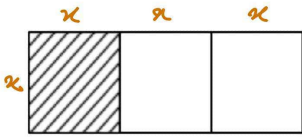


۱- در شکل زیر مستطیل بزرگ از ۳ مربع یکسان تشکیل شده است. اگر مساحت مستطیل بزرگ از $\frac{2}{3}$ مساحت یکی از مربع‌ها ۱۴ واحد بیشتر باشد، اختلاف طول و عرض مستطیل بزرگ کدام است؟



- (۱) $2\sqrt{6}$ ✓
- (۲) $\sqrt{6}$
- (۳) $2\sqrt{3}$
- (۴) $\sqrt{3}$

عرض مستطیل = x
 طول مستطیل = $3x$ \Rightarrow عرض - طول = $2x$

مساحت مستطیل بزرگ $S = 3x^2$
 مساحت مربع $S = x^2$

پاسخ:

$$3x^2 = \frac{2}{3}x^2 + 14 \Rightarrow \frac{1}{3}x^2 = \frac{14}{3} \Rightarrow x^2 = 14 \Rightarrow x = \sqrt{14}$$

\Rightarrow اختلاف طول و عرض مستطیل = $2x = 2\sqrt{14}$

شاهو تریابی

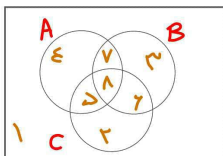
۲- مجموعه $(A-B) - (C-B)$ با کدام یک از مجموعه‌های زیر برابر است؟

- (۱) $(B-C) - A$
- (۲) $A - (B \cup C)$
- (۳) $B - (A \cup C)$
- (۴) $(A-B) - C$ ✓

پاسخ:

$$\begin{aligned} (A-B) - (C-B) &= (A \cap B') - (C \cap B') = (A \cap B') \cap (C \cap B')' \\ &= (A \cap B') \cap (B \cup C') = \underbrace{(A \cap B' \cap B)}_{\phi} \cup (A \cap B' \cap C') \\ &= A \cap B' \cap C' = \underbrace{(A \cap B')}_{A-B} \cap C' = (A-B) - C \end{aligned}$$

روش دوم: حل کردن با استفاده از نمودار ون و ناحیه بندی آن.



- با ترسیم نمودار ون و ناحیه بندی آن، تعیین کنید کدام ناحیه مورد سوال است.

۳- تابع با ضابطه $f(x) = (\Delta x^2 - (ax+1)(x-b))c$ ثابت است. اگر $f(x+y) = f(x)f(y) - 2$ باشد، مقدار مثبت c کدام است؟

۴ (۴)
۲ (۳)
۵ (۲)
۱۰ (۱) ✓

پاسخ: از آنجایی که تابع f ثابت است و مقدار c هم ثابت است، پس عبارت داخل

دائرته در تابع f باید ثابت باشد. پس از ساده کردن باید ضرایب متغیره را صفر

نموده تا متغیره کنار بروند.

$$\Delta x^2 - (ax+1)(x-b) =$$

$$\Delta x^2 - ax^2 + abx - x + b =$$

$$(\Delta - a)x^2 + (ab - 1)x + b$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \Delta - a = 0 \Rightarrow a = \Delta \\ ab - 1 = 0 \Rightarrow \Delta b - 1 = 0 \Rightarrow$$

$$b = \frac{1}{\Delta}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{\Delta} c$$

$$\Rightarrow \frac{f(x+y)}{\frac{1}{\Delta} c} = \frac{f(x)}{\frac{1}{\Delta} c} \frac{f(y)}{\frac{1}{\Delta} c} - 2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\Delta} c = \frac{1}{\Delta} c^2 - 2 \Rightarrow$$

$$\Delta c = c^2 - 2\Delta \Rightarrow c^2 - \Delta c - 2\Delta = 0 \Rightarrow \begin{cases} c = 10 \checkmark \\ c = -\Delta \end{cases}$$

۴- اگر $x|x|$ مثبت $f(x) = \begin{cases} [1-x] & x|x| \text{ مثبت} \\ [1+2x] & x|x| \text{ منفی} \end{cases}$ باشد، حاصل $f(\sqrt{\pi}) + f(-1,7)$ کدام است؟

۱ (۴)

۳ (۳) ✓

۳ (۲)

۲ (۱)

