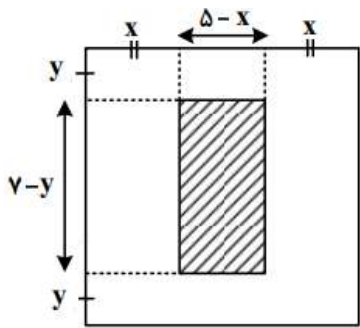


سوال	گزینه صحیح	پاسخ تشریحی
۵۱	گزینه ۴	<p>کافیست شمارنده ها یا مقسوم علیه های عدد ۵۶ را بنویسیم:</p> $56 = 14 \times 4 \quad 56 = 7 \times 8 \quad 56 = 28 \times 2 \quad 56 = 56 \times 1$ <p>یعنی ۸ حالت امکان پذیر است. بدین صورت که برای ۱ نفر ۵۶ سیب، برای ۵۶ نفر هر کدام ۱ سیب، برای ۲۸ نفر هر کدام ۲ سیب و برای ۲ نفر هر کدام ۲۸ سیب و ... ولی چون در صورت سال اشاره شده برای افراد مختلف، پس ۱ نفر از حالت ها حذف می شود و ۷ حالت باقی می ماند.</p>
۵۲	گزینه ۳	<p>عدد ۱۵۷۵ را به عامل های اول تجزیه می کنیم:</p> $1575 = 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7$ <p>چون دو عدد باید مضرب ۵ باشند بنابراین باید هر کدام عامل ۵ را داشته باشند و بقیه عوامل را به صورت زیر بین دو عدد تقسیم می کنیم:</p> <p>حالت اول: $3 \times 3 \times 5 \times 7 = 315$ عدد دوم = ۵ حالت دوم: $3 \times 5 \times 7 = 105$ عدد دوم = $3 \times 5 = 15$ حالت سوم: $5 \times 7 = 35$ عدد دوم = $3 \times 3 \times 5 = 45$</p>
۵۳	گزینه ۱	<p>طرفین وسطین</p> $\frac{2m-3n}{m-4n} = \frac{11}{18} \Rightarrow 36m-54n=11m-44n \Rightarrow 25m=10n \Rightarrow m=\frac{2}{5}n$ $\frac{m-n}{m+n} = \frac{\frac{2}{5}n-n}{\frac{2}{5}n+n} = \frac{-\frac{3}{5}n}{\frac{7}{5}n} = -\frac{3}{7}$
۵۴	گزینه ۴	<p>پس از ۲۰ سال سن پدر ۴۹ سال است. بنابراین در هنگام تولد امین پدر ۲۹ ساله بوده است. سن سارا = x دو حالت امکان پذیر است: حالت اول: مادر سارا ۴ سال از پدر سارا بزرگتر است: سن پدر سارا: $x + 14$ سن مادر سارا: $x + 18$ چون پدر در هنگام تولد ۲۹ است پس مادر ۳۳ است: $x + 18 = 33 \rightarrow x = 15$ حالت دوم: مادر سارا ۴ سال از پدر سارا کوچکتر است: سن پدر سارا: $x + 22$ سن مادر سارا: $x + 18$ چون پدر در هنگام تولد ۲۹ است پس مادر ۲۵ است: $x + 18 = 25 \rightarrow x = 7$ که تنها عدد ۷ در گزینه ها وجود دارد.</p>
۵۵	گزینه ۲	<p>با ۶۰۰ هزار تومان n کیلو برنج خریداری می شده است. با افزایش ۲۰ درصدی قیمت، قیمت n کیلو برنج برابر است با:</p> $600000 + 120000 = 720000 \quad \text{و} \quad \frac{20}{100} \times 600000 = 120000$ <p>یعنی قیمت ۵ کیلوگرم برنج با نرخ جدید ۱۲۰۰۰۰ تومان است، پس قیمت هر کیلو گرم برنج ۲۴ هزار تومان شده است و با ۶۰۰ هزار تومان می توان ۲۵ کیلو برنج خریداری کرد. قبل از افزایش قیمت با ۶۰۰ هزار تومان ۵+۲۵ یعنی ۳۰ کیلو برنج خریداری می شد از قرار کیلویی ۲۰ هزار</p> $600000 \div 30 = 20000$

