-18}}{a^2}} = \frac{1}{48}$$

گام سوم: نسبت اندازه نیروی الکتریکی در حالت دوم به حالت اول را به دست می آوریم:

تست و پاسخ ۹۹

در شکل زیر، یک دوقطبی الکتریکی روی محور x قرار دارد. چه تعداد از عبارات های زیر درست است؟



(الف) میدان الکتریکی خالص در نقطه O ، در جهت محور x است.

(ب) میدان الکتریکی خالص در نقطه A ، در جهت محور x است.

(پ) اندازه میدان الکتریکی خالص در نقطه O ، برابر اندازه میدان الکتریکی خالص در نقطه A است.

(ت) اندازه میدان الکتریکی خالص در نقطه B ، برابر $\frac{9\sqrt{2}}{16}$ برابر اندازه میدان الکتریکی خالص در نقطه A است.

۴ (۴)

۳ (۳)

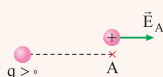
۲ (۲)

۱ (۱)

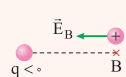
پاسخ: گزینه ۳

درس نامه

برای محاسبه اندازه میدان الکتریکی ناشی از بار q در فاصله r از آن از رابطه $E = \frac{k|q|}{r^2}$ استفاده می کنیم. برای تشخیص جهت میدان الکتریکی، بار آزمون ($q_0 > 0$) را در نقطه مورد نظر قرار می دهیم و جهت نیرویی که بار q به بار آزمون در آن نقطه وارد می کند را مشخص می کنیم.



جهت میدان الکتریکی در نقطه A ناشی از بار q

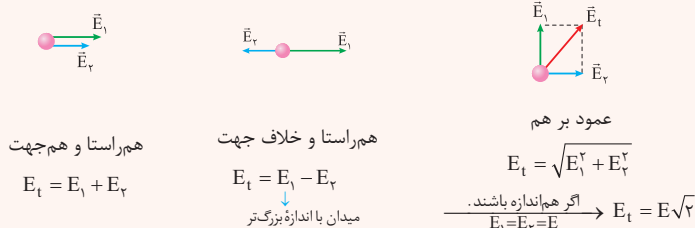


جهت میدان الکتریکی در نقطه B ناشی از بار q

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

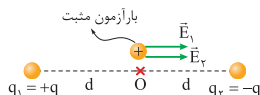


• برای محاسبه اندازه برآیند کمیت‌های برداری (مثلاً میدان الکتریکی) در کتاب‌های درسی، سه حالت وجود دارد که در شکل‌های زیر مشخص شده است.



پاسخ تشریحی

گام اول: جهت میدان الکتریکی خالص در نقطه (O) را مشخص کرده و اندازه آن را به دست می‌آوریم. شکل زیر، جهت میدان الکتریکی ناشی از بارهای q_1 و q_2 را در نقطه (O) نشان می‌دهد.

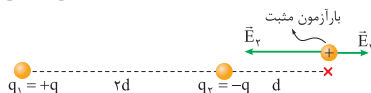


میدان الکتریکی برآیند (خالص) در جهت محور X و از حاصل جمع E_1 و E_2 به دست می‌آید:

$$E_1 = E_2 = \frac{k|q|}{d^2} \Rightarrow E_O = E_1 + E_2 = \frac{2k|q|}{d^2}$$

فعلاً گزاره «الف» صحیح است.

گام دوم: جهت میدان الکتریکی خالص در نقطه (A) را مشخص کرده و اندازه آن را به دست می‌آوریم. شکل زیر، جهت میدان الکتریکی ناشی از بارهای q_1 و q_2 را در نقطه (A) نشان می‌دهد.



با توجه به یکسان بودن اندازه بارهای q_1 و q_2 و نزدیک‌تر بودن بار q_2 به نقطه A، اندازه میدان الکتریکی حاصل از بار q_2 بزرگ‌تر است، بنابراین اندازه میدان الکتریکی برآیند آن‌ها از در نقطه A تفاضل E_1 و E_2 و در جهت میدان بزرگ‌تر (یعنی $\vec{E}_2$) خواهد بود. بنابراین، میدان الکتریکی برآیند (خالص) در این نقطه، در خلاف جهت محور X است و نتیجه می‌گیریم گزاره «ب» نادرست است. حال اندازه برآیند میدان الکتریکی در نقطه (A) را به دست می‌آوریم:

$$\left. \begin{aligned} E_1 &= \frac{k|q_1|}{r_1^2} = \frac{k|q|}{(3d)^2} = \frac{k|q|}{9d^2} \\ E_2 &= \frac{k|q_2|}{r_2^2} = \frac{k|q|}{d^2} \end{aligned} \right\} E_A = E_2 - E_1 = \frac{k|q|}{d^2} - \frac{k|q|}{9d^2} = \frac{8k|q|}{9d^2}$$

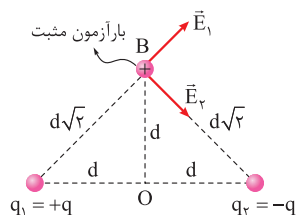
گام سوم: نسبت اندازه میدان الکتریکی برآیند در نقطه (O) به نقطه (A) را به دست می‌آوریم:

$$\frac{E_O}{E_A} = \frac{\frac{2k|q|}{d^2}}{\frac{8k|q|}{9d^2}} = \frac{18}{8} = \frac{9}{4} = 2.25$$

بنابراین گزاره «پ» صحیح است.

گام چهارم: اندازه میدان الکتریکی برآیند را در نقطه (B) به دست می‌آوریم و نسبت آن را به اندازه میدان الکتریکی در نقطه (A) محاسبه می‌کنیم.

شکل زیر، وضعیت میدان الکتریکی ناشی از بارهای q_1 و q_2 را در نقطه (B) نشان می‌دهد. با توجه به هندسه شکل و عمودبودن این دو میدان، برای محاسبه اندازه میدان الکتریکی برآیند، از رابطه فیثاغورس استفاده می‌کنیم.



اندازه میدان‌های الکتریکی E_1 و E_2 و اندازه میدان الکتریکی برآیند (خالص) را در نقطه B به دست می‌آوریم:

$$\left. \begin{aligned} E_1 &= \frac{k|q_1|}{r_1^2} = \frac{k|q|}{(d\sqrt{2})^2} = \frac{k|q|}{2d^2} \\ E_2 &= \frac{k|q_2|}{r_2^2} = \frac{k|q|}{(d\sqrt{2})^2} = \frac{k|q|}{2d^2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow E_B = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} \xrightarrow{E_1=E_2} E_B = E_1\sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{k|q|}{d^2}$$

حالا نوبت محاسبه $\frac{E_B}{E_A}$ است.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

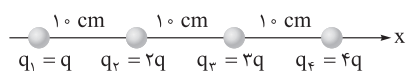
فیزیک

$$\frac{E_B}{E_A} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} \frac{k|q|}{d^2}}{\frac{1}{9} \frac{k|q|}{d^2}} = \frac{9\sqrt{2}}{16}$$

پس گزاره «ت» هم درست است.

تست و پاسخ ۱۰۰

در شکل زیر، چهار بار الکتریکی نقطه‌ای مثبت روی x قرار دارند. اگر اندازه نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_1 برابر $11/5 \text{ N}$ باشد، q چند



میکروکولن است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2})$

۲ (۲)

۱ (۱)

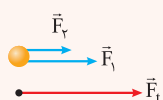
۸ (۴)

۴ (۳)

پاسخ: گزینه ۲

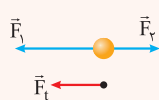
درس نامه

برای محاسبه برآیند دو نیروی $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ در کتاب درسی، سه حالت مطابق شکل‌های زیر وجود دارد.



هم‌راستا و هم‌جهت

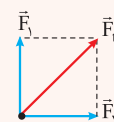
$$F_t = F_1 + F_2$$



هم‌راستا و خلاف جهت

$$F_t = F_1 - F_2$$

نیروی با اندازه بزرگ‌تر

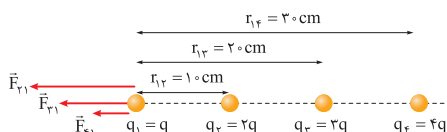


عمود بر هم

$$F_t = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$$

پاسخ تشریحی

گام اول: اندازه نیروی الکتریکی وارد بر بار q_1 ناشی از بارهای q_2 ، q_3 و q_4 را به صورت جداگانه به دست می‌آوریم. شکل زیر، جهت نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_1 و فاصله بارهای q_2 ، q_3 و q_4 را نسبت به بار q_1 نشان می‌دهد.



$$F_{21} = \frac{k|q_1||q_2|}{r_{12}^2} = \frac{k \times q \times 2q}{(0/1)^2} = 20kq^2$$

$$F_{31} = \frac{k|q_1||q_3|}{r_{13}^2} = \frac{k \times q \times 3q}{(0/2)^2} = 75kq^2$$

$$F_{41} = \frac{k|q_1||q_4|}{r_{14}^2} = \frac{k \times q \times 4q}{(0/3)^2} = \frac{400}{9}kq^2$$

گام دوم: با توجه به هم‌جهت بودن نیروهای $\vec{F}_{21}$ ، $\vec{F}_{31}$ و $\vec{F}_{41}$ اندازه نیروی الکتریکی خالص (برآیند) این نیروها برابر با حاصل جمع آن‌ها است.

$$F_{t,q1} = F_{21} + F_{31} + F_{41} = 20kq^2 + 75kq^2 + \frac{400}{9}kq^2 = \frac{2875}{9}kq^2$$

طبق فرض سؤال، اندازه نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_1 ، $11/5 \text{ N}$ است؛ بنابراین داریم:

$$\frac{2875}{9}kq^2 = 11/5 \Rightarrow q^2 = \frac{11/5 \times 9}{2875 \times 9 \times 10^9} = 4 \times 10^{-12} \Rightarrow q = 2 \times 10^{-6} \text{ C} = 2 \mu\text{C}$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۱۰۱

دو بار الکتریکی نقطه‌ای $q_1 = 9 \mu C$ و $q_2 = 36 \mu C$ در فاصله 60 cm از هم قرار دارند. بار Q را در مکانی قرار می‌دهیم تا نیروی الکتریکی خالص وارد بر دو بار q_1 و q_2 برابر صفر شود. به ترتیب، $|Q|$ چند میکروکولن و فاصله آن تا بار q_2 چند سانتی‌متر است؟

۴۰، ۴ (۴)

۲۰، ۴ (۳)

۴۰، ۲ (۲)

۲۰، ۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

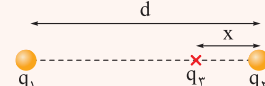
خودت حل کنی بهتره ابتدا وضعیت و آرایش قرارگرفتن بارها را برای این که نیروی خالص وارد بر دو بار q_1 و q_2 برابر صفر باشد،

مشخص کنید. سپس به کمک رابطه $F = \frac{k |q_1| |q_2|}{r^2}$ نیروی وارد بر بارهای q_1 و q_2 را به دست آورید و شرایط تعادل را بررسی کنید.

درس نامه

اگر یک بار الکتریکی در وضعیتی قرار گیرد که نیروی الکتریکی خالص وارد بر آن، صفر باشد، می‌گوییم در حالت تعادل است. اکنون سه حالت زیر را بررسی می‌کنیم:

(۱) اگر دو بار ذره‌ای و همنام q_1 و q_2 در فاصله‌ای مشخص از هم قرار داشته باشند و بخواهیم بار ذره‌ای q_3 را در نقطه‌ای قرار دهیم که برابند نیروهای وارد بر آن صفر باشد، بار q_3 بین دو بار q_1 و q_2 و نزدیک به باری که اندازه آن کوچک‌تر است قرار می‌گیرد.



$$q_1 q_2 > 0, |q_2| < |q_1|$$

$$x = \frac{d}{\sqrt{\frac{|q_1|}{|q_2|}} + 1}$$

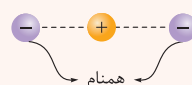
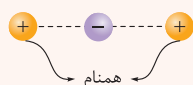
(۲) اگر دو بار ذره‌ای q_1 و q_2 ناهمنام باشند و بخواهیم بار ذره‌ای q_3 را در نقطه‌ای قرار دهیم که در حالت تعادل باشد، بار q_3 خارج از فاصله بین دو بار و نزدیک به باری که اندازه آن کوچک‌تر است قرار می‌گیرد.



$$q_1 q_2 < 0, |q_2| < |q_1|$$

$$x = \frac{d}{\sqrt{\frac{|q_1|}{|q_2|}} - 1}$$

(۳) اگر سه بار ذره‌ای q_1 ، q_2 و q_3 در یک راستا قرار داشته باشند و برابند نیروهای وارد بر هر یک از سه ذره صفر باشد، همواره بار میانی با دو بار الکتریکی دیگر ناهمنام هستند.



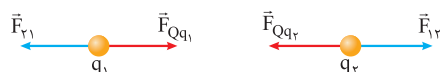
پاسخ تشریحی

گام اول: ابتدا وضعیت قرارگیری بار Q را مشخص می‌کنیم. برای این که نیروی الکتریکی خالص وارد بر بارهای q_1 و q_2 صفر شود، باید نیروهای وارد بر آن‌ها در خلاف جهت هم باشند.



در شکل زیر وضعیت بارهای q_1 و q_2 و جهت نیروهایی که به هم وارد می‌کنند مشخص شده است.

حال نیاز به نیروی دیگری داریم که بتواند شرایط نیروها را به صورت شکل زیر تغییر دهد و آن نیروی ناشی از بار Q است.