پاسخ: ضابطه y $\pi \approx 3,14 \Rightarrow \sqrt{\pi} \approx 1,8 \Rightarrow 1,8 |1,8| > e$ مدرمطلق

$$-1,7 | -1,7 | < 0 \Rightarrow \text{ضابطه منفی} \Rightarrow f(\sqrt{\pi}) + f(-1,7) = [1-1,8] + [1-3,4]$$

$$= [-0,8] + [-2,4] = -1 - 2 = -3$$

- ۵- نقاط متمایز $(1, 2a)$ ، $(-1, a)$ و $(a, 3)$ روی یک خط قرار دارند. مقدار a کدام است؟
- (۱) -۲ (۲) \checkmark -۳ (۳) ۱ (۴) ۳

پاسخ: از آنجایی که سه نقطه روی یک خط قرار دارند، پس خط مستقیم از هر دو

نقطه انتخابی دلخواه باید باهم برابر باشد.

$$m_{BC} = \frac{3a - a}{1 - (-1)} = \frac{2a}{2} = a$$

$$m_{AB} = \frac{3 - a}{a - (-1)} = \frac{3 - a}{a + 1}$$

$$m_{AB} = m_{BC} \implies \frac{3 - a}{a + 1} = a$$

$$\implies a^2 + a = 3 - a \implies a^2 + 2a - 3 = 0 \implies \begin{cases} a = -3 \\ a = 1 \end{cases}$$

نقطه $a = 1$

با توجه به شرط مسئله و متمایز بودن نقاط تنها $a = -3$ قابل قبول است.

- ۶- رابطه‌های زیر، تابع هستند. اگر مجموعه A برد تابع $f - g$ باشد، مجموع مقادیر اعضای A کدام است؟

$$f = \left\{ \left(7, \frac{k}{4} - 1 \right), \left(-\frac{5}{4}, 1 - k \right), \left(\frac{5}{2}, 2 \right), \left(7, \frac{1}{4} \right) \right\}$$

(۱) $-\frac{1}{2}$

$$g = \left\{ \left(\frac{5}{2}, n \right), \left(-\frac{5}{4}, \frac{n-1}{4} \right), \left(4, 3 - 2n^2 \right), \left(-\frac{5}{4}, -\frac{3}{4} \right) \right\}$$

(۲) \checkmark $\frac{7}{2}$

(۳) $\frac{11}{6}$

(۴) $-\frac{7}{6}$

د. تابع f : $\frac{k}{4} - 1 = \frac{1}{4} \implies k = 2$

د. تابع g : $\frac{n-1}{4} = -\frac{3}{4} \implies n = -2$

$$f - g = \left\{ \left(\frac{5}{2}, 2 \right), \left(-\frac{5}{4}, -\frac{1}{4} \right) \right\}$$

$$\implies \text{مجموع اعضای برد} = 4 - \frac{1}{4} = \frac{15}{4}$$

پاسخ:

۷- هر دو ریشه معادله $(2a+1)x^2 - 4ax + 2a - 1 = 0$ مثبت هستند. a کدام مقدار زیر می تواند باشد؟

$$\frac{3}{8} \quad (4)$$

$$\frac{2}{3} \quad (3) \checkmark$$

$$-\frac{3}{10} \quad (2)$$

$$\frac{1}{4} \quad (1)$$

با توجه به اینکه ریشه ها مثبت هستند، لذا حاصل ضرب را حاصل جمع ریشه ها مثبت

$$S > 0 \Rightarrow \frac{4a}{2a+1} > 0$$

$$S = -\frac{b}{a} \quad \text{میشود:}$$

پاسخ:

$$P > 0 \Rightarrow \frac{2a-1}{2a+1} > 0$$

$$P = \frac{c}{a}$$

با قرار دادن مقدار گزینه ها در دو شرط بالا، تنها گزینه ۳ معنی مقدار

$-\frac{2}{3}$ در هر دو شرط صدق می کند.

شاهو تراپی

۸- معادله $\frac{x^2 - 2x + 3}{x^2 - 2x} - 1 = \frac{x}{x-2}$ دارای چند جواب منفی است؟

(۴) صفر

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱ \checkmark

$$\frac{\cancel{x^2} - 2\cancel{x} + 3 - \cancel{x^2} + 2\cancel{x}}{x^2 - 2x} = \frac{x}{x-2}$$

پاسخ:

$$\Rightarrow \frac{3}{x(x-2)} = \frac{x}{x-2}$$

$$\Rightarrow x^2 = 3 \Rightarrow \begin{cases} x = \sqrt{3} \\ x = -\sqrt{3} \end{cases}$$

