



ویژه  
کنکوری‌های  
۱۴۰۳  
۱۴۰۳/۰۴/۱۳

آزمون  
هفدهم  
حضور  
دفترچه شماره ۱

خوبی سبز!  
آزمون  
تجربگی | ریاضی | انسانی  
سال تحصیلی  
۱۴۰۲-۱۴۰۳

# مطابق کنکور سراسری

## آزمون آزمایشی خیلی سبز

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

• نام و نام خانوادگی:      • شماره داوطلبی:

عنوان مواد امتحانی آزمون، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی	ملاحظات
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۵ دقیقه	۴۰ سؤال ۷۵ دقیقه

اساتید، مشاوران و دانش‌آموزان گرامی:  
نظرات، پیشنهادات، انتقادات و بازخوردهای خود نسبت به سؤالات این آزمون را می‌توانید  
از طریق آیدی @Kheilisabz\_edit در همه پیام‌رسان‌ها با ما به اشتراک بگذارید.

[Azmoon.kheilisabz.com](http://Azmoon.kheilisabz.com)



۱- هرگاه  $a, a + 2b, 2a + b, \dots$  جملات ابتدایی یک دنباله حسابی باشند که جمع ده جمله ابتدایی آن  $240$  باشد، مقدار  $ab$  کدام است؟

- ۶ (۱)      ۱۲ (۲)      ۸ (۳)      ۱۶ (۴)

۲- اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های  $2x^2 - 5x - m = 0$  و اعداد  $\alpha + \beta$  و  $\beta - \alpha$  ریشه‌های معادله  $x^2 - mx + n = 0$  باشند، مقدار  $n$  کدام است؟

- $\frac{45}{4}$  (۱)       $\frac{45}{2}$  (۲)       $\frac{9}{4}$  (۳)       $\frac{25}{4}$  (۴)

۳- برای دو مجموعه  $A$  و  $B$ ، ساده‌شده عبارت  $[(A - B') \cup (A' \cap B')] \cap (A' \cup B)'$  کدام است؟

- $A - B$  (۱)       $B - A$  (۲)       $\emptyset$  (۳)       $A \cap B$  (۴)

۴- کدام یک از گزاره‌های زیر، همواره نادرست است؟

$$[(p \wedge \sim q) \vee \sim (\sim p \vee \sim q)] \wedge \sim p \quad (۱)$$

$$A = \{1, 2, 3\}, B = \{1, 4, 9, 16\} \Rightarrow n[(A \times B) \cap (B \times A)] = 1 \quad (۲)$$

$$\exists x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}; x^2 \leq y^4 \quad (۳)$$

$$A \in B \Rightarrow \{A\} \subseteq B \quad (۴)$$

۵- تابع  $f(x) = x^2 + ax + b$  مفروض است. اگر نمودار  $f$  را دو واحد به سمت بالا انتقال دهیم و سپس نسبت به محور  $y$ ها قرینه کنیم، بر نیمساز ناحیه اول مماس می‌شود و اگر نمودار  $f$  را یک واحد به سمت پایین انتقال دهیم و سپس نسبت به محور  $x$ ها قرینه کنیم، بر نیمساز ناحیه دوم مماس می‌شود. مقدار  $a + b$  کدام است

- ۴ (۱)      ۵ (۲)      ۶ (۳)      ۷ (۴)

۶- هرگاه  $\frac{x+1}{x^2+1} - \frac{x-1}{x^3-1} = \frac{4}{21}$ ، مقدار  $\left[\frac{3x}{2}\right]$  با شرط  $x > 1$  چه عددی است؟

- ۶ (۱)      ۲ (۲)      ۴ (۳)      ۳ (۴)

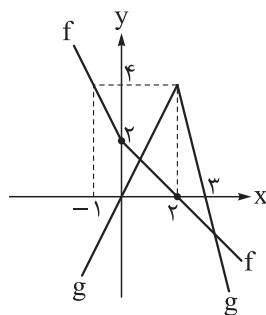
۷- نقطه  $M$  روی عمودمنصف نقاط  $A(4, 0)$  و  $B(0, 8)$  قرار گرفته و فاصله آن تا هر یک از نقاط  $A$  و  $B$  برابر ۵ است. مجموع طول و عرض مختصات  $M$  کدام است؟

- ۱۲ (۱)      ۸ (۲)      ۹ (۳)      ۱۰ (۴)

محل انجام محاسبات



۸- نمودار توابع  $f$  و  $g$  به صورت زیر است. دامنه تابع  $y = \sqrt{g \circ f(x)}$  شامل چند عدد صحیح است؟



(۱) ۳

(۲) ۴

(۳) ۵

(۴) ۲

۹- اگر  $a \neq b$  و  $\log_{\sqrt{b}} a^2 - \log_a b^2 = 2$ ، کدام رابطه بین  $a$  و  $b$  برقرار است؟

$a^4 b = 1$  (۴)

$ab^4 = 1$  (۳)

$ab^2 = 1$  (۲)

$a^2 b = 1$  (۱)

۱۰- هرگاه  $f(x) = x + \sqrt{4+x^2}$ ، مقدار  $f^{-1}(2 \tan x)$  کدام است؟

$-\frac{1}{2} \tan 2x$  (۴)

$2 \tan 2x$  (۳)

$-2 \cot 2x$  (۲)

$2 \cot 2x$  (۱)

۱۱- اگر  $\frac{3}{2} = \sin(x + \frac{\pi}{3}) + 2 \cos(x - \frac{\pi}{6})$ ، مقدار  $\sin(x + \frac{\pi}{6})$  چه عددی است؟

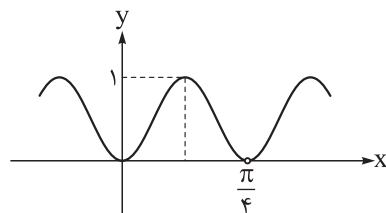
$\frac{\sqrt{3}}{2}$  یا صفر (۴)

$-\frac{1}{2}$  یا صفر (۳)

$\pm \frac{1}{2}$  (۲)

$1$  یا  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (۱)

۱۲- قسمتی از نمودار تابع  $f(x) = \frac{a \sin^2 bx}{1 + \tan^2 bx}$  به صورت زیر است. مقدار  $f(\frac{\pi}{24})$  کدام است؟



$\frac{1}{4}$  (۲)

$\frac{1}{8}$  (۱)

$\frac{\sqrt{3}}{8}$  (۴)

$\frac{\sqrt{3}}{4}$  (۳)

۱۳- اگر  $\alpha$  کوچکترین جواب معادله  $\sin x \cos x + \sin^2 x = \cos^2 x$  در بازه  $(0, \frac{\pi}{2})$  باشد، حاصل  $\tan(\frac{\pi}{4} + 2\alpha)$

چه قدر است؟

$-4$  (۴)

$\frac{4}{3}$  (۳)

$\frac{3}{4}$  (۲)

$-3$  (۱)

محل انجام محاسبات



۱۴- اگر  $g$  وارون تابع  $f(x) = -\sqrt{x-3}$  باشد، فاصله نقطه برخورد مجانب‌های تابع  $y = \frac{|2x+1|}{2x-\sqrt{g(-x)}}$  از نیمساز ناحیه سوم چه قدر است؟

- (۱)  $\frac{1}{3}$  (۲)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  (۳)  $\frac{3}{\sqrt{2}}$  (۴)  $\frac{3}{2}$

۱۵- اگر  $f(x)$  یک چند جمله‌ای درجه دوم باشد و تابع  $y = \frac{f(x) + x^3}{2[\frac{x}{3}] + 3}$  در بازه  $(0, 10)$  پیوسته باشد، طول رأس تابع  $y = f(x)$  چه عددی است؟

- (۱)  $\frac{13}{4}$  (۲)  $\frac{11}{4}$  (۳)  $\frac{15}{4}$  (۴)  $\frac{10}{4}$

۱۶- مقدار  $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}} (4x^2 - 1) \tan \pi x$  چه عددی است؟

- (۱)  $\frac{\pi}{4}$  (۲)  $\frac{4}{\pi}$  (۳)  $-\frac{4}{\pi}$  (۴)  $-\frac{\pi}{4}$

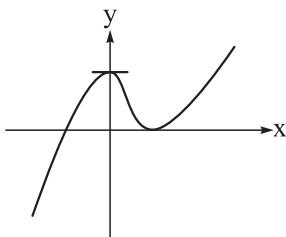
۱۷- اگر تابع  $f$  در  $x = 2$  مشتق پذیر و  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 3x}{x^2 - 4} = 3$  باشد، حاصل مشتق تابع  $g(x) = \sqrt[3]{4x} f(x)$  در نقطه  $x = 2$  چه قدر است؟

- (۱) ۱۸ (۲) ۲۴ (۳) ۲۷ (۴) ۳۲

۱۸- تابع  $f(x) = \frac{2x+1}{x-3}$  مفروض است. آهنگ تغییر متوسط  $f$  در بازه  $[4, 10]$  با آهنگ تغییر لحظه‌ای  $f^{-1}$  در نقطه‌ای با کدام طول در این بازه برابر است؟

- (۱)  $3 + \sqrt{3}$  (۲)  $3 + \sqrt{2}$  (۳)  $2 + \sqrt{5}$  (۴)  $2 + \sqrt{7}$

۱۹- نمودار تابع  $f(x) = x + a + 3\sqrt{1+bx}$  به صورت زیر است. عرض نقطه ماکزیمم نسبی چه قدر است؟



- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶

محل انجام محاسبات



۲۰- نقطه  $A(-1, 2)$  نقطه عطف تابع  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$  است. اگر خط مماس بر  $f$  در نقطه  $A$  دارای عرض از مبدأ یک باشد، مقدار  $b + c$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۲۱-  $A$  و  $B$  دو پیشامد مستقل از فضای نمونه‌ای  $S$  هستند که  $P(A) + P(B) = \frac{23}{17}$ . اگر  $P(A|B) = 2P(B|A)$ ، آن گاه احتمال آن که فقط پیشامد  $A$  رخ دهد یا هر دو با هم رخ دهند، کدام است؟

- (۱)  $\frac{23}{51}$  (۲)  $\frac{46}{51}$  (۳)  $\frac{1058}{2601}$  (۴)  $\frac{1288}{2601}$

۲۲- آمارها نشان می‌دهد در کشور چین، تنها ۱ درصد خودروهای تولیدشده معیوب هستند. در سال ۲۰۲۳ کشور چین، یک میلیون خودرو تولید کرده است و هزار دستگاه خودرو از این کشور در این سال وارد کشور ایران شده است. اگر به تصادف از بین خودروهای چینی مدل ۲۰۲۳ در کشور ایران، یک دستگاه انتخاب کنیم، با چه احتمالی معیوب است؟

- (۱) ۱ درصد (۲) ۲ درصد (۳)  $\frac{1}{5}$  درصد (۴) بیش از ۱۰ درصد

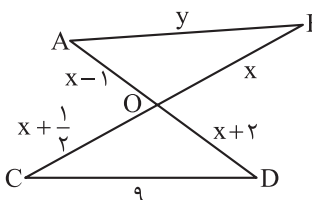
۲۳- از یک جامعه، نمونه ۲۲۰، ۱۸۰، ۱۶۰، ۱۶۰، ۱۴۰، ۱۲۰، ۱۰۰، ۱۰۰ و ۸۰ انتخاب شده است. اگر انحراف معیار جامعه، نصف انحراف معیار نمونه باشد، طول بازه اطمینان بالای ۹۵ درصد برای میانگین این جامعه کدام است؟

- (۱)  $10\sqrt{5}$  (۲)  $10\sqrt{20}$  (۳)  $\frac{10}{3}\sqrt{20}$  (۴)  $\frac{80\sqrt{10}}{9}$

۲۴- از میان زیرمجموعه‌های دو عضوی یک مجموعه پنج‌عضوی،  $k$  زیرمجموعه به تصادف انتخاب کرده‌ایم. اگر مطمئن باشیم اشتراک لااقل دو تا از آن‌ها تهی است، چه قدر احتمال دارد که  $k$  مضرب ۳ باشد؟

- (۱)  $\frac{1}{3}$  (۲)  $\frac{2}{5}$  (۳)  $\frac{3}{10}$  (۴)  $\frac{3}{8}$

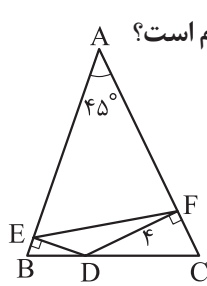
۲۵- در شکل مقابل،  $AB$  و  $CD$  موازی نیستند. اگر دو مثلث متشابه باشند، مقدار  $y$  کدام است؟



- (۱) ۴  
(۲) ۳  
(۳)  $\frac{4}{5}$   
(۴) ۶

محل انجام محاسبات

۲۶- در شکل مقابل، اگر  $AB = AC = 5\sqrt{2}$ ،  $DF = 4$  و  $\hat{A} = 45^\circ$ ، آن گاه مساحت مثلث DEF کدام است؟



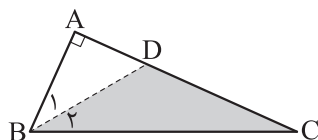
(۱)  $\sqrt{2}$

(۲) ۲

(۳)  $\sqrt{6}$

(۴)  $2\sqrt{2}$

۲۷- در شکل زیر  $\hat{B}_1 = \hat{B}_2$ ، اگر  $AB = 3$  و  $AC = 4$ ، آن گاه حجم شکل حاصل از دوران مثلث BCD حول AC چند برابر  $\pi$  است؟



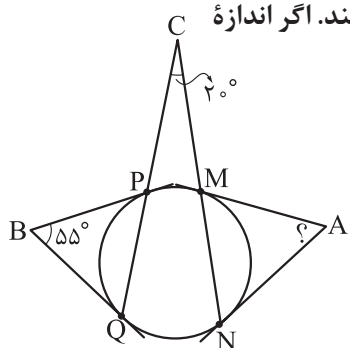
(۱) ۷

(۲)  $7/5$

(۳) ۸

(۴)  $8/5$

۲۸- در شکل مقابل، اضلاع دو زاویه A و B در نقاط M، N، P، Q بر دایره مماس هستند. اگر اندازه کمان  $\widehat{QN}$  دو برابر اندازه کمان  $\widehat{PM}$  باشد، آن گاه اندازه زاویه A چند درجه است؟



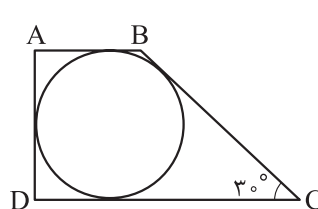
(۱)  $70^\circ$

(۲)  $75^\circ$

(۳)  $65^\circ$

(۴)  $60^\circ$

۲۹- مطابق شکل، در دوزنقه قائم الزاویه ABCD دایره‌ای به شعاع ۳ محاط شده است. مساحت دوزنقه کدام است؟



(۱) ۳۶

(۲) ۶۴

(۳) ۵۴

(۴) ۴۸

محل انجام محاسبات



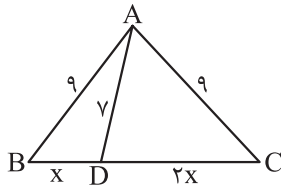
۳۰- دو دایره به شعاع‌های ۱ و ۳ مماس خارج هستند و خط  $L$  مماس مشترک خارجی آنها است. اگر  $M$  نقطه‌ای روی  $L$  باشد، آن گاه کم‌ترین مقدار مجموع فواصل  $M$  از مراکز دو دایره کدام است؟

$$4\sqrt{2} \quad (4)$$

$$3\sqrt{3} \quad (3)$$

$$5 \quad (2)$$

$$2\sqrt{7} \quad (1)$$



۳۱- در شکل مقابل، اگر نقطه  $M$  وسط  $BC$  باشد، سینوس زاویه  $DAM$  کدام است؟

$$\frac{2}{7} \quad (2)$$

$$\frac{1}{7} \quad (1)$$

$$\frac{4}{7} \quad (4)$$

$$\frac{3}{7} \quad (3)$$

۳۲- اگر  $M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 0 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ ، آن گاه مجموع درایه‌های ستون سوم ماتریس  $M$  کدام است؟

$$5 \quad (4)$$

$$6 \quad (3)$$

$$7 \quad (2)$$

$$8 \quad (1)$$

۳۳- اگر  $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$ ،  $I$  ماتریس همانی و  $\alpha$  و  $\beta$  دو عدد حقیقی باشند، به طوری که  $A = \alpha A^{-1} + \beta I$ ، آن گاه مقدار  $\frac{\alpha}{\beta}$  کدام است؟

$$-2 \quad (4)$$

$$2 \quad (3)$$

$$\frac{5}{2} \quad (2)$$

$$-\frac{5}{2} \quad (1)$$

۳۴- اگر تنها یک خط بر هر دو دایره  $x^2 + y^2 - 2y - 1 = 0$  و  $x^2 + y^2 - 2x + m = 0$  مماس باشد،  $m$  کدام است؟

$$3 \quad (4)$$

$$-7 \quad (3)$$

$$-5 \quad (2)$$

$$-3 \quad (1)$$

۳۵- طول مماسی که از کانون سهمی  $y^2 + 4x = 3(2y + 1)$  بر دایره  $x^2 + y^2 - 2x + y = 0$  رسم می‌شود، کدام است؟

$$3 \quad (2)$$

$$2\sqrt{3} \quad (1)$$

(۴) چنین مماسی قابل رسم نیست.

$$\sqrt{15} \quad (3)$$

محل انجام محاسبات



۳۶- بردارهای  $\vec{a} = (3, m-1, 5)$  و  $\vec{b} = (m, 1, -3)$  و  $\vec{c} = (m, 2m, m^2)$  مفروض‌اند. اگر اندازه بردارهای  $\vec{a} + \vec{b}$  و  $\vec{a} - \vec{b}$  برابر باشند، حجم متوازی‌السطوح بنا شده، بر بردارهای  $\vec{a}$ ،  $\vec{b}$  و  $\vec{c}$  کدام است؟

- (۱) ۳۲ (۲) ۳۴ (۳) ۳۶ (۴) ۳۸

۳۷- در تقسیم عدد  $a$  بر ۱۱، باقی‌مانده ۱ واحد کوچک‌تر از خارج قسمت است. مجموع ارقام بزرگ‌ترین عدد ممکن برای  $a$  کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۹ (۳) ۷ (۴) ۵

۳۸- عدد شش‌رقمی  $A = abcabc$  بر ۱۰۵ بخش‌پذیر و  $B$  برابر با مجموع ارقام  $A$  است. مجموع ارقام بزرگ‌ترین مقدار ممکن برای  $B$  کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۹ (۳) ۶ (۴) ۳

۳۹- به ازای چند عدد دورقمی  $a$ ، معادله سیاله خطی  $ax + 15y = 17$  دارای جواب صحیح نیست؟

- (۱) ۴۱ (۲) ۴۲ (۳) ۴۸ (۴) ۴۹

۴۰- در گرافی ۴- منتظم و ناهمبند، عدد احاطه‌گری برابر ۲ است. تعداد دورهای به طول ۳ در این گراف کدام است؟

- (۱) ۲۰ (۲) ۱۰ (۳) ۵ (۴) صفر

دوستان عزیز خیلی سبز، سلام؛

فایل پاسخ‌نامه این آزمون را که شامل درس‌نامه، نکات کنکوری، پاسخ تشریحی و ... است، ساعت ۱۴ امروز از صفحه شخصی خودتان در سایت آزمون خیلی سبز دریافت کنید.

هم‌چنین شما می‌توانید همین امشب کارنامه اولیه آزمونتان را در صفحه شخصی خود مشاهده بفرمایید.

برای دسترسی به صفحه شخصی خود وارد سایت آزمون خیلی سبز به آدرس: [azmoon.kheilisabz.com](http://azmoon.kheilisabz.com) شوید و کدی را که توسط مدرسه و یا نمایندگی‌های آزمون‌های خیلی سبز به شما داده شده، در محل مشخص شده در سایت ثبت بفرمایید.

محل انجام محاسبات





ویژه  
کنکوری‌های  
۱۴۰۳  
۱۴۰۳/۰۴/۱۳

آزمون  
هفدهم  
حضور  
دفترچه شماره ۲

خوبی سبز!  
آزمون  
تجربہ | راضی | انسانی  
سال تحصیلی  
۱۴۰۲-۱۴۰۳

# مطابق کنکور سراسری

## آزمون آزمایشی خیلی سبز

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

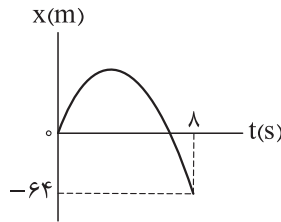
نام و نام خانوادگی: شماره داوطلبی:

عنوان مواد امتحانی آزمون. تعداد. شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی	ملاحظات
۱	فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه	۶۵ سؤال
۲	شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۵ دقیقه	۸۰ دقیقه

اساتید، مشاوران و دانش‌آموزان گرامی؛  
نظرات، پیشنهادات، انتقادات و بازخوردهای خود نسبت به سؤالات این آزمون را می‌توانید  
از طریق آیدی @Kheilisabz\_edit در همه پیام‌رسان‌ها با ما به اشتراک بگذارید.

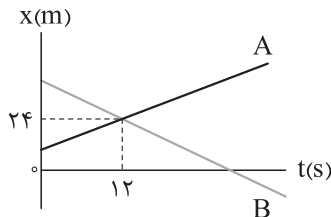
Azmoon.kheilisabz.com



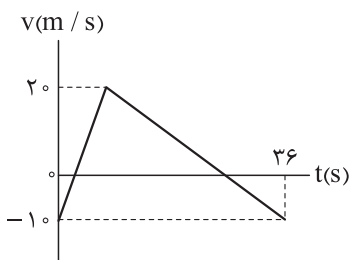
۴۱- نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت در راستای محور  $x$  حرکت می کند، به شکل مقابل است. اگر متحرک با تندی  $24 \text{ m/s}$  از مبدأ مکان عبور کند، در بازه زمانی ای که بردار مکان متحرک در جهت محور  $x$  است، مسافت طی شده توسط آن چند متر است؟

- ۳۶ (۱)  
۴۸ (۲)  
۷۲ (۳)  
۹۶ (۴)

۴۲- نمودار مکان - زمان دو متحرک  $A$  و  $B$  که در راستای محور  $x$  حرکت می کنند، به شکل زیر است. تندی متحرک  $B$ ،  $2$  برابر تندی متحرک  $A$  است. اگر فاصله دو متحرک در مبدأ زمان  $48 \text{ m}$  باشد، در لحظه ای که متحرک  $B$  از مبدأ مکان عبور می کند، فاصله دو متحرک از هم چند متر است؟



- ۲۴ (۱)  
۲۸ (۲)  
۳۲ (۳)  
۳۶ (۴)



۴۳- نمودار سرعت - زمان متحرکی که در راستای محور  $x$  حرکت می کند، به شکل مقابل است. در بازه ای که متحرک در جهت محور  $x$  حرکت می کند، مسافت طی شده توسط آن چند متر است؟

- ۲۴۰ (۱)  
۲۷۰ (۲)  
۴۸۰ (۳)  
۵۴۰ (۴)

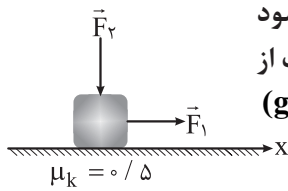
۴۴- در شرایط خلأ، گلوله ای از یک بلندی رها می شود. وقتی این گلوله مسافت  $28/8 \text{ m}$  را طی می کند، گلوله دیگری از همان نقطه رها می شود. فاصله دو گلوله  $4/2 \text{ s}$  پس از رها شدن گلوله اول چند متر است؟ ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

- ۴۳/۲ (۱)  
۴۶/۸ (۲)  
۷۲ (۳)  
۹۶ (۴)

۴۵- وزنه ای به جرم  $3 \text{ kg}$  به یک انتهای فنری با ثابت  $500 \text{ N/m}$  بسته شده و انتهای دیگر نیز به سقف آسانسوری متصل است. در حالتی که آسانسور با شتاب رو به بالای  $2 \text{ m/s}^2$  حرکت می کند، طول فنر به  $L_1$  و در حالتی که آسانسور با شتاب رو به پایین  $1 \text{ m/s}^2$  حرکت می کند، طول فنر به  $L_2$  می رسد.  $L_2 - L_1$  بر حسب سانتی متر کدام است؟

- ۰/۶ (۱)  
-۰/۶ (۲)  
۱/۸ (۳)  
-۱/۸ (۴)

محل انجام محاسبات



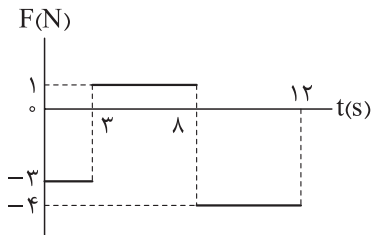
۴۶- در شکل مقابل، به جسم ۴ کیلوگرمی دو نیروی هم‌اندازه افقی  $\vec{F}_1$  و قائم  $\vec{F}_2$  وارد می‌شود و جسم روی سطح افقی با سرعت ثابت در حال حرکت است. اگر در یک لحظه، اندازه هر یک از نیروها نصف شود، بلافاصله پس از این لحظه، شتاب جسم در SI کدام است؟ ( $g = 10 \text{ N/kg}$ )

$$-2\vec{i} \quad (2)$$

$$2\vec{i} \quad (1)$$

$$-2/5\vec{i} \quad (4)$$

$$2/5\vec{i} \quad (3)$$



۴۷- نمودار نیروی خالص وارد بر جسمی به جرم ۸۰۰ g که در راستای محور x حرکت می‌کند، بر حسب زمان به شکل مقابل است. اگر در مبدأ زمان، جسم با تندی ۵ m/s در جهت محور x در حال حرکت باشد، اندازه تکانه جسم در لحظه  $t = 10 \text{ s}$  در SI کدام است؟

$$12 \quad (2)$$

$$8 \quad (1)$$

$$20 \quad (4)$$

$$16 \quad (3)$$

۴۸- دو ماهواره A و B به ترتیب با جرم‌های m و ۲m، در فاصله‌های  $R_e$  و  $2R_e$  از سطح زمین، در مدارهای دایره‌ای به دور زمین می‌چرخند. چه تعداد از عبارتهای زیر درباره این دو ماهواره در حال چرخش درست است؟ ( $R_e$  شعاع زمین است).

(الف) تندی ماهواره A،  $\sqrt{\frac{2}{3}}$  برابر تندی ماهواره B است.

(ب) وزن ماهواره A، نصف وزن ماهواره B است.

(پ) دوره گردش ماهواره A،  $\sqrt{\frac{27}{8}}$  برابر دوره گردش ماهواره B است.

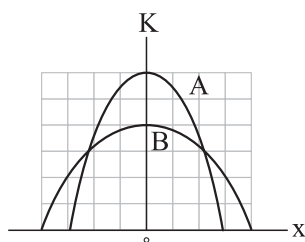
(ت) انرژی جنبشی ماهواره A،  $\frac{3}{4}$  برابر انرژی جنبشی ماهواره B است.

$$1 \quad (4)$$

$$2 \quad (3)$$

$$3 \quad (2)$$

$$4 \quad (1)$$



۴۹- نمودار انرژی جنبشی - مکان دو سامانه جرم - فنر A و B به شکل مقابل است. ثابت فنر سامانه A، چند برابر ثابت فنر سامانه B است؟

$$\frac{3}{8} \quad (2)$$

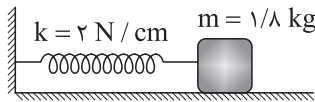
$$\frac{8}{3} \quad (1)$$

$$\frac{27}{32} \quad (4)$$

$$\frac{32}{27} \quad (3)$$

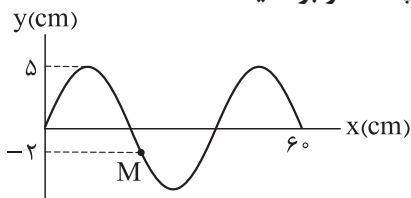
محل انجام محاسبات

۵۰- در شکل زیر، جسم متصل به فنر روی سطح افقی بدون اصطکاک در حال نوسان است. اگر حداکثر مسافت طی شده توسط جسم در یک بازه زمانی  $\frac{1}{10}$  ثانیه‌ای برابر  $9 \text{ cm}$  باشد، بیشینه شتاب نوسانگر چند متر بر مربع ثانیه است؟ ( $\pi^2 = 10$ )



- (۱) ۵  
(۲)  $10$   
(۳)  $10\sqrt{3}$   
(۴)  $5\sqrt{3}$

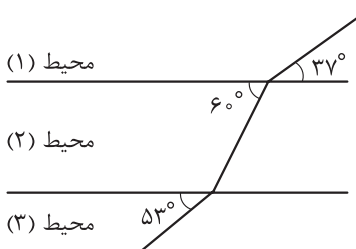
۵۱- تصویر موج عرضی منتشرشده در تار کشیده‌ای در لحظه  $t = 0$  به شکل زیر است. اگر تندی انتشار موج در تار برابر  $60 \text{ m/s}$  باشد، تندی متوسط ذره M از تار در بازه زمانی  $t = 0$  تا  $t = 0.5 \text{ s}$  چند متر بر ثانیه است؟



- (۱)  $1/5$   
(۲) ۳  
(۳) ۱۵  
(۴) ۳۰

۵۲- تراز شدت صوت در فاصله معینی از یک چشمه  $56 \text{ dB}$  است. آهنگ متوسط انرژی رسیده به سطحی به مساحت  $5 \text{ cm}^2$  که در این فاصله و عمود بر راستای انتشار صوت قرار دارد، در SI کدام است؟ ( $\log 2 = 0.3$  و  $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$ )

- (۱)  $4 \times 10^{-10}$   
(۲)  $4 \times 10^{-11}$   
(۳)  $2 \times 10^{-10}$   
(۴)  $2 \times 10^{-11}$



۵۳- شکل مقابل، یکی از جبهه‌های موج تختی را در سه محیط با مرزهای موازی نشان می‌دهد. به ترتیب از راست به چپ، طول موج و بسامد موج در محیط (۱) چند برابر طول موج و بسامد آن در محیط (۳) است؟ ( $\sin 37^\circ = 0.6$ )

- (۱)  $\frac{3}{4}, \frac{4}{3}$   
(۲)  $1, \frac{4}{3}$   
(۳)  $\frac{3}{4}, \frac{3}{4}$   
(۴)  $1, \frac{3}{4}$

۵۴- یکی از سیم‌های ویولن به طول  $25 \text{ cm}$  و جرم  $5 \text{ g}$  در نزدیکی یک نوسان‌کننده با بسامد متغیر که بسامد آن بین  $500$  تا  $1000$  هرتز تغییر می‌کند، قرار دارد و این سیم فقط برای دو بسامد  $600$  و  $900$  هرتز به تشدید درمی‌آید. نیروی کشش سیم چند نیوتون است؟

- (۱) ۴۵  
(۲) ۵۰  
(۳)  $4/5$   
(۴) ۵

محل انجام محاسبات

۵۵- طول موج آستانه فلزی  $310 \text{ nm}$  است. اگر فوتونی با انرژی  $15/25 \text{ eV}$  بر سطح این فلز بتابد، بیشینه تندی فوتوالکترون‌های خارج شده از سطح این فلز چند متر بر ثانیه است؟ ( $hc = 1240 \text{ eV}\cdot\text{nm}$ ،  $e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C}$  و جرم الکترون  $9 \times 10^{-31} \text{ kg}$  است.)

- (۱)  $2 \times 10^5$  (۲)  $2 \times 10^6$  (۳)  $4 \times 10^5$  (۴)  $4 \times 10^6$

۵۶- در اتم هیدروژن، بلندترین طول موجی که الکترون تابش می‌کند تا به مدار  $n'$  برسد،  $\frac{40}{9} \mu\text{m}$  است. شعاع مدار  $n'$  چند برابر شعاع بور است؟ ( $R = 0.053 \text{ nm}$ )

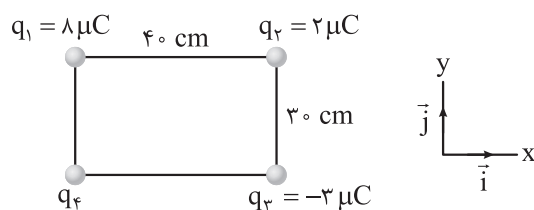
- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۱۶ (۴) ۲۵

۵۷- تعداد پروتون‌های یک هسته، برابر تعداد نوترون‌های آن است. این هسته با گسیل ۲ پرتو  $\alpha$  و ۴ پرتو  $\beta^+$  به هسته جدیدی تبدیل می‌شود. اختلاف تعداد نوترون‌ها و پروتون‌های این هسته جدید کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۴ (۳) ۲ (۴) صفر

۵۸- در راکتور شکافت هسته‌ای، به ترتیب از راست به چپ، از کدام ماده برای گند کردن نوترون‌ها و از کدام ماده برای ساخت میله‌های کنترل استفاده می‌شود؟

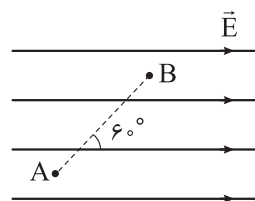
- (۱) گرافیت، بور (۲) گرافیت، آب سنگین ( $D_2O$ )  
(۳) کادمیم، بور (۴) کادمیم، آب سنگین ( $D_2O$ )



۵۹- در شکل مقابل چهار بار الکتریکی نقطه‌ای در چهار رأس مستطیلی قرار دارند. اگر نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار  $q_2$  برابر  $\vec{F} = (1/\sqrt{N})\vec{i}$  باشد، اندازه میدان الکتریکی حاصل از بار  $q_4$  در مرکز مستطیل چند نیوتون بر کولن است؟

$$(K = 9 \times 10^9 \frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{C}^2})$$

- (۱)  $5 \times 10^5$  (۲)  $5 \times 10^6$  (۳)  $2 \times 10^5$  (۴)  $2 \times 10^6$



۶۰- در شکل مقابل، اندازه میدان الکتریکی یکنواخت  $500 \text{ N/C}$  و فاصله دو نقطه A و B برابر  $40 \text{ cm}$  است. اگر پتانسیل الکتریکی نقطه A برابر  $50 \text{ V}$  باشد، پتانسیل الکتریکی نقطه B برابر چند ولت است؟

- (۱) ۵۰ (۲) ۱۵۰ (۳) -۵۰ (۴) -۱۵۰

محل انجام محاسبات

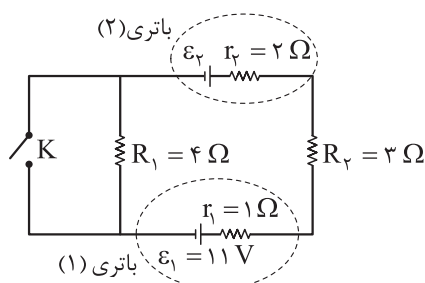
- ۶۱- ثابت دی‌الکتریک یک خازن متصل به باتری، برابر ۴ است. اگر ابتدا دی‌الکتریک خازن را برداشته، سپس خازن را از باتری جدا کرده و فاصله بین صفحه‌های آن را نصف کنیم، کدام یک از موارد زیر درست است؟
- الف) اندازه میدان الکتریکی بین صفحه‌های خازن تغییر نمی‌کند.
- ب) اختلاف پتانسیل بین صفحه‌های خازن ۲ برابر می‌شود.
- پ) بار الکتریکی ذخیره شده در خازن ۸ برابر می‌شود.
- ت) انرژی ذخیره شده در خازن  $\frac{1}{8}$  برابر می‌شود.

(۴) ب و ت

(۳) ب و پ

(۲) الف و ت

(۱) الف و پ



- ۶۲- در مدار شکل مقابل، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری (۱) برابر  $11/5$  V است. با بستن کلید K، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری (۲) چندولت تغییر می‌کند؟

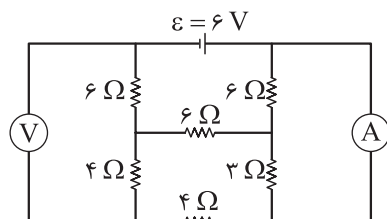
$\frac{2}{3}$  (۲)

$\frac{1}{3}$  (۱)

$\frac{7}{6}$  (۴)

$\frac{1}{6}$  (۳)

- ۶۳- در مدار شکل زیر، مقداری که آمپرسنج آرمانی و ولتسنج آرمانی نشان می‌دهند، به ترتیب چند آمپر و چند ولت است؟



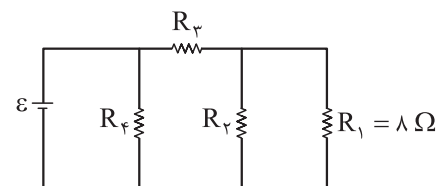
۲/۴، ۰/۳ (۱)

۴/۸، ۰/۳ (۲)

۲/۴، ۰/۵ (۳)

۴/۸، ۰/۵ (۴)

- ۶۴- در مدار شکل زیر، اگر توان مصرفی تمام مقاومت‌ها با یکدیگر برابر باشد، مقاومت معادل مدار چند اهم است؟



۶ (۱)

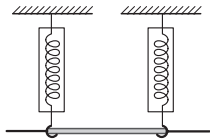
۴/۵ (۲)

۳/۵ (۳)

۳ (۴)

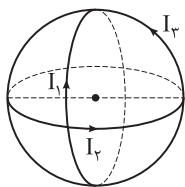
محل انجام محاسبات

۶۵- در شکل زیر، یک سیم به چگالی خطی جرم  $8 \text{ g/m}$  با دو نیروسنج فنری که به دو انتهای آن بسته شده‌اند، به طور افقی و در راستای غرب - شرق قرار دارد. در محل سیم، میدان مغناطیسی زمین، یکنواخت، به طرف شمال و اندازه آن برابر  $0.05 \text{ mT}$  است. جریان الکتریکی چند آمپری و در چه جهتی از سیم عبور کند تا نیروسنج‌ها عدد صفر را نشان دهند؟ ( $g = 10 \text{ N/kg}$ )



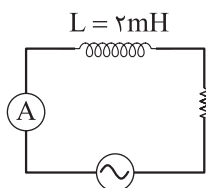
- (۱)  $160$ ، غرب به شرق  
(۲)  $160$ ، شرق به غرب  
(۳)  $1600$ ، غرب به شرق  
(۴)  $1600$ ، شرق به غرب

۶۶- در شکل زیر، شعاع هر سه حلقه  $20 \text{ cm}$  و جریان الکتریکی عبوری از آن‌ها  $I_1 = 0/3 \text{ A}$ ،  $I_2 = 0/4 \text{ A}$  و  $I_3 = 1/2 \text{ A}$  است. حلقه‌ها هم‌مرکزند، روکش عایق دارند و سطح هر حلقه بر دو حلقه دیگر عمود است. بزرگی میدان مغناطیسی در

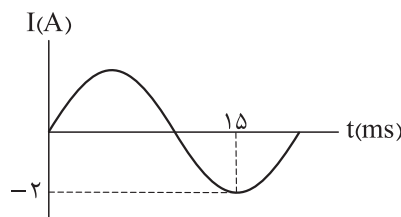


مرکز حلقه‌ها چند گاوس است؟ ( $\mu_0 = 12 \times 10^{-7} \frac{\text{T.m}}{\text{A}}$ )

- (۱)  $3/9 \times 10^{-2}$   
(۲)  $3/9 \times 10^{-4}$   
(۳)  $7/8 \times 10^{-2}$   
(۴)  $7/8 \times 10^{-4}$



(الف)



(ب)

۶۷- در مدار شکل «الف»، نمودار جریان حاصل از مولد جریان متناوب بر حسب زمان به شکل «ب» است. انرژی ذخیره‌شده در القاگر در لحظه  $t = 7/5 \text{ ms}$  چند میلی‌ژول است؟

- (۱) ۱  
(۲) ۲  
(۳) ۳  
(۴) ۴

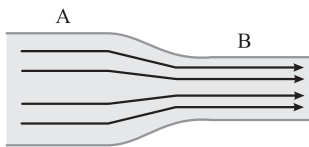
۶۸- چگالی مایع A، ۲ برابر چگالی مایع B است. در حالت اول جرم یکسانی از دو مایع و در حالت دوم حجم یکسانی از دو مایع را مخلوط می‌کنیم. چگالی محلول حاصل در حالت اول، چند برابر چگالی محلول حاصل در حالت دوم است؟ (حجم مایع‌ها در اثر مخلوط شدن کاهش نمی‌یابد.)

- (۱)  $\frac{8}{9}$   
(۲)  $\frac{9}{8}$   
(۳)  $\frac{3}{4}$   
(۴)  $\frac{4}{3}$

محل انجام محاسبات



۶۹- در شکل زیر، شاره تراکم‌ناپذیری که حجم لوله را پر کرده است در راستای افقی جاری است و شعاع مقطع لوله در قسمت A، ۲ برابر شعاع مقطع لوله در قسمت B است. اگر تندی شاره در قسمت A برابر  $5 \text{ m/s}$  باشد، کار کل انجام‌شده روی  $800 \text{ g}$  از شاره، وقتی از قسمت A به قسمت B می‌رسد، چند ژول است؟



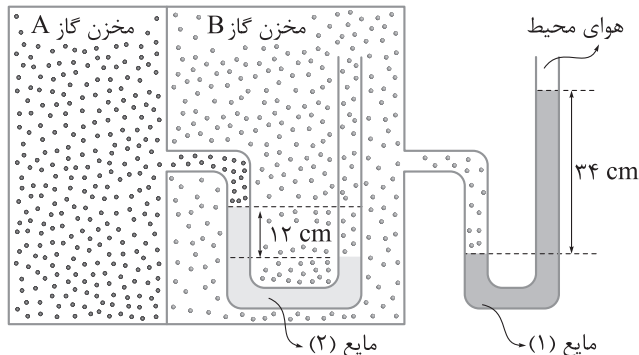
$$-1/5 \quad (2)$$

$$1/5 \quad (1)$$

$$-0/3 \quad (4)$$

$$0/3 \quad (3)$$

۷۰- در شکل زیر، اگر چگالی مایع‌های (۱) و (۲) به ترتیب برابر  $1/2 \text{ g/cm}^3$  و  $85 \text{ g/cm}^3$  باشد، فشار پیمانه‌های مخزن گاز A چند میلی‌متر جیوه است؟ (فشار هوای محیط  $10^5 \text{ Pa}$  و چگالی جیوه  $13/6 \text{ g/cm}^3$  است.)



$$37/5 \quad (1)$$

$$22/5 \quad (2)$$

$$-37/5 \quad (3)$$

$$-22/5 \quad (4)$$

۷۱- تلمبه‌ای با توان ورودی  $12/5 \text{ kW}$  در هر دقیقه  $3 \text{ m}^3$  از آب ساکن دریاچه‌ای را  $12 \text{ m}$  بالا برده و آن را با تندی  $4 \text{ m/s}$  وارد مخزنی می‌کند. اگر چگالی آب  $1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$  باشد، بازده تلمبه چند درصد است؟ ( $g = 10 \text{ N/kg}$ )

$$52 \quad (4)$$

$$51/2 \quad (3)$$

$$48/8 \quad (2)$$

$$48 \quad (1)$$

۷۲- ضریب انبساط طولی فلزی  $\frac{1}{K} \times 10^{-5}$  است. اگر دمای این فلز  $12^\circ \text{ F}$  افزایش یابد، چگالی آن تقریباً چند درصد کاهش می‌یابد؟

$$1/08 \quad (4)$$

$$0/36 \quad (3)$$

$$0/6 \quad (2)$$

$$0/2 \quad (1)$$

۷۳- مقداری یخ به جرم  $m_1$  و دمای  $-20^\circ \text{ C}$  را در مقداری آب به جرم  $m_2$  و دمای  $20^\circ \text{ C}$  می‌اندازیم. اگر پس از برقراری تعادل گرمایی مخلوطی از  $100 \text{ g}$  یخ و  $600 \text{ g}$  آب ایجاد شود، نسبت  $\frac{m_2}{m_1}$  برابر کدام است؟ ( $L_f = 336 \text{ J/g}$ ,  $c_{\text{آب}} = 4/2 \frac{\text{J}}{\text{gK}}$ )

$$\frac{5}{2} \quad (4)$$

$$\frac{2}{5} \quad (3)$$

$$\frac{4}{3} \quad (2)$$

$$\frac{3}{4} \quad (1)$$

محل انجام محاسبات



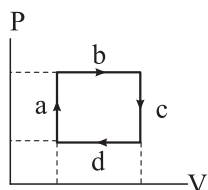
۷۴- با یک مخزن ۱۵ لیتری که با گاز کامل با دمای  $27^{\circ}\text{C}$  پر شده و فشار آن  $6/4\text{ atm}$  است، به نوبت دو کپسول خالی ۵ لیتری را تا رسیدن به تعادل پر و جدا می‌کنیم. عددی که فشارسنج متصل به آخرین کپسول پر شده نشان می‌دهد، چند اتمسفر است؟ (فشار هوای محیط  $1\text{ atm}$  و دمای گاز در تمام مراحل ثابت است.)

۲/۶ (۴)

۲/۸۴ (۳)

۳/۸۴ (۲)

۳/۶ (۱)



۷۵- یک ماشین گرمایی چرخه‌ای به شکل مقابل طی می‌کند. اگر اندازه گرمای مبادله شده بین ماشین گرمایی و محیط در فرایندهای  $a$ ،  $b$ ،  $c$  و  $d$  به ترتیب برابر  $5$ ،  $20$ ،  $10$  و  $5$  کیلوژول باشد، به ترتیب از راست به چپ، کار انجام شده توسط ماشین گرمایی در هر چرخه چند کیلوژول و بازده آن چند درصد است؟

۴۰، ۴۰ (۲)

۱۰، ۴۰ (۱)

۴۰، ۱۰ (۴)

۱۰، ۱۰ (۳)

محل انجام محاسبات

۷۶- اگر فلز قلیایی M با هالوژن  $X_2$  در شرایط مناسب واکنش دهد، کدام مورد درست است؟ (M و X در جدول تناوبی، هم دوره هستند).

(۱) اگر  $X_2$ ، حتی در دمای  $20^\circ\text{C}$  با گاز هیدروژن واکنش دهد، فلز M با از دادن یک الکترون به آرایش هشت تایی گاز نجیب قبل از خود می‌رسد.

(۲) شعاع کاتیون سازنده فرآورده واکنش، از شعاع آنیون سازنده آن بزرگ تر است.

(۳) اگر  $X_2$  هالوژن مایع جدول دوره‌ای باشد، تفاوت شمار الکترون‌های با  $I=0$  و  $I=1$  در اتم M، برابر ۴ است.

(۴) آنتالپی فروپاشی شبکه بلور فرآورده واکنش، به یقین از آنتالپی فروپاشی شبکه بلور منیزیم اکسید کم تر است.

۷۷- با توجه به جدول زیر که شمار الکترون‌های لایه سوم و چهارم چند گونه را در حالت پایه نشان می‌دهد، چند مورد از مطالب داده شده درست است؟

Z	X	Y	M	اتم یا یون پایدار
۱۷	۱۸	۱۶	۱۳	شمار الکترون لایه سوم
۰	۷	۲	۱	شمار الکترون لایه چهارم

• آرایش الکترونی M از قاعده آفا پیروی نمی‌کند.

• در دمای اتاق، حالت فیزیکی X و Y متفاوت است.

• گونه Z به یقین یک کاتیون دو بار مثبت است.

• عدد اتمی Y، دو برابر عدد اتمی گاز نجیب دوره سوم جدول تناوبی است.

• شمار الکترون‌های ظرفیتی M، با شمار این الکترون‌ها در عنصر A برابر است.

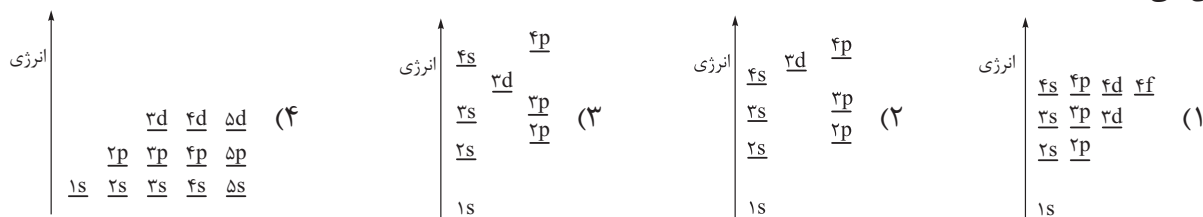
۲ (۴)

۳ (۳)

۴ (۲)

۵ (۱)

۷۸- کدام نمودار، سطح انرژی زیرلایه‌های الکترونی در اتم‌های مختلف (قبل از اشغال شدن از الکترون) را به درستی نشان می‌دهد؟



۷۹- درستی یا نادرستی کدام گزینه با دیگر گزینه‌ها، متفاوت است؟

(۱) درصد حجمی گاز هلیم در نمونه‌ای از هوا با دمای  $25^\circ\text{C}$  و فشار  $1\text{atm}$ ، بیشتر از درصد حجمی آن در نمونه‌ای از هوا با دمای  $9^\circ\text{C}$  و فشار  $1\text{atm}$  است.

(۲) فراوان‌ترین گاز نجیب هواکره، حدود ۷ درصد حجمی از مخلوط گاز طبیعی را نیز تشکیل داده است.

(۳) نام سولفاتی از آهن که شمار اتم‌ها در فرمول شیمیایی آن با شمار اتم‌های دی‌نیتروژن تترااکسید برابر است، آهن (II) سولفات می‌باشد.

(۴) نام ترکیب‌های  $\text{CuO}$ ،  $\text{CO}$ ،  $\text{CrO}_2$  و  $\text{ClO}_2$  به ترتیب کربن مونوکسید، مس (II) اکسید، کلر دی‌اکسید و کروم (II) اکسید است.

محل انجام محاسبات

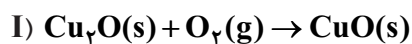


۸۰- داده‌های چند ردیف جدول زیر، همگی درست‌اند؟ (p.e) شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی و n.e شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی را نشان می‌دهد.

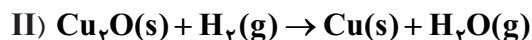
ردیف	نام ماده	ویژگی	p.e n.e	جهت‌گیری در میدان الکتریکی	فرمول شیمیایی	بار جزئی اتمی با شعاع بزرگ‌تر
۱	هیدروژن سیانید	۴	دارد	HCN	$\delta^-$	
۲	گوگرد دی‌کلرید	۰/۲۵	ندارد	SCl <sub>۲</sub>	$\delta^-$	
۳	کلروفرم	۱	دارد	CH <sub>۲</sub> Cl <sub>۲</sub>	$\delta^-$	
۴	کربونیل سولفید	۱	دارد	SCo	$\delta^+$	

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۸۱- ۱۸۰ گرم مس (I) اکسید مطابق واکنش‌های زیر مصرف می‌شود. اگر طی این فرایند ۹ گرم بخار آب تولید شده باشد، جرم نمونه جامد چند گرم تغییر می‌کند؟ (Cu = ۶۴, O = ۱۶, H = ۱: g.mol<sup>-1</sup>)



(معادله واکنش‌ها موازنه شود.)



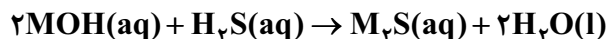
(۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۸ (۴) ۱۲

۸۲- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟ (H = ۱, O = ۱۶: g.mol<sup>-1</sup>)

- غلظت یون هیدروکسید در آب خالص در دمای اتاق، به تقریب برابر ۰/۰۰۱۷ppm است.
- در صنعت برای تولید نوشابه گازدار، ابتدا نوشابه را گرم می‌کنند، سپس گاز کربن دی‌اکسید به آن اضافه می‌کنند.
- هر چند جرم مولی و گشتاور دو قطبی H<sub>۲</sub>S از H<sub>۲</sub>O بیشتر است، اما آب به دلیل توانایی تشکیل پیوندهای هیدروژنی، نقطه جوش بالاتری دارد.
- با توجه به معادله انحلال‌پذیری نمک A بر حسب دما (S = ۰/۲θ + ۲۰)، درصد جرمی محلول سیرشده این نمک در دمای ۲۵°C، برابر ۲۰٪ است.

(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۸۳- a میلی‌لیتر محلول ۰/۸ مولار سدیم هیدروکسید را با ۱/۵a میلی‌لیتر محلول پتاسیم هیدروکسید ۱۴ درصد جرمی (d = ۱/۱۲g.mL<sup>-1</sup>) مخلوط می‌کنیم. غلظت یون هیدروکسید در محلول حاصل بر حسب مول بر لیتر کدام است و ۱۰۰ میلی‌لیتر از این محلول به تقریب با چند گرم محلول سیرشده H<sub>۲</sub>S به‌طور کامل واکنش می‌دهد؟ (انحلال‌پذیری گاز H<sub>۲</sub>S در شرایط واکنش، برابر ۰/۲۵ گرم در ۱۰۰ گرم آب است.) (H = ۱, O = ۱۶, S = ۳۲, K = ۳۹: g.mol<sup>-1</sup>)



(۱) ۶۸۰-۲ (۲) ۱۳۶۰-۲ (۳) ۶۸۰-۱/۸ (۴) ۱۳۶۰-۱/۸

محل انجام محاسبات

۸۴- مطابق واکنش زیر، با مصرف ۴ گرم از ماده  $X_2$  با خلوص ۸۰٪، ۰/۶ گرم  $NaX$  تولید می‌شود. نسبت جرم مولی  $X_2$  به سود سوزآور کدام است و طی این فرایند چند گرم آب تولید می‌شود؟ (معادله واکنش موازنه شود). ( $H = 1, O = 16, Na = 23 : g.mol^{-1}$ )



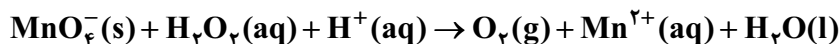
(۱) ۰/۳۶ - ۱/۷۷۵ (۲) ۰/۸ - ۱/۷۷۵ (۳) ۰/۳۶ - ۴ (۴) ۰/۸ - ۴

۸۵- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- در بین عنصرهای اصلی دوره‌های سوم و چهارم جدول تناوبی، در مجموع ۵ عنصر وجود دارند که دارای رسانایی الکتریکی هستند و هم‌چنین در اثر ضربه تغییر شکل می‌دهند.
- در دوره‌های مختلف جدول تناوبی (به جز دوره اول)، شمار عنصرهای فلزی بیشتر از شمار عنصرهای نافلزی و شبه‌فلزی است.
- در بین عناصر دوره سوم، ۴ عنصر دارای سطح براق هستند و قوی‌ترین عنصر نافلز در این دوره، دارای ۵ الکترون با مجموع اعداد کوانتومی اصلی و فرعی برابر ۵، در لایه ظرفیت خود است.
- شعاع اتمی نافلزهای هم‌دوره با یک شبه‌فلز، کم‌تر از عنصر شبه‌فلز است.
- برای استخراج مس از سنگ معدن آن ( $Cu_2S$ ) می‌توان از اکسیژن و برای استخراج آهن از سنگ معدن آن ( $Fe_2O_3$ )، می‌توان از گاز کربن مونوکسید استفاده کرد.

(۱) ۵ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۸۶- براساس واکنش زیر، اگر ۲ لیتر محلول ۱/۵ مولار هیدروژن پراکسید مصرف شود و ۴۴/۸ لیتر گاز اکسیژن در شرایط STP تولید شود، بازده واکنش چند درصد است؟ (معادله واکنش موازنه شود).



(۱) ۳۳/۳ (۲) ۵۰ (۳) ۶۶/۶ (۴) ۷۵

۸۷- کدام موارد از مطالب زیر، نادرست است؟ ( $H = 1, C = 12 : g.mol^{-1}$ )

- (الف) آلکان راست‌زنجیری با جرم مولی  $170 g.mol^{-1}$ ، برخلاف آلکان راست‌زنجیری که ۴ پیوند کربن-کربن دارد، در دمای  $22^\circ C$  به حالت مایع است.
- (ب) اگر جرم مولی یک آلکن،  $30$  درصد از جرم مولی آلکینی که شمار اتم‌های هیدروژن یکسانی با آن دارد، کم‌تر باشد، در ساختار آلکین، ۸ پیوند اشتراکی وجود دارد.
- (پ) اگر به جای اتم‌های هیدروژن در مولکول استیلن، یک گروه متیل و یک گروه اتیل قرار گیرد، ترکیبی با نام ۲-پنتین به دست می‌آید.
- (ت) از واکنش گاز اتن با برم مایع، ترکیبی به دست می‌آید که شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی و جفت‌الکترون‌های پیوندی مولکول آن با هم برابر است.

(۱) الف - ت (۲) ب - پ (۳) الف - پ (۴) ب - ت

محل انجام محاسبات

۸۸- در کدام گزینه، نام ساده‌ترین آلکان ممکن که دارای ۲ اتم کربن با عدد اکسایش صفر و یک اتم کربن با عدد اکسایش ۲- می‌باشد، آمده است و در اثر سوختن کامل یک نمونه ۳۰۰ گرمی از این ماده با خلوص ۶۴ درصد، چند مول مولکول ناقطبی تولید می‌شود؟ (ناخالصی‌ها فاقد اتم‌های H و C هستند و  $C = 12 : g.mol^{-1}$  و  $H = 1$ )

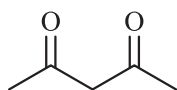
(۱) ۲، ۲، ۳، ۳ - تترامتیل پنتان، ۱۳/۵

(۲) ۲، ۳ - دی متیل هگزان، ۱۳/۵

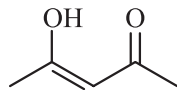
(۳) ۲، ۲، ۴، ۴ - تترامتیل پنتان، ۲۸/۵

(۴) ۲، ۴ - دی متیل هگزان، ۲۸/۵

۸۹- چند مورد از مطالب زیر درباره ترکیب‌های (I) و (II)، درست است؟ ( $O = 16, C = 12, H = 1 : g.mol^{-1}$ )



(I)



(II)

• ایزومر یکدیگرند و نقطه جوش ترکیب (II) بالاتر است.

• ۶۰ درصد جرمی ترکیب (I) را کربن تشکیل داده است.

• شمار و نوع اتم‌های سازنده آن‌ها یکسان است و خواص فیزیکی و شیمیایی مشابهی دارند.

• پیوند اشتراکی یگانه‌ای که آسان‌تر از سایر پیوندهای یگانه شکسته می‌شود، در دو ترکیب (I) و (II) یکسان است.

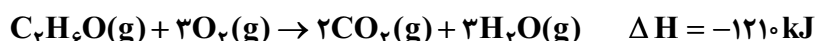
(۴) ۱

(۳) ۲

(۲) ۳

(۱) ۴

۹۰- با توجه به اطلاعات داده‌شده، نام ترکیب آلی موجود در واکنش‌دهنده‌ها کدام است و اگر در شرایط معین، تفاوت جرم واکنش‌دهنده‌ها در مخلوط آغازی برابر ۲۵ گرم باشد و واکنش به‌طور کامل انجام شود، چند کیلوژول گرما آزاد خواهد شد؟ ( $H = 1, C = 12, O = 16 : g.mol^{-1}$ )



پیوند	C—H	C—O	O—H	O=O	C=O	C—C
آنتالپی پیوند ( $\text{kJ.mol}^{-1}$ )	۴۱۵	۳۸۰	۴۶۰	۵۰۰	۸۰۰	۳۵۰

(۱) اتانول، ۶۰۵ (۲) دی‌متیل اتر، ۱۰۸۰ (۳) اتانول، ۱۰۸۰ (۴) دی‌متیل اتر، ۶۰۵

۹۱- دو نمونه آب (I) و (II) به ترتیب با دماهای  $\theta_1$  و  $\theta_2$  در اختیار داریم. اگر  $\theta_1 > \theta_2$  و انرژی گرمایی نمونه (II) بیشتر از نمونه (I) باشد، کدام موارد از مطالب زیر، درست‌اند؟ (گرمای ویژه آب در دماهای  $\theta_1$  و  $\theta_2$  را برابر در نظر بگیرید.)

الف) در صورت تماس این دو نمونه، انرژی گرمایی از نمونه (II) به نمونه (I) جاری می‌شود.

ب) برای افزایش دمای این دو نمونه به میزان  $5^\circ\text{C}$ ، انرژی لازم برای نمونه (II) بیشتر از نمونه (I) است.

پ) اگر جرم یکسانی از این دو نمونه آب را با هم مخلوط کنیم، دمای تعادل با میانگین دماهای  $\theta_1$  و  $\theta_2$  برابر خواهد بود.

ت) میانگین تندی مولکول‌های آب در ظرف (II) بیشتر از ظرف (I) است.

(۴) الف - ت

(۳) ب - پ - ت

(۲) ب - پ

(۱) الف - ب - پ

محل انجام محاسبات



۹۲- واکنش‌های گرمایشی زیر، مربوط به تشکیل اوزون تروپوسفری هستند:



براساس آن، چند مورد از مطالب زیر درست‌اند؟

- در واکنش تشکیل گاز نیتروژن مونوکسید از عنصرهای سازنده آن، سطح انرژی مواد کاهش می‌یابد.
- با توجه به منفی بودن  $\Delta H$  واکنش (b)، سرعت انجام آن نسبت به واکنش‌های (a) و (c) بیشتر است.
- در هر سه واکنش، واکنش‌دهنده دارای اتم نیتروژن، نقش کاهنده را دارد.
- $\Delta H$  واکنش کلی که با حذف  $NO_2$  از معادله‌های شیمیایی واکنش‌های داده‌شده به دست می‌آید، برابر با ۴۰۶ کیلوژول است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

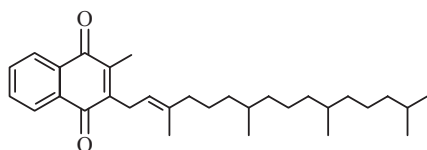
۹۳- در یک ظرف دربسته به حجم ۵ لیتر، ۵ مول گاز کربن مونوکسید با ۱۰ مول گاز هیدروژن واکنش می‌دهد. اگر پس از ۱۰ دقیقه، تعداد مول‌های گازی موجود در ظرف برابر ۱۰ باشد، سرعت کلی واکنش برابر چند مول بر لیتر بر دقیقه است و اگر طی ده دقیقه دیگر، واکنش با سرعت متوسط نصف ۱۰ دقیقه اول پیش برود، در پایان این فرایند، چند درصد حجم ظرف واکنش را گاز کربن مونوکسید تشکیل خواهد داد؟

۳۳/۳ و  $5 \times 10^{-2}$  (۴)۱۶/۶ و  $10^{-2}$  (۳)۱۶/۶ و  $5 \times 10^{-2}$  (۲)۳۳/۳ و  $10^{-2}$  (۱)

۹۴- کدام مورد نادرست است؟

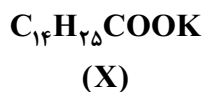
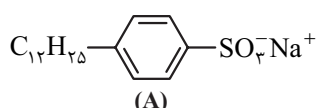
- (۱) تعداد اتم‌های هیدروژن متصل به کربن در هیچ‌کدام از اتم‌های کربن مونومر سازنده پلیمر به کاررفته در ساختار پتو، یکسان نیست.
- (۲) از بین ترکیب‌های «تفلون، پلی‌اتن سبک، پلی‌سیانو اتن، استیرن و پلیمر سازنده سرنگ»، ۳ مورد فقط دارای پیوند یگانه هستند.
- (۳) پلی‌اتن به کاررفته در ساخت کیسه‌های پلاستیکی شفاف، شاخه‌دار بوده و چگالی کم‌تری نسبت به آب دارد.
- (۴) سلولز به عنوان الیاف سازنده پنبه، جرم مولی بیشتری نسبت به سایر پلیمرهای طبیعی دارد.

۹۵- براساس ساختار ویتامین کا (K)، کدام مطلب نادرست است؟



- (۱) بخش ناقطبی آن بر قطبی غلبه دارد و در چربی نسبت به آب بهتر حل می‌شود.
- (۲) شمار پیوندهای دوگانه در ساختار آن، با تعداد گروه‌های  $CH_3$  برابر است.
- (۳) مجموع اعداد اکسایش اتم‌های کربن آن برابر ۴۲- است.
- (۴) گروه عاملی آن در ساختار ۲- هیتانول نیز وجود دارد.

محل انجام محاسبات



- ۹۶- با توجه به ساختارهای داده شده، چه تعداد از مطالب زیر درست است؟
- ترکیب A برخلاف ترکیب D، برای ایجاد اثر پاک کنندگی، با آلاینده‌ها واکنش می‌دهد.
  - در ترکیب A همانند ترکیب X، اکسنده‌ترین اتم نافلزی دارای دو جفت الکترون ناپیوندی است.
  - ترکیب D همانند ترکیب A، هنگام انحلال در آب به یون‌های سازنده آن تبدیل می‌شود.
  - ترکیب X همانند ترکیب D، در دمای اتاق به صورت مایع یافت می‌شود.
  - ترکیب A برخلاف ترکیب D، با یون‌های منیزیم و کلسیم موجود در آب سخت رسوب می‌دهد.

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۹۷- در دمای اتاق، ۱۵ گرم BaO ناخالص به مقداری آب خالص اضافه می‌کنیم و حجم محلول را به نیم لیتر می‌رسانیم، اگر pH محلول تشکیل شده ۱۲/۷ باشد، درصد خلوص BaO کدام است؟ (ناخالصی‌ها خاصیت اسیدی یا بازی ندارند،

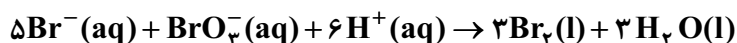
$$(\text{Ba} = 137, \text{O} = 16 : \text{g.mol}^{-1})$$

(۱) ۳۰ (۲) ۲۵/۵ (۳) ۱۲/۷۵ (۴) ۵۱

۹۸- کدام مطلب درست است؟

- (۱) آرنیوس نخستین شیمی‌دانی بود که به ویژگی‌های اسیدها و بازها و واکنش‌های آن‌ها پی برد.
- (۲) با حل کردن مقداری HCl در آب در دمای ثابت، غلظت یون هیدرونیوم و در نتیجه حاصل  $[\text{H}^+][\text{OH}^-]$  افزایش می‌یابد.
- (۳) با انحلال هر ترکیب مولکولی قطبی در آب، یک محلول الکترولیت ایجاد می‌شود.
- (۴) اگر غلظت یون هیدروکسید در محلول نیم‌مولار اسید HA در دمای اتاق برابر  $10^{-13} \text{ mol.L}^{-1}$  باشد، ثابت یونش HA در این دما برابر  $2/5 \times 10^{-2}$  است.

۹۹- اگر طی واکنش زیر که با محلول هیدروکلریک اسید ۰/۲ مولار شروع شده است، پس از ۱۰۰ ثانیه، pH سامانه ۰/۴ واحد تغییر کند، سرعت مصرف یون برمید، چند  $\text{mol.L}^{-1}.\text{s}^{-1}$  است و اگر حجم محلول سامانه برابر ۰/۱ لیتر باشد، چند گرم برم مایع تشکیل خواهد شد؟ ( $\text{Br} = 80 \text{ g.mol}^{-1}$ )



(۱)  $4/8, 12 \times 10^{-3}$  (۲)  $0/96, 12 \times 10^{-3}$   
 (۳)  $4/8, 10^{-3}$  (۴)  $0/96, 10^{-3}$

محل انجام محاسبات

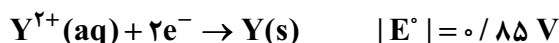
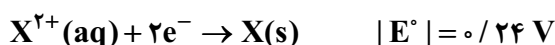
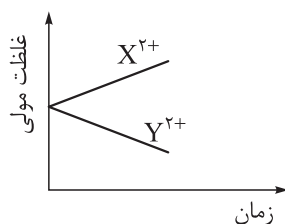
۱۰۰- کدام موارد از مطالب زیر دربارهٔ دومین گاز فراوان هوای پاک و خشک، درست است؟

- (الف) در سلول سوختی هیدروژن برخلاف فرایند خوردگی آهن در محیط اسیدی، آب تولید می‌کند.  
 (ب) در برخی از واکنش‌های حذف آلاینده‌ها در مبدل کاتالیستی خودروهای بنزینی، به عنوان واکنش‌دهنده و در برخی از آن‌ها به عنوان فراورده، حضور دارد.  
 (پ) هر چند گازی واکنش‌پذیر است اما با فلزهای نجیبی مانند طلا و پلاتین، واکنش نمی‌دهد.  
 (ت) در واکنش تجزیهٔ هیدروژن پراکسید همانند واکنش مخلوط آلومینیم و سدیم هیدروکسید با آب، تولید می‌شود.  
 (ث) انحلال‌پذیری آن در شرایط یکسان در آب از گازهای  $N_2$  و  $NO$  بیشتر و از گاز  $CO_2$  کم‌تر است.

(۱) الف - ب - ت (۲) ب - پ

(۳) پ - ت - ث (۴) ب - ث

۱۰۱- با توجه به قدرمطلق پتانسیل کاهش استاندارد فلزهای  $X$  و  $Y$  و نمودار تغییر غلظت یون‌ها در سلول گالوانی حاصل از این دو فلز، کدام مطلب به یقین درست است؟



(۱) emf سلول گالوانی حاصل از این دو نیم‌سلول، برابر  $1/0.9$  ولت است.

(۲) قدرت اکسندگی  $X^{2+}$  بیشتر از  $Y^{2+}$  است.

(۳) فلز  $Y$  با محلول ۱ مولار هیدروکلریک اسید واکنش نمی‌دهد.

(۴) پتانسیل کاهش استاندارد دو فلز  $X$  و  $Y$ ، هم‌علامت نیست.

۱۰۲- در آبکاری یک قطعه فولادی با فلز نقره، از یک لیتر محلول ۱ مولار نقره نترات و در آبکاری قطعهٔ مشابهی (با جرم برابر) با فلز نیکل، از یک لیتر محلول ۱ مولار نیکل (II) سولفات، استفاده شده است. اگر شمار الکترون‌های عبوری از این دو سلول، یکسان و اختلاف جرم دو قطعهٔ آبکاری‌شده برابر  $39/5$  گرم باشد، چند مول الکترون از هر یک از این دو سلول عبور کرده است؟

( $Fe = 56, Ni = 58, Ag = 108 : g.mol^{-1}$ )

(۱)  $0.25$  (۲)  $0.5$

(۳)  $0.75$  (۴)  $1$

محل انجام محاسبات



۱۰۳- درستی یا نادرستی عبارتهای زیر، به ترتیب در کدام گزینه آمده است؟

- فناوری شناسایی و تولید آنتی بیوتیک از گسترش بیماری‌هایی همچون وبا جلوگیری کرد.
- تولید فرآورده فرایند هابر در طی فناوری‌های شیمیایی در گذر زمان، قبل از ویتامین A و اوره  $(\text{CO}(\text{NH}_2)_2)$  بوده است.
- در ساعاتی از شبانه‌روز، هم‌زمان با کاهش غلظت گازهای  $\text{NO}$  و  $\text{NO}_2$  در هواکره، غلظت آلوتروپ ناپایدارتر اکسیژن افزایش می‌یابد.

• در مبدل کاتالیستی خودروهای دیزلی، از آمونیاک برای حذف اکسیدهای نیتروژن استفاده می‌شود.  
• برای تأمین انرژی فعال‌سازی واکنش‌ها، می‌توان از گرما یا کاتالیزگر استفاده کرد.

- (۱) نادرست - درست - درست - درست - درست (۲) نادرست - درست - درست - درست - نادرست  
(۳) درست - درست - نادرست - درست - نادرست (۴) درست - نادرست - درست - نادرست - نادرست

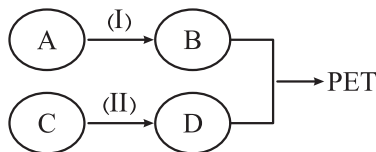
۱۰۴- واکنش تعادلی  $2\text{NOCl}(\text{g}) + \text{O}_2(\text{g}) \rightleftharpoons 2\text{NO}_2(\text{g}) + \text{Cl}_2(\text{g}), \Delta H = -37\text{kJ}$ ، در یک ظرف دولیتری برقرار است. اگر در حالت تعادل، مقدار گازهای  $\text{NO}_2$ ،  $\text{Cl}_2$ ،  $\text{NOCl}$  و  $\text{O}_2$  به ترتیب برابر  $0/4$ ،  $0/2$ ،  $0/02$  و  $0/32$  مول باشد، کدام موارد از مطالب زیر نادرست است؟ (در ابتدا فقط واکنش‌دهنده‌ها در ظرف واکنش وجود داشته‌اند).  
الف) تا لحظه برقراری تعادل،  $7/4$  کیلوژول گرما در واکنش آزاد می‌شود.  
ب) مقدار عددی ثابت تعادل واکنش، برابر  $500$  است.

پ) با افزایش دمای ظرف واکنش، تعادل در جهت برگشت جابه‌جا می‌شود.

ت) انتقال مخلوط تعادلی به ظرفی بزرگ‌تر، باعث کاهش ثابت تعادل واکنش می‌شود.

- (۱) الف - پ (۲) پ - ت (۳) ب - ت (۴) الف - ب

۱۰۵- چند مورد از مطالب زیر، درباره نمودار داده‌شده که روند کلی تولید پلیمر سازنده بطری آب را نشان می‌دهد، درست است؟ ( $\text{H} = 1, \text{C} = 12, \text{O} = 16 : \text{g.mol}^{-1}$ )



• اگر جرم مولی B برابر با  $62\text{g.mol}^{-1}$  باشد، فرآورده حاصل از واکنش کامل C و گاز هیدروژن، با اوکتان همپار است.

• واکنش بین B و D از نوع اکسایش - کاهش نیست و فرمول شیمیایی فرآورده آلی این واکنش،  $(\text{C}_{10}\text{H}_8\text{O}_4)_n$  است.

• اگر شمار پیوندهای دوگانه در D با شمار پیوندهای دوگانه در مولکول نفتالن برابر باشد، در واکنش (II)، عدد اکسایش اتم منگنز ۴ درجه کاهش می‌یابد.

• در ساختار هر دو ترکیب A و C، اتم کربنی با عدد اکسایش -۱ وجود دارد.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

محل انجام محاسبات

دوستان عزیز خیلی سبز، سلام؛

فایل پاسخنامه این آزمون را که شامل درس نامه، نکات کنکوری، پاسخ تشریحی و ... است، ساعت ۱۴ امروز از صفحه شخصی خودتان در سایت آزمون خیلی سبز دریافت کنید.  
همچنین شما می توانید همین امشب کارنامه اولیه آزمونتان را در صفحه شخصی خود مشاهده بفرمایید.  
برای دسترسی به صفحه شخصی خود وارد سایت آزمون خیلی سبز به آدرس: [azmoon.kheilisabz.com](http://azmoon.kheilisabz.com) شوید  
و کدی را که توسط مدرسه و یا نمایندگی های آزمون های خیلی سبز به شما داده شده، در محل مشخص شده در سایت ثبت بفرمایید.







ویژه  
کنکوری های  
۱۴۰۳

۱۴۰۳/۰۴/۱۳

دفترچه  
پاسخ  
آزمون هفدهم  
حضور

علوم ریاضی و فنی



سال تحصیلی  
۱۴۰۲ - ۱۴۰۳

## آزمون آزمایشی خیلی سبز

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا
حسابان	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان
ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	علیرضا شریف خطیبی - عطا صادقی - حمید گلزاری - سروش موئینی
هندسه	محمد رضا حسینی فرد - محمد طاهر شعاعی - کیوان صارمی - حمید علیزاده - حسین هاشمی طاهری
فیزیک	علیرضا جباری - مجید ساکی - رضا سبزمیدانی - نوید شاهی - علیرضا گونه
شیمی	مهدی براتی - محمد علی توسلی فر - یاسر راش - رضا فولادپور - مرضیه قاسمی - یاسر عبداللہی - امیرحسین مسلمی

نام درس	مسئول درس	گزینشگر	مؤلف پاسخ نامه	کارشناسان علمی	ویراستاران به ترتیب حروف الفبا
حسابان	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان	عاطفه خان محمدی	محمد سجاد نقیه - سجاد داوطلب	زهرا جالینوسی - ماهان فنی فر - امیرحسین قنبری
ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	حمید گلزاری	حمید گلزاری	مریم نظری	امیرحسین ابومحبوب	محمد حمیدی - ماهان فنی فر - ابوالفضل ناصری
هندسه	حمید گلزاری	حمید گلزاری	زهرا جالینوسی	امیرحسین ابومحبوب	ماهان فنی فر - ابوالفضل ناصری - مریم نظری
فیزیک	رضا سبزمیدانی	نوید شاهی	محمد باغبان - علیرضا جباری - محمد جواد سورچی	علیرضا جباری	امیر محمودی انزایی - مهدی بابائی - مهدی خوش نویس - ماهان فنی فر - محمد مهدی یوسفی
شیمی	یاسر عبداللہی	یاسر عبداللہی	یاسر عبداللہی - امیرحسین مسلمی	محمد مرادی - وحید فارسیان	علی حیدری - مهسا خاکی - سروش عبادی

سرپرست محتوایی: فاطمه آقاجانپور

Azmoon.kheilisabz.com

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



## تست و پاسخ ۱

هرگاه  $a, a + 2b, 2a + b, \dots$  جملات ابتدایی یک دنباله حسابی باشند که جمع ده جمله ابتدایی آن  $240$  باشد، مقدار  $ab$  کدام است؟

۱۶ (۴)

۸ (۳)

۱۲ (۲)

۶ (۱)

## پاسخ: گزینه ۲

**مشاوره** از مبحث الگو و دنباله حتماً یک سؤال در کنکور مطرح می‌شود که با بررسی سؤال‌های سال‌های قبل و نکات این مبحث، می‌توانید از پس این نوع سؤال‌ها بر بیایید.

## درس نامه •• بررسی نکات دنباله حسابی

مثال	توضیح فارسی	ویژگی
$\begin{array}{c} +6 \quad +6 \quad +6 \\ \curvearrowright \quad \curvearrowright \quad \curvearrowright \\ -1, 5, 11, 17, \dots \\ a_1 = -1, d = 6 \end{array}$	هر جمله با یک عدد ثابت ( $d$ یا قدرنسبت) جمع شده و عدد بعدی به دست می‌آید.	دنباله حسابی
$a_n = -1 + (n-1)6 = 6n - 7$	جمله عمومی دنباله	$a_n = a_1 + (n-1)d$
$a_{15} - a_7 = 8d$	اختلاف جمله $n$ ام و $m$ ام ( $n - m$ ) برابر قدرنسبت است.	$a_n - a_m = (n - m)d$
$-15, x, 20 \Rightarrow x = \frac{-15 + 20}{2} = \frac{5}{2}$ حسابی	اگر سه جمله متوالی یک دنباله حسابی را داشته باشیم، عدد وسط میانگین (واسطه حسابی) دو عدد کناری است.	$\underbrace{a, b, c}_{\text{دنباله حسابی}} \Rightarrow b = \frac{a+c}{2}$
$\begin{array}{c} -11, \square, \square, \square, 29 \\ d = \frac{29 - (-11)}{3+1} = \frac{40}{4} = 10 \\ \Rightarrow -11, -1, 9, 19, 29 \end{array}$	اگر بین دو عدد $a$ و $b$ بخواهیم $n$ واسطه حسابی درج کنیم، $d$ از رابطه داده شده به دست می‌آید.	$a, \underbrace{\square, \dots, \square}_{n \text{ واسطه حسابی}}, b$ $d = \frac{b-a}{n+1}$
$\begin{array}{c} -1, 5, 11, \dots \\ S_{10} = \frac{10}{2}(-2 + 99 \times 6) \end{array}$	$S_n$ برابر با مجموع $n$ جمله ابتدایی دنباله حسابی است.	$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$
$1+2+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$	فرمول دوم $S_n$ که برابر است با: $S_n = \frac{\text{تعداد}}{2}(\text{جمله آخر} + \text{جمله اول})$	$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$

**پاسخ تشریحی** گام اول: ۳ جمله اول دنباله حسابی را داریم. بین این جملات، رابطه واسطه حسابی برقرار است:  $a, a + 2b, 2a + b, \dots$

$$\Rightarrow 2(a + 2b) = a + 2a + b \Rightarrow 2a + 4b = 3a + b \Rightarrow a = 3b$$

گام دوم: جمع ده جمله اول این دنباله برابر با  $240$  است؛ پس داریم:

$$S_{10} = \frac{10}{2}(2a + 9 \times 2b) = 5(2 \times 3b + 18b) = 5 \times 24b = 120b = 240 \Rightarrow \begin{cases} b = 2 \\ a = 6 \end{cases}$$

گام سوم: بنابراین مقدار  $ab = 12$  است.

## تست و پاسخ ۲

اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های  $2x^2 - 5x - m = 0$  و اعداد  $\alpha + \beta$  و  $\beta - \alpha$  ریشه‌های معادله  $x^2 - mx + n = 0$  باشند، مقدار  $n$  کدام است؟

 $\frac{25}{4}$  (۴) $\frac{9}{4}$  (۳) $\frac{45}{2}$  (۲) $\frac{45}{4}$  (۱)

## پاسخ: گزینه ۱



# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

**مشاوره** یکی از سوالات مهم کنکور، رابطه بین ضرایب و ریشه‌ها در معادله درجه دوم است که باید بتوانید از پس آن بر بیایید.

**درس نامه** •• مجموع، تفاضل و حاصل ضرب ریشه‌های معادله  $ax^2 + bx + c = 0$

اگر  $\Delta > 0$ ، معادله دو ریشه  $\alpha$  و  $\beta$  دارد، داریم:

$$1) S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a}$$

$$2) P = \alpha\beta = \frac{c}{a}$$

$$3) |\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} \Rightarrow \begin{cases} \alpha > \beta \Rightarrow \alpha - \beta = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} \\ \alpha < \beta \Rightarrow \beta - \alpha = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} \end{cases}$$

$$4) \alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = S^2 - 2P$$

**پاسخ تشریحی** گام اول: از معادله اول، رابطه بین ضرایب و ریشه‌ها را می‌یابیم:

$$2x^2 - 5x - m = 0 \Rightarrow \begin{cases} S_1 = \alpha + \beta = \frac{5}{2} \\ P_1 = \alpha\beta = \frac{-m}{2} \end{cases}$$

گام دوم: ریشه‌های معادله  $x^2 - mx + n = 0$  برابر با  $\alpha + \beta$  و  $\beta - \alpha$  هستند:

$$x^2 - mx + n = 0 \Rightarrow \begin{cases} S_2 = \beta - \alpha + \alpha + \beta = m \\ P_2 = (\beta - \alpha)(\beta + \alpha) = n \end{cases} \xrightarrow{\text{از گام اول}} \begin{cases} \beta = \frac{m}{2} \xrightarrow{\text{از گام اول}} \alpha\left(\frac{m}{2}\right) = -\frac{m}{2} \Rightarrow \alpha = -1 \\ \frac{5}{2}(\beta - \alpha) = n \end{cases}$$

گام سوم: با جای گذاری مقدار  $\alpha$  در رابطه  $S_1$ ، مقدار  $\beta$  برابر با  $\frac{7}{2}$  به دست می‌آید. حالا داریم:

$$\frac{5}{2}\left(\frac{7}{2} + 1\right) = n \Rightarrow n = \frac{5}{2} \times \frac{9}{2} = \frac{45}{4}$$

## تست و پاسخ ۳

برای دو مجموعه  $A$  و  $B$ ، ساده شده عبارت  $[(A - B') \cup (A' \cap B')] \cap (A' \cup B)'$  کدام است؟

$A \cap B$  (۴)

$\emptyset$  (۳)

$B - A$  (۲)

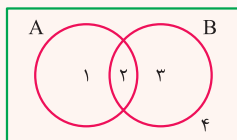
$A - B$  (۱)

## پاسخ گزینه ۳

**مشاوره** تقریباً هر سال در کنکور سراسری، یک سؤال از جبر مجموعه‌ها داریم که راحت‌ترین روش برای حل این سوالات، استفاده از روش شماره‌گذاری ناحیه‌ها است.

**خودت حل کنی بهتره** کافیه از روش شماره‌گذاری ناحیه‌ها کمک بگیری.

**درس نامه** •• روش شماره‌گذاری ناحیه‌ها برای حل سوالات جبر مجموعه‌ها



در این روش اگر دو مجموعه داشته باشیم، نمودار ون را به صورت مقابل در نظر می‌گیریم:

حالا هر قسمت را با مجموعه‌ای از اعداد درون آن نمایش می‌دهیم، برای مثال

$$A \cap B = \{2\}, B = \{2, 3\}, A = \{1, 2\} \text{ و } \dots$$

برای مثال برای این که بفهمیم حاصل  $A \cup (A' \cap B)$  چیست، به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$A \cup (A' \cap B) = \{1, 2\} \cup (\{3, 4\} \cap \{2, 3\}) = \{1, 2\} \cup \{3\} = \{1, 2, 3\} = A \cup B$$

یا به عنوان مثالی دیگر اگر  $(A - B) \cup (B - A) = A$  باشد، داریم:

$$(A - B) \cup (B - A) = A \Rightarrow \{\} \cup \{3\} = \{1, 2\} \Rightarrow \{1, 3\} = \{1, 2\}$$

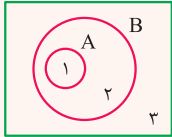
## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



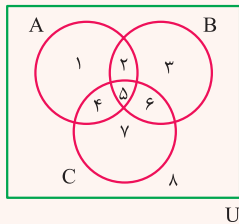
دقت کنید در این روش، هیچ دو ناحیه‌ای نمی‌توانند با هم مساوی باشند، چون نواحی کاملاً جدا از هم‌اند،

پس  $\{2\} = \{3\} = \emptyset$  می‌شود که از آن نتیجه می‌گیریم:

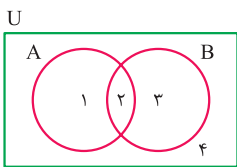
$$\begin{aligned} A &= \{1, 2\} = \{1\} \\ B &= \{2, 3\} = \emptyset \end{aligned} \Rightarrow B \subseteq A$$



اگر در سؤالی شرطی مثل  $A \subseteq B$  داشته باشیم، نمودار ون را به صورت مقابل در نظر می‌گیریم:



حالا اگر سه مجموعه داشته باشیم هم نمودار را به صورت مقابل فرض می‌کنیم:



**پاسخ تشریحی گام اول:** دو مجموعه داریم پس نمودار ون را به صورت مقابل در نظر می‌گیریم.

$$[(A - B') \cup (A' \cap B')] \cap (A' \cup B)' = \underbrace{\{2, 4\}}_2 \cap \underbrace{\{2, 3, 4\}}_4 = \emptyset$$

گام دوم: حالا با استفاده از روش شماره‌گذاری ناحیه‌ها داریم:

## تست و پاسخ ۴

کدام‌یک از گزاره‌های زیر، همواره نادرست است؟

$$[(p \wedge \sim q) \vee \sim (p \vee \sim q)] \wedge \sim p \quad (1)$$

$$A = \{1, 2, 3\}, B = \{1, 4, 9, 16\} \Rightarrow n[(A \times B) \cap (B \times A)] = 1 \quad (2)$$

$$\exists x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}; x^2 \leq y^4 \quad (3)$$

$$A \in B \Rightarrow \{A\} \subseteq B \quad (4)$$

## پاسخ: گزینه ۱

## درس نامه

(۱) برخی از قوانین جبر گزاره‌ها را در زیر ببینید:

$$1) \sim(\sim p) \equiv p$$

$$2) p \wedge \sim p \equiv F$$

$$3) p \vee \sim p \equiv T$$

$$4) \sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$$

$$5) \sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$$

$$6) (p \vee q) \wedge (p \vee r) \equiv p \vee (q \wedge r)$$

$$7) (p \wedge q) \vee (p \wedge r) \equiv p \wedge (q \vee r)$$

$$A \times B = \{(x, y) | (x \in A) \wedge (y \in B)\}$$

(۲) ضرب دکارتی  $A \times B$  به صورت مقابل تعریف می‌شود:





# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

$$n(A \times B) = n(A)n(B)$$

نکات ۱) تعداد اعضای  $A \times B$  برابر است با:

$$(A \times B) \cap (B \times A) = (A \cap B) \times (A \cap B)$$

۲)

$$\Rightarrow n((A \times B) \cap (B \times A)) = n((A \cap B) \times (A \cap B)) = n(A \cap B)n(A \cap B) = n(A \cap B)^2$$

پاسخ تشریحی هر گزینه را بررسی می‌کنیم.

$$[(p \wedge \sim q) \vee \underbrace{\sim(\sim p \vee \sim q)}_{p \wedge q}] \wedge \sim p \equiv \underbrace{[(p \wedge \sim q) \vee (p \wedge q)]}_{p \wedge (\sim q \vee q)} \wedge \sim p \equiv p \wedge \sim p \equiv F$$

بنابراین ارزش این گزاره همواره نادرست است.

$$\left. \begin{array}{l} A = \{1, 2, 3\} \\ B = \{1, 4, 9, 16\} \end{array} \right\} \Rightarrow A \cap B = \{1\} \Rightarrow n(A \cap B) = 1$$

ابتدا دقت کنید که:

$$n[(A \times B) \cap (B \times A)] = n(A \cap B)^2 = 1^2 = 1$$

حالا با توجه به نکته (۲) داریم:

پس ارزش این گزاره درست است.

۳) اول ببینیم که منظور این گزینه چیه؟!  $x^2 \leq y^4$  و  $\forall y \in \mathbb{R}$  و  $\exists x \in \mathbb{R}$  یعنی  $x$  حقیقی وجود داره که به ازای هر مقدار  $y$ ،  $x^2 \leq y^4$  می‌شه! خب واضحه که چنین  $x$  ای وجود داره! (به ازای  $x=0$ ) باید به ازای هر مقدار حقیقی  $y$ ،  $0 \leq y^4$  باشد که هست، پس این گزینه هم درسته.

۴)  $A \in B$  یعنی  $A$  عضوی از مجموعه  $B$  است. حالا واضح است که در بین زیرمجموعه‌های مجموعه  $B$ ،  $\{A\}$  را داریم (عضوی از  $A$  است، پس یکی از زیرمجموعه‌های تک‌عضوی  $B$ ،  $\{A\}$  می‌شود)، پس این گزینه هم درست است.

## تست و پاسخ ۵

تابع  $f(x) = x^2 + ax + b$  مفروض است. اگر نمودار  $f$  را دو واحد به سمت بالا انتقال دهیم و سپس نسبت به محور  $y$  قرینه کنیم، بر نیمساز ناحیه اول مماس می‌شود و اگر نمودار  $f$  را یک واحد به سمت پایین انتقال دهیم و سپس نسبت به محور  $x$  قرینه کنیم، بر نیمساز ناحیه دوم مماس می‌شود. مقدار  $a + b$  کدام است؟

۷ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

## پاسخ: گزینه ۲

مشاوره این تیپ سؤال در سال‌های اخیر، بارها و بارها در کنکور مطرح شده است.

### درس نامه •• انتقال افقی و عمودی توابع

تابع  $f(x)$  را داریم. ( $k > 0$ ):

عملیات	به جای $x$ قرار دهیم $x - k$ .	به جای $x$ قرار دهیم $x + k$ .	کل تابع را با $k$ جمع کنیم.	کل تابع را منهای $k$ کنیم.
ضابطه	$y = f(x - k)$	$y = f(x + k)$	$y = f(x) + k$	$y = f(x) - k$
نمودار	نمودار $f$ را $k$ واحد به راست می‌بریم.	نمودار $f$ را $k$ واحد به چپ می‌بریم.	نمودار $f$ را $k$ واحد بالا می‌بریم.	نمودار $f$ را $k$ واحد پایین می‌بریم.

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



انعکاس نسبت به محور xها و yها و مبدأ مختصات

عملیات	(۱) قراردادن $-x$ به جای $x$ در تابع	(۲) کل تابع قرینه می‌شود.	انجام هر دو عملیات (۱) و (۲)
ضابطه	$f(-x)$	$-f(x)$	$-f(-x)$
نمودار	نمودار $f$ نسبت به محور $y$ ها قرینه می‌شود.	نمودار $f$ نسبت به محور $x$ ها قرینه می‌شود.	نمودار $f$ نسبت به مبدأ قرینه می‌شود.

**پاسخ تشریحی** گام اول: نمودار تابع  $f$  را دو واحد به سمت بالا انتقال می‌دهیم و سپس نسبت به محور  $y$ ها قرینه می‌کنیم تا تابع جدید

به دست بیاید:

$$f(x) \xrightarrow{\text{واحد به بالا}} g_1(x) = f(x) + 2 \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور } y\text{ها}} g_2(x) = f(-x) + 2 = x^2 - ax + (b+2)$$

گام دوم: نمودار  $g_2(x)$  به دست آمده، بر نیمساز ناحیه اول مماس است، پس معادله  $g_2(x) = x$ ، باید ریشه مضاعف داشته باشد:

$$g_2(x) = x^2 - ax + (b+2) = x \rightarrow x^2 - (a+1)x + b+2 = 0 \xrightarrow{\text{ریشه مضاعف دارد. } \Delta=0} \Delta = (a+1)^2 - 4(b+2) = 0 \quad (**)$$

گام سوم: حالا نمودار تابع  $f$  را یک واحد به سمت پایین انتقال می‌دهیم و سپس نسبت به محور  $x$ ها قرینه می‌کنیم تا تابع جدید به دست بیاید:

$$f(x) \xrightarrow{\text{واحد به سمت پایین}} h_1(x) = f(x) - 1 \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور } x\text{ها}} h_2(x) = -h_1(x) = -f(x) + 1 = -x^2 - ax - b + 1$$

گام چهارم: تابع  $h_2(x)$  به دست آمده بر نیمساز ناحیه دوم مماس است؛ پس معادله  $h_2(x) = -x$  باید ریشه مضاعف داشته باشد:

$$h_2(x) = -x^2 - ax - b + 1 = -x \rightarrow -x^2 + (1-a)x + (1-b) = 0 \xrightarrow{\text{ریشه مضاعف دارد. } \Delta=0} \Delta = (1-a)^2 + 4(1-b) = 0 \quad (***)$$

گام پنجم: از (\*) و (\*\*\*) استفاده می‌کنیم تا  $a$  و  $b$  را پیدا کنیم:

$$\begin{cases} (a+1)^2 - 4b - 8 = 0 \\ -(1-a)^2 - 4 + 4b = 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{جمع می‌کنیم}} a^2 + 2a + 1 - (1 - 2a + a^2) - 12 = 0 \Rightarrow 4a = 12 \Rightarrow a = 3, b = 2$$

گام ششم: بنابراین  $a + b = 5$  می‌شود.

## تست و پاسخ ۶

هرگاه  $\frac{x+1}{x^2+1} - \frac{x-1}{x^2-1} = \frac{4}{21}$ ، مقدار  $[\frac{3x}{2}]$  با شرط  $x > 1$  چه عددی است؟

۳ (۴)

۴ (۳)

۲ (۲)

۶ (۱)

## پاسخ: گزینه ۴

## پاسخ تشریحی

گام اول: از اتحاد چاق و لاغر در مخرج‌ها استفاده می‌کنیم تا عبارت‌ها را ساده کنیم:

$$\frac{x+1}{x^2+1} - \frac{x-1}{x^2-1} = \frac{4}{21} \Rightarrow \frac{x+1}{(x+1)(x^2-x+1)} - \frac{x-1}{(x-1)(x^2+x+1)} = \frac{4}{21}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{(x^2+1)-x} - \frac{1}{((x^2+1)+x)} = \frac{4}{21} \Rightarrow \frac{x^2+1+x-(x^2+1-x)}{(x^2+1)^2-x^2} = \frac{4}{21}$$

$$\Rightarrow \frac{2x}{(x^2+1)^2-x^2} = \frac{4}{21} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین می‌کنیم}} 21x = 2(x^4 + 2x^2 + 1 - x^2) \Rightarrow 2x^4 + 2x^2 - 21x + 2 = 0$$



# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

گام دوم: یکی از ریشه‌های معادله  $2x^4 + 2x^2 - 21x + 2 = 0$  برابر با  $x = 2$  است؛ بنابراین با تقسیم عبارت  $2x^4 + 2x^2 - 21x + 2$  بر  $x - 2$  داریم:

$$\begin{array}{r} 2x^4 + 2x^2 - 21x + 2 \\ -(2x^4 - 4x^3) \\ \hline 4x^3 + 2x^2 - 21x + 2 \\ -(4x^3 - 8x^2) \\ \hline 10x^2 - 21x + 2 \\ -(10x^2 - 20x) \\ \hline -x + 2 \\ -(-x + 2) \\ \hline 0 \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} x - 2 \\ \\ \\ \\ \\ \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow 2x^4 + 2x^2 - 21x + 2 = (x - 2)(2x^3 + 4x^2 + 10x - 1) = 0$$

پس یکی از ریشه‌های معادله،  $x = 2$  است و دیگری از  $2x^3 + 4x^2 + 10x - 1 = 0$  به دست می‌آید. معادله  $2x^3 + 4x^2 + 10x - 1 = 0$  نمی‌تواند ریشه بزرگ‌تر از یک داشته باشد، زیرا عبارت سمت چپ، برای  $x > 1$ ، همواره از یک بزرگ‌تر است. بنابراین نتیجه می‌گیریم که به ازای  $x > 1$ ، ریشه معادله  $x = 2$  است و  $\left[\frac{3x}{2}\right] = 3$  می‌شود.

## تست و پاسخ ۷

نقطه  $M$  روی عمودمنصف نقاط  $A(4, 0)$  و  $B(0, 8)$  قرار گرفته و فاصله آن تا هر یک از نقاط  $A$  و  $B$  برابر ۵ است. مجموع طول و عرض مختصات  $M$  کدام است؟

۱۰ (۴)

۹ (۳)

۸ (۲)

۱۲ (۱)

## پاسخ: گزینه ۳

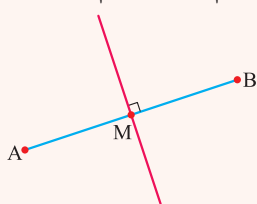
**خود حل کنی بهتره** معادله عمودمنصف پاره‌خط  $AB$  را پیدا کنید.

### درس نامه •• معادله عمودمنصف

برای نوشتن معادله عمودمنصف  $AB$ :

(۱) مختصات نقطه  $M$ ، وسط پاره‌خط  $AB$  را به دست می‌آوریم:

$$M\left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}\right)$$

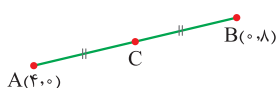


(۲) از رابطه  $m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$  شیب  $AB$  را به دست آورده و قرینه معکوس می‌کنیم تا شیب عمودمنصف ( $m'$ ) به دست آید.

(۳) از فرمول معادله خط، خطی که از نقطه  $M$  گذشته و شیب آن  $m'$  است را می‌نویسیم:

$$y - y_M = m'(x - x_M)$$

**پاسخ تشریحی** گام اول: فاصله  $M$  از دو نقطه  $A$  و  $B$  یکسان است پس  $M$  روی عمودمنصف پاره‌خط  $AB$  قرار دارد، در نتیجه باید معادله عمودمنصف پاره‌خط  $AB$  را پیدا کنیم:



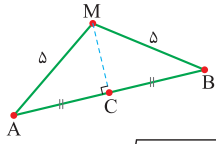
$$\frac{A + B}{2} = \frac{(4, 0) + (0, 8)}{2} = (2, 4)$$

$$AB \text{ شیب خط} = m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{8 - 0}{0 - 4} = -2 \Rightarrow \text{شیب خط عمودمنصف} = m' = \frac{-1}{m} = \frac{1}{2}$$

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام دوم: با داشتن نقطه  $C(2, 4)$  روی خط عمودمنصف و شیب آن، معادله آن را می‌نویسیم.  $y - 4 = \frac{1}{3}(x - 2) \Rightarrow y = \frac{1}{3}x + 3$



گام سوم: نقطه  $M$  روی خط عمودمنصف پاره خط  $AB$  قرار دارد، پس مختصات آن به صورت  $(\alpha, \frac{1}{3}\alpha + 3)$  و فاصله‌اش از نقاط  $A$  و  $B$ ، برابر با  $\delta$  است؛ یعنی:

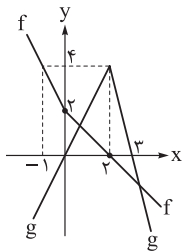
$$AM = \delta = \sqrt{(x_M - x_A)^2 + (y_M - y_A)^2} = \sqrt{(\alpha - 4)^2 + (\frac{1}{3}\alpha + 3 - 0)^2}$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲ می‌رسانیم}} 2\delta = \alpha^2 - 8\alpha + 16 + \frac{1}{9}\alpha^2 + 3\alpha + 9 \Rightarrow \frac{5}{9}\alpha^2 - 5\alpha = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 0 \Rightarrow M(0, 3) \\ \alpha = 4 \Rightarrow M(4, 5) \end{cases}$$

با توجه به گزینه‌ها،  $M(4, 5)$  مد نظر است و مجموع طول و عرض مختصات  $M$  برابر با ۹ می‌شود.

## تست و پاسخ

نمودار توابع  $f$  و  $g$  به صورت زیر است. دامنه تابع  $y = \sqrt{\text{gof}(x)}$  شامل چند عدد صحیح است؟



۳ (۱)

۴ (۲)

۵ (۳)

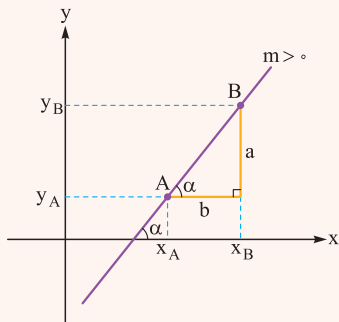
۲ (۴)

## پاسخ: گزینه ۱

**مشاوره** اعمال روی توابع از مهم‌ترین موضوعاتی است که حتماً از آن‌ها در کنکور سؤال می‌آید. گزینه‌های سؤال هم طوری طراحی شده که با عددگذاری نمی‌توانید سوالات را حل کنید؛ پس حتماً باید سؤال را کامل حل کنید. راه حل اصلی سؤال‌هایی که با عددگذاری حل نمی‌شوند را به خوبی یاد بگیرید.

**خودت حل کنی بهتره** ضابطه هر یک از توابع  $f$  و  $g$  را بنویسید و  $\text{gof}$  را تشکیل بدهید.

## درس نامه •• محاسبه شیب خط



$$\text{شیب خط } AB = m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{a}{b} = \tan \alpha$$

دامنه fog

برای محاسبه دامنه fog دوتا کار می‌توانیم انجام دهیم:

$D_{\text{fog}} = \{x \in D_g \mid \underbrace{g(x)}_{\text{شرط ۲}} \in D_f\}$	راه اول
ضابطه fog را بدون هیچ ساده‌کردنی تشکیل می‌دهیم و سپس دامنه آن را حساب می‌کنیم.	راه دوم

$$f(x) = \begin{cases} -2x + 2 & x < 0 \\ -x + 2 & x \geq 0 \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} 2x & x < 2 \\ -4x + 12 & x \geq 2 \end{cases}$$

**پاسخ تشریحی** گام اول: ضابطه هر یک از توابع  $f$  و  $g$  را می‌نویسیم:



# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

گام دوم: حالا تابع  $gof(x)$  را تشکیل می‌دهیم:

$$g(f(x)) = \begin{cases} 2f(x) & f(x) < 2 \\ -4f(x) + 12 & f(x) \geq 2 \end{cases}$$

از نمودار مشخص است که تابع  $f$  به ازای  $x > 0$  از عدد ۲ کوچک‌تر است و به ازای  $x < 0$  از عدد ۲ بزرگ‌تر است؛ پس داریم:

$$g(f(x)) = \begin{cases} 2f(x) & x > 0 \\ -4f(x) + 12 & x \leq 0 \end{cases} = \begin{cases} 2(-x+2) & x > 0 \\ -4(-2x+2) + 12 & x \leq 0 \end{cases} = \begin{cases} -2x+4 & x > 0 \\ 8x+4 & x \leq 0 \end{cases}$$

گام سوم: دامنه تابع  $y = \sqrt{gof(x)}$  به ازای  $gof(x) \geq 0$  به دست می‌آید؛ پس داریم:

$$\left. \begin{array}{l} 1) x > 0: -2x+4 \geq 0 \Rightarrow x \leq 2 \xrightarrow{\text{اشتراک}} 0 < x \leq 2 \\ 2) x \leq 0: 8x+4 \geq 0 \Rightarrow x \geq -\frac{1}{2} \xrightarrow{\text{اشتراک}} -\frac{1}{2} \leq x \leq 0 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{اجتماع این دو بازه}} -\frac{1}{2} \leq x \leq 2$$

پس ۳ عدد صحیح ۰، ۱ و ۲ در دامنه این تابع قرار می‌گیرند.

## تست و پاسخ ۹

اگر  $a \neq b$  و  $\log_{\sqrt{b}} a^2 - \log_a b^2 = 2$ ، کدام رابطه بین  $a$  و  $b$  برقرار است؟

$$ab^2 = 1 \quad (2)$$

$$a^2b = 1 \quad (1)$$

$$a^4b = 1 \quad (4)$$

$$ab^4 = 1 \quad (3)$$

## پاسخ: گزینه ۱

**مشاوره** از نمودار تابع‌های نمایی و لگاریتمی، ویژگی‌ها و دامنه آن‌ها معمولاً حداقل دو سؤال در کنکور می‌آید. با توجه به حجم نسبتاً کم این موضوعات و تعداد سؤال زیاد آن‌ها، حتماً روی این بخش حساب ویژه‌ای باز کنید.

### درس نامه •• ویژگی‌های لگاریتم

ویژگی	توضیح
$y = a^x \Leftrightarrow \log_a y = x$	رابطه‌های لگاریتمی را می‌توانیم به صورت توانی بنویسیم و برعکس.
$y = \log_b a \xrightarrow{\text{دامنه}} \begin{cases} a > 0 \\ b > 0 \\ b \neq 1 \end{cases}$	برای تعیین دامنه توابع لگاریتمی بین سه شرط اشتراک می‌گیریم.
$\log_b 1 = 0, \log_a a = 1$	لگاریتم ۱ در هر پایه‌ای صفر است و لگاریتم هر عدد در پایه خودش برابر یک می‌شود.
$\log_b a^n = n \log_b a$	توان عبارت جلوی لگاریتم به پشت لگاریتم می‌رود. ( $a > 0$ )
$\log_{b^n} a = \frac{1}{n} \log_b a$	توان پایه لگاریتم، معکوس شده و به پشت لگاریتم می‌رود.
$\log_c ab = \log_c a + \log_c b$	لگاریتم ضرب دو عدد تبدیل به جمع لگاریتم‌ها می‌شود.
$\log_c \frac{a}{b} = \log_c a - \log_c b$	لگاریتم تقسیم دو عدد تبدیل به تفاضل لگاریتم‌ها می‌شود.
$\log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b}$	ویژگی تغییر پایه
$\log_b a = \frac{1}{\log_a b}$	اگر جای $a$ و $b$ عوض شود، حاصل معکوس می‌شود. مثلاً $\log_2 3$ و $\log_3 2$ معکوس هم هستند.

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



**پاسخ تشریحی** گام اول: به کمک خواص لگاریتم، معادله داده شده را ساده می کنیم:

$$\log_{\sqrt{b}} a^2 - \log_a b^2 = 2 \Rightarrow 2 \log_{\frac{1}{b^2}} a - 2 \log_a b = 2$$

$$4 \log_b a - 2 \log_a b = 2 \Rightarrow 2 \log_b a - \log_a b = 1$$

گام دوم: حالا از تغییر متغیر  $A = \log_b a$  استفاده می کنیم:

$$2A - \frac{1}{A} = 1 \Rightarrow 2A^2 - A - 1 = 0 \Rightarrow (A-1)(2A+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} A = 1 \\ A = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

گام سوم: حالا داریم:

$$\begin{cases} A = 1 = \log_b a \Rightarrow a = b \Rightarrow \text{طبق صورت سؤال، قابل قبول نیست.} \\ A = -\frac{1}{2} = \log_b a \Rightarrow a = b^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{b}} \Rightarrow a^2 b = 1 \end{cases}$$

## تست و پاسخ ۱۰

هرگاه  $f(x) = x + \sqrt{4+x^2}$ ، مقدار  $f^{-1}(2 \tan x)$  کدام است؟

$$-\frac{1}{2} \tan 2x \quad (4) \quad 2 \tan 2x \quad (3) \quad -2 \cot 2x \quad (2) \quad 2 \cot 2x \quad (1)$$

## پاسخ: گزینه ۲

**پاسخ تشریحی** گام اول: وارون تابع  $f$  را پیدا می کنیم:

$$y = x + \sqrt{4+x^2} \Rightarrow y-x = \sqrt{4+x^2} \xrightarrow{\text{به توان ۲ می رسانیم}} (y-x)^2 = 4+x^2$$

$$\Rightarrow y^2 - 2xy + x^2 = 4+x^2 \Rightarrow 2xy = y^2 - 4 \Rightarrow x = \frac{y^2 - 4}{2y} \xrightarrow{\text{جای } x \text{ و } y \text{ را عوض می کنیم}} f^{-1}(x) = \frac{x^2 - 4}{2x}$$

گام دوم: حالا مقدار  $f^{-1}(2 \tan x)$  را پیدا می کنیم:

$$f^{-1}(2 \tan x) = \frac{4 \tan^2 x - 4}{4 \tan x} = \frac{\tan^2 x - 1}{\tan x} = \frac{\sin^2 x - \cos^2 x}{\frac{\sin x}{\cos x}} = \frac{(\sin^2 x - \cos^2 x) \cos x}{\sin x \cos^2 x} = \frac{-\cos 2x}{\frac{1}{2} \sin 2x} = -2 \cot 2x$$

## تست و پاسخ ۱۱

اگر  $\frac{3}{2} = \sin(x + \frac{\pi}{3}) + 2 \cos(x - \frac{\pi}{6})$ ، مقدار  $\sin(x + \frac{\pi}{6})$  چه عددی است؟

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ یا } 1 \quad (1) \quad \pm \frac{1}{2} \quad (2) \quad -\frac{1}{2} \text{ یا صفر} \quad (3) \quad \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ یا صفر} \quad (4)$$

## پاسخ: گزینه ۴

**مشاوره** این سؤال ترکیب حل معادله مثلثاتی با به دست آوردن نسبت های هم خانواده است. یک سؤال با ایده نو که ممکن است در کنکور مطرح شود. حتماً ارتباط نسبت های هم خانواده و به دست آوردن یکی از روی بقیه نسبت ها را به خوبی یاد بگیرید.

**خود حل کنی بهتره** به کمک زاویه های متمم،  $\sin$  را به  $\cos$  تبدیل کنید.

**درس نامه** به دست آوردن نسبت های هم خانواده  $(\frac{3\pi}{2} \pm \theta, \frac{\pi}{2} \pm \theta, \pi \pm \theta)$

(۱) از مضارب زوج  $\pi$  در کمان نظر می کنیم؛ مثلاً:

(۲) در کمان های  $\pi \pm \theta$  خود نسبت را نوشته و با فرض حاده بودن  $\theta$ ، علامت نسبت را در آن ربع قرار می دهیم؛ مثلاً:

$$\sin(\pi + \theta) = -\sin \theta$$

ربع سوم  
سینوس



# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

۳) در کمان‌های  $\frac{\pi}{2} \pm \theta$  یا  $\frac{3\pi}{2} \pm \theta$  نسبت مقابل (یعنی مثلاً  $\sin$  به  $\cos$  تبدیل می‌شود و  $\tan$  به  $\cot$  و برعکس.) را نوشته و با فرض داده‌بودن  $\theta$ ، علامت نسبت اول را در آن ربع قرار می‌دهیم:

$$\tan\left(\frac{3\pi}{2} - \theta\right) = +\cot\theta \quad \text{یا} \quad \sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = +\cos\theta$$

ربع سوم  
⊕ تانژانت
ربع دوم  
⊕ سینوس

حل معادلات مثلثاتی

برای حل معادلات مثلثاتی با استفاده از روابط مثلثاتی، به یکی از حالت‌های زیر رسیده و از فرمول دسته‌جواب‌ها استفاده می‌کنیم:

$$1) \sin x = \sin \alpha \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \alpha \\ x = (2k+1)\pi - \alpha \end{cases}$$

$$2) \cos x = \cos \alpha \Rightarrow x = 2k\pi \pm \alpha$$

$$3) \begin{cases} \tan x = \tan \alpha \\ \cot x = \cot \alpha \end{cases} \Rightarrow x = k\pi + \alpha$$

**پاسخ تشریحی** گام اول: با توجه به آرگومان‌های تابع  $\sin$  و  $\cos$  در معادله داده‌شده، داریم:

$$\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - \left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} + \left(x - \frac{\pi}{6}\right)\right) = \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$$

گام دوم: عبارت به دست آمده از گام اول را در معادله داده‌شده جای گذاری می‌کنیم:

$$3 \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{3}{2} \Rightarrow \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2} = \cos \frac{\pi}{3}$$

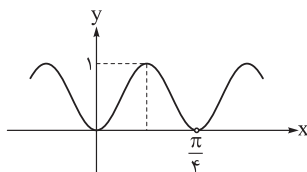
$$\Rightarrow x - \frac{\pi}{6} = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \\ x = 2k\pi - \frac{\pi}{6} \end{cases}$$

گام سوم: حالا با توجه به جواب‌هایی که برای  $x$  به دست آورده‌ایم، مقدار  $\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$  را پیدا می‌کنیم:

$$\begin{cases} \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \sin\left(2k\pi + \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \sin\left(2k\pi - \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6}\right) = 0 \end{cases}$$

## تست و پاسخ ۱۲

قسمتی از نمودار تابع  $f(x) = \frac{a \sin^2 bx}{1 + \tan^2 bx}$  به صورت زیر است. مقدار  $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$  کدام است؟



$$\frac{1}{4} \quad (2)$$

$$\frac{1}{8} \quad (1)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{8} \quad (4)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{4} \quad (3)$$

**پاسخ: گزینه ۲**

**خود حل کنی بهتره** تابع  $\tan$  در نقاط  $2k\pi \pm \frac{\pi}{4}$  تعریف نشده است. به کمک نقطه  $x = \frac{\pi}{4}$ ، مقدار  $b$  را پیدا کنید.

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



درس نامه •• اتحادهای اولیه مثلثاتی

صورت فرعی اتحاد		صورت اصلی اتحاد	
$1 - \sin^2 x = \cos^2 x$	$1 - \cos^2 x = \sin^2 x$	$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$	۱
$\tan x \cdot \cot x = 1$	$\cot x = \frac{1}{\tan x}$	$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$	۲
		$\cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$	۳
		$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$	۴
		$1 + \cot^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}$	۵

گام اول: ابتدا تابع  $f$  را به کمک اتحادهای مثلثاتی ساده می‌کنیم:

$$1 + \tan^2 bx = \frac{1}{\cos^2 bx} \Rightarrow f(x) = a \sin^2 bx \cos^2 bx = a \left(\frac{1}{2} \sin 2bx\right)^2 = \frac{a}{4} \sin^2 2bx$$

گام دوم: از نمودار مشخص است که تابع در  $x = \frac{\pi}{4}$  تعریف نشده است. برای تابع  $y = \tan bx$ ، اولین نقطه‌ای با طول مثبت که در آن تعریفنمی‌شود به صورت  $x = \frac{\pi}{2|b|}$  است؛ پس:

$$\frac{\pi}{2|b|} = \frac{\pi}{4} \Rightarrow |b| = 2$$

$$\frac{a}{4} = 1 \Rightarrow a = 4$$

گام سوم: از طرفی، مقدار  $\max$  تابع برابر با ۱ است:در نتیجه  $f(x) = \sin^2 4x$  می‌شود. (چون  $\sin$  به توان ۲ رسیده، فرقی نمی‌کند  $b$  را  $-2$  یا  $2$  در نظر بگیریم.)گام چهارم: حالا مقدار  $f\left(\frac{\pi}{24}\right)$  را پیدا می‌کنیم.

$$f\left(\frac{\pi}{24}\right) = \sin^2 4\left(\frac{\pi}{24}\right) = \sin^2 \frac{\pi}{6} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

## تست و پاسخ ۱۳

اگر  $\alpha$  کوچک‌ترین جواب معادله  $\sin x \cos x + \sin^2 x = \cos^2 x$  در بازه  $\left(0, \frac{\pi}{4}\right)$  باشد، حاصل  $\tan\left(\frac{\pi}{4} + 2\alpha\right)$  چه قدر است؟

$$-4 \quad (4) \qquad \frac{4}{3} \quad (3) \qquad \frac{3}{4} \quad (2) \qquad -3 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره در حل معادلات مثلثاتی، تسلط به اتحادهای مثلثاتی بسیار مهم است. حتماً یک بار اتحادهای مثلثاتی را مرور کنید.

درس نامه •• اتحادهای  $2\alpha$ 

$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$	اتحاد	سینوس
$\sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{2} \sin 2\alpha$	نتیجه	
$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2 \sin^2 \alpha$	اتحاد	کسینوس
$1 + \cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha \quad 1 - \cos 2\alpha = 2 \sin^2 \alpha$	نتایج (روابط طلایی)	
$\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$	اتحاد	تانژانت





# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

فرمول بسط و دو برابر کمان تانژانت

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$$

$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}$$

$$\tan(\alpha + \alpha) = \tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$$

$$\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\tan \alpha + 1}{1 - \tan \alpha}$$

$$\tan\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\tan \alpha - 1}{1 + \tan \alpha}$$

نتایج

**پاسخ تشریحی** گام اول: ابتدا معادله داده شده را به کمک اتحادهای مثلثاتی ساده می‌کنیم:

$$\sin x \cos x + \sin^2 x = \cos^2 x \Rightarrow \frac{1}{2} \sin 2x = \cos^2 x - \sin^2 x \Rightarrow \frac{1}{2} \sin 2x = \cos 2x \Rightarrow \tan 2x = 2 \xrightarrow[\text{معادله است.}]{\alpha \text{ کوچک ترین جواب}} \tan 2\alpha = 2$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{4} + 2\alpha\right) = \frac{1 + \tan 2\alpha}{1 - \tan 2\alpha} = \frac{1 + 2}{1 - 2} = -3 \quad \text{گام دوم: حالا مقدار } \tan\left(\frac{\pi}{4} + 2\alpha\right) \text{ را پیدا می‌کنیم:}$$

## تست و پاسخ ۱۴

اگر  $g$  وارون تابع  $f(x) = -\sqrt{x-3}$  باشد، فاصله نقطه برخورد مجانب‌های تابع  $y = \frac{|2x+1|}{2x - \sqrt{g(-x)}}$  از نیمساز ناحیه سوم چه قدر است؟

$$\frac{3}{2} \quad (4)$$

$$\frac{3}{\sqrt{2}} \quad (3)$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \quad (2)$$

$$\frac{1}{3} \quad (1)$$

**پاسخ: گزینه ۲**

**خودت حل کنی بهتره** وارون تابع  $f$  را به کمک ضابطه آن، پیدا کنید و تابع  $y$  را تشکیل دهید.

**درس نامه** ●● برای به دست آوردن ضابطه تابع وارون، مراحل زیر را طی می‌کنیم:

(۱) به جای  $f(x)$  قرار می‌دهیم  $y$ . (۲)  $x$  را در یک طرف تساوی تنها می‌کنیم. ( $x$  بر حسب  $y$ ) (۳) جای  $y$  و  $x$  را عوض می‌کنیم. هم‌ارزی چندجمله‌ای‌ها در بی‌نهایت

برای محاسبه حد توابع چندجمله‌ای در  $\pm\infty$ ، فقط جمله با درجه بیشتر اهمیت دارد و بقیه جملات را حذف می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (ax^n + bx^{n-1} + cx^{n-2} + \dots) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} ax^n$$

حالا اگر چندجمله‌ای‌ها زیر رادیکال باشند، باید حواستان به «زوج یا فرد بودن فرجه» و «میل کردن  $x$  به  $+\infty$  یا  $-\infty$ » باشد. چند مثال ببینید:

مثال از فرجه ...	عبارت اولیه	هم‌ارز در $+\infty$	هم‌ارز در $-\infty$
زوج	$\sqrt{4x^2 + 8x - 1}$	$\sqrt{4x^2} = 2 x  = 2x$	$\sqrt{4x^2} = 2 x  = -2x$
فرد	$\sqrt[3]{8x^3 - 3 \cdot x^2 + 10 \cdot x}$	$\sqrt[3]{8x^3} = 2x$	$\sqrt[3]{8x^3} = 2x$

**پاسخ تشریحی** گام اول: به کمک تابع  $f$ ، وارون آن یعنی تابع  $g$  را پیدا می‌کنیم:

$$f(x) = -\sqrt{x-3}, x \geq 3, y \leq 0 \Rightarrow y = -\sqrt{x-3} \Rightarrow y^2 = x-3 \Rightarrow x = 3 + y^2 \xrightarrow[\text{عوض می‌کنیم.}]{\text{جای } x \text{ و } y \text{ را}} g(x) = 3 + x^2, x \leq 0, y \geq 3$$

گام دوم: حالا تابع  $y$  را تشکیل می‌دهیم. دقت کنید که با توجه به دامنه تابع  $g(-x)$ ، شرط  $x \geq 0$  را داریم:

$$y = \frac{|2x+1|}{2x - \sqrt{3+x^2}}, x \geq 0$$

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام سوم: حالا مجانب‌های تابع  $y$  را پیدا می‌کنیم:

$$2x - \sqrt{3+x^2} = 0 \Rightarrow 4x^2 = 3+x^2 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1 \xrightarrow{x \geq 0} x = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{|2x+1|}{2x - \sqrt{3+x^2}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(2x+1)}{2x - \sqrt{3+x^2}} \stackrel{\text{هم‌ارزی}}{\equiv} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x}{2x-x} = 2$$

پس محل برخورد مجانب‌های تابع، نقطه  $A(1, 2)$  است.

$$y = x \Rightarrow d = \frac{|1-2|}{\sqrt{1^2+1^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

گام چهارم: فاصله نقطه  $A$  از نیمساز ناحیه سوم برابر است با:

## تست و پاسخ ۱۵

اگر  $f(x)$  یک چندجمله‌ای درجه دوم باشد و تابع  $y = \frac{f(x)+x^3}{2[\frac{x}{3}]+3}$  در بازه  $(0, 10)$  پیوسته باشد، طول رأس تابع  $y = f(x)$  چه عددی است؟

$\frac{1}{4} (4)$

$\frac{15}{4} (3)$

$\frac{11}{4} (2)$

$\frac{13}{4} (1)$

## پاسخ: گزینه ۲

**مشاوره** روی ویژگی‌های قدر مطلق و جزء صحیح کار کنید. ردپای آن‌ها در بسیاری از سؤال‌های کنکور دیده می‌شود. این که بر اکت در چه نقاطی پیوسته در چه نقاطی ناپیوسته است، بارها در کنکور سؤال آمده است.

**خودت حل کنی بهتره** تابع جزء صحیح، در نقاط صحیح، ناپیوسته می‌شود. در این نقاط باید تابع برابر با صفر شود تا پیوسته شود.

**پاسخ تشریحی** گام اول: از آن جایی که در تابع  $y = \frac{f(x)+x^3}{2[\frac{x}{3}]+3}$  جزء صحیح داریم، تابع در نقاطی ناپیوسته می‌شود که عبارت داخل جزء صحیح، عددی صحیح باشد؛ بنابراین اگر  $x$  در بازه  $(0, 10)$  قرار بگیرد، تابع  $y$  در نقاط صحیح  $x = 3, 6, 9$  ناپیوسته است.

گام دوم: برای این که ناپیوستگی در این نقاط از بین برود، باید صورت کسر به ازای این مقادیر  $x$  برابر با صفر باشد؛ پس در صورت کسر، یک چندجمله‌ای از درجه ۳ با ریشه‌های ۹، ۶ و ۳ و ضریب پشت پرانتز یک خواهیم داشت:

$$(x-3)(x-6)(x-9) = x^3 - 18x^2 + 99x - 162 = f(x) + x^3$$

$$\xrightarrow{f(x) \text{ چندجمله‌ای درجه دوم است}} f(x) = -18x^2 + 99x - 162$$

گام سوم: حالا طول رأس سهمی  $y = f(x)$  را پیدا می‌کنیم:

$$x_S = \frac{-b}{2a} = \frac{-99}{2(-18)} = \frac{11}{4}$$

## تست و پاسخ ۱۶

مقدار  $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}} (4x^2 - 1) \tan \pi x$  چه عددی است؟

$-\frac{\pi}{4} (4)$

$-\frac{4}{\pi} (3)$

$\frac{4}{\pi} (2)$

$\frac{\pi}{4} (1)$

## پاسخ: گزینه ۲

**مشاوره** اگر در حد داده شده،  $\tan \pi x = \frac{1}{\cot \pi x}$  را قرار دهیم، تبدیل به حد مبهم  $\frac{0}{0}$  می‌شود که یک سؤال کاملاً آشناست. اگر در حل این سؤال به مشکل برخورد کرده‌اید، پیشنهاد می‌کنیم تعدادی سؤال تشریحی هم از این قسمت حل کنید. در حد‌های مبهم  $\frac{0}{0}$ ، اگر فرمول‌های مشتق را بلدید، هوپیتال خیلی بهتر از راه عادی است.

**خودت حل کنی بهتره** عبارت را به کمک تغییر متغیر  $t = x - \frac{1}{4}$ ، تبدیل به رفع ابهام  $\frac{0}{0}$  کنید.



# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

**پاسخ تشریحی** گام اول: در حد داده شده، به ازای  $x = \frac{1}{4}$  مقدار  $\tan \pi x$  بی نهایت می شود و عبارت  $4x^2 - 1$  برابر با صفر می شود؛ بنابراین

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}} (4x^2 - 1) \tan \pi x = \lim_{t \rightarrow 0} (4(t + \frac{1}{4})^2 - 1) \tan(\pi(t + \frac{1}{4}))$$

باید رفع ابهام کنیم. از تغییر متغیر  $x - \frac{1}{4} = t$  استفاده می کنیم:

$$= \lim_{t \rightarrow 0} (4(t + \frac{1}{4})^2 - 1)(-\cot \pi t) = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{-(4(t + \frac{1}{4})^2 - 1)}{\tan \pi t} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{-((2(t + \frac{1}{4}) - 1)(2(t + \frac{1}{4}) + 1))}{\tan \pi t}$$

$$= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{-(2t + 1 - 1)(2t + 1 + 1)}{\tan \pi t} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{-2t(2t + 2)}{\tan \pi t}$$

گام دوم: در حد به دست آمده، از هم‌ارزی  $\tan \pi t \sim \pi t$  وقتی که  $t \rightarrow 0$  استفاده می کنیم؛ پس داریم:

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{-2t(2t + 2)}{\pi t} = \frac{-2}{\pi} \times 2 = \frac{-4}{\pi}$$

## ۱۷ تست و پاسخ

اگر تابع  $f$  در  $x = 2$  مشتق پذیر و  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 3x}{x^2 - 4} = 3$  باشد، حاصل مشتق تابع  $g(x) = \sqrt[3]{4x} f(x)$  در نقطه  $x = 2$  چه قدر است؟

۳۲ (۴)

۲۷ (۳)

۲۴ (۲)

۱۸ (۱)

## ۴ پاسخ: گزینه

**مشاوره** استفاده از قضیه هوییتال، راه حل سریع تری برای حل این گونه سوالات است، حتماً به این قضیه توجه داشته باشید.

### درس نامه •• قضیه هوییتال

کسر  $\frac{f(x)}{g(x)}$  را در نظر بگیرید. به عبارت  $\frac{f'(x)}{g'(x)} = \frac{\text{مشتق صورت}}{\text{مشتق مخرج}}$  هوییتال تابع می گوئیم. برای رفع ابهام حدهای  $\frac{0}{0}$  داریم:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

یعنی از صورت و مخرج مشتق گرفته و حاصل حد را به دست می آوریم.

**تذکره** هوییتال تابع را با مشتق تابع کسری اشتباه نگیرید.

قواعد مشتق گیری

(در جدول زیر، منظور از  $(\cdot)$  روی فلش، همان مشتق است.)

مثال	رابطه	
$5x^3 \xrightarrow{\cdot} 5(3x^2) = 15x^2$	$a \cdot \xrightarrow{\cdot} a \cdot'$	ضرب عددی
$4x^5 - \sqrt[3]{x} \xrightarrow{\cdot} 20x^4 - \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$	$f \pm g \xrightarrow{\cdot} f' \pm g'$	جمع و تفریق
$x^2(\sqrt{x} + 1) \xrightarrow{\cdot} 2x(\sqrt{x} + 1) + x^2(\frac{1}{2\sqrt{x}})$	$f \cdot g \xrightarrow{\cdot} f' \cdot g + f \cdot g'$	ضرب
$\frac{x+4}{2x^2-1} \xrightarrow{\cdot} \frac{1(2x^2-1) - 6x^2(x+4)}{(2x^2-1)^2}$	$\frac{f}{g} \xrightarrow{\cdot} \frac{f' \cdot g - f \cdot g'}{g^2}$	تقسیم
$f(x^2 + 2x - 3) \xrightarrow{\cdot} (2x + 2) \cdot f'(x^2 + 2x - 3)$	$f(\cdot) \xrightarrow{\cdot} \cdot' \cdot f'(\cdot)$	ترکیب

**پاسخ تشریحی** گام اول: از آن جایی که در حد داده شده، مخرج به ازای  $x = 2$  برابر با صفر است و حاصل حد، عددی حقیقی است. نتیجه

$$f(2) - 3 \times 2 = 0 \Rightarrow f(2) = 6$$

می گیریم که صورت نیز به ازای  $x = 2$  برابر با صفر است.

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام دوم: برای رفع ابهام حد داده شده، از قاعده هویپیتال استفاده می کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 3x}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f'(x) - 3}{2x} = \frac{f'(2) - 3}{4} = 3 \Rightarrow f'(2) = 15$$

گام سوم: حالا به کمک فرمول مشتق ضرب توابع، مشتق تابع  $g$  را پیدا می کنیم:

$$g(x) = \sqrt[3]{4x} f(x) \Rightarrow g'(x) = \frac{4}{3\sqrt[3]{(4x)^2}} f(x) + \sqrt[3]{4x} f'(x)$$

گام چهارم: مقدار  $g'(2)$  را محاسبه می کنیم:

$$g'(2) = \frac{4}{3\sqrt[3]{16}} f(2) + \sqrt[3]{8} f'(2) = \frac{4}{3 \times 4} f(2) + 2f'(2) = \frac{1}{3} \times 6 + 2 \times 15 = 32$$

از گام اول و دوم

## تست و پاسخ ۱۸

تابع  $f(x) = \frac{2x+1}{x-3}$  مفروض است. آهنگ تغییر متوسط  $f$  در بازه  $[4, 10]$  با آهنگ تغییر لحظه ای  $f^{-1}$  در نقطه ای با کدام طول در این بازه برابر است؟

$$2 + \sqrt{7} \quad (4)$$

$$2 + \sqrt{5} \quad (3)$$

$$3 + \sqrt{2} \quad (2)$$

$$3 + \sqrt{3} \quad (1)$$

## پاسخ: گزینه ۴

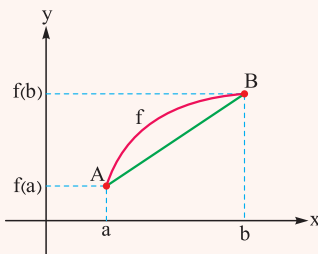
درس نامه... آهنگ تغییر متوسط و لحظه ای

آهنگ تغییر متوسط تابع  $f$  در بازه  $[a, b]$  برابر است با:

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

یعنی  $a$  و  $b$  را در تابع قرار داده تا  $f(a)$  و  $f(b)$  به دست آید. آهنگ تغییر متوسط همان نسبت تغییرات  $y$  به تغییرات  $x$  است.

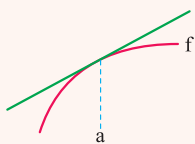
تعبیر هندسی:



شیب پاره خط  $AB =$  آهنگ تغییر متوسط تابع  $f$  در بازه  $[a, b]$

آهنگ تغییر لحظه ای در نقطه  $a$  همان  $f'(a)$  است.

تعبیر هندسی: آهنگ تغییر لحظه ای در نقطه  $a$  همان شیب خط مماس بر تابع  $f$  در نقطه ای با طول  $a$  است.



محاسبه وارون تابع هموگرافیک  $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$

$$y = \frac{ax+b}{cx+d} \quad (1)$$

(2) با طرفین وسطین داریم:

$$cxy + dy = ax + b \Rightarrow cxy - ax = -dy + b \Rightarrow x(cy - a) = -dy + b \Rightarrow x = \frac{-dy + b}{cy - a}$$

(3) جای  $x$  و  $y$  را عوض می کنیم:

$$y = f^{-1}(x) = \frac{-dx + b}{cx - a}$$



# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

## پاسخ تشریحی

گام اول: آهنگ تغییر متوسط تابع  $f$  در بازه  $[4, 10]$  را پیدا می‌کنیم:

$$f(x) = \frac{2x+1}{x-3}$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(10) - f(4)}{10 - 4} = \frac{\frac{21}{7} - \frac{9}{1}}{6} = \frac{3-9}{6} = -1$$

گام دوم: حالا تابع  $f^{-1}$  را پیدا می‌کنیم:

$$f^{-1}(x) = \frac{3x+1}{x-2}$$

چون آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع  $f^{-1}$  را می‌خواهیم، مشتق آن را به دست می‌آوریم:

$$(f^{-1}(x))' = \frac{-6-1}{(x-2)^2} = \frac{-7}{(x-2)^2}$$

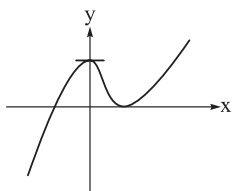
گام سوم: آهنگ تغییر متوسط به دست آمده در گام اول، با آهنگ تغییر لحظه‌ای در نقطه  $x_0$  در گام دوم برابر است؛ پس:

$$\frac{-7}{(x_0-2)^2} = -1 \Rightarrow (x_0-2)^2 = 7 \Rightarrow x_0 - 2 = \pm\sqrt{7} \Rightarrow x_0 = 2 \pm \sqrt{7}$$

چون بازه داده شده  $[4, 10]$  است، پس  $2 - \sqrt{7}$  قابل قبول نیست زیرا در این بازه قرار ندارد و پاسخ  $2 + \sqrt{7}$  است.

## تست و پاسخ ۱۹

نمودار تابع  $f(x) = x + a + 3\sqrt{1+bx}$  به صورت زیر است. عرض نقطهٔ ماکزیمم نسبی چه قدر است؟



۲ (۱)

۳ (۲)

۴ (۳)

۶ (۴)

## پاسخ: گزینه ۳

**مشاوره** یکی از کاربردهای مشتق، به دست آوردن ضرایب ضابطهٔ یک تابع بر اساس نمودار تابع است. توجه به نقاط عطف، اکسترمم‌های نسبی و مطلق و ریشه‌های تابع، در حل این سوالات کمک‌کننده است.

**خودت حل کنی بهتره**  $x=0$ ، نقطهٔ اکسترمم نسبی تابع  $f$  است، از  $f$  مشتق بگیرد.

## درس نامه •• دو ویژگی مهم نقاط اکسترمم نسبی

اگر تابع  $f$  در نقطهٔ  $(\alpha, \beta)$  مشتق پذیر بوده (مثل تابع‌های چندجمله‌ای، گویا و مثلثاتی) و دارای اکسترمم نسبی باشد، همواره دو شرط زیر برقرار است:

(۱)  $f(\alpha) = \beta$  (یعنی نقطه در ضابطهٔ تابع صدق می‌کند).

(۲)  $f'(\alpha) = 0$  (یعنی  $\alpha$  ریشهٔ مشتق است).

**پاسخ تشریحی** گام اول: با توجه به نمودار تابع  $f$ ، این تابع در  $x=0$  دارای  $\max$  نسبی است؛ پس مشتق در این نقطه برابر با صفر است:

$$f(x) = x + a + 3\sqrt{1+bx} \Rightarrow f'(x) = 1 + \frac{3b}{3\sqrt{(1+bx)^2}}$$

$$f'(0) = 0 \Rightarrow 1 + b = 0 \Rightarrow b = -1$$

گام دوم: پس  $f'(x) = 1 - \frac{1}{\sqrt{(1-x)^2}}$  می‌شود. با توجه به نمودار، تابع،  $\min$  نسبی نیز دارد، داریم:

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 1 - \frac{1}{\sqrt{(1-x)^2}} = 0 \Rightarrow \sqrt{(1-x)^2} = 1 \Rightarrow (1-x)^2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} 1-x=1 \Rightarrow x=0 \\ 1-x=-1 \Rightarrow x=2 \end{cases}$$

$$f(2) = 2 + a + 3\sqrt{1-2} = 0 \Rightarrow 2 + a - 3 = 0 \Rightarrow a = 1$$

گام سوم: نقطهٔ  $(2, 0)$  در تابع صدق می‌کند، داریم:

$$f(x) = x + 1 + 3\sqrt{1-x} \Rightarrow f(0) = 1 + 3 = 4$$

گام چهارم: عرض نقطهٔ  $\max$  نسبی را پیدا می‌کنیم.

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



## تست و پاسخ ۲۰

نقطه  $A(-1, 2)$  نقطه عطف تابع  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$  است. اگر خط مماس بر  $f$  در نقطه  $A$  دارای عرض از مبدأ یک باشد، مقدار  $b + c$  کدام است؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

## پاسخ: گزینه ۳

**خودت حل کنی بهتره** در نقطه عطف، مشتق دوم تابع صفر می‌شود و تغییر علامت می‌دهد.

## درس نامه •• نوشتن معادله خط مماس

• معادله خط مماس بر تابع  $f$  در نقطه  $(a, f(a))$  به صورت زیر است:

$$y - y_0 = m(x - x_0) \Rightarrow y - f(a) = f'(a)(x - a)$$

## نقطه عطف

• نقطه  $x = x_0$  نقطه عطف تابع  $f$  است، هرگاه:

(۱)  $f'$  در  $x_0$  پیوسته باشد.

(۲) جهت تقعر تغییر کند (علامت  $f''$  تغییر کند).

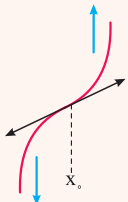
(۳) خط مماس واحد داشته باشد (نقطه ناپیوسته یا گوشه نباشد، ولی مماس قائم می‌تواند داشته باشد).

• روش تعیین نقاط عطف در تابع‌هایی که مشتق دوم دارند:

(۱)  $f''(x)$  را محاسبه کرده و مساوی صفر قرار می‌دهیم.

(۲) جواب‌های  $f''(x) = 0$  را به دست آورده و  $f''$  را تعیین علامت می‌کنیم.

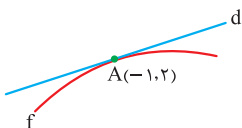
(۳)  $f''$  در هر ریشه‌ای تغییر علامت بدهد، آن ریشه نقطه عطف است.



**پاسخ تشریحی** گام اول: چون نقطه  $A(-1, 2)$ ، نقطه عطف تابع است، دو نتیجه می‌گیریم:

$$\begin{cases} f(x_A) = y_A \\ f''(x_A) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -1 + a - b + c = 2 \Rightarrow a - b + c = 3 \\ f''(x) = 6x + 2a \Rightarrow 2a - 6 = 0 \Rightarrow a = 3 \end{cases} \Rightarrow c - b = 0 \Rightarrow c = b$$

گام دوم: معادله خط مماس را به دست می‌آوریم:



$$m = f'(-1) = 3 - 2 \times 3 + b = -3 + b$$

شیب خط  $d$  برابر با مقدار مشتق تابع  $f$  در نقطه  $A$  است:

$$\text{معادله خط مماس: } y - 2 = (b - 3)(x + 1)$$

گام سوم: خط مماس بر تابع  $f$  در نقطه  $A(-1, 2)$ ، دارای عرض از مبدأ ۱ است، پس نقطه  $(0, 1)$  در این خط صدق می‌کند:

$$1 - 2 = b - 3 \Rightarrow b = 2 = c$$

گام چهارم: بنابراین  $b + c = 4$  می‌شود.

## تست و پاسخ ۲۱

$A$  و  $B$  دو پیشامد مستقل از فضای نمونه‌ای  $S$  هستند که  $P(A) + P(B) = \frac{23}{17}$ .

اگر  $P(A|B) = 2P(B|A)$ ، آن‌گاه احتمال آن که فقط پیشامد  $A$  رخ دهد یا

هر دو با هم رخ دهند، کدام است؟

این قسمت سؤال که گفته «احتمال این که فقط پیشامد  $A$  رخ دهد یا هر دو با هم رخ دهند»

$$P((A - B) \cup (A \cap B)) \text{ یعنی}$$

$$\frac{46}{51} \quad (2)$$

$$\frac{23}{51} \quad (1)$$

$$\frac{1288}{2601} \quad (4)$$

$$\frac{1058}{2601} \quad (3)$$

## پاسخ: گزینه ۲



### درس نامه •• دو پیشامد مستقل

دو پیشامد  $A$  و  $B$  را مستقل گوئیم هرگاه:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

**نکته** اگر  $A$  و  $B$  دو پیشامد مستقل باشند آن گاه:

$$P(A \cap B') = P(A)P(B')$$

(الف)  $A$  و  $B'$  هم مستقل اند:

$$P(A' \cap B) = P(A')P(B)$$

(ب)  $A'$  و  $B$  هم مستقل اند:

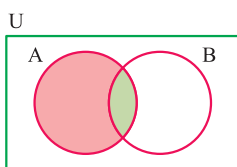
$$P(A' \cap B') = P(A')P(B')$$

(پ)  $A'$  و  $B'$  هم مستقل اند:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

**نکته**

**پاسخ تشریحی** گام اول: ابتدا به خواسته سؤال توجه کنید.  $P((A-B) \cup (A \cap B))$  را می‌خواهیم.



با توجه به نمودار و ن مقابل واضح است که  $(A-B) \cup (A \cap B) = A$  است، پس

$$P((A-B) \cup (A \cap B)) = P(A) \text{ شده و باید مقدار } P(A) \text{ را محاسبه کنیم.}$$

گام دوم: حالا سراغ تساوی  $P(A|B) = 2P(B|A)$  می‌رویم:

$$P(A|B) = 2P(B|A) \Rightarrow \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{2P(B \cap A)}{P(A)} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} P(A) = 2P(B)$$

گام سوم: با جای‌گذاری  $P(A) = 2P(B)$  در تساوی  $P(A) + P(B) = \frac{23}{17}$  داریم:

$$2P(B) + P(B) = \frac{23}{17} \Rightarrow 3P(B) = \frac{23}{17} \Rightarrow P(B) = \frac{23}{51} \Rightarrow P(A) = 2P(B) = 2 \times \frac{23}{51} = \frac{46}{51}$$

دقت کنید: دیدیم که در حل سؤال نیازی به استفاده کردن از مستقل بودن  $A$  و  $B$  نبود! 😊

### تست و پاسخ ۲۲

آمارها نشان می‌دهد در کشور چین، تنها ۱ درصد خودروهای تولیدشده معیوب هستند. در سال ۲۰۲۳ کشور چین، یک میلیون خودرو تولید کرده است و هزار دستگاه خودرو از این کشور در این سال وارد کشور ایران شده است. اگر به تصادف از بین خودروهای چینی مدل ۲۰۲۳ در کشور ایران، یک دستگاه انتخاب کنیم، با چه احتمالی معیوب است؟

(۴) بیش از ۱۰ درصد

(۳)  $1/5$  درصد

(۲) ۲ درصد

(۱) ۱ درصد

### پاسخ: گزینه ۱

### درس نامه ••

نمونه‌گیری به روش تصادفی ساده: در روش نمونه‌گیری تصادفی ساده به هر یک از واحدهای آماری شماره‌ای اختصاص داده می‌شود و سپس به تصادف تعدادی از آن‌ها را انتخاب می‌کنیم.

**نکات ۱** در روش نمونه‌گیری تصادفی ساده، اگر جامعه  $N$  عضوی و نمونه  $m$  عضوی باشد، احتمال انتخاب هر عضو جامعه  $\frac{m}{N}$  است.

**نکات ۲** در روش نمونه‌گیری تصادفی ساده، اگر جامعه  $N$  عضوی و نمونه  $m$  عضوی باشد و احتمال این که اعضای جامعه دارای یک ویژگی خاص باشند،  $t$  باشد، احتمال این که اعضای نمونه هم دارای آن ویژگی خاص باشند  $t$  می‌شود؛ برای مثال اگر ایران شامل ۸۰ میلیون نفر باشد و احتمال سیگاری بودن در ایران  $\frac{1}{11}$  باشد و ما نمونه‌ای به اندازه ۵۰۰ هزار نفر از بین ایرانی‌ها را به روش نمونه‌گیری تصادفی ساده انتخاب کنیم، احتمال سیگاری بودن در بین ۵۰۰ هزار نفر انتخاب شده هم دقیقاً همان  $\frac{1}{11}$  می‌شود.

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



**پاسخ تشریحی** طبق گفته سؤال، چین در سال ۲۰۲۳ یک میلیون خودرو تولید کرده (جامعه) و احتمال معیوب بودن هر خودرو ۱ درصد است. حالا از میان این خودروها هزار دستگاه (نمونه) وارد ایران شده، پس طبق نکته (۲)، احتمال خراب بودن این خودروها باز هم همان ۱ درصد می‌شود.

## تست و پاسخ ۳۳

از یک جامعه، نمونه ۲۲۰، ۱۸۰، ۱۶۰، ۱۶۰، ۱۴۰، ۱۲۰، ۱۰۰، ۱۰۰ و ۸۰ انتخاب شده است. اگر انحراف معیار جامعه، نصف انحراف معیار نمونه باشد، طول بازه اطمینان بالای ۹۵ درصد برای میانگین این جامعه کدام است؟

$$(۱) ۱۰\sqrt{۵} \quad (۲) ۱۰\sqrt{۲۰} \quad (۳) \frac{۱۰}{۳}\sqrt{۲۰} \quad (۴) \frac{۸۰\sqrt{۱۰}}{۹}$$

## پاسخ: گزینه ۴

**خودت حل کنی بهتره** اول با استفاده از نمونه داده شده، انحراف معیار اعضای نمونه و سپس انحراف معیار اعضای جامعه را حساب کنید و بعد کافی است به این توجه کنید که طول بازه اطمینان بیش از ۹۵ درصد میانگین برابر  $\frac{۴\sigma}{\sqrt{n}}$  است.

## درس نامه •• بازه اطمینان بیش از ۹۵ درصد برای میانگین

اگر از جامعه‌ای با انحراف معیار  $\sigma$ ، نمونه‌ای به اندازه  $n$  با میانگین  $\bar{X}$  انتخاب کنیم، بازه اطمینان بیش از ۹۵ درصد میانگین جامعه به صورت مقابل می‌شود:

$$\left(\bar{X} - \frac{۲\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X} + \frac{۲\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

## نکات ۱ طول بازه اطمینان بیش از ۹۵ درصد میانگین برابر است با:

$$\frac{۴\sigma}{\sqrt{n}} = \bar{X} + \frac{۲\sigma}{\sqrt{n}} - \bar{X} + \frac{۲\sigma}{\sqrt{n}} = \underbrace{\bar{X} + \frac{۲\sigma}{\sqrt{n}}}_{\text{ابتدای بازه}} - \underbrace{\left(\bar{X} - \frac{۲\sigma}{\sqrt{n}}\right)}_{\text{انتهای بازه}}$$

۲ اگر میانگین داده‌های آماری  $X_1$  تا  $X_n$  برابر  $\bar{X}$  باشد، انحراف معیار این داده‌ها از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\sigma = \sqrt{\frac{(X_1 - \bar{X})^2 + (X_2 - \bar{X})^2 + (X_3 - \bar{X})^2 + \dots + (X_n - \bar{X})^2}{n}}$$

**پاسخ تشریحی** گام اول: تعداد اعضای نمونه  $n = ۹$  تا است. میانگین اعضای نمونه را محاسبه می‌کنیم:

$$\bar{X} = \frac{\text{مجموع اعضا}}{\text{تعداد اعضا}} = \frac{۸۰ + ۱۰۰ + ۱۰۰ + ۱۲۰ + ۱۴۰ + ۱۶۰ + ۱۶۰ + ۱۸۰ + ۲۲۰}{۹} = \frac{۱۱۰۰ + ۱۶۰}{۹} = \frac{۱۲۶۰}{۹} = ۱۴۰$$

گام دوم: انحراف معیار اعضای نمونه را به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{نمونه}} &= \sqrt{\frac{(۸۰-۱۴۰)^2 + (۱۰۰-۱۴۰)^2 + (۱۰۰-۱۴۰)^2 + (۱۲۰-۱۴۰)^2 + (۱۴۰-۱۴۰)^2 + (۱۶۰-۱۴۰)^2 + (۱۶۰-۱۴۰)^2 + (۱۸۰-۱۴۰)^2 + (۲۲۰-۱۴۰)^2}{۹}} \\ &= \sqrt{\frac{۳۶۰۰ + ۱۶۰۰ + ۱۶۰۰ + ۴۰۰ + ۰ + ۴۰۰ + ۴۰۰ + ۱۶۰۰ + ۶۴۰۰}{۹}} = \sqrt{\frac{۱۶۰۰۰}{۹}} = \frac{۴۰\sqrt{۱۰}}{۳} \end{aligned}$$

گام سوم: طبق گفته سؤال انحراف معیار جامعه نصف انحراف معیار نمونه است، پس:

$$\sigma_{\text{جامعه}} = \frac{۱}{۲} \sigma_{\text{نمونه}} = \frac{۱}{۲} \times \frac{۴۰\sqrt{۱۰}}{۳} = \frac{۲۰\sqrt{۱۰}}{۳}$$





# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

گام چهارم: حالا طبق نکته ۱، طول بازه اطمینان بالای ۹۵ درصد برای میانگین این جامعه برابر است با:

$$\frac{f_{\text{جامعه}}}{\sqrt{n}} = \frac{4 \times \frac{20\sqrt{10}}{3}}{\sqrt{9}} = \frac{80\sqrt{10}}{3} = \frac{80\sqrt{10}}{9}$$

## تست و پاسخ ۲۴

از میان زیرمجموعه‌های دو عضوی یک مجموعه پنج‌عضوی،  $k$  زیرمجموعه به تصادف انتخاب کرده‌ایم. اگر مطمئن باشیم اشتراک لااقل دو تا از آن‌ها تهی است، چه قدر احتمال دارد که  $k$  مضرب ۳ باشد؟

$$\frac{1}{3} \quad (1) \quad \frac{2}{5} \quad (2) \quad \frac{3}{10} \quad (3) \quad \frac{3}{8} \quad (4)$$

## پاسخ: گزینه ۱

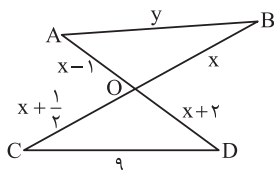
**پاسخ تشریحی** گام اول: یک مجموعه ۵ عضوی،  $\binom{5}{2} = 10$  زیرمجموعه دو عضوی دارد. باید حداقل ۵ زیرمجموعه دو عضوی انتخاب کنیم تا مطمئن باشیم اشتراک لااقل دو تا از این زیرمجموعه‌های دو عضوی تهی است (اگر مجموعه ۵ عضوی به صورت  $A = \{a, b, c, d, e\}$  باشد، بدترین حالت این است که مثلاً چهار زیرمجموعه  $\{a, b\}$ ،  $\{a, c\}$ ،  $\{a, d\}$  و  $\{a, e\}$  را انتخاب کنیم که در این صورت اشتراک هیچ دو مجموعه‌ای تهی نیست، اما با انتخاب مجموعه دو عضوی پنجم، مطمئن هستیم که حداقل دو مجموعه با اشتراک تهی داریم، مثلاً اگر مجموعه  $\{b, c\}$  را انتخاب کنیم، اشتراک این مجموعه با مجموعه  $\{a, d\}$  تهی است!) پس  $k$  می‌تواند برابر ۵، ۶، ۷، ۸، ۹ یا ۱۰ یعنی برابر ۶ مقدار باشد. گام دوم: از بین این ۶ مقدار، دو مقدار ۶ و ۹ مضرب ۳ هستند، پس احتمال این که  $k$  مضرب ۳ باشد برابر  $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$  می‌شود.

## تست و پاسخ ۲۵

در شکل مقابل،  $AB$  و  $CD$  موازی نیستند. اگر دو مثلث متشابه باشند، مقدار  $y$  کدام است؟

$$\begin{array}{ll} 4 & (1) \\ 3 & (2) \\ 6 & (4) \\ 4/5 & (3) \end{array}$$

## پاسخ: گزینه ۲



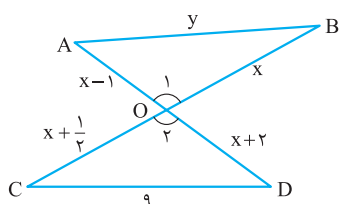
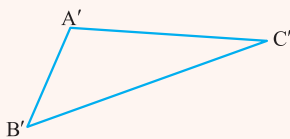
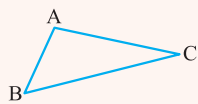
### درس نامه

مثلث‌های  $ABC$  و  $A'B'C'$  در سه حالت زیر می‌توانند متشابه باشند:

(الف) برابری دو زاویه ( $\hat{A} = \hat{A}'$ ,  $\hat{B} = \hat{B}'$ )

(ب) تناسب دو ضلع و برابری زاویه بین آن‌ها ( $\hat{A} = \hat{A}'$ ,  $\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'}$ )

(پ) تناسب سه ضلع ( $\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'}$ )



**پاسخ تشریحی** گام اول (استراتژی حل سؤال): در شکل صورت سؤال، زوایای  $O_1$  و  $O_2$  به دلیل

متقابل به رأس بودن برابرند و سؤال گفته  $AB$  و  $CD$  موازی نیستند.

چون دو مثلث متشابه‌اند، پس زوایا دوه‌دو برابرند، حالا اگر  $AB$  و  $CD$  موازی بودند در این صورت با مورب در نظر گرفتن  $AD$  می‌توانستیم بگوییم دو زاویه  $A$  و  $D$  برابرند. حالا که موازی نیستند؛ پس  $\hat{B} = \hat{D}$  و با نوشتن نسبت اضلاع متناظر، نسبت تشابه و مقدار  $y$  به دست می‌آید.

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام دوم (محاسبه خواسته سؤال):

$$\triangle ABO \sim \triangle CDO \xrightarrow{\hat{A} = \hat{D}} \begin{cases} \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \\ \hat{B} = \hat{D} \end{cases} \Rightarrow \frac{AB}{CD} = \frac{AO}{CO} = \frac{BO}{DO} \Rightarrow \frac{y}{9} = \frac{x-1}{x+\frac{1}{2}} = \frac{x}{x+2}$$

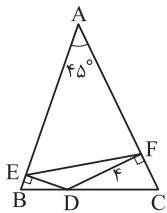
ابتدا از تناسب (۱) مقدار  $x$  را محاسبه می‌کنیم:

$$(x-1)(x+2) = x(x+\frac{1}{2}) \Rightarrow x^2 + x - 2 = x^2 + \frac{x}{2} \Rightarrow x = 4$$

حالا  $x = 4$  را در تناسب (۲) جای‌گذاری کرده و  $y$  را به دست می‌آوریم:

$$\frac{y}{9} = \frac{4-1}{4+\frac{1}{2}} = \frac{3}{\frac{9}{2}} \Rightarrow y = 6$$

## تست و پاسخ ۲۶

در شکل مقابل، اگر  $AB = AC = 5\sqrt{2}$ ،  $DF = 4$  و  $\hat{A} = 45^\circ$ ، آن‌گاه مساحت مثلث  $DEF$  کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{2}$   
 (۲) ۲  
 (۳)  $2\sqrt{2}$   
 (۴) ۶

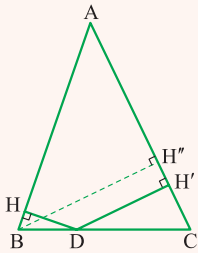
## پاسخ: گزینه ۱

خودت حل کنی بهتره ارتفاع  $BH$  رو رسم کن و با استفاده از مورد (۱) درس‌نامه طول  $DE$  رو به دست بیار.

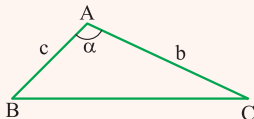
## درس‌نامه

(۱) در هر مثلث متساوی‌الساقین، مجموع فاصله‌های هر نقطه روی قاعده از دو ساق، برابر ارتفاع وارد بر ساق است:

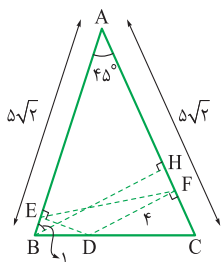
$$AB = AC \Rightarrow DH + DH' = BH''$$



(۲) در هر مثلث با داشتن دو ضلع و زاویه بین آن‌ها، مساحت از رابطه زیر محاسبه می‌شود:



$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} bc \sin \alpha$$

پاسخ تشریحی گام اول (استراتژی حل): ارتفاع  $BH$  را رسم کنید. در مثلث قائم‌الزاویه  $ABH$  می‌توانیمطول  $BH$  را محاسبه کرده و سپس طول  $DE$  را با توجه به مورد (۱) درس‌نامه به دست آوریم و در نهایت بااستفاده از مورد (۲) درس‌نامه مساحت مثلث  $DEF$  را محاسبه کنیم.گام دوم (محاسبه طول  $DE$  از مثلث  $DEF$ ): در مثلث قائم‌الزاویه  $ABH$  داریم:

$$\sin 45^\circ = \frac{BH}{AB} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{BH}{5\sqrt{2}} \Rightarrow BH = 5$$

$$DE = 5 - 4 = 1$$

طبق مورد (۱) درس‌نامه می‌دانیم که  $DE + DF = BH$ ؛ پس:گام سوم (محاسبه زاویه  $\hat{EDF}$  و خواسته سؤال): در چهارضلعی  $AEDF$  مجموع زوایای داخلی برابر  $360^\circ$  است؛ پس:

$$\hat{EDF} = 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ - 45^\circ = 135^\circ$$



در نتیجه با داشتن طول اضلاع  $DE = 1$ ،  $DF = 4$  و زاویه بین آن‌ها  $\angle EDF = 135^\circ$ ، طبق مورد (۲) درس‌نامه مساحت مثلث  $EDF$  برابر است با:

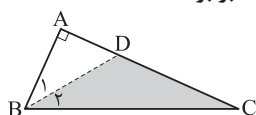
$$S_{\triangle EDF} = \frac{1}{2} ED \times DF \times \frac{\sin 135^\circ}{\sin 45^\circ} = \frac{1}{2} \times 1 \times 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$$

$$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin(\alpha)$$

یادآوری

### تست و پاسخ ۲۷

در شکل زیر  $\hat{B}_1 = \hat{B}_2$ ، اگر  $AB = 3$  و  $AC = 4$ ، آن‌گاه حجم شکل حاصل از دوران مثلث  $BCD$  حول  $AC$  چند برابر  $\pi$  است؟



$$7/5 \quad (2)$$

$$7 \quad (1)$$

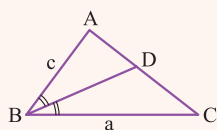
$$8/5 \quad (4)$$

$$8 \quad (3)$$

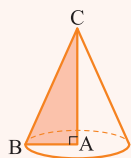
### پاسخ: گزینه ۲

#### درس‌نامه

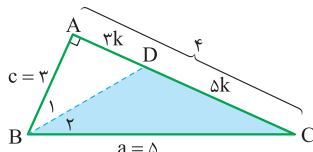
(۱) در مثلث  $ABC$ ، اگر نیمساز زاویه داخلی  $B$ ، ضلع  $AC$  را در  $D$  قطع کند، آن‌گاه  $\frac{AD}{CD} = \frac{AB}{BC}$ ، یعنی می‌توانیم در نظر بگیریم:  $\begin{cases} AD = ck \\ CD = ak \end{cases}$



(۲) شکل حاصل از دوران مثلث قائم‌الزاویه  $ABC$  که در آن  $\hat{A} = 90^\circ$  حول ضلع  $AC$ ، یک مخروط قائم به شعاع قاعده  $AB$  و ارتفاع  $AC$  است، پس حجم آن برابر است با  $\frac{1}{3}\pi AB^2 \cdot AC$ .



**پاسخ تشریحی** گام اول (محاسبه طول  $AD$ ): ابتدا توجه کنید که مثلث  $ABC$  قائم‌الزاویه است، بنا به قضیه فیثاغورس  $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = 5$ . از طرفی،  $BD$  نیمساز است، پس:



$$\begin{cases} AD = 3k \\ CD = 5k \end{cases} \Rightarrow 3k + 5k = 4 \Rightarrow k = \frac{1}{4} \Rightarrow AD = \frac{3}{4}$$

گام دوم (تشخیص شکل حاصل از دوران): شکل حاصل از این دوران، مخروط قائم حاصل از دوران  $ABC$  حول  $AC$  است که مخروط حاصل از دوران  $ABD$  حول  $AD$  از آن جدا شده است.

گام سوم (محاسبه خواسته سؤال): حجم مخروط حاصل از دوران  $ABC$  حول  $AC$  برابر است با:

$$V_1 = \frac{1}{3}\pi \cdot AB^2 \cdot AC = \frac{1}{3}\pi(3)^2 \times 4 = 12\pi$$

$$V_2 = \frac{1}{3}\pi \cdot AB^2 \cdot AD = \frac{1}{3}\pi(3)^2 \times \frac{3}{4} = \frac{9}{4}\pi$$

حجم مخروط حاصل از دوران  $ABD$  حول  $AD$  برابر است با:

$$V_1 - V_2 = 12\pi - \frac{9}{4}\pi = (12 - \frac{9}{4})\pi = 7/5\pi$$

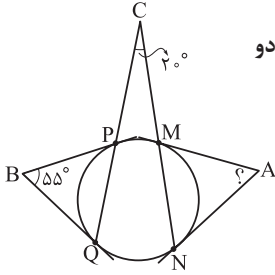
بنابراین حجم شکل حاصل از دوران مورد نظر سؤال، برابر است با:

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



## تست و پاسخ ۲۸

در شکل مقابل، اضلاع دو زاویه  $A$  و  $B$  در نقاط  $M, N, P, Q$  بر دایره مماس هستند. اگر اندازه کمان  $QN$  دو برابر اندازه کمان  $PM$  باشد، آن گاه اندازه زاویه  $A$  چند درجه است؟



۷۰ (۱)

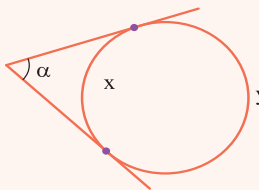
۷۵ (۲)

۶۵ (۳)

۶۰ (۴)

## پاسخ: گزینه ۳

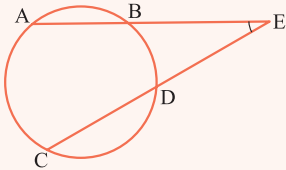
## درس نامه



$$\begin{cases} x = 180^\circ - \alpha \\ y = 180^\circ + \alpha \end{cases}$$

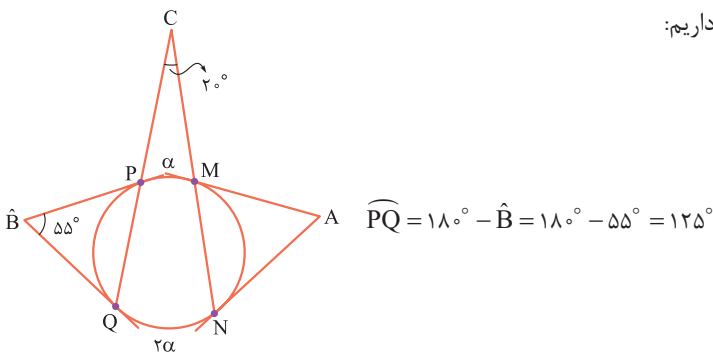
(۱) اگر از یک نقطه خارج دایره دو مماس بر دایره رسم کنیم، آن گاه اندازه کمان کوچکتر بین دو نقطه تماس، مکمل زاویه بین دو مماس است، یعنی در شکل روبه‌رو داریم:

(۲) اگر امتداد وترهای  $AB$  و  $CD$  از یک دایره، در نقطه  $E$  بیرون دایره متقاطع باشند، مطابق شکل زیر داریم:



$$\hat{E} = \frac{1}{2}(\widehat{AC} - \widehat{BD})$$

پاسخ تشریحی طبق مورد (۱) درس نامه برای زاویه  $B$  داریم:



بنا به فرض  $\widehat{QN} = 2\widehat{PM}$ ؛ پس در نظر می‌گیریم  $\widehat{PM} = \alpha$  و  $\widehat{QN} = 2\alpha$ . طبق مورد (۲) درس نامه زاویه  $C$  برابر است با:

$$\hat{C} = \frac{1}{2}(\widehat{QN} - \widehat{PN}) \Rightarrow 20^\circ = \frac{1}{2}(2\alpha - \alpha) \Rightarrow \hat{\alpha} = 40^\circ$$

اندازه کمان  $MN$  برابر است با:  $\widehat{MN} = 36^\circ - \widehat{PM} - \widehat{QN} - \widehat{PQ} = 36^\circ - 40^\circ - 80^\circ - 125^\circ = 115^\circ$

حالا دوباره از مورد (۱) درس نامه استفاده می‌کنیم تا زاویه  $A$  را به دست آوریم:  $\hat{A} = 180^\circ - \widehat{MN} = 180^\circ - 115^\circ = 65^\circ$

## تست و پاسخ ۲۹

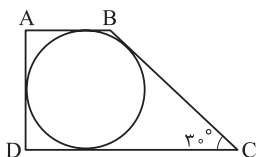
مطابق شکل، در دوزنقه قائم‌الزاویه  $ABCD$  دایره‌ای به شعاع ۳ محاط شده است. مساحت دوزنقه کدام است؟

۶۴ (۲)

۳۶ (۱)

۴۸ (۴)

۵۴ (۳)



## پاسخ: گزینه ۳



# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

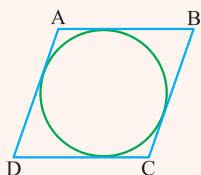
ریاضیات

**مشاوره** سؤال ترکیبی از مباحث «مثلث‌های قائم‌الزاویه خاص» و ویژگی‌های چهارضلعی محیطی است. حواستون به سؤال‌های ترکیبی باشه چون خیلی برای طراحان کنکور پراهمیت هستند.

**خودت حل کنی بهتره** در چهارضلعی محیطی ABCD داریم:  $AB + DC = AD + BC$ ، پس کافیه طول BC رو به دست بیاری تا مساحت محاسبه بشه.

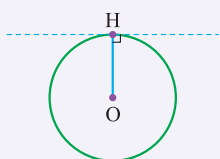
## درس نامه

چهارضلعی ABCD، محیطی است، اگر و تنها اگر مجموع اضلاع روبه‌روی آن با هم برابر باشد، مثلاً در شکل زیر داریم:



$$ABCD \Leftrightarrow AB + DC = AD + BC$$

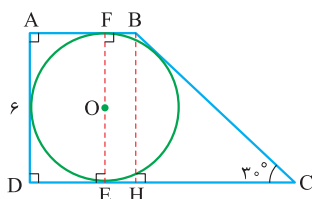
محیطی



**نکات** ۱) در هر مثلث قائم‌الزاویه، ضلع رو به زاویه  $30^\circ$ ، نصف وتر و ضلع رو به زاویه  $60^\circ$ ، وتر است.

۲) شعاع دایره، در نقطه تماس، برخط مماس عمود است:

**پاسخ تشریحی** گام اول (استراتژی حل مسئله): ارتفاع دوزنقه محیطی برابر قطر دایره محاطی آن است و مجموع قاعده‌های دوزنقه محیطی هم برابر مجموع ساق‌های آن است؛ در نتیجه با داشتن این اطلاعات، مساحت دوزنقه که برابر است با نصف مجموع دو قاعده ضرب در ارتفاع دوزنقه، محاسبه می‌شود.



گام دوم (محاسبه ارتفاع دوزنقه): مطابق شکل، OE و OF در نقاط تماس بر قاعده‌های CD و AB عموداند، پس OE و OF در یک امتدادند و EF قطر دایره محاطی است و برابر با ارتفاع دوزنقه است:

$$BH = EF = 6$$

گام سوم (محاسبه خواسته سؤال): مطابق با درس‌نامه، چون ABCD دوزنقه محیطی است؛ پس:

$$AB + DC = AD + BC = 6 + BC \quad (1)$$

$$\hat{C} = 30^\circ, BH = 6 \Rightarrow BC = 2BH = 12$$

$$AB + DC = 6 + 12 = 18$$

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} BH(AB + DC) = \frac{1}{2} \times 6 \times 18 = 54$$

برای محاسبه طول BC در مثلث قائم‌الزاویه BHC داریم:

پس در رابطه (1) داریم:

در نهایت:

## تست و پاسخ ۳۰

دو دایره به شعاع‌های ۱ و ۳ مماس خارج هستند و خط L مماس مشترک خارجی آن‌ها است. اگر M نقطه‌ای روی L باشد، آن‌گاه کم‌ترین مقدار مجموع فواصل M از مراکز دو دایره کدام است؟

$$4\sqrt{2} \quad (4)$$

$$3\sqrt{3} \quad (3)$$

$$5 \quad (2)$$

$$2\sqrt{7} \quad (1)$$

## پاسخ: گزینه ۱

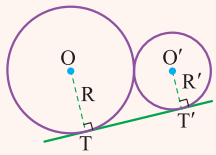
**مشاوره** با یک سؤال ترکیبی از دو مبحث مهم «مماس مشترک و مسائل کوتاه‌ترین مسیر» طرفیم. این مدل سؤال‌های خیلی حال و هوای کنکور دارند.....

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



**خودت حل کنی بهتره** وقتی کمترین مقدار مجموع فواصل یک نقطه از دو نقطه دیگر را می‌خواهند، حتماً یاد مسئله هرون بیفتین.

## درس نامه

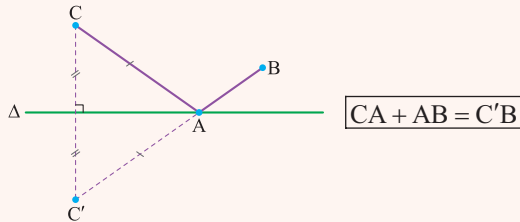


$$TT' = 2\sqrt{RR'}$$

(۱) طول مماس مشترک خارجی دو دایره مماس خارج با شعاع‌های R و R' برابر است با:

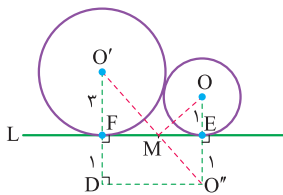
(۲) اگر دو نقطه B و C در یک طرف خط  $\Delta$  باشند و بخواهیم روی  $\Delta$  نقطه‌ای مانند A طوری پیدا کنیم که مجموع فاصله‌های آن از B و C کمترین مقدار ممکن باشد، به این صورت عمل می‌کنیم:

«یکی از دو نقطه B و C (مثلاً C) را نسبت به  $\Delta$  قرینه می‌کنیم و آن را C' می‌نامیم، حالا از نقطه حاصل به نقطه دیگر (B) وصل می‌کنیم. نقطه تقاطع پاره‌خط حاصل با  $\Delta$  همان A است و داریم:



## پاسخ تشریحی

گام اول (رسم شکل مناسب و استفاده از مسئله هرون): با توجه به شکل، O را نسبت به



L بازتاب می‌دهیم تا به O'' برسیم و O'' را به O' وصل می‌کنیم، داریم:  $O'O'' = MO + MO'$ . در مثلث قائم‌الزاویه  $O'DO''$  با استفاده از قضیه فیثاغورس می‌توانیم طول  $O'O''$  را محاسبه کنیم.

گام دوم (محاسبه خواسته سؤال): طبق گام (۱) در مثلث قائم‌الزاویه  $O'DO''$  طبق فیثاغورس داریم:

$$O'O'' = \sqrt{DO'^2 + DO''^2} \quad (1)$$

چون FEO''D مستطیل است، پس  $DO'' = EF$  و طول مماس مشترک خارجی دو دایره مماس خارج است که طبق مورد (۱) درس‌نامه از رابطه روبه‌رو محاسبه می‌شود:

$$EF = 2\sqrt{RR'} = 2\sqrt{3 \times 1} = 2\sqrt{3} = DO''$$

$$O'O'' = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + 4^2} = \sqrt{12 + 16} = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$$

در نتیجه طبق رابطه (۱) داریم:

## تست و پاسخ

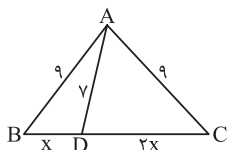
در شکل مقابل، اگر نقطه M وسط BC باشد، سینوس زاویه DAM کدام است؟

$$\frac{2}{7} \quad (2)$$

$$\frac{1}{7} \quad (1)$$

$$\frac{4}{7} \quad (4)$$

$$\frac{3}{7} \quad (3)$$



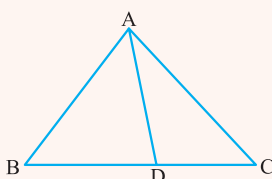
## پاسخ: گزینه ۲

**خودت حل کنی بهتره** از قضیه استوارت استفاده کنید.

## درس نامه

اگر D نقطه‌ای روی ضلع BC از مثلث ABC باشد، آن‌گاه داریم:

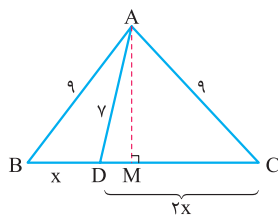
$$BD \times AC^2 + DC \times AB^2 = BC(AD^2 + BD \times DC)$$





# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات



پاسخ تشریحی ابتدا به کمک قضیه استوارت X را به دست می‌آوریم:

$$x \times 9^2 + 2x \times 9^2 = 3x(\gamma^2 + x \times 2x)$$

$$81 \times 3x = (49 + 2x^2) \times 3x$$

$$\Rightarrow 2x^2 = 22 \Rightarrow x = 4$$

چون ABC متساوی‌الساقین است و AM طبق فرض سؤال میانه وارد بر قاعده است، پس AM ارتفاع هم هست؛ در نتیجه در مثل قائم‌الزاویه

$$DM = BM - BD = \frac{3x}{2} - x = \frac{x}{2} = 2$$

داریم: ADM



$$\Rightarrow \sin \hat{D}AM = \frac{DM}{AD} = \frac{2}{5}$$

## تست و پاسخ ۳۳

اگر  $M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ ، آن‌گاه مجموع درایه‌های ستون سوم ماتریس M کدام است؟

۵ (۴)

۶ (۳)

۷ (۲)

۸ (۱)

## پاسخ: گزینه ۱

### درس نامه

اگر A و B دو ماتریس باشند به طوری که  $C = A \times B$  تعریف‌پذیر باشد، آن‌گاه برای به دست آوردن درایه‌های سطر نام از ماتریس C به

$$C \text{ سطر نام} = (A \text{ سطر نام}) \times B$$

صورت مقابل عمل می‌کنیم:

$$C \text{ ستون نام} = A \times (B \text{ ستون نام})$$

و هم‌چنین ستون نام از ماتریس C به صورت روبه‌رو است:

پاسخ تشریحی ابتدا دو ماتریس سمت چپ را در هم ضرب می‌کنیم:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 0 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$$

$$M \text{ ستون سوم از ماتریس} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \\ 4 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix}$$

حالا کافی است ماتریس A را در ستون سوم ماتریس  $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  ضرب کنیم:

$$3 + 1 + 4 = 8$$

در نتیجه مجموع درایه‌های ستون سوم برابر است با:

## تست و پاسخ ۳۳

اگر  $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$ ، I ماتریس همانی و  $\alpha$  و  $\beta$  دو عدد حقیقی باشند، به طوری که  $A = \alpha A^{-1} + \beta I$ ، آن‌گاه مقدار  $\frac{\alpha}{\beta}$  کدام است؟

$\frac{5}{2}$  (۲)

$-\frac{5}{2}$  (۱)

-۲ (۴)

۲ (۳)

## پاسخ: گزینه ۱

مشاوره هر جا صحبت از رابطه بین سه ماتریس A،  $A^2$  و I یا  $A^{-1}$ ، A و I بود، به یاد رابطه کیلی-همیلتون بیفتید.



## درس نامه ●●

(۱) اگر  $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ، آن گاه همواره رابطه زیر بین  $A^T$ ،  $A$  و  $I$  برقرار است:  
 (رابطه کیلی-همیلتون)  $A^T - (a+d)A + |A|I = \bar{O}$

(۲) اگر در ماتریس  $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$  داشته باشیم  $ad - bc \neq 0$ ، آن گاه این ماتریس وارون پذیر است و ماتریس وارون آن برابر است با:

$$A^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

## پاسخ تشریحی روش اول:

صورت سؤال یک رابطه بر حسب  $A$ ،  $A^{-1}$  و  $I$  به ما داده است، طبق مشاوره در این مواقع سعی می‌کنیم از رابطه کیلی - همیلتون به رابطه صورت سؤال برسیم:

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow a+d = -1-1 = -2, |A| = (-1)(-1) - (2)(3) = -5$$

$$\Rightarrow A^T + 2A - \Delta I = \bar{O}$$

حالا طرفین این تساوی را از سمت راست در  $A^{-1}$  ضرب می‌کنیم، داریم:

$$A^T = \Delta I - 2A \xrightarrow{\text{از راست } \times A^{-1}} \underbrace{A^T \times A^{-1}}_A = \Delta I \times A^{-1} - 2 \underbrace{A \times A^{-1}}_I$$

$$\Rightarrow A = \Delta A^{-1} - 2I \quad (1)$$

$$\alpha = \Delta \quad \beta = -2$$

با مقایسه رابطه (۱) با رابطه سؤال یعنی  $A = \alpha A^{-1} + \beta I$  داریم:

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\Delta}{-2}$$

پس:

روش دوم:

ابتدا به سراغ محاسبه  $A^{-1}$  می‌رویم:

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{(-1)(-1) - 2 \times 3} \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ -3 & -1 \end{bmatrix} = \frac{-1}{5} \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ -3 & -1 \end{bmatrix} = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$$

حالا  $A^{-1}$  را در رابطه  $A = \alpha A^{-1} + \beta I$  جای‌گذاری کرده و درایه‌های طرفین تساوی را نظیر به نظیر برابر قرار می‌دهیم:

$$\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} = \frac{\alpha}{5} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta & 0 \\ 0 & \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\alpha}{5} + \beta & \frac{2\alpha}{5} \\ \frac{3\alpha}{5} & \frac{\alpha}{5} + \beta \end{bmatrix}$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{2\alpha}{5} = 2 \Rightarrow \alpha = 5 \\ \frac{\alpha}{5} + \beta = -1 \xrightarrow{\alpha=5} 1 + \beta = -1 \Rightarrow \beta = -2 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{\alpha}{\beta} = \frac{-5}{2}$$

## تست و پاسخ ۳۳

اگر تنها یک خط بر هر دو دایره  $x^2 + y^2 - 2y - 1 = 0$  و  $x^2 + y^2 - 2x + m = 0$  مماس باشد،  $m$  کدام است؟

۳ (۴)

-۷ (۳)

-۵ (۲)

-۳ (۱)

## پاسخ: گزینه ۳

## درس نامه ●●

(۱) در دایره  $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ ، مرکز و شعاع از روابط مقابل محاسبه می‌شود:

$$O\left(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}\right)$$

$$R = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2 - 4c}$$

(۲) دو دایره، یک مماس مشترک دارند، اگر و فقط اگر مماس داخل باشند، در دو دایره مماس داخل، طول خط‌المركزین، برابر تفاضل شعاع‌ها است.





# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

**پاسخ تشریحی** گام اول (استراتژی حل سؤال): سؤال گفته دو دایره مذکور فقط یک مماس مشترک دارند، طبق درس‌نامه فقط در یک حالت مماس داخل‌بودن، دو دایره می‌توانند در مجموع یک مماس مشترک داشته باشند؛ پس مرکز و شعاع دایره را به دست آورده و از رابطه  $OO' = |R - R'|$  استفاده می‌کنیم.

گام دوم (محاسبه شعاع و مرکز دایره‌ها): از روابط مورد (۱) درس‌نامه استفاده می‌کنیم:

$$x^2 + y^2 - 2y - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} O(0, 1) \\ R = \frac{1}{\sqrt{4}} \sqrt{0^2 + (-2)^2 - 4(-1)} = \sqrt{2} \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 - 2x + m = 0 \Rightarrow \begin{cases} O'(1, 0) \\ R' = \frac{1}{\sqrt{4}} \sqrt{(-2)^2 + 0^2 - 4m} = \sqrt{1-m} \end{cases}$$

گام سوم (محاسبه خواسته سؤال): چون دو دایره مماس داخل‌اند؛ پس رابطه  $|R - R'| = OO'$  برقرار است:

$$OO' = \sqrt{(0-1)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{2} = |R' - \sqrt{2}| \Rightarrow \begin{cases} R' - \sqrt{2} = \sqrt{2} \Rightarrow R' = 2\sqrt{2} \checkmark \\ R' - \sqrt{2} = -\sqrt{2} \Rightarrow R' = 0 \times \end{cases}$$

شعاع که نمی‌تواند صفر باشد؛ پس از رابطه  $R' = 2\sqrt{2}$  داریم:

$$\sqrt{1-m} = 2\sqrt{2} \Rightarrow m = -7$$

## تست و پاسخ ۳۵

طول مماسی که از کانون سهمی  $y^2 + 4x = 3(2y + 1)$  بر دایره  $x^2 + y^2 - 2x + y = 0$  رسم می‌شود، کدام است؟

۳ (۲)

$2\sqrt{3}$  (۱)

۴ چنین مماسی قابل رسم نیست.

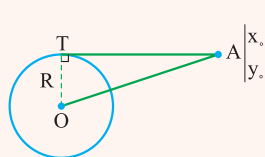
$\sqrt{15}$  (۳)

## پاسخ: گزینه ۱

**مشاوره** رایج‌ترین تیپ سؤالات سهمی در کنکور شبیه این سؤال است، یعنی معادله گسترده سهمی را به شما می‌دهند و اطلاعاتی در مورد آن از شما می‌خواهند که در اکثریت قریب به اتفاق سؤال‌ها، باید برای حل، معادله گسترده را به معادله استاندارد تبدیل کنید.

**خود حل کنی بهتره** معادله گسترده را به معادله استاندارد تبدیل کنید.

## درس‌نامه



(۱) برای محاسبه طول مماس رسم شده از نقطه  $A(x_0, y_0)$  بر دایره  $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$  کافی است مختصات  $A$  را در سمت چپ معادله دایره جای گذاری و از عدد حاصل جذر بگیریم، یعنی:

$$AT = \sqrt{x_0^2 + y_0^2 + ax_0 + by_0 + c}$$

(۲) برای پیدا کردن مختصات  $F$  و معادله  $\Delta$  باید معادله گسترده سهمی را به استاندارد تبدیل کنیم تا  $\alpha$  و  $\beta$  و  $a$  به دست آیند، سپس بسته به این که کدام یک از حالت‌های پایین را داریم،  $F$  و  $\Delta$  معلوم می‌شوند.

$F \begin{cases} \alpha + a \\ \beta \end{cases}$ <p>← <math>a</math> تا به راست می‌رویم.</p> <p>← <math>a</math> تا به چپ می‌رویم.</p> <p><math>\Delta: x = \alpha - a</math></p> <p>از رأس</p>		<p>سهمی افقی با دهانه به سمت راست</p>
--	--	---------------------------------------

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



$F \begin{cases} \alpha - a \\ \beta \end{cases}$ <p>← a تا به چپ می رویم.</p> $\Delta: x = \alpha + a$ <p>← a تا به راست می رویم.</p> <p>از رأس</p>		سهمی افقی با دهانه به سمت چپ
$F \begin{cases} \alpha \\ \beta + a \end{cases}$ <p>← a تا به بالا می رویم.</p> $\Delta: y = \beta - a$ <p>← a تا به پایین می رویم.</p> <p>از رأس</p>		سهمی قائم با دهانه به سمت بالا
$F \begin{cases} \alpha \\ \beta - a \end{cases}$ <p>← a تا به پایین می رویم.</p> $\Delta: y = \beta + a$ <p>← a تا به بالا می رویم.</p> <p>از رأس</p>		سهمی قائم با دهانه به سمت پایین

**پاسخ تشریحی** گام اول (محاسبه مختصات کانون سهمی): ابتدا معادله گسترده سهمی را به معادله استاندارد تبدیل می کنیم:

$$y^2 + 4x = 6y + 3 \Rightarrow y^2 - 6y = -4x + 3$$

$$\Rightarrow y^2 - 6y + 9 = -4x + 3 + 9 \Rightarrow (y-3)^2 = -4(x-3)$$

پس یک سهمی افقی با دهانه رو به چپ داریم که مختصات رأس آن  $S(3, 3)$  و فاصله کانونی آن  $a = 1$  است؛ در نتیجه طبق مورد (2) درس نامه،

$$\text{مختصات کانون سهمی به صورت } F \begin{pmatrix} 3-1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} \text{ می باشد.}$$

گام دوم (محاسبه طول مماس بر دایره): طبق مورد (1) درس نامه، طول مماسی که از نقطه  $F \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$  بر دایره  $x^2 + y^2 - 2x + y = 0$  رسم می شود، برابر است با:

$$F(2, 3) \xrightarrow{\text{جای گذاری در معادله دایره}} \sqrt{2^2 + 3^2 - 2(2) + 3} = 2\sqrt{3}$$

### تست و پاسخ ۳۶

بردارهای  $\vec{a} = (3, m-1, 5)$  و  $\vec{b} = (m, 1, -3)$  و  $\vec{c} = (m, 2m, m^2)$  مفروض اند. اگر اندازه بردارهای  $\vec{a} + \vec{b}$  و  $\vec{a} - \vec{b}$  برابر باشند، حجم متوازی السطوح بنا شده، بر بردارهای  $\vec{a}$ ،  $\vec{b}$  و  $\vec{c}$  کدام است؟

۳۸ (۴)

۳۶ (۳)

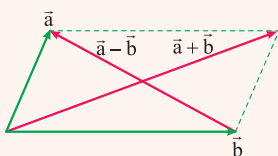
۳۴ (۲)

۳۲ (۱)

### پاسخ: گزینه ۱

**خودت حل کنی بهتره** اگر دو بردار بر هم عمود باشند، حاصل ضرب داخلی آن ها صفر است.

### درس نامه



(۱) بردارهای  $\vec{a} + \vec{b}$  و  $\vec{a} - \vec{b}$  قطرهای متوازی الاضلاعی هستند که روی بردارهای  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  ساخته می شود:

$$\vec{a} \perp \vec{b} \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$$

(۲) اگر دو بردار  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  بر هم عمود باشد، ضرب داخلی آن ها همواره برابر صفر است:

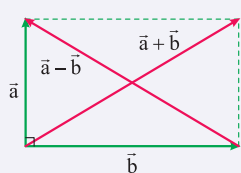
$$V = |\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})|$$

(۳) حجم متوازی السطوحی که روی بردارهای  $\vec{a}$ ،  $\vec{b}$  و  $\vec{c}$  ساخته می شود، از رابطه مقابل محاسبه می شود:



# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات



**نکته** بردارهای  $\vec{a} + \vec{b}$  و  $\vec{a} - \vec{b}$  قطره‌های متوازی‌الاضلاع هستند که روی بردارهای  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  ساخته می‌شوند؛ بنابراین اگر اندازه بردارهای  $\vec{a} + \vec{b}$  و  $\vec{a} - \vec{b}$  برابر باشند، متوازی‌الاضلاع به مستطیل تبدیل شده و در نتیجه بردارهای  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  بر هم عمودند.

$$\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow |\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$$

**پاسخ تشریحی** گام اول (محاسبه مختصات بردارهای  $\vec{a}$ ،  $\vec{b}$  و  $\vec{c}$ ): با توجه به نکته فوق بردارهای  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  بر هم عمودند؛ پس طبق مورد (۲)

$$\vec{a} \perp \vec{b} \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Rightarrow (3, m-1, 5) \cdot (m, 1, -3) = 0$$

$$\Rightarrow 3m + (m-1) - 15 = 0 \Rightarrow 4m = 16 \Rightarrow m = 4$$

درس‌نامه داریم:

بنابراین بردارهای  $\vec{a}$ ،  $\vec{b}$  و  $\vec{c}$  به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\Rightarrow \vec{a} = (3, m-1, 5) = (3, 3, 5) \text{ و } \vec{b} = (m, 1, -3) = (4, 1, -3) \text{ و } \vec{c} = (m, 2m, m^2) = (4, 8, 16)$$

گام دوم (محاسبه حجم متوازی‌السطوح): طبق مورد (۳) درس‌نامه، حجم متوازی‌السطوحی که روی بردارهای  $\vec{a}$ ،  $\vec{b}$  و  $\vec{c}$  ساخته می‌شود، برابر است با:

$$V = |\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})| = \begin{vmatrix} 3 & 3 & 5 \\ 4 & 1 & -3 \\ 4 & 8 & 16 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 3 & 5 \\ 4 & 1 & -3 \\ 4 & 16 & -3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 3 & 3 & 5 \\ 4 & 1 & -3 \\ 4 & 16 & -3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 3 & 3 & 5 \\ 4 & 1 & -3 \\ 4 & 16 & -3 \end{vmatrix} = |3(40) - 3(76) + 5(28)| = 32$$

## تست و پاسخ ۳۷

در تقسیم عدد  $a$  بر  $11$ ، باقی‌مانده  $1$  واحد کوچک‌تر از خارج قسمت است. مجموع ارقام بزرگ‌ترین عدد ممکن برای  $a$  کدام است؟

۵ (۴)

۷ (۳)

۹ (۲)

۱۲ (۱)

## پاسخ: گزینه ۴

**خودت حل کنی بهتره** کافیه الگوریتم تقسیم رو بنویسید و البته حواستون به شرط باقی‌مانده هم باشه!

**درس‌نامه** الگوریتم تقسیم: اگر عدد صحیح  $a$  را بر عدد طبیعی  $b$  تقسیم کنیم، داریم:

مقسوم

$$\begin{array}{r} a \overline{) b} \\ \underline{\quad} \\ r \end{array}$$

مقسوم‌علیه  $\rightarrow$   
خارج قسمت  $\rightarrow$   
باقی‌مانده  $\rightarrow$

$$\Rightarrow a = bq + r, \quad 0 \leq r < b$$

شرط باقی‌مانده

$$a = 11q + r, \quad 0 \leq r < 11$$

**پاسخ تشریحی** گام اول: الگوریتم تقسیم را می‌نویسیم:

گام دوم: طبق گفته سؤال باقی‌مانده،  $1$  واحد کوچک‌تر از خارج قسمت است، یعنی  $r = q - 1$  یا همان  $q = r + 1$ . حالا با جای‌گذاری

$$a = 11(r+1) + r = 11r + 11 + r = 12r + 11$$

داریم:  $q = r + 1$ 

$$\Rightarrow a = 12r + 11$$

گام سوم: بزرگ‌ترین عدد ممکن برای  $a$  را می‌خواهیم. واضح است که هر چه  $r$  بزرگ‌تر باشد،  $a$  هم بزرگ‌تر می‌شود، پس برای پیدا کردن بزرگ‌ترین مقدار  $a$ ، به جای  $r$  بزرگ‌ترین مقدار آن یعنی  $r = 10$  را قرار می‌دهیم. (شرط باقی‌مانده  $0 \leq r < 11$  است، پس بزرگ‌ترین مقدار

$$a = 12r + 11 = 12 \times 10 + 11 = 131 \xrightarrow{\text{جمع ارقام}} 1 + 3 + 1 = 5$$

برای  $r = 10$  است):

## تست و پاسخ ۳۸

عدد شش‌رقمی  $A = abcabc$  بر  $105$  بخش‌پذیر و  $B$  برابر با مجموع ارقام  $A$  است. مجموع ارقام بزرگ‌ترین مقدار ممکن برای  $B$  کدام است؟

۳ (۴)

۶ (۳)

۹ (۲)

۱۲ (۱)

## پاسخ: گزینه ۳

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



**خودت حل کنی بهتره** کافیه  $A$  رو به صورت  $A = 1000\overline{abc} + \overline{abc}$  بنویسید.

**درس نامه** •• بسط اعداد

یک عدد  $n$  رقمی را در حالت کلی می‌توانیم به صورت  $a_n a_{n-1} \dots a_3 a_2 a_1$  نمایش دهیم که در آن داریم:

$$\overline{a_n a_{n-1} \dots a_3 a_2 a_1} = a_n + 10 \times a_{n-1} + 10^2 \times a_{n-2} + \dots + 10^{n-1} a_1$$

**نکات** ۱) بسط اعداد را به صورت‌های متفاوتی می‌توان باز کرد، برای مثال:  $\overline{abcd} = 1000\overline{ab} + \overline{cd}$  یا  $\overline{abcde} = 1000\overline{abc} + \overline{de}$

۲) اگر  $a | bc$  و  $(a, b) = 1$  باشد،  $a | c$ .

**پاسخ تشریحی** گام اول:  $A$  را به کمک بسط اعداد باز می‌کنیم:

$$A = \overline{abcabc} = 1000\overline{abc} + \overline{abc} = 1001\overline{abc} = 7 \times 11 \times 13 \overline{abc}$$

گام دوم: می‌خواهیم  $A$  بر  $105 = 3 \times 5 \times 7$  بخش پذیر باشد، پس:

$$105 | A \Rightarrow 3 \times 5 \times 7 | 7 \times 11 \times 13 \overline{abc} \Rightarrow 3 \times 5 | 11 \times 13 \overline{abc}$$

از طرفی  $11 \times 13$  نسبت به  $3 \times 5$  اول است، پس طبق نکته ۲ داریم:

$$3 \times 5 | 11 \times 13 \overline{abc} \xrightarrow{(3 \times 5, 11 \times 13) = 1} 3 \times 5 | \overline{abc}$$

یعنی می‌خواهیم  $\overline{abc}$  مضرب  $3 \times 5$  باشد.

گام سوم:  $\overline{abc}$  مضرب  $3 \times 5$  است، پس باید هم مضرب ۳ و هم مضرب ۵ باشد. برای این که  $\overline{abc}$  مضرب ۵ باشد، باید یکان آن برابر صفر یا ۵ باشد، (پس ۵ یا ۰  $c = 0$ ) و برای این که  $\overline{abc}$  مضرب ۳ باشد، باید جمع ارقامش یعنی  $a + b + c$  مضرب ۳ شود. دو حالت داریم:

**حالت اول:** اگر  $c = 0$  باشد، باید  $a + b + c$  یا همان  $a + b$  مضرب ۳ باشد. حالا واضح است برای این که بزرگ‌ترین مقدار  $B$  را به دست آوریم،

باید  $a + b$  بزرگ‌ترین مقدار باشد که بزرگ‌ترین مقدار  $a + b$  برابر ۱۸ است (به ازای  $a = 9$  و  $b = 9$  که در این صورت  $a + b = 18$  مضرب ۳ هم می‌شود):

$$\Rightarrow B = \underbrace{a+b}_{18} + \underbrace{c}_{0} + \underbrace{a+b}_{18} + \underbrace{c}_{0} = 36$$

جمع ارقام  $A$

بنابراین در این حالت بزرگ‌ترین مقدار  $B$  برابر ۳۶ است.

**حالت دوم:** اگر  $c = 5$  باشد، باید  $a + b + c$  یا همان  $a + b + 5$  مضرب ۳ باشد. مشابه حالت قبل باید  $a + b$  بزرگ‌ترین مقدار باشد به طوری که

$a + b + 5$  مضرب ۳ شود که بزرگ‌ترین مقدار  $a + b$  با این شرط برابر ۱۶ است (برای مثال به ازای  $a = 9$  و  $b = 7$  یا بالعکس):

$$B = \underbrace{a+b}_{16} + \underbrace{c}_{5} + \underbrace{a+b}_{16} + \underbrace{c}_{5} = 42$$

جمع ارقام  $A$

بنابراین در این حالت بزرگ‌ترین مقدار  $B$  برابر ۴۲ است.

گام چهارم: پس در کل بزرگ‌ترین مقدار  $B$  برابر ۴۲ است که جمع ارقام آن برابر  $4 + 2 = 6$  می‌شود.

### تست و پاسخ ۳۹

به ازای چند عدد دورقمی  $a$ ، معادله سیاله خطی  $ax + 15y = 17$  دارای جواب صحیح نیست؟

۴۹ (۴)

۴۸ (۳)

۴۲ (۲)

۴۱ (۱)

### پاسخ: گزینه ۲

**نکات** ۱) معادله سیاله خطی  $ax + by = c$  دارای جواب صحیح است اگر  $(a, b) | c$ .

۲) برای دو مجموعه دلخواه  $A$  و  $B$  داریم:  $n(A' \cap B') = n(U) - n(A \cup B) = n(U) - (n(A) + n(B) - n(A \cap B))$

$$\left[ \frac{n}{k} \right]$$

۳) تعداد اعداد مضرب  $k$  در بین اعداد ۱ تا  $n$  برابر است با:



# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

دقت کنید، برای مثال برای پیدا کردن تعداد اعداد دورقمی مضرب ۷ به این صورت عمل می‌کنیم:

$$\left[ \frac{99}{7} \right] - \left[ \frac{9}{7} \right] = 14 - 1 = 13$$

تعداد اعداد مضرب ۷ در بین اعداد ۹۹ تا ۱  
تعداد اعداد مضرب ۷ در بین اعداد ۹ تا ۱

**پاسخ تشریحی** گام اول: معادله سیاله خطی  $ax + 15y = 17$  دارای جواب صحیح است، اگر  $(a, 15) | 17$ . واضح است که وقتی  $(a, 15) = 1$  باشد.

**گام دوم:** گفتیم باید  $(a, 15) = 1$  باشد، یعنی  $a$  باید نسبت به  $15 = 3 \times 5$  اول باشد یا به عبارت دیگر  $a$  نه عامل ۳ داشته باشد و نه عامل ۵، بنابراین باید تعداد اعداد دورقمی را بشماریم که نه مضرب ۳ اند و نه مضرب ۵.

**گام سوم:** اعداد دورقمی مضرب ۳ را با  $A$  و اعداد دورقمی مضرب ۵ را با  $B$  نمایش می‌دهیم. داریم:

$$n(A) = \left[ \frac{99}{3} \right] - \left[ \frac{9}{3} \right] = 33 - 3 = 30$$

$$n(B) = \left[ \frac{99}{5} \right] - \left[ \frac{9}{5} \right] = 19 - 1 = 18$$

$$n(A \cap B) = \left[ \frac{99}{15} \right] - \left[ \frac{9}{15} \right] = 6 - 0 = 6$$

$$\underbrace{n(U)}_{\text{تعداد اعداد دورقمی}} = 90$$

**گام چهارم:** تعداد اعداد دورقمی که نه مضرب ۳ اند و نه مضرب ۵، همان  $n(A' \cap B')$  است که برابر است با:

$$n(A' \cap B') = n(U) - n(A \cup B)$$

$$= n(U) - (n(A) + n(B) - n(A \cap B)) = 90 - (30 + 18 - 6) = 90 - 42 = 48$$

**گام پنجم:** پس به ازای ۴۸ مقدار دورقمی  $a$  معادله دارای جواب صحیح است و به ازای  $90 - 48 = 42$  مقدار دورقمی دیگر، معادله جواب صحیح ندارد.

**تذکره** البته دقت کنید می‌توانستیم بگوییم اگر  $a$  مضرب ۳ یا ۵ باشد،  $(a, 15) \neq 1$  شده و معادله جواب ندارد که تعداد اعدادی که مضرب ۳ یا ۵ هستند، برابر است با:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 30 + 18 - 6 = 42$$

## تست و پاسخ ۴۰

در گرافی ۴- منتظم و ناهمبند، عدد احاطه‌گری برابر ۲ است. تعداد دوره‌های به طول ۳ در این گراف کدام است؟

- ۲۰ (۱)      ۱۰ (۲)      ۵ (۳)      صفر (۴)

### پاسخ: گزینه ۱

**خودت حل کنی بهتره** کافیست به این توجه کنید که گراف ۴- منتظم ناهمبند با عدد احاطه‌گری ۲، از اجتماع دو تا گراف  $k_5$  تشکیل شده!

**نکته** تعداد دوره‌های به طول  $m$  در گراف کامل  $P$  رأسی برابر است با:

$$\binom{P}{m} \times \frac{(m-1)!}{2}$$

**پاسخ تشریحی** **گام اول:** می‌دانیم گراف ناهمبند از حداقل دو بخش جدا از هم تشکیل شده. از طرفی چون عدد احاطه‌گری گراف هم ۲ است، یعنی گراف باید دقیقاً از دو قسمت جدا از هم تشکیل شده باشد که هر قسمت با یک رأس احاطه می‌شود. حالا با توجه به ۴- منتظم بودن گراف، متوجه می‌شویم که گراف باید به شکل مقابل باشد:

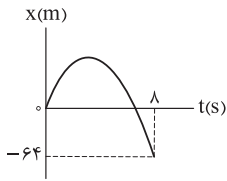


**گام دوم:** این گراف از دو گراف  $k_5$  تشکیل شده. طبق نکته، تعداد دوره‌های به طول ۳ در یک گراف کامل ۵ رأسی برابر  $10 \times \frac{(3-1)!}{2} = 10$  است، پس در گراف بالا تعداد دوره‌های به طول ۳ برابر  $10 \times 2 = 20$  تا است.

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



## تست و پاسخ ۴۱



نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت در راستای محور  $x$  حرکت می‌کند، به شکل مقابل است. اگر متحرک با تندی  $24 \text{ m/s}$  از مبدأ مکان عبور کند، در بازه زمانی ای که بردار مکان متحرک در جهت محور  $x$  است، مسافت طی شده توسط آن چند متر است؟

۹۶ (۴)

۷۲ (۳)

۴۸ (۲)

۳۶ (۱)

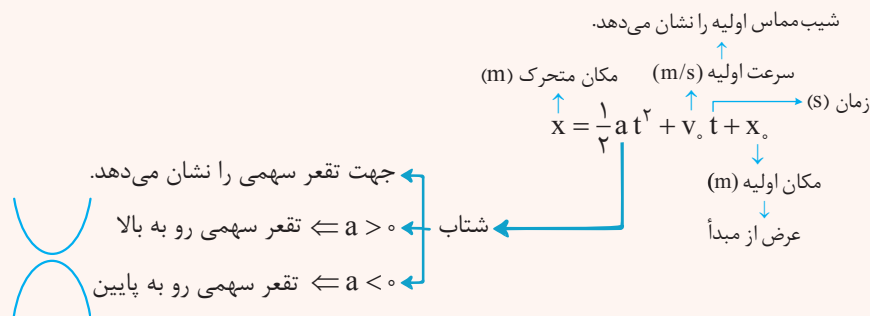
## پاسخ: گزینه ۳

**مشاوره** در نمودارهای مکان-زمان حرکت با شتاب ثابت، یکی از زمان‌های کلیدی، زمان توقف ( $v = 0$ ) است و غالباً در حل مسئله از این زمان استفاده می‌کنیم.

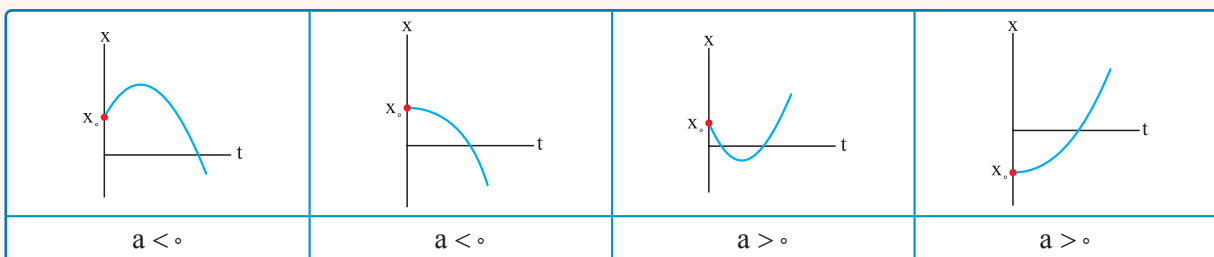
**خودت حل کنی بهتره** ابتدا به کمک رابطه  $\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$  شتاب متحرک را به دست آورید، سپس از رابطه  $v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x$ ، فاصله متحرک از مبدأ مکان را در زمانی که تندی‌اش صفر است بیابید تا در نهایت به خواسته سؤال برسید.

## درس نامه •• معادله و نمودار مکان - زمان، در حرکت با شتاب ثابت:

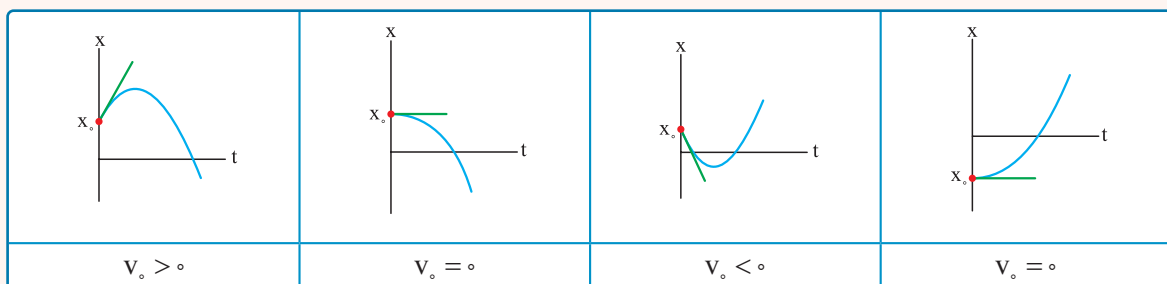
معادله مکان - زمان، در حرکت با شتاب ثابت، به صورت  $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$  است و درجه دوم بودن این معادله نشان می‌دهد که نمودار آن به صورت سهمی است.

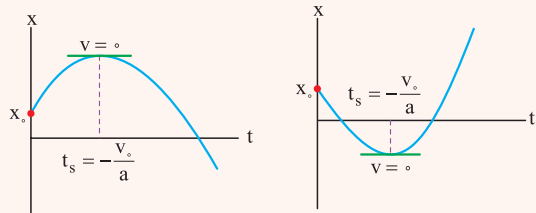


در شکل‌های زیر، به صورت چند مثال، علامت شتاب مشخص شده است.

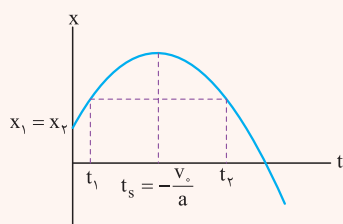


در شکل‌های زیر، به صورت چند مثال، علامت سرعت اولیه مشخص شده است.





در نمودار مکان - زمان حرکت با شتاب ثابت، مختصهٔ زمان رأس سهمی از رابطه  $t_s = -\frac{v_0}{a}$  به دست می‌آید و لحظه‌ای را که متحرک می‌ایستد، نشان می‌دهد. در صورتی که سهمی در طرفین این لحظه، ادامه‌دار باشد، به این معناست که متحرک حتماً تغییر جهت داده است.



در حرکت با شتاب ثابت، زمان‌هایی که نسبت به  $t_s = -\frac{v_0}{a}$  (زمان رأس سهمی) تقارن دارند، دارای مکان‌های یکسان و تندیه‌های برابر هستند، البته سرعت‌ها قرینه هم هستند.

$$\frac{t_1 + t_2}{2} = t_s \Rightarrow \begin{cases} x_1 = x_2 \\ v_1 = -v_2 \end{cases}$$

چند رابطهٔ دیگر در حرکت با شتاب ثابت:

اگر متحرکی با شتاب ثابت  $a$  در حال حرکت باشد به طوری که در لحظهٔ  $t_1$ ، از مکان  $x_1$  با سرعت  $v_1$  بگذرد و در لحظهٔ  $t_2$ ، از مکان  $x_2$  با سرعت  $v_2$  بگذرد، روابط زیر برقرار است ( $\Delta x = x_2 - x_1$  و  $\Delta t = t_2 - t_1$ ):

$$\Delta x = \frac{1}{2} a (\Delta t)^2 + v_1 (\Delta t)$$

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a \Delta x$$

$$\Delta x = \underbrace{\left( \frac{v_1 + v_2}{2} \right)}_{v_{av}} \Delta t$$

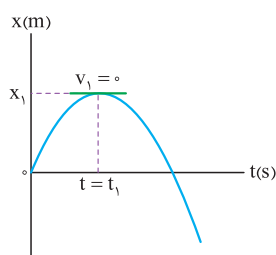
$$v_2 = a(\Delta t) + v_1$$

**پاسخ تشریحی** گام اول: تندیه متحرک هنگام عبور از مبدأ مکان  $24 \text{ m/s}$  است. با توجه به تقارن سهمی، سرعت اولیه  $24 \text{ m/s}$  است.

حال به کمک رابطه  $\Delta x = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t$  در  $8$  ثانیهٔ اول حرکت، شتاب متحرک را به دست می‌آوریم.

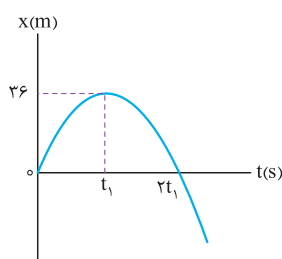
$$\Delta x = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t \Rightarrow -64 - 0 = \frac{1}{2} a (8)^2 + 24(8) \xrightarrow{\div 8} -8 = 4a + 24 \Rightarrow -32 = 4a \Rightarrow a = -8 \text{ m/s}^2$$

گام دوم: جابه‌جایی متحرک را از  $t = 0$  تا  $t = t_1$  (جایی که متحرک متوقف شده است) به دست می‌آوریم.



$$v_1^2 - v_0^2 = 2a(x_1 - x_0)$$

$$\Rightarrow 0^2 - 24^2 = 2(-8)(x_1 - 0) \Rightarrow x_1 = 36 \text{ m}$$



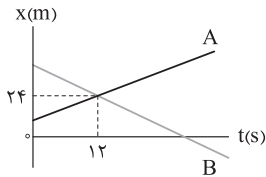
گام سوم: مطابق شکل مقابل و با توجه به تقارن سهمی، مسافت طی‌شده در مدت‌زمانی که متحرک در جهت

محور  $x$  حرکت می‌کند  $(0 - 2t_1)$ ، برابر  $72 \text{ m}$  است.



## تست و پاسخ ۴۲

نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B که در راستای محور X حرکت می کنند، به شکل زیر است. تندی متحرک B، ۲ برابر تندی متحرک A است. اگر فاصله دو متحرک در مبدأ زمان ۴۸ m باشد، در لحظه ای که متحرک B از مبدأ مکان عبور می کند، فاصله دو متحرک از هم چند متر است؟



۲۴ (۱)

۲۸ (۲)

۳۲ (۳)

۳۶ (۴)

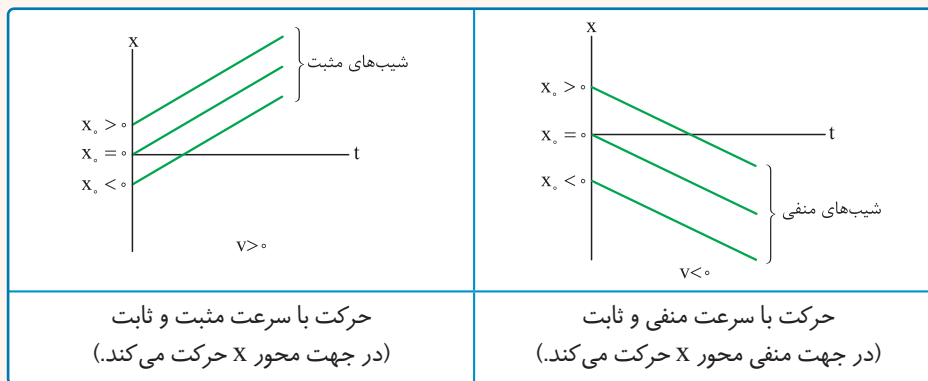
## پاسخ: گزینه ۴

**خودت حل کنی بهتره** معادله مکان - زمان در حرکت با سرعت ثابت را به ترتیب با تندی های  $v$  و  $2v$ ، برای متحرک های A و B بنویسید و با توجه به این که در لحظه  $t = 12s$  به یکدیگر می رسند، تندی  $v$  را به دست آورید. حال پس از نوشتن معادله مکان - زمان متحرک B، مکان اولیه آن و زمان عبور آن از مبدأ مکان را به دست آورید و در نهایت فاصله دو متحرک را در لحظه عبور متحرک B از مبدأ مکان ( $x = 0$ ) محاسبه کنید.

## درس نامه

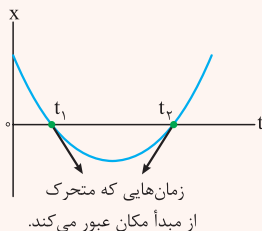
معادله و نمودار مکان - زمان حرکت با سرعت ثابت:

معادله مکان - زمان حرکت با سرعت ثابت از رابطه  $x = vt + x_0$  پیروی می کند و به صورت تابعی درجه یک است، بنابراین نمودار مکان - زمان حرکت با سرعت ثابت به صورت خطی است. در شکل های زیر، علامت سرعت و مکان اولیه در چند حالت مختلف، مشخص شده است.



شیب نمودار مکان - زمان بیانگر سرعت است.

● به محل برخورد نمودار مکان - زمان با محور زمان ( $t$ )، لحظه عبور متحرک از مبدأ مکان گفته می شود و برای محاسبه آن کافی است معادله مکان - زمان متحرک را برابر صفر قرار دهیم. (انگار داریم ریشه حساب می کنیم.)



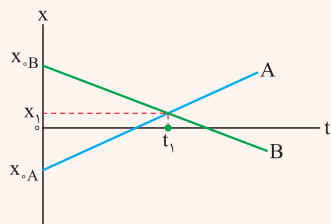
## ملاقات دو متحرک

اگر مکان های دو متحرک با هم یکسان شوند، دو متحرک همدیگر را ملاقات خواهند کرد. برای یافتن زمان و مکان رسیدن دو متحرک به هم، کافی است معادله های مکان برحسب زمان دو متحرک را با هم برابر قرار داده و پس از حل معادله، زمان رسیدن را پیدا کرد. در شکل صفحه بعد، دو متحرک A و B با سرعت های ثابت به سمت هم حرکت می کنند و در لحظه  $t_1$  در مکان  $x_1$  به یکدیگر می رسند. در بازه زمانی  $(0 - t_1)$  متحرک های A و B به هم نزدیک می شوند.

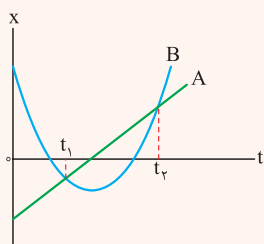




در بازه زمانی  $t_1$  به بعد متحرک‌های A و B از هم دور می‌شوند.



در شکل مقابل، متحرک A با سرعت ثابت و متحرک B با شتاب ثابت حرکت می‌کنند. این دو متحرک در لحظه‌های  $t_1$  و  $t_2$  به هم می‌رسند.



**پاسخ تشریحی** گام اول: اگر تندی متحرک A را  $v$  در نظر بگیریم، تندی متحرک B برابر  $2v$  است؛ بنابراین معادله مکان - زمان دو

متحرک به صورت زیر است:

$$x_A = vt + x_{0,A}$$

$$x_B = -2vt + x_{0,B}$$

توجه کنید که متحرک B در خلاف جهت محور X حرکت می‌کند و سرعت آن منفی است.

گام دوم: دو متحرک در لحظه  $t = 12\text{ s}$  همدیگر را ملاقات می‌کنند و مکان‌های برابر دارند؛ بنابراین داریم:

$$x_A(t = 12\text{ s}) = x_B(t = 12\text{ s}) \Rightarrow 12v + x_{0,A} = -24v + x_{0,B} \Rightarrow 36v = x_{0,B} - x_{0,A}$$

$$v = \frac{x_{0,B} - x_{0,A}}{36} \xrightarrow{\text{مکان اولیه B بالاتر از مکان اولیه A است. } x_{0,B} - x_{0,A} = +48\text{ m}} v = \frac{+48}{36} = \frac{4}{3} \text{ m/s}$$

گام سوم: متحرک B در لحظه  $t = 12\text{ s}$  از مکان  $x = 24\text{ m}$  عبور کرده است. حال مکان اولیه متحرک B را به دست می‌آوریم:

$$x_B = -\frac{\lambda}{3}t + x_{0,B} \xrightarrow{t=12\text{ s}, x_B=24\text{ m}} 24 = -\frac{\lambda}{3}(12) + x_{0,B} \Rightarrow x_{0,B} = +56\text{ m}$$

$$\downarrow$$

$$-2v = -\frac{\lambda}{3}$$

گام چهارم: لحظه‌ای که متحرک B از مبدأ مکان ( $x = 0$ ) عبور می‌کند را به دست می‌آوریم:

$$x_B = -\frac{\lambda}{3}t + 56 \xrightarrow{x_B=0} -\frac{\lambda}{3}t + 56 = 0 \Rightarrow t = 21\text{ s}$$

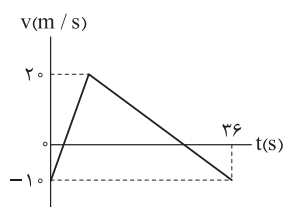
گام پنجم: فاصله متحرک A از متحرک B را در لحظه  $t = 21\text{ s}$  به دست می‌آوریم:

$$\left. \begin{array}{l} x_A = vt + x_{0,A} \\ x_B = -2vt + x_{0,B} \end{array} \right\} \Rightarrow x_A - x_B = 3vt + (x_{0,A} - x_{0,B}) \Rightarrow x_A - x_B = 3\left(\frac{4}{3}\right)(21) - 48 = 84 - 48 = 36\text{ m}$$

### تست و پاسخ ۴۳

نمودار سرعت - زمان متحرکی که در راستای محور X حرکت می‌کند، به شکل مقابل است. در بازه‌ای

که متحرک در جهت محور X حرکت می‌کند، مسافت طی شده توسط آن چند متر است؟



۲۷۰ (۲)

۲۴۰ (۱)

۵۴۰ (۴)

۴۸۰ (۳)

**پاسخ: گزینه ۱**

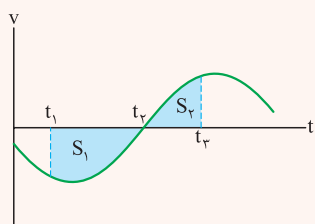
## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



**مشاوره** گاهی اوقات تست‌های نموداری در حرکت‌شناسی، نیاز به ایده اولیه دارند که توصیه می‌کنیم چنین تست‌هایی را در اولویت‌های بعدی برای حل قرار دهید.

**خودت حل کنی بهتره** مدت زمانی که سرعت متحرک از  $10 \text{ m/s}$  به صفر رسیده است را  $t$  در نظر بگیرید و مدت زمانی که سرعت متحرک از صفر به  $10 \text{ m/s}$  رسیده است را  $t'$  در نظر بگیرید، سپس به کمک ثابت بودن شیب خطها و مدت زمان  $36 \text{ s}$  کل حرکت، رابطه‌ای برای  $t$  و  $t'$  بیابید. در نهایت مساحت محدود به نمودار  $(v-t)$  را در بازه‌ای که بالای محور  $t$  قرار دارد، محاسبه کنید.

## درس نامه



مساحت محدود بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان، بیانگر جابه‌جایی (تغییر مکان) است. جابه‌جایی و مسافت طی شده در بازه زمانی  $t_1$  تا  $t_2$  به صورت زیر قابل محاسبه است.

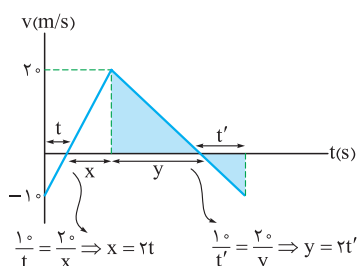
$$\Delta x_{(t_1-t_2)} = -S_1 + S_2$$

$$l_{(t_1-t_2)} = +S_1 + S_2$$

برای محاسبه جابه‌جایی، مساحت‌های محدود به نمودار و محور زمان که در پایین محور زمان قرار دارند را منفی قرار می‌دهیم، اما برای محاسبه مسافت طی شده، تمام مساحت‌ها با علامت مثبت به کار می‌روند.

**پاسخ تشریحی** گام اول: مطابق شکل مقابل، مدت زمانی که طول کشیده تا سرعت از

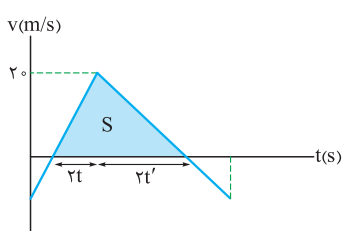
$10 \text{ m/s}$  به صفر برسد را  $t$  و مدت زمانی که طول کشیده تا سرعت از صفر به  $10 \text{ m/s}$  برسد را  $t'$  در نظر می‌گیریم. حال به کمک شیب دو خط، مدت زمانی که سرعت از صفر به  $20 \text{ m/s}$  و از  $20 \text{ m/s}$  به صفر رسیده است را برحسب  $t$  و  $t'$  به دست می‌آوریم.



$$\frac{10}{t} = \frac{20}{x} \Rightarrow x = 2t \quad \frac{10}{t'} = \frac{20}{y} \Rightarrow y = 2t'$$

گام دوم: کل مدت زمان حرکت  $36 \text{ s}$  است، بنابراین داریم:  $t + t' = 12 \text{ s}$

گام سوم: مسافت طی شده در مدت زمانی که متحرک در جهت محور  $x$  حرکت کرده است (سرعت مثبت است) را به کمک مساحت محدود به نمودار  $v-t$  و محور زمان به دست می‌آوریم:



$$l = S = \frac{20(2t + 2t')}{2} = 20(t + t') = 20 \times 12 = 240 \text{ m}$$

## تست و پاسخ ۴۴

در شرایط خلأ، گلوله‌ای از یک بلندی رها می‌شود. وقتی این گلوله مسافت  $28/8 \text{ m}$  را طی می‌کند، گلوله دیگری از همان نقطه رها می‌شود.

فاصله دو گلوله  $4/2 \text{ s}$  پس از رها شدن گلوله اول چند متر است؟ ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

۹۶ (۴)

۷۲ (۳)

۴۶/۸ (۲)

۴۳/۲ (۱)

## پاسخ: گزینه ۳

**خودت حل کنی بهتره** به کمک رابطه  $\Delta y = -\frac{1}{2}gt^2$  مدت زمان سقوط گلوله اول را پس از طی مسافت  $28/8 \text{ m}$  به دست آورید.

حال پس از این مدت گلوله دوم رها می‌شود. مشخص کنید پس از  $4/2 \text{ s}$ ، گلوله دوم چند ثانیه از سقوطش را تجربه کرده است.

در نهایت به کمک رابطه  $\Delta y = -\frac{1}{2}gt^2$  مسافت طی شده توسط گلوله اول را در مدت  $4/2 \text{ s}$  و گلوله دوم را در مدت زمانی که سقوط را تجربه کرده است، محاسبه کنید و اختلاف آن‌ها را به دست آورید.



### درس نامه

به حرکت جسم بدون سرعت اولیه در راستای قائم، که تنها در اثر نیروی وزن جابه‌جا می‌شود، سقوط آزاد گفته می‌شود. اگر مطابق شکل زیر، جهت رو به بالا را مثبت در نظر بگیریم، شتاب حرکت جسم  $-g$  خواهد بود و روابط آن به صورت زیر است.

$$v = -gt$$

$$\Delta y = -\frac{1}{2}gt^2$$

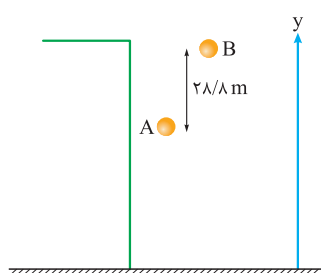
$$v^2 = -2g\Delta y$$

$$\Delta y = \left(\frac{v_1 + v_2}{2}\right)\Delta t$$

توجه کنید که چون جهت رو به بالا را مثبت در نظر گرفته‌ایم، علامت سرعت در این حرکت خلاف جهت محور  $y$  و منفی است.

**پاسخ تشریحی گام اول:** مدت زمانی که طول کشیده تا گلوله اول (A) مسافت  $28/8 \text{ m}$  را طی کند، به دست می‌آوریم.

$$\Delta y = -\frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow -28/8 = -\frac{1}{2} \times 10 \times t^2 \Rightarrow -28/8 = -5t^2 \Rightarrow t = 2/4 \text{ s}$$



**گام دوم:** شکل مقابل موقعیت مکانی گلوله اول (A) و گلوله دوم (B) را در لحظه  $t = 2/4 \text{ s}$  نشان می‌دهد که گلوله B می‌خواهد حرکت خود را شروع کند.

بنابراین  $4/2 - 2/4 = 1/8 \text{ s}$  به مدت زمان B، گلوله A، گلوله B، پس از رهاشدن گلوله A، به مدت زمان  $4/2 - 2/4 = 1/8 \text{ s}$  در حال سقوط بوده است.

**گام سوم:** حال برای محاسبه فاصله دو گلوله A و B، اختلاف جابه‌جایی گلوله A پس از  $4/2 \text{ s}$  و جابه‌جایی گلوله B پس از  $1/8 \text{ s}$  را به دست می‌آوریم:

$$\Delta y_A = -\frac{1}{2}gt_A^2 = -5(4/2)^2$$

$$\Delta y_B = -\frac{1}{2}gt_B^2 = -5(1/8)^2$$

$$\Delta y_A - \Delta y_B = -5(4/2)^2 - (-5(1/8)^2) = 5(1/8^2 - 4/2^2)$$

برای محاسبه  $1/8^2 - 4/2^2$  از اتحاد مزدوج استفاده می‌کنیم.

$$\Delta y_A - \Delta y_B = 5(-2/4)(6) = -72 \text{ m}$$

### تست و پاسخ ۴۵

وزنه‌ای به جرم  $3 \text{ kg}$  به یک انتهای فنری با ثابت  $500 \text{ N/m}$  بسته شده و انتهای دیگر نیز به سقف آسانسوری متصل است. در حالتی که آسانسور با شتاب رو به بالای  $2 \text{ m/s}^2$  حرکت می‌کند، طول فنر به  $L_1$  و در حالتی که آسانسور با شتاب رو به پایین  $1 \text{ m/s}^2$  حرکت می‌کند، طول فنر به  $L_2$  می‌رسد.  $L_2 - L_1$  بر حسب سانتی‌متر کدام است؟

$$-1/8(4)$$

$$1/8(3)$$

$$-0/6(2)$$

$$0/6(1)$$

### پاسخ: گزینه ۴

**خود حل‌کنی بهتره** وزن ظاهری را در حالت اول و دوم به دست آورید و جداگانه، برابر با نیروی فنر ( $F_e = k\Delta L$ ) قرار دهید.

در حالت اول  $F_{e1} = k(L_1 - L_0) = W'_1$  و در حالت دوم  $F_{e2} = k(L_2 - L_0) = W'_2$  است. با تفریق این دو رابطه، حاصل  $L_2 - L_1$  به دست خواهد آمد.

درس نامه •• وزن ظاهری ( $w'$ )

اگر جسمی به جرم  $m$ ، با شتاب  $a$  در راستای قائم حرکت کند، می‌توانیم اثر شتاب را با مطرح کردن وزن ظاهری ( $W'$ ) بیان کنیم.

تندشونده رو به بالا - کندشونده رو به پایین

$$W' = m(g \pm a)$$

تندشونده رو به پایین - کندشونده رو به بالا

پس اگر جسمی درون آسانسور باشد، می‌توانید با اثر دادن شتاب آسانسور در وزن ظاهری، مسئله را به راحتی حل کنید.

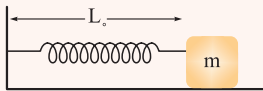
## نیروی کشسانی فنر

اگر فنری را نسبت به نقطه تعادلش (طول فنر  $L_0$  است)، فشرده کنیم یا آن را بکشیم تا طول فنر به  $L_1$  برسد، اندازه نیروی بازگرداننده به سمت نقطه تعادل که از طرف فنر وارد می‌شود، از رابطه زیر به دست می‌آید.

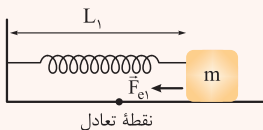
$$F_e = k(L_1 - L_0) \leftarrow \text{نیروی بازگرداننده فنر (N)}$$

ثابت فنر ( $N/m$ )  
↑  
تغییر طول فنر ( $m$ )

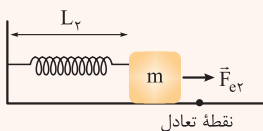
جهت نیروی فنر در شکل‌های زیر مشخص شده است.



فنر در حالت تعادل است.  $F_e = 0$



فنر نسبت به نقطه تعادل کشیده شده است.  $F_{e1} = k(L_1 - L_0)$



فنر نسبت به نقطه تعادل فشرده شده است.  $F_{e2} = k|(L_2 - L_0)|$

• برای مقایسه نیروی فنر در دو حالت مختلف از دو تکنیک مقابل استفاده می‌کنیم.  $|F_{e2} - F_{e1}| = k|(L_2 - L_1)|$  ،  $\frac{F_{e2}}{F_{e1}} = \frac{|L_2 - L_0|}{|L_1 - L_0|}$

## پاسخ تشریحی

گام اول: در حالتی که آسانسور با شتاب رو به بالای  $a_1 = 2 \text{ m/s}^2$  حرکت می‌کند، وزن ظاهری جسم متصل به فنر برابر

با  $m(g + a_1)$  است؛ بنابراین نیروی فنر برابر است با:

$$F_{e1} = m(g + a_1) \Rightarrow k(L_1 - L_0) = m(g + a_1) \Rightarrow 500(L_1 - L_0) = 3(g + 2) \quad (I)$$

گام دوم: در حالتی که آسانسور با شتاب رو به پایین  $a_2 = 1 \text{ m/s}^2$  حرکت می‌کند، وزن ظاهری جسم متصل به فنر برابر با  $m(g - a_2)$  است؛ بنابراین نیروی فنر در این حالت برابر است با:

$$F_{e2} = m(g - a_2) \Rightarrow k(L_2 - L_0) = m(g - a_2) \Rightarrow 500(L_2 - L_0) = 3(g - 1) \quad (II)$$

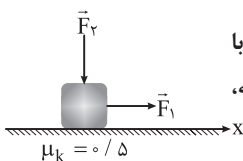
گام سوم: حال اگر رابطه (II) را از رابطه (I) کم کنیم، داریم:  $500(L_2 - L_1) = 3(-1 - 2) \Rightarrow L_2 - L_1 = -0.018 \text{ m} = -1.8 \text{ cm}$

## تست و پاسخ ۴۶

در شکل مقابل، به جسم ۴ کیلوگرمی دو نیروی هم‌اندازه افقی  $\vec{F}_1$  و  $\vec{F}_2$  وارد می‌شود و جسم روی سطح افقی با

سرعت ثابت در حال حرکت است. اگر در یک لحظه، اندازه هر یک از نیروها نصف شود، بلافاصله پس از این لحظه،

شتاب جسم در SI کدام است؟ ( $g = 10 \text{ N/kg}$ )



$$-2/\sqrt{5} \hat{i} \quad (4)$$

$$2/\sqrt{5} \hat{i} \quad (3)$$

$$-2 \hat{i} \quad (2)$$

$$2 \hat{i} \quad (1)$$

## پاسخ: گزینه ۴



# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

**خودت حل کنی بهتره** قانون دوم نیوتون ( $F_{\text{net}} = ma$ ) را در حالت اول به کار ببرید و رابطه‌ای بین اندازه نیروهای  $\vec{F}_1$  و  $\vec{F}_2$  به دست آورید. سپس در حالت دوم که اندازه نیروهای  $\vec{F}_1$  و  $\vec{F}_2$  نصف شده‌اند نیز قانون دوم نیوتون را به کار برده و به کمک رابطه بین  $F_1$  و  $F_2$  در قسمت اول، شتاب متحرک را به دست آورید.

## درس نامه •• قانون دوم نیوتون

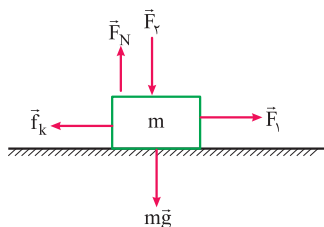
اگر به جسمی نیروی خالص وارد شود، شتابی هم‌جهت با نیروی خالص می‌گیرد. اندازه این شتاب با نیروی خالص وارد بر جسم، رابطه مستقیم و با جرم جسم نسبت وارون دارد. رابطه قانون دوم نیوتون به صورت زیر است:

$$\vec{F}_{\text{net}} = m\vec{a}$$

در تحلیل سوالات، قانون دوم نیوتون ( $\vec{F}_{\text{net}} = m\vec{a}$ ) را در راستای حرکت و عمود بر راستای حرکت به کار ببرید (ابتدا در راستای عمود بر مسیر حرکت به کار ببرید که شتاب آن در ۹۹ درصد موارد صفر است و سپس در راستای حرکت که شتابدار است).

## پاسخ تشریحی گام اول: شکل زیر، نیروهای وارد بر جسم را در حالت اول نشان می‌دهد. در این

حالت جسم با سرعت ثابت حرکت می‌کند، بنابراین شتاب صفر است.



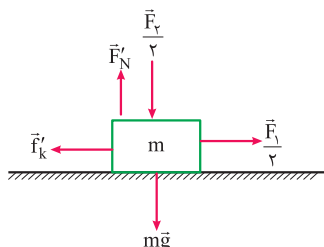
$$F_{\text{net},y} = 0 \Rightarrow F_N - F_2 - mg = 0 \Rightarrow F_N = F_2 + mg$$

$$F_{\text{net},x} = 0 \Rightarrow F_1 - f_k = 0 \Rightarrow F_1 - \mu_k F_N = 0$$

$$\Rightarrow F_1 - 0.5(F_2 + mg) = 0 \Rightarrow F_1 - 0.5(F_2 + 40) = 0$$

$$\Rightarrow F_1 - 0.5F_2 = 20$$

گام دوم: در حالت دوم، اندازه نیروهای  $F_1$  و  $F_2$  نصف می‌شوند. شکل مقابل نیروهای وارد بر جسم را در این حالت نشان می‌دهد. حال با استفاده از قانون دوم نیوتون شتاب جسم را به دست می‌آوریم:



$$F_{\text{net},y} = 0 \Rightarrow F'_N - \frac{F_2}{2} - mg = 0 \Rightarrow F'_N = \frac{F_2}{2} + mg = \frac{F_2}{2} + 40$$

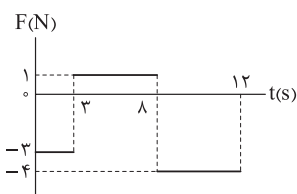
$$F_{\text{net},x} = ma \Rightarrow \frac{F_1}{2} - f'_k = ma$$

$$\Rightarrow \frac{F_1}{2} - 0.5\left(\frac{F_2}{2} + 40\right) = ma \Rightarrow \frac{F_1}{2} - \frac{F_2}{4} - 20 = ma$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین } \times 2} \underbrace{F_1 - 0.5F_2}_{20} - 40 = 2ma \Rightarrow 20 - 40 = 2(4)a \Rightarrow a = -2/5 \text{ m/s}^2 \Rightarrow \vec{a} = (-2/5 \frac{\text{m}}{\text{s}})\vec{i}$$

## تست و پاسخ ۴۷

نمودار نیروی خالص وارد بر جسمی به جرم  $800 \text{ g}$  که در راستای محور  $x$  حرکت می‌کند، بر حسب زمان به شکل مقابل است. اگر در مبدأ زمان، جسم با تندی  $5 \text{ m/s}$  در جهت محور  $x$  در حال حرکت باشد، اندازه تکانه جسم در لحظه  $t = 10 \text{ s}$  در SI کدام است؟



۱۲ (۲)

۸ (۱)

۲۰ (۴)

۱۶ (۳)

## پاسخ: گزینه ۱

**خودت حل کنی بهتره** مساحت محدود به نمودار رسم شده و محور زمان در بازه زمانی صفر تا  $10 \text{ s}$  را به دست آورید. این مساحت بیانگر

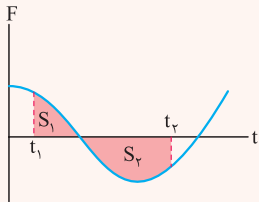
تغییرات تکانه است. در واقع توانسته‌اید حاصل  $p_1 - p_0$  را به دست آورید. حال به کمک رابطه  $p = mv$ ، تکانه متحرک را در لحظه  $t = 10 \text{ s}$  حساب کنید.

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



## درس نامه

مساحت محدود به نمودار نیروی خالص - زمان ( $F-t$ ) و محور زمان، بیانگر تغییرات تکانه است. (هواستون به کلمه تغییرات باشد).  
شکل زیر نمودار  $F-t$  را برای یک جسم نشان می‌دهد، بنابراین می‌توانیم تغییرات تکانه را در بازه  $t_1$  تا  $t_2$  از رابطه زیر به دست آوریم.

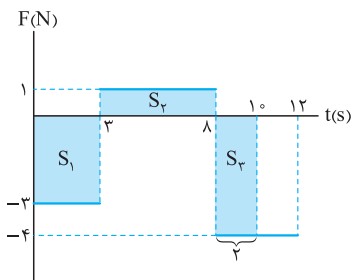


$$\Delta p = +S_1 - S_2 = m\Delta v = m(v_2 - v_1)$$

توجه کنید که تکانه، یک کمیت برداری است و برای محاسبه  $v_2 - v_1$  نگاه خود را به صورت برداری تا انتهای مسئله حفظ کنید.

## پاسخ تشریحی

گام اول: مساحت محدود به نمودار نیروی خالص و محور زمان را در بازه صفر تا  $10$  s به دست می‌آوریم. این مساحت برابر با تغییرات تکانه در این بازه زمانی است.



$$\Delta p_{(0-10)} = -S_1 + S_2 - S_3$$

$$\Rightarrow \Delta p_{(0-10)} = -(3 \times 3) + (1 \times 5) - (2 \times 4)$$

$$\Rightarrow \Delta p_{(0-10)} = -9 + 5 - 8 = -12 \frac{\text{kg.m}}{\text{s}}$$

## هواستون باشد

خواسته سؤال اندازه تکانه جسم در لحظه  $t = 10$  s است و محاسباتی که تا این جا انجام دادیم، فقط تغییرات تکانه را از لحظه صفر تا  $10$  s تحویل داده است بنابراین مراقب باشید در دام  $\Delta$  گرفتار نشوید.

$$p_0 = mv_0 = 0 / 8 \times (+5) = +4 \frac{\text{kg.m}}{\text{s}}$$

گام دوم: تکانه جسم را در لحظه  $t = 0$  به دست می‌آوریم:

گام سوم: تکانه جسم را در لحظه  $t = 10$  s به دست می‌آوریم:

$$\Delta p_{(0-10)} = -12 \Rightarrow p_{10} - p_0 = -12 \Rightarrow p_{10} - (+4) = -12 \Rightarrow p_{10} = -8 \frac{\text{kg.m}}{\text{s}}$$

بنابراین اندازه تکانه در لحظه  $t = 10$  s برابر با  $8 \frac{\text{kg.m}}{\text{s}}$  است.

## تست و پاسخ ۲۸

دو ماهواره A و B به ترتیب با جرم‌های  $m$  و  $2m$ ، در فاصله‌های  $R_e$  و  $2R_e$  از سطح زمین، در مدارهای دایره‌ای به دور زمین می‌چرخند. چه تعداد از عبارتهای زیر درباره این دو ماهواره در حال چرخش درست است؟ ( $R_e$  شعاع زمین است).

الف) تندی ماهواره A،  $\sqrt{\frac{2}{3}}$  برابر تندی ماهواره B است.

ب) وزن ماهواره A، نصف وزن ماهواره B است.

پ) دوره گردش ماهواره A،  $\sqrt{\frac{27}{8}}$  برابر دوره گردش ماهواره B است.

ت) انرژی جنبشی ماهواره A،  $\frac{3}{4}$  برابر انرژی جنبشی ماهواره B است.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

## پاسخ: گزینه ۴

خودت حل کنی بهتره به کمک رابطه  $V = \sqrt{\frac{GM_e}{r}}$  و  $T^2 = \frac{4\pi^2}{GM_e} r^3$ ، تندی و دوره تناوب ماهواره‌های A و B را مقایسه کنید و

در نهایت نیروی وزن را به کمک رابطه  $W = \frac{GmM_e}{r^2}$  مقایسه کنید.



## درس نامه

در حرکت دایره‌ای ماهواره‌ای که در فاصله  $r$  از مرکز زمین قرار دارد، نیروی گرانش زمین، تأمین‌کننده نیروی مرکزگراست؛ بنابراین داریم:

$$F_c = mg \Rightarrow \frac{mv^2}{r} = m \frac{GM_e}{r^2} \Rightarrow v^2 = \frac{GM_e}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM_e}{r}}$$

طبق رابطه  $T = \frac{2\pi r}{v}$ ، دوره تناوب ماهواره به دست می‌آید:

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi r}{\sqrt{\frac{GM_e}{r}}} \xrightarrow{\text{به توان ۲ می‌رسانیم.}} T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{GM_e} \Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2}{GM_e} r^3$$

تندی ماهواره و دوره تناوب ماهواره ربطی به جرم ماهواره ندارند. **نکته**

کمیت	فرمول
تندی ماهواره ( $v$ )	$v = \sqrt{\frac{GM_e}{r}}$
دوره تناوب ماهواره ( $T$ )	$T^2 = \left(\frac{4\pi^2}{GM_e}\right)r^3$
وزن ماهواره ( $W$ )	$W = \frac{Gm_{\text{ماهواره}}M_e}{r^2}$
انرژی جنبشی ماهواره ( $K$ )	$K = \frac{Gm_{\text{ماهواره}}M_e}{2r}$

البته پیشنهاد می‌کنیم دو رابطه اول که به عنوان روابط اصلی هستند را به خاطر بسپارید. دو رابطه دیگر از روابط اصلی به دست می‌آیند.

**پاسخ تشریحی** گام اول: تندی ماهواره از رابطه  $v = \sqrt{\frac{GM_e}{r}}$  به دست می‌آید؛ بنابراین نسبت تندی ماهواره  $A$  به تندی ماهواره  $B$  برابر است با:

$$\frac{v_A}{v_B} = \sqrt{\frac{r_B}{r_A}} = \sqrt{\frac{(R_e + h_B)}{(R_e + h_A)}} = \sqrt{\frac{3R_e}{2R_e}} = \sqrt{\frac{3}{2}}$$

عبارت «الف» نادرست است.

گام دوم: وزن ماهواره از رابطه  $W = \frac{Gm_{\text{ماهواره}}M_e}{r^2}$  به دست می‌آید؛ بنابراین نسبت وزن ماهواره  $A$  به وزن ماهواره  $B$  برابر است با:

$$\frac{W_A}{W_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2 = \frac{m}{2m} \times \left(\frac{R_e + 2R_e}{R_e + R_e}\right)^2 = \frac{1}{2} \times \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{8}$$

عبارت «ب» نادرست است.

گام سوم: دوره تناوب ماهواره از رابطه  $T^2 = \frac{4\pi^2}{GM_e} r^3$  به دست می‌آید؛ بنابراین نسبت دوره گردش ماهواره  $A$  به دوره گردش ماهواره  $B$  برابر است با:

$$\left(\frac{T_A}{T_B}\right)^2 = \left(\frac{r_A}{r_B}\right)^3 \Rightarrow \left(\frac{T_A}{T_B}\right)^2 = \left(\frac{2R_e}{3R_e}\right)^3 \Rightarrow \frac{T_A}{T_B} = \sqrt{\frac{8}{27}}$$

عبارت «پ» نادرست است.

گام چهارم: انرژی جنبشی از رابطه  $\frac{1}{2}mv^2$  به دست می‌آید؛ بنابراین انرژی جنبشی ماهواره از رابطه  $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{GM_e m_{\text{ماهواره}}}{2r}$  به دست می‌آید و داریم:

$$\frac{K_A}{K_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{r_B}{r_A} = \frac{m}{2m} \times \frac{(R_e + h_B)}{(R_e + h_A)} = \frac{1}{2} \times \frac{3R_e}{2R_e} = \frac{3}{4}$$

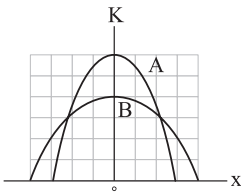
تنها عبارت «ت»، صحیح است.

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



## تست و پاسخ ۴۹

نمودار انرژی جنبشی - مکان دو سامانه جرم - فنر A و B به شکل مقابل است. ثابت فنر سامانه A، چند برابر ثابت فنر سامانه B است؟



$$\frac{3}{8} \quad (2)$$

$$\frac{8}{3} \quad (1)$$

$$\frac{27}{32} \quad (4)$$

$$\frac{32}{27} \quad (3)$$

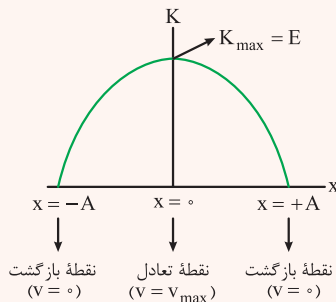
## پاسخ: گزینه ۱

**خودت حل کنی بهتره** ابتدا انرژی مکانیکی نوسانگرها که برابر با  $K_{max}$  هست را برای هر دو نوسانگر مقایسه کنید، سپس به کمک

$$\text{رابطه } E = \frac{1}{2}kA^2 \text{ به صورت مقایسه‌ای، نسبت } \frac{k_A}{k_B} \text{ به دست می‌آید.}$$

## درس نامه •• نمودار انرژی جنبشی - مکان نوسانگر هماهنگ ساده

نمودار انرژی جنبشی بر حسب مکان در حرکت هماهنگ ساده به صورت سهمی با دهانه رو به پایین است که در شکل مقابل مشخص شده است. در هنگام عبور از نقطه تعادل، تندی نوسانگر بیشینه است؛ در نتیجه انرژی جنبشی نوسانگر نیز بیشینه بوده و برابر با انرژی مکانیکی نوسانگر است.



رابطه انرژی مکانیکی نوسانگر هماهنگ ساده:

$$E = \text{انرژی مکانیکی نوسانگر (J)}$$

$$E = \frac{1}{2}kA^2$$

↑ دامنه نوسانگر  
↓ ثابت فنر

**پاسخ تشریحی** گام اول: بیشینه انرژی جنبشی نوسانگر ( $K_{max}$ ) بیانگر انرژی مکانیکی نوسانگر ( $E$ ) است و با توجه به نمودار داریم:

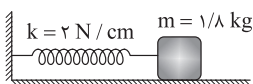
$$\frac{E_A}{E_B} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

گام دوم: به کمک رابطه  $E = \frac{1}{2}kA^2$  و مقایسه انرژی مکانیکی دو نوسانگر، نسبت ثابت فنر سامانه A به ثابت فنر سامانه B به دست می‌آید.

$$\frac{E_A}{E_B} = \frac{k_A}{k_B} \times \left(\frac{A_A}{A_B}\right)^2 \xrightarrow{\frac{A_A}{A_B} = \frac{3}{4}} \frac{3}{2} = \frac{k_A}{k_B} \times \left(\frac{3}{4}\right)^2 \Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{k_A}{k_B} \times \frac{9}{16} \Rightarrow \frac{k_A}{k_B} = \frac{8}{3}$$

## تست و پاسخ ۵۰

در شکل زیر، جسم متصل به فنر روی سطح افقی بدون اصطکاک در حال نوسان است. اگر حداکثر مسافت طی شده توسط جسم در یک بازه زمانی ۰/۱ ثانیه‌ای برابر ۹ cm باشد، بیشینه شتاب نوسانگر چند متر بر مربع ثانیه است؟ ( $\pi^2 = 10$ )



$$10 \quad (2)$$

$$5 \quad (1)$$

$$10\sqrt{3} \quad (4)$$

$$5\sqrt{3} \quad (3)$$

## پاسخ: گزینه ۲





# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

**مشاوره** در سؤال‌های حرکت هماهنگ ساده، معمولاً کلید حل مسئله دوره تناوب است. پس اگر در صورت سؤال به یک بازه زمانی اشاره شد، حتماً مشخص کنید این بازه زمانی چه رابطه‌ای با دوره تناوب دارد و چه کسری از آن است.

**خودت حل کنی بهتره** با استفاده از رابطه  $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ ، دوره تناوب را به دست آورید و سپس نسبت  $\frac{\Delta t}{T}$  را مشخص کنید تا بتوانید حرکت را در بازه  $\Delta t$  به خوبی تحلیل کنید؛ در نهایت پس از یافتن دامنه، شتاب بیشینه را از رابطه  $a_{\max} = A\omega^2$  محاسبه کنید.

## درس نامه •• دوره تناوب حرکت هماهنگ ساده جرم - فنر

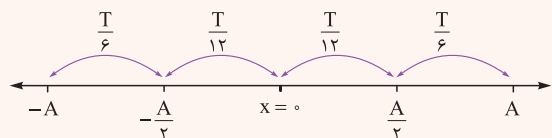
اگر جسمی به جرم  $m$  به فنری با ثابت  $k$  وصل باشد و حرکت هماهنگ ساده انجام دهد، دوره تناوب و بسامد زاویه‌ای از رابطه‌های زیر به دست می‌آیند:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

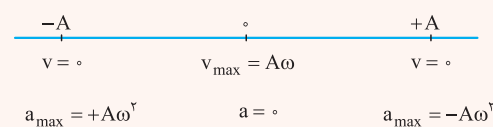
توجه کنید که دوره تناوب، هیچ ربطی به دامنه حرکت ندارد.

چند مکان و زمان معروف در حرکت هماهنگ ساده:

در حرکت هماهنگ ساده، مدت زمانی که طول می‌کشد تا نوسانگر فاصله مکانی  $x = \pm \frac{A}{\sqrt{2}}$  تا مرکز نوسان ( $x = 0$ ) را طی کند، معادل  $\frac{T}{12}$  است؛ همچنین مدت زمانی که طول می‌کشد تا نوسانگر فاصله مکانی  $x = +\frac{A}{\sqrt{2}}$  تا  $x = +A$  و  $x = -\frac{A}{\sqrt{2}}$  تا  $x = -A$  را طی کند، معادل  $\frac{T}{6}$  است. در شکل زیر به صورت خلاصه همه این نکات به تصویر کشیده شده است.



شتاب بیشینه و تندی بیشینه در حرکت هماهنگ ساده:



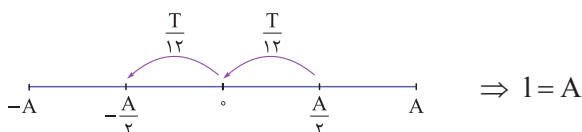
در حرکت هماهنگ ساده، هنگام عبور از نقطه تعادل ( $x = 0$ )، تندی، بیشینه و برابر با  $v_{\max} = A\omega$  و شتاب صفر است، اما در نقاط بازگشتی ( $x = \pm A$ ) تندی صفر و اندازه شتاب بیشینه و برابر با  $a_{\max} = A\omega^2$  است.

**پاسخ تشریحی** گام اول: به کمک رابطه  $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$  دوره تناوب نوسانگر را به دست می‌آوریم:

$$k = 2 \text{ N/cm} = 200 \text{ N/m}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{1/8}{200}} = 2\pi\sqrt{\frac{18}{20000}} = 2\pi\sqrt{\frac{9}{10000}} = 0.6 \frac{\pi}{\sqrt{10}} = 0.6 \text{ s}$$

گام دوم: بازه زمانی  $\Delta t = 0.1 \text{ s}$ ، معادل  $\frac{T}{6}$  است. حال بیشینه مسافت پیموده شده را در این بازه زمانی برحسب دامنه نوسان به دست می‌آوریم. سرعت نوسانگر در مرکز نوسان به بیشترین مقدار خود می‌رسد، بنابراین نوسانگر باید  $\frac{T}{12}$  را قبل از رسیدن به مرکز نوسان و  $\frac{T}{12}$  را بعد از مرکز نوسان طی کند تا مسافت پیموده شده بیشینه شود.



در نتیجه دامنه نوسان  $9 \text{ cm}$  است.

گام سوم: بیشینه شتاب نوسانگر را از رابطه  $a_{\max} = A\omega^2$  به دست می‌آوریم:

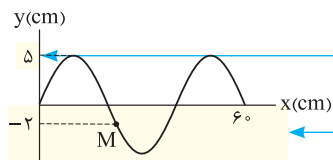
$$a_{\max} = A\omega^2 = A\left(\frac{k}{m}\right) = \frac{9}{100} \times \frac{200}{1/8} = 10 \text{ m/s}^2$$

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



## تست و پاسخ ۵۱

تصویر موج عرضی منتشرشده در تار کشیده‌ای در لحظه  $t = 0$  به شکل زیر است. اگر تندی انتشار موج در تار برابر  $60 \text{ m/s}$  باشد، تندی متوسط ذره  $M$  از تار در بازه زمانی  $t = 0$  تا  $t = 0.5 \text{ s}$  چند متر بر ثانیه است؟

دامنه:  $A = 5 \text{ cm}$ طول موج:  $\frac{1}{5} \lambda = 60 \Rightarrow \lambda = 40 \text{ cm}$ 

۱/۵ (۱)

۳ (۲)

۱۵ (۳)

۳۰ (۴)

## پاسخ: گزینه ۴

**درس نامه** مسافتی که جبهه موج در مدت یک دوره تناوب ( $T$ ) طی می‌کند، برابر با طول موج ( $\lambda$ ) است. اگر تندی انتشار موج برابر

$$\lambda = vT$$

با  $v$  باشد، رابطه طول موج با دوره تناوب به صورت مقابل است:

**پاسخ تشریحی** گام اول: با استفاده از شکل سؤال، طول موج را به دست می‌آوریم:

$$\frac{1}{5} \lambda = 60 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = 40 \text{ cm} = 0.4 \text{ m}$$

$$T = \frac{\lambda}{v} = \frac{0.4 \text{ m}}{v = 60 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \rightarrow T = \frac{0.4}{60} = \frac{1}{150} \text{ s}$$

سپس دوره حرکت را حساب می‌کنیم:

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{5}{100} = \frac{750}{100} = 7.5$$

گام دوم: اکنون باید ببینیم که بازه زمانی داده شده، چند برابر دوره تناوب است:

نوسانگر در هر دوره، مسافتی به اندازه چهار برابر دامنه و در هر نصف دوره، مسافتی به اندازه دو برابر دامنه را می‌پیماید. بنابراین مسافت طی شده در این مدت برابر است با:

$$\ell = 7.5 \times 4A = 30A \xrightarrow{A=5\text{cm}=0.05\text{m}} \ell = 30 \times 0.05 = 1.5 \text{ m}$$

گام سوم: تندی متوسط ذره  $M$  در بازه زمانی  $t = 0$  تا  $t = 0.5 \text{ s}$  را محاسبه می‌کنیم:

$$S_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{1.5}{0.5} = 30 \text{ m/s}$$

## تست و پاسخ ۵۲

تراز شدت صوت در فاصله معینی از یک چشمه صوت  $56 \text{ dB}$  است. آهنگ متوسط انرژی رسیده به سطحی به مساحت  $5 \text{ cm}^2$  که عمود بر

راستای انتشار صوت قرار دارد، در SI کدام است؟ ( $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$  و  $\log 2 = 0.3$ )

توان متوسط

$$4 \times 10^{-11} \text{ (۲)}$$

$$4 \times 10^{-10} \text{ (۱)}$$

$$2 \times 10^{-11} \text{ (۴)}$$

$$2 \times 10^{-10} \text{ (۳)}$$

## پاسخ: گزینه ۳

**خودت حل کنی بهتره** اول از رابطه تراز شدت صوت، شدت صوت رو حساب کن. بعدش از رابطه شدت صوت، توان متوسط رو به دست بیار.



# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

**پاسخ تشریحی** گام اول: شدت صوت را حساب می‌کنیم. طبق رابطه تراز شدت صوت می‌توانیم بنویسیم:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \quad \beta = 56 \text{ dB}, I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2 \rightarrow 56 = 10 \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow 5/6 = \log \frac{I}{10^{-12}}$$

$$\frac{5/6 = 5 + 0/6}{5 = \log 10^5, 0/6 = 2 \times 0/3 = 2 \times \log 2 = \log 4} \rightarrow \log 10^5 + \log 4 = \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow \log(4 \times 10^5) = \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow \frac{I}{10^{-12}} = 4 \times 10^5$$

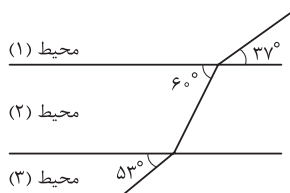
$$\Rightarrow I = 4 \times 10^{-7} \text{ W/m}^2$$

**گام دوم:** توان متوسطی که به سطح رسیده را حساب می‌کنیم. طبق رابطه شدت صوت می‌توانیم بنویسیم:

$$I = \frac{P_{av}}{A} \quad \frac{I = 4 \times 10^{-7} \text{ W/m}^2}{A = 5 \text{ cm}^2 = 5 \times 10^{-4} \text{ m}^2} \rightarrow 4 \times 10^{-7} = \frac{P_{av}}{5 \times 10^{-4}} \Rightarrow P_{av} = 2 \times 10^{-10} \text{ W}$$

## تست و پاسخ ۵۳

شکل مقابل، یکی از جبهه‌های موج تختی را در سه محیط با مرزهای موازی نشان می‌دهد. به ترتیب از راست به چپ، طول موج و بسامد موج در محیط (۱) چند برابر طول موج و بسامد آن در محیط (۳) است؟ ( $\sin 37^\circ = 0/6$ )



$$1, \frac{4}{3} \quad (2)$$

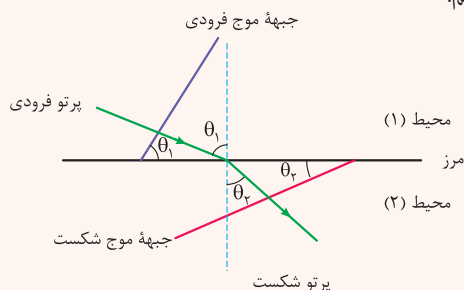
$$1, \frac{3}{4} \quad (4)$$

$$\frac{3}{4}, \frac{4}{3} \quad (1)$$

$$\frac{3}{4}, \frac{3}{4} \quad (3)$$

## پاسخ: گزینه ۲

**درس نامه** ●● اگر موجی از یک محیط وارد محیط دیگر شود، مطابق شکل زیر داریم:



$\theta_1$ : زاویه بین پرتو فرودی با خط عمود بر مرز دو محیط یا زاویه جبهه فرودی با مرز

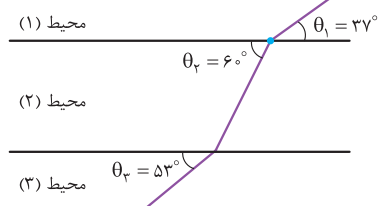
$\theta_r$ : زاویه بین پرتو شکست با خط عمود بر مرز دو محیط یا زاویه جبهه شکست با مرز

$$\text{قانون شکست عمومی: } \frac{v_2}{v_1} = \frac{\sin \theta_r}{\sin \theta_1}$$

**نکته** بسامد موج، ویژگی مربوط به چشمه موج است و به محیط انتشار ربطی ندارد؛ بنابراین در اثر شکست موج بسامد ثابت می‌ماند؛ در نتیجه داریم:

$$\lambda = \frac{v}{f} \rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{v_2}{v_1} \xrightarrow{\frac{v_2}{v_1} = \frac{\sin \theta_r}{\sin \theta_1}} \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{\sin \theta_r}{\sin \theta_1}$$

**پاسخ تشریحی** طبق درس‌نامه بالا و مطابق شکل مقابل، داریم:



$$\frac{\lambda_1}{\lambda_3} = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_3} \xrightarrow{\frac{\sin \theta_1 = 0/6}{\sin \theta_3 = 0/8}} \frac{\lambda_1}{\lambda_3} = \frac{0/6}{0/8} = \frac{3}{4}$$

از طرفی می‌دانیم در اثر شکست موج بسامد ثابت است؛ بنابراین  $f_1 = f_3$  است.

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



## تست و پاسخ ۵۴

یکی از سیم‌های ویولن به طول ۲۵ cm و جرم ۵ g / در نزدیکی یک نوسان‌کننده با بسامد متغیر که بسامد آن بین ۵۰۰ تا ۱۰۰۰ هرتز تغییر می‌کند، قرار دارد و این سیم فقط برای دو بسامد ۶۰۰ و ۹۰۰ هرتز به تشدید درمی‌آید. نیروی کشش سیم چند نیوتون است؟

۵ (۴)

۴ / ۵ (۳)

۵۰ (۲)

۴۵ (۱)

## پاسخ: گزینه ۱

## درس نامه

تندی انتشار موج عرضی در یک تار تحت کشش از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{FL}{m}} \quad \begin{array}{l} \text{نیروی کشش تار (N)} \\ \text{طول تار (m)} \\ \text{جرم تار (kg)} \\ \text{چگالی خطی جرم (kg/m)} \end{array}$$

← تندی انتشار موج عرضی (m/s)

نکات ۱) اختلاف بسامد دو هماهنگ متوالی در یک تار برابر است با بسامد هماهنگ اول. به رابطه زیر توجه کنید:  $f_{n+1} - f_n = f_1$

$$f_n = \frac{nv}{2L} \xrightarrow{n=1} f_1 = \frac{v}{2L}$$

۲) بسامد هماهنگ اول تار از رابطه مقابل به دست می‌آید:

پاسخ تشریحی گام اول: بسامد هماهنگ اول را طبق نکته ۱) به دست می‌آوریم:  $f_{n+1} - f_n = f_1 \Rightarrow f_1 = 900 - 600 = 300 \text{ Hz}$

گام دوم: تندی انتشار موج در تار را طبق نکته ۲) حساب می‌کنیم:

$$f_1 = \frac{v}{2L} \xrightarrow{f_1=300 \text{ Hz}, L=25 \text{ cm}=0.25 \text{ m}} 300 = \frac{v}{2 \times 0.25} \Rightarrow v = 150 \text{ m/s}$$

گام سوم: نیروی کشش تار را طبق رابطه تندی انتشار موج در تار به دست می‌آوریم:

$$v = \sqrt{\frac{FL}{m}} \xrightarrow{v=150 \text{ m/s}, L=0.25 \text{ m}, m=0.05 \text{ kg}} 150 = \sqrt{\frac{F \times 0.25}{0.05}} \Rightarrow 22500 = \frac{F}{2 \times 10^{-3}} \Rightarrow F = 45 \text{ N}$$

## تست و پاسخ ۵۵

طول موج آستانه فلزی ۳۱۰ nm است. اگر فوتونی با انرژی ۱۵/۲۵ eV بر سطح این فلز بتابد، بیشینه تندی فوتوالکترون‌های خارج شده از سطح این فلز چند متر بر ثانیه است؟ ( $hc = 1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}$  و  $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$  و جرم الکترون  $9 \times 10^{-31} \text{ kg}$  است.)

۴ × ۱۰<sup>۶</sup> (۴)۴ × ۱۰<sup>۵</sup> (۳)۲ × ۱۰<sup>۶</sup> (۲)۲ × ۱۰<sup>۵</sup> (۱)

## پاسخ: گزینه ۲

درس نامه: بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$K_{\max} = E_{\text{فوتون}} - W_0$$

تابع کار ( $W_0$ ): حداقل انرژی لازم برای جداسازی الکترون از سطح فلز، تابع کار نامیده می‌شود و از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$W_0 = hf_0 = \frac{hc}{\lambda_0}$$

بسامد آستانه ↑  
طول موج آستانه ↓

پاسخ تشریحی گام اول: تابع کار فلز را حساب می‌کنیم:

$$W_0 = \frac{hc}{\lambda_0} \xrightarrow{hc=1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}, \lambda_0=310 \text{ nm}} W_0 = \frac{1240}{310} = 4 \text{ eV}$$



# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

گام دوم: بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون را به دست می آوریم:

$$K_{\max} = E_{\text{فوتون}} - W_0 = \frac{E_{\text{فوتون}}}{W_0} = \frac{15/25 \text{ eV}}{4 \text{ eV}} \rightarrow K_{\max} = 15/25 - 4 = 11/25 \text{ eV}$$

$$\frac{1 \text{ eV} = 1/6 \times 10^{-19} \text{ J}}{\rightarrow} K_{\max} = 11/25 \times 1/6 \times 10^{-19} = 18 \times 10^{-19} \text{ J}$$

گام سوم: طبق رابطه انرژی جنبشی، بیشینه تندی فوتوالکترون را به دست می آوریم:

$$K_{\max} = \frac{1}{2} m v_{\max}^2 \rightarrow \frac{K_{\max} = 18 \times 10^{-19} \text{ J}}{m = 9 \times 10^{-31} \text{ kg}} \rightarrow 18 \times 10^{-19} = \frac{1}{2} \times 9 \times 10^{-31} \times v_{\max}^2 \Rightarrow v_{\max}^2 = 4 \times 10^{12} \Rightarrow v_{\max} = 2 \times 10^6 \text{ m/s}$$

## تست و پاسخ ۵۶

در اتم هیدروژن، بلندترین طول موجی که الکترون تابش می کند تا به مدار  $n'$  برسد،  $\frac{40}{9} \mu\text{m}$  است. شعاع مدار  $n'$  چند برابر شعاع بور است؟  
( $R = 0.01(\text{nm})^{-1}$ )

۲۵ (۴)

۱۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

## پاسخ: گزینه ۳

### درس نامه

(۱) رابطه ریذبرگ برای طول موج های گسیلی هیدروژن به صورت زیر است:

ثابت ریذبرگ  $(\text{nm})^{-1}$

$$\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

طول موج (nm)

$n'$ : شماره مدار کوچک تر

$n$ : شماره مدار بزرگ تر

طبق رابطه بالا، کم انرژی ترین فوتون (بیشترین طول موج) مربوط به حالتی است که الکترون از مدار  $n = n' + 1$  به مدار  $n'$  گذار کند؛ بنابراین داریم:

$$\frac{1}{\lambda_{\max}} = R \left( \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{(n'+1)^2} \right)$$

(۲) بنا به مدل اتمی بور، شعاع های مدارهای اتم هیدروژن، گسسته اند یعنی فقط مقادیر خاصی را می توانند داشته باشند.

$$r_n = n^2 a_0 \rightarrow \left. \begin{array}{l} \text{شعاع بور (شعاع کوچک ترین مدار در اتم هیدروژن)} \\ \text{شماره مدار (عدد کوانتومی)} \end{array} \right\} \text{ شعاع مدار } n$$

طبق درس نامه بالا می توانیم بنویسیم:

$$\frac{1}{\lambda_{\max}} = R \left( \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{(n'+1)^2} \right) \xrightarrow[\frac{R = 0.01(\text{nm})^{-1}}{\lambda_{\max} = \frac{40}{9} \mu\text{m} = \frac{40000}{9} \text{ nm}}]{} \frac{1}{\frac{40000}{9}} = \frac{1}{100} \left( \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{(n'+1)^2} \right)$$

با توجه به این که طول موج تابشی در ناحیه فرورسرخ است، باید  $n' > 2$  باشد.

$$\frac{9}{400} = \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{(n'+1)^2} \xrightarrow{\text{مقادیر } n' (n' > 2) \text{ را چک می کنیم}} \left\{ \begin{array}{l} n' = 3 \Rightarrow \frac{9}{400} \neq \frac{7}{144} \quad \times \\ n' = 4 \Rightarrow \frac{9}{400} = \frac{9}{400} \quad \checkmark \end{array} \right.$$

$$r_n = n^2 a_0 \Rightarrow r_{n'} = n'^2 a_0 = 16 a_0$$

حالا طبق رابطه مقابل داریم:

بنابراین شعاع  $n'$ ، ۱۶ برابر شعاع بور است.

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



## تست و پاسخ ۵۷

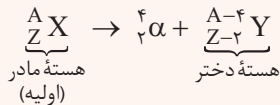
تعداد پروتون‌های یک هسته، برابر تعداد نوترون‌های آن است. این هسته با گسیل ۲ پروتو  $\alpha$  و ۴ پروتو  $\beta^+$  به هسته جدیدی تبدیل می‌شود. اختلاف تعداد نوترون‌ها و پروتون‌های این هسته جدید کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۴ (۳) ۲ (۴) صفر

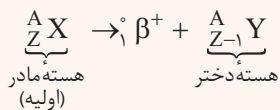
## پاسخ: گزینه ۱

## درس نامه

(۱) رابطه واپاشی آلفا ( $\alpha$ ):



(۲) رابطه واپاشی  $\beta^+$  (پوزیترون):

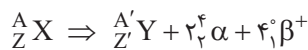


(۳)  $A = Z + N$  (تعداد نوکلئون‌ها) = عدد جرمی

$Z =$  عدد اتمی (تعداد پروتون‌ها)

$N =$  عدد نوترونی (تعداد نوترون‌ها)

**پاسخ تشریحی** **گام اول:** معادله واپاشی را برای واکنش مورد نظر می‌نویسیم:



**گام دوم:** از روی موازنه عدد جرمی و عدد اتمی، رابطه  $A$  با  $A'$  و  $Z$  با  $Z'$  را به دست می‌آوریم:

$$\text{موازنه عدد جرمی: } A = A' + 2(4) + 4(0) = A' + 8$$

$$\text{موازنه عدد اتمی: } Z = Z' + 2(2) + 4(1) = Z' + 4 + 4 = Z' + 8$$

**گام سوم:** اختلاف تعداد پروتون‌ها و تعداد نوترون‌های هسته جدید را به دست می‌آوریم:

$$A = A' + 8 \xrightarrow[A'=Z'+N']{A=Z+N} Z + N = Z' + N' + 8 \xrightarrow{N=Z} 2Z = Z' + N' + 8$$

$$\xrightarrow{Z=Z'+8} 2(Z'+8) = Z' + N' + 8 \Rightarrow 2Z' + 16 = Z' + N' + 8 \Rightarrow Z' + 8 = N' \Rightarrow N' - Z' = 8$$

**نکات** ۱) در اثر گسیل  $\alpha$ ، اختلاف تعداد پروتون‌ها و تعداد نوترون‌ها در هسته جدید نسبت به هسته اولیه تغییر نمی‌کند.

۲) در اثر گسیل هر ذره  $\beta$  (الکترون یا پوزیترون)، اختلاف تعداد پروتون‌ها و تعداد نوترون‌ها نسبت به هسته اولیه به اندازه ۲ واحد تغییر می‌کند.

$$\left\{ \begin{array}{l} 2\alpha \Rightarrow \text{بی تأثیر} \\ 4\beta \Rightarrow 4(2) = 8 \end{array} \right. \text{ اختلاف پروتون و نوترون}$$

## تست و پاسخ ۵۸

در راکتور شکافت هسته‌ای، به ترتیب از راست به چپ، از کدام ماده برای کندکردن نوترون‌ها و از کدام ماده برای ساخت میله‌های کنترل استفاده می‌شود؟

(۱) گرافیت، آب سنگین ( $D_2O$ )

(۲) گرافیت، بور

(۳) کادمیم، آب سنگین ( $D_2O$ )

(۴) کادمیم، بور

## پاسخ: گزینه ۱

**مشاوره** شاید از دیدن این سؤال تعجب کردی. آگه این مبحث رو فوندی، که دبری چه قدر آسونه. آگه هم نفوندی همین الان برو بفونش.

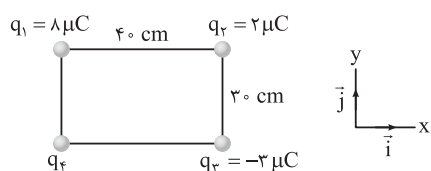


# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

**پاسخ تشریحی** در راکتور شکاف هسته‌ای از آب معمولی ( $H_2O$ )، آب سنگین ( $D_2O$ ) و گرافیت برای کند کردن نوترون‌ها و از کادمیم و بور برای جذب نوترون و ساخت میله‌های کنترل استفاده می‌شود؛ بنابراین گزینه (۱) صحیح است.

## تست و پاسخ ۵۹



در شکل مقابل چهار بار الکتریکی نقطه‌ای در چهار رأس مستطیلی قرار دارند. اگر نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار  $q_2$  برابر  $\vec{F} = (1/\sqrt{N})\vec{i}$  باشد، اندازه میدان الکتریکی حاصل

از بار  $q_4$  در مرکز مستطیل چند نیوتون بر کولن است؟ ( $K = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}$ )

$$5 \times 10^6 \quad (2)$$

$$5 \times 10^5 \quad (1)$$

$$2 \times 10^6 \quad (4)$$

$$2 \times 10^5 \quad (3)$$

## پاسخ: گزینه (۴)

**مشاوره** محاسبه نیروی الکتریکی و میدان الکتریکی ناشی از بارهای ذره‌ای، همیشه در کنکورها مطرح بوده است. این مطلب درسی را جدی بگیرید و سعی کنید با انواع تست‌های آن آشنا شوید.

**خودت حل کنی بهتره** ابتدا نیروی  $\vec{F}_{q_2}$  را به دست آورید، سپس با استفاده از این نیرو، اندازه بار  $q_4$  را پیدا کنید. در مرحله آخر نیز میدان الکتریکی حاصل از بار  $q_4$  را در مرکز مستطیل حساب کنید.

## درس نامه

(۱) قانون کولن: اندازه نیروی الکتریکی بین دو بار نقطه‌ای که در راستای خط مستقیم بین آنها اثر می‌کند، با حاصل ضرب بزرگی آنها متناسب است و با مربع فاصله بین آنها نسبت وارون دارد.

$$F = k \frac{|q_1| |q_2|}{r^2}$$

$F$ : بزرگی نیروی الکتریکی (N)

$$k: \text{ثابت کولن} = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}$$

$|q_1|$  و  $|q_2|$ : اندازه‌های بارهای الکتریکی (C)

$r$ : فاصله بین دو بار (m)

**نکته** هنگام عددگذاری در رابطه قانون کولن، اگر بارهای الکتریکی برحسب میکروکولن و فاصله برحسب سانتی‌متر نوشته شوند، ضریب ثابت  $k$  را برابر با  $9 \times \frac{N \cdot cm^2}{(\mu C)^2}$  در نظر می‌گیریم تا نیرو برحسب نیوتون به دست آید.

**نکته** نیروی الکتریکی بین بارهای هم‌نام از نوع رانش و بین بارهای ناهم‌نام از نوع ربایش است.

(۲) اصل برهم‌نهی نیروهای الکتروستاتیکی: نیروی الکتریکی خالص وارد بر هر ذره باردار، برآیند نیروهایی است که هر یک از ذره‌های دیگر به تنهایی بر آن ذره وارد می‌کنند.

$$E = k \frac{|q|}{r^2}$$

(۳) اندازه میدان الکتریکی حاصل از یک بار نقطه‌ای، از رابطه مقابل به دست می‌آید:

$E$ : اندازه میدان الکتریکی ( $\frac{N}{C}$ )

$$k: \text{ثابت کولن} = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}$$

$r$ : فاصله بار  $q$  تا نقطه‌ای که میدان الکتریکی را در آن نقطه می‌خواهیم (m).

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام اول: اندازه و جهت نیروهای  $\vec{F}_{12}$  و  $\vec{F}_{22}$  را به دست می آوریم:

$$F_{12} = k \frac{|q_1| |q_2|}{r_{12}^2} \xrightarrow[k=9 \cdot \frac{N \cdot \text{cm}^2}{(\mu\text{C})^2}, r_{12}=4 \cdot \text{cm}, |q_1|=8 \mu\text{C}, |q_2|=2 \mu\text{C}]{} F_{12} = 9 \cdot \frac{8 \times 2}{4 \cdot 2} = 0.9 \text{ N}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_{12} = (0.9 \text{ N}) \vec{i}$$

$$F_{22} = k \frac{|q_2| |q_2|}{r_{22}^2} \xrightarrow[k=9 \cdot \frac{N \cdot \text{cm}^2}{(\mu\text{C})^2}, r_{22}=3 \cdot \text{cm}, |q_2|=2 \mu\text{C}]{} F_{22} = 9 \cdot \frac{2 \times 2}{3 \cdot 2} = 0.6 \text{ N}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_{22} = -(0.6 \text{ N}) \vec{j}$$

گام دوم: نیروی  $\vec{F}_{F2}$  را بر حسب بردارهای یگه به دست آورده و اندازه آن را محاسبه می کنیم:

$$\vec{F} = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{22} + \vec{F}_{F2} \Rightarrow \vec{F}_{F2} = (0.8 \text{ N}) \vec{i} + (0.6 \text{ N}) \vec{j} \Rightarrow F_{F2} = \sqrt{(0.8)^2 + (0.6)^2} = 1 \text{ N}$$

گام سوم: با استفاده از نیروی  $F_{F2}$ ، اندازه بار  $q_f$  را پیدا می کنیم:

$$F_{F2} = k \frac{|q_f| |q_2|}{r_{f2}^2} \xrightarrow[F_{F2}=1 \text{ N}, k=9 \cdot \frac{N \cdot \text{cm}^2}{(\mu\text{C})^2}, |q_2|=2 \mu\text{C}, r_{f2}=\sqrt{3 \cdot 2 + 4 \cdot 2} = 5 \cdot \text{cm}]{} 1 = 9 \cdot \frac{|q_f| \times 2}{5 \cdot 2} \Rightarrow |q_f| = \frac{25 \cdot 0}{18} = \frac{25}{18} \mu\text{C}$$

$$r = \frac{5 \cdot 0}{2} = 2.5 \text{ cm}$$

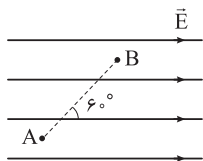
گام چهارم: فاصله مرکز مستطیل تا بار  $q_f$ ، نصف قطر مستطیل است.

اندازه میدان الکتریکی حاصل از بار  $q_f$  را در مرکز مستطیل حساب می کنیم:

$$E = k \frac{|q_f|}{r^2} \xrightarrow[k=9 \times 10^9 \frac{N \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}, |q_f| = \frac{25}{18} \mu\text{C}, r = 2.5 \text{ cm} = 0.025 \text{ m}]{} E = 9 \times 10^9 \times \frac{\frac{25}{18} \times 10^{-6}}{25^2 \times 10^{-4}} \Rightarrow E = \frac{9 \times 25}{18 \times 25 \times 25} \times 10^7$$

$$\Rightarrow E = 0.2 \times 10^7 \frac{\text{N}}{\text{C}} = 2 \times 10^6 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

## تست و پاسخ ۶۰



در شکل مقابل، اندازه میدان الکتریکی یکنواخت  $500 \text{ N/C}$  و فاصله دو نقطه A و B برابر  $40 \text{ cm}$  است.

اگر پتانسیل الکتریکی نقطه A برابر  $50 \text{ V}$  باشد، پتانسیل الکتریکی نقطه B برابر چند ولت است؟

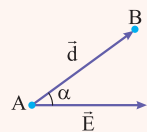
- ۱)  $50$       ۲)  $150$       ۳)  $-50$       ۴)  $-150$

## پاسخ: گزینه ۳

**مشاوره** این نوع تستها در مبحث الکترواستاتیست را غنیمت بدانید، زیرا حجم محاسبات زیادی ندارند و در زمان نسبتاً کوتاهی به جواب می رسند.

## درس نامه

در یک میدان الکتریکی یکنواخت، اگر بردار  $\vec{d}$  نقطه A را به B وصل کند، اختلاف پتانسیل الکتریکی میان این دو نقطه، از رابطه زیر به دست می آید:



$$V_B - V_A = -Ed \cos \alpha$$

$V_A$ : پتانسیل الکتریکی نقطه A (V)

$V_B$ : پتانسیل الکتریکی نقطه B (V)

$d$ : فاصله دو نقطه A و B از یکدیگر (m)

$E$ : اندازه میدان الکتریکی یکنواخت  $(\frac{\text{N}}{\text{C}})$  یا  $(\frac{\text{V}}{\text{m}})$

$\alpha$ : زاویه بین  $\vec{d}$  و  $\vec{E}$





# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

**پاسخ تشریحی** رابطه اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه A و B را می‌نویسیم و از آن جا، پتانسیل الکتریکی نقطه B را حساب می‌کنیم:

$$V_B - V_A = -Ed \cos \alpha \quad \frac{V_A = 50 \text{ V}, E = 500 \frac{\text{N}}{\text{C}}}{d = 40 \text{ cm} = 0.4 \text{ m}, \alpha = 60^\circ} \rightarrow V_B - 50 = -500 \times 0.4 / \cos 60^\circ$$

$$\Rightarrow V_B - 50 = -200 \times \frac{1}{\frac{1}{2}} \Rightarrow V_B = -50 \text{ V}$$

**حواستون باشه** چون مؤلفه افقی بردار  $\vec{d}$  در جهت میدان الکتریکی  $\vec{E}$  است، بنابراین باید در این جابه‌جایی، پتانسیل الکتریکی کاهش یابد ( $V_B < V_A$ )؛ یعنی از ابتدا معلوم بود که گزینه‌های (۱) و (۲) نادرست هستند.

## تست و پاسخ ۶۱

ثابت دی‌الکتریک یک خازن متصل به باتری، برابر ۴ است. اگر ابتدا دی‌الکتریک خازن را برداشته، سپس خازن را از باتری جدا کرده و فاصله بین صفحه‌های آن را نصف کنیم، کدام یک از موارد زیر درست است؟  
 الف) اندازه میدان الکتریکی بین صفحه‌های خازن تغییر نمی‌کند.  
 ب) اختلاف پتانسیل بین صفحه‌های خازن ۲ برابر می‌شود.  
 پ) بار الکتریکی ذخیره شده در خازن ۸ برابر می‌شود.  
 ت) انرژی ذخیره شده در خازن  $\frac{1}{8}$  برابر می‌شود.

(۲) الف و ت

(۱) الف و پ

(۴) ب و ت

(۳) ب و پ

## پاسخ: گزینه ۲

**مشاوره** این تست یک سؤال کاملاً ترکیبی از خازن‌هاست که چند کمیت مختلف در چند حالت مختلف با هم مقایسه می‌شوند. باید با دقت و حوصله گزینه‌ها را بررسی کنید. گرچه ممکن است برای حل این تست، کمی از زمان استاندارد، فراتر بروید.

### درس نامه

(۱) رابطه ظرفیت خازن بر اساس مشخصات ساختاری آن:

ثابت دی‌الکتریک

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

مساحت متقابل صفحه‌ها ( $m^2$ )  $\rightarrow A$   
 فاصله بین صفحه‌ها ( $m$ )  $\rightarrow d$   
 ضریب گذردهی  $\rightarrow \kappa$   
 ظرفیت (F)  $\rightarrow C$   
 الکتریکی خالص (F/m)  $\rightarrow \epsilon_0$

**نکته** کمترین  $\kappa$  برای هوا و خلأ بوده و برابر یک فرض می‌شود.

(۲) نسبت بار ذخیره شده در خازن به اختلاف پتانسیل بین دو صفحه آن را ظرفیت خازن می‌گوییم:

بار الکتریکی (C)  $\rightarrow Q$

$$C = \frac{Q}{V}$$

اختلاف پتانسیل (V)  $\rightarrow V$   
 ظرفیت (F)  $\rightarrow C$

(۳) میدان الکتریکی بین صفحه‌های خازن، یکنواخت است و از رابطه زیر به دست می‌آید:

اختلاف پتانسیل الکتریکی (V)  $\rightarrow V$

$$E = \frac{V}{d}$$

میدان الکتریکی یکنواخت (V/m)  $\rightarrow E$   
 فاصله بین دو صفحه (m)  $\rightarrow d$

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



$$U = \frac{1}{2} QV = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{Q^2}{2C}$$

۴) انرژی ذخیره شده در یک خازن به شکل های زیر محاسبه می شود:

U: انرژی (J)    Q: بار الکتریکی (C)    V: اختلاف پتانسیل الکتریکی (V)    C: ظرفیت (F)

**پاسخ تشریحی** گام اول: در مرحله اول، هنگام خروج دی الکتریک، خازن همچنان به باتری متصل است، بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر

$$V' = V$$

آن ثابت می ماند؛ یعنی:

$$E = \frac{V}{d} \xrightarrow{\frac{V'=V}{d'=d}} E' = E \text{ اندازه میدان الکتریکی تغییر نمی کند.}$$

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \Rightarrow \frac{C'}{C} = \frac{\kappa'}{\kappa} \xrightarrow[\kappa=4]{\kappa'=1 \text{ هوا}} \frac{C'}{C} = \frac{1}{4}$$

اما ظرفیت، بار الکتریکی و انرژی خازن به صورت مقابل تغییر می کنند:

$$Q = CV \xrightarrow{V'=V} \frac{Q'}{Q} = \frac{C'}{C} \Rightarrow \frac{Q'}{Q} = \frac{1}{4}$$

$$U = \frac{1}{2} QV \xrightarrow{V'=V} \frac{U'}{U} = \frac{Q'}{Q} \Rightarrow \frac{U'}{U} = \frac{1}{4}$$

گام دوم: در مرحله دوم، وقتی خازن از باتری جدا می شود، بار الکتریکی آن ثابت می ماند، یعنی:  $Q'' = Q'$

اما ظرفیت، انرژی الکتریکی و اختلاف پتانسیل الکتریکی آن به صورت زیر تغییر می کند:

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \Rightarrow \frac{C''}{C'} = \frac{d'}{d''} \xrightarrow{d''=\frac{1}{2}d'} \frac{C''}{C'} = 2$$

$$U = \frac{Q^2}{2C} \xrightarrow{Q''=Q'} \frac{U''}{U'} = \frac{C'}{C''} = \frac{1}{2}$$

$$V = \frac{Q}{C} \xrightarrow{Q''=Q'} \frac{V''}{V'} = \frac{C'}{C''} = \frac{1}{2}$$

$$E = \frac{V}{d} \Rightarrow \frac{E''}{E'} = \frac{V''}{V'} \times \frac{d'}{d''} = \frac{1}{2} \times 2 = 1$$

اما میدان الکتریکی بین صفحه های خازن تغییر نمی کند:

گام سوم: اکنون موارد «الف» تا «ت» را برای حالت نهایی نسبت به حالت اولیه بررسی می کنیم:

$$\frac{E''}{E} = \frac{E''}{E'} \times \frac{E'}{E} = 1 \times 1 = 1 \text{ «الف» درستی}$$

$$\frac{V''}{V} = \frac{V''}{V'} \times \frac{V'}{V} = \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2} \text{ «ب» نادرستی}$$

$$\frac{Q''}{Q} = \frac{Q''}{Q'} \times \frac{Q'}{Q} = 1 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \text{ «پ» نادرستی}$$

$$\frac{U''}{U} = \frac{U''}{U'} \times \frac{U'}{U} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8} \text{ «ت» درستی}$$

## تست و پاسخ ۶۲

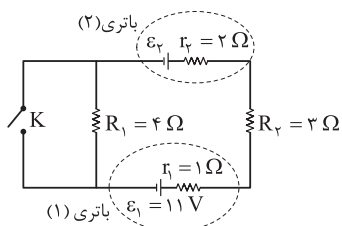
در مدار شکل مقابل، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری (۱) برابر  $11/5 \text{ V}$  است. با بستن

کلید K، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری (۲) چند ولت تغییر می کند؟

$$\frac{2}{3} \quad (2) \quad \frac{1}{3} \quad (1)$$

$$\frac{7}{6} \quad (4) \quad \frac{1}{6} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۲





# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

**خود حل کنی بهتره** ابتدا جریان الکتریکی مدار و نیروی محرکه باتری (۲) را به دست آورید، سپس اختلاف پتانسیل دو سر باتری (۲) را پیدا کنید. بعد از وصل کلید K و حذف مقاومت  $R_1$  جریان مدار و اختلاف پتانسیل دو سر باتری (۲) را در حالت جدید حساب کنید. در پایان نیز تغییرات اختلاف پتانسیل دو سر باتری (۲) را محاسبه کنید.

## درس نامه

$$I = \frac{\sum \varepsilon - \sum \varepsilon'}{\sum (R + r)}$$

(۱) جریان الکتریکی در یک مدار تک حلقه، از رابطه مقابل به دست می آید:

I: جریان الکتریکی (A)

$\sum \varepsilon$ : مجموع نیروی محرکه باتری های مولد (V)

$\sum \varepsilon'$ : مجموع نیروی محرکه باتری های مصرف کننده (V)

$\sum (R + r)$ : مجموع کل مقاومت های خارجی و داخلی مدار ( $\Omega$ )

(۲) اختلاف پتانسیل دو سر باتری در مدار:

باتری مولد:  $V = \varepsilon - rI$

باتری مصرف کننده:  $V = \varepsilon + rI$

V: اختلاف پتانسیل (V)       $\varepsilon$ : نیروی محرکه (V)

I: جریان الکتریکی (A)      r: مقاومت درونی ( $\Omega$ )

(۳) اتصال کوتاه: هرگاه دو سر یک مقاومت، به وسیله یک سیم رابط (که مقاومت آن ناچیز است) به هم متصل شوند، تمام جریان از درون آن سیم گذشته و از مقاومت، هیچ جریانی نمی گذرد. در این حالت می گوییم آن مقاومت اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می گردد. به عبارت دیگر به جای آن مقاومت، یک قطعه سیم رابط قرار می گیرد.



**پاسخ تشریحی** گام اول: با توجه به مقادیر داده شده در سؤال، اختلاف پتانسیل دو سر باتری (۱) از نیروی محرکه آن بزرگ تر است؛ یعنی

$$V_1 = \varepsilon_1 + Ir_1 \xrightarrow{\varepsilon_1 = 11V, r_1 = 1\Omega} \frac{V_1 = 11/5V}{\varepsilon_1 = 11V, r_1 = 1\Omega} \rightarrow 11/5 = 11 + I \times 1 \Rightarrow I = \frac{1}{5} A$$

باتری (۱) مصرف کننده است و برای آن می توان نوشت:

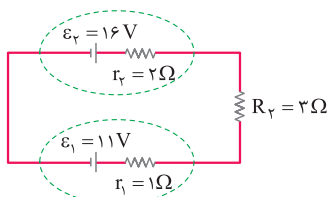
گام دوم: اکنون معلوم می شود که باتری (۲) مولد است و می توانیم نیروی محرکه آن را به دست آوریم:

$$I = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{R_1 + R_2 + r_1 + r_2} \Rightarrow \frac{1}{5} = \frac{\varepsilon_2 - 11}{4 + 3 + 1 + 2} \Rightarrow 5 = \varepsilon_2 - 11 \Rightarrow \varepsilon_2 = 16V$$

$$V_2 = \varepsilon_2 - Ir_2 \xrightarrow{I = \frac{1}{5}A, r_2 = 2\Omega} V_2 = 16 - \frac{1}{5} \times 2 = 15V$$

گام سوم: اختلاف پتانسیل دو سر باتری (۲) را حساب می کنیم:

گام چهارم: بعد از وصل کلید K، مقاومت  $R_1$  اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می گردد.



$$I' = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{R_2 + r_1 + r_2} = \frac{16 - 11}{3 + 1 + 2} = \frac{5}{6} A$$

جریان گذرنده از مدار را در حالت جدید محاسبه می کنیم:

$$V_2' = \varepsilon_2 - I'r_2 = 16 - \frac{5}{6} \times 2 = 16 - \frac{5}{3} = \frac{43}{3} V$$

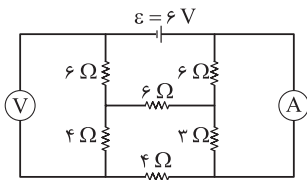
گام پنجم: اختلاف پتانسیل دو سر باتری (۲) را در حالت جدید به دست می آوریم:

$$V_2 - V_2' = 15 - \frac{43}{3} = \frac{2}{3} V$$



## تست و پاسخ ۶۳

در مدار شکل زیر، مقداری که آمپرسنج آرمانی و ولتسنج آرمانی نشان می‌دهند، به ترتیب چند آمپر و چند ولت است؟



$$۲/۴,۰/۳(۱)$$

$$۴/۸,۰/۳(۲)$$

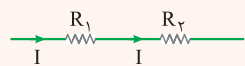
$$۲/۴,۰/۵(۳)$$

$$۴/۸,۰/۵(۴)$$

## پاسخ: گزینه ۴

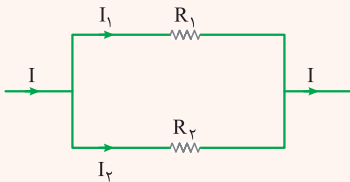
## درس نامه

۱) به هم بستن متوالی مقاومت‌ها؛ هنگامی دو مقاومت را متوالی می‌گوییم که فقط از یک سر به هم متصل بوده و از محل اتصال آن‌ها هیچ انشعاب جریان‌داری خارج نگردد. در این حالت جریان الکتریکی عبوری از مقاومت‌ها یکسان است.



$$R_{eq} = R_1 + R_2$$

$R_{eq}$ : مقاومت معادل ( $\Omega$ )



۲) به هم بستن موازی مقاومت‌ها؛ هنگامی دو مقاومت را موازی می‌گوییم که هر دو سر آن‌ها به وسیله سیم‌های رابط به یکدیگر متصل شده باشند. در این حالت اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌ها یکسان است.

$$I = I_1 + I_2$$

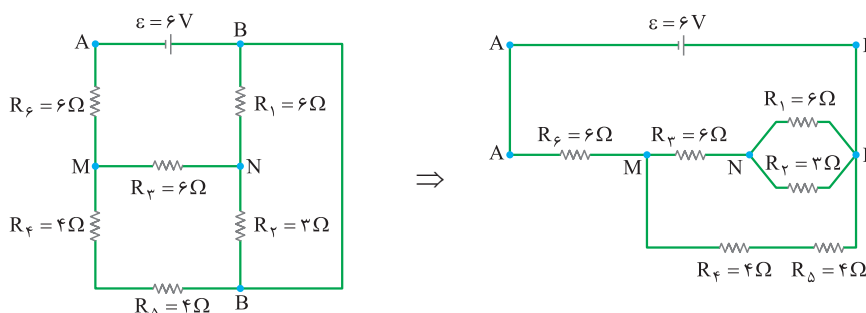
$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

نکته) جریان الکتریکی بین دو مقاومت موازی و مشابه به اندازه مساوی تقسیم می‌شود. اما اگر اندازه مقاومت‌ها یکسان نباشند، جریان

الکتریکی به نسبت عکس مقاومت‌های الکتریکی بین آن‌ها تقسیم می‌شود.  $I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \times I$  ،  $I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \times I$

۳) آمپرسنج آرمانی، مقاومت ناچیزی دارد و اختلاف پتانسیل دو سر آن صفر فرض می‌شود. اما ولتسنج آرمانی، مقاومت بسیار زیادی دارد. چنان‌که جریان عبوری از آن صفر فرض می‌شود.

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا شکل ساده‌تری از مدار را رسم می‌کنیم و مقاومت معادل مدار را به دست می‌آوریم:



$$\text{هستند. موازی } R_2 \text{ و } R_1 \Rightarrow R_{1,2} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{6 \times 3}{6 + 3} = \frac{18}{9} = 2 \Omega$$

$$\text{هستند. متوالی } R_3 \text{ و } R_{1,2} \Rightarrow R_{1,2,3} = R_{1,2} + R_3 = 2 + 6 = 8 \Omega$$

$$\text{هستند. متوالی } R_5 \text{ و } R_4 \Rightarrow R_{4,5} = R_4 + R_5 = 4 + 4 = 8 \Omega$$

$$\text{هستند. موازی } R_{4,5} \text{ و } R_{1,2,3} \Rightarrow R_{MB} = \frac{R_{1,2,3} \times R_{4,5}}{R_{1,2,3} + R_{4,5}} = \frac{8 \times 8}{8 + 8} = 4 \Omega$$

$$\text{هستند. متوالی } R_6 \text{ و } R_{MB} \Rightarrow R_{eq} = R_6 + R_{MB} = 6 + 4 = 10 \Omega$$



# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

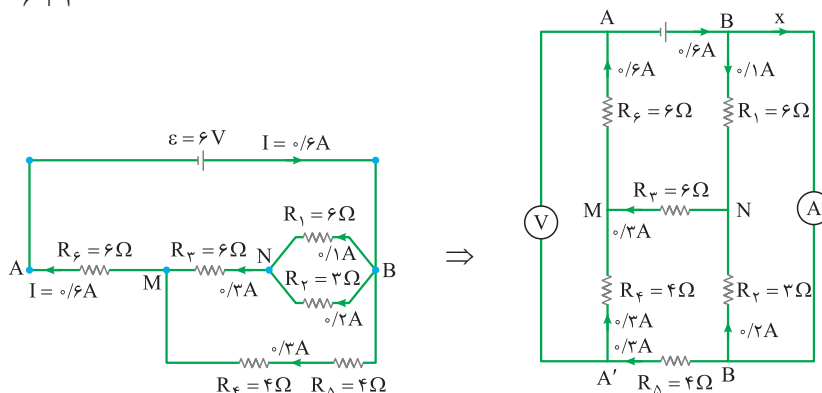
گام دوم: جریان الکتریکی گذرنده از مولد را به دست آورده و این جریان را در شاخه‌های مختلف مدار تقسیم می‌کنیم.

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \xrightarrow{R_{eq}=1\Omega, r=0} I = \frac{6}{1} = 0.6 \text{ A}$$

این جریان بین شاخه‌های موازی و مشابه  $R_{1,2,3}$  و  $R_{4,5}$  به طور یکسان و به اندازه  $0.2 \text{ A}$  تقسیم می‌شود.

$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \times I = \frac{3}{6+3} \times 0.6 = 0.1 \text{ A} \quad \text{جریان } 0.3 \text{ A} \text{ نیز بین مقاومت‌های موازی } R_2 \text{ و } R_1 \text{ به صورت مقابل تقسیم می‌شود:}$$

$$I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \times I = \frac{6}{6+3} \times 0.6 = 0.2 \text{ A}$$



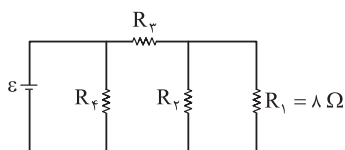
$$\text{در گره B داریم: } 0.6 = 0.1 + x \Rightarrow x = 0.5 \text{ A}$$

گام سوم: روی مدار از نقطه A به طرف نقطه A' رفته و اختلاف پتانسیل دو نقطه A و A' را که همان عدد ولت‌سنج است به دست می‌آوریم:

$$V_A + R_\varepsilon I_\varepsilon + R_\gamma I_\gamma = V_{A'} \quad \xrightarrow{\substack{R_\varepsilon=6\Omega, I_\varepsilon=0.6\text{A} \\ R_\gamma=4\Omega, I_\gamma=0.3\text{A}}} V_A + 6 \times 0.6 + 4 \times 0.3 = V_{A'} \Rightarrow V_{A'} - V_A = 4.8 \text{ V}$$

## تست و پاسخ ۶۴

در مدار شکل زیر، اگر توان مصرفی تمام مقاومت‌ها با یکدیگر برابر باشد، مقاومت معادل مدار چند اهم است؟



۶ (۱)

۴/۵ (۲)

۳/۵ (۳)

۳ (۴)

## پاسخ: گزینه ۲

**مشاوره** با حل تعداد زیادی از تست‌های مدارهای الکتریکی و آشنایی با شکل‌های متنوع آن، سعی کنید تسلط لازم روی حل آن‌ها را

پیدا کنید. انتظار حداقل ۲ تست از این مبحث را در کنکور داشته باشید.

## درس‌نامه

توان مصرفی در یک مقاومت، از روابط مقابل به دست می‌آید:

$$\begin{array}{c} \text{مقاومت الکتریکی (}\Omega\text{)} \\ \uparrow \\ P = RI^2 \leftarrow \text{توان (W)} \\ \downarrow \\ \text{جریان الکتریکی (A)} \\ \downarrow \\ \text{اختلاف پتانسیل (V)} \\ \uparrow \\ P = \frac{V^2}{R} \leftarrow \text{توان (W)} \\ \downarrow \\ \text{مقاومت الکتریکی (}\Omega\text{)} \end{array}$$

این رابطه معمولاً برای مقایسه توان مقاومت‌های متوالی به کار می‌رود که می‌دانیم جریان یکسانی دارند.

وقتی چند مقاومت با هم بسته می‌شوند (چه متوالی و چه موازی)، توان مصرفی مجموعه آن‌ها با مجموع توان‌های مصرفی هر یک از آن‌ها برابر است.

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

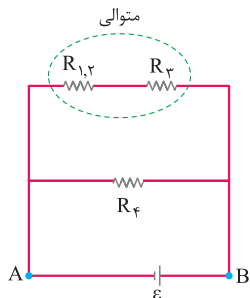


گام اول: دو مقاومت  $R_1$  و  $R_2$  موازی هستند و توان یکسانی دارند، پس می‌توان نوشت:

$$P_1 = P_2 \Rightarrow \frac{V_1^2}{R_1} = \frac{V_2^2}{R_2} \xrightarrow{V_1=V_2} R_1 = R_2 = 8 \Omega$$

$$R_{1,2} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{8 \times 8}{8 + 8} = 4 \Omega$$

گام دوم: مقاومت  $R_{1,2}$  با مقاومت  $R_3$  متوالی است. مقاومت  $R_3$  را به دست می‌آوریم:



$$P_{1,2} = P_1 + P_2 \xrightarrow{P_1=P_2=P_3} P_{1,2} = 2P_3 \Rightarrow R_{1,2} \times I_{1,2}^2 = 2R_3 \times I_4^2 \xrightarrow{I_{1,2}=I_4, R_{1,2}=4\Omega} 4 = 2R_3 \Rightarrow R_3 = 2 \Omega$$

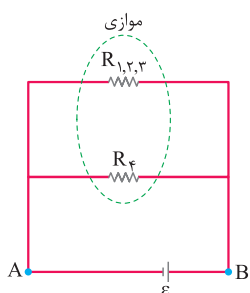
$$R_{1,2,3} = R_{1,2} + R_3 = 4 + 2 = 6 \Omega$$

گام سوم: مقاومت  $R_{1,2,3}$  با مقاومت  $R_4$  موازی است. مقاومت  $R_4$  را نیز محاسبه می‌کنیم:

$$P_{1,2,3} = P_1 + P_2 + P_3 \xrightarrow{P_1=P_2=P_3=P_4} P_{1,2,3} = 3P_4 \Rightarrow \frac{V_{AB}^2}{R_{1,2,3}} = 3 \times \frac{V_{AB}^2}{R_4}$$

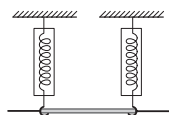
$$\xrightarrow{R_{1,2,3}=6\Omega} \frac{1}{6} = 3 \times \frac{1}{R_4} \Rightarrow R_4 = 18 \Omega$$

$$R_{eq} = \frac{R_{1,2,3} \times R_4}{R_{1,2,3} + R_4} = \frac{6 \times 18}{6 + 18} = \frac{18}{4} = 4.5 \Omega$$



## تست و پاسخ ۶۵

در شکل زیر، یک سیم به چگالی خطی جرم  $8 \text{ g/m}$  با دو نیروسنج فنری که به دو انتهای آن بسته شده‌اند، به طور افقی و در راستای غرب - شرق قرار دارد. در محل سیم، میدان مغناطیسی زمین، یکنواخت، به طرف شمال و اندازه آن برابر  $0.5 \text{ mT}$  است. جریان الکتریکی چند آمپری و در چه جهتی از سیم عبور کند تا نیروسنج‌ها عدد صفر را نشان دهند؟ ( $g = 10 \text{ N/kg}$ )



(۱)  $160$ ، غرب به شرق

(۲)  $1600$ ، شرق به غرب

(۳)  $1600$ ، غرب به شرق

(۴)  $160$ ، شرق به غرب

## پاسخ: گزینه ۳

**مشاوره** این تست بر اساس یکی از مسئله‌های آخر فصل ۳ کتاب درسی فیزیک ۲ طرح شده است و مشابه آن در کنکورهای سال‌های اخیر دیده می‌شود.

## درس نامه

$$F = I l B \sin \theta$$

(۱) اندازه نیروی مغناطیسی وارد بر سیم راست حامل جریان از رابطه مقابل به دست می‌آید:

$F$ : اندازه نیرو (N)

$I$ : جریان الکتریکی (A)

$l$ : طول قسمتی از سیم که داخل میدان مغناطیسی قرار می‌گیرد. (m)

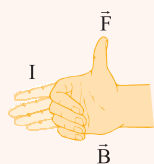
$B$ : اندازه میدان مغناطیسی یکنواخت (T)

$\theta$ : زاویه بین امتداد سیم و میدان مغناطیسی



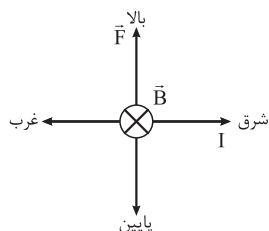
# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک



این نیرو بر راستای سیم و راستای میدان عمود است.

۲) جهت نیروی فوق براساس قاعده دست راست تعیین می‌گردد. به طوری که اگر دست راست خود را طوری نگه داریم که انگشتان باز شده ما در جهت جریان باشد و میدان مغناطیسی عمود بر کف دستمان خارج شود، انگشت شست، جهت نیروی مغناطیسی را نشان می‌دهد.



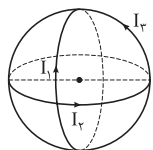
**پاسخ تشریحی** باید نیروی مغناطیسی  $F$  رو به بالا باشد تا وزن سیم را خنثی کند و نیروسنج‌ها عدد صفر را نشان دهند. جهت این جریان نیز با استفاده از قاعده دست راست تعیین می‌گردد. با توجه به شکل مقابل باید جهت این جریان از غرب به طرف شرق باشد.

$$F = mg \Rightarrow \ell B \sin \theta = mg \quad \begin{matrix} \ell = 1 \text{ m}, B = 0.5 \text{ mT} = 5 \times 10^{-5} \text{ T} \\ \theta = 90^\circ, m = \lambda g = 8 \times 10^{-3} \text{ kg} \end{matrix} \rightarrow I \times 1 \times 5 \times 10^{-5} \times \sin 90^\circ = 8 \times 10^{-3} \times 10$$

$$\Rightarrow I = \frac{8 \times 10^{-2}}{5 \times 10^{-5}} = 1600 \text{ A}$$

## تست و پاسخ ۶۶

در شکل زیر، شعاع هر سه حلقه  $20 \text{ cm}$  و جریان الکتریکی عبوری از آن‌ها  $I_1 = 0/3 \text{ A}$ ،  $I_2 = 0/4 \text{ A}$  و  $I_3 = 1/2 \text{ A}$  است. حلقه‌ها هم‌مرکزند، روکش عایق دارند و سطح هر حلقه بر دو حلقه دیگر عمود است. بزرگی میدان مغناطیسی در مرکز حلقه‌ها چند گاوس است؟ ( $\mu_0 = 12 \times 10^{-7} \frac{\text{T.m}}{\text{A}}$ )



$$3/9 \times 10^{-4} \quad (2)$$

$$3/9 \times 10^{-2} \quad (1)$$

$$7/8 \times 10^{-4} \quad (4)$$

$$7/8 \times 10^{-2} \quad (3)$$

## پاسخ: گزینه ۱

**مشاوره** مشابه این تست اما به صورت دو حلقه عمود بر هم، در کنکورهای سال‌های قبل مطرح شده است.

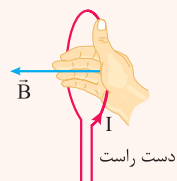
**خود حل کنی بهتره** میدان مغناطیسی حاصل از هر حلقه را در مرکز آن به دست آورید، سپس میدان مغناطیسی خالص (برایند) آن‌ها را حساب کنید.

## درس نامه

اندازه میدان مغناطیسی در مرکز یک حلقه حامل جریان از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$4\pi \times 10^{-7} \left( \frac{\text{T.m}}{\text{A}} \right) = \text{تراوایی مغناطیسی خلأ}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2r} \quad \begin{matrix} \text{جریان الکتریکی (A)} \rightarrow I \\ \text{اندازه میدان مغناطیسی (T)} \leftarrow B \\ \text{شعاع حلقه} \rightarrow r \end{matrix}$$



این میدان بر سطح حلقه عمود است و جهت آن به کمک قاعده دست راست تعیین می‌گردد، به طوری که اگر انگشت شست دست راست خود را در جهت جریان بگیریم، جهت بسته شدن چهار انگشت دیگر، سوی میدان مغناطیسی را نشان می‌دهد.

**پاسخ تشریحی** گام اول: ابتدا اندازه و جهت میدان مغناطیسی حاصل از هر یک از حلقه‌ها را در مرکز آن‌ها به دست می‌آوریم:

$$B_1 = B_x = \frac{\mu_0 I_1}{2r} \quad \begin{matrix} \mu_0 = 12 \times 10^{-7} \frac{\text{T.m}}{\text{A}}, I_1 = 0/3 \text{ A} \\ r = 20 \text{ cm} = 0/2 \text{ m} \end{matrix} \rightarrow B_1 = B_x = \frac{12 \times 10^{-7} \times 0/3}{2 \times 0/2}$$

$$\Rightarrow B_1 = B_x = 9 \times 10^{-5} \text{ T} = 9 \times 10^{-3} \text{ G}$$

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

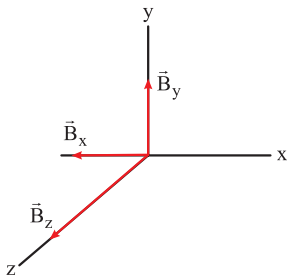


به طور مشابه، اندازه میدان‌های مغناطیسی حاصل از حلقه‌های ۲ و ۳ را نیز به دست می‌آوریم:

$$B_y = B_z = \frac{\mu_0 I r}{2r} = \frac{12 \times 10^{-7} \times 0 / 4}{2 \times 0 / 2} = 12 \times 10^{-7} T = 12 \times 10^{-3} G$$

$$B_y = B_z = \frac{\mu_0 I r}{2r} = \frac{12 \times 10^{-7} \times 1 / 2}{2 \times 0 / 2} = 36 \times 10^{-7} T = 36 \times 10^{-3} G$$

گام دوم: با استفاده از قاعده دست راست جهت میدان‌های مغناطیسی به دست آمده را روی شکل نشان می‌دهیم و در پایان، برآیند آن‌ها را به دست می‌آوریم.



$$B_T = \sqrt{B_x^2 + B_y^2 + B_z^2}$$

$$\Rightarrow B_T = \sqrt{(9 \times 10^{-3})^2 + (12 \times 10^{-3})^2 + (36 \times 10^{-3})^2}$$

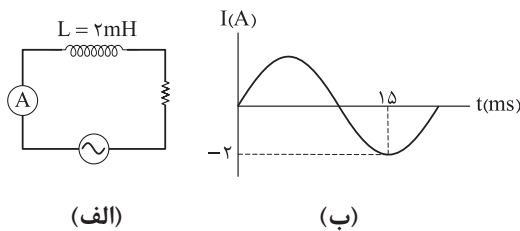
$$\Rightarrow B_T = \sqrt{9^2 + 12^2 + 36^2} \times 10^{-3}$$

$$\Rightarrow B_T = \sqrt{1521} \times 10^{-3} = 39 \times 10^{-3} = 3 / 9 \times 10^{-2} G$$

## تست و پاسخ ۶۷

در مدار شکل «الف» نمودار جریان حاصل از مولد جریان متناوب برحسب زمان به شکل «ب» است. انرژی ذخیره شده در القاگر در لحظه

$t = 7 / 5$  ms چند میلی‌ژول است؟



۲ (۲)

۱ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

## پاسخ: گزینه ۲

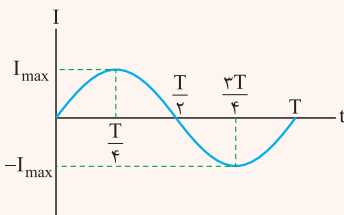
**خودت حل کنی بهتره** زمان ۱۵ ms در نمودار را برحسب دوره تناوب (T) بنویسید تا T را به دست آورید، سپس به کمک رابطه

$I = I_{\max} \sin(\frac{2\pi}{T} t)$  معادله جریان - زمان را نوشته تا در نهایت مقدار جریان را در لحظه  $t = 7 / 5$  ms به دست آورید. حال که جریان

به دست آمد، انرژی ذخیره شده در القاگر را به کمک رابطه  $U = \frac{1}{2} LI^2$  محاسبه کنید.

**درس نامه** نمودار زیر، جریان متناوب برحسب زمان را که به صورت سینوسی است در یک دوره تناوب (T) نشان می‌دهد. رابطه

جریان برحسب زمان به صورت زیر است:



$$I = I_{\max} \sin(\frac{2\pi}{T} t)$$

انرژی ذخیره شده در القاگر

اگر در دو سر القاگری اختلاف پتانسیل برقرار شود، مدار به القاگر انرژی می‌دهد؛ مقداری از این انرژی به صورت گرما توسط سیم‌های القاگر تلف می‌شود و بقیه آن در میدان مغناطیسی القاگر ذخیره می‌شود که از رابطه زیر به دست می‌آید:

هانری  
↑  
ضریب القاوری (H)

$$U = \frac{1}{2} LI^2 \leftarrow \text{انرژی ذخیره شده در القاگر (J)}$$

↑  
جریان عبوری از القاگر (A)

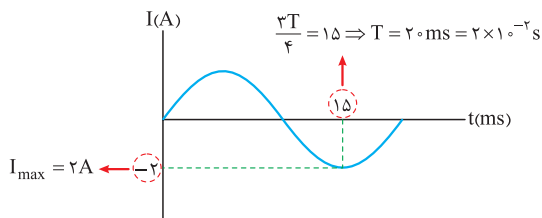




# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

**پاسخ تشریحی** گام اول: به کمک نمودار، دوره تناوب (T) و جریان بیشینه ( $I_{max}$ ) را به دست می‌آوریم و سپس از رابطه  $I = I_{max} \sin(\frac{2\pi}{T} t)$  برای نوشتن معادله جریان بر حسب زمان استفاده می‌کنیم:



$$I = I_{max} \sin(\frac{2\pi}{T} t)$$

$$\Rightarrow I = 2 \sin(\frac{2\pi}{2 \times 10^{-2}} t) = 2 \sin(100\pi t)$$

گام دوم: جریان عبوری از القاگر را در لحظه  $t_1 = 7/5 \text{ ms} = 7/5 \times 10^{-3} \text{ s}$  به دست می‌آوریم.

$$I = 2 \sin(100\pi t) = 2 \sin(100\pi \times 7/5 \times 10^{-3}) = 2 \sin(\frac{3\pi}{4}) = 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} \text{ A}$$

$$U = \frac{1}{2} LI^2 = \frac{1}{2} (2) (\sqrt{2})^2 = 2 \text{ mJ}$$

گام سوم: انرژی ذخیره‌شده در القاگر را در لحظه  $t = 7/5 \text{ m/s}$  به دست می‌آوریم:

توجه کنید که در رابطه  $U = \frac{1}{2} LI^2$  ضریب القاوری را بر حسب میلی هانری قرار دادیم و انرژی را بر حسب میلی ژول تحویل گرفتیم.

## تست و پاسخ ۶۸

چگالی مایع A، ۲ برابر چگالی مایع B است. در حالت اول جرم یکسانی از دو مایع و در حالت دوم حجم یکسانی از دو مایع را مخلوط می‌کنیم. چگالی مخلول حاصل در حالت اول، چند برابر چگالی مخلول حاصل در حالت دوم است؟ (حجم مایع‌ها در اثر مخلوط شدن کاهش نمی‌یابد.)

$$\frac{4}{3} \quad (4)$$

$$\frac{3}{4} \quad (3)$$

$$\frac{9}{8} \quad (2)$$

$$\frac{1}{9} \quad (1)$$

**پاسخ: گزینه ۱**

**خودت حل کنی بهتره** چگالی مخلوط در حالتی که جرم یکسان از دو مایع ریخته شده برابر  $\frac{2\rho_A\rho_B}{\rho_A+\rho_B}$  است و چگالی مخلوط در

حالتی که حجم یکسان از دو مایع ریخته شده است، برابر  $\frac{\rho_A+\rho_B}{2}$  است، با محاسبه جداگانه آن‌ها نسبت خواسته شده را به دست آورید.

**درس نامه** ● اگر جسم A به جرم  $m_A$  و حجم  $V_A$  را با جسم B به جرم  $m_B$  و حجم  $V_B$  با یکدیگر مخلوط کنیم و در اثر مخلوط کردن، حجم آن‌ها تغییر نکند، چگالی مخلوط از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B}$$

**نکات**

۱ چگالی مخلوط عددی بین چگالی جسم A ( $\rho_A$ ) و چگالی جسم B ( $\rho_B$ ) است.

۲ چگالی مخلوط به چگالی جسمی نزدیک‌تر است که حجم بیشتری از آن مخلوط را تشکیل داده است.

۳ چگالی مخلوط دو جسم با جرم یکسان از رابطه  $\frac{2\rho_1\rho_2}{\rho_1+\rho_2}$  به دست می‌آید که به صورت زیر اثبات می‌شود:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} \xrightarrow{V = \frac{m}{\rho}} \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2}{\frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2}} \xrightarrow{m_1 = m_2 = m} \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m + m}{\frac{m}{\rho_1} + \frac{m}{\rho_2}}$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\frac{2m}{1}}{\frac{m}{\rho_1} + \frac{m}{\rho_2}} = \frac{2m\rho_1\rho_2}{m(\rho_1 + \rho_2)} = \frac{2\rho_1\rho_2}{\rho_1 + \rho_2}$$

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



۴ چگالی مخلوط دو جسم با نسبت حجم یکسان از رابطه  $\frac{\rho_1 + \rho_2}{2}$  به دست می‌آید که به صورت زیر اثبات می‌شود.

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} \xrightarrow{m=\rho V} \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1 + V_2} \xrightarrow{V_1=V_2=V} \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_1 V + \rho_2 V}{V + V}$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{(\rho_1 + \rho_2)V}{2V} = \frac{\rho_1 + \rho_2}{2}$$

پاسخ تشریحی گام اول: چگالی مایع مخلوط را در حالتی که جرم یکسان از دو مایع را مخلوط می‌کنیم، به دست می‌آوریم:

$$\rho_1 = \frac{2\rho_A \times \rho_B}{\rho_A + \rho_B} = \frac{2(2\rho_B)(\rho_B)}{(2\rho_B) + (\rho_B)} = \frac{4\rho_B^2}{3\rho_B} = \frac{4}{3}\rho_B$$

گام دوم: چگالی مایع مخلوط را در حالتی که حجم یکسان از دو مایع را مخلوط می‌کنیم، به دست می‌آوریم:

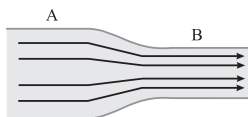
$$\rho_2 = \frac{\rho_A + \rho_B}{2} = \frac{(2\rho_B) + \rho_B}{2} = \frac{3}{2}\rho_B$$

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{\frac{4}{3}\rho_B}{\frac{3}{2}\rho_B} = \frac{8}{9}$$

گام سوم: نسبت چگالی در حالت اول به حالت دوم برابر است با:

## تست و پاسخ ۶۹

در شکل زیر، شاره تراکم‌ناپذیری که حجم لوله را پر کرده است در راستای افقی جاری است و شعاع مقطع لوله در قسمت A، ۲ برابر شعاع مقطع لوله در قسمت B است. اگر تندی شاره در قسمت A برابر  $5 \text{ m/s}$  باشد، کار کل انجام شده روی  $800 \text{ g}$  از شاره، وقتی از قسمت A به قسمت B می‌رسد، چند ژول است؟



$$-1/5 (2)$$

$$1/5 (1)$$

$$-0/3 (4)$$

$$0/3 (3)$$

## پاسخ: گزینه ۱

خودت حل کنی بهتره به کمک رابطه  $v_A r_A^2 = v_B r_B^2$ ، تندی شاره هنگام عبور از نقطه B را به دست آورید.

سپس به کمک رابطه  $W_t = \Delta K = \frac{1}{2} m (v_B^2 - v_A^2)$ ، کل کار انجام شده را محاسبه کنید.

## درس نامه •• معادله پیوستگی در شاره تراکم‌ناپذیر

اگر شاره‌ای با تندی  $v$  در لوله‌ای با مساحت مقطع A حرکت کند، آهنگ شارش حجمی شاره به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\text{آهنگ شارش حجمی شاره} = \frac{V}{t} = \frac{AL}{t} = A \left( \frac{L}{t} \right) = Av$$

طبق معادله پیوستگی برای شاره تراکم‌ناپذیر، آهنگ شارش حجمی شاره در لوله افقی ثابت است؛ بنابراین داریم:



$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

$$r_1^2 v_1 = r_2^2 v_2$$

اگر سطح مقطع لوله‌ها به صورت دایره‌ای به شعاع  $r$  باشد، در این صورت داریم:

پاسخ تشریحی گام اول: تندی شاره در هنگام عبور از قسمت B را به دست می‌آوریم:

$$v_A A_A = v_B A_B \Rightarrow v_A r_A^2 = v_B r_B^2 \Rightarrow 0/5 \times (2r_B)^2 = v_B r_B^2$$

$$0/5 \times 4 = v_B \Rightarrow v_B = 2 \text{ m/s}$$



# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

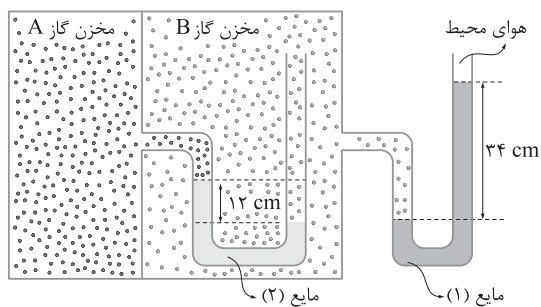
فیزیک

گام دوم: کار کل انجام شده روی ۸۰۰ گرم شاره را زمانی که از ناحیه A به ناحیه B حرکت می‌کند به دست می‌آوریم:

$$W_t = \Delta K = \frac{1}{2} \times m(v_B^2 - v_A^2) = \frac{1}{2} (0.8)(2^2 - 0.5^2) = 0.4(4 - 0.25) = +1.5 \text{ J}$$

## تست و پاسخ ۷۰

در شکل زیر، اگر چگالی مایع‌های (۱) و (۲) به ترتیب برابر  $1/2 \text{ g/cm}^3$  و  $0.85 \text{ g/cm}^3$  باشد، فشار پیمانه‌ای مخزن گاز A چند میلی‌متر جیوه است؟ (فشار هوای محیط  $10^5 \text{ Pa}$  و چگالی جیوه  $13.6 \text{ g/cm}^3$  است.)



۳۷/۵ (۱)

۲۲/۵ (۲)

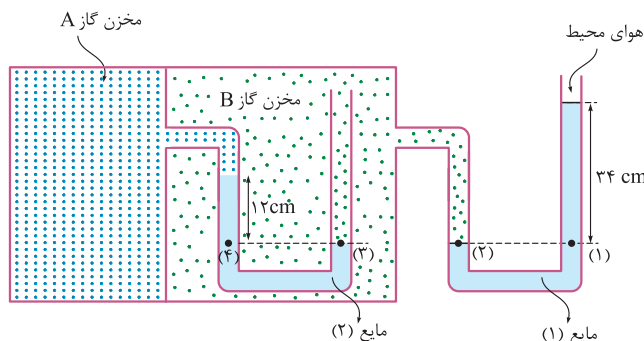
-۳۷/۵ (۳)

-۲۲/۵ (۴)

## پاسخ: گزینه ۲

**مشاوره** بیا همین‌جا به قولی بوم بده! نکات این سؤال رو خوب تحلیل کن و دیگه از این مدل سؤال‌ها نترس. بزَن بریم!

**پاسخ تشریحی** گام اول: ابتدا نقاط هم‌فشار را مشخص می‌کنیم. مطابق شکل زیر داریم:



$$P_1 = P_2 = P_3 = P_4$$

گام دوم: فشار پیمانه‌ای ( $P_g$ ) را در نقطه (۴) به دست می‌آوریم:

$$P_4 = P_1 \xrightarrow{P_g = P - P_0} P_{g_f} = P_1 - P_0 \xrightarrow{P_1 = \rho_1 g h_1 + P_0} P_{g_f} = \rho_1 g h_1$$

$$\frac{\rho_1 = 1/2 \text{ g/cm}^3 = 1200 \text{ kg/m}^3}{h_1 = 34 \text{ cm} = 0.34 \text{ m}} \rightarrow P_{g_f} = 1200 \times 10 \times 0.34 = 1200 \times 3/4 \text{ Pa}$$

گام سوم: فشار پیمانه‌ای مخزن گاز (A) را حساب می‌کنیم:

$$P_{g_f} = P_{g_A} + \rho_2 g h_2 \xrightarrow{\substack{P_{g_f} = 1200 \times 3/4 \text{ Pa} \\ \rho_2 = 0.85 \text{ g/cm}^3 = 850 \left(\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right), h_2 = 12 \text{ cm} = 0.12 \text{ m}}} 1200 \times 3/4 = P_{g_A} + (850 \times 10 \times 0.12)$$

$$\Rightarrow P_{g_A} = (1200 \times 3/4) - \frac{(850 \times 10 \times 0.12)}{0.85 \times 1200} = 1200 \left( \frac{3}{4} - \frac{3/4}{4} \right) = \frac{3}{4} \times 1200 \times 3/4 \text{ Pa}$$

گام چهارم: فشار پیمانه‌ای مخزن گاز (A) را برحسب mmHg به دست می‌آوریم:

$$P_{g_A} = \rho_{\text{جیوه}} g h_{\text{جیوه}} \xrightarrow{\rho_{\text{جیوه}} = 13600 \text{ kg/m}^3} \frac{3}{4} \times 1200 \times 3/4 = 13600 \times 10 \times h \Rightarrow h = 2/25 \times 10^{-2} \text{ mHg} = 22/5 \text{ mmHg}$$

بنابراین فشار پیمانه‌ای مخزن A برابر ۲۲/۵ میلی‌متر جیوه است.

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



## تست و پاسخ ۷۱

تلمبه‌ای با توان ورودی  $12/5 \text{ kW}$  در هر دقیقه  $3 \text{ m}^3$  از آب ساکن دریاچه‌ای را  $12 \text{ m}$  بالا برده و آن را با تندی  $4 \text{ m/s}$  وارد مخزنی می‌کند.

اگر چگالی آب  $1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$  باشد، بازده تلمبه چند درصد است؟ ( $g = 10 \text{ N/kg}$ )

۵۲ (۴)

۵۱/۲ (۳)

۴۸/۸ (۲)

۴۸ (۱)

## پاسخ: گزینه ۳

**مشاوره** طراح کنکور، عاشق سؤال ترکیبیه بازده و توانه. احتمالاً توی کنکور می‌بینی!

## درس نامه ..

کار مفیدی که یک تلمبه در صورت نبود اتلاف انرژی بر روی مقداری آب انجام می‌دهد، برابر است با:

تغییر انرژی پتانسیل

$$W = \Delta U + \Delta K$$

تغییر انرژی کار تلمبه جنبشی

کار (J) توان (W)

$$P = \frac{W}{t}$$

زمان (s)

$$R_a = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}}$$

توان یعنی آهنگ انجام کار و از رابطه زیر به دست می‌آید:

بازده یک دستگاه از رابطه مقابل به دست می‌آید:

**پاسخ تشریحی** گام اول: کاری که پمپ بر روی آب انجام می‌دهد را حساب می‌کنیم:

$$W = \Delta U + \Delta K \xrightarrow[\Delta K = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)]{\Delta U = mgh} W = (mgh) + \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) \xrightarrow{v_1=0} W = m(gh + \frac{1}{2}v_2^2)$$

$$\xrightarrow{m=\rho V} W = \rho V(gh + \frac{1}{2}v_2^2) \xrightarrow[V=3\text{m}^3, h=12\text{m}, v_2=4\text{m/s}]{\rho=1\text{g/cm}^3=1000\text{kg/m}^3} W = 1000 \times 3 \left( \underbrace{(10 \times 12)}_{120} + \underbrace{\left(\frac{1}{2} \times 4^2\right)}_8 \right) = 3000 \times 128 \text{ (J)}$$

$$P_{\text{خروجی}} = \frac{W}{t} \xrightarrow[t=1\text{min}=60\text{s}]{W=3000 \times 128 \text{ (J)}} P_{\text{خروجی}} = \frac{3000 \times 128}{60} = 50 \times 128 \text{ (W)}$$

گام دوم: توان خروجی پمپ را حساب می‌کنیم:

گام سوم: بازده پمپ را حساب می‌کنیم:

$$R_a = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}} \xrightarrow[P_{\text{ورودی}}=12/5\text{kW}=12/5 \times 10^3\text{W}]{P_{\text{خروجی}}=50 \times 128 \text{ (W)}} R_a = \frac{50 \times 128}{12/5 \times 10^3} = \frac{512}{1000}$$

$$R_a = \frac{512}{1000} \times 100 = \%51/2$$

بنابراین بازده پمپ برحسب درصد برابر است با:

## تست و پاسخ ۷۲

ضریب انبساط طولی فلزی  $10^{-5} \text{ K}^{-1}$  است. اگر دمای این فلز  $120^\circ \text{ F}$  افزایش یابد، چگالی آن تقریباً چند درصد کاهش می‌یابد؟

۱/۰۸ (۴)

۰/۳۶ (۳)

۰/۶ (۲)

۰/۲ (۱)

## پاسخ: گزینه ۲

**مشاوره** توی این سؤالاً هتماً هواسه به تبدیل کردن ضریب انبساط طولی به ضریب انبساط حجمی باشه، چون دامش توی گزینه (۱) برات آورده شده.



# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

## درس نامه

اگر دمای جسمی با چگالی  $\rho_1$  به اندازه  $\Delta\theta$  تغییر کند، تغییرات چگالی جسم ( $\Delta\rho$ ) به طور تقریبی از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\Delta\rho = -\rho_1\beta\Delta\theta$$

در نتیجه درصد تغییر چگالی برابر است با:

$$\text{درصد تغییر چگالی} = \frac{\Delta\rho}{\rho_1} \times 100 = -\beta\Delta\theta \times 100$$

**پاسخ تشریحی** گام اول: ابتدا تغییر دما را بر حسب درجه سلسیوس به دست می‌آوریم:

$$\Delta F = 1/8\Delta\theta \xrightarrow{\Delta F = 12^\circ F} 120 = 1/8\Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = \frac{120}{1/8} = \frac{200}{3}^\circ C$$

گام دوم: درصد تغییر چگالی را طبق رابطه‌ای که در درس نامه آوردیم، به دست می‌آوریم:

$$\text{درصد تغییر چگالی} = -\beta\Delta\theta \times 100 \xrightarrow{\beta = 3\alpha = 3 \times 3 \times 10^{-5} = 9 \times 10^{-5} \frac{1}{K} \frac{1}{^\circ C} \quad \Delta\theta = \frac{200}{3}^\circ C}$$

$$\text{درصد تغییر چگالی} = -9 \times 10^{-5} \times \frac{200}{3} \times 100 = -0.6\%$$

بنابراین چگالی فلز ۰/۶ درصد کاهش می‌یابد.

## تست و پاسخ ۷۳

مقداری یخ به جرم  $m_1$  و دمای  $-2^\circ C$  را در مقداری آب به جرم  $m_2$  و دمای  $20^\circ C$  می‌اندازیم. اگر پس از برقراری تعادل گرمایی مخلوطی

از گ ۱۰۰ یخ و ۶۰۰ آب ایجاد شود، نسبت  $\frac{m_2}{m_1}$  برابر کدام است؟ (  $\frac{J}{gk} = 4/2$  یخ  $= 2c$  آب  $= 336 J/g$  )

دمای تعادل صفر درجه سلسیوس است.

$$\frac{4}{3} \quad (2)$$

$$\frac{5}{2} \quad (4)$$

$$\frac{3}{4} \quad (1)$$

$$\frac{2}{5} \quad (3)$$

## پاسخ: گزینه ۴

**مشاوره** در کنکورهای سال‌های اخیر، وقتی به تست‌های مطرح شده از فصل دما و گرما نگاه می‌کنیم، بیشترین تعداد تست، مربوط به مبحث تعادل گرمایی است. این مبحث را با توجه و دقت بیشتری مطالعه کنید.

## درس نامه

(۱) اگر در اثر تبادل گرما و بدون تغییر حالت فقط دمای جسم تغییر کند، گرمای مورد نظر از رابطه زیر حساب می‌شود:

$$Q = m c \Delta\theta$$

تغییر دما ( $^\circ C$ ) جرم (kg)

گرما (J) گرمای ویژه ( $\frac{J}{kg \cdot ^\circ C}$ )

(۲) وقتی به جسم جامدی مانند یخ گرما دهیم تا به نقطه ذوب خود برسد، از این پس در اثر گرما در دمای ثابت، شروع به ذوب شدن می‌کند. گرمای لازم از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$Q = m L_f$$

جرم (kg)

گرما (J) گرمای نهان ویژه ذوب ( $J/kg$ )

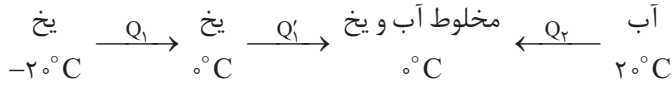
(۳) اگر دو یا چند جسم با دماهای مختلف، در تماس با یکدیگر قرار گیرند، پس از مدتی هم‌دما می‌شوند، یعنی به دمای تعادل می‌رسند. براساس قانون پایستگی انرژی، جمع جبری گرماهای مبادله شده بین این اجسام صفر است.

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 + \dots = 0$$

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



**پاسخ تشریحی** گام اول: پس از تعادل گرمایی، جرم آب ۶ برابر جرم یخ شده است. در حالی که با توجه به گزینه‌ها، جرم آب اولیه به جرم یخ اولیه  $(\frac{m_2}{m_1})$  کم‌تر از ۶ بوده است؛ بنابراین معلوم می‌شود که مقداری از یخ ذوب شده و می‌توان نوشت:



گام دوم: با توجه به پایستگی انرژی، معادله تعادل گرمایی را می‌نویسیم تا رابطه‌ای بین  $m_1$  و  $m_2$  به دست آوریم:

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0$$

$$\Rightarrow m_1 c_1 \Delta\theta_1 + (m_1 - 100)L_f + m_2 c_2 \Delta\theta_2 = 0$$

$$\frac{c_1 = \frac{1}{2}c_2}{L_f = 80c_2} \rightarrow m_1 \times \frac{1}{2} c_2 (0 - (-20)) + (m_1 - 100) \times 80 c_2 + m_2 c_2 (0 - 20) = 0$$

$$\Rightarrow 10m_1 + 80m_1 - 8000 - 20m_2 = 0 \Rightarrow 90m_1 - 20m_2 = 8000 \Rightarrow 9m_1 - 2m_2 = 800$$

گام سوم:

$$m_1 + m_2 = 700 \Rightarrow 2m_1 + 2m_2 = 1400$$

با توجه به پایستگی جرم داریم:

این رابطه را با رابطه به دست آمده در گام دوم ترکیب می‌کنیم تا مقادیر  $m_1$  و  $m_2$  را به دست آوریم:

$$\left. \begin{array}{l} 9m_1 - 2m_2 = 800 \\ 2m_1 + 2m_2 = 1400 \end{array} \right\} \Rightarrow 11m_1 = 2200 \Rightarrow m_1 = 200 \text{ g}$$

$$\Rightarrow 2(200) + 2m_2 = 1400 \Rightarrow 2m_2 = 1000 \Rightarrow m_2 = 500 \text{ g}$$

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{500}{200} = \frac{5}{2}$$

بنابراین نسبت  $\frac{m_2}{m_1}$  به دست می‌آید:

## تست و پاسخ ۷۴

چون دما در تمام مراحل ثابت است، این مقدار در حل تست تأثیری ندارد.

فشارسنج، فشار پیمانه‌ای را نشان می‌دهد.

با یک مخزن ۱۵ لیتری که با گاز کامل با دمای  $27^\circ\text{C}$  پر شده و فشار آن  $6/4 \text{ atm}$  است، به نوبت دو کیپسول خالی ۵ لیتری را تا رسیدن به تعادل پر و جدا می‌کنیم. عددی که فشارسنج متصل به آخرین کیپسول پر شده نشان می‌دهد، چند اتمسفر است؟ (فشار هوای محیط  $1 \text{ atm}$  و دمای گاز در تمام مراحل ثابت است.)

$$2/6 (4)$$

$$2/84 (3)$$

$$3/84 (2)$$

$$3/6 (1)$$

## پاسخ: گزینه ۴

**خودت حل کنی بهتره** با استفاده از معادله گازهای کامل، فشار گاز را بعد از هر اتصال به مخزن‌های ۵ لیتری تا مرحله سوم به دست آورید. در پایان نیز دقت کنید که فشار مطلق به دست آمده را باید به فشار پیمانه‌ای تبدیل کنید.

**درس نامه** •• با توجه به قانون گازهای آرمانی (کامل)، برای مقایسه دو حالت مختلف از مقدار یعنی گاز کامل می‌توان نوشت:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$$

$P_2$ : فشار مطلق گاز در حالت دوم

$P_1$ : فشار مطلق گاز در حالت اول

$V_2$ : حجم گاز در حالت دوم

$V_1$ : حجم گاز در حالت اول

$T_2$ : دمای مطلق گاز در حالت دوم

$T_1$ : دمای مطلق گاز در حالت اول

$$P_1 V_1 = P_2 V_2$$

**نکته** اگر دمای گاز ثابت بماند، رابطه فوق به شکل ساده‌تری نوشته می‌شود:



# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

**پاسخ تشریحی** گام اول: فشار اولیه مخزن ۱۵ لیتری را  $P_1$  در نظر می‌گیریم. با اتصال کپسول اول به مخزن، حجم کپسول به حجم مخزن اضافه می‌شود و حجم گاز از  $V_1 = 15 \text{ L}$  به  $V_2 = 20 \text{ L}$  می‌رسد و داریم:

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 \xrightarrow{P_1=6/4 \text{ atm}, V_1=15 \text{ L}} \xrightarrow{V_2=15+5=20 \text{ L}} 6/4 \times 15 = P_2 \times 20 \Rightarrow P_2 = \frac{6/4 \times 15}{20} = 4/8 \text{ atm}$$

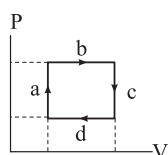
گام دوم: قبل از وصل کردن کپسول دوم، فشار گاز درون مخزن  $4/8 \text{ atm}$  است. پس با اتصال کپسول دوم، فشار گاز به صورت زیر محاسبه می‌شود. در این مرحله هم مثل مرحله قبل حجم گاز از  $15 \text{ L}$  به  $20 \text{ L}$  می‌رسد.

$$P_2 V_2 = P_3 V_3 \xrightarrow{P_2=4/8 \text{ atm}} 4/8 \times 15 = P_3 \times 20 \Rightarrow P_3 = 3/6 \text{ atm}$$

گام سوم: فشاری که از قانون گازهای کامل به دست می‌آید، فشار مطلق است، اما فشارسنج، فشار پیمانه‌ای را نشان می‌دهد؛ بنابراین عددی که فشارسنج کپسول نشان می‌دهد ( $P_{g_2}$ ) از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$P_{g_2} = P_3 - P_0 = 3/6 - 1 = 2/6 \text{ atm}$$

## تست و پاسخ ۷۵



یک ماشین گرمایی چرخه‌ای به شکل مقابل طی می‌کند. اگر اندازه گرمای مبادله شده بین ماشین گرمایی و محیط در فرایندهای  $a, b, c, d$  به ترتیب برابر  $5, 20, 10$  و  $5$  کیلوژول باشد، به ترتیب از راست به چپ، کار انجام شده توسط ماشین گرمایی در

هر چرخه چند کیلوژول و بازده آن چند درصد است؟

۴۰، ۱۰ (۴)

۱۰، ۱۰ (۳)

۴۰، ۴۰ (۲)

۱۰، ۴۰ (۱)

## پاسخ: گزینه ۲

**مشاوره** در این تست، چندمطلب مهم تر مودینامیک به خوبی در ارتباط با هم مطرح شده و یک تست ترکیبی را تشکیل داده‌اند.

**خودت حل کنی بهتره** ابتدا کل گرمای مبادله شده در چرخه را حساب کنید، سپس با استفاده از قانون اول ترمودینامیک، کار انجام شده

توسط محیط و از روی آن، کار انجام شده توسط ماشین گرمایی را به دست آورید. در پایان نیز با جمع کردن گرماهای مراحل  $a$  و  $b$  و داشتن  $|W|$ ، بازده ماشین گرمایی را پیدا کنید.

**درس نامه ۱۰۰** روی نمودار  $P - V$ ، اگر به سمت بالا یا به سمت راست برویم به دمای بالاتری می‌رسیم؛ یعنی دستگاه (گاز) گرما گرفته و  $Q > 0$  است، اما اگر به سمت چپ یا به سمت پایین برویم به دمای پایین‌تری می‌رسیم، یعنی دستگاه (گاز) گرما از دست داده و  $Q < 0$  است.

(۲) بنا به قرارداد، کار محیط روی دستگاه را با  $W$  و کار دستگاه روی محیط را با  $W'$  نشان می‌دهیم.

(۳) قانون اول ترمودینامیک: در یک فرایند ایستاوار، تغییر انرژی درونی دستگاه، برابر است با مجموع کار انجام شده توسط محیط روی دستگاه ( $W$ ) و گرمای مبادله شده بین دستگاه و محیط ( $Q$ ).

$\Delta U$ : تغییر انرژی درونی

(نکته) در یک چرخه، تغییر انرژی درونی دستگاه، برابر با صفر است.

$$\Delta U = 0$$

(۴) بازده ماشین گرمایی:

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H}$$

$\eta$ : بازده

$|W|$ : کاری که ماشین روی محیط انجام می‌دهد.

$Q_H$ : گرمایی که ماشین از یک منبع با دمای بالا می‌گیرد.

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



$$Q_a = 5 \text{ kJ}$$

گام اول: در فرایندهای a و b، ماشین گرمایی (دستگاه)، گرما دریافت می‌کند.

$$Q_b = 20 \text{ kJ}$$

$$Q_c = -10 \text{ kJ}$$

اما در فرایندهای c و d، ماشین گرمایی (دستگاه)، گرما از دست می‌دهد.

$$Q_d = -5 \text{ kJ}$$

$$Q = Q_a + Q_b + Q_c + Q_d = 5 + 20 + (-10) + (-5) = 10 \text{ kJ}$$

اکنون کل گرمای مبادله شده در چرخه را به دست می‌آوریم:

گام دوم: با استفاده از قانون اول ترمودینامیک، کار انجام شده توسط محیط را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow{\Delta U=0, Q=10 \text{ kJ}} W = -10 \text{ kJ}$$

$$W' = -W = 10 \text{ kJ}$$

بنابراین کار انجام شده توسط ماشین گرمایی برابر است با:

گام سوم: گرمایی که ماشین گرمایی از منبع با دمای بالا می‌گیرد، مجموع گرماهای مراحل a و b است.

$$Q_H = Q_a + Q_b = 5 + 20 = 25 \text{ kJ}$$

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} \times 100 = \frac{|W|=10 \text{ kJ}}{Q_H=25 \text{ kJ}} \rightarrow \eta = \frac{10}{25} \times 100 = 40\%$$

براین اساس، بازده ماشین گرمایی به دست می‌آید:





# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

## تست و پاسخ ۷۶

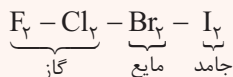
- اگر فلز قلیایی M با هالوژن  $X_p$  در شرایط مناسب واکنش دهد، کدام مورد درست است؟ (M و X در جدول تناوبی، هم دوره هستند).
- اگر  $X_p$ ، حتی در دمای  $-20^\circ\text{C}$  با گاز هیدروژن واکنش دهد، فلز M با از دست دادن یک الکترون به آرایش هشت تایی گاز نجیب قبل از خود می‌رسد.
  - شعاع کاتیون سازنده فرآورده واکنش، از شعاع آنیون سازنده آن بزرگتر است.
  - اگر  $X_p$  هالوژن مایع جدول دوره‌ای باشد، تفاوت شمار الکترون‌های با  $I=0$  و  $I=1$  در اتم M، برابر ۴ است.
  - آنتالپی فروپاشی شبکه بلور فرآورده واکنش، به یقین از آنتالپی فروپاشی شبکه بلور منیزیم اکسید کم‌تر است.

## پاسخ: گزینه ۴

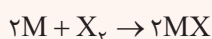
درس نامه ●● فلزهای قلیایی در گروه ۱ و هالوژن‌ها در گروه ۱۷ جدول تناوبی قرار دارند:

		هالوژن‌ها																	
فلزهای قلیایی	۳ Li																	۹ F	
	۱۱ Na																	۱۷ Cl	
	۱۹ K																	۳۵ Br	
	۳۷ Rb																	۵۳ I	
	۵۵ Cs																		
	۸۷ Fr																		

- فلزهای قلیایی با از دست دادن یک الکترون و تشکیل کاتیون یک‌بار مثبت ( $M^+$ )، به آرایش گاز نجیب قبل از خود می‌رسند.
- هالوژن‌ها با گرفتن یک الکترون و تشکیل آنیون یک‌بار منفی ( $X^-$ )، به آرایش گاز نجیب بعد از خود (هم‌دوره) می‌رسند.
- در دما و فشار اتاق، هالوژن‌ها به شکل مولکول‌های دو اتمی ( $X_2$ ) یافت می‌شوند:



- از واکنش فلزهای قلیایی با هالوژن‌ها، ترکیب یونی تولید می‌شود:



- در گروه فلزهای قلیایی از بالا به پایین، واکنش‌پذیری عناصر افزایش می‌یابد.
- در گروه هالوژن‌ها، از بالا به پایین، واکنش‌پذیری عناصر کاهش یافته، به طوری که دمای لازم برای انجام واکنش آن‌ها با گاز هیدروژن، افزایش می‌یابد.

نام هالوژن	شرایط واکنش با گاز هیدروژن
فلوئور	حتی در دمای $-20^\circ\text{C}$ به سرعت واکنش می‌دهد.
کلر	در دمای اتاق به آرامی واکنش می‌دهد.
برم	در دمای $20^\circ\text{C}$ واکنش می‌دهد.
ید	در دمای بالاتر از $40^\circ\text{C}$ واکنش می‌دهد.

## پاسخ تشریحی بررسی گزینه‌ها:

۱) در میان هالوژن‌ها، فقط  $F_2$  است که در دمای  $-20^\circ\text{C}$ ، با گاز هیدروژن واکنش می‌دهد. فلز قلیایی هم‌دوره فلوئور ( $F$ )، لیتیم ( $Li$ )

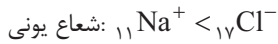
است. لیتیم برخلاف سایر فلزهای قلیایی به آرایش دوتایی (گاز نجیب هلیم) می‌رسد و نه هشت تایی!



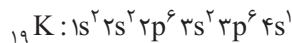
## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



۲ فراورده واکنش، یک ترکیب یونی با فرمول شیمیایی MX است. با توجه به این که دو عنصر M و X، هم‌دوره هستند، شعاع  $M^+$  قطعاً از شعاع  $X^-$  کوچک‌تر است، زیرا  $M^+$  یک لایه الکترونی کم‌تر از  $X^-$  دارد. مثال:



۳ هالوژن مایع جدول دوره‌ای، همان برم ( ${}_{35}\text{Br}$ ) است که در دوره چهارم قرار دارد. فلز قلیایی دوره چهارم، پتاسیم ( ${}_{19}\text{K}$ ) است. در آرایش الکترونی این اتم،  $l=0$  (زیرلایه‌های s) و  $l=1$  (زیرلایه‌های p) وجود دارد:



$$l=1 \text{ و } l=0 = 12 - 7 = 5$$

۴ آنتالپی فروپاشی شبکه بلور MX از MgO کم‌تر است، زیرا مجموع قدرمطلق بار یون‌ها در آن کم‌تر است:

$$\text{MX} \Rightarrow M^+, X^- \Rightarrow \text{مجموع قدرمطلق بار یون‌ها} = 1 + 1 = 2$$

$$\text{MgO} \Rightarrow \text{Mg}^{2+}, \text{O}^{2-} \Rightarrow \text{مجموع قدرمطلق بار یون‌ها} = 2 + 2 = 4$$

**نکته** آنتالپی فروپاشی شبکه بلور ترکیب‌های یونی، با بار یون‌ها رابطه مستقیم و با شعاع آن‌ها رابطه وارونه دارد.

به طور کلی برای مقایسه  $\Delta H$  فروپاشی شبکه ترکیب‌های یونی می‌توان از روش کنکوری زیر استفاده کرد:  
گام اول: هر چه مجموع قدرمطلق بار یک کاتیون و یک آنیون در یک ترکیب یونی بزرگ‌تر باشد،  $\Delta H$  فروپاشی شبکه آن، بزرگ‌تر است.  
گام دوم: اگر مجموع قدرمطلق بار یک کاتیون و یک آنیون برای دو ترکیب یونی برابر باشد، شعاع یون‌های سازنده آن‌ها را با هم مقایسه می‌کنیم؛ هر چه شعاع یون‌ها کوچک‌تر باشد،  $\Delta H$  فروپاشی بزرگ‌تر است.

## تست و پاسخ ۷۷

با توجه به جدول زیر که شمار الکترون‌های لایه سوم و چهارم چند گونه را در حالت پایه نشان می‌دهد، چند مورد از مطالب داده شده درست است؟

Z	X	Y	M	اتم یا یون پایدار
۱۷	۱۸	۱۶	۱۳	شمار الکترون لایه سوم
۰	۷	۲	۱	شمار الکترون لایه چهارم

• آرایش الکترونی M از قاعده آفبا پیروی نمی‌کند.

• در دمای اتاق، حالت فیزیکی X و Y متفاوت است.

• گونه Z به یقین یک کاتیون دو بار مثبت است.

• عدد اتمی Y، دو برابر عدد اتمی گاز نجیب دوره سوم جدول تناوبی است.

• شمار الکترون‌های ظرفیتی M، با شمار این الکترون‌ها در عنصر A برابر است.

۲ (۴)

۳ (۳)

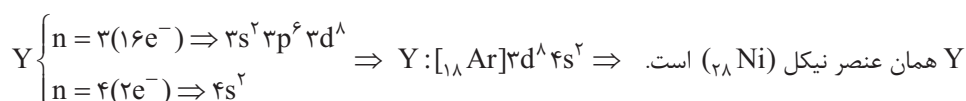
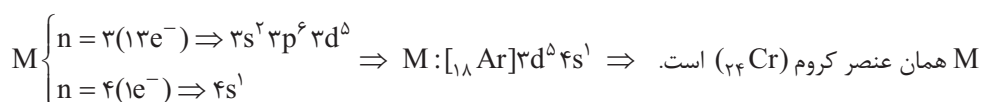
۴ (۲)

۵ (۱)

## پاسخ: گزینه ۲

**پاسخ تشریحی** به جز عبارت چهارم، بقیه عبارت‌ها درست‌اند.

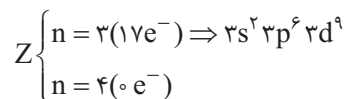
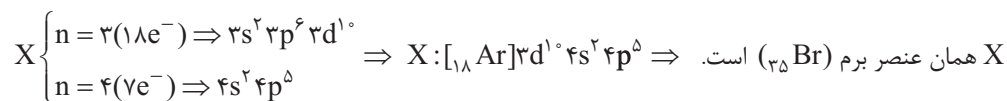
ابتدا باید با توجه به شمار الکترون‌های لایه سوم و چهارم گونه‌های جدول، آرایش الکترونی آن‌ها را رسم کنیم:



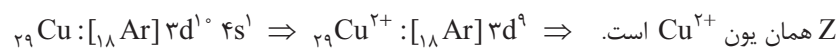


# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

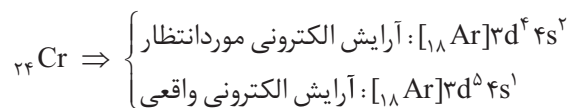


با توجه به این که در گونه Z، زیرلایه 3d وجود دارد اما زیرلایه 4s وجود ندارد، این گونه قطعاً یک کاتیون است. در بین یون‌های پایدار، فقط آرایش  $Cu^{2+}$  به  $3d^9$  ختم می‌شود:



بررسی عبارت‌ها:

● M همان کروم (Cr) است که آرایش الکترونی آن از قاعده آفبا پیروی نمی‌کند.



● X و Y به ترتیب نافلز برم و فلز نیکل هستند. در دمای اتاق، برم به حالت مایع و نیکل به حالت جامد است.

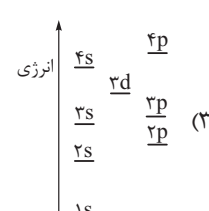
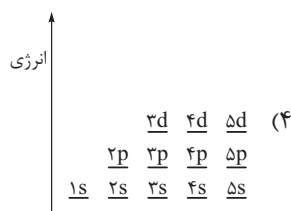
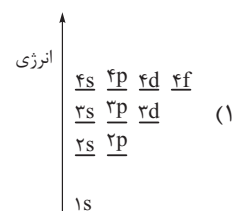
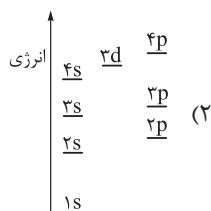
● دربریم که Z همان  $Cu^{2+}$  است.

● عدد اتمی Y برابر 28 و عدد اتمی گاز نجیب دوره سوم (Ar) برابر 18 است. مشفصه که 28 برابر 18 نیست!



## تست و پاسخ

کدام نمودار، سطح انرژی زیرلایه‌های الکترونی در اتم‌های مختلف (قبل از اشغال شدن از الکترون) را به درستی نشان می‌دهد؟



## پاسخ: گزینه ۲

### درس نامه

ترتیب پرشدن زیرلایه‌های یک اتم، با قاعده آفبا بیان می‌شود. آفبا واژه‌ای آلمانی به معنای ساختن یا افزایش گام‌به‌گام است. بر طبق این قاعده، الکترون‌ها تمایل دارند، ابتدا زیرلایه‌هایی را پر کنند که انرژی کمتری دارند.

انرژی زیرلایه‌ها به مجموع عدد کوانتومی اصلی و فرعی  $(n+1)$  وابسته است.

● هر چه مقدار  $(n+1)$  برای زیرلایه‌ای کوچک‌تر باشد، این زیرلایه، انرژی کمتری دارد و زودتر از الکترون پر می‌شود.

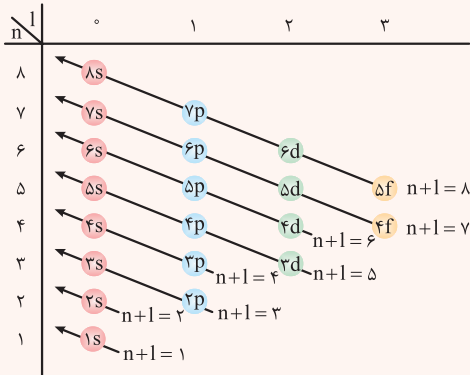
## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



مثال:  $4s$  زودتر از  $3d$  الکترون می‌پذیرد؛ زیرا  $(n+1)$  برای آن کوچک‌تر است.

	n	l	n+1
$4s$	4	0	4
$3d$	3	2	5

	n	l	n+1
$4p$	4	1	5
$5s$	5	0	5



• اگر مقدار  $(n+1)$  برای دو زیرلایه یکسان باشد، زیرلایه‌ای که  $n$  آن کوچک‌تر است، انرژی کم‌تری دارد و زودتر از الکترون پر می‌شود.  
مثال:  $4p$  زودتر از  $5s$  الکترون می‌پذیرد.  $(n+1)$  برای هر دو زیرلایه برابر 5 است، اما چون  $n$ ،  $4p$  کم‌تری دارد، زودتر از الکترون اشغال می‌شود.

فب! اگر از قواعد گفته‌شده استفاده کنیم، نتیجه می‌گیریم که ترتیب پرشدن زیرلایه‌ها این‌طور است:

ترتیب پرشدن زیرلایه‌ها:  $1s \ 2s \ 2p \ 3s \ 3p \ 4s \ 3d \ 4p \ 5s \ 4d \ 5p \ 6s \ 4f \ 5d \ 6p \ 7s \ 5f \ 6d \ 7p \ 8s$

## پاسخ تشریحی

با توجه به این که انرژی زیرلایه  $1s$ ، کم‌تر از همه زیرلایه‌ها و انرژی زیرلایه  $4s$ ، کم‌تر از  $3d$  است، می‌توان نتیجه گرفت که

۲) درست است.

## تست و پاسخ ۷۹

درستی یا نادرستی کدام گزینه با دیگر گزینه‌ها، متفاوت است؟

(۱) درصد حجمی گاز هلیوم در نمونه‌ای از هوا با دمای  $25^\circ C$  و فشار  $1 \text{ atm}$ ، بیشتر از درصد حجمی آن در نمونه‌ای از هوا با دمای  $9^\circ C$  - و فشار  $1 \text{ atm}$  است.

(۲) فراوان‌ترین گاز نجیب هواکره، حدود ۷ درصد حجمی از مخلوط گاز طبیعی را نیز تشکیل داده است.

(۳) نام سولفات‌های آهن که شماره اتم‌ها در فرمول شیمیایی آن با شماره اتم‌های دی‌نیتروژن تترااکسید برابر است، آهن (II) سولفات می‌باشد.

(۴) نام ترکیب‌های  $CO$ ،  $CuO$ ،  $ClO_2$  و  $CrO_3$  به ترتیب کربن مونوکسید، مس (II) اکسید، کلر دی‌اکسید و کروم (II) اکسید است.

## پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی

برخلاف سایر گزینه‌ها، درست است.

بررسی گزینه‌ها:

۱) در دمای  $25^\circ C$ ، همه اجزای سازنده هوا به حالت گازند؛ اما در دمای  $9^\circ C$ ، رطوبت و در دمای  $-78^\circ C$ ، کربن دی‌اکسید به شکل جامد

از مخلوط خارج می‌شود؛ بنابراین در دمای  $9^\circ C$ ، رطوبت و کربن دی‌اکسید در هوا وجود ندارند و درصد حجمی سایر اجزای گازی بیشتر

از درصد حجمی آن‌ها در نمونه‌ای هوا با دمای  $25^\circ C$  است.

برای این که بهتر متوجه بشین، شکل مقابل رو ببینید:

مخلوط گازی اولیه

A	60L
B	20L
C	10L
D	8L
E	2L

مخلوط گازی نهایی

A	60L
B	20L
C	10L

خارج شدن D و E

$$A \text{ درصد حجمی} = \frac{60}{100} \times 100 = 60\%$$

$$A \text{ درصد حجمی} = \frac{60}{90} \times 100 = 66.67\%$$

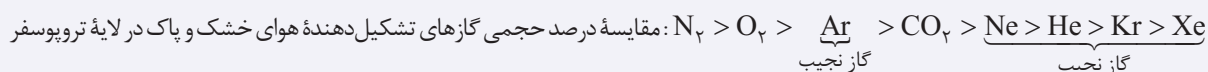


# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

۲ فراوان ترین گاز نجیب هواکره، آرگون (Ar) است؛ در حالی که هلیوم (He)، حدود ۷ درصد حجمی از مخلوط گاز طبیعی را تشکیل می دهد.

**نکته** مقایسه درصد حجمی ۸ گاز مهم هواکره این طوری است:



۳ فرمول مولکولی دی نیتروژن تترا اکسید به صورت  $N_2O_4$  بوده و این ترکیب دارای ۶ اتم است. هم چنین فلز آهن دارای دو نوع کاتیون

$Fe^{2+}$  و  $Fe^{3+}$  بوده و فرمول های شیمیایی سولفات آن به صورت زیر است: ۶ اتم  $Fe^{2+}SO_4^{2-} \Rightarrow FeSO_4$  آهن (II) سولفات

۱۷ اتم  $Fe^{3+}SO_4^{2-} \Rightarrow Fe_7(SO_4)_3$  آهن (III) سولفات

۴ همه فرمول های شیمیایی و نام ها با هم تطابق دارند به جز  $CrO_7$  فرمول کروم (II) اکسید به صورت  $CrO$  است و نه  $CrO_7$ !

## تست و پاسخ ۸۰

داده های چند ردیف جدول زیر، همگی درست اند؟ ( $p.e$  شمار جفت الکترون های پیوندی و  $n.e$  شمار جفت الکترون های ناپیوندی را نشان می دهد).

ردیف	نام ماده	ویژگی	$\frac{p.e}{n.e}$	جهت گیری در میدان الکتریکی	فرمول شیمیایی	بار جزئی اتمی با شعاع بزرگ تر
۱	هیدروژن سیانید	۴	دارد	HCN	$\delta^-$	
۲	گوگرد دی کلرید	۰/۲۵	ندارد	$SCl_2$	$\delta^-$	
۳	کلروفرم	۱	دارد	$CH_2Cl_2$	$\delta^-$	
۴	کربونیل سولفید	۱	دارد	SCo	$\delta^+$	

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

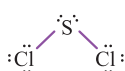
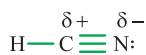
صفر (۱)

## پاسخ: گزینه ۱

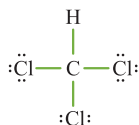
**پاسخ تشریحی** در هیچ یک از ردیف های جدول، همه داده ها درست نیستند. حالایی یکی همه ردیف ها رو بررسی کنیم.

ردیف ۱) در هیدروژن سیانید (HCN)، شعاع اتمی کربن از دو عنصر دیگر بزرگ تر است، اما خصلت نافلزی کربن از نیتروژن کم تر است؛ در

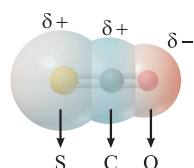
نتیجه بار جزئی آن، مثبت ( $\delta^+$ ) است:



ردیف ۲) گوگرد دی کلرید ( $SCl_2$ )، به دلیل داشتن جفت الکترون ناپیوندی روی اتم مرکزی، مولکولی قطبی به حساب می آید و در میدان الکتریکی جهت گیری می کند. در ضمن بین گوگرد (۱۶S) و کلر (۱۷Cl)، شعاع گوگرد بزرگ تر، اما خصلت نافلزی کلر بیشتر است؛ بنابراین در این مولکول، بار جزئی گوگرد، مثبت ( $\delta^+$ ) می باشد.



ردیف ۳) فرمول شیمیایی کلروفرم به صورت  $CHCl_3$  است. هم چنین  $\frac{p.e}{n.e}$  برای آن  $\frac{4}{9}$  است.



ردیف ۴) فرمول شیمیایی کربونیل سولفید به صورت SCO است (حرف O باید به صورت بزرگ نوشته شود). توجه کنید که در این مولکول، گوگرد بزرگ ترین شعاع اتمی را دارد و با توجه به این که خاصیت نافلزی S و C تفاوت چندانی با یکدیگر ندارند، تراکم بار الکتریکی روی این دو اتم تقریباً یکسان است.

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

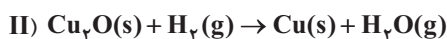


## تست و پاسخ ۸۱

۱۸۰ گرم مس (I) اکسید مطابق واکنش‌های زیر مصرف می‌شود. اگر طی این فرایند ۹ گرم بخار آب تولید شده باشد، جرم نمونه جامد چند گرم تغییر می‌کند؟ ( $\text{Cu} = 64, \text{O} = 16, \text{H} = 1: \text{g.mol}^{-1}$ )



(معادله واکنش‌ها موازنه شود.)



۱۲ (۴)

۸ (۳)

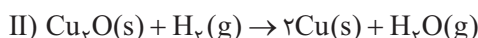
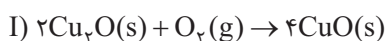
۴ (۲)

۳ (۱)

## پاسخ: گزینه ۲

**خودت حل کنی بهتره!** با توجه به جرم  $\text{H}_2\text{O}$  تولیدی، جرم  $\text{Cu}_2\text{O}$  مصرف شده در هر یک از واکنش‌ها رو به دست بیار! در واکنش اول، جرم نمونه جامد (به دلیل جذب  $\text{O}_2$ ) افزایش و در واکنش دوم، جرم آن (به دلیل خروج  $\text{O}$ ) کاهش یافته است. برای محاسبه تغییر جرم نمونه، هر دوی این موارد رو باید به کمک جرم  $\text{Cu}_2\text{O}$  مصرف شده در هر واکنش، به دست بیاری!

**پاسخ تشریحی** گام اول: معادله واکنش‌ها را موازنه می‌کنیم:



گام دوم: به کمک جرم  $\text{H}_2\text{O}$  تولیدشده در واکنش (II) و جرم کل  $\text{Cu}_2\text{O}$ ، جرم  $\text{Cu}_2\text{O}$  مصرف شده در هر واکنش را حساب می‌کنیم.

$$\text{(II)} \quad \text{Cu}_2\text{O} : 9\text{g H}_2\text{O} \times \frac{1\text{mol H}_2\text{O}}{18\text{g H}_2\text{O}} \times \frac{1\text{mol Cu}_2\text{O}}{1\text{mol H}_2\text{O}} \times \frac{144\text{g Cu}_2\text{O}}{1\text{mol Cu}_2\text{O}} = 72\text{g Cu}_2\text{O}$$

$$\text{(I)} \quad \text{Cu}_2\text{O} = \text{Cu}_2\text{O} \quad \text{جرم کل} \quad \text{Cu}_2\text{O} = \text{Cu}_2\text{O} \quad \text{مصرف شده در واکنش} \quad \text{جرم کل} \quad \text{Cu}_2\text{O} = 180 - 72 = 108\text{g}$$

گام سوم: به کمک جرم  $\text{Cu}_2\text{O}$  مصرف شده در هر واکنش، تغییر جرم نمونه را حساب می‌کنیم.

در واکنش (I)، جرم  $\text{Cu}_2\text{O}$  به دلیل جذب  $\text{O}_2$  افزایش می‌یابد:

جرم  $\text{O}_2$  جذب شده = افزایش جرم نمونه جامد در واکنش (I)

$$108\text{g Cu}_2\text{O} \times \frac{1\text{mol Cu}_2\text{O}}{144\text{g Cu}_2\text{O}} \times \frac{1\text{mol O}_2}{2\text{mol Cu}_2\text{O}} \times \frac{32\text{g O}_2}{1\text{mol O}_2} = 12\text{g O}_2$$

در واکنش (II)، اگر ۱ مول ( $144\text{g}$ )  $\text{Cu}_2\text{O}$  مصرف شود، ۲ مول  $\text{Cu}$  ( $2 \times 64 = 128\text{g}$ ) تولید می‌شود؛ بنابراین کاهش جرم نمونه به ازای  $144\text{g}$   $\text{Cu}_2\text{O}$ ، برابر  $144 - 128 = 16\text{g}$  است؛ پس به ازای  $72\text{g}$   $\text{Cu}_2\text{O}$  خواهیم داشت:

$$\text{(II)} \quad \text{کاهش جرم} \quad 16\text{g} \times \frac{72\text{g Cu}_2\text{O}}{144\text{g Cu}_2\text{O}} = 8\text{g}$$

با انجام واکنش (I)، جرم نمونه  $12\text{g}$  افزایش و با انجام واکنش (II)، جرم نمونه  $8\text{g}$  کاهش یافته است؛ بنابراین در مجموع جرم نمونه،  $4 = 12 - 8\text{g}$  گرم افزایش خواهد یافت.

## تست و پاسخ ۸۲

چند مورد از مطالب زیر، درست است؟ ( $\text{H} = 1, \text{O} = 16: \text{g.mol}^{-1}$ )

- غلظت یون هیدروکسید در آب خالص در دمای اتاق، به تقریب برابر  $10^{-7}\text{ppm}$  است.
- در صنعت برای تولید نوشابه گازدار، ابتدا نوشابه را گرم می‌کنند، سپس گاز کربن دی‌اکسید به آن اضافه می‌کنند.
- هر چند جرم مولی و گشتاور دو قطبی  $\text{H}_2\text{S}$  از  $\text{H}_2\text{O}$  بیشتر است، اما آب به دلیل توانایی تشکیل پیوندهای هیدروژنی، نقطه جوش بالاتری دارد.
- با توجه به معادله انحلال پذیری نمک A بر حسب دما ( $S = 20 + 20$ )، درصد جرمی محلول سیرشده این نمک در دمای  $25^\circ\text{C}$ ، برابر  $20\%$  است.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

## پاسخ: گزینه ۳



# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

**پاسخ تشریحی** عبارت‌های اول و چهارم درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

● می‌دانیم که غلظت یون هیدروکسید ( $\text{OH}^-$ ) در آب خالص در دمای اتاق برابر  $10^{-7} \text{ mol.L}^{-1}$  است؛ حالا باید غلظت  $10^{-7}$  مولار را به غلظت ppm تبدیل کنیم:

$$1000 \text{ g} = \text{جرم آب} \xrightarrow{d=1 \text{ g.mL}^{-1}} 1000 \text{ mL} = 1 \text{ L} = \text{حجم آب}$$

$$\text{جرم } \text{OH}^- = 10^{-7} \text{ mol} \times \frac{17 \text{ g}}{1 \text{ mol}} = 17 \times 10^{-7} \text{ g}$$

$$\text{ppm}(\text{OH}^-) = \frac{\text{جرم } \text{OH}^-}{\text{جرم آب}} \times 10^6 = \frac{17 \times 10^{-7}}{1000} \times 10^6 = 17 \times 10^{-4} = 1/7 \times 10^{-3} = 0/0017 \text{ ppm}$$

● با افزایش دما، انحلال‌پذیری گازها در آب کاهش می‌یابد؛ پس دلیلی نداره که نوشابه را گرم کنند. برای تولید نوشابه‌های گازدار، از افزایش فشار استفاده می‌شود، زیرا با افزایش فشار، انحلال‌پذیری گازها در آب افزایش می‌یابد.

● با توجه به متن کتاب درسی، گشتاور دوقطبی هیدروژن سولفید ( $\text{H}_2\text{S}$ ) از آب ( $\text{H}_2\text{O}$ ) کم‌تر است.

● ابتدا انحلال‌پذیری نمک را در دمای  $25^\circ \text{C}$  حساب می‌کنیم:

$$S = 0/20 + 20 = 0/2(25) + 20 = 25 \text{ (در } 100 \text{ گرم آب)}$$

$$\text{درصد جرمی محلول سیرشده} = \frac{\text{جرم نمک}}{\text{جرم محلول سیر شده}} \times 100 = \frac{25}{25+100} \times 100 = \frac{1}{5} \times 100 = 20\%$$

## تست و پاسخ ۸۳

a میلی‌لیتر محلول ۸/۰ مولار سدیم هیدروکسید را با ۱/۵a میلی‌لیتر محلول پتاسیم هیدروکسید ۱۴ درصد جرمی ( $d = 1/12 \text{ g.mL}^{-1}$ ) مخلوط می‌کنیم. غلظت یون هیدروکسید در محلول حاصل برحسب مول بر لیتر کدام است و ۱۰۰ میلی‌لیتر از این محلول به تقریب با چند گرم محلول سیرشده  $\text{H}_2\text{S}$  به‌طور کامل واکنش می‌دهد؟ (انحلال‌پذیری گاز  $\text{H}_2\text{S}$  در شرایط واکنش برابر ۰/۲۵ گرم در ۱۰۰ گرم آب است.)



$$1360 - 1/8 \text{ (۴)}$$

$$680 - 1/8 \text{ (۳)}$$

$$1360 - 2 \text{ (۲)}$$

$$680 - 2 \text{ (۱)}$$

## پاسخ: گزینه ۲

**نکته** (۱) اگر درصد جرمی محلولی برابر a و چگالی آن برحسب  $\text{g.mL}^{-1}$  برابر d باشد، غلظت مولی آن محلول (M) از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$M = \frac{10 \cdot a \cdot d}{\text{جرم مولی}}$$

(۲) اگر دو یا چند محلول هم‌جنس را با هم مخلوط کنیم، غلظت مولی محلول نهایی از رابطه زیر به دست می‌آید. ( $V_1, V_2, \dots$  و  $V_1, V_2, \dots$  حجم محلول‌ها هستند)

$$M_{\text{نهایی}} = \frac{M_1 V_1 + M_2 V_2 + \dots}{V_1 + V_2 + \dots}$$

**پاسخ تشریحی** در محلول‌های سدیم هیدروکسید ( $\text{NaOH}$ ) و پتاسیم هیدروکسید ( $\text{KOH}$ )، غلظت یون هیدروکسید ( $\text{OH}^-$ ) با غلظت

$$\text{غلظت مولی یون } \text{OH}^- \text{ در محلول } \text{NaOH} = 8/0 \text{ mol.L}^{-1}$$

خود محلول برابر است؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$\text{غلظت مولی } \text{KOH} = \text{غلظت مولی یون } \text{OH}^- \text{ در محلول } \text{KOH} = \frac{10 \cdot a \cdot d}{\text{جرم مولی}} = \frac{10 \times 14 \times 1/12}{56} = 2/8 \text{ mol.L}^{-1}$$

a میلی‌لیتر محلول ۸/۰ مولار یون  $\text{OH}^-$  و ۱/۵a میلی‌لیتر محلول ۲/۸ مولار یون  $\text{OH}^-$  را با هم مخلوط کرده‌ایم؛ بنابراین غلظت یون

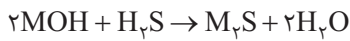
$$M_{\text{نهایی}} = \frac{M_1 V_1 + M_2 V_2}{V_1 + V_2} = \frac{0/8a + 2/8(1/5a)}{a + 1/5a} = \frac{0/8 + 4/2}{2/5} = \frac{5}{2/5} = 2 \text{ mol.L}^{-1}$$

$\text{OH}^-$  در محلول نهایی برابر است با:

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



برای قسمت دوم سؤال، ابتدا باید به کمک معادله واکنش، حساب کنیم که ۱۰۰ میلی لیتر محلول ۲ مولار  $\text{OH}^-$  (یا همان  $\text{MOH}$ ) با چند گرم  $\text{H}_2\text{S}$  واکنش می دهد:



$$\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{حجم} \times \text{غلظت مولی}}{\text{ضریب}} \Rightarrow \frac{x}{1 \times 34} = \frac{2 \times 0.1}{2} \Rightarrow x = 3.4 \text{ g H}_2\text{S}$$

حالا به کمک انحلال پذیری، جرم  $\text{H}_2\text{S}$  را به جرم محلول سیرشده آن تبدیل می کنیم:

$$S = 0.25 \text{ g} \Rightarrow \text{جرم محلول سیرشده} = 100 + 0.25 = 100.25 \text{ g (به ازای ۱۰۰ گرم آب)}$$

$$\text{محلول سیرشده} = 100.25 \text{ g} \Rightarrow \text{جرم محلول سیرشده} = 100.25 \times \frac{3.4}{100} = 3.41 \text{ g}$$

## تست و پاسخ ۸۴

مطابق واکنش زیر، با مصرف ۴ گرم از ماده  $\text{X}_2$  با خلوص ۸۰٪، ۲/۰۶ گرم  $\text{NaX}$  تولید می شود. نسبت جرم مولی  $\text{X}_2$  به سود سوزآور کدام است و طی این فرایند چند گرم آب تولید می شود؟ (معادله واکنش موازنه شود.) ( $\text{H} = 1, \text{O} = 16, \text{Na} = 23; \text{g.mol}^{-1}$ )



$$0.8 - 4 \quad (4)$$

$$0.36 - 4 \quad (3)$$

$$0.8 - 1/775 \quad (2)$$

$$0.36 - 1/775 \quad (1)$$

## پاسخ: گزینه ۳



معادله موازنه شده واکنش به صورت زیر است:

به کمک جرم  $\text{X}_2$  مصرف شده و جرم  $\text{NaX}$  تولید شده، می توان جرم مولی  $\text{X}$  را حساب کرد:

$$\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{درصد خلوص} \times \text{جرم ناخالص}}{100}$$

اگر جرم مولی  $\text{X}$  را  $a$  گرم بر مول در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

$$\frac{4 \times \frac{80}{100}}{1 \times 2a} = \frac{2.06}{1 \times (23 + a)} \Rightarrow 2.06a = 16(23 + a) \Rightarrow 10.3a - 8a = 184 \Rightarrow a = \frac{184}{2.3} = 80 \text{ g.mol}^{-1}$$

$$\frac{\text{جرم مولی } \text{X}_2}{\text{جرم مولی NaOH}} = \frac{2 \times 80}{40} = 4$$

برای محاسبه جرم آب تولید شده، می توان از جرم  $\text{X}_2$  یا  $\text{NaX}$  استفاده کرد:

$$\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{2.06}{1 \times 103} = \frac{x}{1 \times 18} \Rightarrow x = 0.36 \text{ g H}_2\text{O}$$

## تست و پاسخ ۸۵

چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- در بین عنصرهای اصلی دوره های سوم و چهارم جدول تناوبی، در مجموع ۵ عنصر وجود دارند که دارای رسانایی الکتریکی هستند و هم چنین در اثر ضربه تغییر شکل می دهند.
- در دوره های مختلف جدول تناوبی (به جز دوره اول)، شمار عنصرهای فلزی بیشتر از شمار عنصرهای نافلزی و شبه فلزی است.
- در بین عناصر دوره سوم، ۴ عنصر دارای سطح براق هستند و قوی ترین عنصر نافلز در این دوره، دارای ۵ الکترون با مجموع اعداد کوانتومی اصلی و فرعی برابر ۵، در لایه ظرفیت خود است.
- شعاع اتمی نافلزهای هم دوره با یک شبه فلز، کم تر از عنصر شبه فلز است.
- برای استخراج مس از سنگ معدن آن ( $\text{Cu}_2\text{S}$ ) می توان از اکسیژن و برای استخراج آهن از سنگ معدن آن ( $\text{Fe}_2\text{O}_3$ )، می توان از گاز کربن مونوکسید استفاده کرد.

$$4 \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$5 \quad (1)$$

## پاسخ: گزینه ۲





# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

**پاسخ تشریحی** عبارت‌های چهارم و پنجم درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

- عنصرهایی که دارای رسانایی الکتریکی هستند و همچنین در اثر ضربه تغییر شکل می‌دهند (چکش‌خوارند)، همان فلزها هستند. در بین عنصرهای اصلی (دسته S و P) دوره‌های سوم و چهارم، در مجموع ۶ عنصر فلزی وجود دارد:  $Na$ ،  $Mg$ ،  $Al$  و  $K$  از دوره سوم و  $Ca$  و  $Ga$  از دوره چهارم!
- در دوره‌های دوم و سوم، شمار عنصرهای نافلزی از شمار عنصرهای فلزی و شبه‌فلزی بیشتر است:

دوره دوم:  $Li, Be, B, C, N, O, F, Ne$   
 فلز      شبه‌فلز      نافلز

دوره سوم:  $Na, Mg, Al, Si, P, S, Cl, Ar$   
 فلز      شبه‌فلز      نافلز

- عنصرهای فلزی و شبه‌فلزی دوره سوم دارای سطح براق هستند؛ یعنی  $Na, Mg, Al, Si$ ! در یک دوره از چپ به راست، خصلت نافلزی افزایش می‌یابد؛ بنابراین قوی‌ترین نافلز دوره سوم،  $Cl$  است:

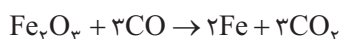
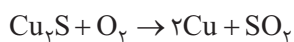
الکترون با  $n+1 = 5$  ندارد.  $Cl: [Ne] 3s^2 3p^5$   
 $n+1=3$        $n+1=4$

کاهش شعاع اتمی

فلز	شبه‌فلز	نافلز
-----	---------	-------

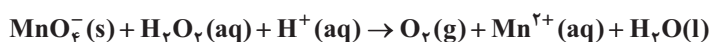
- در یک دوره، عنصرهای نافلزی سمت راست عنصرهای شبه‌فلزی قرار دارند؛ با توجه به این که در یک دوره از چپ به راست، شعاع اتمی کاهش می‌یابد، شعاع اتمی نافلزهای یک دوره، کم‌تر از شعاع اتمی شبه‌فلزهای همان دوره است.

- معادله واکنش استخراج  $Cu$  از  $Cu_2S$  به کمک اکسیژن و معادله واکنش استخراج  $Fe$  از  $Fe_3O_4$  به کمک کربن مونوکسید، در کتاب درسی آمده است:



## تست و پاسخ ۸۶

- بر اساس واکنش زیر، اگر ۲ لیتر محلول ۱/۵ مولار هیدروژن پراکسید مصرف شود و ۴۴/۸ لیتر گاز اکسیژن در شرایط STP تولید شود، بازده واکنش چند درصد است؟ (معادله واکنش موازنه شود).



۷۵ (۴)

۶۶ / ۶ (۳)

۵۰ (۲)

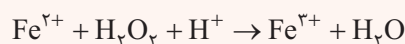
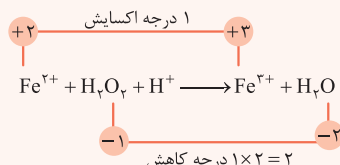
۳۳ / ۳ (۱)

## پاسخ: گزینه ۳

**درس نامه** ● موازنه واکنش‌ها به روش اکسایش - کاهش

به طور کلی برای موازنه واکنش‌های اکسایش - کاهش، ابتدا تغییر عدد اکسایش اتم‌ها را حساب می‌کنیم، سپس مقدار تغییر عدد اکسایش گونه کاهنده را ضرب گونه اکسنده و مقدار تغییر عدد اکسایش گونه اکسنده را ضرب کاهنده قرار می‌دهیم و در آخر، با توجه به ضرابی که معلوم هستند، ضرایب بقیه گونه‌ها را تعیین می‌کنیم. *هواستون* باشد که اگر عنصری که عدد اکسایش آن تغییر کرده است، دارای زیروند باشد، باید تغییر عدد اکسایش آن را در زیروندش ضرب کنیم و سپس جابه‌جایی تغییر عدد اکسایش‌ها را انجام بدهیم.

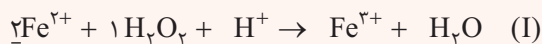
**مثال:** در این واکنش، عدد اکسایش آهن و اکسیژن تغییر کرده است:



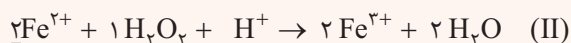
## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



چون در سمت چپ معادله، ۲ اتم اکسیژن در  $H_2O_2$  داشتیم، تغییر عدد اکسایش آن را در ۲ ضرب کردیم. حالا عدد ۲ (تغییر عدد اکسایش O) را ضرب  $Fe^{2+}$  و عدد ۱ (تغییر عدد اکسایش Fe) را ضرب  $H_2O_2$  قرار می‌دهیم:



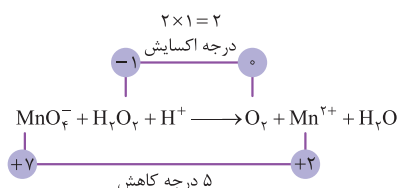
به منظور برابری تعداد اتم‌های O و Fe در دو سمت معادله، ضرب  $Fe^{3+}$  و  $H_2O$  را برابر با ۲ قرار می‌دهیم:



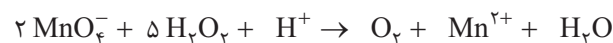
در آخر، به منظور موازنه شدن اتم‌های H و موازنه بار، ضرب  $H^+$  را هم برابر با ۲ قرار می‌دهیم:



گام اول) معادله واکنش را موازنه می‌کنیم:



برای شروع موازنه، ضرب  $MnO_4^-$  را برابر ۲ و ضرب  $H_2O_2$  را برابر ۵ قرار می‌دهیم:

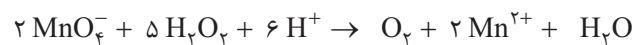


با توجه به موازنه Mn، ضرب  $Mn^{2+}$  باید برابر ۲ و با توجه به موازنه بار، ضرب  $H^+$  باید برابر ۶ باشد.

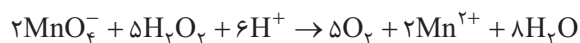
مجموع بارهای مثبت و منفی در سمت راست = مجموع بارهای مثبت و منفی در سمت چپ: موازنه بار

$$2(-1) + x(+1) = 2(+2) \Rightarrow x = 6$$

$MnO_4^- \quad H^+ \quad Mn^{2+}$



در آخر برای موازنه اتم‌های H و O در دو سمت معادله، ضرب  $H_2O$  و  $O_2$  به ترتیب باید برابر ۸ و ۵ باشد:



گام دوم: به کمک اطلاعات داده شده در مورد  $H_2O_2$  و  $O_2$ ، بازده درصدی واکنش را حساب می‌کنیم:

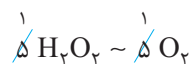
روش اول: کسر تبدیل: ابتدا مقدار نظری  $O_2$  را به دست می‌آوریم:

$$2L H_2O_2(aq) \times \frac{1/5 \text{ mol } H_2O_2}{1L H_2O_2(aq)} \times \frac{5 \text{ mol } O_2}{5 \text{ mol } H_2O_2} \times \frac{22/4 L O_2}{1 \text{ mol } O_2} = 67/2 L O_2 \text{ (مقدار نظری)}$$

حالا از رابطه بازده درصدی استفاده می‌کنیم:

$$\text{بازده درصدی} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times 100 = \frac{44/8}{67/2} \times 100 = \frac{2 \times 22/4}{3 \times 22/4} \times 100 = \frac{2}{3} \times 100 = 66.6\%$$

روش دوم: کسر تناسب



$$\frac{\text{بازده درصدی}}{100} \times \text{حجم} \times \text{غلظت مولی} = \frac{\text{حجم}}{\text{حجم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{1/5 \times x \times x}{100} = \frac{44/8}{1 \times 22/4} \Rightarrow x = \frac{100}{1/5} = \frac{2}{3} \times 100 = 66.6\%$$



# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

## تست و پاسخ ۸۷

کدام موارد از مطالب زیر، نادرست است؟ ( $H = 1, C = 12 : g.mol^{-1}$ )

(الف) آلکان راست‌زنجیری با جرم مولی  $170 g.mol^{-1}$ ، برخلاف آلکان راست‌زنجیری که ۴ پیوند کربن-کربن دارد، در دمای  $22^\circ C$  به حالت مایع است.  
(ب) اگر جرم مولی یک آلکن، ۳۰ درصد از جرم مولی آلکینی که شمار اتم‌های هیدروژن یکسانی با آن دارد، کم‌تر باشد، در ساختار آلکین، ۸ پیوند اشتراکی وجود دارد.

(پ) اگر به جای اتم‌های هیدروژن در مولکول استیلن، یک گروه متیل و یک گروه اتیل قرار گیرد، ترکیبی با نام ۲-پنتین به دست می‌آید.  
(ت) از واکنش گاز اتن با برم مایع، ترکیبی به دست می‌آید که شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی و جفت‌الکترون‌های پیوندی مولکول آن با هم برابر است.

(۱) الف - ت      (۲) ب - پ      (۳) الف - پ      (۴) ب - ت

## پاسخ: گزینه ۱

**مشاوره** در سؤالاتی که گزینه‌های آن به صورت الف، ب، پ و ت است، نیازی نیست عبارات‌ها را به طور کامل بررسی کنید. برای پاسخ

به این سؤالات، اول عبارات‌های ساده‌تر را چک کنید. مثلاً در این سؤال، عبارات‌های (پ) و (ت)، عبارات‌های ساده‌تری محسوب می‌شوند.

فرض کنید (ت) را بررسی کردیم و فهمیدیم غلطه! پس جواب یا ۱ یا ۴ است. حالا بین عبارات‌های (الف) و (ب)، یکی رو که برامون ساده‌تره، بررسی می‌کنیم و جواب معلوم می‌شه!

**پاسخ تشریحی** عبارات‌های (الف) و (ت) نادرست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) فرمول عمومی آلکان‌ها به صورت  $C_n H_{2n+2}$  است:  $14n + 2 = 170 \Rightarrow n = 12$  جرم مولی  $C_n H_{2n+2} = 14n + 2$

آلکینی با ۴ پیوند  $C-C$ ، دارای ۵ اتم کربن است. هر دو آلکان راست‌زنجیر ۵ و ۱۲ کربنی در دمای  $22^\circ C$ ، به حالت مایع هستند.

## نکته

(۱) در ساختار هر آلکان  $n$  کربنی  $(C_n H_{2n+2})$ ،  $(n-1)$  پیوند  $C-C$  و  $(2n+2)$  پیوند  $C-H$  وجود دارد و مجموع شمار پیوندهای اشتراکی در آن، برابر  $3n+1$  است.

(۲) در دمای  $22^\circ C$ ، تنها چهار آلکان راست‌زنجیر اول (یعنی متان، اتان، پروپان و بوتان) به حالت گازند اما آلکان‌های راست‌زنجیر ۵ تا ۱۷ کربنی به حالت مایع هستند.

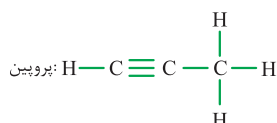
(ب) **روش اول:** اگر فرمول مولکولی آلکن را  $C_n H_{2n}$  و فرمول مولکولی آلکین را  $C_m H_{2m-2}$  در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

$2n = 2m - 2 \Rightarrow n = m - 1$  : شمار اتم‌های هیدروژن آلکین = شمار اتم‌های هیدروژن آلکن

جرم مولی آلکین  $= \frac{7}{10} \times (14m - 2) = 14n \Rightarrow 14n = \frac{7}{10} \times (14m - 2)$  جرم مولی آلکن

$\xrightarrow{n=m-1} 14(m-1) = \frac{7}{10} \times (14m-2) \Rightarrow 20m-20 = 14m-2 \Rightarrow 6m=18 \Rightarrow m=3 \text{ و } n=2$

پس فرمول مولکولی آلکن و آلکین مورد نظر به ترتیب به صورت  $C_3 H_6$  و  $C_2 H_2$  است. در ساختار  $C_2 H_2$  (پروپین)، ۸ پیوند اشتراکی وجود دارد:



## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



روش دوم: بیاید برعکس به قضیه نگاه کنیم! در ساختار آلکین‌ها  $(C_nH_{2n-2})$ ،  $3n - 1$  پیوند اشتراکی وجود دارد؛ پس آلکینی با ۸ پیوند اشتراکی

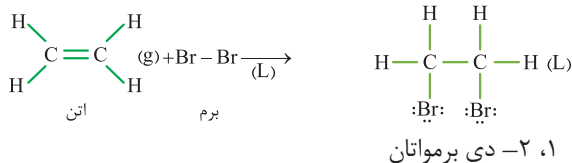
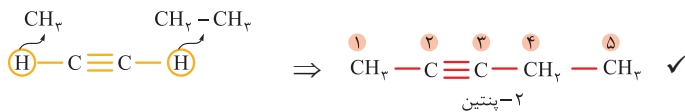
همان  $C_3H_4$  است:  $3n - 1 = 8 \Rightarrow n = 3$

حالا کمون آلکین، ۴ اتم هیدروژن دارد؟ درسته!  $C_3H_4$  بررسی می‌کنیم که آیا جرم مولی  $C_3H_4$ ، ۳۰ درصد کم‌تر از  $C_3H_6$  است یا نه! به عبارت دیگر، آیا جرم مولی  $C_3H_4$ ، ۷۰ درصد  $C_3H_6$  است یا نه!

جرم مولی  $C_3H_6 = (2 \times 12) + 4 = 28 \text{ g.mol}^{-1}$

جرم مولی  $C_3H_4 = (3 \times 12) + 4 = 40 \text{ g.mol}^{-1} \Rightarrow 28 = \frac{70}{100} \times 40 \checkmark$

(پ) استیلن یا همان اتین  $(C_2H_2)$ ، یک آلکین دوکربنی است:



(ت) معادله واکنش گاز اتن با برم به صورت زیر است:

در ساختار ۱، ۲- دی برمواتان، ۶ جفت الکترون ناپیوندی و ۷ جفت الکترون پیوندی وجود دارد.

## تست و پاسخ

در کدام گزینه، نام ساده‌ترین آلکان ممکن که دارای ۲ اتم کربن با عدد اکسایش صفر و یک اتم کربن با عدد اکسایش ۲- می‌باشد، آمده است و در اثر سوختن کامل یک نمونه ۳۰۰ گرمی از این ماده با خلوص ۶۴ درصد، چند مول مولکول ناقطبی تولید می‌شود؟ (ناخالصی‌ها فاقد اتم‌های H و C هستند و  $12 \text{ g.mol}^{-1}$  و  $1 \text{ g.mol}^{-1}$ )

۱) ۲، ۲، ۳ - تترا متیل پنتان، ۱۳/۵

۲) ۲، ۲، ۴ - تترا متیل پنتان، ۲۸/۵

۳) ۲، ۲، ۴ - دی متیل هگزان، ۱۳/۵

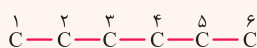
۴) ۲، ۲، ۴ - تترا متیل پنتان، ۲۸/۵

## پاسخ: گزینه ۱

**درس نامه** ●● برای رسم ساختار یک آلکان شاخه‌دار که نام آن داده شده است، ابتدا به تعداد کربن زنجیر اصلی، اتم C رسم می‌کنیم.

بعد شماره‌گذاری را از هر سمتی که دلمون فواست! شروع می‌کنیم و با توجه به شماره‌های داده‌شده، هر شاخه را در موقعیت درست خود می‌گذاریم. آفرشم اتم‌های هیدروژن مورد نیاز اتم‌های کربن را می‌گذاریم تا همه کربن‌ها دارای ۴ پیوند با ۴ اتم باشند.

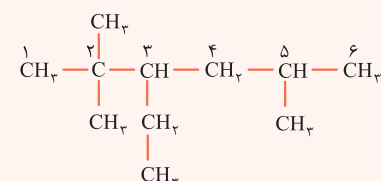
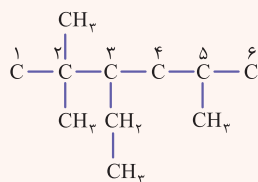
**مثال:** ۳- اتیل - ۲، ۲، ۵- تری متیل هگزان



گام اول: زنجیر اصلی (هگزان) دارای ۶ اتم کربن است. ۶ اتم کربن رسم کرده و از یه سمت

دلفواه شماره‌گذاری را شروع می‌کنیم:

گام دوم: شاخه‌های فرعی را در موقعیت درست خود می‌گذاریم:



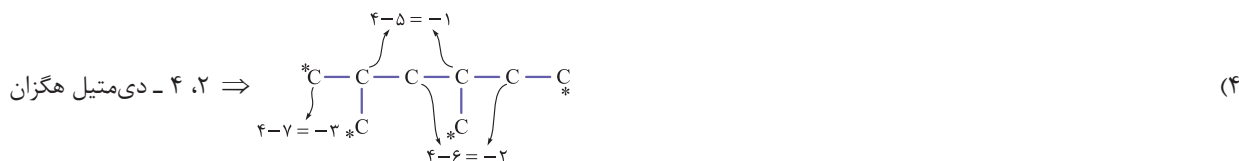
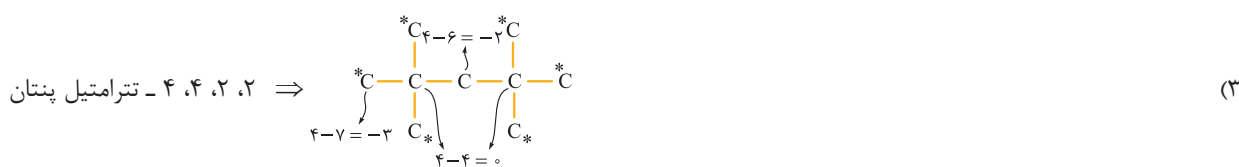
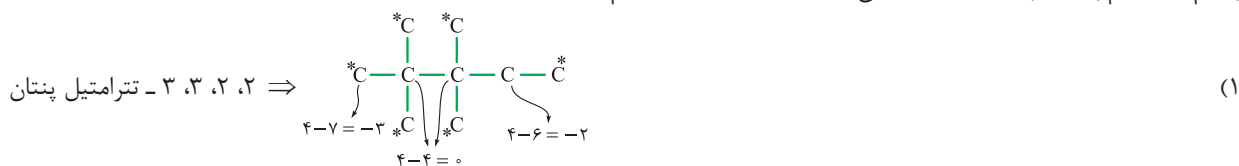
گام سوم: اتم‌های هیدروژن مورد نیاز کربن‌ها را می‌گذاریم:



# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

**پاسخ تشریحی** برای قسمت اول سؤال، عدد اکسایش اتم‌های کربن در آلکان‌های داده شده را حساب می‌کنیم. البته موازنه به اتم‌های متصل به اتم‌های C هم باشد، ما برای جلوگیری از شلوغ شدن ساختارها، اتم‌ها رو نداشتیم.



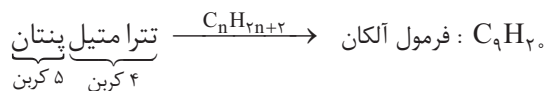
در ساختار آلکان‌های داده شده، در (۱) و (۳)، دو اتم کربن با عدد اکسایش صفر و یک اتم کربن با عدد اکسایش -۲ وجود دارد.

**توجه** در ساختار آلکان‌ها، فقط عنصرهای کربن و هیدروژن وجود دارند. کربن دارای ۴ الکترون ظرفیتی بوده و خصلت نافلزلی آن از هیدروژن بیشتر است؛ بنابراین برای داشتن اتم کربن با عدد اکسایش صفر ( $4 - 4 = 0$ )، باید به آن ۴ اتم کربن دیگر متصل باشد؛ یعنی در ساختار آلکان مورد نظر، باید دو اتم کربن وجود داشته باشد که به هر یک از آن‌ها دو شاخه فرعی متصل است یا به عبارت دیگر، دو اتم



را دارند (هر دو عدد یکسان در نام یک آلکان، نشان‌دهنده یک اتم کربن فاقد هیدروژن است).

آلکان‌های داده شده در (۱) و (۳)، ۹ کربنی هستند.



از سوختن کامل آلکان‌ها،  $CO_2$  و  $H_2O$  تولید می‌شود که  $CO_2$ ، مولکولی ناقطبی و  $H_2O$ ، مولکولی قطبی است:



روش اول: کسر تبدیل:

$$300 \text{ g } C_9H_{20} \times \frac{64 \text{ g } C_9H_{20}}{100 \text{ g } C_9H_{20}} \times \frac{1 \text{ mol } C_9H_{20}}{128 \text{ g } C_9H_{20}} \times \frac{9 \text{ mol } CO_2}{1 \text{ mol } C_9H_{20}} = 13.5 \text{ mol } CO_2$$

روش دوم: کسر تناسب:

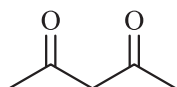
$$\frac{\text{درصد خلوص}}{\text{جرم ناخالص}} \times \frac{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{مول}}{\text{ضریب}} \Rightarrow \frac{300 \times 64}{100 \times 128} = \frac{x}{9} \Rightarrow x = \frac{27}{2} = 13.5 \text{ mol } CO_2$$

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

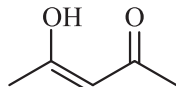


## تست و پاسخ ۸۹

چند مورد از مطالب زیر درباره ترکیب‌های (I) و (II)، درست است؟ ( $O = 16, C = 12, H = 1 : g \cdot mol^{-1}$ )



(I)



(II)

- ایزومر یکدیگرند و نقطه جوش ترکیب (II) بالاتر است.
- ۶۰ درصد جرمی ترکیب (I) را کربن تشکیل داده است.
- شمار و نوع اتم‌های سازنده آن‌ها یکسان است و خواص فیزیکی و شیمیایی مشابهی دارند.
- پیوند اشتراکی یگانه‌ای که آسان‌تر از سایر پیوندهای یگانه شکسته می‌شود، در دو ترکیب (I) و (II) یکسان است.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

## پاسخ: گزینه ۲

به جز عبارت سوم، بقیه عبارت‌ها درست‌اند.

**نکته** به موادی که فرمول مولکولی یکسان اما ساختار متفاوتی دارند، ایزومر یا همپار می‌گوییم.

## پاسخ تشریحی بررسی عبارت‌ها:

• فرمول مولکولی هر دو ترکیب به صورت  $C_5H_8O_2$  است اما ساختار آن‌ها با هم متفاوت است؛ در نتیجه این دو ترکیب، ایزومر یکدیگر محسوب می‌شوند. ترکیب (II) به دلیل داشتن پیوند  $O-H$ ، برخلاف ترکیب (I)، می‌تواند با مولکول‌های خود پیوند هیدروژنی برقرار کند؛ به همین دلیل نقطه جوش آن بالاتر است.

$$\bullet \text{ هر چند شمار و نوع اتم‌های سازنده ایزومرها با هم یکسان است، اما به دلیل داشتن گروه‌های عاملی (ساختار) مختلف، خواص فیزیکی و شیمیایی آن‌ها با هم متفاوت است.}$$

$$C_5H_8O_2 \text{ در } C \text{ درصد جرمی} = \frac{\text{جرم } C}{\text{جرم ترکیب}} \times 100 = \frac{5 \times 12}{(5 \times 12) + 8 + (2 \times 16)} \times 100 = \frac{60}{100} \times 100 = 60\%$$

• در ساختار ترکیب (I)، پیوندهای یگانه  $C-H$  و  $C-C$  داریم و در ساختار ترکیب (II)، علاوه بر آن‌ها، پیوندهای یگانه  $O-H$  و  $C-O$  نیز وجود دارد.

**نکات** • برای مقایسه مقدار آنتالپی پیوندها، عموماً! شما باید دو عامل زیر رو بلد باشین؛

۱) تعداد پیوند بین دو اتم (مرتبه پیوند): هر چه تعداد پیوند بین دو اتم بیشتر باشد، آنتالپی پیوند بیشتر خواهد بود. به عبارت دیگر آنتالپی پیوند سه‌گانه بیشتر از دوگانه و آنتالپی پیوند دوگانه بیشتر از یگانه است.

آنتالپی پیوند:  $C \equiv C > C = C > C - C$

(۳۴۸) (۶۱۴) (۸۳۹)

حواستون باشه که آنتالپی پیوند « $C \equiv C$ » کم‌تر از ۳ برابر و آنتالپی پیوند « $C = C$ » کم‌تر از ۲ برابر آنتالپی پیوند « $C - C$ » است.

بد نیست مقایسه آنتالپی پیوندهای  $C \equiv C$ ،  $N \equiv N$  و  $O = O$  رو هم بلد باشین؛  $N \equiv N > C \equiv C > O = O$  آنتالپی پیوند

۲) شعاع اتم‌های تشکیل‌دهنده پیوند: به طور کلی هر چه شعاع اتم‌های تشکیل‌دهنده پیوند کوچک‌تر باشد، انرژی لازم برای شکستن آن بیشتر و در نتیجه آنتالپی پیوند نیز بیشتر می‌شود.  $H - F > H - Cl > H - Br > H - I$  آنتالپی پیوند  $F < Cl < Br < I$  شعاع اتمی

مقایسه آنتالپی پیوندهای اشتراکی یگانه در هر کدام از ترکیب‌های (I) و (II) به صورت زیر است:

(I) مقایسه آنتالپی پیوندهای یگانه در ترکیب (I):  $C - H > C - C$

(II) مقایسه آنتالپی پیوندهای یگانه در ترکیب (II):  $O - H > C - H > C - O > C - C$

بنابراین ضعیف‌ترین پیوند اشتراکی یگانه در ساختار هر دو ترکیب (I) و (II)، پیوند  $C - C$  است.

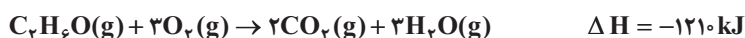


# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

## تست و پاسخ ۹۰

با توجه به اطلاعات داده شده، نام ترکیب آلی موجود در واکنش دهنده‌ها کدام است و اگر در شرایط معین، تفاوت جرم واکنش دهنده‌ها در مخلوط آغازی برابر ۲۵ گرم باشد و واکنش به طور کامل انجام شود، چند کیلوژول گرما آزاد خواهد شد؟  $(H = 1, C = 12, O = 16 : g \cdot mol^{-1})$



پیوند	C—H	C—O	O—H	O=O	C=O	C—C
آنتالپی پیوند $(kJ \cdot mol^{-1})$	۴۱۵	۳۸۰	۴۶۰	۵۰۰	۸۰۰	۳۵۰

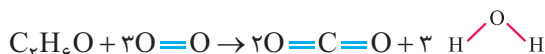
(۱) اتانول، ۶۰۵ (۲) دی‌متیل اتر، ۱۰۸۰ (۳) اتانول، ۱۰۸۰ (۴) دی‌متیل اتر، ۶۰۵

## پاسخ: گزینه ۴

**خودت حل کنی بهتره**  $C_2H_6O$  می‌تواند اتانول  $(CH_3CH_2OH)$  یا دی‌متیل اتر  $(CH_3-O-CH_3)$  باشد. با توجه به  $\Delta H$  واکنش و آنتالپی‌های پیوند داده شده، مجموع آنتالپی پیوندها در  $C_2H_6O$  را به دست بیار و با توجه به ساختار اتانول و دی‌متیل اتر، بین عدد به دست آمده با مجموع آنتالپی پیوندها در کدام ترکیب مطابقت دارد. برای حل قسمت دوم سؤال نیز، باید بین  $(3O_2 - C_2H_6O)$  و  $\Delta H$  واکنش، تناسب برقرار کنی!

**پاسخ تشریحی** گام اول: با توجه به رابطه محاسبه  $\Delta H$  واکنش به کمک آنتالپی‌های پیوند، مجموع آنتالپی پیوندها در  $C_2H_6O$  را به دست می‌آوریم:

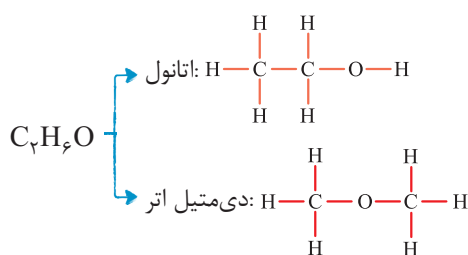
[مجموع آنتالپی پیوندها در مواد فرآورده] - [مجموع آنتالپی پیوندها در مواد واکنش دهنده] = (واکنش)  $\Delta H$



$$\Delta H = [C_2H_6O \text{ در مجموع آنتالپی پیوندها در } x] + 3\Delta H(O=O) - [4\Delta H(C=O) + 6\Delta H(O-H)]$$

$$\Rightarrow -1210 = x + 3(500) - 4(800) - 6(460) \Rightarrow x = 3250$$

گام دوم: حساب می‌کنیم در کدام یک از ترکیب‌های اتانول یا دی‌متیل اتر، مجموع آنتالپی پیوندها برابر ۳۲۵۰ است:



مجموع آنتالپی پیوندها در اتانول =  $5\Delta H(C-H) + \Delta H(C-C) + \Delta H(C-O) + \Delta H(O-H)$

$$= (5 \times 415) + 350 + 380 + 460 = 3265 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$$

مجموع آنتالپی پیوندها در دی‌متیل اتر =  $6\Delta H(C-H) + 2\Delta H(C-O) = 6(415) + 2(380) = 3250 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$

پس ترکیب آلی اولیه  $(C_2H_6O)$ ، همان دی‌متیل اتر است.

گام سوم: مقدار گرمای آزاد شده را حساب می‌کنیم.

**روش اول:** با توجه به معادله واکنش، اگر ۱ مول یا ۴۶ گرم  $C_2H_6O$  با ۳ مول یا  $3 \times 32 = 96$  گرم  $O_2$  به طور کامل واکنش دهد،

۱۲۱۰ kJ گرما آزاد خواهد شد؛ یعنی اگر تفاوت جرم واکنش دهنده‌های مصرفی برابر  $96 - 46 = 50$  گرم باشد، مقدار گرمای آزاد شده برابر

با ۱۲۱۰ kJ خواهد بود؛ بنابراین در شرایط گفته شده در صورت سؤال یعنی ۲۵ گرم اختلاف جرم واکنش دهنده‌ها، مقدار گرمای آزاد شده برابر

$$\text{با } 605 = \frac{1210}{2} \text{ کیلوژول خواهد بود.}$$

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



روش دوم: کسر تناسب:

$$\frac{\text{تفاوت جرم}}{(\text{جرم مولی } A \times \text{ضریب } A) - (\text{جرم مولی } B \times \text{ضریب } B)} = \frac{Q}{|\Delta H|}$$

$$\Rightarrow \frac{25}{(3 \times 32) - (1 \times 46)} = \frac{Q}{1210} \Rightarrow Q = \frac{1210}{2} = 605 \text{ kJ}$$

## تست و پاسخ ۹۱

دو نمونه آب (I) و (II) به ترتیب با دماهای  $\theta_1$  و  $\theta_2$  در اختیار داریم. اگر  $\theta_1 > \theta_2$  و انرژی گرمایی نمونه (II) بیشتر از نمونه (I) باشد، کدام موارد از مطالب زیر، درست‌اند؟ (گرمای ویژه آب در دماهای  $\theta_1$  و  $\theta_2$  را برابر در نظر بگیرید.)

الف) در صورت تماس این دو نمونه، انرژی گرمایی از نمونه (II) به نمونه (I) جاری می‌شود.

ب) برای افزایش دمای این دو نمونه به میزان  $5^\circ\text{C}$ ، انرژی لازم برای نمونه (II) بیشتر از نمونه (I) است.

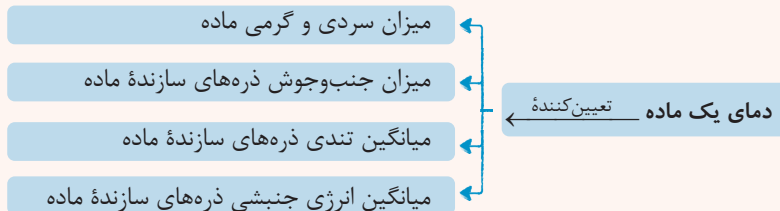
پ) اگر جرم یکسانی از این دو نمونه آب را با هم مخلوط کنیم، دمای تعادل با میانگین دماهای  $\theta_1$  و  $\theta_2$  برابر خواهد بود.

ت) میانگین تندی مولکول‌های آب در ظرف (II) بیشتر از ظرف (I) است.

(۱) الف - ب - پ      (۲) ب - پ      (۳) ب - پ - ت      (۴) الف - ت

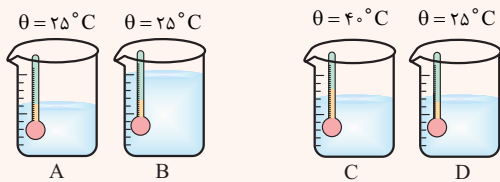
## پاسخ: گزینه ۲

درس نامه: دما و انرژی گرمایی:



به مجموع انرژی جنبشی ذره‌های سازنده یک ماده، انرژی گرمایی آن ماده می‌گویند. انرژی گرمایی هم به دما و هم به تعداد ذره‌های سازنده (جرم) ماده بستگی دارد. اگر تعداد ذره‌های سازنده دو نمونه از یک ماده برابر باشد، نمونه‌ای با دمای بیشتر، انرژی گرمایی بیشتری دارد و اگر دمای دو نمونه از یک ماده برابر باشد، نمونه‌ای با تعداد ذره‌های سازنده (جرم) بیشتر، انرژی گرمایی بیشتری خواهد داشت.

مثال:

انرژی گرمایی:  $B > A$ انرژی گرمایی:  $C > D$ 

پاسخ تشریحی عبارت‌های (ب) و (پ) درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) جهت جاری شدن انرژی گرمایی از نمونه‌ای با دمای بیشتر به نمونه‌ای با دمای کمتر است؛ بنابراین در این‌جا، انرژی گرمایی از نمونه (I) به نمونه (II) جاری می‌شود.

نکته: جهت جاری شدن انرژی گرمایی، از ماده‌ای با انرژی گرمایی بیشتر به ماده‌ای با انرژی گرمایی کمتر نیست. بلکه از ماده‌ای با دمای بالاتر (که ممکن است انرژی گرمایی کمتری هم داشته باشد) به ماده‌ای با دمای پایین‌تر می‌باشد.





# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

ب) باید از رابطه  $Q = mc\Delta\theta$  استفاده کنیم.  $C$  و  $\Delta\theta$  برای هر دو نمونه یکسان است؛ بنابراین باید جرم ( $m$ ) دو نمونه را با هم مقایسه کنیم. انرژی گرمایی هم به دما و هم به جرم نمونه بستگی دارد. نمونه (II)، با وجود دمای کمتر، انرژی گرمایی بیشتری دارد؛ پس حتماً جرم آن بیشتر از جرم نمونه (I) است:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{نمونه (II)} > \text{نمونه (I)} \text{ دما} \\ \text{نمونه (I)} > \text{نمونه (II)} \text{ جرم} \Rightarrow \end{array} \right.$$

با توجه به بیشتر بودن جرم نمونه (II)، به ازای تغییر دمای یکسان، انرژی لازم برای نمونه (II) بیشتر است.  
پ) اگر جرم و گرمای ویژه دو نمونه با هم برابر باشد، دمای تعادل بر اثر مخلوط کردن این دو نمونه با هم، برابر با میانگین دماهای اولیه آن‌هاست:

$$\theta_{\text{تعادل}} = \frac{m_1 c_1 \theta_1 + m_2 c_2 \theta_2}{m_1 c_1 + m_2 c_2} \xrightarrow{c_1=c_2, m_1=m_2} \theta_{\text{تعادل}} = \frac{mc(\theta_1 + \theta_2)}{2mc} = \frac{\theta_1 + \theta_2}{2}$$

ت) دما، تعیین‌کننده میانگین تندی ذرات سازنده یک نمونه ماده است. با توجه به بیشتر بودن دمای نمونه (I) نسبت به نمونه (II)، میانگین تندی مولکول‌های آب در ظرف (I) بیشتر از ظرف (II) است.

## تست و پاسخ ۹۲

واکنش‌های گرمایشی زیر، مربوط به تشکیل اوزون تروپوسفری هستند:



براساس آن، چند مورد از مطالب زیر درست‌اند؟

- در واکنش تشکیل گاز نیتروژن مونوکسید از عنصرهای سازنده آن، سطح انرژی مواد کاهش می‌یابد.
- با توجه به منفی بودن  $\Delta H$  واکنش (b)، سرعت انجام آن نسبت به واکنش‌های (a) و (c) بیشتر است.
- در هر سه واکنش، واکنش‌دهنده دارای اتم نیتروژن، نقش کاهنده را دارد.
- $\Delta H$  واکنش کلی که با حذف  $NO_2$  از معادله‌های شیمیایی واکنش‌های داده‌شده به دست می‌آید، برابر با  $406$  کیلوژول است.

۴ (۴)

۳ (۳)

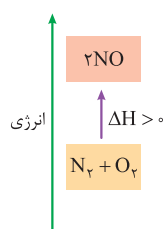
۲ (۲)

۱ (۱)

## پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی فقط عبارت چهارم درست است.

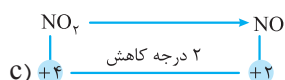
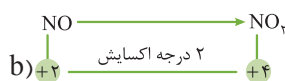
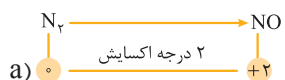
بررسی عبارت‌ها:



- واکنش تشکیل گاز  $NO$  از  $N_2$  و  $O_2$  (واکنش a)، گرماگیر ( $\Delta H > 0$ ) است و با انجام این واکنش، سطح انرژی مواد افزایش می‌یابد.

• برای مقایسه سرعت واکنش‌ها، باید انرژی فعال‌سازی ( $E_a$ ) آن‌ها را با هم مقایسه کنیم و نه  $\Delta H$  آن‌ها!  $\Delta H$  یک کمیت ترموشیمیایی و سرعت یک کمیت سینتیکی است و این دو تا هیچ ربطی به هم ندارند!

• در واکنش‌های a و b، عدد اکسایش اتم نیتروژن افزایش یافته و به ترتیب  $N_2$  و  $NO$  نقش کاهنده را در این واکنش‌ها دارند اما در واکنش c، عدد اکسایش اتم N کاهش یافته است و  $NO_2$  نقش اکسنده را در این واکنش ایفا می‌کند.



## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



● معادله‌ها را با هم جمع می‌کنیم به طوری که  $\text{NO}_2$  در واکنش کلی نباشد، برای این منظور باید واکنش C را در 2 ضرب کنیم:



## تست و پاسخ ۹۳

در یک ظرف دربسته به حجم ۵ لیتر، ۵ مول گاز کربن مونوکسید با ۱۰ مول گاز هیدروژن واکنش می‌دهد. اگر پس از ۱۰ دقیقه، تعداد مول‌های گازی موجود در ظرف برابر ۱۰ باشد، سرعت کلی واکنش برابر چند مول بر لیتر بر دقیقه است و اگر طی ده دقیقه دیگر، واکنش با سرعت متوسط نصف ۱۰ دقیقه اول پیش

برود، در پایان این فرایند، چند درصد حجم ظرف واکنش را گاز کربن مونوکسید تشکیل خواهد داد؟

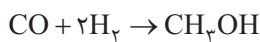


(۱)  $10^{-2}$  و  $33/3$       (۲)  $5 \times 10^{-2}$  و  $16/6$       (۳)  $10^{-2}$  و  $16/6$       (۴)  $5 \times 10^{-2}$  و  $33/3$

## پاسخ: گزینه ۲

**خودت حل کنی بهتره** ابتدا به کمک جدول تغییرات مول مواد، مول ثانویه و در نتیجه تغییرات مول هر ماده را محاسبه کن تا بتوانی سرعت واکنش را در ۱۰ دقیقه اول به دست بگیری و برای محاسبه قسمت دوم سؤال باز هم به کمک جدول تغییرات مول مواد می‌توانی به مول هر یک از گازها و درصد حجمی گاز کربن مونوکسید برسی.

**پاسخ تشریحی** X: میزان تغییرات مول مواد در بازه صفر تا ۱۰ دقیقه به ازای ضریب استوکیومتری ۱ است.



$$\begin{array}{cccc} t = 0 & 5 & 10 & 0 \\ t = 10 \text{ min} & 5 - x & 10 - 2x & x \end{array}$$

$$5 - x + 10 - 2x + x = 10 \Rightarrow 15 - 2x = 10 \Rightarrow x = 2.5 \text{ mol} \quad \text{مجموع مول مواد گازی در } t = 10:$$

$$\bar{R} = \bar{R}_{\text{CH}_3\text{OH}} = \frac{\Delta x}{\Delta t \times V} = \frac{2.5}{10 \times 5} = 5 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1} \quad \text{سرعت واکنش در } 10 \text{ min ابتدایی:}$$



اگر سرعت واکنش در ۱۰ min بعدی نصف ۱۰ min اول باشد، داریم:

$$\begin{array}{cccc} t = 10 \text{ min} & 2.5 & 5 & 2.5 \\ t = 20 \text{ min} & 2.5 - \frac{2.5}{2} & 5 - \frac{5}{2} & 2.5 + \frac{2.5}{2} \end{array}$$

$$2.5 - \frac{2.5}{2} + 2.5 + \frac{2.5}{2} + 5 - \frac{5}{2} = 7.5 \text{ mol} \quad \text{بنابراین مجموع مول مواد گازی در } t = 20, \text{ برابر است با:}$$

$$\text{درصد مولی در گازها با درصد حجمی برابر است، بنابراین:} \quad \text{درصد حجمی CO} = \frac{\text{مول CO}}{\text{مول کل گازها}} \times 100 = \frac{1/25}{7/5} \times 100 = 16.6\%$$

## تست و پاسخ ۹۴

کدام مورد نادرست است؟

- تعداد اتم‌های هیدروژن متصل به کربن در هیچ‌کدام از اتم‌های کربن مونومر سازنده پلیمر به کاررفته در ساختار پتو، یکسان نیست.
- از بین ترکیب‌های «تفلون، پلی‌اتن سبک، پلی‌سیانو اتن، استیرن و پلیمر سازنده سرنگ»، ۳ مورد فقط دارای پیوند یگانه هستند.
- پلی‌اتن به کاررفته در ساخت کیسه‌های پلاستیکی شفاف، شاخه‌دار بوده و چگالی کم‌تری نسبت به آب دارد.
- سلولز به عنوان لیاف سازنده پنبه، جرم مولی بیشتری نسبت به سایر پلیمرهای طبیعی دارد.

## پاسخ: گزینه ۲



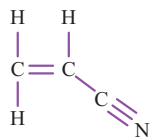
# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

## شیمی

### پاسخ تشریحی

پنبه از الیاف سلولز تشکیل شده که مونومر سازنده آن گلوکز است. مقایسه جرم مولی پنبه و سایر پلیمرها بدون توجه به تعداد دقیق مونومرها در هر پلیمر، امکان پذیر نیست.

بررسی سایر گزینه‌ها:



۱) با توجه به ساختار مونومر سازنده پلی‌سیانو اتن (پلیمر مورد استفاده در پتو) داریم:

بنابراین، شمار اتم‌های هیدروژن متصل به دو اتم کربن موجود در ساختار سیانو اتن متفاوت است.

۲) در پلی‌اتن، تفلون و پلی‌پروپن، فقط پیوند یگانه وجود دارد.

**نکته** ساختار برخی از پلیمرها و مونومر سازنده آن‌ها به صورت زیر است:

نام و ساختار مونومر	نام و ساختار پلیمر	کاربرد
$\begin{array}{c} \text{H} \quad \text{H} \\   \quad   \\ \text{C} = \text{C} \\   \quad   \\ \text{H} \quad \text{H} \end{array}$ <p>اتن</p>	$\left( \begin{array}{c} \text{H} \quad \text{H} \\   \quad   \\ \text{---C---C---} \\   \quad   \\ \text{H} \quad \text{H} \end{array} \right)_n$ <p>پلی‌اتن</p>	کیسه‌های پلاستیکی، لوله‌های پلاستیکی، دبه‌های آب یا بطری پلاستیکی
$\begin{array}{c} \text{H} \quad \text{H} \\   \quad   \\ \text{C} = \text{C} \\   \quad   \\ \text{H} \quad \text{CN} \end{array}$ <p>سیانو اتن</p>	$\left( \begin{array}{c} \text{H} \quad \text{H} \\   \quad   \\ \text{---C---C---} \\   \quad   \\ \text{H} \quad \text{CN} \end{array} \right)_n$ <p>پلی‌سیانو اتن</p>	پتو
$\begin{array}{c} \text{H} \quad \text{H} \\   \quad   \\ \text{C} = \text{C} \\   \quad   \\ \text{H} \quad \text{CH}_3 \end{array}$ <p>پروپن</p>	$\left( \begin{array}{c} \text{H} \quad \text{H} \\   \quad   \\ \text{---C---C---} \\   \quad   \\ \text{H} \quad \text{CH}_3 \end{array} \right)_n$ <p>پلی‌پروپن</p>	به عنوان پلاستیک در تجهیزات آزمایشگاهی و پزشکی مانند سرنگ
$\begin{array}{c} \text{H} \quad \text{H} \\   \quad   \\ \text{C} = \text{C} \\   \quad   \\ \text{H} \quad \text{C}_6\text{H}_5 \end{array}$ <p>استیرن</p>	$\left( \begin{array}{c} \text{H} \quad \text{H} \\   \quad   \\ \text{---C---C---} \\   \quad   \\ \text{H} \quad \text{C}_6\text{H}_5 \end{array} \right)_n$ <p>پلی‌استیرن</p>	به عنوان پلاستیک در صنعت بسته‌بندی مواد غذایی مانند ظروف یک‌بار مصرف
$\begin{array}{c} \text{F} \quad \text{F} \\   \quad   \\ \text{C} = \text{C} \\   \quad   \\ \text{F} \quad \text{F} \end{array}$ <p>تترا فلورو اتن</p>	$\left( \begin{array}{c} \text{F} \quad \text{F} \\   \quad   \\ \text{---C---C---} \\   \quad   \\ \text{F} \quad \text{F} \end{array} \right)_n$ <p>پلی‌تترافلورو اتن یا تفلون</p>	ظرف نجسب، نخ دندان، کف اتو، نوارهای آب‌بندی لوله‌ها (نوار تفلون)
$\begin{array}{c} \text{H} \quad \text{H} \\   \quad   \\ \text{C} = \text{C} \\   \quad   \\ \text{H} \quad \text{Cl} \end{array}$ <p>وینیل کلرید (کلرو اتن)</p>	$\left( \begin{array}{c} \text{H} \quad \text{H} \\   \quad   \\ \text{---C---C---} \\   \quad   \\ \text{H} \quad \text{Cl} \end{array} \right)_n$ <p>پلی‌وینیل کلرید</p>	کیسه خون

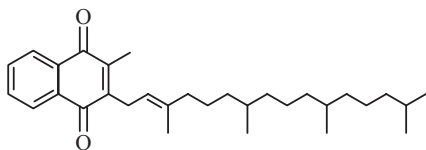
۳) پلی‌اتن سبک و سنگین هر دو چگالی کمتر از آب ( $1 \text{ g.cm}^{-3}$ ) دارند و پلی‌اتن سبک، شاخه‌دار و شفاف می‌باشد.

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



## تست و پاسخ ۹۵

بر اساس ساختار ویتامین کا (K)، کدام مطلب نادرست است؟



- (۱) بخش ناقطبی آن بر قطبی غلبه دارد و در چربی نسبت به آب بهتر حل می‌شود.
- (۲) شمار پیوندهای دوگانه در ساختار آن، با تعداد گروه‌های  $\text{CH}_3$  برابر است.
- (۳) مجموع اعداد اکسایش اتم‌های کربن آن برابر ۴۲- است.
- (۴) گروه عاملی آن در ساختار ۲- هیتانول نیز وجود دارد.

## پاسخ: گزینه ۲

**پاسخ تشریحی** با توجه به ساختار داده‌شده، در مولکول ویتامین K، ۷ پیوند دوگانه و ۶ گروه متیل ( $\text{CH}_3$ ) وجود دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) در ویتامین K، بخش ناقطبی (گروه هیدروکربنی) بر بخش قطبی (گروه عاملی) غلبه دارد؛ به همین دلیل این ویتامین محلول در چربی است.

۳) با توجه به ساختار ویتامین K، فرمول مولکولی آن به صورت  $\text{C}_{31}\text{H}_{46}\text{O}_2$  و با توجه به اعداد اکسایش اتم‌های اکسیژن و هیدروژن داریم:

$$\begin{array}{ccccccc} & & \text{عدد اکسایش هیدروژن} & & \text{عدد اکسایش اکسیژن} & & \\ & & \uparrow & & \uparrow & & \\ & & (+1) & & (-2) & & \\ \downarrow & + & 46 & + & 2 & = 0 \Rightarrow & x = -42 \\ \text{تعداد H} & & & & \text{تعداد O} & & \\ \text{مجموع اعداد اکسایش کربن‌ها} & & & & & & \end{array}$$

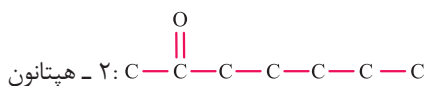
**نکته** شمار اتم‌های هیدروژن در یک ترکیب آلی با n اتم کربن و شامل اتم‌های C، H و O را می‌توان به صورت زیر به دست آورد:

(تعداد پیوندهای سه‌گانه)  $-4$  - (تعداد حلقه‌ها + تعداد پیوندهای دوگانه)  $-2$  = (تعداد اتم‌های هیدروژن)

مثال: ویتامین K دارای ۳۱ اتم کربن است و در ساختار آن، ۲ حلقه و ۷ پیوند دوگانه وجود دارد:

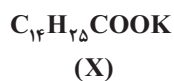
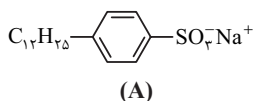
$$\text{شمار اتم‌های هیدروژن} = (2 \times 31) + 2 - 2(7 + 2) = 64 - 18 = 46$$

۴) ۲- هیتانول (ترکیب آلی میخک) همانند ویتامین K دارای گروه عاملی کتونی (C) است.



## تست و پاسخ ۹۶

با توجه به ساختارهای داده‌شده، چه تعداد از مطالب زیر درست است؟



- ترکیب A برخلاف ترکیب D، برای ایجاد اثر پاک‌کنندگی، با آلاینده‌ها واکنش می‌دهد.
- در ترکیب A همانند ترکیب X، اکسندگی‌ترین اتم نافلزی دارای دو جفت الکترون ناپیوندی است.
- ترکیب D همانند ترکیب A، هنگام انحلال در آب به یون‌های سازنده آن تبدیل می‌شود.
- ترکیب X همانند ترکیب D، در دمای اتاق به صورت مایع یافت می‌شود.
- ترکیب A برخلاف ترکیب D، با یون‌های منیزیم و کلسیم موجود در آب سخت رسوب می‌دهد.

۱ (۲)

صفر (۱)

۳ (۴)

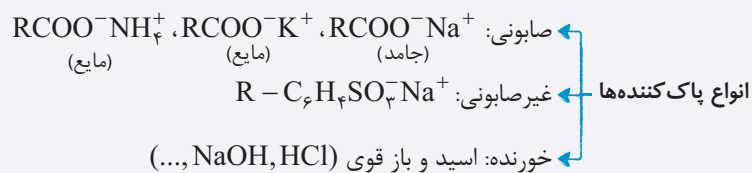
۲ (۳)

## پاسخ: گزینه ۱



پاسخ تشریحی همه عبارت‌های داده شده، نادرست‌اند.

نکته



ترکیب A نوعی پاک‌کننده غیرصابونی، ترکیب X پاک‌کننده صابونی و ترکیب D پاک‌کننده خورنده است.

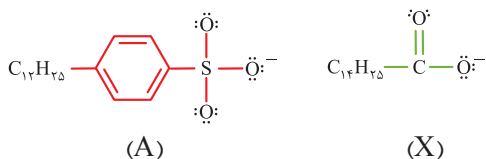
بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: پاک‌کننده‌های خورنده برخلاف پاک‌کننده‌های صابونی و غیرصابونی با آلاینده‌ها واکنش می‌دهند اما اساس عملکرد پاک‌کننده‌های

صابونی و غیرصابونی، برهم‌کنش فیزیکی با آلاینده‌هاست.

عبارت دوم: اکسنده‌ترین نافلز در ترکیبات A و X، اکسیژن است و شمار جفت‌الکترون ناپیوندی اتم‌های اکسیژن در آن‌ها مطابق ساختارهای

زیر به ترتیب برابر ۳ و ۲ یا ۳ می‌باشد.



عبارت سوم: HCl یک ترکیب مولکولی است و طی انحلال، از طریق یونش به یون تبدیل می‌شود؛ بنابراین عبارت تبدیل شدن به یون‌های سازنده برای HCl نادرست است.

عبارت چهارم: در دمای اتاق، ترکیب X یک صابون مایع و ترکیب D گاز هیدروژن کلرید می‌باشد.

عبارت پنجم: پاک‌کننده غیرصابونی با یون‌های منیزیم و کلسیم آب سخت رسوب نمی‌دهد و قدرت پاک‌کنندگی آن در آب سخت حفظ می‌شود.

## تست و پاسخ ۹۷

در دمای اتاق، ۱۵ گرم BaO ناخالص به مقداری آب خالص اضافه می‌کنیم و حجم محلول را به نیم لیتر می‌رسانیم، اگر pH محلول تشکیل شده

۱۲/۷ باشد، درصد خلوص BaO کدام است؟ (ناخالصی‌ها خاصیت اسیدی یا بازی ندارند،  $\text{Ba} = 137, \text{O} = 16: \text{g.mol}^{-1}$ )

۵۱ (۴)

۱۲/۷۵ (۳)

۲۵/۵ (۲)

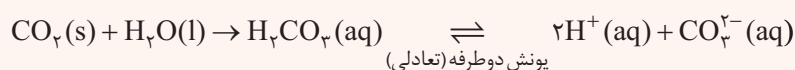
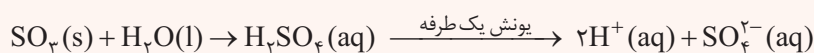
۳۰ (۱)

## پاسخ: گزینه ۳

### درس نامه •• اکسیدهای فلزی و نافلزی

• به صورت کلی اکسیدهای فلزی باز آرنیوس و اکسیدهای نافلزی اسید آرنیوس هستند، اما اینو هم بلد باشید که NO، CO و NO<sub>۲</sub> به صورت مولکولی در آب حل می‌شوند و خاصیت اسیدی یا بازی ندارند.

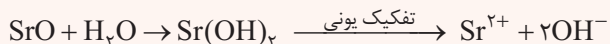
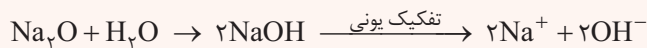
• معادله انحلال و یونش برخی از اکسیدهای نافلزی به صورت زیر است:



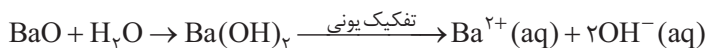
## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



معادله انحلال و تفکیک یونی (نه یونش!) برخی از اکسیدهای فلزی به صورت زیر است:



پاسخ تشریحی: برای حل سؤال ابتدا معادله واکنش BaO با آب را می‌نویسیم:



با توجه به pH محلول می‌توانیم به غلظت یون هیدرونیوم برسیم و با توجه به رابطه  $[\text{H}^+][\text{OH}^-] = 10^{-14}$ ، داریم:

$$[\text{H}^+] = 10^{-\text{pH}} \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-12/7} = 10^{-13+0/3} = 10^{-13} \times 10^{0/3} = 10^{-13} \times 2 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[\text{OH}^-] = \frac{10^{-14}}{[\text{H}^+]} = 5 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

در ادامه از غلظت یون هیدروکسید به میزان BaO و درصد خلوص آن می‌رسیم:

$$5 \times 10^{-2} \frac{\text{mol}}{\text{L}} \text{OH}^- \times 0.5 \text{L محلول} \times \frac{1 \text{ mol BaO}}{2 \text{ mol OH}^-} \times \frac{153 \text{ g BaO}}{1 \text{ mol BaO}} \times \frac{100 \text{ g خالص}}{x \text{ g خالص}} = 15 \text{ g خالص}$$

$$\Rightarrow \frac{153 \times 2 / 5}{2x} = 15 \Rightarrow x = \frac{153 \times 2 / 5}{30} = \%12 / 75$$

درصد خلوص BaO اولیه برابر 12/75٪ است.

## تست و پاسخ ۹۸

کدام مطلب درست است؟

- (۱) آرنیوس نخستین شیمی‌دانی بود که به ویژگی‌های اسیدها و بازها و واکنش‌های آنها پی برد.
- (۲) با حل کردن مقداری HCl در آب در دمای ثابت، غلظت یون هیدرونیوم و در نتیجه حاصل  $[\text{H}^+][\text{OH}^-]$  افزایش می‌یابد.
- (۳) با انحلال هر ترکیب مولکولی قطبی در آب، یک محلول الکترولیت ایجاد می‌شود.
- (۴) اگر غلظت یون هیدروکسید در محلول نیم‌مولار اسید HA در دمای اتاق برابر  $10^{-13} \text{ mol.L}^{-1}$  باشد، ثابت یونش HA در این دما برابر  $2/5 \times 10^{-2}$  است.

## پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی: در همه محلول‌های آبی در دمای  $25^\circ\text{C}$ ، رابطه  $[\text{H}^+][\text{OH}^-] = 10^{-14}$  برقرار می‌باشد؛ همچنین رابطه ثابت یونش HA

به صورت زیر است:



$$K_a = \frac{[\text{H}^+][\text{A}^-]}{[\text{HA}]}$$

حالا با توجه به رابطه‌های بالا، ابتدا از غلظت یون هیدروکسید به غلظت یون هیدرونیوم می‌رسیم و با استفاده از غلظت محلول HA،  $K_a$  را محاسبه می‌کنیم:

$$[\text{H}^+][\text{OH}^-] = 10^{-14} \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-1} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\text{HA} = \text{HA} \text{ غلظت اولیه} - \text{H}^+ \text{ غلظت یون} = 0.5 - 0.1 = 0.4 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$K_a = \frac{(0.1)^2}{0.5 - 0.1} = \frac{10^{-2}}{0.4} = 2/5 \times 10^{-2}$$



بررسی سایر گزینه‌ها:

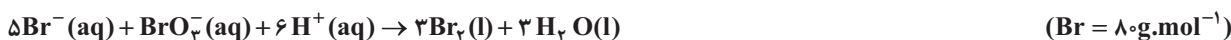
۱) آرنیوس بر روی رسانایی الکتریکی محلول‌های آبی کار می‌کرد و پیش از او شیمی‌دانان با ویژگی‌های اسیدها و بازها و نیز برخی واکنش‌های آن‌ها آشنا بودند.

۲) در دمای ثابت، حاصل  $[H^+][OH^-]$  در آب و محلول‌های آبی، عددی ثابت است. با حل کردن مقداری HCl در آب،  $[H^+]$  افزایش و  $[OH^-]$  کاهش می‌یابد و در نتیجه حاصل  $[H^+][OH^-]$  ثابت باقی می‌ماند.

۳) مثلاً اتانول ( $C_2H_5OH$ )، یک ترکیب مولکولی قطبی است اما به صورت مولکولی در آب حل می‌شود و محلول آن، غیرالکترولیت است.

## تست و پاسخ ۹۹

اگر طی واکنش زیر که با محلول هیدروکلریک اسید ۰/۲ مولار شروع شده است، پس از ۱۰۰ ثانیه، pH سامانه ۰/۴ واحد تغییر کند، سرعت مصرف یون برمید، چند  $mol.L^{-1}.s^{-1}$  است و اگر حجم محلول سامانه برابر ۰/۱ لیتر باشد، چند گرم برم مایع تشکیل خواهد شد؟



$$0.096, 12 \times 10^{-3} \quad (2)$$

$$4/8, 12 \times 10^{-3} \quad (1)$$

$$0.096, 10^{-3} \quad (4)$$

$$4/8, 10^{-3} \quad (3)$$

## پاسخ: گزینه ۲

**مشاوره** یکی از مباحثی که سؤال ترکیبی زیاد از آن می‌بینیم، pH و مسائل آن است که خیلی از بچه‌ها از آن فرار می‌کنند! توجه

کنید در این سؤال تنها قسمت مربوط به pH، تبدیل pH به تغییرات غلظت یون هیدرونیوم و رابطه  $pH = -\log[H^+]$  است و عمده

سؤال، مربوط به مباحث پایه‌ای استوکیومتری و سینتیک است.



پاسخ تشریحی قسمت اول سؤال:

در این واکنش، با مصرف HCl، غلظت یون  $H^+$  کاهش می‌یابد، از تفاوت غلظت یون  $H^+$  به مقدار مصرف شده آن می‌رسیم:

$$pH_{\text{محلول اولیه}} = -\log[H^+] = -\log 0.2 = 0.7$$

$$\Delta pH = 0.4 \Rightarrow pH_{\text{محلول ثانویه}} = 1/1 \Rightarrow [H^+]_{\text{محلول ثانویه}} = 10^{-1/1} = 10^{-2+0.4} = 8 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\bar{R}(H^+) = \frac{-( [H^+]_2 - [H^+]_1 )}{\Delta t} = \frac{0.12}{100} = 12 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}.s^{-1}$$

از رابطه سرعت مصرف یون  $H^+$  به سرعت مصرف یون  $Br^-$  می‌رسیم:

$$\frac{\bar{R}(H^+)}{6} = \frac{\bar{R}(Br^-)}{5} \Rightarrow \bar{R}(Br^-) = 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}.s^{-1}$$

قسمت دوم سؤال: برای محاسبه جرم  $Br_2$  تولیدشده از تغییرات غلظت یون  $H^+$  استفاده می‌کنیم، بنابراین:

$$H^+ \text{ تغییرات غلظت یون} = 0.2 - 8 \times 10^{-2} = 12 \times 10^{-2}$$

$$12 \times 10^{-2} \frac{\text{mol}}{\text{L}} H^+ \times 0.1 \text{ L محلول} \times \frac{3 \text{ mol } Br_2}{6 \text{ mol } H^+} \times \frac{160 \text{ g } Br_2}{1 \text{ mol } Br_2} = 96 \times 10^{-2} \text{ g } Br_2$$

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



## تست و پاسخ ۱۰۰

کدام موارد از مطالب زیر دربارهٔ دومین گاز فراوان هوای پاک و خشک، درست است؟  
 الف) در سلول سوختی هیدروژن برخلاف فرایند خوردگی آهن در محیط اسیدی، آب تولید می‌کند.  
 ب) در برخی از واکنش‌های حذف آلاینده‌ها در مبدل کاتالیستی خودروهای بنزینی، به عنوان واکنش‌دهنده و در برخی از آن‌ها به عنوان فراورده، حضور دارد.

پ) هر چند گازی واکنش‌پذیر است اما با فلزهای نجیبی مانند طلا و پلاتین، واکنش نمی‌دهد.  
 ت) در واکنش تجزیهٔ هیدروژن پراکسید همانند واکنش مخلوط آلومینیم و سدیم هیدروکسید با آب، تولید می‌شود.  
 ث) انحلال‌پذیری آن در شرایط یکسان در آب از گازهای  $N_2$  و  $NO$  بیشتر و از گاز  $CO_2$  کم‌تر است.  
 ۱) الف - ب - ت      ۲) ب - پ      ۳) پ - ت - ث      ۴) ب - ث

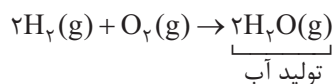
## پاسخ: گزینه ۲

**پاسخ تشریحی** عبارتهای «ب» و «پ» درست‌اند.

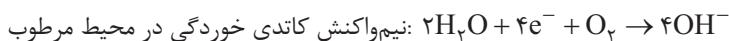
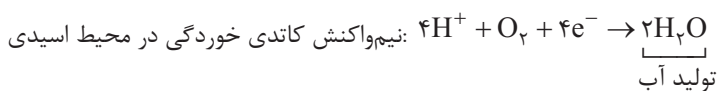
دومین گاز فراوان هوای خشک و پاک، اکسیژن ( $O_2$ ) است.

بررسی عبارتهای:

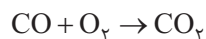
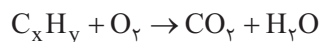
الف) واکنش کلی سلول سوختی هیدروژن - اکسیژن به صورت:



و نیم‌واکنش کاتدی فرایند خوردگی در محیط مرطوب و اسیدی به صورت زیر است:

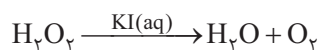


ب) در مبدل کاتالیستی خودروهای بنزینی، طی واکنش‌های سوختن هیدروکربن ( $C_xH_y$ ) و کربن مونوکسید ( $CO$ )، اکسیژن مصرف و طی واکنش تجزیهٔ نیتروژن مونوکسید ( $NO$ )، اکسیژن تولید می‌شود:

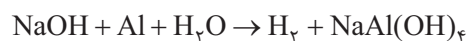


پ) اکسیژن با طلا و پلاتین واکنش نمی‌دهد، اما با نقره و مس واکنش می‌دهد.

ت) واکنش تجزیهٔ هیدروژن پراکسید ( $H_2O_2$ ) به صورت:

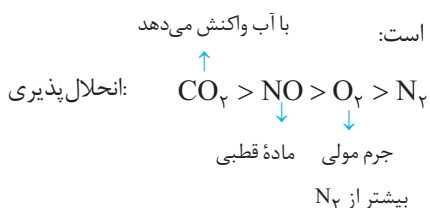


و واکنش مخلوط سدیم هیدروکسید و آلومینیم با آب به صورت:



است که در واکنش اول برخلاف واکنش دوم، اکسیژن تولید می‌شود.

ث) در شرایط یکسان، مقایسهٔ انحلال‌پذیری گازهای  $NO$ ،  $N_2$ ،  $O_2$  و  $CO_2$  به صورت زیر است:





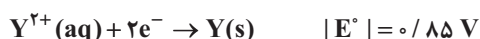
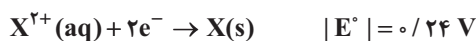
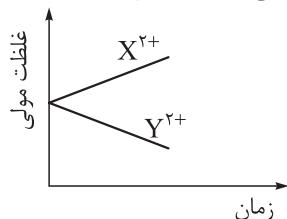


# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

## تست و پاسخ (۱۰)

با توجه به قدرمطلق پتانسیل کاهش استاندارد فلزهای  $X$  و  $Y$  و نمودار تغییر غلظت یون‌ها در سلول گالوانی حاصل از این دو فلز، کدام مطلب به یقین درست است؟



(۱) emf سلول گالوانی حاصل از این دو نیم‌سلول، برابر  $1/0.9$  ولت است.

(۲) قدرت اکسندگی  $X^{2+}$  بیشتر از  $Y^{2+}$  است.

(۳) فلز  $Y$  با محلول ۱ مولار هیدروکلریک اسید واکنش نمی‌دهد.

(۴) پتانسیل کاهش استاندارد دو فلز  $X$  و  $Y$ ، هم‌علامت نیست.

## پاسخ: گزینه ۳

**نکته** در سلول گالوانی، آند محل اکسایش و کاتد محل کاهش است؛ بنابراین، در آند غلظت کاتیون فلزی افزایش و در کاتد، غلظت کاتیون فلزی کاهش می‌یابد.

**پاسخ تشریحی** با توجه به نمودار داده‌شده، غلظت  $X^{2+}$  افزایش و غلظت  $Y^{2+}$  کاهش یافته است. بنابراین در نیم‌سلول حاوی الکتروود  $X$ ، اکسایش و در نیم‌سلول حاوی الکتروود  $Y$ ، کاهش رخ می‌دهد. در سلول گالوانی  $X-Y$  که  $X$  الکتروود آندی و  $Y$  الکتروود کاتدی است، داریم:

$$E_{\text{آند}}^\circ < E_{\text{کاتد}}^\circ \Rightarrow E_X^\circ < E_Y^\circ \Rightarrow \begin{cases} E_X^\circ = +0.24 \text{ یا } -0.24 \text{ V} \\ E_Y^\circ = +0.85 \text{ یا } -0.85 \text{ V} \end{cases}$$

با توجه به شرط  $E_X^\circ < E_Y^\circ$ ،  $E_Y^\circ$  نمی‌تواند  $-0.85$  ولت باشد ولی  $E_X^\circ$  می‌تواند  $0.24$  یا  $-0.24$  ولت باشد. بررسی گزینه‌ها:

(۱) با توجه به این که  $E_X^\circ$  می‌تواند  $\pm 0.24$  ولت باشد، emf سلول گالوانی  $X-Y$  می‌تواند مقادیر  $0.61$  یا  $1.09$  ولت باشد.

$$\text{emf} = E_{\text{کاتد}}^\circ - E_{\text{آند}}^\circ \Rightarrow \begin{cases} (1) \text{ emf} = 0.85 - 0.24 = 0.61 \text{ V} \\ (2) \text{ emf} = 0.85 - (-0.24) = 1.09 \text{ V} \end{cases}$$

(۲) نیم‌سلول حاوی الکتروود  $X$ ، نیم‌سلول آندی بوده و قدرت کاهندگی  $X$  از  $Y$  بیشتر است؛ در نتیجه قدرت اکسندگی  $Y^{2+}$  از  $X^{2+}$  بیشتر خواهد بود (قدرت اکسندگی و کاهندگی با هم رابطه عکس دارند).

**نکته** اگر قدرت کاهندگی فلز  $A$  از  $B$  بیشتر باشد، قدرت اکسندگی فلز  $B$  از  $A$  بیشتر نخواهد بود بلکه قدرت اکسندگی یون پایدار  $B$  از یون پایدار  $A$  بیشتر خواهد بود، زیرا فلزها قدرت اکسندگی ندارند!

(۳)  $E^\circ$  نیم‌واکنش کاهش  $Y^{2+} + 2e^- \rightarrow Y$  باید  $+0.85 \text{ V}$  باشد؛ بنابراین قدرت کاهندگی  $Y$  از  $H_2$  کم‌تر است و فلز  $Y$  نمی‌تواند با محلول  $HCl$  که حاوی یون  $H^+$  است به صورت خودبه‌خودی واکنش دهد.

**نکته** فلزهایی با  $E^\circ$  مثبت، با محلول ۱ مولار هیدروکلریک اسید واکنش نمی‌دهند!

(۴) پتانسیل کاهش استاندارد  $X$  و  $Y$  می‌توانند هم‌علامت یا غیرهم‌علامت باشند، زیرا  $E_X^\circ$  می‌تواند مثبت یا منفی باشد.

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



## تست و پاسخ ۱۰۲

در آبکاری یک قطعه فولادی با فلز نقره، از یک لیتر محلول ۱ مولار نقره نیترات و در آبکاری قطعه مشابهی (با جرم برابر) با فلز نیکل، از یک لیتر محلول ۱ مولار نیکل (II) سولفات، استفاده شده است. اگر شمار الکترون‌های عبوری از این دو سلول، یکسان و اختلاف جرم دو قطعه آبکاری شده برابر ۳۹/۵ گرم باشد، چند مول الکترون از هر یک از این دو سلول عبور کرده است؟  
( $Fe = 56, Ni = 58, Ag = 108 : g.mol^{-1}$ )

۰/۵ (۲)

۰/۲۵ (۱)

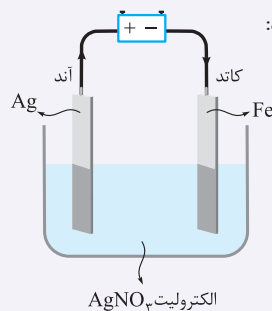
۱ (۴)

۰/۷۵ (۳)

## پاسخ: گزینه ۲

**نکته** در فرایند آبکاری، قطعه‌ای که مورد آبکاری قرار می‌گیرد، به کاتد و ماده‌ای که روی قطعه مربوطه قرار می‌گیرد، به آند متصل می‌شود

و الکترولیت مورد استفاده باید از جنس فلزی باشد که برای آبکاری استفاده می‌شود. به مثال زیر توجه کنید:

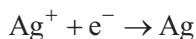


- در این فرایند، غلظت  $Ag^+$  ثابت می‌ماند و با تولید یون‌های نقره در آند، این یون‌ها در کاتد مصرف می‌شوند.
- قدرت اکسندگی یا کاهندگی گونه‌ها اهمیتی ندارد، زیرا این فرایند غیرخودبه‌خودی است و به وسیله باتری قابل انجام می‌باشد.
- الکترون‌ها از آند به کاتد حرکت می‌کنند و کاتیون‌ها به سمت کاتد می‌روند.
- آند به قطب مثبت باتری و کاتد به قطب منفی باتری متصل است (مثل هر سلول الکترولیتی دیگر!).
- تغییر جرم تیغه کاتدی با تیغه آندی برابر است (البته اگر بازده سلول ۱۰۰٪ باشد).

**پاسخ تشریحی** با توجه به این که جرم قطعه فولادی در این دو سلول برابر است، ابتدا با فرض این که شمار مول‌های الکترون مبادله شده در

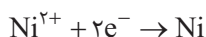
هر دو سلول برابر X می‌باشد، تغییرات جرم هر دو قطعه را جداگانه محاسبه می‌کنیم:

جرم نقره اضافه شده به قطعه فولادی در محلول نقره نیترات:



$$x \text{ mole}^- \times \frac{1 \text{ mol Ag}}{1 \text{ mole}^-} \times \frac{108 \text{ g Ag}}{1 \text{ mol Ag}} = 108x \text{ g Ag}$$

جرم نیکل اضافه شده به قطعه فولادی در محلول نیکل (II) سولفات:



$$x \text{ mole}^- \times \frac{1 \text{ mol Ni}}{2 \text{ mole}^-} \times \frac{58 \text{ g Ni}}{1 \text{ mol Ni}} = 29x \text{ g Ni}$$

اختلاف جرم دو تیغه و در نتیجه شمار مول‌های الکترون مبادله شده برابر است با:

$$108x - 29x = 39/5 \Rightarrow 79x = 39/5 \Rightarrow x = 0/5 \text{ mole}^-$$



# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

## تست و پاسخ ۱۰۳

درستی یا نادرستی عبارتهای زیر، به ترتیب در کدام گزینه آمده است؟

- فناوری شناسایی و تولید آنتی‌بیوتیک از گسترش بیماری‌هایی همچون وبا جلوگیری کرد.
- تولید فرآورده فرایند هابر در طی فناوری‌های شیمیایی در گذر زمان، قبل از ویتامین A و اوره ( $\text{CO}(\text{NH}_2)_2$ ) بوده است.
- در ساعاتی از شبانه‌روز، هم‌زمان با کاهش غلظت گازهای NO و  $\text{NO}_2$  در هواکره، غلظت آلوتروپ ناپایدارتر اکسیژن افزایش می‌یابد.
- در مبدل کاتالیستی خودروهای دیزلی، از آمونیاک برای حذف اکسیدهای نیتروژن استفاده می‌شود.
- برای تأمین انرژی فعال‌سازی واکنش‌ها، می‌توان از گرما یا کاتالیزگر استفاده کرد.

- (۱) نادرست - درست - درست - درست - درست - نادرست  
 (۲) نادرست - درست - درست - درست - درست - نادرست  
 (۳) درست - درست - نادرست - درست - نادرست - نادرست  
 (۴) درست - نادرست - درست - نادرست - نادرست - نادرست

## پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی عبارت‌های اول و پنجم، نادرست و عبارت‌های دوم، سوم و چهارم درست‌اند.

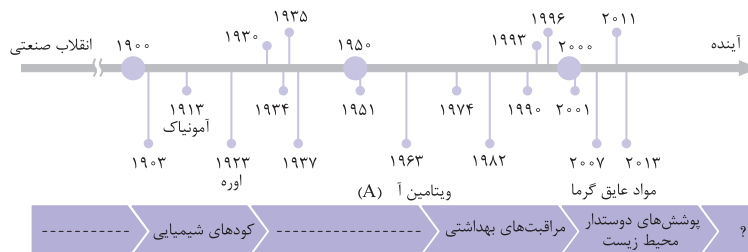
نکته واکنش‌های حذف آلاینده‌های خروجی از آگزوز خودروها به صورت زیر است:

- ۱ هر سه واکنش گرماده هستند.  
 ۲ کاتالیزگر واکنش‌های روبه‌رو Pd، Pt و Rh هستند.  
 ۳  $\text{O}_2$  به عنوان واکنش‌دهنده و فرآورده در واکنش‌ها شرکت می‌کند.  
 ۴ انرژی فعال‌سازی واکنش (II) از واکنش (I) بیشتر و گرمای آزادشده در واکنش (I) از (II) بیشتر است.  
 ۵ میزان آلاینده خروجی از آگزوز خودروها به صورت  $\text{NO} < \text{C}_x\text{H}_y < \text{CO}$  است.

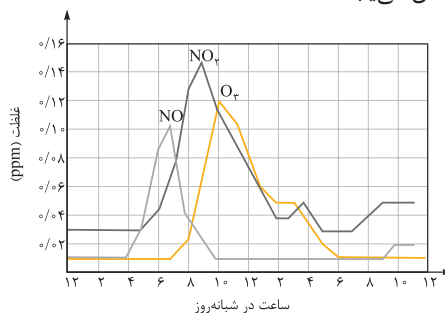
بررسی موارد:

عبارت اول: فناوری تصفیه آب از گسترش بیماری‌هایی همچون وبا در جهان جلوگیری کرده است.

عبارت دوم: فرآورده فرایند هابر، آمونیاک است که قبل از اوره و ویتامین A در گذر زمان تولید شده است.



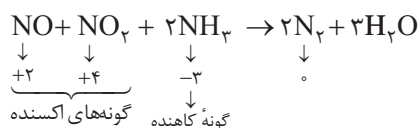
عبارت سوم: در ساعاتی از شبانه‌روز طی واکنش  $\text{NO}_2 + \text{O}_3 \rightarrow \text{NO} + \text{O}_2$ ، در هواکره اوزون تروپوسفری تولید می‌شود که طبق نمودار زیر هم‌زمان غلظت گاز NO هم در هواکره کاهش می‌یابد.



## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



عبارت چهارم: در مبدل کاتالیستی خودروهایی دیزلی، طی واکنش اکسایش - کاهش آمونیاک مصرف می‌شود.



عبارت پنجم: کاتالیزگر با تغییر مسیر انجام واکنش و کاهش  $E_a$ ، به واکنش‌های شیمیایی سرعت می‌بخشد ولی تأمین انرژی فعال‌سازی توسط گرما، فشار و جرقه و ... انجام می‌شود، نه کاتالیزگر!!

## تست و پاسخ ۱۰۴

واکنش تعادلی  $2\text{NOCl}(g) + \text{O}_2(g) \rightleftharpoons 2\text{NO}_2(g) + \text{Cl}_2(g)$ ،  $\Delta H = -37\text{kJ}$ ، در یک ظرف دولیتری برقرار است. اگر در حالت تعادل، مقدار گازهای  $\text{NO}_2$ ،  $\text{Cl}_2$ ،  $\text{NOCl}$  و  $\text{O}_2$  به ترتیب برابر  $0/4$ ،  $0/2$ ،  $0/32$  و  $0/02$  مول باشد، کدام موارد از مطالب زیر نادرست است؟ (در ابتدا فقط واکنش دهنده‌ها در ظرف واکنش وجود داشته‌اند.)

الف) تا لحظه برقراری تعادل،  $7/4$  کیلوژول گرما در واکنش آزاد می‌شود.

ب) مقدار عددی ثابت تعادل واکنش، برابر  $500$  است.

پ) با افزایش دمای ظرف واکنش، تعادل در جهت برگشت جابه‌جا می‌شود.

ت) انتقال مخلوط تعادلی به ظرفی بزرگ‌تر، باعث کاهش ثابت تعادل واکنش می‌شود.

۱ الف - پ

۲ پ - ت

۳ ب - ت

۴ الف - ب

## پاسخ: گزینه ۳

**مشاوره** در سوالات شمارشی، ابتدا گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم که ببینیم می‌توانیم با بررسی کم‌ترین تعداد عبارت‌ها و همچنین

عدم بررسی عبارت‌های مسئله‌محور به پاسخ سؤال برسیم یا نه!

**پاسخ تشریحی** عبارت‌های (ب) و (ت) نادرست‌اند.

در این سؤال با بررسی عبارت‌های (پ) و (ت) که به صورت مفهومی هستند، می‌توان به پاسخ سؤال رسید و حتی نیاز به محاسبات خاصی هم در حل این سؤال نیست.

بررسی عبارت‌ها:

الف) با توجه به این که در ابتدای واکنش فقط مواد واکنش دهنده در ظرف وجود دارند، می‌توانیم از مول  $\text{NO}_2$  یا  $\text{Cl}_2$  تولیدی، به میزان گرمای آزاد شده در واکنش تا لحظه برقراری تعادل برسیم:

$$0/2 \text{ mol Cl}_2 \times \frac{37 \text{ kJ}}{1 \text{ mol Cl}_2} = 7/4 \text{ kJ}$$

ب) رابطه ثابت تعادل در واکنش مورد نظر به صورت  $K = \frac{[\text{NO}_2]^2 [\text{Cl}_2]}{[\text{NOCl}]^2 [\text{O}_2]}$  است؛ بنابراین:

$$K = \frac{[\frac{0/4}{2}]^2 [\frac{0/2}{2}]}{[\frac{0/32}{2}]^2 [\frac{0/32}{2}]} = \frac{(0/2)^2 \times 0/1}{(0/01)^2 (0/16)} = 250$$

پ) در واکنش‌های تعادلی با افزایش دما، تعادل در جهت مصرف گرما پیش می‌رود؛ بنابراین، چون واکنش گرماده است، با افزایش دما، تعادل در جهت برگشت جابه‌جا شده و مقدار ثابت تعادل کاهش می‌یابد.

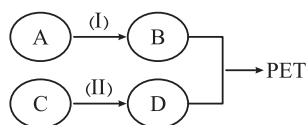
ت) تغییر فشار و حجم در تعادل‌های گازی، مقدار ثابت تعادل را تغییر نمی‌دهند و ثابت تعادل فقط به دما وابسته است.



# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

## تست و پاسخ ۱۰۵



چند مورد از مطالب زیر، درباره نمودار داده شده که روند کلی تولید پلیمر سازنده بطری آب را نشان

می دهد، درست است؟ ( $H = 1, C = 12, O = 16 : g.mol^{-1}$ )

- اگر جرم مولی B برابر با  $62 g.mol^{-1}$  باشد، فرآورده حاصل از واکنش کامل C و گاز هیدروژن، با اوکتان همپار است.
- واکنش بین B و D از نوع اکسایش - کاهش نیست و فرمول شیمیایی فرآورده آلی این واکنش،  $(C_{10}H_{16}O_4)_n$  است.
- اگر شمار پیوندهای دوگانه در D با شمار پیوندهای دوگانه در مولکول نفتالن برابر باشد، در واکنش (II)، عدد اکسایش اتم منگنز ۴ درجه کاهش می یابد.

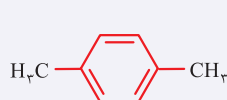
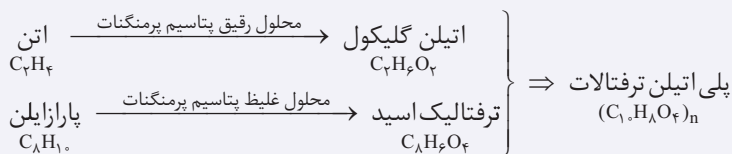
• در ساختار هر دو ترکیب A و C، اتم کربنی با عدد اکسایش ۱- وجود دارد.

۲ (۲)	۱ (۱)
۴ (۴)	۳ (۳)

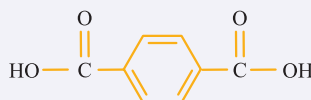
## پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی عبارت های اول و دوم درست اند.

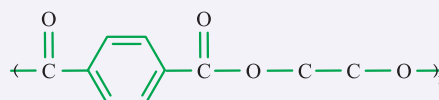
**نکته** واکنش تولید پلیمر سازنده بطری آب (PET) را می توان به صورت زیر نشان داد:



پارازایلن



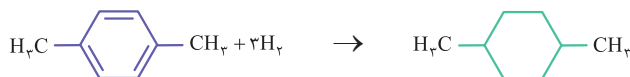
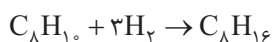
ترفتالیک اسید



PET

بررسی عبارت ها:

عبارت اول: جرم مولی اتیلن گلیکول ( $C_2H_6O_2$ ) برابر ۶۲ گرم بر مول می باشد؛ بنابراین A همان اتن و C همان پارازایلن است. معادله واکنش کامل پارازایلن با گاز هیدروژن به صورت زیر است:



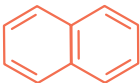
**نکته** در فرایند سیرشدن ترکیب های غیرخطی، فقط پیوندهای دوگانه یا سه گانه کربن - کربن به پیوند یگانه تبدیل می شوند و هر پیوند

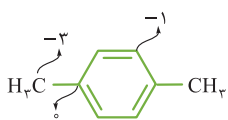
دوگانه با یک مولکول هیدروژن و هر پیوند سه گانه با دو مولکول هیدروژن سیر می شود.

عبارت دوم: واکنش بین B و D از نوع استری شدن است که واکنش اکسایش - کاهش محسوب نمی شود و فرمول واحد تکرار شونده PET،  $C_{10}H_8O_4$  است.

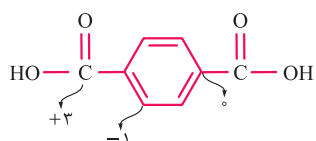
## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



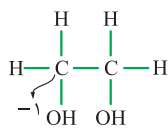
عبارت سوم: نفتالن با فرمول مولکولی  $C_{10}H_8$  و فرمول ساختاری ، دارای ۵ پیوند دوگانه است. ترفتالیک اسید نیز دارای ۵ پیوند دوگانه در ساختار خود می‌باشد، اما در واکنش (II)، یون پرمنگنات به  $MnO_4^-$  تبدیل می‌شود که در این فرایند عدد اکسایش منگنز از +۷ به +۴ (یعنی ۳ واحد) کاهش می‌یابد. عبارت چهارم: در اتن، کربنی با عدد اکسایش (-۱) وجود ندارد. عدد اکسایش اتم‌های کربن در ۴ ترکیب داده‌شده را ببینید:



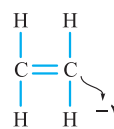
پاراایلن



ترفتالیک اسید



اتیلن گلیکول



اتن