



انتشارات خوشخوان

خوشخوان

آزمون ۱۱ - جامع - دوازدهم ریاضی

دفترچه سوال

چینش ۱

۷۰۲۰۳۳۳



فهرست

دفترچه ۱ ۱

دفترچه ۲ ۵

دفترچه 1

۱ هرگاه $A = \frac{1}{\sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{4} + 2} - \frac{\sqrt[3]{4}}{6}$ ، کدام عدد گویاست؟

- ۱ $A\sqrt[3]{2}$
 ۲ $A\sqrt[3]{4}$
 ۳ A^3
 ۴ $A + \sqrt[3]{2}$

۲ در یک دنباله هندسی، اگر جمع n جمله ابتدایی آن $S_n = 3^{n+1} - 3$ باشد، جمله چهارم چقدر از جمله سوم بیشتر است؟

- ۱ ۳۲۴
 ۲ ۱۶۲
 ۳ ۵۴
 ۴ ۱۰۸

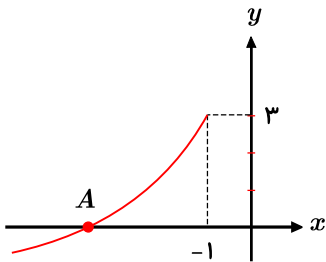
۳ اگر $f(x) = x^2 + \frac{1}{x^2}$ ، تابع $y = (f(\sqrt{x}))^2 + af(x)$ یک تابع ثابت است. مقدار a کدام است؟

- ۱ ۱
 ۲ ۲
 ۳ -۱
 ۴ -۲

۴ اگر تابع $f(x) = \begin{cases} 2 - 4\sqrt{x} & x \geq 1 \\ 4a - 2x & x < 1 \end{cases}$ تابعی یک به یک باشد. حدود a کدام است؟

- ۱ $a > \frac{1}{2}$
 ۲ $a > -2$
 ۳ $a > -\frac{1}{2}$
 ۴ $a > 2$

۵ هرگاه به کمک انتقال و قرینه‌یابی از نمودار $y = \sqrt{x-3}$ به شکل مقابل برسیم، طول نقطه A کدام است؟



- ۱ -۱۰
 ۲ -۲۶
 ۳ -۱۱
 ۴ -۲۳

۶ اگر α و β ریشه‌های $x^2 - 7x + 3 = 0$ باشند، مقدار $\alpha^2 + 7\beta$ کدام است؟

- ۱ ۵۲
 ۲ ۲۳
 ۳ ۴۶
 ۴ -۵۲

۷ مجموعه جواب نامعادله $|x^2 - 2x - 1| < |x| - 1$ بازه (a, b) است. مقدار $b - a$ کدام است؟

- ۱ ۰٫۵
 ۲ ۱
 ۳ ۱٫۵
 ۴ ۲

۸ انرژی آزاد شده در یک زلزله ۶٫۲ ریشتری، 10^k برابر انرژی آزاد شده در یک زلزله ۵٫۸ ریشتری در مقیاس ارگ است. k کدام است؟

$$(\log E = 11,8 + 1,5M)$$

- ۱ ۰٫۴
 ۲ ۰٫۵
 ۳ ۰٫۶
 ۴ ۰٫۸

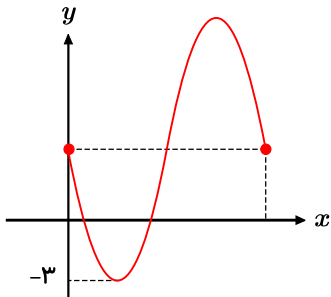
۹ $\tan 75^\circ + \cot 75^\circ$ چند برابر $\sin 75^\circ + \cos 75^\circ$ است؟

- ۱ $2\sqrt{2}$
 ۲ $4\sqrt{3}$
 ۳ $\frac{4\sqrt{6}}{3}$
 ۴ $2\sqrt{6}$

۱۰ جواب کلی معادله مثلثاتی $\sin 6x + \sin 2x = 2 \cos^2(x - \frac{\pi}{4})$ کدام است؟

- ۱ $\frac{(4k+1)\pi}{12}$
 ۲ $\frac{(4k-1)\pi}{12}$
 ۳ $\frac{(3k+1)\pi}{12}$
 ۴ $\frac{(3k-1)\pi}{12}$

۱۱ نمودار تابع $y = 1 + a \sin bx$ در بازه $[\frac{\pi}{4}, 0]$ به صورت مقابل است. حاصل ab کدام است؟



-۱۶ (۴)

۱۶ (۳)

۳۲ (۲)

-۳۲ (۱)

۱۲ حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \sqrt{\cos 2x}}{x^2}$ برابر کدام است؟

-۱ (۴)

۱ (۳)

۲ (۲)