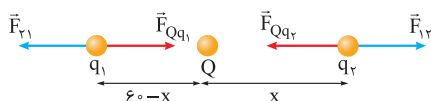




پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

و در شرایطی این اتفاق می افتد که بار Q منفی باشد و بین دو بار q_1 و q_2 قرار گیرد.
گام دوم: اگر فاصله بار Q تا بار q_2 را x در نظر بگیریم، مطابق شکل زیر داریم:



$$\left. \begin{array}{l} F_{q1} = F_{Qq1} \\ F_{q2} = F_{Qq2} \end{array} \right\} \xrightarrow{F_{q1} = F_{q2}} F_{Qq1} = F_{Qq2} \Rightarrow \frac{k|Q||q_1|}{(60-x)^2} = \frac{k|Q||q_2|}{x^2}$$

$$\Rightarrow \frac{9}{(60-x)^2} = \frac{36}{x^2} \Rightarrow \frac{1}{(60-x)^2} = \frac{4}{x^2} \xrightarrow{\text{جذر}} \frac{1}{60-x} = \frac{2}{x} \Rightarrow x = 40 \text{ cm}$$

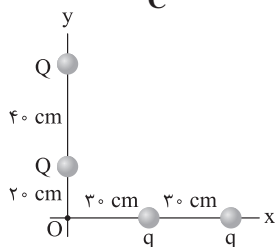
گام سوم: نوبت محاسبه اندازه بار Q است.

$$F_{q2} = F_{Qq2} \Rightarrow \frac{k|q_1||q_2|}{r_{12}^2} = \frac{k|Q||q_2|}{x^2} \Rightarrow \frac{9}{60^2} = \frac{|Q|}{40^2} \Rightarrow |Q| = \frac{9 \times 40^2}{60^2} = \frac{9 \times 1600}{3600} \Rightarrow |Q| = 4 \mu\text{C}$$

تست و پاسخ ۱۰۲

در شکل زیر، اگر میدان الکتریکی خالص در مبدأ مختصات برابر $\vec{E} = 2 \times 10^4 \text{ N/C } \vec{i} - 10^4 \text{ N/C } \vec{j}$ باشد، $\frac{Q}{q}$ برابر کدام است؟

$$(k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2})$$



(۲) -۱

(۱) ۱

(۴) $-\frac{1}{4}$

(۳) $\frac{1}{4}$

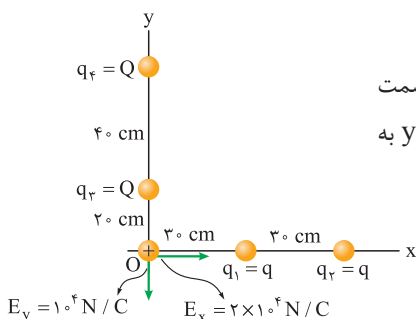
پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی

گام اول: شکل مقابل، بردار میدان الکتریکی خالص را در نقطه (O) نشان می دهد.

بنابراین بارهای q_1 و q_2 باید منفی باشند تا جهت میدان الکتریکی خالص در راستای x به سمت راست باشد و بارهای q_3 و q_4 باید مثبت باشند تا جهت میدان الکتریکی خالص در راستای y به سمت پایین باشد.

تا همین جا (۱) و (۳) با ما خداحافظی می کنند.



گام دوم: میدان الکتریکی خالص در جهت محور x ناشی از بارهای q_1 و q_2 بوده و اندازه آن برابر $2 \times 10^4 \text{ N/C}$ است، بنابراین داریم:

$$\left. \begin{array}{l} E_1 = \frac{9 \times 10^9 \times |q|}{(0.3)^2} = |q| \times 10^{11} \\ E_2 = \frac{9 \times 10^9 \times |q|}{(0.6)^2} = 2.5 |q| \times 10^{10} \end{array} \right\} \Rightarrow \vec{E}_x = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \Rightarrow (2 \times 10^4) \vec{i} = (|q| \times 10^{11}) \vec{i} + (2.5 \times 10^{10} |q|) \vec{i}$$

$$\Rightarrow 2 \times 10^4 = 10 |q| \times 10^{10} + 2.5 |q| \times 10^{10} \Rightarrow 2 \times 10^4 = 12.5 |q| \times 10^{10}$$

$$\Rightarrow |q| = \frac{2 \times 10^4}{12.5 \times 10^{10}} = \frac{4}{25} \times 10^{-6} \text{ C} = \frac{4}{25} \mu\text{C} \Rightarrow q = -\frac{4}{25} \mu\text{C}$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام سوم: میدان الکتریکی خالص در جهت محور y ناشی از بارهای q_3 و q_4 بوده و اندازه آن برابر 10^4 N/C است، بنابراین داریم:

$$\left. \begin{aligned} E_3 &= \frac{k|q_3|}{r_3^2} = \frac{k|Q|}{(0/2)^2} = \frac{9 \times 10^9 \times Q}{0/04} = \frac{9}{4} \times 10^{11} Q \\ E_4 &= \frac{k|q_4|}{r_4^2} = \frac{k|Q|}{(0/6)^2} = \frac{9 \times 10^9 \times Q}{0/36} = 25 \times 10^9 Q \end{aligned} \right\} \Rightarrow \vec{E}_y = \vec{E}_3 + \vec{E}_4 \Rightarrow -10^4 \hat{j} = -\left(\frac{9}{4} \times 10^{11} Q\right) \hat{j} - (25 \times 10^9 Q) \hat{j}$$

$$\Rightarrow 10^4 = \frac{9}{4} \times 10^{11} Q + 25 \times 10^9 Q \Rightarrow 10^4 = 250 \times 10^9 Q$$

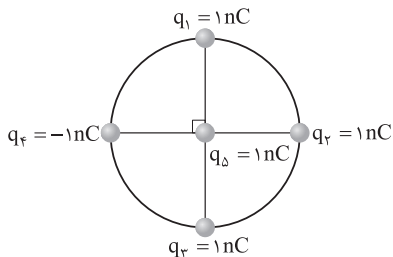
$$\Rightarrow Q = \frac{10^4}{250 \times 10^9} = \frac{1}{25} \times 10^{-6} = \frac{1}{25} \mu\text{C}$$

$$\frac{Q}{q} = \frac{\frac{1}{25}}{-\frac{4}{25}} = -\frac{1}{4}$$

گام چهارم: نسبت بار Q به بار q را به دست می آوریم.

تست و پاسخ ۱۰۳

در شکل زیر، چهار بار الکتریکی نقطه‌ای روی محیط دایره و بار الکتریکی نقطه‌ای q_5 در مرکز دایره قرار دارند. اندازه نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_1 چند برابر اندازه نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_5 است؟



$$\frac{\sqrt{33}}{4} \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{33}}{16} \quad (4)$$

$$\frac{\sqrt{33}}{2} \quad (1)$$

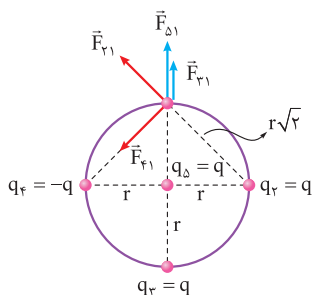
$$\frac{\sqrt{33}}{8} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی

گام اول: شکل زیر جهت نیروهای وارد بر بار q_1 را از طرف سایر بارها نشان می دهد. اگر شعاع دایره را r و اندازه هر یک از بارها را q در نظر

بگیریم (همه بارها اندازه‌شون 1 nC هست) اندازه نیرو را به کمک رابطه $F = \frac{k|q_1||q_2|}{r^2}$ به دست می آوریم.

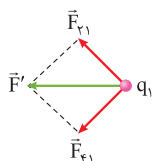


$$F_{r1} = F_{f1} = \frac{kq^2}{(r\sqrt{2})^2} = \frac{kq^2}{2r^2}$$

$$F_{d1} = \frac{kq^2}{r^2}$$

$$F_{r1} = \frac{kq^2}{(2r)^2} = \frac{kq^2}{4r^2}$$

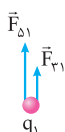
گام دوم: برای محاسبه اندازه نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_1 به صورت زیر عمل می کنیم:



مرحله اول: برایند نیروهای $\vec{F}_{f1}$ و $\vec{F}_{d1}$

را به دست می آوریم:

$$F' = F_{r1} \sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{kq^2}{r^2}$$



$\Rightarrow$

مرحله دوم: برایند نیروهای $\vec{F}_{r1}$ و $\vec{F}_{d1}$

را به دست می آوریم:

$$F'' = F_{d1} + F_{r1} = \frac{5}{4} \frac{kq^2}{r^2}$$

$\Rightarrow$

مرحله سوم: اندازه نیروی الکتریکی

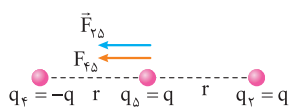
خالص وارد بر بار q_1 را به دست می آوریم:

$$F_t = \sqrt{F'^2 + F''^2} = \sqrt{\frac{33}{16}} \frac{kq^2}{r^2}$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک



گام سوم: برای محاسبه بزرگی نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_4 ابتدا به بارهای q_3 و q_1 توجه کنید. دو بار هم‌اندازه و هم‌نام که نسبت به بار q_4 فاصله یکسان دارند و هر سه بار در یک راستا قرار دارند. بنابراین نیروی برآیند حاصل از این دو ذره باردار بر روی بار q_4 برابر صفر است، پس فقط کافی است اندازه برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_4 را که ناشی از بارهای q_2 و q_4 است، به دست آوریم.

$$F_{24} = F_{42} = \frac{kq^2}{r^2}$$

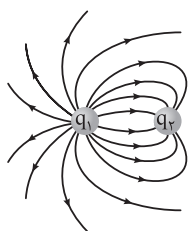
$$F_t' = F_{24} + F_{42} = \frac{2kq^2}{r^2}$$

گام چهارم: نسبت اندازه نیروی خالص وارد بر بار q_1 (F_t) به اندازه نیروی خالص وارد بر بار q_4 (F_t') را به دست می‌آوریم:

$$\frac{F_t}{F_t'} = \frac{\sqrt{\frac{33}{16}} \frac{kq^2}{r^2}}{\frac{2kq^2}{r^2}} = \frac{\sqrt{\frac{33}{16}}}{2} = \frac{\sqrt{33}}{8}$$

تست و پاسخ ۱۰۴

خطوط میدان الکتریکی اطراف دو کره رسانای کوچک به بارهای الکتریکی q_1 و q_2 به شکل زیر است. اگر $\frac{q_2}{q_1} = n$ باشد، کدام مورد درباره n درست است؟



n درست است؟

(۱) $1 < n$

(۲) $0 < n < 1$

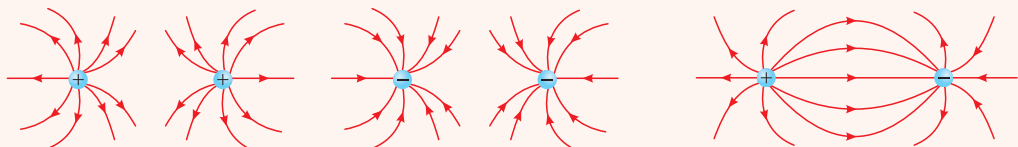
(۳) $-1 < n < 0$

(۴) $n < -1$

پاسخ: گزینه ۳

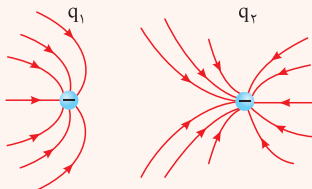
درس نامه...

برای نمایش میدان الکتریکی در فضای اطراف اجسام باردار، از خطوط جهت‌داری به نام خطوط میدان الکتریکی استفاده می‌شود. این خطوط از بار مثبت خارج و به بار منفی وارد می‌شوند. شکل‌های زیر خطوط میدان الکتریکی در اطراف دو بار الکتریکی را نشان می‌دهد.

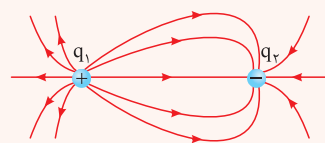


(ب) دو بار هم‌نام و هم‌اندازه

(الف) دو بار ناهم‌نام و هم‌اندازه



(ت) دو بار هم‌نام و غیرهم‌اندازه



(پ) دو بار ناهم‌نام و غیرهم‌اندازه

$|q_1| < |q_2|$

$|q_1| > |q_2|$

پاسخ تشریحی

گام اول: با توجه به این که تراکم خطوط میدان الکتریکی در اطراف بار q_1 نسبت به بار q_2 بیشتر است، اندازه بار q_1 بزرگ‌تر از بار q_2 است، بنابراین داریم:

$$|\frac{q_2}{q_1}| < 1 \Rightarrow -1 < \frac{q_2}{q_1} < +1$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

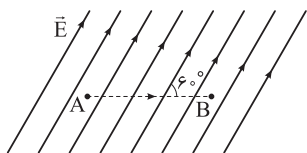


گام دوم: جهت خطوط میدان الکتریکی از بار q_1 شروع و به بار q_2 ختم می‌شود؛ بنابراین بار q_1 مثبت و بار q_2 منفی است یعنی دو بار q_1 و q_2 ، ناهمنام هستند.

$$-1 < \frac{q_2}{q_1} < +1 \xrightarrow{q_1 \text{ و } q_2 \text{ ناهمنام هستند}} -1 < \frac{q_2}{q_1} < 0 \Rightarrow -1 < n < 0$$

تست و پاسخ ۱۰۵

در شکل زیر، ذره‌ای به بار الکتریکی $q = -50 \mu\text{C}$ در میدان الکتریکی یکنواختی به بزرگی $E = 4 \times 10^5 \text{ N/C}$ به اندازه 60 cm از نقطه A تا نقطه B جابه‌جا می‌شود. در این جابه‌جایی انرژی پتانسیل الکتریکی ذره، چند ژول و چگونه تغییر می‌کند؟



(۱) ۶، کاهش می‌یابد.

(۲) ۶، افزایش می‌یابد.

(۳) $6\sqrt{3}$ ، کاهش می‌یابد.

(۴) $6\sqrt{3}$ ، افزایش می‌یابد.

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره ابتدا جهت نیروی الکتریکی وارد بر بار q ($\vec{F}_E$) را مشخص کنید تا بتوانید زاویه بین این نیرو و جابه‌جایی ($\vec{d}$) را تشخیص دهید و سپس از رابطه $\Delta U_E = -E |q| d \cos \alpha$ ، تغییرات انرژی پتانسیل را محاسبه کنید.

درس نامه

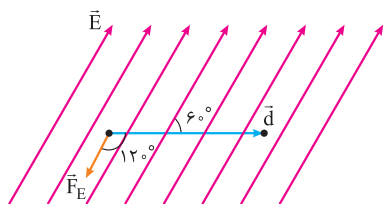
اگر بار q در فضای میدان الکتریکی یکنواخت $\vec{E}$ قرار گیرد و در این فضا به اندازه d جابه‌جا شود، انرژی پتانسیل الکتریکی آن تغییر می‌کند. تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\Delta U_E = -E |q| d \cos \alpha$$

زاویه بین نیروی $\vec{F}_E$ و بردار جابه‌جایی (d) است.

پاسخ تشریحی

گام اول، زاویه بین نیروی الکتریکی ($\vec{F}_E$) و جابه‌جایی ($\vec{d}$) را مشخص می‌کنیم. با توجه به منفی بودن بار q ، جهت $\vec{F}_E$ در خلاف جهت میدان الکتریکی است.



زاویه بین $\vec{F}_E$ و $\vec{d}$ ، 120° است.

گام دوم: به کمک رابطه $\Delta U_E = -E |q| d \cos \alpha$ ، تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی را به دست می‌آوریم:

$$\Delta U_E = -E |q| d \cos \alpha = -4 \times 10^5 \times 50 \times 10^{-6} \times 0.6 \times \underbrace{\cos(120^\circ)}_{-\cos 60^\circ = -\frac{1}{2}}$$

تبدیل جابه‌جایی به متر

$$\Rightarrow \Delta U_E = -12 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = +6 \text{ J}$$

بنابراین انرژی پتانسیل الکتریکی به اندازه ۶ J افزایش می‌یابد.

تست و پاسخ ۱۰۶

در صفحه مختصات، میدان الکتریکی یکنواخت $\vec{E} = (-500 \text{ N/C}) \hat{j}$ وجود دارد. اگر پتانسیل الکتریکی نقطه $A(2 \text{ cm}, 3 \text{ cm})$ ، برابر ۱۲ V باشد، پتانسیل الکتریکی نقطه $B(-1 \text{ cm}, -1 \text{ cm})$ ، چند ولت است؟

(۴) -۸

(۳) -۳

(۲) ۲۷

(۱) ۳۲

پاسخ: گزینه ۴

خودت حل کنی بهتره سعی کن خودت صفحه مختصات رو بکشی. بعد فاصله دو نقطه و زاویه جابه‌جایی با میدان الکتریکی رو مشخص کن.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

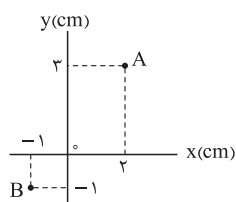
درس نامه در میدان الکتریکی یکنواخت $\vec{E}$ ، اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه، طبق رابطه زیر به دست می آید:

$$\Delta V = -E d \cos \theta$$

جابه جایی (m) $\uparrow$
 اختلاف پتانسیل (V) $\leftarrow$
 زاویه بین $\vec{E}$ و $\vec{d}$ $\downarrow$
 میدان الکتریکی (N/C)

پاسخ تشریحی

گام اول: دو نقطه A و B را بر روی صفحه مختصات مشخص می کنیم:

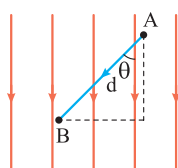


گام دوم: فاصله دو نقطه A و B را حساب می کنیم:

$$\begin{cases} |\Delta x| = 2 - (-1) = 3 \text{ cm} \\ |\Delta y| = 3 - (-1) = 4 \text{ cm} \end{cases}$$

$$d = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ cm}$$

گام سوم: اختلاف پتانسیل دو نقطه A و B را حساب می کنیم. مطابق شکل زیر داریم:



$$\vec{E} = -500 \text{ (N/C)} \hat{j}$$

$$d \cos \theta = |\Delta y| = 4 \text{ cm}$$

$$\Delta V = -Ed \cos \theta \xrightarrow{E=500 \text{ N/C}, d \cos \theta = 4 \text{ cm} = 0.04 \text{ m}} \Delta V = -500 \times 0.04 = -20 \text{ V}$$

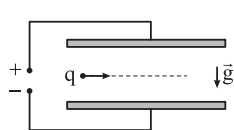
گام چهارم: پتانسیل نقطه B را حساب می کنیم:

$$\Delta V = V_B - V_A = -20 \text{ V} \xrightarrow{V_A = 12 \text{ V}} -20 = V_B - 12 \Rightarrow V_B = -8 \text{ V}$$

تست و پاسخ ۱۰۷

در شکل زیر، اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو صفحه رسانای افقی که در فاصله ۲ cm از یکدیگر قرار دارند، برابر با ۴۰۰ V است. ذره ای باردار به جرم ۵ g که در فضای بین دو صفحه به صورت افقی پرتاب شده، بدون انحراف به مسیر خود ادامه می دهد. بار الکتریکی این ذره

چند میکروکولن است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)



یعنی نیروی وزن و نیروی الکتریکی وارد بر ذره همدیگر را خنثی می کنند!

- ۲ / ۵ (۲)
-۲ / ۵ (۴)

- ۱۰ (۱)
-۱۰ (۳)

پاسخ: گزینه ۲

درس نامه

اگر ذره ای به جرم m و بار q تحت تأثیر میدان الکتریکی $\vec{E}$ در حال تعادل باشد، مطابق شکل مقابل داریم:

$$\vec{F}_E = q\vec{E}$$

$$mg = F_E \Rightarrow E|q| = mg$$

میدان الکتریکی یکنواخت بین دو صفحه رسانای موازی، با اختلاف پتانسیل ΔV که در فاصله d از هم قرار دارند، از رابطه زیر

$$E = \frac{\Delta V}{d}$$

به دست می آید:

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

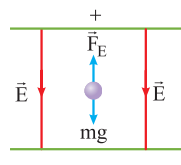


پاسخ تشریحی

گام اول: میدان الکتریکی یکنواخت بین صفحات را حساب می‌کنیم:

$$E = \frac{\Delta V}{d} \xrightarrow{d = 2 \text{ cm} = 0.02 \text{ m}} E = \frac{400}{0.02} = 2 \times 10^4 \text{ V/m}$$

گام دوم: بار الکتریکی ذره را حساب می‌کنیم. با توجه به این که ذره بدون انحراف به مسیر خود ادامه می‌دهد، بنابراین مطابق شکل زیر، نیروهای الکتریکی و وزن یکدیگر را خنثی می‌کنند و می‌توانیم بنویسیم:



$$F_E = mg \Rightarrow E|q| = mg$$

$$\xrightarrow{\substack{m = 5 \times 10^{-7} \text{ kg} \\ E = 2 \times 10^4 \text{ N/C}}} 2 \times 10^4 \times |q| = 5 \times 10^{-7} \times 10 \Rightarrow |q| = 2.5 \times 10^{-6} \text{ C} = 2.5 \mu\text{C}$$

با توجه به این که جهت نیروی الکتریکی و میدان الکتریکی مخالف یکدیگر هستند، در می‌یابیم که بار ذره منفی است؛ بنابراین $q = -2.5 \mu\text{C}$ است.

تست و پاسخ ۱۰۸

در فضایی که میدان الکتریکی یکنواخت وجود دارد، ذره‌ای به جرم 4 g و بار الکتریکی 5 mC از نقطه A با تندی 20 m/s پرتاب شده و از نقطه B با تندی 30 m/s عبور می‌کند. اگر پتانسیل الکتریکی دو نقطه A و B به ترتیب برابر V_A و V_B باشد، $V_B - V_A$ چند ولت است؟

(بر ذره فقط نیروی ناشی از میدان الکتریکی وارد می‌شود.)

یعنی تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی برابر با
قرینه تغییر انرژی جنبشی ذره است.

۴) -400

۳) -200

۲) 200

۱) 400

پاسخ: گزینه ۲

درس نامه

اگر ذره‌ای فقط تحت تأثیر نیروی الکتریکی باشد، تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی آن برابر با قرینه تغییر انرژی جنبشی آن است و مطابق رابطه زیر داریم:

$$\Delta U_E = -\Delta K = -\frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2) \quad \text{جرم (kg)} \\ \text{تندی اولیه (m/s)} \quad \text{تندی نهایی (m/s)} \quad \text{تغییر انرژی جنبشی (J)}$$

رابطه اختلاف پتانسیل الکتریکی با تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی، به صورت زیر است:

$$\Delta V = \frac{\Delta U_E}{q} \rightarrow \text{تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی (J)} \quad \text{اختلاف پتانسیل الکتریکی (V)} \\ \rightarrow \text{بار الکتریکی (C)}$$

پاسخ تشریحی

گام اول: تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی را حساب می‌کنیم. با توجه به این که فقط نیروی الکتریکی به ذره وارد می‌شود، می‌توانیم بنویسیم:

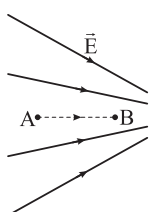
$$\Delta U_E = -\Delta K = -\frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2) \xrightarrow{\substack{m = 4 \text{ g} = 4 \times 10^{-3} \text{ kg} \\ v_i = 20 \text{ m/s}, v_f = 30 \text{ m/s}}} \Delta U_E = -\frac{1}{2} \times 4 \times 10^{-3} \times (30^2 - 20^2) \\ = -2 \times 10^{-2} (900 - 400) = -1 \text{ J}$$

گام دوم: اختلاف پتانسیل الکتریکی بین نقاط A و B ($V_B - V_A$) را حساب می‌کنیم:

$$\Delta V = V_B - V_A = \frac{\Delta U_E}{q} \xrightarrow{\substack{\Delta U_E = -1 \text{ J} \\ q = -5 \text{ mC} = -5 \times 10^{-3} \text{ C}}} V_B - V_A = \frac{-1}{-5 \times 10^{-3}} = 200 \text{ V}$$

تست و پاسخ ۱۰۹

در شکل زیر، شخصی یک ذره با بار الکتریکی مثبت را از نقطه A تا نقطه B جابه‌جا می‌کند. اگر در این جابه‌جایی انرژی پتانسیل الکتریکی ذره 3 mJ تغییر کند و انرژی جنبشی آن در نقاط A و B به ترتیب 6 mJ و 8 mJ باشد، کار انجام‌شده توسط شخص در این جابه‌جایی چند میلی‌ژول است؟



۲) -5

۱) 5

۴) -1

۳) 1

پاسخ: گزینه ۳



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

مشاوره اگر می‌خواهی خیلی بهتر این قسمت رو متوجه بشی، سعی کن مطالعات روی فصل کار و انرژی دهم رو ببری بالا!

درس نامه

در جابه‌جایی یک ذره باردار در میدان الکتریکی، طبق قضیه کار - انرژی جنبشی می‌توانیم بنویسیم:

$$W_t = \Delta K \xrightarrow[\Delta K = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2)]{W_t = W_E + W_{\text{خارجی}}} W_E + W_{\text{خارجی}} = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2)$$

W_t : کار کل

ΔK : تغییرات انرژی جنبشی

W_E : کار ناشی از میدان الکتریکی

$W_{\text{خارجی}}$: کار نیروهای غیر از نیروی الکتریکی

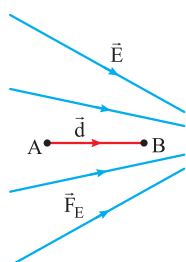
m : جرم ذره

v_i : تندی اولیه

v_f : تندی نهایی

نکات ۱) اگر ذره‌ای هم‌جهت با نیروی الکتریکی وارد بر آن جابه‌جا شود، کار ناشی از میدان الکتریکی بر روی آن مثبت و اگر در خلاف جهت نیروی الکتریکی وارد بر آن جابه‌جا شود، کار ناشی از میدان الکتریکی بر روی آن منفی است.

۲) مقدار کار ناشی از میدان الکتریکی، هم‌اندازه با تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی اما با علامت مخالف است. $W_E = -\Delta U_E \Rightarrow |W_E| = |\Delta U_E|$



پاسخ تشریحی گام اول: کار ناشی از میدان الکتریکی را بر روی ذره حساب می‌کنیم. مطابق شکل زیر، با توجه به این‌که به ذره با بار الکتریکی مثبت در جهت میدان الکتریکی نیرو وارد می‌شود و ذره هم‌جهت با نیروی الکتریکی جابه‌جا شده است، درمی‌یابیم که کار ناشی از میدان الکتریکی مثبت است.

$$|W_E| = |\Delta U_E| \xrightarrow[\Delta U_E > 0]{|\Delta U_E| = 2 \text{ mJ}} W_E = +2 \text{ mJ}$$

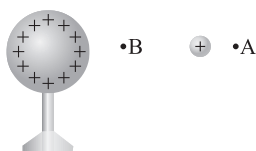
گام دوم: با استفاده از قضیه کار - انرژی جنبشی، کار شخص را حساب می‌کنیم:

$$W_t = \Delta K \xrightarrow[\Delta K = K_B - K_A]{W_t = W_E + W_{\text{خارجی}}} W_E + W_{\text{خارجی}} = K_B - K_A$$

$$\xrightarrow[K_A = 6 \text{ mJ}, K_B = 8 \text{ mJ}]{W_E = 2 \text{ mJ}} 2 + W_{\text{خارجی}} = 8 - 6 = 2 \xrightarrow[W_{\text{شخص}} = W_{\text{خارجی}}]{W_{\text{شخص}} = -1 \text{ J}}$$

تست و پاسخ ۱۱۰

در شکل زیر، بار الکتریکی کره‌رسانا که روی پایه عایق قرار دارد، مثبت است. شخصی یک ذره با بار الکتریکی مثبت را با سرعت ثابت از نقطه A تا نقطه B جابه‌جا می‌کند. کدام یک از موارد زیر درست است؟



۱) پتانسیل الکتریکی نقطه A، بیشتر از پتانسیل الکتریکی نقطه B است.

۲) در این جابه‌جایی، انرژی پتانسیل الکتریکی ذره کاهش می‌یابد.

۳) در این جابه‌جایی، کار انجام‌شده توسط نیروی الکتریکی وارد بر ذره، مثبت است.

۴) در این جابه‌جایی، کار انجام‌شده توسط نیروی شخص، مثبت است.

