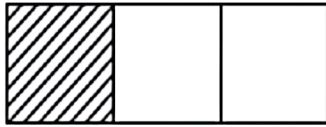


۱- در شکل زیر مستطیل بزرگ از ۳ مربع یکسان تشکیل شده است. اگر مساحت مستطیل بزرگ از  $\frac{2}{3}$  مساحت یکی

از مربع ها ۱۴ واحد بیشتر باشد، اختلاف طول و عرض مستطیل بزرگ کدام است؟



(۱)  $2\sqrt{6}$  ✓

(۲)  $\sqrt{6}$

(۳)  $2\sqrt{3}$

(۴)  $\sqrt{3}$

ضلع مربع را  $x$  می‌گیریم، پس طول و عرض مستطیل بزرگ به ترتیب  $3x$  و  $x$  هستند.

مساحت مستطیل بزرگ و مربع را حساب می‌کنیم:

$$S_{\text{مستطیل}} = \text{طول} \times \text{عرض} = (3x)(x) = 3x^2$$

$$S_{\text{مربع}} = (\text{ضلع})^2 = x^2$$

مساحت مستطیل از  $\frac{2}{3}$  مساحت مربع ۱۴ واحد بیشتر است، پس:

$$3x^2 = \frac{2}{3}x^2 + 14 \xrightarrow{\times 3} 9x^2 = 2x^2 + 42 \rightarrow 7x^2 = 42 \rightarrow x^2 = 6 \rightarrow x = \sqrt{6}$$

$$\underbrace{\text{طول}}_{3x} - \underbrace{\text{عرض}}_x = 2x = 2\sqrt{6}$$

اختلاف طول و عرض مستطیل برابر است با:

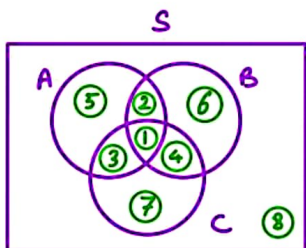
۲- مجموعه  $(A - B) - (C - B)$  با کدام یک از مجموعه‌های زیر برابر است؟

(۱)  $(B - C) - A$

(۳)  $B - (A \cup C)$

(۲)  $A - (B \cup C)$

(۴)  $(A - B) - C$  ✓



روی نمودارون، سه مجموعه A و B و C را نشان می‌دهیم و آن را به ۸ ناحیه تقسیم می‌کنیم:

مجموعه داده شده در صورت سوال را بر حسب نواحی می‌نویسیم:

$$(A - B) - (C - B) = \{5, 3\} - \{3, 7\} = \{5\}$$

برای هر چهار مجموعه داده شده در گزینه ۱، ۲، ۳ و ۴، همان کار را انجام می‌دهیم. می‌توانیم به نقطه ناهیه ۵ رسد، جواب است!

(۱)  $(B - C) - A = \{2, 4\} - \{5, 3, 1, 2, 4\} = \{4\}$  ✗

(۲)  $A - (B \cup C) = \{5, 2, 1, 3\} - (\{1, 2, 3, 4, 7\} - \{5, 3, 8\}) = \{5, 2, 3\} - \{1, 4\} = \{5, 2, 3\}$  ✗

(۳)  $B - (A \cup C) = \{1, 2, 4, 6\} - \{1, 2, 3, 4, 5, 7\} = \{6\}$  ✗

(۴)  $(A - B) - C = \{5, 3\} - \{1, 3, 4, 7\} = \{5\}$  ✓

نامزدترین طراح دنیا!  
جواب رو تو گزینه ۴ آوردن داشته

۳- تابع با ضابطه  $f(x) = (\Delta x^2 - (ax+1)(x-b))c$  ثابت است. اگر  $f(x+y) = f(x)f(y) - 2$  باشد، مقدار مثبت  $c$  کدام است؟

۴ (۴)

۲ (۳)

۵ (۲)

۱۰ (۱) ✓

فایده  $f$  را حدس می‌زنیم:

$$f(x) = (\Delta x^2 - (ax+1)(x-b))c = (\Delta x^2 - ax^2 + abx - x + b)c =$$

$$((\Delta - a)x^2 + (ab - 1)x + b)c$$

$$\begin{cases} \Delta - a = 0 \rightarrow a = \Delta \\ ab - 1 = 0 \rightarrow \Delta b - 1 = 0 \rightarrow b = \frac{1}{\Delta} \end{cases}$$

چون  $f$  ثابت است، باید ضریب  $x^2$  و  $x$  صفر باشد:

با جایگذاری دو مقدار  $a = \Delta$  و  $b = \frac{1}{\Delta}$ ، فایده  $f$  به شکل زیر می‌شود:

$$f(x) = \left( (\Delta - \Delta)x^2 + (\Delta \cdot \frac{1}{\Delta} - 1)x + \frac{1}{\Delta} \right) c = \left( \frac{1}{\Delta} \right) c = \frac{c}{\Delta}$$

حالا سرانجام جدول دوگانه سوال داده می‌شود و جای تمام  $f(x)$  که  $\frac{c}{\Delta}$  قرار می‌دهیم:

$$f(x+y) = f(x)f(y) - 2 \rightarrow \frac{c}{\Delta} = \left(\frac{c}{\Delta}\right)^2 - 2 \rightarrow \frac{c}{\Delta} = \frac{c^2}{\Delta^2} - 2 \xrightarrow{\times \Delta^2} \Delta c = c^2 - 2\Delta \rightarrow$$

$$c^2 - \Delta c - 2\Delta = 0 \xrightarrow{\text{بدرج}} (c-1)(c+\Delta) = 0 \rightarrow \begin{cases} c = 1 \quad \checkmark \text{ (مقدار مثبت)} \\ c = -\Delta \end{cases}$$

۴- اگر  $x|x|$  مثبت منفی

$$f(x) = \begin{cases} [1-x] & \text{مثبت} \\ [1+2x] & \text{منفی} \end{cases}$$

باشد، حاصل  $f(\sqrt{\pi}) + f(-1,7)$  کدام است؟

(۱) -۲      (۲) -۳      (۳) -۴ ✓      (۴) -۱

اول باید چک کنیم  $\sqrt{\pi}$  و  $-1,7$  در کدام دامنه قرار می‌گیرند؟  $x|x| > 0$  یا  $x|x| < 0$

• اگر  $\sqrt{\pi}$  را در  $x|x|$  قرار دهیم به  $\sqrt{\pi}|\sqrt{\pi}|$  می‌رسیم که حاصلش مثبت است. پس مربوط به فاصله مثبت است که دامنه اش «  $x|x|$  مثبت » است :

$$f(x) = [1-x] \xrightarrow{x=\sqrt{\pi}} f(\sqrt{\pi}) = [1-\sqrt{\pi}] = [1-\underbrace{\sqrt{3,14}}_{1,7\dots}] = [عددی بین ۰ و ۱] = -۱$$

• اگر  $-1,7$  را در  $x|x|$  قرار دهیم به  $-1,7|-1,7|$  می‌رسیم که حاصلش منفی است. پس مربوط به فاصله منفی است که دامنه اش «  $x|x|$  منفی » است :

$$f(x) = [1+2x] \xrightarrow{x=-1,7} f(-1,7) = [1+2(-1,7)] = [1-3,4] = [-2,4] = -۳$$

$$f(\sqrt{\pi}) + f(-1,7) = -1 + (-۳) = -۴$$

پس :



۶- رابطه‌های زیر، تابع هستند. اگر مجموعه A برد تابع  $f - g$  باشد، مجموع مقادیر اعضای A کدام است؟

$$f = \left\{ \left( 7, \frac{k}{4} - 1 \right), \left( -\frac{5}{4}, 1 - k \right), (5, 2), \left( 7, \frac{1}{4} \right) \right\} \quad \begin{matrix} -\frac{1}{2} & (1) \\ \frac{7}{2} & (2) \checkmark \\ \frac{11}{6} & (3) \\ -\frac{7}{6} & (4) \end{matrix}$$

$$g = \left\{ (\Delta, n), \left( -\frac{5}{4}, \frac{n-1}{4} \right), (4, 3 - 2n^2), \left( -\frac{5}{4}, -\frac{3}{4} \right) \right\}$$

• توزیع مرتب  $(7, \frac{k}{4} - 1)$  و  $(7, \frac{1}{4})$  در  $f$  داریم که مولفه‌های اول آن برابرند. برای آن که  $f$  تابع باشد باید مولفه‌های دوم این توزیع مرتب برابر باشند:

$$\frac{k}{4} - 1 = \frac{1}{4} \xrightarrow{\times 4} k - 4 = 1 \rightarrow k = 5$$

• توزیع مرتب  $(-\frac{5}{4}, \frac{n-1}{4})$  و  $(-\frac{5}{4}, -\frac{3}{4})$  در  $f$  داریم که مولفه‌های اول آن برابرند. برای آن که  $f$  تابع باشد باید مولفه‌های دوم این توزیع مرتب برابر باشند:

$$\frac{n-1}{4} = -\frac{3}{4} \rightarrow n-1 = -3 \rightarrow n = -2$$

با جای‌گذاری  $k=5$  و  $n=-2$ ، توابع  $f$  و  $g$  را می‌نویسیم:

حذف به خاطر تکرار

$$f = \left\{ \left( 7, \frac{k}{4} - 1 \right), \left( -\frac{5}{4}, 1 - k \right), (5, 2), \left( 7, \frac{1}{4} \right) \right\} \xrightarrow{k=5} f = \left\{ \left( -\frac{5}{4}, -2 \right), (5, 2), \left( 7, \frac{1}{4} \right) \right\}$$

حذف به خاطر تکرار

$$g = \left\{ (\Delta, n), \left( -\frac{5}{4}, \frac{n-1}{4} \right), (4, 3 - 2n^2), \left( -\frac{5}{4}, -\frac{3}{4} \right) \right\} \xrightarrow{n=-2} g = \left\{ (5, -2), (4, -5), \left( -\frac{5}{4}, -\frac{3}{4} \right) \right\}$$

$$D_{f-g} = D_f \cap D_g = \left\{ -\frac{5}{4}, 5 \right\}$$

اشتراک دامنه  $f$  و  $g$  را حساب کنیم:

مقدار تابع  $f-g$  را در  $x = 5$  و  $x = -\frac{5}{4}$  حساب می‌کنیم:

$$\bullet (f-g)\left(-\frac{5}{4}\right) = f\left(-\frac{5}{4}\right) - g\left(-\frac{5}{4}\right) = -2 - \left(-\frac{3}{4}\right) = -2 + \frac{3}{4} = \frac{-8+3}{4} = -\frac{5}{4}$$

$$\bullet (f-g)(5) = f(5) - g(5) = 2 - (-2) = 4$$

پس برد  $f-g$ ، مجموعه  $\left\{ -\frac{5}{4}, 4 \right\}$  است که مجموع اعضایش برابر است با:

$$-\frac{5}{4} + 4 = -\frac{5}{4} + \frac{16}{4} = \frac{11}{4}$$





۸- معادله  $\frac{x^2 - 2x + 3}{x^2 - 2x} - 1 = \frac{x}{x-2}$  دارای چند جواب منفی است؟

(۴) صفر

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱ ✓

درست چه تاول، جا این نویسیم  $\frac{x^2-2x}{x^2-2x}$  و ساده میکنیم.

$$\frac{x^2-2x+3}{x^2-2x} - \frac{x^2-2x}{x^2-2x} = \frac{x}{x-2} \rightarrow \frac{\cancel{x^2-2x}+3-\cancel{x^2+2x}}{x^2-2x} = \frac{x}{x-2} \rightarrow \frac{3}{x^2-2x} = \frac{x}{x-2}$$

در فرج کسر است بی از  $x$  بکنند بگیریم و مساوی  $x-2$  را از فرج کس در طرف ساده میکنیم؛ به طرفین درین میکنیم:

$$\frac{3}{x(x-2)} = \frac{x}{x-2} \rightarrow \frac{3}{x} = \frac{x}{1} \xrightarrow{\text{طرفین درین}} x^2=3 \rightarrow x = \pm\sqrt{3}$$

فرج کردیم به ازال دو جواب درست آمده، منفرجه شوند، پس هر دو قابل قبول اند.

این سه راه فقط یک جواب منفی ( $x = -\sqrt{3}$ ) دارد.



- ۹- در داده‌های ۱۵، ۱۱٫۵، ۴، ۵، ۹، ۱۱، ۵، ۱۰٫۵، ۱۷ و ۱، حاصل ضرب میانه و میانگین کدام است؟  
 (۱) ۶۳      (۲) ۷۲      (۳) ۸۴      (۴) ۹۸ ✓

داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم: ۱، ۴، ۵، ۹، ۱۰٫۵، ۱۱، ۱۱٫۵، ۱۵، ۱۷

تعداد داده‌ها فرد است پس داده وسط، میانه است:  $Q_3 = 10.5 = \frac{21}{2}$

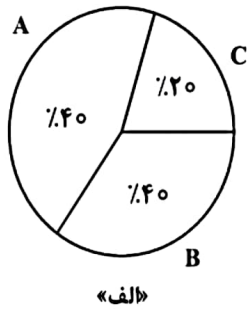
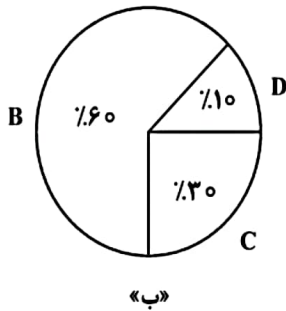
حالا برای بدست آوردن میانگین، باید مجموع را بر تعداد تقسیم کنیم:

$$\bar{x} = \frac{\overbrace{1+4+5+9}^{19} + \overbrace{10.5+11.5}^{22} + \overbrace{11+15+17}^{43}}{9} = \frac{84}{9} = \frac{28}{3}$$

$$\bar{x} \times Q_3 = \frac{28}{3} \times \frac{21}{2} = 98$$

حاصل ضرب میانگین و میانه برابر است با:

۱۰- اگر زاویه مربوط به داده «A» در یک نمودار دایره‌ای شامل چهار داده A, B, C و D برابر ۱۳۵ درجه باشد، کدام عدد زیر، مجموع فراوانی نمودار «ب» است؟

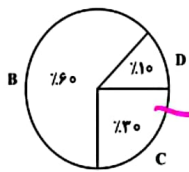


۱۶ (۱)

۱۵ (۲)

۱۰ (۳) ✓

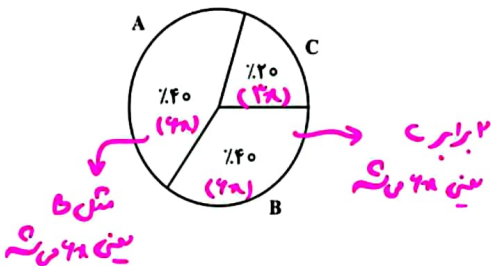
۹ (۴)



با توجه به نمودار (ب) که ۱۰ درصد آن D است، نسبت می‌گیریم، فراوانی C، ۳ برابر فراوانی D است.

فرض کنیم فراوانی D و C به ترتیب x و ۳x است.

حالا با توجه به نمودار (الف)، فراوانی A و B را برابر x می‌نویسیم:



پس ترتیب فراوانی A برای A, B, C و D به صورت ۴x, ۸x, ۸x و ۴x است.