یک جواب منفی

۹- در داده‌های ۱۵، ۱۱/۵، ۴، ۵، ۹، ۱۱، ۱۰/۵، ۱۷ و ۱، حاصل ضرب میانه و میانگین کدام است؟
 ۶۳ (۱) ۷۲ (۲) ۸۴ (۳) ۹۸ (۴) ✓

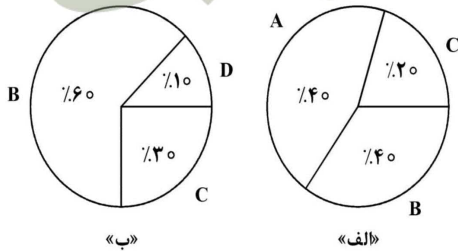
۱۷ و ۱۵ و ۱۱،۵ و ۱۱ و ۱۰،۵ و ۹ و ۵ و ۴ و ۱
 ↓
 میانه $\Rightarrow \tilde{x} = 10,5$

پاسخ:

$$\bar{x} = \frac{1+4+5+9+10,5+11+11,5+15+17}{9} \Rightarrow \bar{x} = \frac{114}{9}$$

$$\Rightarrow \text{میانه} \times \text{میانگین} = \bar{x} \tilde{x} = \frac{114}{9} \times 10,5 = 28 \times 3,5 = 98$$

۱۰- اگر زاویه مربوط به داده «A» در یک نمودار دایره‌ای شامل چهار داده A، B، C و D برابر ۱۳۵ درجه باشد، کدام عدد زیر، مجموع فراوانی نمودار «ب» است؟



- ۱۶ (۱)
 ۱۵ (۲)
 ۱۰ (۳) ✓
 ۹ (۴)

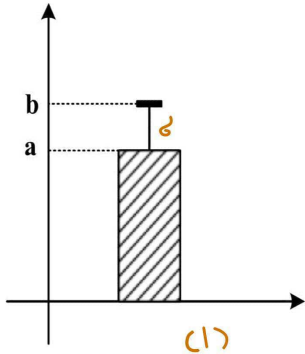
$$f_A = f_B = 2f_C = 4f_D$$

پاسخ:

بر فراوانی D را واحد فرض کنیم استیجاء داریم:

در نمودار «ب»
 $f_B + f_C + f_D = 6 + 3 + 1 = 10$

۱۱- داده‌های ۲۷، ۲۵، ۲۳، ۲۱، b، a، مربوط به سن دوستان مریم است که در تولد ۲۲ سالگی اش (مهمانی اول) شرکت داشتند و نمودار زیر نشان‌دهنده دو شاخص سن افراد حاضر در این مهمانی است. مریم ۱۰ سال بعد، زمانی که صاحب فرزند شد، تصمیم می‌گیرد به اتفاق پدر بزرگ و مادر بزرگش یک مهمانی (مهمانی دوم) ترتیب دهد و همه دوستانش که در مهمانی اول حضور داشتند را دعوت کند. اگر واریانس سن افراد در مهمانی اول ۴ باشد، مقدار شاخص مرکزی مناسب برای سن افراد در مهمانی دوم، کدام است؟



$$b^2 = 4 \Rightarrow b = 2$$

$$\bar{x} = a$$

۳۴/۵ (۱) ✓

۲۴ (۲)

۳۳/۵ (۳)

۲۵ (۴)

$b - a = 2$, $\bar{x} = a$

پاسخ: در مهمانی اول به همراه مریم

۷ نفر در مهمانی هستند

$$\Rightarrow \bar{x} = \frac{a + b + 21 + 22 + 23 + 25 + 27 + 22}{7}$$

$$\Rightarrow 7a = a + b + 118 \Rightarrow 6a - b = 118$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b - a = 2 \\ 6a - b = 118 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} \Delta a = 120 \\ a = 24 \\ b = 26 \end{matrix}$$

در مهمانی دوم علاوه بر ۷ نفر قبلی، پنج بریم و پدر بزرگ و مادر بزرگ مریم هم حضور دارند. اگر داده‌ها را بصورت مرتب بنویسیم:

۳۱، ۳۲، ۳۳، ۳۴، ۳۵، ۳۶، ۳۷، ۳۸، ۳۹، ۴۰، ۴۱، ۴۲، ۴۳، ۴۴، ۴۵، ۴۶، ۴۷، ۴۸، ۴۹، ۵۰

سن پدر بزرگ و مادر بزرگ

معیار مناسب در این حالت میانگین است چون \bar{x} و \bar{y} و Z داده دور افتاده هستند.