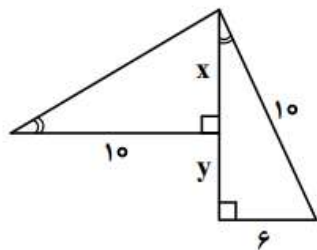
	<p>بنابراین اختلاف قیمت برنج قبل و بعد از افزایش قیمت ۴ هزار تومان است.</p>	
<p>$a = 2(k - 1 + k + 1) = 4k$ $13a = (k - 1)(k + 1) + 1 = k^2 - 1 + 1 = k^2$</p>	<p>دو عدد فرد متوالی را $k-1$ و $k+1$ در نظر می گیریم: $\rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a = 4k \\ 13a = k^2 \end{array} \right. \rightarrow \frac{1}{13} = \frac{4}{k}$</p> <p>در نتیجه $k=52$ و دو عدد فرد متوالی ۵۱ و ۵۳ می باشند.</p>	<p>گزینه ۳ ۵۶</p>
<p>$\frac{1}{4} - \frac{1}{5} = \frac{5-4}{20} = \frac{1}{20}$ $20 \times 180 = 3600$ $3600 \div 5 = 720$ $1670 - 720 = 950$</p>	<p>یک پنجم از ظرف پر است و با ریختن ۱۸۰ گرم ربع ظرف پر می شود. جرم کل آبی که در ظرف می تواند باشد ۳۶۰۰ گرم است و جرم یک پنجم آن ۷۲۰ گرم: بنابراین با کم کردن جرم یک پنجم آب داخل ظرف، جرم ظرف بدست می آید.</p>	<p>گزینه ۱ ۵۷</p>
<p>$(x+2)(y+2) = 7$ 1: $\begin{cases} x+2=1 \\ y+2=7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=5 \end{cases}$ 2: $\begin{cases} y+2=1 \\ x+2=7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=-1 \\ x=5 \end{cases}$</p>	<p>چون عدد ۷ اول است و تنها دو عامل ۱ و ۷ را داراست: چون x و y اعداد طبیعی هستند و نمی توانند منفی باشد هر دو حالت غیر قابل قبول است و بنابراین هیچ جواب طبیعی برای این معادله وجود ندارد.</p>	<p>گزینه ۴ ۵۸</p>
	<p>فاصله هر عدد در هر ردیف ۴ است بنابراین: باقیمانده تقسیم اعداد ردیف A بر ۴ برابر ۱ است. اعداد ردیف B بر ۴ بخش پذیر هستند و باقیمانده تقسیم بر ۴ آنها صفر است. باقیمانده تقسیم اعداد ردیف C بر ۴ برابر ۲ و باقیمانده تقسیم اعداد ردیف D بر ۴ برابر ۳ می باشد. $249 = 62 \times 4 + 1$ باقیمانده تقسیم ۲۴۹ بر ۴ برابر ۱ است و بنابراین در ردیف A قرار می گیرد.</p>	<p>گزینه ۱ ۵۹</p>
	<p>با توجه به گزینه ها عدد a بزرگتر از ۲۳ می باشد. بنابراین میانگین برابر ۲۱ می باشد. $\frac{15+21+21+23+a}{5} = 21 \Rightarrow 80+a = 21 \times 5 \Rightarrow a = 105 - 80 = 25$</p>	<p>گزینه ۲ ۶۰</p>
 <p>$2(7 - y + 5 - x) = 14 \Rightarrow 12 - x - y = 7 \Rightarrow x + y = 5$ $\begin{cases} x - y = 2 \\ x + y = 5 \end{cases} \Rightarrow 2x = 7 \Rightarrow x = 3.5, y = 1.5$</p>	<p>چون شکل اصلی مربع است داریم: $5 + x = 7 + y \Rightarrow x - y = 2$ محیط مستطیل هاشور خورده:</p>	<p>گزینه ۳ ۶۱</p>

بنابراین طول ضلع مربع برابر است با:

$$5 + x = 5 + 3.5 = 8.5$$

و محیط مربع برابر است با:

$$4 \times 8.5 = 34$$



چون زوایای دو مثلث باهم برابرند این دو مثلث متشابه هستند:

فیشاغورس

نسبت تشابه

$$10^2 = 6^2 + (x + y)^2 \Rightarrow (x + y)^2 = 100 - 36 = 64 \Rightarrow x + y = 8$$

$$\frac{10}{x + y} = \frac{x}{6} \Rightarrow \frac{10}{8} = \frac{x}{6} \Rightarrow x = \frac{10 \times 6}{8} = 7.5$$

گزینه ۳

۶۲

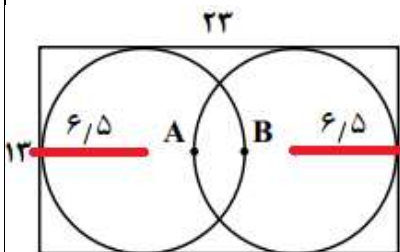
چون قطر دو دایره ۱۳ می باشد بنابراین شعاع برابر ۶/۵ است.

فاصله مراکز دو دایره عبارت است از:

$$23 - 6.5 - 6.5 = 10$$

$$d = r + r - AB \Rightarrow 10 = 6.5 + 6.5 - AB$$

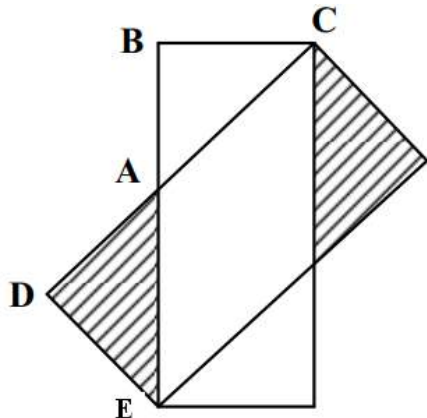
$$AB = 13 - 10 = 3$$



گزینه ۴

۶۳

دو مثلث قائم الزاویه ABC و ADE دارای زوایای برابر و یک ضلع برابر هستند و بنا بر حالت (ض ز) دو مثلث همبند هستند. بنابراین



$$\begin{cases} AB = AD = x \\ BC = DE = 3 \\ AC = AE = 5 - x \end{cases}$$

قضیه فیثاغورس:

$$(5 - x)^2 = x^2 + 3^2$$

$$25 - 10x + x^2 = x^2 + 9$$

$$10x = 16 \Rightarrow x = 1.6$$

و در نهایت مساحت قسمت رنگی عبارت است از:

$$s = 2 \times \left(\frac{1}{2} \times 3 \times x \right) = 3 \times 1.6 = 4.8$$

گزینه ۴

۶۴

ابعاد قاب از طول و عرض به یک اندازه از عکس بزرگتر است. پس ابعاد قاب عبارت است از $2a + x$ و $3a + x$. با توجه به اینکه مساحت قاب $12a^2$ می باشد می توان حدس زد که مقدار x برابر a می باشد. یعنی ابعاد قاب $3a$ و $4a$ است. بنابراین با استفاده از قضیه فیثاغورس قطر قاب بدست می آید.

$$d^2 = (3a)^2 + (4a)^2 \Rightarrow d^2 = 25a^2 \Rightarrow d = 5a$$

گزینه ۱

۶۵

با استفاده از قضیه تالس در دو مثلث NQC و PAM داریم:

مثلث NQC، جز از جز: و اگر طول ضلع مربع را a در نظر بگیریم:

$$\frac{NB}{BC} = \frac{NM}{MQ} \Rightarrow \frac{NB}{BC} = \frac{2}{5}$$

$$NB = \frac{2}{5} BC \Rightarrow NB = \frac{2}{5} a$$

مثلث NQC، جز از کل:

$$\frac{NM}{NQ} = \frac{MB}{QC} \Rightarrow \frac{MB}{QC} = \frac{2}{7}$$

$$MB = \frac{2}{7} QC, \quad QC = \frac{7}{2} MB$$

مثلث PAM، جز از کل:

$$\frac{DQ}{AM} = \frac{PQ}{PM} \Rightarrow \frac{DQ}{AM} = \frac{3}{8}$$

$$DQ = \frac{3}{8} AM, \quad AM = \frac{8}{3} DQ$$

از برابری اضلاع مربع:

$$AM + MB = DQ + QC \Rightarrow \frac{8}{3} DQ + \frac{2}{7} QC = DQ + QC$$

$$\left(\frac{8}{3} - 1\right) DQ = \left(1 - \frac{2}{7}\right) QC \Rightarrow \frac{5}{3} DQ = \frac{5}{7} QC \Rightarrow DQ = \frac{3}{7} QC$$

$$DQ + QC = a \Rightarrow \frac{3}{7} QC + QC = a \Rightarrow \frac{10}{7} QC = a \Rightarrow QC = \frac{7}{10} a$$

با استفاده از قضیه فیثاغورس در مثلث NQC:

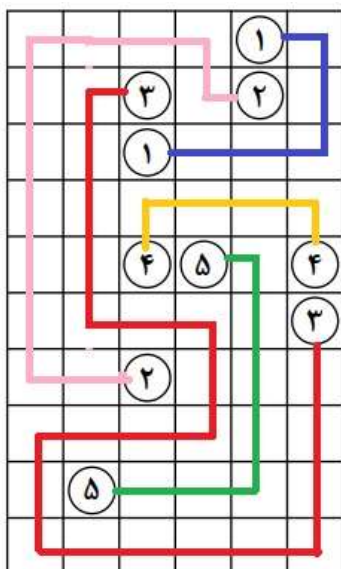
$$NQ^2 = NC^2 + QC^2 \Rightarrow 7^2 = \left(a + \frac{2}{5} a\right)^2 + \left(\frac{7}{10} a\right)^2 \Rightarrow 49 = \frac{49}{25} a^2 + \frac{49}{100} a^2$$

$$1 = \left(\frac{1}{25} + \frac{1}{100}\right) a^2 \Rightarrow a^2 = \frac{1}{\frac{4+1}{100}} \Rightarrow a^2 = 20 \Rightarrow a = \sqrt{20} \Rightarrow a = 2\sqrt{5}$$

گزینه ۲

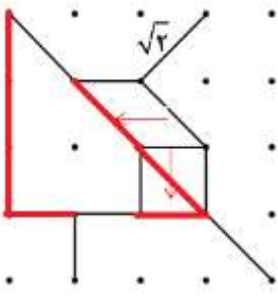
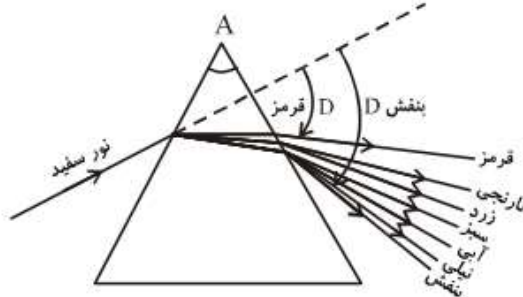
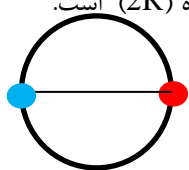
۶۶

با توجه به شکل مسیر مربوط به عدد ۳ با عبور از ۲۲ خانه طولانی ترین مسیر (رنگ قرمز) است.