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره توی این سؤال می‌تونیم یک جمع‌بندی توپ‌رو بر روی بررسی کیفی تغییر انرژی پتانسیل و تغییر پتانسیل الکتریکی داشته باشیم.

من به جای تو بودم علامت می‌زدم تا بعداً هم بتونم مرور کنم!



درس نامه...

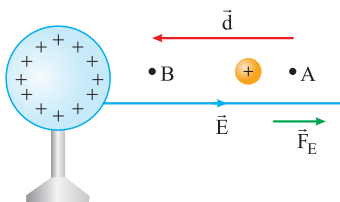
نکات ۱) اگر در جهت خطوط میدان الکتریکی جابه‌جا شویم، پتانسیل الکتریکی کاهش و اگر در خلاف جهت خطوط میدان الکتریکی جابه‌جا شویم، پتانسیل الکتریکی افزایش می‌یابد.

۲) برای بار الکتریکی مثبت، اختلاف پتانسیل الکتریکی (ΔV) و تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی (ΔU_E) هم‌علامت و برای بار الکتریکی منفی، ΔV و ΔU_E غیرهم‌علامت هستند.

$$\Delta U_E = q\Delta V$$

پاسخ تشریحی

مطابق شکل زیر، در جابه‌جایی از نقطه A تا B داریم:



جابه‌جایی در خلاف جهت خطوط میدان است، در نتیجه $\Delta V > 0$ است؛ بنابراین پتانسیل نقطه B از پتانسیل نقطه A بیشتر است (۱) نادرست است. از طرفی با توجه به مثبت‌بودن بار الکتریکی، ΔU_E هم‌علامت با ΔV است؛ پس $\Delta U_E > 0$ بوده و انرژی پتانسیل الکتریکی افزایش می‌یابد (۲) نادرست است.

می‌دانیم کار ناشی از میدان الکتریکی برابر است با قرینه تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی ($W_E = -\Delta U_E$)؛ بنابراین با توجه به مثبت‌بودن ΔU_E ، کار ناشی از میدان الکتریکی در این جابه‌جایی منفی است (۳) نادرست است.

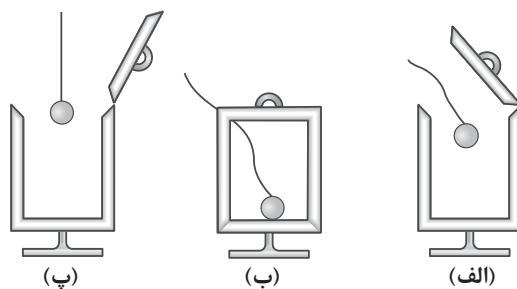
با توجه به ثابت‌بودن سرعت ذره و طبق قضیه کار - انرژی جنبشی، مطابق رابطه زیر، درمی‌یابیم کار شخص در این جابه‌جایی مثبت است (۴) درست است.

$$W_t = \Delta K = 0 \xrightarrow{W_t = W_E + W_{\text{شخص}}} W_E + W_{\text{شخص}} = 0 \Rightarrow W_{\text{شخص}} = -W_E$$

$$\xrightarrow{W_E < 0} W_{\text{شخص}} > 0$$

تست و پاسخ ۱۱۱

مطابق شکل زیر، درپوش یک ظرف فلزی به بار الکتریکی $-12 \mu C$ را باز کرده و یک گوی رسانا با بار الکتریکی $4 \mu C$ را توسط نخ عایقی، در کف ظرف قرار می‌دهیم. پس از خارج کردن گوی از ظرف، بار الکتریکی ظرف و گوی به ترتیب از راست به چپ به چند میکروکولن می‌رسد؟



(۴) ۸-، صفر

(۳) صفر، ۸-

(۲) ۸، صفر

(۱) ۴-، ۴-

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره شکل‌های کتاب رو حتماً با دقت بررسی کن؛ چون خیلی مهمه. میگی نه این سؤالو ببین!

درس نامه...

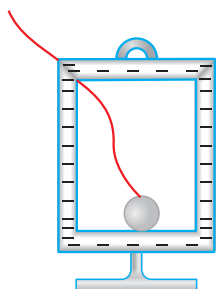
در داخل یک رسانای باردار که در تعادل الکتروستاتیکی است، بار الکتریکی نداریم. پس بار جسم کجاست؟ تمام بار جسم رسانای باردار در سطح خارجی جسم پخش می‌شود.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

پاسخ تشریحی



وقتی گوی رسانا را داخل ظرف قرار می‌دهیم و درپوش ظرف را می‌بندیم، مطابق شکل زیر هر دو جسم تبدیل به یک جسم رسانا شده و می‌دانیم داخل جسم رسانا، بار نداریم؛ بنابراین مجموع بار گوی و ظرف فلزی در سطح خارجی ظرف فلزی پخش می‌شود و بار گوی صفر خواهد شد.

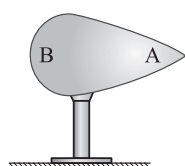
$$q_{\text{گوی}} = 0$$

$$q_{\text{ظرف}} = q_{\text{اولیه ظرف}} + q_{\text{اولیه گوی}} = -12 + 4 = -8 \mu\text{C}$$

در نتیجه با خارج کردن گوی از ظرف، بار گوی صفر و بار ظرف $-8 \mu\text{C}$ خواهد بود.

تست و پاسخ ۱۱۲

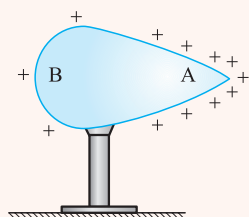
در شکل زیر، یک رسانای دوکی شکل که بار الکتریکی منفی دارد، روی پایه عایقی قرار دارد. درباره این رسانا، کدام مورد درست است؟



- (۱) پتانسیل الکتریکی نقطه A، بیشتر از پتانسیل الکتریکی نقطه B است.
- (۲) پتانسیل الکتریکی نقطه B، بیشتر از پتانسیل الکتریکی نقطه A است.
- (۳) تراکم بار الکتریکی در اطراف نقطه A، بیشتر از تراکم بار الکتریکی در اطراف نقطه B است.
- (۴) تراکم بار الکتریکی در اطراف نقطه B، بیشتر از تراکم بار الکتریکی در اطراف نقطه A است.

پاسخ: گزینه ۳

درس نامه



مطابق شکل زیر، در یک رسانای باردار که در تعادل الکتروستاتیکی است، پتانسیل الکتریکی در تمام نقاط، یکسان و تراکم بار الکتریکی در نقاط نوک تیز بیشتر از نقاط پهن است.

$$V_A = V_B$$

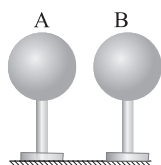
تراکم بار B > تراکم بار A

پاسخ تشریحی

طبق درس نامه بالا، پتانسیل الکتریکی دو نقطه A و B با هم برابر است و تراکم بار الکتریکی در اطراف نقطه A بیشتر از اطراف نقطه B است.

تست و پاسخ ۱۱۳

در شکل زیر، دو کره فلزی با پایه‌های عایق روی سطح افقی و در فاصله کمی از هم قرار دارند. کره A دارای بار الکتریکی منفی و کره B بدون بار است. کدام یک از موارد زیر درباره میدان الکتریکی در مرکز کره‌ها درست است؟



(الف) میدان الکتریکی در مرکز کره A برابر صفر است.

(ب) میدان الکتریکی در مرکز کره B برابر صفر است.

(پ) میدان الکتریکی در مرکز کره B به سمت راست است.

(ت) میدان الکتریکی در مرکز کره B به سمت چپ است.

(۴) پ

(۳) ب

(۲) الف و ت

(۱) الف و ب

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی

می‌دانیم در داخل یک جسم رسانا که در تعادل الکتروستاتیکی است، بار الکتریکی نداریم و میدان الکتریکی خالص برابر صفر است؛ در نتیجه در مرکز هر دو کره میدان الکتریکی صفر است؛ بنابراین عبارت‌های «الف» و «ب» درست هستند.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۱۱۴

مکعبی فلزی به ضلع 40 cm دارای بار الکتریکی $4/8 \text{ nC}$ است. چگالی سطحی بار الکتریکی روی سطح این مکعب در SI چند واحد است؟ (از تجمع بار روی لبه‌ها چشم‌پوشی شود.)

$$3 \times 10^{-8} \text{ (4)}$$

$$3 \times 10^{-9} \text{ (3)}$$

$$5 \times 10^{-8} \text{ (2)}$$

$$5 \times 10^{-9} \text{ (1)}$$

پاسخ: گزینه ۱

درس نامه

چگالی سطحی بار الکتریکی (σ): نسبت بار الکتریکی موجود در سطح یک جسم، به مساحت سطح آن را چگالی سطحی بار الکتریکی می‌گوییم که از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\sigma = \frac{Q}{A} \rightarrow \begin{matrix} \text{بار الکتریکی (C)} \\ \text{مساحت سطح (m}^2\text{)} \end{matrix}$$

پاسخ تشریحی

گام اول: مساحت سطح مکعب را حساب می‌کنیم:

$$A = 6a^2 \xrightarrow{a=40 \text{ cm}=0.4 \text{ m}} A = 6 \times (0.4)^2 = 0.96 \text{ m}^2$$

گام دوم: چگالی سطحی بار را حساب می‌کنیم:

$$\sigma = \frac{Q}{A} \xrightarrow{Q=4/8 \text{ nC}=4/8 \times 10^{-9} \text{ C}} \sigma = \frac{4/8 \times 10^{-9}}{0.96} = 5 \times 10^{-9} \text{ C/m}^2$$

تست و پاسخ ۱۱۵

شعاع کره فلزی A، ۲ برابر شعاع کره فلزی B است. اگر بار الکتریکی کره A، ۲۰ درصد بیشتر از بار الکتریکی کره B باشد، چگالی سطحی بار الکتریکی کره A چند برابر چگالی سطحی بار الکتریکی کره B است؟

$$\frac{5}{3} \text{ (4)}$$

$$\frac{1}{3} \text{ (3)}$$

$$\frac{3}{5} \text{ (2)}$$

$$\frac{3}{10} \text{ (1)}$$

پاسخ: گزینه ۱

درس نامه

چگالی سطحی بار الکتریکی برای یک کره رسانای باردار طبق رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\sigma = \frac{Q}{4\pi r^2} \rightarrow \begin{matrix} \text{بار الکتریکی (C)} \\ \text{شعاع کره (m)} \end{matrix}$$

پاسخ تشریحی

طبق رابطه $\sigma = \frac{Q}{4\pi r^2}$ ، نسبت چگالی سطحی بار کره A به کره B را حساب می‌کنیم:

$$\frac{\sigma_A}{\sigma_B} = \frac{Q_A}{Q_B} \times \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2 \xrightarrow{\begin{matrix} Q_A = Q_B + \frac{20}{100} Q_B = 1.2 Q_B \\ r_A = 2 r_B \end{matrix}} \frac{\sigma_A}{\sigma_B} = \frac{1.2 Q_B}{Q_B} \times \left(\frac{r_B}{2 r_B}\right)^2 = 1.2 \times \frac{1}{4} = 0.3$$

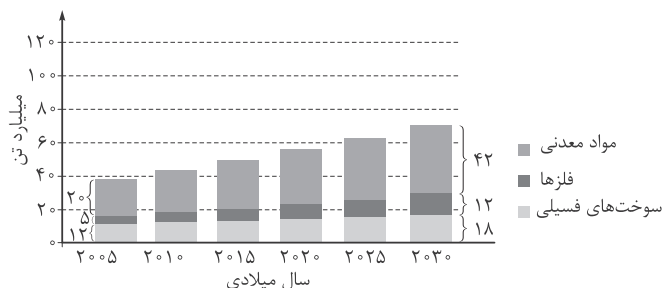


پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

شیمی یازدهم: صفحه‌های ۱ تا ۲۹

تست و پاسخ ۱۱۶



نمودار مقابل برآورد میزان تولید یا مصرف نسبی برخی مواد را در جهان نشان می‌دهد. با توجه به این نمودار، کدام مورد نا درست است؟
 (۱) اگر در سال ۲۰۳۰ جمعیت جهان ۸ میلیارد نفر و سرانه مصرف مواد، نشان‌دهنده میانگین مصرف آن به ازای هر فرد باشد، سرانه مصرف این مواد ۹ تن خواهد بود.
 (۲) با توجه به این نمودار درمی‌یابیم که زمین، منبع عظیمی از هدایای ارزشمند و ضروری برای زندگی است.

(۳) بین سال‌های ۲۰۰۵ تا ۲۰۳۰، درصد افزایش مصرف مواد معدنی بیشتر از درصد افزایش مصرف فلزها خواهد بود.
 (۴) پیش‌بینی می‌شود که در سال ۲۰۳۰، درصد مصرف مواد معدنی بین این مواد، به بیش از ۵۵٪ برسد.

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی: با کمی دقت در نمودار درمی‌یابیم که مقدار مصرف فلزها و مواد معدنی در سال ۲۰۰۵ به ترتیب حدود ۵ و ۲۰ میلیارد تن بوده و تا سال ۲۰۳۰ نیز به ترتیب به ۱۲ و ۴۲ میلیارد تن خواهد رسید. دقت کنید که درصد افزایش مصرف فلزها در این بازه زمانی بیشتر از مواد معدنی است:

$$\frac{۱۲-۵}{۵} \times ۱۰۰ = \frac{۷}{۵} \times ۱۰۰ = ۱۴۰\% = \frac{\text{میزان افزایش}}{\text{میزان اولیه}}$$

درصد افزایش مصرف فلزها از سال ۲۰۰۵ تا ۲۰۳۰ = ۱۴۰٪ یا $۱۲ \xrightarrow{\times ۲/۴} ۴۸$ فلزها: ۵

$$\frac{۴۲-۲۰}{۲۰} \times ۱۰۰ = \frac{۲۲}{۲۰} \times ۱۰۰ = ۱۱۰\% = \frac{\text{میزان افزایش}}{\text{میزان اولیه}}$$

درصد افزایش مصرف مواد معدنی از سال ۲۰۰۵ تا ۲۰۳۰ = ۱۱۰٪ یا $۴۲ \xrightarrow{\times ۲/۱} ۸۴$ مواد معدنی: ۲۰

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) با توجه به نمودار، در سال ۲۰۳۰ به تقریب ۷۲ میلیارد تن از مواد معدنی، فلزها و سوخت‌های فسیلی در مجموع از زمین استخراج خواهد شد؛ حال اگر جمعیت جهان در این سال ۸ میلیارد نفر باشد، سرانه مصرف این مواد، از نسبت مجموع جرم آن‌ها به کل جمعیت جهان به دست خواهد آمد:

$$\text{تن} = \frac{\text{میلیارد تن ۷۲}}{\text{میلیارد ۸}} = ۹$$

سرانه مصرف مواد در سال ۲۰۳۰ = ۹

(توجه) سرانه مصرف یک ماده، مقدار میانگین مصرف آن ماده را به ازای هر فرد در یک گستره زمانی معین نشان می‌دهد.