$\bar{x} = 34.5$

۱۲- اگر p و q ~ گزاره‌های درست و r گزاره دلخواه باشد، ارزش کدام گزاره به r بستگی دارد؟

$(p \Rightarrow r) \Rightarrow q$ ✓ (۲)

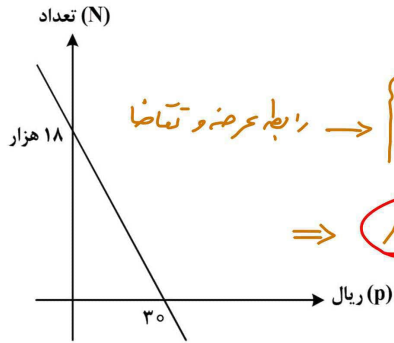
$(q \Rightarrow r) \Rightarrow p$ (۱)

$(r \Rightarrow \sim q) \Rightarrow \sim p$ (۴)

$(r \Rightarrow p) \Rightarrow q$ (۳)

پاسخ: گزینه ۱ صحیح است زیرا حکم درست است. در گزینه ۲ هم فرض و هم کل گزاره صحیح است. در گزینه ۳ فرض صحیح است و حکم نادرست است. در گزینه ۴ هم فرض و هم حکم نادرست است.

۱۳- نمودار زیر، تعداد فروش یک کالا توسط یک بنگاه اقتصادی را با توجه به قیمت آن نشان می‌دهد. اگر هزینه تولید هر واحد از این کالا ۲۵ ریال و هزینه اولیه ۱۸ هزار ریال باشد، بنگاه این کالا را با چه قیمتی بفروشد تا بیشترین سود را به دست آورد؟



رابطه عرض و تقاضا $\left\{ \begin{array}{l} \text{شیب} = \frac{18000}{30} = -400 \\ \text{عرض (از مبدأ)} = 18000 \end{array} \right.$

$\Rightarrow N = -400P + 18000$

- ۳۵ (۱)
- ۳۲٫۵ (۲)
- ۳۰ (۳)
- ۲۷٫۵ (۴) ✓

$C(N) = 25N + 18000 \Rightarrow C(P) = 25(-400P + 18000) + 18000$ پاسخ:

$\Rightarrow C(P) = -10000P + 450000 + 18000 \Rightarrow C(P) = -10000P + 468000$

$R(N) = NP = (-400P + 18000)P \Rightarrow R(P) = -400P^2 + 18000P$

$\Rightarrow P(P) = R(P) - C(P) \Rightarrow P(P) = -400P^2 + 33000P - 468000$

قیمت تابع سود \leftarrow $\frac{b}{2a} = \frac{-33000}{-800} = 27,5$

۱۴- در یک شرکت هیچ‌کدام از کارکنان با حداقل حقوق ۸۰ میلیون ریالی زیر خط فقر نیستند. میانگین درآمد خانوارهای کشور حداکثر چند میلیون ریال است؟

- ۱۶۰ (۴) ✓
- ۱۲۰ (۳)
- ۸۰ (۲)
- ۴۰ (۱)

$\left\{ \begin{array}{l} 10 \leq \text{خط فقر} \\ \text{میانگین} = \frac{\text{خط فقر}}{2} \end{array} \right. \Rightarrow 160 \leq \text{میانگین}$ پاسخ:

حداکثر مقدار میانگین ۱۶۰ میلیون ریال است

۱۵- با حروف کلمه «پارسی» چند کلمه ۵ حرفی می توان نوشت به طوری که در نوشتن آن فقط یک حرف، نقطه دار ظاهر شود؟
 ۱۲ (۴) ۲۴ (۳) ✓ ۳۶ (۲) ۷۲ (۱)

پاسخ: برای اینکه کلمه پنج حرفی ما تنها یک حرف نقطه دار باشد، لازم است که حرف

"ی" چهارده درآفر باشد.

$$\frac{1 \times 4!}{5} = 4! = 24$$

۱۶- حسن و علی قرار است هر کدام به ۳ سؤال از ۶ سؤالی که روی برگه ای نوشته شده، پاسخ دهند. به طوری که برای همه سؤالات پاسخ تهیه شود. با کدام احتمال شماره سؤالات حسن متوالی است؟

$\frac{1}{40}$ (۴) $\frac{1}{20}$ (۳) $\frac{1}{5}$ (۲) ✓ $\frac{1}{10}$ (۱)