گزینه ۱

۶۷

<p>اختلاف مربع های رنگی هر دو شکل متوالی خود یک دنباله هندسی با قدر نسبت ۱ می باشد. ... و ۵ و ۴ و ۳ در هر دو شکل متوالی اختلاف مربع های رنگی از شماره شکل دومی یک واحد بیشتر است: $20+1=21$</p>	<p>گزینه ۴</p>	<p>۶۸</p>
 <p>چون طول خط مورب $\sqrt{2}$ است بنابراین فاصله نقاط از هم برابر یک واحد است. با جابجایی سه خط افقی، سه خط قائم و سه خط مورب مثلث قائم الزاویه متساوی الساقین مشخص شده ساخته می شود که اضلاع قائمه آن ۳ واحد است.</p> <p>$S = \frac{1}{2} \times 3 \times 3 = 4.5$</p>	<p>گزینه ۳</p>	<p>۶۹</p>
<p>محور تقارن ندارد ولی با دوران 180° درجه شکل روی خودش منطبق می شود بنابراین دارای مرکز تقارن است.</p>	<p>گزینه ۱</p>	<p>۷۰</p>
<p>شکل از ۲۴ قسمت متقارن تشکیل شده است یعنی در مجموع ۱۲ قسمت که دو به دو و در کنار هم باهم تقارن محوری دارند. پس با رسم یک قسمت می توان با ۱۱ بار قرینه محوری کل شکل را بدست آورد.</p>	<p>گزینه ۲</p>	<p>۷۱</p>
<p>از دو قسمت مجزا تشکیل شده است.</p>	<p>گزینه ۲</p>	<p>۷۲</p>
<p>۱۳ مربع در شکل وجود دارد.</p>	<p>گزینه ۲</p>	<p>۷۳</p>
<p>گزینه ۱ شکل را کامل می کند.</p>	<p>گزینه ۱</p>	<p>۷۴</p>
<p>سطر و ستون (۱۰۱) را در نظر می گیریم. می بینیم که این سطر و ستون در (۱۳ و ۱۳) سپس در (۲۵ و ۲۵) و (۳۷ و ۳۷) و (۴۹ و ۴۹) و ... تکرار می شود. بنابراین ستون ۴۲ با ستون ۶ یکی است و سطر ۳۳ با سطر ۹ یکی است. و نقطه (۹۰۶) در کاشی C قرار دارد.</p>	<p>گزینه ۴</p>	<p>۷۵</p>
 <p>در پاشیدگی نور سفید در یک منشور، هرچه از رنگ قرمز به سمت رنگ بنفش برویم:</p> <p>۱- زاویه انحراف بیشتر می شود. ۲- ضریب شکست پرتو بیشتر می شود. ۳- زاویه حد پرتو کمتر می شود. ۴- سرعت پرتو در منشور کمتر می شود.</p>	<p>گزینه ۱</p>	<p>۷۶</p>
<p>چون تصویر در آینه کوچکتر و با میدان وسیع تری دیده می شود آینه محدب یا کوژ است. آینه بغل خودرو کوژ است.</p>	<p>گزینه ۳</p>	<p>۷۷</p>
<p>جابجایی = $\frac{\text{مسافت}}{\text{زمان}}$ و $\frac{\text{تندی متوسط}}{\text{زمان}}$</p> <p>مسافت طی شده: یک دور کامل و نصف دایره $2\pi R + \pi R = 3\pi R$</p> <p>جابجایی: اگر نقطه قرمز رنگ نقطه شروع حرکت باشد بعد از یک دور مجدداً به همان نقطه می رسد و بعد از نیم دور به نقطه آبی می رسد که در اینصورت جابجایی برای فاصله مستقیم دو نقطه است که برابر با قطر دایره (2R) است.</p> 	<p>گزینه ۲</p>	<p>۷۸</p>

$\frac{\text{تندی متوسط}}{\text{سرعت متوسط}} = \frac{\frac{\text{مسافت}}{\text{زمان}}}{\frac{\text{جابجایی}}{\text{زمان}}} = \frac{\frac{3\pi R}{t}}{\frac{2R}{t}} = \frac{3\pi R}{2R} = \frac{3\pi}{2}$		
$\rho = 0.82 \frac{g}{cm^3} \rightarrow 820 \frac{kg}{m^3}$ $\rho = \frac{m}{v} \Rightarrow 820 = \frac{m}{1} \Rightarrow m = 820 kg$ $w = mg \Rightarrow w = 820 \times 10 = 8200 N$	گزینه ۳	۷۹
<p>چون نخ متصل به مجسمه ۳۹ نیوتنی به سقف متصل است در محاسبات نقشی ندارد.</p> <p>کشش نخ در قرقره متصل به مجسمه ۳۰ نیوتنی در طرفین قرقره برابر است و در هر طرف برابر ۱۵ نیوتن می شود. این نیرو در تمام طول نخ برابر است. در مجسمه سمت چپ چون به قرقره ای با ۳ نخ متصل است داریم:</p> $w = 3T \Rightarrow w = 3 \times 15 = 45 N$	گزینه ۳	۸۰