(۲) هر سال مقدار بسیار زیادی از این منابع برای ساختمان‌سازی، حمل‌ونقل و ... در زندگی استفاده شده و همچنین با پیشرفت فناوری و ساخت دستگاه و ابزارهای مورد نیاز، وابستگی به این منابع بیشتر می‌شود، از این رو می‌توان گفت که زمین منبع عظیمی از هدایای ارزشمند و ضروری برای زندگی است.

(۴) در بین این مواد، بیشترین مقدار استخراج از کره زمین در هر سال، مربوط به مواد معدنی و کمترین مقدار استخراج مربوط به فلزهاست:

فلزها > سوخت‌های فسیلی > مواد معدنی: مقایسه مقادیر استخراج سالانه از کره زمین

با توجه به اعداد نمودار، پیش‌بینی می‌شود در سال ۲۰۳۰، درصد مصرف مواد معدنی حدوداً به ۵۸٪ در بین این مواد برسد:

$$\frac{۴۲}{۷۲} \times ۱۰۰ \approx ۵۸\% = \text{درصد مصرف مواد معدنی در سال ۲۰۳۰}$$

تست و پاسخ ۱۱۷

چند مورد از مطالب زیر در مورد عنصرهای جدول دوره‌ای، درست است؟

- رسانایی الکتریکی در عنصرهای گروه ۱۴ از بالا به پایین، به طور یکنواخت، افزایش می‌یابد.
- خاصیت چکش‌خواری در عنصرهای دوره سوم از چپ به راست، به طور یکنواخت، کاهش می‌یابد.
- رسانایی گرمایی در عنصرهای دوره سوم از چپ به راست، به طور یکنواخت، کاهش می‌یابد.
- تمایل به از دست دادن الکترون در عنصرهای گروه ۱۴ از پایین به بالا کاهش می‌یابد.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



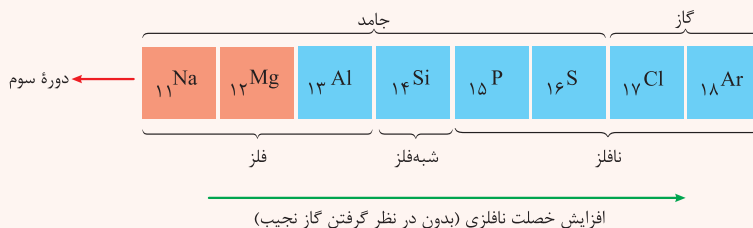
درس نامه... ویژگی‌های عناصر گروه ۱۴ جدول دوره‌ای

● آرایش الکترونی اتم عنصرهای گروه ۱۴ به $ns^2 np^2$ ختم می‌شود؛ یعنی اتم همهٔ عنصرهای این گروه در لایهٔ ظرفیت خود، ۴ الکترون دارد. در جدول زیر، خواص و ویژگی‌های ۵ عنصر اول این گروه مقایسه شده است:

نماد شیمیایی					خواص فیزیکی یا شیمیایی
Pb	Sn	Ge	Si	C (گرافیت)	
فلز	فلز	شبه‌فلز	شبه‌فلز	نافلز	نوع عنصر
دارد	دارد	دارد (نیمه‌رسانا)	دارد (نیمه‌رسانا)	دارد	رسانایی الکتریکی
دارد	دارد	دارد	دارد	ندارد	رسانایی گرمایی
دارد	دارد	دارد	دارد	ندارد	سطح صیقلی
دارد	دارد	ندارد	ندارد	ندارد	چکش‌خواری
از دست می‌دهد	از دست می‌دهد	اشتراک	اشتراک	اشتراک	تمایل به از دست دادن، گرفتن یا اشتراک الکترون

ویژگی‌های عناصر دورهٔ سوم جدول دوره‌ای

● این دوره شامل ۸ عنصر بوده که با دو عنصر از دستهٔ s (Na و Mg) شروع شده و با شش عنصر از دستهٔ p ادامه و پایان می‌یابد.



● ویژگی کلی عناصر دورهٔ سوم (بدون در نظر گرفتن گاز نجیب):

نام عنصر	شماره گروه	رسانایی الکتریکی	رسانایی گرمایی	خاصیت چکش‌خواری در حالت جامد	سطح صیقلی	تمایل به از دست دادن، گرفتن یا اشتراک الکترون
سدیم	۱	دارد	دارد	دارد	دارد	از دست دادن الکترون
منیزیم	۲	دارد	دارد	دارد	دارد	از دست دادن الکترون
آلومینیم	۱۳	دارد	دارد	دارد	دارد	از دست دادن الکترون
سیلیسیم	۱۴	دارد (نیمه‌رسانا)	دارد	ندارد	دارد	اشتراک
فسفر	۱۵	ندارد	ندارد	ندارد	ندارد	گرفتن/اشتراک
گوگرد	۱۶	ندارد	ندارد	ندارد	ندارد	گرفتن/اشتراک
کلر	۱۷	ندارد	ندارد	ندارد	ندارد	گرفتن/اشتراک

پاسخ تشریحی تنها عبارت آخر درست است.

نکته به طور کلی روند تغییر خصلت فلزی و نافلزی، مربوط به ویژگی‌های شیمیایی فلزها و نافلزها است؛ مثل تمایل به از دست دادن الکترون، تمایل به جذب الکترون و ...

- رسانایی الکتریکی در گروه ۱۴ به صورت منظم تغییر نمی‌کند؛ زیرا (گرافیت و S) اولین عنصر از گروه ۱۴ است که رسانایی الکتریکی بالایی دارد؛ پس از آن دو شبه‌فلز Si و Ge، رسانایی الکتریکی کمی داشته و دو عنصر بعدی (Sn و Pb) فلز بوده و رسانایی الکتریکی بالایی دارند.
- سه عنصر ابتدایی دوره سوم چکش‌خوارند و در اثر ضربه خرد نمی‌شوند و تنها شکل آن‌ها تغییر می‌کند؛ پس نمی‌توان گفت که از سمت چپ به راست، به طور یکنواخت خاصیت چکش‌خواری کاهش می‌یابد.
- *طبق فرموده کتاب درسی*، در این دوره، چهار عنصر سدیم، منیزیم، آلومینیم و سیلیسیم، رسانای گرما هستند، اما نافلزهای بعد از آن، فاقد رسانایی گرمایی هستند؛ بنابراین در این‌جا نیز نمی‌توان گفت که در این دوره از چپ به راست، به طور یکنواخت رسانایی گرمایی عنصرها کاهش می‌یابد.
- در گروه ۱۴ با کاهش عدد اتمی (از پایین به بالا)، شعاع اتمی کاهش یافته و جاذبه هسته روی الکترون‌های لایه آخر بیشتر می‌شود؛ بنابراین قابلیت از دست دادن الکترون و نیز تشکیل کاتیون کاهش می‌یابد.

در هر دوره از جدول دوره‌ای، از چپ به راست از خاصیت کاسته و به خاصیت افزوده می‌شود. در گروه‌های ۱۵، ۱۶ و ۱۷، عنصرهای خاصیت نافلزی بیشتری دارند؛ زیرا از بالا به پایین خاصیت زیاد می‌شود.

(۱) نافلزی - فلزی - بالاتر - نافلزی
(۲) فلزی - نافلزی - پایین‌تر - نافلزی
(۳) فلزی - نافلزی - بالاتر - فلزی
(۴) نافلزی - فلزی - پایین‌تر - فلزی

پاسخ تشریحی

در یک دوره از چپ به راست

- شعاع اتمی عنصرها کاهش می‌یابد.
- خصلت فلزی و واکنش‌پذیری فلزها کاهش می‌یابد.
- خصلت نافلزی و واکنش‌پذیری نافلزها افزایش می‌یابد.

در یک گروه از بالا به پایین

- شعاع اتمی عنصرها افزایش می‌یابد.
- خصلت فلزی و واکنش‌پذیری فلزها افزایش می‌یابد.
- خصلت نافلزی و واکنش‌پذیری نافلزها کاهش می‌یابد.

افزایش عدد اتمی

افزایش شعاع اتمی

افزایش خصلت فلزی و واکنش پذیری فلزها

افزایش خصلت نافلزی و واکنش پذیری نافلزها

افزایش عدد اتمی

افزایش نیروی مولکولی در هالوژن ها

واکنش پذیری

عنصرها

عنصر	واکنش پذیری
a	1
b	2
c	2.5
d	2.8
e	3.5
f	3.8
g	4.5
h	4.8

(۱) در بین این عناصر، a کمترین تمایل را به از دست دادن الکترون دارد.

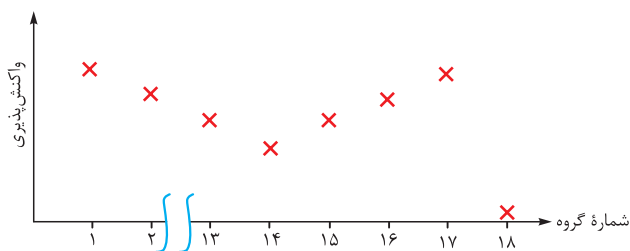
(۲) روند نشان داده شده در این نمودار، می‌تواند معکوس روند شعاع اتمی این عناصر باشد.

(۳) در آرایش الکترونی عناصرهای c و h ، به یقین یک زیرلایه نیم‌پر وجود دارد.

(۴) عنصر g می‌تواند در دمای اتاق به سرعت با گاز هیدروژن واکنش دهد.

پاسخ: گزینہ ۲

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

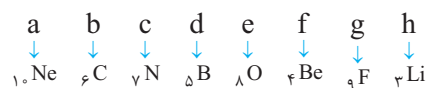


پاسخ تشریحی اول با توجه به نمودار واکنش پذیری عنصرهای

دوره دوم که در تمرین دوره‌ای فصل اول شیمی یازدهم آمده، عنصرهای موجود در نمودار را می‌توانیم تشخیص بدهیم:

همان‌طور که می‌بینید، کم‌ترین واکنش‌پذیری بعد از گاز نجیب $_{10}\text{Ne}$ مربوط به عنصر C می‌باشد، پس a و b روی نمودار داده‌شده در سؤال

پیدا شدند. واکنش‌پذیری عنصر $_{5}\text{B}$ که یک شبه‌فلز است از $_{7}\text{N}$ کمی بیشتر بوده و c و d را می‌توان برای این دو در نظر گرفت؛ هم‌چنین واکنش‌پذیری عنصر $_{4}\text{Be}$ کمی بیشتر از $_{8}\text{O}$ بوده و بنابراین به ترتیب f و e را برایشان انتخاب می‌کنیم و در نهایت برای دو عنصر $_{3}\text{Li}$ و $_{9}\text{F}$ ، از آن‌جا که واکنش‌پذیری $_{3}\text{Li}$ کمی بیشتر از $_{9}\text{F}$ می‌باشد، به ترتیب h و g را برای آن‌ها در نظر می‌گیریم؛ در نتیجه خواهیم داشت:

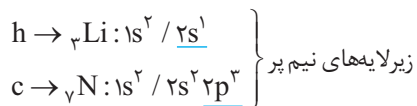


بررسی گزینه‌ها:

۱) گاز a نئون بوده که جزء گازهای نجیب است و لایه ظرفیت اتم آن هشت‌تایی است؛ بنابراین واکنش‌پذیری بسیار کمی داشته و تمایلی به انجام واکنش ندارد.

۲) از آن‌جا که این عنصرها به طور نامرتب در این نمودار توزیع شده‌اند، روند مورد نظر نمی‌تواند نشان‌دهنده روند تغییر شعاع اتمی یا معکوس آن باشد؛ مثلاً شعاع h ($_{3}\text{Li}$) که سمت چپ جدول دوره‌ای است، بسیار بزرگ‌تر از g ($_{9}\text{F}$) که در سمت راست جدول دوره‌ای و گروه هفدهم قرار دارد، می‌باشد.

۳) بله! در آرایش الکترونی اتم هر دو عنصر، یک زیرلایه نیم‌پر وجود دارد:



۴) عنصر g همان عنصر فلوئور ($_{9}\text{F}$) می‌باشد که حتی در دمای -20°C نیز به سرعت با گاز هیدروژن واکنش می‌دهد. در دمای اتاق که دیگه آب فوراً دانه و اش! 😊

نکته شرایط واکنش هالوژن‌ها با گاز هیدروژن:

نام هالوژن	شرایط واکنش با گاز هیدروژن
فلوئور	حتی در دمای -20°C به سرعت واکنش می‌دهد.
کلر	در دمای اتاق به آرامی واکنش می‌دهد.
برم	در دمای 20°C واکنش می‌دهد.
ید	در دمای بالاتر از 40°C واکنش می‌دهد.

تست و پاسخ ۱۲۰

کدام مورد درست است؟

- ۱) هر چه شعاع اتمی یک فلز بزرگ‌تر باشد، آسان‌تر الکترون از دست می‌دهد.
- ۲) هر ماده‌ای سریع‌تر و شدیدتر واکنش دهد، در هر شرایطی فعالیت شیمیایی بیشتری دارد.
- ۳) هر تغییر شیمیایی، با تولید نور، آزادسازی گرما، تشکیل رسوب و خروج گاز همراه است.
- ۴) هر چه اتم فلزی در شرایط معین، آسان‌تر الکترون از دست بدهد، خصلت فلزی بیشتری داشته و فعالیت شیمیایی آن نیز بیشتر است.

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی در شرایط معین و یکسان، فعالیت شیمیایی فلزها به میزان توانایی اتم آن‌ها در از دست دادن الکترون وابسته است؛ بنابراین هر چه شعاع اتمی فلزی بیشتر باشد، در شرایط معین، آسان‌تر الکترون از دست می‌دهد، خصلت فلزی بیشتری دارد و فعالیت شیمیایی آن نیز بیشتر است.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) این جمله راجع به عنصرهای یک گروه مشخص یا عنصرهای یک دوره مشخص درست است. به این صورت که در یک گروه یا در یک دوره، با بزرگ‌تر شدن اندازه اتم، خاصیت فلزی و تمایل به از دست دادن الکترون بیشتر می‌شود؛ ولی به طور کلی برای همه فلزها نمی‌توانیم این جمله را به کار ببریم؛ مثلاً شعاع اتمی فلز کلسیم (۱۹۷pm) بیشتر از سدیم (۱۸۶pm) است، ولی فلز سدیم آسان‌تر الکترون از دست می‌دهد.

۲) در شرایط معین و یکسان این جمله درست است، یعنی اگر شرایط یکسان باشد، هر چه ماده‌ای سریع‌تر و شدیدتر واکنش بدهد، فعالیت شیمیایی بیشتری نیز دارد؛ مثلاً در اثر واکنش فلزهای لیتیم، سدیم و پتاسیم با گاز کلر در شرایط یکسان، شدت واکنش (براساس شدت نور) برای پتاسیم بیشتر از سدیم و برای سدیم نیز بیشتر از لیتیم است.

اما به طور کلی با استفاده از شرایط مختلف، مثل تغییر دما، استفاده از کاتالیزگر و یا ... می‌توانیم سرعت یک واکنش را تغییر دهیم.

۳) تولید نور، آزادسازی گرما، تشکیل رسوب و خروج گاز نشانه‌هایی از تغییر شیمیایی هستند. اما *هواستون باشد که* هر واکنش شیمیایی، همه این نشانه‌ها را لزوماً با هم ندارد! مثلاً سوختن متان یک واکنش شیمیایی است که با تولید نور، آزادسازی گرما و خروج گاز همراه است، اما رسوبی تشکیل نمی‌شود.

تست و پاسخ ۱۲

یاقوت همان آلومینیم اکسید است که در ساختار آن برخی از یون‌های آلومینیم (Al^{3+}) با یون‌های کروم (III) (Cr^{3+}) جایگزین شده و رنگ سرخ زیبای یاقوت را ایجاد کرده‌اند. مجموع اعداد کوانتومی اصلی و فرعی الکترون‌های بیرونی‌ترین زیرلایه کاتیون‌های موجود در ساختار یاقوت کدام است؟

۳۳ (۴)

۲۸ (۳)

۲۶ (۲)

۲۵ (۱)

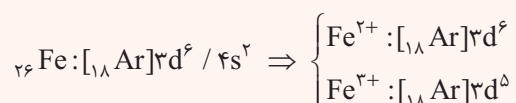
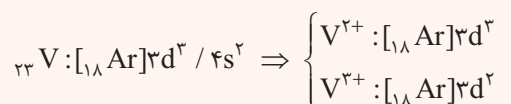
پاسخ: گزینه ۴

درس نامه •• فلزات واسطه

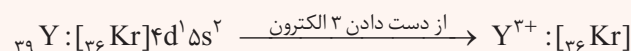
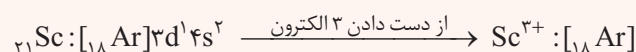
عنصرهای جدول دوره‌ای را براساس زیرلایه در حال پرشدن‌شان به چهار دسته s، p، d و f تقسیم‌بندی می‌کنند. عنصرهای دسته d همگی فلزند و چون بین فلزهای دسته s و p قرار دارند، به فلزهای واسطه هم معروف‌اند. فلزهای دسته‌های s و p هم به فلزهای اصلی شهرت دارند. • رنگ سنگ‌های قیمتی و شیشه‌های رنگی، به دلیل وجود برخی کاتیون‌ها و ترکیب‌های فلزهای واسطه است. بد نیست که رنگ سه سنگ قیمتی را بدانید:

یاقوت	←	سرخ	←	زمرد	←	سبز	←	فیروزه	←	آبی
-------	---	-----	---	------	---	-----	---	--------	---	-----

• اغلب کاتیون‌های عنصرهای دسته d برخلاف کاتیون‌های عنصرهای دسته s، بدون رسیدن به آرایش الکترونی گاز نجیب، به پایداری می‌رسند. برای نوشتن آرایش الکترونی یون‌های عنصرهای واسطه، ابتدا الکترون از زیرلایه ns و سپس از زیرلایه (n-1)d جدا می‌شود:



• البته برخی از عنصرهای واسطه مانند عنصرهای گروه ۳ می‌توانند با از دست دادن ۳ الکترون و تشکیل یون سه بار مثبت، به آرایش گاز نجیب دوره قبل از خود برسند:



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



برخی کاتیون‌های فلزهای واسطه:

واسطه:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

پس خواهیم داشت: **پاسخ تشریحی** با توجه به این که طراح معترم فرمودند: یاقوت دارای کاتیون‌های آلومینیم (Al^{3+}) و کروم (Cr^{3+}) می‌باشد،

$$Al^{3+}: 1s^2 / 2s^2 \quad 2p^6 \Rightarrow (n+1) = 6(2+1) = 18$$

بیرونی‌ترین زیرلایه

$$Cr^{3+}: 1s^2 / 2s^2 2p^6 / 3s^2 3p^6 \quad 3d^3 \Rightarrow (n+1) = 3(3+2) = 15$$

بیرونی‌ترین زیرلایه

$$\Rightarrow \text{مجموع } (n+1) \text{ الکترون‌های بیرونی‌ترین زیرلایه کاتیون‌ها} = 18 + 15 = 33$$

تست و پاسخ ۱۳۲

با توجه به آرایش الکترونی ذره‌های پایدار داده شده، کدام یک از عبارات‌های زیر نادرست است؟

$$A: [Ar] \quad B: [Ar] 3d^4 \quad C: [Ar] 3d^6 \quad D: [Ar] 3d^9$$

الف) آرایش‌های الکترونی داده شده، همگی مربوط به کاتیون‌های فلزهای واسطه هستند.

ب) عنصر مربوط به ذره B می‌تواند در گروه ۶ یا ۷ جدول دوره‌ای حضور داشته باشد.

پ) تفاوت اعداد اتمی عنصرهای B و C می‌تواند برابر ۴ باشد.

ت) عنصر D به یقین در دوره چهارم و گروه ۱۱ جدول دوره‌ای حضور دارد.

(۴) ب - ت

(۳) ب - پ

(۲) الف - ت

(۱) الف - پ

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی عبارات‌های «الف» و «پ» نادرست‌اند.

نکته ۱ اگر یک آرایش الکترونی به np^6 یا $1s^2$ ختم شده باشد، چنین آرایشی می‌تواند متعلق به یک گاز نجیب باشد یا متعلق به یک کاتیون و یا یک آنیون باشد که به آرایش گاز نجیب رسیده‌اند.

$$1s^2 / 2s^2 \quad 2p^6 \xrightarrow{\text{می‌تواند متعلق به}} \begin{cases} \text{گاز نجیب: } {}_1^0\text{Ne} \\ \text{کاتیون: } {}_{11}^+Na, {}_{12}^{2+}Mg, {}_{13}^{3+}Al \\ \text{آنیون: } {}_9^-F, {}_8^{2-}O, {}_7^{3-}N \end{cases}$$

مثال:

نکته ۲ اگر در یک آرایش الکترونی فقط زیرلایه $3d$ داشتیم و زیرلایه $4s$ نداشتیم، قطعاً آرایش الکترونی مورد نظر مربوط به یک کاتیون می‌باشد. مثال:

$$1s^2 / 2s^2 \quad 2p^6 / 3s^2 \quad 3p^6 \quad 3d^4 \xrightarrow{\text{می‌تواند متعلق به}} \begin{cases} \text{کاتیون: } {}_{24}^{2+}Cr \\ \text{کاتیون: } {}_{25}^{3+}Mn \end{cases}$$

پادآوری تعیین موقعیت عنصر در جدول دوره‌ای از روی آرایش الکترونی اتم:

دوره: بزرگ‌ترین ضریب n

گروه: اگر آرایش الکترونی به زیرلایه s ختم شود:

تعداد الکترون‌های s + تعداد الکترون‌های d قبل از آن (اگر d نبود، فقط توان s) = تعداد الکترون‌های ظرفیتی

گروه: اگر آرایش الکترونی به زیرلایه p ختم شود: تعداد الکترون‌های $p + 12$ = تعداد الکترون‌های ظرفیتی + ۱۰



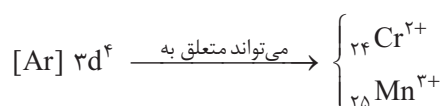
پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

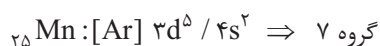
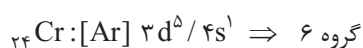
بررسی عبارت‌ها:

الف) ذره A می‌تواند مربوط به اتم خنثی آرگون ($_{18}\text{Ar}$) یا کاتیون فلزهای اصلی (مثل Ca^{2+} یا K^{+}) یا کاتیون فلز واسطه (Sc^{3+}) و یا آنیون نافلزهای اصلی (مثل Cl^{-} یا S^{2-} یا P^{3-}) باشد.

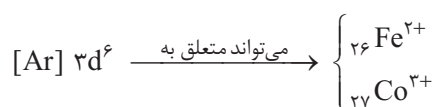
ب) ذره B قطعاً یک کاتیون متعلق به فلزهای واسطه می‌باشد، چراکه در آرایش الکترونی آن، فقط زیرلایه $3d$ وجود دارد و از زیرلایه $4s$ هم فبری نیست! با توجه به این که در مجموع این ذره دارای ۲۲ الکترون است، پس می‌تواند متعلق به کاتیون‌های Cr^{2+} یا Mn^{3+} باشد:



حالا آرایش الکترونی اتم‌های خنثی آن‌ها را نوشته و سپس شماره گروه آن‌ها را تعیین می‌کنیم:



پ) با توجه به عبارت قبلی دریافتیم که ذره B می‌تواند متعلق به کاتیون دو عنصر Cr و Mn باشد. ذره C نیز ۲۴ الکترون دارد، پس می‌تواند متعلق به کاتیون‌های Fe^{2+} یا Co^{3+} باشد:



اگر ذره B را متعلق به دو عنصر Cr و Mn و ذره C را متعلق به دو عنصر Fe و Co در نظر بگیریم، تفاوت اعداد اتمی B و C در هیچ حالتی ۴ نخواهد شد:

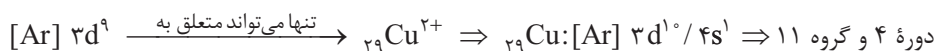
$$\text{Fe}, \text{Cr} : 26 - 24 = 2$$

$$\text{Fe}, \text{Mn} : 26 - 25 = 1$$

$$\text{Co}, \text{Cr} : 27 - 24 = 3$$

$$\text{Co}, \text{Mn} : 27 - 25 = 2$$

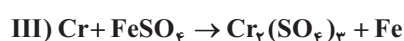
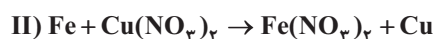
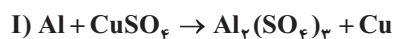
ت) آرایش الکترونی ذره D تنها می‌تواند متعلق به کاتیون Cu^{2+} باشد که دارای ۲۷ الکترون است. *هواستون باشد که* Zn فقط می‌تواند کاتیون Zn^{2+} را تشکیل بدهد.



۱۳۳

تست و پاسخ

با توجه به واکنش‌های موازنه‌نشده زیر که به طور طبیعی انجام می‌شوند، کدام مورد نادرست است؟



(۱) تفاوت مجموع ضرایب استوکیومتری مواد شرکت‌کننده در واکنش‌های موازنه‌شده (II) و (III) برابر ۵ است.

(۲) با توجه به این واکنش‌ها می‌توانیم ترتیب واکنش‌پذیری هر چهار فلز را با هم مقایسه کنیم.

(۳) به طور کلی ترکیب‌های Cr^{3+} پایدارتر از ترکیب‌های Fe^{2+} است.

(۴) استخراج فلز مس از ترکیب‌های آن به مراتب ساده‌تر از استخراج فلز آلومینیم از ترکیب‌هایش است.



پاسخ: گزینه ۲

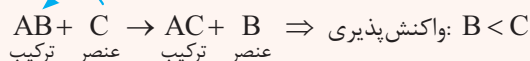
پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



درس نامه ..

● واکنش پذیری هر عنصر به معنای تمایل اتم آن به انجام واکنش شیمیایی است. هر چه واکنش پذیری اتمهای عنصری بیشتر باشد، در شرایط یکسان تمایل آن برای انجام واکنش و تبدیل شدن به ترکیب، بیشتر است.

● در هر واکنش شیمیایی که به طور طبیعی انجام می‌شود، واکنش پذیری فرآورده‌ها از واکنش دهنده‌ها کم‌تر است؛ پس اگر یک واکنش به ما بدهند که در هر طرفش یک عنصر آزاد وجود داشته باشد و بگویند که این واکنش به طور طبیعی انجام می‌شود، ما خیلی سریع می‌توانیم واکنش پذیری دو عنصر آزاد در دو طرف معادله را با هم مقایسه کنیم:



در معادله کلی بالا، واکنش پذیری C از B بیشتر بوده است؛ به همین دلیل میل بیشتری به تشکیل ترکیب داشته و با انجام واکنش، با B عوض کرده!



● ترتیب واکنش پذیری برخی عناصر جدول دوره‌ای: $\text{Al} > \text{C} > \text{Zn} > \text{Fe} > \text{Cu} > \text{Ag} > \text{Au}$ گروه دوم > گروه اول

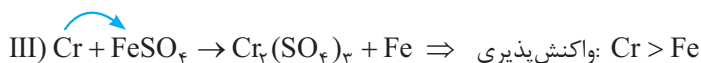
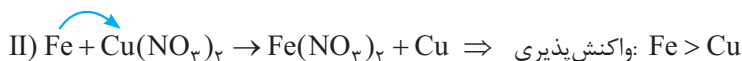
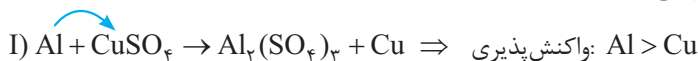
● هر چه یک فلز فعال‌تر باشد، میل بیشتری به ایجاد ترکیب دارد و ترکیب‌هایش پایدارتر از خودش است.

● هر چه واکنش پذیری فلزی بیشتر باشد، استخراج آن فلز دشوارتر خواهد بود.

● هر چه عنصری واکنش پذیرتر باشد، شرایط نگهداری آن نیز دشوارتر است.

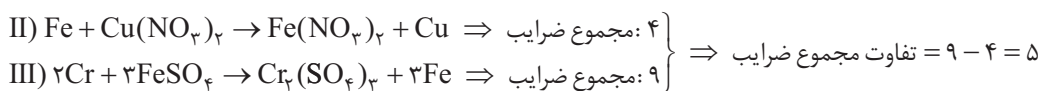
پاسخ تشریحی

هر سه واکنش داده شده به طور طبیعی انجام می‌شوند؛ بنابراین واکنش پذیری فرآورده‌ها در آن‌ها کم‌تر از واکنش دهنده‌ها می‌باشد؛ در نتیجه با توجه به واکنش‌های انجام شده خواهیم داشت:

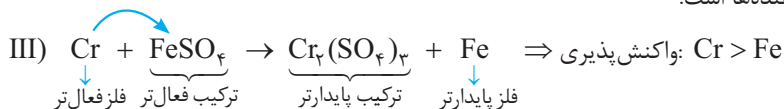


اما توجه کنید که با استفاده از این سه واکنش، نمی‌توان واکنش پذیری هر چهار فلز موجود را مقایسه کرد! زیرا درسته که واکنش پذیری $\text{Cr} > \text{Fe} > \text{Cu}$ را می‌توان طبق این واکنش‌ها استنباط کرد، اما واکنش پذیری Al تنها با Cu مقایسه شده است ($\text{Al} > \text{Cu}$) و این که واکنش پذیری Al بیشتر از Cr و Fe است یا خیر را نمی‌توان با این چند واکنش داده شده دریافت و به یک قاعده کلی رسید. بررسی سایر گزینه‌ها:

1) معادله موازنه شده واکنش‌های (II) و (III) به صورت زیر است:



2) چون واکنش (III) به طور طبیعی انجام می‌شود، واکنش پذیری فلز Cr بیشتر از فلز Fe است؛ پس میل به ایجاد ترکیب در Cr بیشتر است و ترکیبات Cr^{3+} پایداری بیشتری نسبت به ترکیبات Fe^{2+} دارند. به عبارت دیگر چون واکنش به طور طبیعی (خودبه خودی) انجام شده است، پایداری فرآورده‌ها بیشتر از پایداری واکنش دهنده‌ها است.



3) واکنش پذیری فلز Cu از فلز Al کم‌تر است؛ بنابراین استخراج فلز Cu از ترکیباتش ساده‌تر و آسان‌تر از استخراج فلز Al از ترکیباتش است.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

تست و پاسخ ۱۲۴

جرم‌های برابری از پتاسیم نیترات (KNO_3) ناخالص و پتاسیم کلرات (KClO_3) ناخالص، در دو ظرف جداگانه، مطابق واکنش‌های موازنه‌نشده زیر تجزیه می‌شوند. اگر در دما و فشار اتاق، حجم گاز آزادشده از دو واکنش یکسان باشد، نسبت درصد خلوص پتاسیم نیترات به درصد خلوص پتاسیم کلرات به تقریب کدام است؟ ($\text{K} = 39, \text{Cl} = 35.5, \text{O} = 16, \text{N} = 14 : \text{g.mol}^{-1}$)



۲/۴۷ (۴)

۱/۲۱ (۳)

۰/۸۲ (۲)

۰/۴۰ (۱)

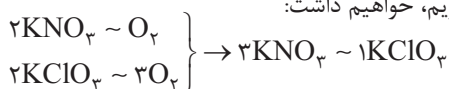
پاسخ: گزینه ۴



پاسخ تشریحی: راه اول: ابتدا معادله واکنش‌ها را موازنه می‌کنیم:



از آن‌جا که این دو نمونه ناخالص، حجم یکسانی از گاز O_2 را در دما و فشار اتاق آزاد می‌کنند، می‌توان نتیجه گرفت که تعداد مول گاز O_2 آزادشده در هر دو نمونه با هم برابر است. با توجه به ضرایب استوکیومتری مواد در معادله واکنش‌ها، تعداد مول پتاسیم نیترات مصرفی، سه برابر تعداد مول پتاسیم کلرات مصرفی است. حال اگر جرم نمونه‌های ناخالص را m در نظر بگیریم، خواهیم داشت:



$$\text{KNO}_3 \text{ مول} = 3 \times \text{KClO}_3 \text{ مول} \xrightarrow{\frac{\text{جرم خالص} = \text{مول} \times \text{جرم مولی}}{\text{درصد خلوص} = \frac{\text{جرم ناخالص}}{\text{جرم خالص}} \times 100}} \frac{m \times \frac{\text{درصد خلوص KNO}_3}{100}}{\frac{100}{101}} = 3 \times \frac{m \times \frac{\text{درصد خلوص KClO}_3}{100}}{\frac{100}{122.5}}$$

$$\Rightarrow \frac{\text{درصد خلوص KNO}_3}{\text{درصد خلوص KClO}_3} = \frac{101 \times 3}{122.5} = \frac{303}{122.5} \approx 2/47$$

راه دوم: وقتی مقدار گاز اکسیژن در دو واکنش برابر است، می‌توانیم گاز اکسیژن را به عنوان ماده مشترک دو واکنش در نظر گرفته و ضریب آن را در آن‌ها یکسان کنیم:



در این صورت می‌توانیم به طور مستقیم بین 6KNO_3 و 2KClO_3 ، نسبت‌های مول را مساوی برقرار کنیم:

$$\frac{m \times \frac{\text{درصد خلوص KNO}_3}{100}}{101 \times 6} = \frac{m \times \frac{\text{درصد خلوص KClO}_3}{100}}{122.5 \times 2} \Rightarrow \frac{\text{درصد خلوص KNO}_3}{\text{درصد خلوص KClO}_3} = \frac{101 \times 6}{122.5 \times 2} = \frac{101 \times 3}{122.5} \approx 2/47 \xrightarrow{\text{طبق گزینه‌ها}} 2/47$$

تست و پاسخ ۱۲۵

دانشجویی در آزمایشگاه، واکنش زیر را سه بار در شرایط ایمن انجام داده است:



او هر بار ۴۰ گرم آهن (III) اکسید را با مقدار کافی کربن در شرایط مناسب وارد واکنش نموده است. جدول زیر نتایج آزمایش‌های او را نشان می‌دهد:

شماره آزمایش	جرم واکنش دهنده Fe_2O_3 (گرم)	جرم فراورده جامدی که دانشجو به دست آورده است. (گرم)
۱	۴۰	۱۹/۵
۲	۴۰	۱۹/۶
۳	۴۰	۱۹/۷

با توجه به داده‌های جدول بالا، بازده درصدی واکنش کدام است؟ ($\text{Fe} = 56, \text{O} = 16 : \text{g.mol}^{-1}$)

۷۰/۳۶ (۴)

۷۰ (۳)

۶۸/۶۴ (۲)

۶۷/۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



خودت حل کنی بهتره ابتدا معادله واکنش را موازنه کن، سپس با توجه به جرم آهن (III) اکسید، جرم آهن خالص را به دست بیاور (مقدار نظری). در مرحله بعد چون سه بار آزمایش انجام داده شده، مقدار عملی آهن تولیدشده را میانگین بگیر و در نهایت داخل فرمول بازده درصدی بذار.

پاسخ تشریحی معادله موازنه شده واکنش آهن (III) اکسید با کربن این پوری است: $2\text{Fe}_2\text{O}_3(s) + 3\text{C}(s) \rightarrow 4\text{Fe}(s) + 3\text{CO}_2(g)$

ابتدا مقدار نظری آهن تولیدی را به دست می آوریم:

$$40 \text{ g Fe}_2\text{O}_3 \times \frac{1 \text{ mol Fe}_2\text{O}_3}{160 \text{ g Fe}_2\text{O}_3} \times \frac{4 \text{ mol Fe}}{2 \text{ mol Fe}_2\text{O}_3} \times \frac{56 \text{ g Fe}}{1 \text{ mol Fe}} = 28 \text{ g Fe}$$

روش اول: کسر تبدیل:

$$\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{40}{160 \times 2} = \frac{x}{56 \times 4} \Rightarrow x = 28 \text{ g Fe}$$

روش دوم: کسر تناسب:

حالا با توجه به این که دانشجو این آزمایش را سه بار انجام داده است، از مقدار عملی آن (جرم فراورده ای که به دست آورده) میانگین می گیریم

تا بازده درصدی را حساب کنیم:

$$\text{مقدار عملی Fe} = \frac{19/5 + 19/6 + 19/7}{3} = 19/6 \text{ g}$$

$$\text{بازده درصدی} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times 100 = \frac{19/6}{28} \times 100 = 70\%$$

تست و پاسخ ۱۲۶

یکی از واکنش هایی که در صنعت جوشکاری از آن استفاده می شود، واکنش ترمیت است. با توجه به معادله این واکنش، چه تعداد از عبارت های

زیر درست است؟ ($\text{Fe} = 56, \text{Al} = 27, \text{O} = 16 : \text{g.mol}^{-1}$)

(واکنش موازنه نشده: $\text{Al}(s) + \text{Fe}_2\text{O}_3(s) \rightarrow \text{Al}_2\text{O}_3(s) + \text{Fe}(l)$)

• فعالیت شیمیایی آهن کم تر از آلومینیم است.

• با توجه به حالت فیزیکی مواد موجود در واکنش، می توانیم نقطه ذوب آلومینیم را بالاتر از آهن بدانیم.

• از واکنش ۷۰ گرم سنگ آهن با خلوص ۸۰ درصد، ۳۹/۲ گرم فلز مذاب تولید می شود.

• اگر بازده درصدی واکنش کم تر از ۵۰ درصد باشد، جرم فراورده عنصری تولیدشده کم تر از جرم واکنش دهنده عنصری وارد شده به واکنش، خواهد بود.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی عبارت های اول و سوم درست اند.

بررسی عبارت ها:

• این واکنش به طور طبیعی انجام می شود، یعنی واکنش پذیری فراورده ها از واکنش دهنده ها کم تر است؛ بنابراین می توان گفت واکنش پذیری فلز آهن از فلز آلومینیم کم تر است یا به عبارت دیگر فلز آلومینیم فعال تر از آهن است.

$\text{Al}(s) + \text{Fe}_2\text{O}_3(s) \rightarrow \text{Al}_2\text{O}_3(s) + \text{Fe}(l) \Rightarrow \text{Al} > \text{Fe}$: واکنش پذیری

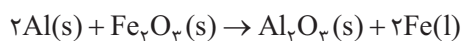
• در واکنش ترمیت به دلیل تولید گرمای زیاد، دمای محیط بسیار بالا می رود و در نتیجه آهن به دست آمده به صورت مذاب (l) می باشد. در

ابتدای واکنش، آهن در ترکیب بوده و پس از انجام واکنش آلومینیم جایگزین آن در ترکیب می شود؛ پس برای مقایسه نقطه ذوب دو فلز از روی

حالت فیزیکی آن ها باید هر دو در شرایط یکسانی باشند! مثلاً می توانیم نقطه ذوب Al_2O_3 و Fe را مقایسه کنیم (نقطه ذوب: $\text{Al}_2\text{O}_3 > \text{Fe}$)

چون هر دو آن ها فراورده بوده و در شرایط یکسان، Fe مذاب بوده، در حالی که Al_2O_3 جامد است؛ ولی شرایط واکنش دهنده ها (Al) و

فراورده ها (Fe) یکسان نیست!



• معادله واکنش را موازنه می کنیم:

$$\text{درصد خلوص} = \frac{\text{جرم ماده خالص}}{\text{جرم ماده ناخالص}} \times 100 \Rightarrow 80 = \frac{x}{56 \text{ g Fe}_2\text{O}_3} \times 100 \Rightarrow x = 44.8 \text{ g Fe}_2\text{O}_3$$

روش اول: کسر تبدیل:

$$56 \text{ g Fe}_2\text{O}_3 \times \frac{1 \text{ mol Fe}_2\text{O}_3}{160 \text{ g Fe}_2\text{O}_3} \times \frac{2 \text{ mol Fe}}{1 \text{ mol Fe}_2\text{O}_3} \times \frac{56 \text{ g Fe}}{1 \text{ mol Fe}} = 39.2 \text{ g Fe}$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

روش دوم: کسر تناسب:

$$\frac{\text{درصد خلوص} \times \text{جرم ناخالص}}{100} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{70 \times \frac{100}{100}}{1 \times 160} = \frac{x}{2 \times 56} \Rightarrow x = 39/2 \text{ g Fe}$$

فرض کنیم m گرم Al وارد واکنش شده و x گرم Fe تولید شود. در این صورت داریم:

$$\frac{m}{27 \times 2} \times \frac{Ra}{100} = \frac{x}{56 \times 2} \Rightarrow \frac{x}{m} = \frac{56 \times 2}{27 \times 2} \times \frac{Ra}{100}$$

حالا اگر قرار باشد که x کم تر از m باشد، خواهیم داشت:

$$x < m \Rightarrow 56 \times 2 \times Ra < 27 \times 2 \times 100 \Rightarrow Ra < \frac{27}{56} \times 100 \Rightarrow Ra < 48/2$$

پس نمی توانیم بگوییم که این عبارت همواره درست است، مثلاً اگر بازده 49٪ باشد، جرم عنصر فراورده (Fe) بیشتر از عنصر واکنش دهنده وارد واکنش شده (Al) خواهد بود.

تست و پاسخ ۱۲۷

یکی از روش های بیرون کشیدن فلز از لابه لای خاک، استفاده از گیاهان است. در این روش در معدن یا خاک دارای فلز، گیاهانی را می کارند که می توانند آن فلز را جذب کنند، سپس گیاه را برداشت می کنند، می سوزانند و از خاکستر حاصل، فلز را جداسازی می کنند. این روش برای استخراج کدام فلز زیر مقرون به صرفه است؟

$_{30}^{65}\text{Zn}$ (۴)

$_{29}^{63}\text{Cu}$ (۳)

$_{28}^{58}\text{Ni}$ (۲)

$_{26}^{56}\text{Fe}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

درس نامه • گیاه پالایی

یکی از روش های بیرون کشیدن فلز از لابه لای خاک، استفاده از گیاهان است. در این روش در معدن یا خاک دارای این فلزها، گیاهانی را می کارند که می توانند آن فلز را جذب کنند، سپس گیاه را برداشت کرده، می سوزانند و از خاکستر حاصل، فلز را جداسازی می کنند.

نماد شیمیایی فلز	قیمت هر کیلوگرم فلز (ریال)	بیشترین مقدار فلز در یک کیلوگرم از گیاه (گرم)	درصد فلز در گیاه	درصد فلز در سنگ معدن
Au	۱/۲۰۰/۰۰۰/۰۰۰	۰/۱	$\frac{0/1}{1000} \times 100 = 0/01$	۰/۰۰۲
Ni	۸۲۰/۰۰۰	۳۸	$\frac{38}{1000} \times 100 = 3/8$	۲
Cu	۲۴۵/۰۰۰	۱۴	$\frac{14}{1000} \times 100 = 1/4$	۰/۵
Zn	۱۵۵/۰۰۰	۴۰	$\frac{40}{1000} \times 100 = 4$	۵

همان طور که می بینید، درصد فلزهای طلا (Au) و مس (Cu) در گیاه از درصد آن ها در سنگ معدن خیلی بیشتر است؛ بنابراین با توجه به قیمت و پرکاربرد بودن این فلزها، روش گیاه پالایی برای استخراج این دو فلز مقرون به صرفه است.

برای فلز روی (Zn) درصد فلز در گیاه کم تر از درصد آن در سنگ معدن است؛ بنابراین استخراج آن به این روش مقرون به صرفه نیست. برای فلز نیکل (Ni) با این که درصد فلز در گیاه بیشتر از سنگ معدن است، اما طبق نظر مؤلفان کتاب درسی، با توجه به حجم گیاه مصرفی و نسبت به درصد و قیمت ارزش ریالی، استخراج نیکل به روش گیاه پالایی مقرون به صرفه نیست و سطح زیادی از زمین، زیر کشت می رود.

گیاه پالایی: Cu , Au : مقرون به صرفه است.
 Ni , Zn : مقرون به صرفه نیست.

پاسخ تشریحی در بین گزینه های داده شده، روش گیاه پالایی تنها برای استخراج فلز مس ($_{29}\text{Cu}$) مقرون به صرفه است.

فلز آهن درصد فراوانی در سنگ معدن خود دارد، بنابراین روش گیاه پالایی برای استخراج فلز آهن هم مقرون به صرفه نیست.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۱۲۸

کالکوزیت از مهم‌ترین سنگ معدن‌های مس بوده که به صورت مس (I) سولفید وجود دارد. در روش استخراج مس از کالکوزیت، ابتدا آن را با گاز اکسیژن واکنش داده تا مس (I) اکسید و گاز گوگرد دی‌اکسید تولید شود، سپس مس (I) اکسید را با کربن پودر شده واکنش داده تا فلز مس به همراه گاز کربن مونوکسید آزاد شود. اگر ۳۰ تن از کالکوزیت در واکنش دومرحله‌ای بالا استفاده شود و در نهایت ۲۹۳۷ کیلوگرم فلز مس آزاد شود، درصد خلوص فلز مس در نمونه کالکوزیت اولیه کدام است؟ ($\text{Cu} = 64, \text{S} = 32 : \text{g.mol}^{-1}$)

$$19/58 (4)$$

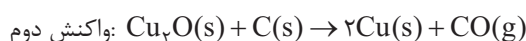
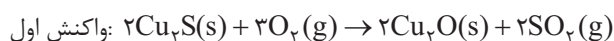
$$14/68 (3)$$

$$12/24 (2)$$

$$9/79 (1)$$

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی: راه اول: گام اول: معادله واکنش‌ها را نوشته و سپس موازنه می‌کنیم:



گام دوم:

روش اول: کسر تبدیل

فب! باید به کمک واکنش دوم، از جرم Cu، به تعداد مول Cu_2O برسیم و سپس به کمک واکنش اول تعداد مول Cu_2S را پیدا کنیم و در نهایت هم از تعداد مول Cu_2S به جرم مس برسیم:

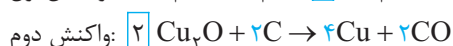
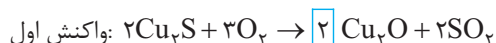
$$2937 \times 10^3 \text{ g Cu} \times \underbrace{\frac{1 \text{ mol Cu}}{64 \text{ g Cu}}}_{\text{واکنش دوم}} \times \underbrace{\frac{1 \text{ mol Cu}_2\text{O}}{2 \text{ mol Cu}}}_{\text{واکنش اول}} \times \frac{2 \text{ mol Cu}_2\text{S}}{2 \text{ mol Cu}_2\text{O}} = 22/94 \times 10^3 \text{ mol Cu}_2\text{S}$$

$$22/94 \times 10^3 \text{ mol Cu}_2\text{S} \times \frac{2 \text{ mol Cu}}{1 \text{ mol Cu}_2\text{S}} \times \frac{64 \text{ g Cu}}{1 \text{ mol Cu}} = 2937 \times 10^3 \text{ g Cu}$$

$$\text{درصد خلوص مس در کالکوزیت} = \frac{\text{جرم مس}}{\text{جرم کالکوزیت}} \times 100 = \frac{2937 \times 10^3}{30 \times 10^6} \times 100 = 9/79$$

روش دوم: کسر تناسب

برای این که اجازه داشته باشیم بین مواد موجود در واکنش‌های اول و دوم از کسر تناسب استفاده کنیم، باید ضریب ماده مشترک (Cu_2O) را یکسان کنیم. بدین منظور کافی است که واکنش دوم را در ۲ ضرب کنیم:



اکنون می‌توانیم بین Cu و Cu_2S از کسر تناسب استفاده کنیم:

$$\frac{\text{درصد خلوص} \times \text{جرم ماده ناخالص}}{100} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{30 \times 10^6 \times P}{100} = \frac{2937 \times 10^3}{\frac{160}{2} \times 2} \Rightarrow \frac{30 \times P}{1} = \frac{2937}{8} \Rightarrow P = 12/24$$

حال که درصد Cu_2S را در سنگ معدن اولیه به دست آوردیم، باید آن را به درصد Cu تبدیل کنیم:

$$\text{Cu درصد} = \text{درصد } \text{Cu}_2\text{S} \times \frac{128 \text{ g Cu}}{160 \text{ g Cu}_2\text{S}} = 9/79 \text{ درصد Cu}$$

راه دوم: با توجه به این که در مسئله، درصد خلوص Cu رو خواسته و Cu هم جزء واکنش‌دهنده‌ها نیست، می‌تونیم به طور مستقیم بین Cu مصرف شده و Cu تولیدی از کسر تناسب استفاده کنیم. *هواستون باشه* که در این روش، دیگه نیازی به موازنه واکنش‌ها نیست، زیرا طبق قانون پایستگی جرم، به ازای هر مول Cu مصرف شده، باید یک مول Cu تولید شود؛ پس در این واکنش و در نمونه سنگ معدن اولیه نیز به اندازه 2937×10^3 گرم مس وجود داشته است.

حالا، درصد خلوص Cu را در سنگ معدن اولیه (کالکوزیت) به دست می‌آوریم:

$$\text{درصد خلوص مس در کالکوزیت} = \frac{\text{جرم مس}}{\text{جرم کالکوزیت}} \times 100 = \frac{2937 \times 10^3}{30 \times 10^6} \times 100 = 9/79$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

تست و پاسخ ۱۲۹

کدام یک از عبارات‌های زیر درست است؟

- (الف) در همهٔ عنصرهای دستهٔ d، شمارهٔ گروه آن‌ها با مجموع شمار الکترون‌های ns و $(n-1)d$ در آرایش الکترونی برابر است.
 (ب) واکنش بی‌هوازی تخمیر گلوکز، از جمله واکنش‌هایی است که برای تهیه سوخت سبز به کار می‌رود.
 (پ) به دلیل غلظت بیشتر برخی گونه‌های فلزی، مانند منگنز، کبالت، آلومینیم و مس، می‌توان آن‌ها را از کف اقیانوس استخراج کرد.
 (ت) با توجه به استخراج فلزها از سنگ معدن و بازگشت فلزها از طریق خوردگی و فرسایش به طبیعت، می‌توان فلزها را منابعی تجدیدپذیر دانست.
- (۱) الف - ب (۲) ب - پ (۳) پ - ت (۴) الف - ت

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی عبارات‌های «الف» و «ب» درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

- (الف) همهٔ عنصرهای واسطه، به ns و $(n-1)d$ ختم می‌شوند؛ برای تعیین شمارهٔ گروه عنصرهای واسطه کافی است شمار الکترون‌های S و شمار الکترون‌های d قبل آن را جمع کنیم.
 (ب) یکی از راه‌های تهیهٔ سوخت سبز، استفاده از بقایای گیاهانی مانند نیلوفر، سیب‌زمینی و ذرت است. واکنش بی‌هوازی تخمیر گلوکز، از جمله واکنش‌هایی است که در این فرایند رخ می‌دهد:

$$C_6H_{12}O_6(aq) \rightarrow 2C_2H_5OH(aq) + 2CO_2(g)$$

 (پ) گونه‌های فلزی در کف اقیانوس در برخی مناطق، محتوی سولفید چند فلز واسطه بوده و در برخی مناطق دیگر به صورت کلوخه‌ها و پوسته‌هایی غنی از فلزهایی مانند منگنز، کبالت، آهن، نیکل، مس و ... می‌باشند. توجه کنید که آلومینیم به عنوان یک فلز اصلی واکنش‌پذیری زیادی دارد و اغلب به صورت سنگ معدن در طبیعت یافت می‌شود.
 (ت) فرایند فرسایش و خوردگی فلزها به کندی انجام می‌شود؛ به طوری که مدت‌زمان بسیار طولانی نیاز است تا چرخهٔ فلز کامل گردد، به عبارت دیگر آهنگ مصرف و استخراج فلز با آهنگ برگشت فلز به طبیعت به شکل سنگ معدن، یکسان نیست. به خاطر همین فلزها جزء منابع تجدیدناپذیر محسوب می‌شوند، زیرا این منابع پس از استفاده با تشکیل دوباره، جایگزین نمی‌شوند. به عبارت دیگر سرعت تشکیل و جایگزین شدن آن‌ها *اون‌قمر* آهسته است که تأثیر چندانی برای جبران این مقدار منابع ندارد.

تست و پاسخ ۱۳۰

چند مورد از مطالب زیر در رابطه با ارزیابی چرخهٔ عمر، درست است؟

- برای ارزیابی میزان تأثیر یک فراورده بر روی محیط زیست در مدت طول عمر آن به کار می‌رود.
- شامل ارزیابی از چهار مرحلهٔ استخراج و تولید مواد خام برای تولید یک فراورده، توزیع، مصرف و دفع آن است.
- شامل بررسی و ارزیابی میزان آب و انرژی مصرفی و سهم حمل‌ونقل در همهٔ مراحل است.
- حاصل تلاش برای یافتن شاخص‌هایی است که کمک می‌کنند صنایع گوناگون در مسیر بهره‌گیری از دانش فنی و تخصصی سازگارتر با محیط زیست حرکت کنند.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی همهٔ عبارت‌های داده‌شده درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

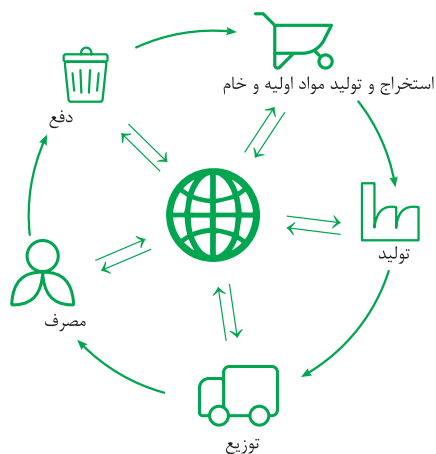
ارزیابی چرخهٔ عمر:

- شاخصی است برای ارزیابی میزان تأثیر یک فراورده بر روی محیط زیست در مدت طول عمر آن.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



- شامل چهار مرحله استخراج و تولید مواد خام برای تولید یک فراورده، توزیع، مصرف و دفع آن است. توجه داشته باشید که در شکل کتاب درسی، چرخه عمر را در ۵ مرحله نشان داده که توزیع را به صورت یک مرحله جداگانه در نظر گرفته، اما در جدول صفحه بعد در کتاب درسی توزیع را به عنوان یک مرحله جدا در نظر نگرفته است. پس هواستون باشه که به این صورت هم درسته. 😊



- شامل بررسی و ارزیابی میزان آب و انرژی مصرفی، پایداری بودن فرایند تأمین مواد خام، میزان زباله و پسماند ایجادشده و سهم حمل و نقل در همه مراحل است.
- حاصل تلاش برای یافتن شاخص‌هایی است که کمک می‌کنند صنایع گوناگون در مسیر بهره‌گیری از دانش فنی و تخصصی سازگارتر با محیط زیست حرکت کنند و رفتار و عملکرد خود را در مسیر رسیدن به توسعه پایدار اصلاح کنند.