پاسخ: $n(S) = \binom{6}{3} = 20$

$A \rightarrow \begin{matrix} 1,2,3 \\ 1,3,4 \\ 2,3,5 \\ 4,5,6 \end{matrix} \Rightarrow n(A) = 4$

$\Rightarrow P(A) = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$

۱۷- در دنباله بازگشتی به صورت $a_{n+1} = \frac{1}{1+2a_n}$ جمله اول $\frac{3}{4}$ است. نسبت جمله دوم به جمله سوم کدام است؟
 ۰/۶ (۴) ۰/۶۴ (۳) ۰/۷ (۲) ۰/۷۲ (۱) ✓

$a_{n+1} = \frac{1}{1+2a_n} \Rightarrow a_1 = \frac{3}{4}$

پاسخ:

$\Rightarrow a_2 = \frac{1}{1+\frac{2}{1}} = \frac{1}{3} = \frac{3}{9}$

$\Rightarrow \frac{a_2}{a_3} = \frac{\frac{3}{9}}{\frac{2}{9}} = \frac{18}{25} = 0/72$

$a_3 = \frac{1}{1+\frac{2}{3}} = \frac{3}{5} = \frac{6}{10}$

۱۸- در یک سالن در ردیف اول ۸، در ردیف دوم ۱۲ و ردیف سوم ۱۶ صندلی قرار دارد. صندلی‌ها با همین نظم در ۱۲ ردیف چیده شده‌اند. اگر بخواهند این سالن را به دو سالن با نصف ظرفیت کنونی تفکیک کنند به طوری که در سالن‌های جدید چیدمان صندلی‌ها دارای همان نظم قبلی ولی با ۴ صندلی در ردیف نخست شروع شود، در سالن‌های جدید چند ردیف صندلی قرار دارد؟

۱۰ (۴)

۹ (۳) ✓

۸ (۲)

۶ (۱)

$$a_1, a_2, a_3, \dots, a_{12} \rightarrow \begin{cases} a = 8 \\ d = 4 \\ S_n = ? \end{cases} \quad S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

پاسخ:

$$\Rightarrow S_{12} = \frac{12}{2} [16 + (11)4] \Rightarrow S_{12} = 360$$

این تعداد صندلی در دو سالن به طور مساوی گذاشته شوند، در هر سالن ۱۸۰ صندلی باشد و چیدمانی باشد و به شکل اولی و $a_n, \dots, 12, 8, 4$ قرار گیرند.

$$\begin{aligned} \rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ d = 4 \\ S_n = 180 \\ n = ? \end{cases} &\Rightarrow 180 = \left(\frac{d}{2}\right)n^2 + \left(a - \frac{d}{2}\right)n \Rightarrow \\ &180 = 2n^2 + 2n \Rightarrow n^2 + n - 90 = 0 \\ &\Rightarrow \begin{cases} n = 9 \\ n = -10 \end{cases} \end{aligned}$$

۱۹- جملات سوم و هفتم یک دنباله هندسی به ترتیب ۷ و ۴۹ هستند. جمله یازدهم این دنباله کدام است؟

۳۴۳ (۴) ✓

۴۹√۷ (۳)

۳۳۶ (۲)

۳۴۳√۷ (۱)

$$\frac{a_n}{a_m} = r^{n-m} \Rightarrow \frac{a_7}{a_3} = r^4 \Rightarrow r^4 = \frac{49}{7} \Rightarrow r^4 = 7$$

پاسخ:

$$\Rightarrow \frac{a_{11}}{a_7} = r^4 \Rightarrow \frac{a_{11}}{49} = 7 \Rightarrow a_{11} = 343$$

۲۰- اگر $\frac{a^5 \times 15^3}{3^3 \times \left(\frac{a}{5}\right)^5} = 5^{a+3}$ باشد، مقدار $f(2)$ در تابع $f(x) = \frac{1}{5}a^x - 1$ کدام است؟

۵ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۴ (۱) ✓

$$\begin{aligned} \frac{a^5 \times 15^3}{3^3 \times \left(\frac{a}{5}\right)^5} &= 5^{a+3} \Rightarrow 5^1 = 5^{a+3} \Rightarrow a+3=1 \Rightarrow a=5 \\ \Rightarrow f(x) &= \frac{1}{5}(5)^x - 1 \Rightarrow f(2) = \frac{1}{5}(5)^2 - 1 \Rightarrow f(2) = 4 \end{aligned}$$

پاسخ: