پاسخنامه درس ریاضی نوبت دوم رشته ریاضی
کنکور خارج کشور ۱۴۰۳

حل ۱) گزینه ۲ صحیح است

$a_1 = x+1 = a \quad a_۵ = ۲-x = ar^۴ \qquad \frac{ar^۴}{ar^۳} = \frac{۲-x}{x-۱} = r$

$a_۲ = x = ar \longrightarrow \frac{ar}{a} = \frac{x}{x+۱} = r$ لذا

$a_۴ = x-۱ = ar^۳ \qquad ۲x^۲-۲x-۲=۰ \quad s=\frac{-b}{a}=۱$

حل ۲) همواره درست است گزینه ۴ صحیح است

طبق نکته $p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$

$(p\wedge q)\Rightarrow r \equiv \sim(p\wedge q)\vee r$ $\qquad \sim \cancel{S} \vee \cancel{S}$

$[(p\wedge q)\Rightarrow r] \Rightarrow (\sim p\vee \sim q\vee r) \equiv \sim(p\vee\sim q\vee r)\vee(\sim p\vee\sim q\vee r)$

حل ۳) گزینه ۱ صحیح است

$x=\frac{-b}{۲a}=\frac{-۷}{۱۰}\xrightarrow{b=۷} a=۵$

$y=\frac{-\Delta}{۴a}=\frac{-۴۹}{۲۰}=-۳{,}۴۵$

حل ۴) گزینه ۲ صحیح است

$x^۲-x+۱=۰ \rightarrow x^۲=x-۱$

$x^۴=(x-۱)^۲=x^۲-۲x+۱ \xlongequal{x^۲+۱=x} -x$

$x^۸=x^۲ \qquad x^{۱۶}=x^۴=-x \qquad x^{۱۷}=۱-x \rightarrow x^{۱۷}-۵=-x-۴$

حل ۵) گزینه ۳ صحیح است

$-x^۲+۵x+m=۰$

$\frac{-۵\pm\sqrt{۲۵-۴(-۱)(m)}}{-۲} < \frac{۹}{۲}$

زیرا [illegible]

$\Rightarrow \pm\sqrt{۲۵+۴m} > -۴ \rightarrow ۰ \leq ۲۵+۴m < ۱۶$

$\rightarrow -۶{,}۲۵ \leq m < -۲{,}۲۵ \qquad \{-۳,-۴,-۵,-۶\}$

۴ تا عدد صحیح

حل ۶) گزینه ۲ صحیح است

$y = -8x - 6$

$A\left|\begin{matrix}-\frac{3}{4}\\0\end{matrix}\right.$

$B\left|\begin{matrix}0\\-6\end{matrix}\right.$

رأس مجهول $C(a, -8a-6)$

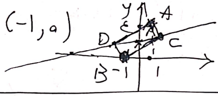
$a = -\frac{2}{3}$ ‏ شیب ضلع $= \frac{2}{3}$ ‏ قطر ← ضلع x ‏ $\sqrt{2}x = \frac{2\sqrt{5}}{3}$

حل ۷) گزینه ۳ صحیح است

$A(1, 4)$

$B(-1, a)$

$2y - x = 4$ نقطه روی قطر $E(2a-4, a)$



$3\sqrt{5}$ = اندازه طول قطر

$m_{AE} \times m_{BE} = -1 \rightarrow a = 1 , a = 3$

حل ۸) گزینه ۲ صحیح است

$f(1+a^2) = f\left(-\frac{a^2}{1+a^2}\right)$

$\xrightarrow{a^2 = t} 3t^2 + t - 4 = 0 \rightarrow t = 1$ یا $t = -\frac{4}{3}$ غ ق ق

$a^2 = 1 \rightarrow a = 1 , a = -1$ ‏ $|1-(-1)| = 2$ ‏ $a^2 = -\frac{4}{3}$ غ ق ق