با توجه به اینکه تعداد فراوانی باید عددهای طبیعی باشد، پس x حتماً عددهای طبیعی است، یعنی x باید ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹، ۱۰، ۱۱، ۱۲، ۱۳، ۱۴، ۱۵، ۱۶، ۱۷، ۱۸، ۱۹، ۲۰، ۲۱، ۲۲، ۲۳، ۲۴، ۲۵، ۲۶، ۲۷، ۲۸، ۲۹، ۳۰، ۳۱، ۳۲، ۳۳، ۳۴، ۳۵، ۳۶، ۳۷، ۳۸، ۳۹، ۴۰، ۴۱، ۴۲، ۴۳، ۴۴، ۴۵، ۴۶، ۴۷، ۴۸، ۴۹، ۵۰، ۵۱، ۵۲، ۵۳، ۵۴، ۵۵، ۵۶، ۵۷، ۵۸، ۵۹، ۶۰، ۶۱، ۶۲، ۶۳، ۶۴، ۶۵، ۶۶، ۶۷، ۶۸، ۶۹، ۷۰، ۷۱، ۷۲، ۷۳، ۷۴، ۷۵، ۷۶، ۷۷، ۷۸، ۷۹، ۸۰، ۸۱، ۸۲، ۸۳، ۸۴، ۸۵، ۸۶، ۸۷، ۸۸، ۸۹، ۹۰، ۹۱، ۹۲، ۹۳، ۹۴، ۹۵، ۹۶، ۹۷، ۹۸، ۹۹، ۱۰۰، ۱۰۱، ۱۰۲، ۱۰۳، ۱۰۴، ۱۰۵، ۱۰۶، ۱۰۷، ۱۰۸، ۱۰۹، ۱۱۰، ۱۱۱، ۱۱۲، ۱۱۳، ۱۱۴، ۱۱۵، ۱۱۶، ۱۱۷، ۱۱۸، ۱۱۹، ۱۲۰، ۱۲۱، ۱۲۲، ۱۲۳، ۱۲۴، ۱۲۵، ۱۲۶، ۱۲۷، ۱۲۸، ۱۲۹، ۱۳۰، ۱۳۱، ۱۳۲، ۱۳۳، ۱۳۴، ۱۳۵، ۱۳۶، ۱۳۷، ۱۳۸، ۱۳۹، ۱۴۰، ۱۴۱، ۱۴۲، ۱۴۳، ۱۴۴، ۱۴۵، ۱۴۶، ۱۴۷، ۱۴۸، ۱۴۹، ۱۵۰، ۱۵۱، ۱۵۲، ۱۵۳، ۱۵۴، ۱۵۵، ۱۵۶، ۱۵۷، ۱۵۸، ۱۵۹، ۱۶۰، ۱۶۱، ۱۶۲، ۱۶۳، ۱۶۴، ۱۶۵، ۱۶۶، ۱۶۷، ۱۶۸، ۱۶۹، ۱۷۰، ۱۷۱، ۱۷۲، ۱۷۳، ۱۷۴، ۱۷۵، ۱۷۶، ۱۷۷، ۱۷۸، ۱۷۹، ۱۸۰، ۱۸۱، ۱۸۲، ۱۸۳، ۱۸۴، ۱۸۵، ۱۸۶، ۱۸۷، ۱۸۸، ۱۸۹، ۱۹۰، ۱۹۱، ۱۹۲، ۱۹۳، ۱۹۴، ۱۹۵، ۱۹۶، ۱۹۷، ۱۹۸، ۱۹۹، ۲۰۰، ۲۰۱، ۲۰۲، ۲۰۳، ۲۰۴، ۲۰۵، ۲۰۶، ۲۰۷، ۲۰۸، ۲۰۹، ۲۱۰، ۲۱۱، ۲۱۲، ۲۱۳، ۲۱۴، ۲۱۵، ۲۱۶، ۲۱۷، ۲۱۸، ۲۱۹، ۲۲۰، ۲۲۱، ۲۲۲، ۲۲۳، ۲۲۴، ۲۲۵، ۲۲۶، ۲۲۷، ۲۲۸، ۲۲۹، ۲۳۰، ۲۳۱، ۲۳۲، ۲۳۳، ۲۳۴، ۲۳۵، ۲۳۶، ۲۳۷، ۲۳۸، ۲۳۹، ۲۴۰، ۲۴۱، ۲۴۲، ۲۴۳، ۲۴۴، ۲۴۵، ۲۴۶، ۲۴۷، ۲۴۸، ۲۴۹، ۲۵۰، ۲۵۱، ۲۵۲، ۲۵۳، ۲۵۴، ۲۵۵، ۲۵۶، ۲۵۷، ۲۵۸، ۲۵۹، ۲۶۰، ۲۶۱، ۲۶۲، ۲۶۳، ۲۶۴، ۲۶۵، ۲۶۶، ۲۶۷، ۲۶۸، ۲۶۹، ۲۷۰، ۲۷۱، ۲۷۲، ۲۷۳، ۲۷۴، ۲۷۵، ۲۷۶، ۲۷۷، ۲۷۸، ۲۷۹، ۲۸۰، ۲۸۱، ۲۸۲، ۲۸۳، ۲۸۴، ۲۸۵، ۲۸۶، ۲۸۷، ۲۸۸، ۲۸۹، ۲۹۰، ۲۹۱، ۲۹۲، ۲۹۳، ۲۹۴، ۲۹۵، ۲۹۶، ۲۹۷، ۲۹۸، ۲۹۹، ۳۰۰، ۳۰۱، ۳۰۲، ۳۰۳، ۳۰۴، ۳۰۵، ۳۰۶، ۳۰۷، ۳۰۸، ۳۰۹، ۳۱۰، ۳۱۱، ۳۱۲، ۳۱۳، ۳۱۴، ۳۱۵، ۳۱۶، ۳۱۷، ۳۱۸، ۳۱۹، ۳۲۰، ۳۲۱، ۳۲۲، ۳۲۳، ۳۲۴، ۳۲۵، ۳۲۶، ۳۲۷، ۳۲۸، ۳۲۹، ۳۳۰، ۳۳۱، ۳۳۲، ۳۳۳، ۳۳۴، ۳۳۵، ۳۳۶، ۳۳۷، ۳۳۸، ۳۳۹، ۳۴۰، ۳۴۱، ۳۴۲، ۳۴۳، ۳۴۴، ۳۴۵، ۳۴۶، ۳۴۷، ۳۴۸، ۳۴۹، ۳۵۰، ۳۵۱، ۳۵۲، ۳۵۳، ۳۵۴، ۳۵۵، ۳۵۶، ۳۵۷، ۳۵۸، ۳۵۹، ۳۶۰، ۳۶۱، ۳۶۲، ۳۶۳، ۳۶۴، ۳۶۵، ۳۶۶، ۳۶۷، ۳۶۸، ۳۶۹، ۳۷۰، ۳۷۱، ۳۷۲، ۳۷۳، ۳۷۴، ۳۷۵، ۳۷۶، ۳۷۷، ۳۷۸، ۳۷۹، ۳۸۰، ۳۸۱، ۳۸۲، ۳۸۳، ۳۸۴، ۳۸۵، ۳۸۶، ۳۸۷، ۳۸۸، ۳۸۹، ۳۹۰، ۳۹۱، ۳۹۲، ۳۹۳، ۳۹۴، ۳۹۵، ۳۹۶، ۳۹۷، ۳۹۸، ۳۹۹، ۴۰۰، ۴۰۱، ۴۰۲، ۴۰۳، ۴۰۴، ۴۰۵، ۴۰۶، ۴۰۷، ۴۰۸، ۴۰۹، ۴۱۰، ۴۱۱، ۴۱۲، ۴۱۳، ۴۱۴، ۴۱۵، ۴۱۶، ۴۱۷، ۴۱۸، ۴۱۹، ۴۲۰، ۴۲۱، ۴۲۲، ۴۲۳، ۴۲۴، ۴۲۵، ۴۲۶، ۴۲۷، ۴۲۸، ۴۲۹، ۴۳۰، ۴۳۱، ۴۳۲، ۴۳۳، ۴۳۴، ۴۳۵، ۴۳۶، ۴۳۷، ۴۳۸، ۴۳۹، ۴۴۰، ۴۴۱، ۴۴۲، ۴۴۳، ۴۴۴، ۴۴۵، ۴۴۶، ۴۴۷، ۴۴۸، ۴۴۹، ۴۵۰، ۴۵۱، ۴۵۲، ۴۵۳، ۴۵۴، ۴۵۵، ۴۵۶، ۴۵۷، ۴۵۸، ۴۵۹، ۴۶۰، ۴۶۱، ۴۶۲، ۴۶۳، ۴۶۴، ۴۶۵، ۴۶۶، ۴۶۷، ۴۶۸، ۴۶۹، ۴۷۰، ۴۷۱، ۴۷۲، ۴۷۳، ۴۷۴، ۴۷۵، ۴۷۶، ۴۷۷، ۴۷۸، ۴۷۹، ۴۸۰، ۴۸۱، ۴۸۲، ۴۸۳، ۴۸۴، ۴۸۵، ۴۸۶، ۴۸۷، ۴۸۸، ۴۸۹، ۴۹۰، ۴۹۱، ۴۹۲، ۴۹۳، ۴۹۴، ۴۹۵، ۴۹۶، ۴۹۷، ۴۹۸، ۴۹۹، ۵۰۰، ۵۰۱، ۵۰۲، ۵۰۳، ۵۰۴، ۵۰۵، ۵۰۶، ۵۰۷، ۵۰۸، ۵۰۹، ۵۱۰، ۵۱۱، ۵۱۲، ۵۱۳، ۵۱۴، ۵۱۵، ۵۱۶، ۵۱۷، ۵۱۸، ۵۱۹، ۵۲۰، ۵۲۱، ۵۲۲، ۵۲۳، ۵۲۴، ۵۲۵، ۵۲۶، ۵۲۷، ۵۲۸، ۵۲۹، ۵۳۰، ۵۳۱، ۵۳۲، ۵۳۳، ۵۳۴، ۵۳۵، ۵۳۶، ۵۳۷، ۵۳۸، ۵۳۹، ۵۴۰، ۵۴۱، ۵۴۲، ۵۴۳، ۵۴۴، ۵۴۵، ۵۴۶، ۵۴۷، ۵۴۸، ۵۴۹، ۵۵۰، ۵۵۱، ۵۵۲، ۵۵۳، ۵۵۴، ۵۵۵، ۵۵۶، ۵۵۷، ۵۵۸، ۵۵۹، ۵۶۰، ۵۶۱، ۵۶۲، ۵۶۳، ۵۶۴، ۵۶۵، ۵۶۶، ۵۶۷، ۵۶۸، ۵۶۹، ۵۷۰، ۵۷۱، ۵۷۲، ۵۷۳، ۵۷۴، ۵۷۵، ۵۷۶، ۵۷۷، ۵۷۸، ۵۷۹، ۵۸۰، ۵۸۱، ۵۸۲، ۵۸۳، ۵۸۴، ۵۸۵، ۵۸۶، ۵۸۷، ۵۸۸، ۵۸۹، ۵۹۰، ۵۹۱، ۵۹۲، ۵۹۳، ۵۹۴، ۵۹۵، ۵۹۶، ۵۹۷، ۵۹۸، ۵۹۹، ۶۰۰، ۶۰۱، ۶۰۲، ۶۰۳، ۶۰۴، ۶۰۵، ۶۰۶، ۶۰۷، ۶۰۸، ۶۰۹، ۶۱۰، ۶۱۱، ۶۱۲، ۶۱۳، ۶۱۴، ۶۱۵، ۶۱۶، ۶۱۷، ۶۱۸، ۶۱۹، ۶۲۰، ۶۲۱، ۶۲۲، ۶۲۳، ۶۲۴، ۶۲۵، ۶۲۶، ۶۲۷، ۶۲۸، ۶۲۹، ۶۳۰، ۶۳۱، ۶۳۲، ۶۳۳، ۶۳۴، ۶۳۵، ۶۳۶، ۶۳۷، ۶۳۸، ۶۳۹، ۶۴۰، ۶۴۱، ۶۴۲، ۶۴۳، ۶۴۴، ۶۴۵، ۶۴۶، ۶۴۷، ۶۴۸، ۶۴۹، ۶۵۰، ۶۵۱، ۶۵۲، ۶۵۳، ۶۵۴، ۶۵۵، ۶۵۶، ۶۵۷، ۶۵۸، ۶۵۹، ۶۶۰، ۶۶۱، ۶۶۲، ۶۶۳، ۶۶۴، ۶۶۵، ۶۶۶، ۶۶۷، ۶۶۸، ۶۶۹، ۶۷۰، ۶۷۱، ۶۷۲، ۶۷۳، ۶۷۴، ۶۷۵، ۶۷۶، ۶۷۷، ۶۷۸، ۶۷۹، ۶۸۰، ۶۸۱، ۶۸۲، ۶۸۳، ۶۸۴، ۶۸۵، ۶۸۶، ۶۸۷، ۶۸۸، ۶۸۹، ۶۹۰، ۶۹۱، ۶۹۲، ۶۹۳، ۶۹۴، ۶۹۵، ۶۹۶، ۶۹۷، ۶۹۸، ۶۹۹، ۷۰۰، ۷۰۱، ۷۰۲، ۷۰۳، ۷۰۴، ۷۰۵، ۷۰۶، ۷۰۷، ۷۰۸، ۷۰۹، ۷۱۰، ۷۱۱، ۷۱۲، ۷۱۳، ۷۱۴، ۷۱۵، ۷۱۶، ۷۱۷، ۷۱۸، ۷۱۹، ۷۲۰، ۷۲۱، ۷۲۲، ۷۲۳، ۷۲۴، ۷۲۵، ۷۲۶، ۷۲۷، ۷۲۸، ۷۲۹، ۷۳۰، ۷۳۱، ۷۳۲، ۷۳۳، ۷۳۴، ۷۳۵، ۷۳۶، ۷۳۷، ۷۳۸، ۷۳۹، ۷۴۰، ۷۴۱، ۷۴۲، ۷۴۳، ۷۴۴، ۷۴۵، ۷۴۶، ۷۴۷، ۷۴۸، ۷۴۹، ۷۵۰، ۷۵۱، ۷۵۲، ۷۵۳، ۷۵۴، ۷۵۵، ۷۵۶، ۷۵۷، ۷۵۸، ۷۵۹، ۷۶۰، ۷۶۱، ۷۶۲، ۷۶۳، ۷۶۴، ۷۶۵، ۷۶۶، ۷۶۷، ۷۶۸، ۷۶۹، ۷۷۰، ۷۷۱، ۷۷۲، ۷۷۳، ۷۷۴، ۷۷۵، ۷۷۶، ۷۷۷، ۷۷۸، ۷۷۹، ۷۸۰، ۷۸۱، ۷۸۲، ۷۸۳، ۷۸۴، ۷۸۵، ۷۸۶، ۷۸۷، ۷۸۸، ۷۸۹، ۷۹۰، ۷۹۱، ۷۹۲، ۷۹۳، ۷۹۴، ۷۹۵، ۷۹۶، ۷۹۷، ۷۹۸، ۷۹۹، ۸۰۰، ۸۰۱، ۸۰۲، ۸۰۳، ۸۰۴، ۸۰۵، ۸۰۶، ۸۰۷، ۸۰۸، ۸۰۹، ۸۱۰، ۸۱۱، ۸۱۲، ۸۱۳، ۸۱۴، ۸۱۵، ۸۱۶، ۸۱۷، ۸۱۸، ۸۱۹، ۸۲۰، ۸۲۱، ۸۲۲، ۸۲۳، ۸۲۴، ۸۲۵، ۸۲۶، ۸۲۷، ۸۲۸، ۸۲۹، ۸۳۰، ۸۳۱، ۸۳۲، ۸۳۳، ۸۳۴، ۸۳۵، ۸۳۶، ۸۳۷، ۸۳۸، ۸۳۹، ۸۴۰، ۸۴۱، ۸۴۲، ۸۴۳، ۸۴۴، ۸۴۵، ۸۴۶، ۸۴۷، ۸۴۸، ۸۴۹، ۸۵۰، ۸۵۱، ۸۵۲، ۸۵۳، ۸۵۴، ۸۵۵، ۸۵۶، ۸۵۷، ۸۵۸، ۸۵۹، ۸۶۰، ۸۶۱، ۸۶۲، ۸۶۳، ۸۶۴، ۸۶۵، ۸۶۶، ۸۶۷، ۸۶۸، ۸۶۹، ۸۷۰، ۸۷۱، ۸۷۲، ۸۷۳، ۸۷۴، ۸۷۵، ۸۷۶، ۸۷۷، ۸۷۸، ۸۷۹، ۸۸۰، ۸۸۱، ۸۸۲، ۸۸۳، ۸۸۴، ۸۸۵، ۸۸۶، ۸۸۷، ۸۸۸، ۸۸۹، ۸۹۰، ۸۹۱، ۸۹۲، ۸۹۳، ۸۹۴، ۸۹۵، ۸۹۶، ۸۹۷، ۸۹۸، ۸۹۹، ۹۰۰، ۹۰۱، ۹۰۲، ۹۰۳، ۹۰۴، ۹۰۵، ۹۰۶، ۹۰۷، ۹۰۸، ۹۰۹، ۹۱۰، ۹۱۱، ۹۱۲، ۹۱۳، ۹۱۴، ۹۱۵، ۹۱۶، ۹۱۷، ۹۱۸، ۹۱۹، ۹۲۰، ۹۲۱، ۹۲۲، ۹۲۳، ۹۲۴، ۹۲۵، ۹۲۶، ۹۲۷، ۹۲۸، ۹۲۹، ۹۳۰، ۹۳۱، ۹۳۲، ۹۳۳، ۹۳۴، ۹۳۵، ۹۳۶، ۹۳۷، ۹۳۸، ۹۳۹، ۹۴۰، ۹۴۱، ۹۴۲، ۹۴۳، ۹۴۴، ۹۴۵، ۹۴۶، ۹۴۷، ۹۴۸، ۹۴۹، ۹۵۰، ۹۵۱، ۹۵۲، ۹۵۳، ۹۵۴، ۹۵۵، ۹۵۶، ۹۵۷، ۹۵۸، ۹۵۹، ۹۶۰، ۹۶۱، ۹۶۲، ۹۶۳، ۹۶۴، ۹۶۵، ۹۶۶، ۹۶۷، ۹۶۸، ۹۶۹، ۹۷۰، ۹۷۱، ۹۷۲، ۹۷۳، ۹۷۴، ۹۷۵، ۹۷۶، ۹۷۷، ۹۷۸، ۹۷۹، ۹۸۰، ۹۸۱، ۹۸۲، ۹۸۳، ۹۸۴، ۹۸۵، ۹۸۶، ۹۸۷، ۹۸۸، ۹۸۹، ۹۹۰، ۹۹۱، ۹۹۲، ۹۹۳، ۹۹۴، ۹۹۵، ۹۹۶، ۹۹۷، ۹۹۸، ۹۹۹، ۱۰۰۰.

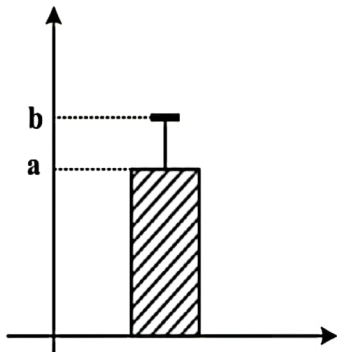
$$f_B + f_C + f_D = 2x + 3x + x = 6x$$

فراوانی کل داده‌ها نمودار (ب) را تشکیل می‌دهد:

اگرچه x اعداد ۱، ۲، ۳، ... قرار می‌دهیم، مقدار ۶x برابر با ۱۰، ۲۰، ۳۰، ... می‌شود که در این زمینه فقط ۱۰ را داریم.

بترتیب در صورت سوال قید می‌شود «کدام عدد زیر می‌تواند مجموع فراوانی داده‌ها در نمودار (ب) باشد».

۱۱- داده‌های ۲۱، ۲۳، ۲۵، ۲۷،  $a$  و  $b$  مربوط به سن دوستان مریم است که در تولد ۲۲ سالگی اش (مهمانی اول) شرکت داشتند و نمودار زیر نشان‌دهنده دو شاخص سن افراد حاضر در این مهمانی است. مریم ۱۰ سال بعد، زمانی که صاحب فرزند شد، تصمیم می‌گیرد به اتفاق پدر بزرگ و مادر بزرگش یک مهمانی (مهمانی دوم) ترتیب دهد و همه دوستانش که در مهمانی اول حضور داشتند را دعوت کند. اگر واریانس سن افراد در مهمانی اول ۴ باشد، مقدار شاخص مرکزی مناسب برای سن افراد در مهمانی دوم، کدام است؟



- ۳۴/۵ (۱) ✓
- ۳۴ (۲)
- ۳۳/۵ (۳)
- ۳۵ (۴)

• مهمانی اول: واریانس سن افراد حاضر در مهمانی اول  $\sigma^2 = 4$  بوده پس انحراف معیار سن  $\sigma = 2$  است.

طول میله یعنی  $b - a$  برابر با انحراف معیار است:  $b - a = 2 \rightarrow b = a + 2$

از طرفی میانه  $\bar{x}$  داده ۲۱، ۲۳، ۲۵، ۲۷،  $a$  و  $b$  (۲۲) باید برابر با ارتفاع متکلی (یعنی  $a$ ) باشد پس:

$$a = \frac{a + b + \overbrace{21 + 23 + 25 + 27}^{118} + 22}{7} \quad \begin{matrix} \text{طولین} \\ \text{و میانه} \end{matrix} \quad \begin{matrix} b = a + 2 \\ a = \frac{a + a + 2 + 118}{7} \rightarrow a = \frac{2a + 120}{7} \end{matrix}$$

$$7a = 2a + 120 \rightarrow 5a = 120 \rightarrow a = 24 \xrightarrow{\text{پس}} b = a + 2 = 26$$

• مهمانی دوم: به سن همه افراد ۱۰ سال افزوده شود. ضمناً فرزند، پدر بزرگ و مادر بزرگ هم در این مهمانی حضور دارند:

$32, a+10, b+10, 31, 33, 35, 37, M, P, B$   
↓ ↓ ↓  
 پیم مریم پدر بزرگ مادر بزرگ

در بین داده‌ها ۱۰، ۱۱، ۱۲، ۱۳، ۱۴، ۱۵، ۱۶، ۱۷، ۱۸، ۱۹، ۲۰، ۲۱، ۲۲، ۲۳، ۲۴، ۲۵، ۲۶، ۲۷، ۲۸، ۲۹، ۳۰، ۳۱، ۳۲، ۳۳، ۳۴، ۳۵، ۳۶، ۳۷، ۳۸، ۳۹، ۴۰، ۴۱، ۴۲، ۴۳، ۴۴، ۴۵، ۴۶، ۴۷، ۴۸، ۴۹، ۵۰، ۵۱، ۵۲، ۵۳، ۵۴، ۵۵، ۵۶، ۵۷، ۵۸، ۵۹، ۶۰، ۶۱، ۶۲، ۶۳، ۶۴، ۶۵، ۶۶، ۶۷، ۶۸، ۶۹، ۷۰، ۷۱، ۷۲، ۷۳، ۷۴، ۷۵، ۷۶، ۷۷، ۷۸، ۷۹، ۸۰، ۸۱، ۸۲، ۸۳، ۸۴، ۸۵، ۸۶، ۸۷، ۸۸، ۸۹، ۹۰، ۹۱، ۹۲، ۹۳، ۹۴، ۹۵، ۹۶، ۹۷، ۹۸، ۹۹، ۱۰۰، ۱۰۱، ۱۰۲، ۱۰۳، ۱۰۴، ۱۰۵، ۱۰۶، ۱۰۷، ۱۰۸، ۱۰۹، ۱۱۰، ۱۱۱، ۱۱۲، ۱۱۳، ۱۱۴، ۱۱۵، ۱۱۶، ۱۱۷، ۱۱۸، ۱۱۹، ۱۲۰، ۱۲۱، ۱۲۲، ۱۲۳، ۱۲۴، ۱۲۵، ۱۲۶، ۱۲۷، ۱۲۸، ۱۲۹، ۱۳۰، ۱۳۱، ۱۳۲، ۱۳۳، ۱۳۴، ۱۳۵، ۱۳۶، ۱۳۷، ۱۳۸، ۱۳۹، ۱۴۰، ۱۴۱، ۱۴۲، ۱۴۳، ۱۴۴، ۱۴۵، ۱۴۶، ۱۴۷، ۱۴۸، ۱۴۹، ۱۵۰، ۱۵۱، ۱۵۲، ۱۵۳، ۱۵۴، ۱۵۵، ۱۵۶، ۱۵۷، ۱۵۸، ۱۵۹، ۱۶۰، ۱۶۱، ۱۶۲، ۱۶۳، ۱۶۴، ۱۶۵، ۱۶۶، ۱۶۷، ۱۶۸، ۱۶۹، ۱۷۰، ۱۷۱، ۱۷۲، ۱۷۳، ۱۷۴، ۱۷۵، ۱۷۶، ۱۷۷، ۱۷۸، ۱۷۹، ۱۸۰، ۱۸۱، ۱۸۲، ۱۸۳، ۱۸۴، ۱۸۵، ۱۸۶، ۱۸۷، ۱۸۸، ۱۸۹، ۱۹۰، ۱۹۱، ۱۹۲، ۱۹۳، ۱۹۴، ۱۹۵، ۱۹۶، ۱۹۷، ۱۹۸، ۱۹۹، ۲۰۰، ۲۰۱، ۲۰۲، ۲۰۳، ۲۰۴، ۲۰۵، ۲۰۶، ۲۰۷، ۲۰۸، ۲۰۹، ۲۱۰، ۲۱۱، ۲۱۲، ۲۱۳، ۲۱۴، ۲۱۵، ۲۱۶، ۲۱۷، ۲۱۸، ۲۱۹، ۲۲۰، ۲۲۱، ۲۲۲، ۲۲۳، ۲۲۴، ۲۲۵، ۲۲۶، ۲۲۷، ۲۲۸، ۲۲۹، ۲۳۰، ۲۳۱، ۲۳۲، ۲۳۳، ۲۳۴، ۲۳۵، ۲۳۶، ۲۳۷، ۲۳۸، ۲۳۹، ۲۴۰، ۲۴۱، ۲۴۲، ۲۴۳، ۲۴۴، ۲۴۵، ۲۴۶، ۲۴۷، ۲۴۸، ۲۴۹، ۲۵۰، ۲۵۱، ۲۵۲، ۲۵۳، ۲۵۴، ۲۵۵، ۲۵۶، ۲۵۷، ۲۵۸، ۲۵۹، ۲۶۰، ۲۶۱، ۲۶۲، ۲۶۳، ۲۶۴، ۲۶۵، ۲۶۶، ۲۶۷، ۲۶۸، ۲۶۹، ۲۷۰، ۲۷۱، ۲۷۲، ۲۷۳، ۲۷۴، ۲۷۵، ۲۷۶، ۲۷۷، ۲۷۸، ۲۷۹، ۲۸۰، ۲۸۱، ۲۸۲، ۲۸۳، ۲۸۴، ۲۸۵، ۲۸۶، ۲۸۷، ۲۸۸، ۲۸۹، ۲۹۰، ۲۹۱، ۲۹۲، ۲۹۳، ۲۹۴، ۲۹۵، ۲۹۶، ۲۹۷، ۲۹۸، ۲۹۹، ۳۰۰، ۳۰۱، ۳۰۲، ۳۰۳، ۳۰۴، ۳۰۵، ۳۰۶، ۳۰۷، ۳۰۸، ۳۰۹، ۳۱۰، ۳۱۱، ۳۱۲، ۳۱۳، ۳۱۴، ۳۱۵، ۳۱۶، ۳۱۷، ۳۱۸، ۳۱۹، ۳۲۰، ۳۲۱، ۳۲۲، ۳۲۳، ۳۲۴، ۳۲۵، ۳۲۶، ۳۲۷، ۳۲۸، ۳۲۹، ۳۳۰، ۳۳۱، ۳۳۲، ۳۳۳، ۳۳۴، ۳۳۵، ۳۳۶، ۳۳۷، ۳۳۸، ۳۳۹، ۳۴۰، ۳۴۱، ۳۴۲، ۳۴۳، ۳۴۴، ۳۴۵، ۳۴۶، ۳۴۷، ۳۴۸، ۳۴۹، ۳۵۰، ۳۵۱، ۳۵۲، ۳۵۳، ۳۵۴، ۳۵۵، ۳۵۶، ۳۵۷، ۳۵۸، ۳۵۹، ۳۶۰، ۳۶۱، ۳۶۲، ۳۶۳، ۳۶۴، ۳۶۵، ۳۶۶، ۳۶۷، ۳۶۸، ۳۶۹، ۳۷۰، ۳۷۱، ۳۷۲، ۳۷۳، ۳۷۴، ۳۷۵، ۳۷۶، ۳۷۷، ۳۷۸، ۳۷۹، ۳۸۰، ۳۸۱، ۳۸۲، ۳۸۳، ۳۸۴، ۳۸۵، ۳۸۶، ۳۸۷، ۳۸۸، ۳۸۹، ۳۹۰، ۳۹۱، ۳۹۲، ۳۹۳، ۳۹۴، ۳۹۵، ۳۹۶، ۳۹۷، ۳۹۸، ۳۹۹، ۴۰۰، ۴۰۱، ۴۰۲، ۴۰۳، ۴۰۴، ۴۰۵، ۴۰۶، ۴۰۷، ۴۰۸، ۴۰۹، ۴۱۰، ۴۱۱، ۴۱۲، ۴۱۳، ۴۱۴، ۴۱۵، ۴۱۶، ۴۱۷، ۴۱۸، ۴۱۹، ۴۲۰، ۴۲۱، ۴۲۲، ۴۲۳، ۴۲۴، ۴۲۵، ۴۲۶، ۴۲۷، ۴۲۸، ۴۲۹، ۴۳۰، ۴۳۱، ۴۳۲، ۴۳۳، ۴۳۴، ۴۳۵، ۴۳۶، ۴۳۷، ۴۳۸، ۴۳۹، ۴۴۰، ۴۴۱، ۴۴۲، ۴۴۳، ۴۴۴، ۴۴۵، ۴۴۶، ۴۴۷، ۴۴۸، ۴۴۹، ۴۵۰، ۴۵۱، ۴۵۲، ۴۵۳، ۴۵۴، ۴۵۵، ۴۵۶، ۴۵۷، ۴۵۸، ۴۵۹، ۴۶۰، ۴۶۱، ۴۶۲، ۴۶۳، ۴۶۴، ۴۶۵، ۴۶۶، ۴۶۷، ۴۶۸، ۴۶۹، ۴۷۰، ۴۷۱، ۴۷۲، ۴۷۳، ۴۷۴، ۴۷۵، ۴۷۶، ۴۷۷، ۴۷۸، ۴۷۹، ۴۸۰، ۴۸۱، ۴۸۲، ۴۸۳، ۴۸۴، ۴۸۵، ۴۸۶، ۴۸۷، ۴۸۸، ۴۸۹، ۴۹۰، ۴۹۱، ۴۹۲، ۴۹۳، ۴۹۴، ۴۹۵، ۴۹۶، ۴۹۷، ۴۹۸، ۴۹۹، ۵۰۰، ۵۰۱، ۵۰۲، ۵۰۳، ۵۰۴، ۵۰۵، ۵۰۶، ۵۰۷، ۵۰۸، ۵۰۹، ۵۱۰، ۵۱۱، ۵۱۲، ۵۱۳، ۵۱۴، ۵۱۵، ۵۱۶، ۵۱۷، ۵۱۸، ۵۱۹، ۵۲۰، ۵۲۱، ۵۲۲، ۵۲۳، ۵۲۴، ۵۲۵، ۵۲۶، ۵۲۷، ۵۲۸، ۵۲۹، ۵۳۰، ۵۳۱، ۵۳۲، ۵۳۳، ۵۳۴، ۵۳۵، ۵۳۶، ۵۳۷، ۵۳۸، ۵۳۹، ۵۴۰، ۵۴۱، ۵۴۲، ۵۴۳، ۵۴۴، ۵۴۵، ۵۴۶، ۵۴۷، ۵۴۸، ۵۴۹، ۵۵۰، ۵۵۱، ۵۵۲، ۵۵۳، ۵۵۴، ۵۵۵، ۵۵۶، ۵۵۷، ۵۵۸، ۵۵۹، ۵۶۰، ۵۶۱، ۵۶۲، ۵۶۳، ۵۶۴، ۵۶۵، ۵۶۶، ۵۶۷، ۵۶۸، ۵۶۹، ۵۷۰، ۵۷۱، ۵۷۲، ۵۷۳، ۵۷۴، ۵۷۵، ۵۷۶، ۵۷۷، ۵۷۸، ۵۷۹، ۵۸۰، ۵۸۱، ۵۸۲، ۵۸۳، ۵۸۴، ۵۸۵، ۵۸۶، ۵۸۷، ۵۸۸، ۵۸۹، ۵۹۰، ۵۹۱، ۵۹۲، ۵۹۳، ۵۹۴، ۵۹۵، ۵۹۶، ۵۹۷، ۵۹۸، ۵۹۹، ۶۰۰، ۶۰۱، ۶۰۲، ۶۰۳، ۶۰۴، ۶۰۵، ۶۰۶، ۶۰۷، ۶۰۸، ۶۰۹، ۶۱۰، ۶۱۱، ۶۱۲، ۶۱۳، ۶۱۴، ۶۱۵، ۶۱۶، ۶۱۷، ۶۱۸، ۶۱۹، ۶۲۰، ۶۲۱، ۶۲۲، ۶۲۳، ۶۲۴، ۶۲۵، ۶۲۶، ۶۲۷، ۶۲۸، ۶۲۹، ۶۳۰، ۶۳۱، ۶۳۲، ۶۳۳، ۶۳۴، ۶۳۵، ۶۳۶، ۶۳۷، ۶۳۸، ۶۳۹، ۶۴۰، ۶۴۱، ۶۴۲، ۶۴۳، ۶۴۴، ۶۴۵، ۶۴۶، ۶۴۷، ۶۴۸، ۶۴۹، ۶۵۰، ۶۵۱، ۶۵۲، ۶۵۳، ۶۵۴، ۶۵۵، ۶۵۶، ۶۵۷، ۶۵۸، ۶۵۹، ۶۶۰، ۶۶۱، ۶۶۲، ۶۶۳، ۶۶۴، ۶۶۵، ۶۶۶، ۶۶۷، ۶۶۸، ۶۶۹، ۶۷۰، ۶۷۱، ۶۷۲، ۶۷۳، ۶۷۴، ۶۷۵، ۶۷۶، ۶۷۷، ۶۷۸، ۶۷۹، ۶۸۰، ۶۸۱، ۶۸۲، ۶۸۳، ۶۸۴، ۶۸۵، ۶۸۶، ۶۸۷، ۶۸۸، ۶۸۹، ۶۹۰، ۶۹۱، ۶۹۲، ۶۹۳، ۶۹۴، ۶۹۵، ۶۹۶، ۶۹۷، ۶۹۸، ۶۹۹، ۷۰۰، ۷۰۱، ۷۰۲، ۷۰۳، ۷۰۴، ۷۰۵، ۷۰۶، ۷۰۷، ۷۰۸، ۷۰۹، ۷۱۰، ۷۱۱، ۷۱۲، ۷۱۳، ۷۱۴، ۷۱۵، ۷۱۶، ۷۱۷، ۷۱۸، ۷۱۹، ۷۲۰، ۷۲۱، ۷۲۲، ۷۲۳، ۷۲۴، ۷۲۵، ۷۲۶، ۷۲۷، ۷۲۸، ۷۲۹، ۷۳۰، ۷۳۱، ۷۳۲، ۷۳۳، ۷۳۴، ۷۳۵، ۷۳۶، ۷۳۷، ۷۳۸، ۷۳۹، ۷۴۰، ۷۴۱، ۷۴۲، ۷۴۳، ۷۴۴، ۷۴۵، ۷۴۶، ۷۴۷، ۷۴۸، ۷۴۹، ۷۵۰، ۷۵۱، ۷۵۲، ۷۵۳، ۷۵۴، ۷۵۵، ۷۵۶، ۷۵۷، ۷۵۸، ۷۵۹، ۷۶۰، ۷۶۱، ۷۶۲، ۷۶۳، ۷۶۴، ۷۶۵، ۷۶۶، ۷۶۷، ۷۶۸، ۷۶۹، ۷۷۰، ۷۷۱، ۷۷۲، ۷۷۳، ۷۷۴، ۷۷۵، ۷۷۶، ۷۷۷، ۷۷۸، ۷۷۹، ۷۸۰، ۷۸۱، ۷۸۲، ۷۸۳، ۷۸۴، ۷۸۵، ۷۸۶، ۷۸۷، ۷۸۸، ۷۸۹، ۷۹۰، ۷۹۱، ۷۹۲، ۷۹۳، ۷۹۴، ۷۹۵، ۷۹۶، ۷۹۷، ۷۹۸، ۷۹۹، ۸۰۰، ۸۰۱، ۸۰۲، ۸۰۳، ۸۰۴، ۸۰۵، ۸۰۶، ۸۰۷، ۸۰۸، ۸۰۹، ۸۱۰، ۸۱۱، ۸۱۲، ۸۱۳، ۸۱۴، ۸۱۵، ۸۱۶، ۸۱۷، ۸۱۸، ۸۱۹، ۸۲۰، ۸۲۱، ۸۲۲، ۸۲۳، ۸۲۴، ۸۲۵، ۸۲۶، ۸۲۷، ۸۲۸، ۸۲۹، ۸۳۰، ۸۳۱، ۸۳۲، ۸۳۳، ۸۳۴، ۸۳۵، ۸۳۶، ۸۳۷، ۸۳۸، ۸۳۹، ۸۴۰، ۸۴۱، ۸۴۲، ۸۴۳، ۸۴۴، ۸۴۵، ۸۴۶، ۸۴۷، ۸۴۸، ۸۴۹، ۸۵۰، ۸۵۱، ۸۵۲، ۸۵۳، ۸۵۴، ۸۵۵، ۸۵۶، ۸۵۷، ۸۵۸، ۸۵۹، ۸۶۰، ۸۶۱، ۸۶۲، ۸۶۳، ۸۶۴، ۸۶۵، ۸۶۶، ۸۶۷، ۸۶۸، ۸۶۹، ۸۷۰، ۸۷۱، ۸۷۲، ۸۷۳، ۸۷۴، ۸۷۵، ۸۷۶، ۸۷۷، ۸۷۸، ۸۷۹، ۸۸۰، ۸۸۱، ۸۸۲، ۸۸۳، ۸۸۴، ۸۸۵، ۸۸۶، ۸۸۷، ۸۸۸، ۸۸۹، ۸۹۰، ۸۹۱، ۸۹۲، ۸۹۳، ۸۹۴، ۸۹۵، ۸۹۶، ۸۹۷، ۸۹۸، ۸۹۹، ۹۰۰، ۹۰۱، ۹۰۲، ۹۰۳، ۹۰۴، ۹۰۵، ۹۰۶، ۹۰۷، ۹۰۸، ۹۰۹، ۹۱۰، ۹۱۱، ۹۱۲، ۹۱۳، ۹۱۴، ۹۱۵، ۹۱۶، ۹۱۷، ۹۱۸، ۹۱۹، ۹۲۰، ۹۲۱، ۹۲۲، ۹۲۳، ۹۲۴، ۹۲۵، ۹۲۶، ۹۲۷، ۹۲۸، ۹۲۹، ۹۳۰، ۹۳۱، ۹۳۲، ۹۳۳، ۹۳۴، ۹۳۵، ۹۳۶، ۹۳۷، ۹۳۸، ۹۳۹، ۹۴۰، ۹۴۱، ۹۴۲، ۹۴۳، ۹۴۴، ۹۴۵، ۹۴۶، ۹۴۷، ۹۴۸، ۹۴۹، ۹۵۰، ۹۵۱، ۹۵۲، ۹۵۳، ۹۵۴، ۹۵۵، ۹۵۶، ۹۵۷، ۹۵۸، ۹۵۹، ۹۶۰، ۹۶۱، ۹۶۲، ۹۶۳، ۹۶۴، ۹۶۵، ۹۶۶، ۹۶۷، ۹۶۸، ۹۶۹، ۹۷۰، ۹۷۱، ۹۷۲، ۹۷۳، ۹۷۴، ۹۷۵، ۹۷۶، ۹۷۷، ۹۷۸، ۹۷۹، ۹۸۰، ۹۸۱، ۹۸۲، ۹۸۳، ۹۸۴، ۹۸۵، ۹۸۶، ۹۸۷، ۹۸۸، ۹۸۹، ۹۹۰، ۹۹۱، ۹۹۲، ۹۹۳، ۹۹۴، ۹۹۵، ۹۹۶، ۹۹۷، ۹۹۸، ۹۹۹، ۱۰۰۰.

$B, P, M, 37, 36, 35, 34, 33, 32, 31, B$   
 دوران وسط

داده را مرتب کنیم:

$$Q_2 = \frac{34 + 35}{2} = 34.5$$

میانه برابر با میانگین دوران وسط است:

۱۲- اگر  $p$  و  $q \sim r$  گزاره‌های درست و  $r$  گزاره دلخواه باشد، ارزش کدام گزاره به  $r$  بستگی دارد؟

- (۱)  $(q \Rightarrow r) \Rightarrow p$       (۲)  $(p \Rightarrow r) \Rightarrow q$  ✓  
 (۳)  $(r \Rightarrow p) \Rightarrow q$       (۴)  $(r \Rightarrow \sim q) \Rightarrow \sim p$

$p$  و  $q$  درست اند پس  $p$  درست و  $q$  نادرست است.  $r$  هم که دلخواه است.  
 هرگاه لازم شد از هم ارزی بتبدیل گزاره شرطی به مفصلی استفاده میکنیم و ارزش گزاره‌ها را برچهارزینه را با هم می‌کنیم. خودم هم از  $r$  (یا  $\sim r$ ) شد جواب است.

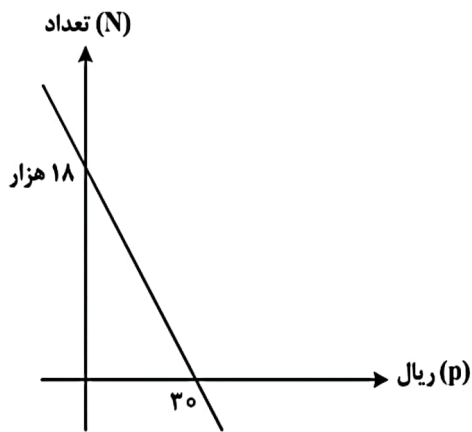
①  $(q \Rightarrow r) \Rightarrow p \equiv \underbrace{(F \Rightarrow r)}_T \Rightarrow T \equiv T \quad \times$

②  $(p \Rightarrow r) \Rightarrow q \equiv \underbrace{(T \Rightarrow r)}_{\text{تبدیل به مفصلی}} \Rightarrow F \equiv \underbrace{(\sim T \vee r)}_F \Rightarrow F \equiv \underbrace{r \Rightarrow F}_{\text{تبدیل به مفصلی}} \equiv \sim r \vee F \equiv \underbrace{(\sim r)}_{\text{به } r \text{ بستگی دارد}} \quad \checkmark$

③  $(r \Rightarrow p) \Rightarrow q \equiv \underbrace{(r \Rightarrow T)}_{\text{تبدیل به مفصلی}} \Rightarrow F \equiv (\sim r \vee T) \Rightarrow F \equiv T \Rightarrow F \equiv F \quad \times$

④  $(r \Rightarrow \sim q) \Rightarrow \sim p \equiv \underbrace{(r \Rightarrow T)}_{\text{تبدیل به مفصلی}} \Rightarrow F \equiv (\sim r \vee T) \Rightarrow F \equiv T \Rightarrow F \equiv F \quad \times$

۱۳- نمودار زیر، تعداد فروش یک کالا توسط یک بنگاه اقتصادی را با توجه به قیمت آن نشان می‌دهد. اگر هزینه تولید هر واحد از این کالا ۲۵ ریال و هزینه اولیه ۱۸ هزار ریال باشد، بنگاه این کالا را با چه قیمتی بفروشد تا بیشترین سود را به دست آورد؟



- ۳۵ (۱)
- ۳۲٫۵ (۲)
- ۳۰ (۳)
- ۲۷٫۵ (۴) ✓

رابطه بین  $N$  و  $P$  را باید بنویسیم. خط رسم شده از دو نقطه  $A(۳۰, ۰)$  و  $B(۰, ۱۸۰۰۰)$  می‌گذرد.

شیب را حساب کنیم:

$$m = \frac{18000 - 0}{0 - 30} = \frac{18000}{-30} = -400$$

عرض از مبدا خط هم که ۱۸۰۰۰ است. پس معادله این خط به صورت  $y = -400x + 18000$  می‌باشد.

حال  $x$  و  $y$  به ترتیب  $P$  و  $N$  قرار می‌دهیم:

$$N = -400P + 18000 \quad \text{ازت دو طرف با } P \text{ را براب } N \text{ حساب کنیم:}$$

$$400P = 18000 - N \quad \div 400 \quad P = 30 - \frac{N}{400}$$

• از ضرب قیمت فروش در تعداد  $N$ ، درآمدمست  $N$  آید:  $\text{درآمد} = N \left( 30 - \frac{N}{400} \right) = 30N - \frac{N^2}{400}$

• تابع هزینه را می‌نویسیم:  $\text{هزینه} = 18000 + 25N$  (تعداد  $\times$  هزینه هر کالا) + هزینه ثابت =  $18000 + 25N$

• تابع سود را می‌نویسیم:  $\text{سود} = \text{درآمد} - \text{هزینه} = \left( 30N - \frac{N^2}{400} \right) - (18000 + 25N) = \underbrace{\left( -\frac{1}{400} \right)}_A N^2 + \underbrace{5N}_B - \underbrace{18000}_C$

به ازای طول راس معادله  $N$ ، سود ماکزیمم می‌شود:

$$N_S = \frac{-B}{2A} = \frac{-5}{2 \left( -\frac{1}{400} \right)} = \frac{5}{\frac{1}{200}} = 1000$$

$N$  بدست آمده را در رابطه  $P = 30 - \frac{N}{400}$  قرار می‌دهیم تا قیمت بدست آید:  $P = 30 - \frac{1000}{400} = 30 - 2.5 = 27.5$

۱۴- در یک شرکت هیچ کدام از کارکنان با حداقل حقوق ۸۰ میلیون ریالی زیر خط فقر نیستند. میانگین درآمد خانوارهای کشور حداکثر چند میلیون ریال است؟

۱۶۰ (۴) ✓

۱۲۰ (۳)

۸۰ (۲)

۴۰ (۱)

خط فقر برابر با نصف میانگین است:  $\bar{x} = \frac{x}{2}$  خط فقر

وقتی افراد با حقوق بالای ۸۰ میلیون ریال، زیر خط فقر هستند، یعنی حداکثر خط فقر ۸۰ میلیون ریال بوده،  $۸۰ \leq \text{خط فقر}$

$$\frac{\bar{x}}{2} \leq ۸۰ \xrightarrow{\times 2} \bar{x} \leq ۱۶۰$$

با جایگذاری  $\frac{\bar{x}}{2}$  به جای خط فقر، داریم:

پس میانگین حداکثر ۱۶۰ میلیون ریال است.



۱۵- با حروف کلمه «پارسی» چند کلمه ۵ حرفی می توان نوشت به طوری که در نوشتن آن فقط یک حرف، نقطه دار ظاهر شود؟

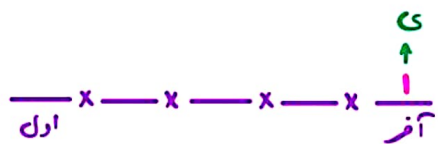
۱۲ (۴)

۲۴ (۳) ✓

۳۶ (۲)

۷۲ (۱)

حروفی که می توانند نقطه بگیرند دو حرف هستند : } پ : هر جایی کلمه که باشد  
 ی : هر جایی جز حرف آخر باشد



پس برای آن که فقط یک حرف نقطه دار داشته باشیم باید حرف «ی» آخر باشد :

$$\frac{4}{\text{اول}} \times \frac{3}{\text{دوم}} \times \frac{2}{\text{سوم}} \times \frac{1}{\text{آخر}} = 24$$

پس ۴ خانه دیگر را باید با ۴ حرف بپرسانند هر کس که به ترتیب ۴، ۳، ۲، ۱ را حالات دارند :

۱۶- حسن و علی قرار است هر کدام به ۳ سؤال از ۶ سؤالی که روی برگه‌ای نوشته شده، پاسخ دهند. به طوری که برای همه سؤالات پاسخ تهیه شود. با کدام احتمال شماره سؤالات حسن متوالی است؟

$$\frac{1}{40} \text{ (۴)} \quad \frac{1}{20} \text{ (۳)} \quad \frac{1}{5} \text{ (۲) ✓} \quad \frac{1}{10} \text{ (۱)}$$

• ۳ سؤال از ۶ سؤال برابر من انتخاب می‌کنیم:  $\binom{6}{3} = \frac{6!}{3!3!} = \frac{\cancel{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}}{\cancel{3 \times 2 \times 1} \times \cancel{3 \times 2 \times 1}} = 20$

و از ۳ سؤال باقی‌مانده، ۳ سؤال برابر علی انتخاب می‌کنیم:  $\binom{3}{3} = 1$

پس تعداد کل حالت برابر است با:  $n(S) = \binom{6}{3} \times \binom{3}{3} = 20 \times 1 = 20$

• تمام حالتی که شماره سؤالات حسن متوالی می‌شود را بنویسیم:  $A = \{123, 234, 345, 456\} \rightarrow n(A) = 4$

• پس احتمال وقوع رویداد A برابر است با:  $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$

۱۷- در دنباله بازگشتی به صورت  $a_{n+1} = \frac{1}{1+2a_n}$  جمله اول  $\frac{3}{4}$  است. نسبت جمله دوم به جمله سوم کدام است؟

۰/۶ (۴)

۰/۶۴ (۳)

۰/۷ (۲)

۰/۷۲ (۱) ✓

در دنباله  $a_{n+1} = \frac{1}{1+2a_n}$  با  $n$  به ترتیب ۲ تکرار می‌دهیم:

$$\bullet n=1: a_2 = \frac{1}{1+2a_1} = \frac{1}{1+2\left(\frac{3}{4}\right)} = \frac{1}{1+\frac{3}{2}} = \frac{1}{\frac{2}{2}+\frac{3}{2}} = \frac{1}{\frac{5}{2}} = \frac{2}{5}$$

$$\bullet n=2: a_3 = \frac{1}{1+2a_2} = \frac{1}{1+2\left(\frac{2}{5}\right)} = \frac{1}{1+\frac{4}{5}} = \frac{1}{\frac{5}{5}+\frac{4}{5}} = \frac{1}{\frac{9}{5}} = \frac{5}{9}$$

$$\frac{a_2}{a_3} = \frac{\frac{2}{5}}{\frac{5}{9}} = \frac{2 \times 9}{5 \times 5} = \frac{18}{25} = \frac{18 \times 4}{25 \times 4} = \frac{72}{100} = 0.72$$

نسبت جمله دوم به سوم برابر است با:

۱۸- در یک سالن در ردیف اول ۸، در ردیف دوم ۱۲ و ردیف سوم ۱۶ صندلی قرار دارد. صندلی‌ها با همین نظم در ۱۲ ردیف چیده شده‌اند. اگر بخواهند این سالن را به دو سالن با نصف ظرفیت کنونی تفکیک کنند به طوری که در سالن‌های جدید چیدمان صندلی‌ها دارای همان نظم قبلی ولی با ۴ صندلی در ردیف نخست شروع شود، در سالن‌های جدید چند ردیف صندلی قرار دارد؟

۱۰ (۴)

۹ (۳) ✓

۸ (۲)

۶ (۱)

۸ و ۱۲ و ۱۶ و ...  
 $\underbrace{\quad\quad}_{+4}$   $\underbrace{\quad\quad}_{+4}$

تعداد صندلی‌های ردیف‌های سالن به صورت متوالی است:

اعداد ۸، ۱۲، ۱۶، ... یک دنباله حسابی با  $a_1 = 8$  و  $d = 4$  است که تعداد سالن  $n = 12$  است.

مجموع سالن را حساب کنیم:

$$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d] \rightarrow S_{12} = \frac{12}{2} [2(8) + (12-1)(4)] = 6 [16 + 44] = 6 \times 60 = 360$$

نصف ظرفیت کنونی برابر است با:  $\frac{360}{2} = 180$

تعداد صندلی‌های هر ردیف در سالن جدید به صورت متوالی است (ردیف اول ۴ تا و بعد از آن هم ۴ تا تا آخر سالن می‌رسد):

۴، ۸، ۱۲، ...

مجموع  $n$  جمله اول دنباله حسابی با  $(a_1 = 4 \text{ و } d = 4)$  برابر با ۱۸۰ است:

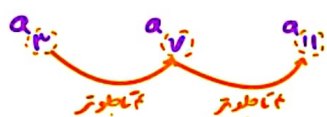
$$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d] \rightarrow 180 = \frac{n}{2} [2(4) + (n-1)(4)] \rightarrow 180 = \frac{n}{2} [8 + 4n - 4] \Rightarrow$$

$$180 = \frac{n}{2} [4n + 4] \Rightarrow 180 = \frac{n}{2} [4(n+1)] \Rightarrow 180 = n[2(n+1)] \xrightarrow{\div 2} 90 = n(n+1)$$

حاصل ضرب دو عدد متوالی  $n$  و  $n+1$  برابر با ۹۰ است. پس  $n$  باید ۹ باشد.

۱۹- جملات سوم و هفتم یک دنباله هندسی به ترتیب ۷ و ۴۹ هستند. جمله یازدهم این دنباله کدام است؟

- (۱)  $۳۴۳\sqrt{۷}$  (۲) ۳۳۶ (۳)  $۴۹\sqrt{۷}$  (۴)  $۳۴۳$  ✓



جملات سوم، هفتم و یازدهم  $۳۴۳$ ،  $۴۹$  و  $۳۳۶$  با هم فاصله دارند:

چون فاصله بین شان یکسان است، پس میانگین رابطه ال که بین سه جمله موالی دنباله هندسی برقرار است، بین آن هم برقرار است:

$$۴۹^۲ = ۷ \times a_{11} \rightarrow (a_۷)^۲ = a_۳ \times a_{11} \rightarrow (۷^۲)^۲ = ۷ \times a_{11}$$

$$۷^۴ = ۷ \times a_{11} \rightarrow a_{11} = \frac{۷^۴}{۷} = ۷^۳ = ۳۴۳ \quad \text{جاب ۴۹ مرتبه ۷} : ۷^۲$$

۲۰- اگر  $\frac{a^5 \times 15^3}{3^3 \times (\frac{a}{5})^5} = 5^{a+3}$  باشد، مقدار  $f(2)$  در تابع  $f(x) = \frac{1}{5}a^x - 1$  کدام است؟

۵ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۴ (۱) ✓

$$15^3 = (3 \times 5)^3 = 3^3 \times 5^3$$

دو عبارت را سه کنیم و بعد جایگذاری می‌کنیم:

$$\left(\frac{a}{5}\right)^5 = \frac{a^5}{5^5}$$

تکوی را در هر دو طرف با جابجایی‌گذاری در دو طرف بالا، سه کنیم:

$$\frac{a^5 \times 15^3}{3^3 \times \left(\frac{a}{5}\right)^5} = 5^{a+3} \rightarrow \frac{a^5 \times 3^3 \times 5^3}{3^3 \times \frac{a^5}{5^5}} = 5^{a+3} \rightarrow \left(\frac{5^3}{1}\right) = 5^{a+3} \xrightarrow{\text{دور در دور نزدیک در نزدیک}} 5^3 = 5^{a+3}$$

$$3 = a + 3 \rightarrow a = 0$$

پایه که برابرند، پس توان‌ها برابر باشند:

جایگذاری  $a = 0$  در تابع  $f$  به شکل  $f(x) = \frac{1}{5}(5^x) - 1$  می‌شود.

$$f(2) = \frac{1}{5}(5^2) - 1 = 5 - 1 = 4$$

جابجایی قرار می‌دهیم: ۲