حل ۹) گزینه ۴ صحیح است

$D_{f^{-1}} = R_f = [1, +\infty)$ نقاط برخورد روی $y=x$

$D_f = R_{f^{-1}}$

$\sqrt{1+\sqrt{1+x}} = x \xrightarrow{\text{به توان ۲}} x^2 = 1 + \sqrt{1+x}$

$\rightarrow x^4 - 3x^2 - x = 0 \rightarrow x = 0 , x = -1 , x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$ غیرقابل قبول

حل ۱۰) گزینه ۱ صحیح است

$\log(x^2 - 2x + 1)(1-x)^3 = \log 10^5$

$(x-1)^2(1-x)^3 = 10^5 \rightarrow (1-x)^5 = 10^5$

$\rightarrow 1 - x = 10 \rightarrow x = -9$ ‏ $\log_3^{(-x)} = \log_3^9 = 2$

حل ۱۱) گزینه ۲ صحیح است

$tg2\alpha = \frac{2tg\alpha}{1 - tg^2\alpha}$

$\rightarrow \frac{2}{g} = \frac{\frac{2g}{3}}{1 - \frac{g^2}{9}} \rightarrow g^2 = \frac{9}{4} \rightarrow g = \frac{3}{2} \rightarrow \cot\alpha = 2$

$g = -\frac{3}{2}$ غ ق ق

ص ۱۲) گزینه ۴ صحیح است

$$\cot x = \frac{\cos x}{\sin x} = ۴$$

$$\rightarrow ۴\sin x = \cos x$$

$$\rightarrow \frac{۳\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x} = \frac{۳(۴\sin x) - \sin x}{۴\sin x + \sin x} = \frac{۱۱}{۵} = ۲٫۲$$

ص ۱۳) گزینه ۳ صحیح است

$$\cot(B - C) = \frac{۱}{\sqrt{۳}} = \frac{\sqrt{۳}}{۳}$$

$$\rightarrow B - C = ۶۰^\circ \qquad B = ۹۰^\circ \qquad C = ۳۰^\circ$$

$$\frac{۲\cos(B+C)+۱}{۴\sin B \cos C} = \frac{۲\cos ۱۲۰ + ۱}{۴\sin ۹۰ \cos ۳۰} = ۰$$

$$\cot B = \cot ۹۰ = ۰$$

ص ۱۴) گزینه ۲ صحیح است

$$\cos\left(x - \frac{\pi}{۳}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{۶} - x\right) = ۰$$

$$\Leftrightarrow \cos\left(x - \frac{\pi}{۳}\right) = -\cos\left(\frac{\pi}{۶} - x\right)$$

$$\Leftrightarrow \cos\left(x - \frac{\pi}{۳}\right) = \cos\left(\pi + \frac{\pi}{۶} - x\right)$$

$$\rightarrow \begin{cases} x = ۲k\pi + \frac{۷\pi}{۶} + \frac{\pi}{۳} & ✓ \\ \cancel{x} = ۲k\pi - \frac{۷\pi}{\cancel{۶}} + \frac{\pi}{۳} & \text{غ ق ق} \end{cases}$$

$$x = k\pi + \frac{۳\pi}{۴} \qquad x \in \left\{\frac{۳\pi}{۴}, \frac{۷\pi}{۴}\right\} \qquad \frac{۱۰\pi}{۴} = \frac{۵\pi}{۲}$$

ص ۱۵) گزینه ۴ صحیح است

$$\lim_{x\to 0}\frac{a+\sqrt{bx+c}}{x}=\frac{1}{4}\to a+\sqrt{c}=0$$

$$\to \sqrt{c}=-a$$

$\sqrt{c}=-a$

$\boxed{c=a^2}$ ①

$$\lim_{x\to 0}\frac{a+\sqrt{bx+c}}{x}=\frac{0}{0}\xrightarrow{\text{هم‌ارزی}}\lim_{x\to 0}\frac{a+c+\frac{bx}{2}}{x}$$

$a+c=0\to\boxed{c=-a}$ ②

$=\frac{b}{2}=\frac{1}{4}$

$\boxed{b=\frac{1}{2}}$

$\underrightarrow{①,②}$ $a^2+a=0\to a(a+1)=0$ $\boxed{a=0}$, $\boxed{a=-1}\to c=1$

$$\frac{ab}{c}=\frac{(-1)(\frac{1}{2})}{1}=-\frac{1}{2}$$

ص ۱۶) گزینه ۱ صحیح است

حالت ها:
- درجه صفر چک کنید $a=0$
- ریشه مضاعف $\Delta=0\to a^2-20a+4=0$ $\Delta=400-4(1)(4)>0$ a دو جواب دارد
- دو ریشه که یک ریشه صورت صفر کنه

یا $\Delta=49$

پس ۵ تعداد می‌شود

ص ۱۷) گزینه ۲ صحیح است

شرط‌ها $x-2=c\iff x=c+2\xrightarrow{\text{ریشه}}$ $c=ac^2+bc$

$x-2=-c\iff x=2-c\xrightarrow{\text{ریشه}}$ $c=ac^2-bc$

$\}\to 2ac^2=2c$

$c(ac-1)=0\to\begin{cases}ac=1\to ac\in\{0,1\}\\ c=0\to ac=0\end{cases}$

ص ۱۸) گزینه ۳ صحیح است

$$3g'\left(\frac{5\pi}{3}\right) - f'\left(\frac{5\pi}{3}\right)$$

$$= \left(3g(x) - f(x)\right)'\left(\frac{5\pi}{3}\right)$$

$$3g(x) - f(x) = \frac{9}{3+\sin x} - \frac{(\cancel{3-\sin x})(9+3\sin x+\sin^2 x)}{(3+\sin x)(\cancel{3-\sin x})}$$

$$= \frac{-\sin x(3+\sin x)}{(3+\sin x)} = -\sin x$$

$$(3g-f)'(x) = -\cos x\Big|_{x=\frac{5\pi}{3}} = -\frac{1}{2}$$

ص ۱۹) گزینه ۱ صحیح است

نقطه گوشه‌ای : $f'_-(a) \neq f'_+(a)$

$$m \geq 2 \Rightarrow \begin{cases} f'_-(a) = 0 \\ f'_+(a) = m(a-a)^{m-1} = 0 \end{cases} \Rightarrow f'_-(a) = f'_+(a)$$

غ ق ق

$m=1 \rightarrow f'_-(a) = 0 \neq f'_+(a) = 1$ ✓

$m=0 \rightarrow f'_-(a) = f'_+(a)$ غ ق ق

ص ۲۰) گزینه ۴ صحیح است

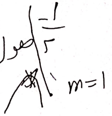
$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2-x} & x \geq 1 \\ \sqrt{-x^2-x} & x \leq 0 \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{2x-1}{2\sqrt{x^2-x}} & x \geq 1 \\ \frac{-2x-1}{2\sqrt{\quad x^2\quad x}} & x < 0 \end{cases}$$

$f'(x)$ ریشه ساده ط ها $= \{1, -1, 0\}$ $\Rightarrow$ $\boxed{k=٤}$

$f'(x)=0$ ط ها $= \{-\frac{1}{2}\}$

$f'(-\frac{1}{2}^{-}) > 0$ $\quad f'(-\frac{1}{2}^{+}) < 0 \longrightarrow -\frac{1}{2}$ طول max نسبی



$$\frac{km+n}{k-n} \xrightarrow[k=٤,\ n=0]{m=1} \frac{٤(1)+0}{٤}=1$$

حل سؤال ۲۱) گزینه ۱ صحیح است

$۳ \times ۵! = ۳۶۰$

۵ نفر
۴ نفر
۳ نفر

لذا از بین ۳ مرحله

۶ نفر بودند
یک نفر کم شدن
۵ نفر دیگر

حل سؤال ۲۵) گزینه ۲ صحیح است

تاس

فرد $\frac{۳}{۶}$ ۲ تاس $\xrightarrow{\text{یکسان}}$ $\frac{1\times1}{۶\times۶}+\frac{1\times1}{۶\times۶}+\frac{1\times1}{۶\times۶}=\frac{۳}{۶\times۶}$

$\frac{۳}{۶}$ زوج ۳ تاس $\longrightarrow \frac{1\times1\times1}{۶\times۶\times۶}+\frac{1\times1\times1}{۶\times۶\times۶}+\frac{1\times1\times1}{۶\times۶\times۶}$

$$=\frac{۳}{۶\times۶}+\frac{۳}{۶\times۶\times۶}=\frac{۳\times۶+۳}{۶\times۶\times۶}=\frac{\cancel{۲۱}^{۷}}{۶\times۶\times\cancel{۶}_{۲}}=\frac{۷}{۷۲}$$

ص۲۳) گزینه ۳ صحیح است

$\overline{X}_1 = \overline{X}_2 = \overline{X}$

$S_1^2 - 1 = S_2^2$

$A_1 = \{a_1, a_2, b_3, b_4\}$

$A_2 = \{a, b_1, b_2, b_3, b_4\}$

$\frac{t}{4} - 1 = \frac{t + (0)^2}{5}$

$a = 5\overline{X} - 4\overline{X} = \overline{X}$

$\xrightarrow{\times 20} 5t - 20 = 4t$

$t = 20$

$S_1 = \sqrt{\frac{t}{4}} = \sqrt{5}$

ص۲۴) گزینه ۲ صحیح است

$P(B|A) = \frac{P(A\cap B)}{P(A)}$

P(E) گوادل

P(F) [illegible]

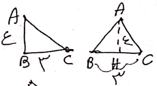
$P(F|E) = \frac{P(F\cap E)}{P(E)} = \frac{60}{100} \to P(F\cap E) = \frac{48}{100}$

$P(F|E') = \frac{P(F\cap E')}{P(E')} = \frac{50}{100} \to P(F\cap E') = 0.1 = P(F-E)$

$P(E\cup F) = \frac{9}{10}$

ص۲۵) گزینه ۳ صحیح است

گزینه I)

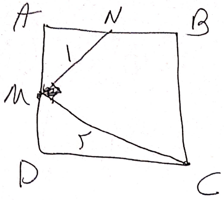


گزینه II)

۴>۳

گزینه ۴)

۱۵۰>۴۰



حل ۲۶) گزینه ۴ صحیح است

$\overset{\Delta}{ANM} \sim \overset{\Delta}{MDC}$

$\rightarrow \frac{AN}{MD} = \frac{AM}{DC} = \frac{MN}{MC} = \frac{۱}{۲}$

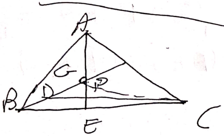
$MD=۲AN$ $DC=۲AM$ $MC=۲MN$

$\overset{\Delta}{AMN}$ مثلث قائم الزاویه : $(AN)^۲+(AM)^۲=(MN)^۲$

$۵(AN)^۲ = ۱ \rightarrow AN=\frac{۱}{\sqrt{۵}}$

$\rightarrow$ ضلع مربع $=\frac{۴}{\sqrt{۵}}$

$S_{مربع} = \left(\frac{۴}{\sqrt{۵}}\right)^۲ = \frac{۱۶}{۵} = ۳٫۲$



حل ۲۷) گزینه ۱

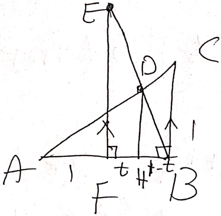
$\left.\begin{array}{l} BD=DG \\ BE=EC \end{array}\right\} \rightarrow BGC$

$\rightarrow GP=۲PE$ P مرکز ثقل

ABC مرکز ثقل G $\rightarrow AG=۲GE$

$\rightarrow AG=۲(GP+PE)=۶PE=۳GP$

$\leftrightarrow \frac{AG}{GP}=۳$



ص ۲۸) گزینه ۴ صحیح است

$HD \parallel CB \to \frac{۱+t}{۲}=\frac{HD}{۱}$

$\Longrightarrow$

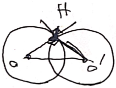
$HD \parallel EF \quad \frac{۱-t}{۱}=\frac{HD}{۲}$

$\to HD=\frac{۱+t}{۲}$

$\to HD=۲-۲t \Longrightarrow \frac{۱+t}{۲}=۲-۲t$

$\to ۵t=۳ \to t=\frac{۳}{۵} \to DH=\frac{۱+t}{۲}$

$=\frac{۸}{۱۰}=٫۸$



ص ۲۹) گزینه ۱ صحیح است

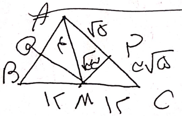
$\hat{H}=۹۰^\circ$

$R=۸$

$R'=۱۵ \to OH^۲+HO'^۲=OO'^۲$

$OO'=d$

$\to d=\overset{\checkmark}{\underset{\times}{\pm}}۱۷ \quad \boxed{d=۱۷}$



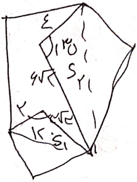
ص ۳۰) گزینه ۴ صحیح است

نیمساز

$MP \to \frac{AM}{MC}=\frac{AP}{PC} \Longleftrightarrow MC=۳AM$

$۳۳=۳AM^۲-۱۵ \to \boxed{AM=۴} \xrightarrow[\text{نیمساز}]{MQ} QP=۶ \to MQ=\sqrt{۳}$

ص ۳۱) گزینه ۳ صحیح است



$\Delta S = ۲S_۱ + ۲S_۲ = ۲(۳ \times ۳\sqrt{۲} \times \frac{۱}{۲} \sin ۱۳۵)$

$+ ۲(۴ \times ۶\sqrt{۲} \times \frac{۱}{۲} \sin ۱۳۵)$

$= ۹ + ۲۴ = ۳۳$

ص ۳۲) گزینه ۱ صحیح است

$(۳I - ۲A^{-1}B)B^{-1} = \begin{bmatrix} ۷ & ۵ \\ -۱۲ & -۱۱ \end{bmatrix} B^{-1}$

$\Leftrightarrow ۳B^{-1} - ۲A^{-1} = \begin{bmatrix} ۷ & ۵ \\ -۱۲ & -۱۱ \end{bmatrix} B^{-1}$

$|B| = (-۲)(-۱) - (-۱)(-۳) = -۱$

$B^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{-۱}{-۱} & \frac{۳}{-۱} \\ \frac{۱}{-۱} & \frac{-۲}{-۱} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۱ & -۳ \\ -۱ & ۲ \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} ۷ & ۵ \\ -۱۲ & -۱۱ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ۱ & -۳ \\ -۱ & ۲ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۲ & -۱۱ \\ -۱ & ۱۴ \end{bmatrix}$

$\min = -۱۱$

حل ۳۳) گزینه ۴ صحیح است

$$A^۲=\begin{bmatrix} ۱ & ۱ & ۱ \\ -۱ & -۱ & -۱ \\ ۱ & ۱ & ۱ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ۱ & ۱ & ۱ \\ -۱ & -۱ & -۱ \\ ۱ & ۱ & ۱ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ۱ & ۱ & ۱ \\ -۱ & -۱ & -۱ \\ ۱ & ۱ & ۱ \end{bmatrix}=A$$

حاصلضرب درایه‌های ۳ $A^۲$

$$\frac{-۱}{-۱}=۱$$

حاصلضرب درایه‌های ۳ $A^۵$

حل ۳۴) گزینه ۲ صحیح است

$$y^۲-۲y+۴x=a$$

$$\rightarrow y^۲-۲y+۱=-۴x+a+۱$$

$$\rightarrow (y-۱)^۲=-۴\left(x+\frac{-a-۱}{۴}\right)$$

$$\rightarrow \beta=۱ \qquad \alpha=\frac{a+۱}{۴}$$

$$۴p=۴\rightarrow p=۱$$

خط هادی $x=\frac{a+۵}{۴}=۳$

$$\rightarrow \boxed{a=۷}$$

حل ۳۵) گزینه ۱ صحیح است

$A\begin{vmatrix} a \\ ۹ \\ b \end{vmatrix}$ $B\begin{vmatrix} a \\ b \\ ۳ \end{vmatrix}$ $C\begin{vmatrix} a \\ ۴ \\ ۱ \end{vmatrix}$

$$\overrightarrow{AB}=(۰, b-۹, ۳-b)$$

$$\frac{۱}{۲}\left|\left(\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}\right)\right|=\frac{۱۶}{۴}\Longleftrightarrow \frac{-b^۲}{۲}+\frac{۵b}{۲}+\frac{۶}{۲}=$$

$$\Longleftrightarrow -\frac{b^۲}{۲} + \frac{ab}{۲} - ۱ = ۰ \rightarrow \frac{-b}{a} = \frac{-\frac{۵}{۲}}{-\frac{۱}{۲}} = ۵$$

ص ۳۶) گزینه ۴ درست

$$a \overset{۶}{\equiv} ۰ \rightarrow ۱۷a \overset{۱۰۲}{\equiv} ۰$$

$$\left.\begin{array}{l} a \overset{۱۷}{\equiv} ۱۱ \rightarrow ۶a \overset{۱۰۲}{\equiv} ۶۶ \end{array}\right\} \Rightarrow ۱۱a \overset{۱۰۲}{\equiv} -۶۶$$

$$\Longleftrightarrow a \overset{۱۰۲}{\equiv} -۶ \overset{۱۰۲}{\equiv} ۹۶ \Longleftrightarrow$$

$$\frac{a}{۳} \overset{۳۴}{\equiv} ۳۲ \Longrightarrow \frac{a}{۳} = ۳۴k + ۳۲$$

$$= ۱۷(۲k) + ۳۲ \Longleftarrow \frac{a}{۳} = ۱۷(۲k+۱) + ۱۵$$

$$= ۱۷k' + ۱۵ \Longleftrightarrow \frac{a}{۳} \overset{۱۷}{\equiv} ۱۵$$

ص ۳۷) گزینه ۳ درست

۴

۶۴

\-

۱۶

۴

\-

۴

۹۵

سط

حل ۳۸) گزینه ۲ صحیح است

$(۵۱, ۸۵) \mid ۷a-۱ \iff (۳×۱۷ , ۱۷×۵) = ۱۷ \mid ۷a-۱ \rightarrow ۷a \overset{۱۷}{\equiv} ۱$

$\rightarrow ۳۵a \overset{۱۷}{\equiv} ۵ \rightarrow a \overset{۱۷}{\equiv} ۵$

$\rightarrow a = ۱۷k+۵ \rightarrow a \in \{۵, ۲۲, ۳۹, ۵۶$

گزینه ۲

حل ۳۹) گزینه ۴ صحیح است

①, ②, ۳, ④, ⑤, ۶, ⑦, ⑧, ۹, ⑩, ⑫, ⑬, ۱۴, ⑮, ⑯, ۱۷, ⑱, ⑲, ۲۰

لانه ها = ۱۳

تعداد کبوتر حداقل = ۱۴

حل ۴۰) گزینه ۴

$\Delta(G) + \delta(G) = ۱۲$

$(P-۱-\delta(G)) - (P-۱-\Delta(G)) = ۲ \iff \Delta = ۷ \quad \delta = ۵$

$\Delta(\bar{G}) = ۳ \quad \delta(\bar{G}) = ۱ \longrightarrow \min(q(\bar{G})) = ۸ \quad \min(P) = ۹$