 $\frac{1}{2}$ (۱)

۱۳ اگر $y = f(x) - [2x]$ در $x = 2$ پیوسته باشد، ضابطه f کدام می‌تواند باشد؟

 $|2x|$ (۴) $[\frac{2}{x}]$ (۳) $[x]$ (۲) $2x$ (۱)

۱۴ اگر $y = 2$ و $x = 3$ مجانب‌های $y = f(3x)$ باشند، نقطه تلاقی مجانب‌های $y = \frac{3}{2}f(2x + 1)$ تا مبدأ به کدام فاصله است؟

۵ (۴)

 $2\sqrt{5}$ (۳) $5\sqrt{2}$ (۲) $4\sqrt{5}$ (۱)

۱۵ نیم‌مماس‌های چپ و راست تابع $f(x) = (ax - a)[x] + x^2$ در نقطه $x = 1$ بر هم عمودند. مقدار a کدام است؟

-۲٫۵ (۴)

-۲ (۳)

-۱٫۵ (۲)

-۱ (۱)

۱۶ اگر $g(1) = 1$ و $f'(1) = 2$ و $f(x) = 2x + g^3(x)$ ، مقدار $\frac{f''(1)}{g''(1)}$ کدام است؟

۶ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۴ (۱)

۱۷ فرض کنید $f(x) = \frac{x+3}{\sqrt[4]{x}}$. به ازای کدام مقدار a نقطه اکسترمم نسبی تابع $y = f(x+a)$ روی محور y ها قرار دارد؟

-۲ (۴)

۲ (۳)

-۱ (۲)

۱ (۱)

۱۸ اگر $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x$ ، در کدام بازه تابع نزولی با تقعر رو به پایین است؟

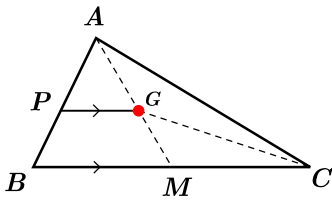
 $(-1, +\infty)$ (۴) $(-1, 1)$ (۳) $(-1, 3)$ (۲) $(1, 3)$ (۱)

۱۹ در مثلث ABC ($\hat{A} = 90^\circ$)، ارتفاع AH رسم می‌شود. حاصل $\frac{AB^2 \times CH}{AC^2 \times BH}$ کدام است؟

۱ (۴)

 $\frac{BH}{CH}$ (۳) $\frac{AB}{AC}$ (۲) $\frac{AB^2}{AC^2}$ (۱)

۲۰ در شکل مقابل G محل هم‌رسی میانه‌هاست. اگر M وسط BC و $PG \parallel BC$ باشد، مساحت مثلث APG چند برابر مساحت مثلث GMC می‌باشد؟



۴/۵ (۴)

۴/۳ (۳)

۳/۲ (۲)

۹/۸ (۱)

۲۱ در هرم با قاعده مربع، چند زوج یال متناظر می‌توان یافت؟

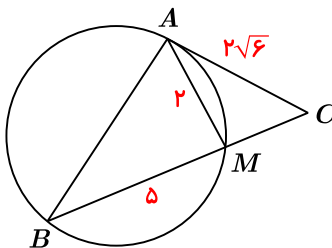
۴ (۴)

۸ (۳)

۱۶ (۲)

۶ (۱)

۲۲ در شکل مقابل، AC در نقطه A بر دایره مماس است. طول AB کدام است؟



$4\sqrt{6}$ (۴)

۳ (۳)

$\frac{3}{4}\sqrt{6}$ (۲)

$\frac{4}{3}\sqrt{6}$ (۱)

۲۳ در مثلث $\triangle ABC$ با مساحت ۶۰ واحد، طول میانه AM با ضلع BC برابر است. اگر نیمساز زوایای \widehat{AMC} و \widehat{AMB} اضلاع AC و AB را به ترتیب در نقاط P و Q قطع کند، مساحت ABC چند برابر مساحت APQ می‌باشد؟

۱۶/۹ (۴)

۹ (۳)

۹/۴ (۲)

۴ (۱)

۲۴ در مثلث متساوی‌الساقین ABC ، $AB = AC = \sqrt{20}$ و $BC = 4$ می‌باشد. اگر نقطه D روی AC طوری قرار گیرد که $BD = BC$ ، مجموع فواصل نقطه‌ای دلخواه روی CD از BD و BC کدام است؟

۲٫۴ (۴)

۱٫۲ (۳)

۳٫۲ (۲)

۱٫۶ (۱)

۲۵ اگر $2A - A^2 = 4I$ باشد و A ماتریس 2×2 و وارون‌پذیر باشد، حاصل دترمینان $(A^6 - 128A^{-1})$ کدام است؟

2^{12} (۴)

2^6 (۳)

2^{10} (۲)

2^8 (۱)

۲۶ مساحت کوچک‌ترین دایره مماس بر دو دایره $x^2 + y^2 - 2x + 6y + 6 = 0$ و $x^2 + y^2 + 8x - 18y + 96 = 0$ کدام است؟

16π (۴)

10π (۳)

25π (۲)

64π (۱)

۲۷ در سهمی $y^2 - 4y - 8x + 12 = 0$ ، نقطه‌ای روی سهمی است که از کانون و رأس سهمی به یک فاصله است، فاصله M از خط هادی کدام است؟

۵/۲ (۴)

۴ (۳)

۲ (۲)

۳ (۱)

۲۸ اگر حجم متوازی‌السطوح ساخته شده با سه بردار $2a$ و $2b$ و c برابر با ۱۲ باشد، حجم متوازی‌السطوح ساخته شده با سه بردار $(\vec{a} + \vec{c})$ و \vec{b} و $(\vec{a} - \vec{c})$ کدام است؟

۹ (۴)

۸ (۳)

۱۲ (۲)

۶ (۱)

۲۹ سه بردار به طول‌های $|\vec{a}| = 1$ و $|\vec{b}| = 2$ و $|\vec{c}| = 3$ دو به دو بر هم عمودند. حجم شکل حاصل از سه بردار $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ ، $\vec{a} + \vec{b}$ و \vec{a} و \vec{b} کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۳۰ اگر $q \wedge r \Rightarrow p$ و دارای ارزش نادرست باشند، کدام گزینه ارزش همیشه درستی دارد؟

- ۱ (۱) $r \vee q$ (۲) $r \vee p$ (۳) $p \Rightarrow r$ (۴)

۳۱ مجموعه $A \cap (B \cup C)$ زیرمجموعه B است. اگر A و B و C به ترتیب ۱۰ و ۱۳ و ۱۸ عضو باشند، مجموعه $(A \cap C) - B$ دارای چند زیرمجموعه است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۸ (۳) ۴ (۴) اطلاعات مسأله ناکافی است.

۳۲ هر یک از اعداد طبیعی ۱ تا ۹ را روی نه کارت یکسان نوشته، آنها را درون یک جعبه می‌ریزیم. از این جعبه چهار کارت به تصادف برمی‌داریم. با کدام احتمال بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین اعداد خارج شده به ترتیب ۸ و ۳ هستند؟

- ۱ (۱) $\frac{1}{18}$ (۲) $\frac{1}{21}$ (۳) $\frac{1}{24}$ (۴) $\frac{1}{15}$

۳۳ فردی در مسابقات تنیس روی میز به ترتیب با سه فرد A ، B و C مسابقه می‌دهد. اگر احتمال برد او در سه بازی به ترتیب 0.6 ، 0.7 و 0.5 باشد، به چه احتمالی حداقل ۲ مسابقه را برنده می‌شود؟

- ۱ (۱) 0.79 (۲) 0.94 (۳) 0.65 (۴) 0.83

۳۴ از جامعه‌ای با اعضای $\{35, 23, 41, 53, 17, 47, 29\}$ نمونه‌ای ۲ عضوی انتخاب می‌کنیم. احتمال اینکه برآورد نقطه‌ای میانگین جامعه با پارامتر جامعه برابر باشد، کدام است؟

- ۱ (۱) $\frac{1}{7}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{4}{21}$ (۴) $\frac{2}{21}$

۳۵ فرض کنید برای اعداد صحیح a و b داشته باشیم:

$$-25 \leq b \leq 27, \quad -25 \leq a \leq 27$$

چند زوج مرتب (a, b) وجود دارد که تساوی $(a + b)^2 = a^2 + b^2$ برقرار باشد؟

- ۱ (۱) ۱۰۴ (۲) ۱۰۵ (۳) ۱۰۶ (۴) ۱۰۷

۳۶ اگر مهرماه سالی دارای ۵ روز شنبه و یکشنبه باشد، ۲۲ بهمن آن سال چند شنبه است؟

- ۱ (۱) جمعه (۲) شنبه (۳) یکشنبه (۴) دوشنبه

۳۷ گراف ساده G از مرتبه ۶، فقط رئوسی با درجه Δ و δ دارد و می‌دانیم $\Delta + \delta = 6$. چند نوع گراف G وجود دارد؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۳۸ در بین انواع گراف‌های ۲-منتظم از مرتبه ۸ مجموع کم‌ترین و بیش‌ترین عدد احاطه‌گری کدام است؟

- ۱ (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

۳۹ تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله $x_1 + x_2 + x_3 = 20$ با شرط $x_1 > x_2$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۱۱۰ (۲) ۱۱۱ (۳) ۱۱۴ (۴) ۱۱۵

۴۰ در ظرفی ۸ مهره قرمز، ۵ مهره سبز، ۴ مهره زرد و ۳ مهره سفید وجود دارد. حداقل چند مهره از ظرف خارج کنیم تا مطمئن باشیم ۵ مهره قرمز و ۳ مهره زرد خارج شده است؟

- ۱ (۱) ۱۷ (۲) ۱۶ (۳) ۱۹ (۴) ۸

دفترچه 2

۴۱ کره‌ای به شعاع 10 cm جرمی معادل 32 کیلوگرم دارد. اگر درون حفره آن را با جیوه پر کنیم چگالی مجموعه جدید چند گرم بر سانتی‌متر مکعب خواهد بود؟ ($\rho_{\text{کره}} = 10 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ و $\pi \simeq 3$ و $\rho_{\text{Hg}} = 14 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$)

۱۰٫۸ (۴)

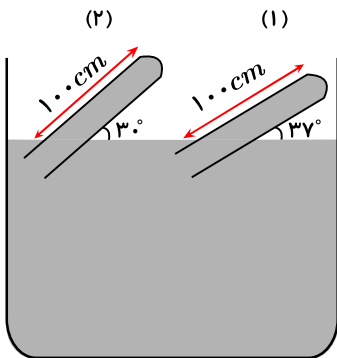
۱۲٫۲ (۳)

۱۱٫۶ (۲)

۱۲٫۸ (۱)

۴۲ در شکل زیر لوله «۱» و «۲» در داخل ظرف پر از جیوه قرار داده شده‌اند و جیوه داخل آنها را کاملاً پر کرده است. اگر نیرویی که به انتهای لوله «۲» به سطح مقطع 10 cm^2 وارد می‌شود F_B و نیرویی که به انتهای لوله «۱» به سطح مقطع 5 cm^2 وارد می‌شود، F_A باشد $F_A - F_B$ چند نیوتن است؟

($\rho_{\text{جیوه}} \simeq 14 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ و $\sin 37^\circ = 0.6$ و $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ و فشار اتمسفر $= 75\text{ cmHg}$)



-۲۴٫۵ (۴)

+۲۴٫۵ (۳)

-۳٫۵ (۲)

۳٫۵ (۱)

۴۳ فشار کل در عمق h متری آب یک دریاچه، ۲۵ درصد از فشار کل در عمق 10 h متری آن است. اختلاف ارتفاع بین دو نقطه چند متر است؟ ($P_0 = 10^5\text{ Pa}$, $\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$)

۴٫۵ (۴)

۴۵ (۳)

۵۰ (۲)

۵ (۱)

۴۴ گلوله‌ای به جرم 400 گرم با تندی $8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ به طور قائم رو به بالا پرتاب می‌شود و با تندی $4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ به نقطه اولیه بازمی‌گردد. ارتفاع اوج گلوله در صورت ثابت بودن نیروی مقاومت هوا چند نیوتن است؟

($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

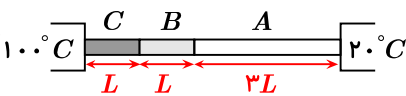
۴ (۴)

۳٫۲ (۳)

۲ (۲)

۰٫۸ (۱)

۴۵ سه میله رسانای A و B و C به ترتیب با رسانندگی گرمایی 120 ، 60 و 40 در واحد SI مطابق شکل پشت سر هم بین دو منبع گرم و سرد به دماهای 100 و 20 درجه سلسیوس قرار دارند. اگر این سه میله را با یک میله به طول $5L$ و با همان سطح مقطع‌های سه میله قبل جایگزین کنیم تا همان آهنگ انتقال گرما برقرار شود، رسانندگی گرمایی آن باید چند واحد SI باشد؟



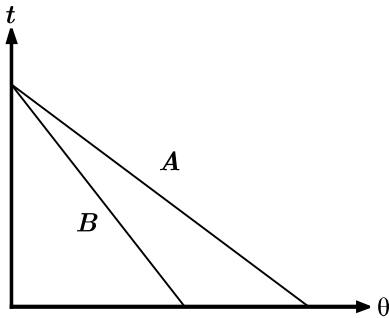
۷۵ (۴)

۸۰ (۳)

۱۴۰ (۲)

۲۲۰ (۱)

۴۶ دو قطعه A و B با آهنگ یکسان گرما از دست می‌دهند. دمای اولیه A، ۳ برابر B و گرمای ویژه آن نصف B است. اگر نمودار تغییرات دما بر حسب زمان برای دو قطعه به صورت زیر باشد، جرم B چند برابر A است؟



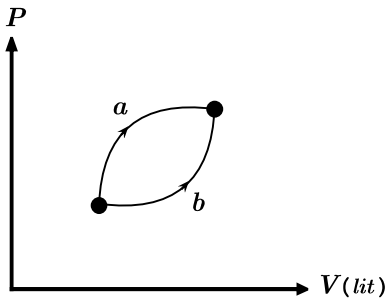
۲) ۶

۴) $\frac{3}{2}$

۱) $\frac{2}{3}$

۳) $\frac{1}{6}$

۴۷ با توجه به نمودار مقابل کدام گزینه درست است؟



۱) کار مبادله شده در هر دو فرآیند برابر است.

۲) در هر دو فرآیند، به محیط گرما داده می‌شود.

۳) گرمایی که در فرآیند a از محیط گرفته می‌شود بیشتر از فرآیند b است.

۴) تغییر انرژی درونی فرایند a بیشتر است.

۴۸ یک ذره باردار به جرم m دارای بار -q روی سطح زمین داخل یک میدان الکتریکی قائم یکنواخت بر سطح زمین است قرار دارد و با شتاب $4 \frac{m}{s^2}$ به سمت بالا حرکت می‌کند اگر به بار جسم $+3q$ اضافه شود، شتاب آن چه اندازه و در چه جهتی خواهد شد؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

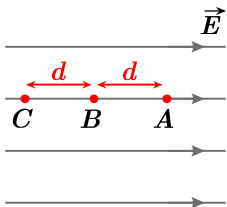
۴) $38 \frac{m}{s^2}$ بالا

۳) $38 \frac{m}{s^2}$ پایین

۲) $24 \frac{m}{s^2}$ بالا

۱) $24 \frac{m}{s^2}$ پایین

۴۹ بار الکتریکی $q = +2 \mu C$ با تندی $V_A = 8 \frac{m}{s}$ به طور افقی مطابق شکل خلاف جهت میدان یکنواخت $E = 10^4 \frac{N}{C}$ پرتاب می‌شود و با تندی $6 \frac{m}{s}$ از C عبور می‌کند. تندی بار در نقطه B چند متر بر ثانیه است؟ (از اثر هر نیرویی جز نیروی الکتریکی صرف نظر کنید.)



۲) $7.5 \frac{m}{s}$

۴) $6.5 \frac{m}{s}$

۱) $7 \frac{m}{s}$

۳) $5\sqrt{2} \frac{m}{s}$

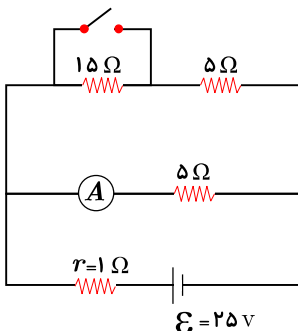
۵۰ خازنی را پس از شارژ از یک باتری جدا کرده‌ایم. ظرفیت خازن $9 \mu F$ است و بار خازن $10 \mu C$ است. چند درصد از بار و چه نوع باری را از صفحه منفی جدا کنیم و به صفحه مثبت اضافه کنیم تا انرژی خازن $2 \mu J$ کاهش یابد؟

۴) ۸۰ درصد، مثبت

۳) ۸۰ درصد، منفی

۲) ۲۰ درصد، مثبت

۱) ۲۰ درصد، منفی



۵۱ در مدار شکل زیر با بستن کلید، جریان آمپرسنج چند برابر می‌شود؟

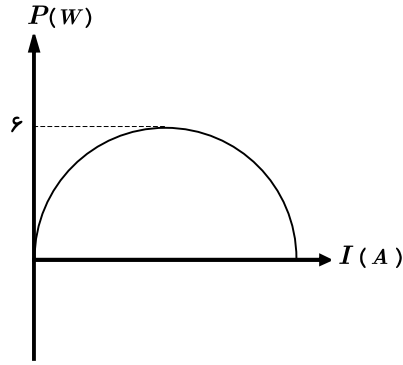
۲) $\frac{25}{7}$

۴) $\frac{25}{14}$

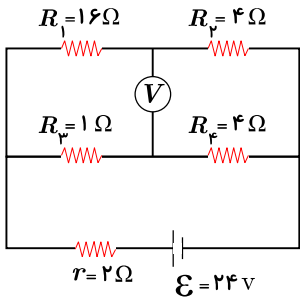
۱) $\frac{10}{7}$

۳) $\frac{25}{28}$

۵۲ نمودار شکل زیر با تغییرات توان مفید یک مواد را برحسب جریان عبوری از آن نشان می‌دهد. اختلاف مقاومت‌های متغیر متصل به مولد برای آنکه توان مولد ۵٫۷۶ وات شود، چند برابر مقاومت داخلی مولد است؟



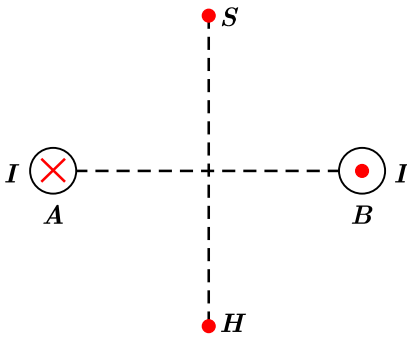
- ۱) ۳
- ۲) ۴
- ۳) ۵
- ۴) ۶



۵۳ در مدار شکل زیر ولت‌سنج چه عددی را نمایش می‌دهد؟

- ۱) ۳٫۶
- ۲) ۹٫۶
- ۳) ۱۴٫۴
- ۴) ۱۸

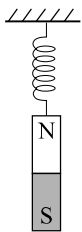
۵۴ دو سیم بلند A و B حامل جریان‌های I هستند. اگر روی عمودمنصف دو سیم از S تا H حرکت کنیم چند گزینه درست است؟



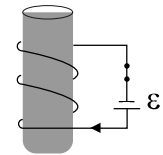
- الف) میدان مغناطیسی برآیند، پیوسته افزایش می‌یابد.
- ب) میدان مغناطیسی برآیند در امتداد عمودمنصف است.
- پ) میدان مغناطیسی برآیند ابتدا افزایش یافته و سپس کاهش می‌یابد.
- ت) میدان مغناطیسی بیشینه در وسط خط واصل وجود دارد.

- ۱) ۱
- ۲) ۲
- ۳) ۳
- ۴) ۴

۵۵ در شکل نشان داده شده پس از باز کردن کلید جابه‌جایی فنر چگونه خواهد بود؟

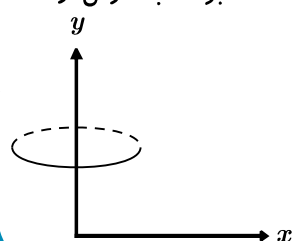


- ۱) بدون تغییر باقی می‌ماند.
- ۲) فنر فشرده می‌شود.
- ۳) فنر با فشرده شدن به حالت عادی می‌رسد.
- ۴) فنر کشیده می‌شود.

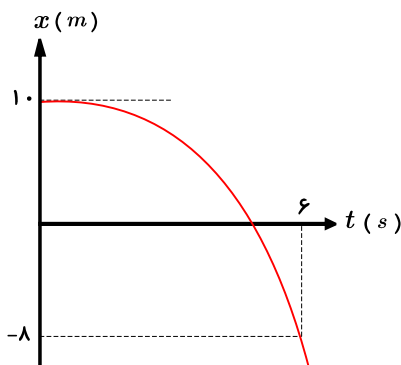


آزمون ۱۱ - جامع - دوازدهم ریاضی

۵۶ اگر حلقه‌ای به مساحت 50cm^2 را عمود بر محور y قرار دهیم و میدان مغناطیسی $\vec{B} = 400\vec{i} + 1000\vec{j}$ برحسب گaus از حلقه عبور دهیم. شار مغناطیسی عبوری از حلقه چند میکرو وبر است؟



- ۱) ۲۰۰
- ۲) ۵۰۰
- ۳) ۳۰۰
- ۴) ۴۰۰



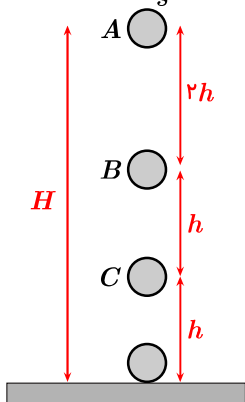
۵۷ با توجه به سهمی نمودار مکان - زمان مقابل، متحرک با چه مقدار سرعتی از مبدأ عبور می‌کند؟

- ① $\sqrt{5}$
 ② $-\sqrt{15}$
 ③ $\sqrt{10}$
 ④ $-\sqrt{20}$

۵۸ در مسیر مستقیم اتومبیلی با شتاب ثابت a ترمز می‌کند و پس از طی مسافت d متوقف می‌شود. مسافت طی شده در ۲ ثانیه آخر حرکت چند برابر ۵ ثانیه آخر است؟

- ① $\frac{21}{25}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{4}{25}$

۵۹ مطابق شکل گلوله‌ای از نقطه A رها می‌شود و فاصله بین B تا C را در مدت ۰٫۴ ثانیه طی می‌کند و سرعت آن در B ، $\frac{m}{s}$ است. در این صورت ارتفاع H را در چند ثانیه طی می‌کند؟



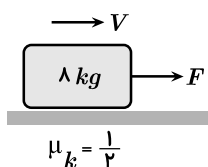
- ① $\frac{2\sqrt{6}}{5}$ ② $\frac{2\sqrt{3}}{5}$
 ③ $\frac{3\sqrt{2}}{5}$ ④ $\frac{4\sqrt{5}}{5}$

۶۰ چند گزینه درست در بین گزینه‌های زیر وجود دارد؟

- (الف) هنگامی که جسمی در هوا سقوط می‌کند، واکنش نیروهای وارد شده بر جسم، بر زمین و هوا وارد می‌شود.
 (ب) هنگامی که جسمی از سقف آویخته شده باشد، واکنش وزن جسم بر سقف وارد می‌شود.
 (پ) وقتی شخصی روی سطح افقی قدم می‌زند، نیروی سطح بر شخص به اندازه mg است.
 (ت) وقتی لباس خیس را تکان می‌دهیم و آب از آن جدا می‌شود، اساس آن با قانون سوم نیوتن توجیه می‌شود.

- ① ۱ ② ۲ ③ ۳ ④ ۴

۶۱ جعبه مقابل با شتاب تندشونده $\frac{1}{s^2}$ در حرکت است. اگر بخواهیم شتاب جعبه $\frac{1}{s^2}$ با حرکت کندشونده انجام شود نیروی F چند درصد و چگونه باید تغییر کند؟

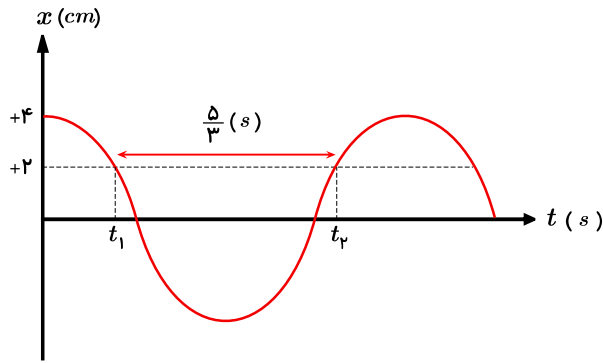


- ① ۲۰ درصد - افزایش ② ۴۰ درصد - کاهش
 ③ ۲۰ درصد - کاهش ④ ۲۵ درصد - کاهش

۶۲ سرعت خطی ماهواره‌ای که در فاصله ۲۶۰۰ کیلومتر از سطح زمین قرار دارد، چند کیلومتر بر ساعت است؟ (شعاع کره زمین 6400 km و g در سطح زمین $10 \frac{m}{s^2}$ است)

- ① $5280\sqrt{5}$ ② $4280\sqrt{10}$ ③ $6820\sqrt{5}$ ④ $\frac{1}{2}$

۶۳ نمودار مکان - زمان نوسانگری مطابق شکل زیر است. بیشینه تندی نوسانگر چند متر بر ثانیه است؟ ($\pi = 3$)



- ۱ ۰٫۱۴۴
۲ ۰٫۳۶
۳ ۰٫۰۹۶
۴ ۰٫۶۴

۶۴ یک منبع نوسانی در یک محیط کشسان می‌تواند موجی را منتشر کند. این منبع را وارد محیط کشسان دیگری می‌کنیم که سرعت انتشار موج در آن نصف شود. هم‌زمان دامنه و فرکانس آن را به ترتیب، دو و سه برابر می‌کنیم. طول موج آن نسبت به محیط اول چند برابر می‌شود؟

- ۱ ۶
۲ $\frac{3}{2}$
۳ $\frac{1}{6}$
۴ $\frac{2}{3}$

۶۵ یک ناظر در فاصله ۲۰ متری از یک منبع ایستاده است و صوتی را در تراز مشخص دریافت می‌کند. اگر دامنه $\frac{1}{2}$ برابر شود این شخص در چه فاصله‌ای از منبع قرار بگیرد تا تراز شدت صوت دریافتی ۱۲ دسی‌بل کمتر شود؟ ($\log 2 = 0.3$)

- ۱ ۱۰
۲ ۱۶۰
۳ ۰٫۴
۴ ۴۰

۶۶ در یک تار دو سر بسته به طول 150 cm هنگام تولید تشدید با بسامد 150 Hz فاصله نزدیک‌ترین شکم تا انتهای تار 6 cm است. در حالتی که ۴ گره بین تار تولید شده، بسامد موج چند هرتز است؟

- ۱ ۳۶
۲ ۴۸
۳ ۱۸
۴ ۲۴

۶۷ تابع کار کبالت ۵ الکترون ولت است. بلندترین طول موجی که بتواند از سطح کبالت الکترون جدا کند، چند نانومتر است؟

$$(C = 3 \times 10^8 \frac{m}{s} \text{ و } h = 4 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot s)$$

- ۱ ۳۱۰
۲ ۲۴۸
۳ ۶۲۰
۴ ۱۲۴

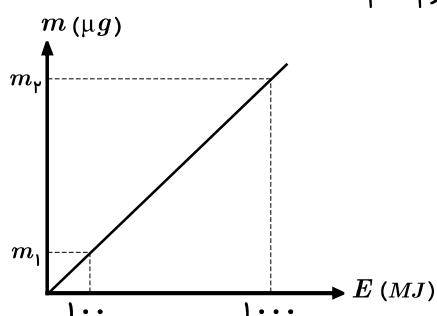
۶۸ الکترون دارای کمترین انرژی حالت برانگیخته است. اگر این الکترون به حالت پایه منتقل شود، انرژی چند ریدبرگ و چگونه تغییر می‌کند؟

- ۱ به اندازه $\frac{3}{4}$ ریدبرگ کاهش می‌یابد.
۲ به اندازه $\frac{1}{4}$ ریدبرگ افزایش می‌یابد.
۳ به اندازه $\frac{3}{4}$ ریدبرگ افزایش می‌یابد.
۴ به اندازه $\frac{1}{4}$ ریدبرگ کاهش می‌یابد.

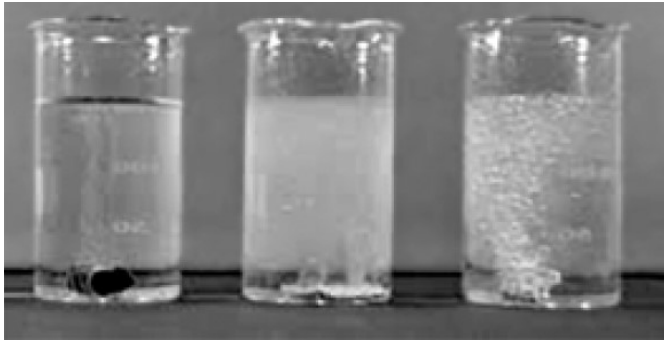
۶۹ با توجه به نمودار جرم تبدیل شده برحسب انرژی مقابل، $\Delta M = m_p - m_n$ برحسب میکروگرم کدام است؟

$$(C = 3 \times 10^8 \frac{m}{s})$$

- ۱ ۱۰
۲ ۲۰
۳ ۳۰
۴ ۴۰



۷۵ با توجه به شکل مقابل که مربوط به واکنش سه فلز آلومینیم، روی و آهن در شرایط یکسان با محلول هیدروکلریک اسید است، کدام عبارت‌ها نادرست هستند؟



(۳)

(۲)

(۱)

الف) فلز موجود در ظرف (۳) در طبیعت به صورت اکسید که نام آن بوکسیت است یافت می‌شود.
 ب) در طیف نشری خطی گاز حاصل از واکنش انجام شده در ظرف (۲)، چهار خط رنگی وجود دارد.
 پ) فلز موجود در ظرف (۱) برخلاف فلز موجود در ظرف (۳) در هوای مرطوب دچار خوردگی نمی‌شود.
 ت) چگالی و جرم مولی فلز موجود در ظرف (۱) کمتر از فلز موجود در ظرف (۳) است.

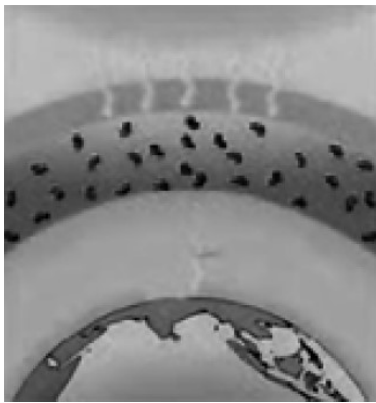
۴ «الف» و «پ» و «ت»

۳ «پ» و «ت»

۲ فقط «الف»

۱ «الف» و «ب»

۷۶ با توجه به شکل زیر، عبارت کدام گزینه درست است؟



۱ لایه‌ای از هواکره است که مانع از کاهش دمای زمین می‌شود.

۲ مدل فضاپارکن مولکول‌های تشکیل دهنده این لایه همانند مدل فضاپارکن مولکول کربن دی‌اکسید است.

۳ مولکول‌های سازنده این لایه از واکنش گازهای NO_x و O_3 در حضور نور خورشید تولید می‌شوند.

۴ فاصله این لایه از سطح زمین بیش از ۱۱٫۵ کیلومتر است.

۷۷ حجم گازهای حاصل از تجزیه ۴۵٫۴ گرم $C_3H_8N_3O_9$ در شرایط STP تقریباً چند برابر حجم گازهای حاصل در دمای $273^\circ C$ و فشار $1 atm$ است؟ ($O = 16, N = 14, C = 12, H = 1 g \cdot mol^{-1}$)

معادله موازنه نشده واکنش: $C_3H_8N_3O_9 \rightarrow CO_2 + H_2O + N_2 + O_2$

۴ $\frac{1}{2}$ ۳ $\frac{1}{3}$

۲ ۳

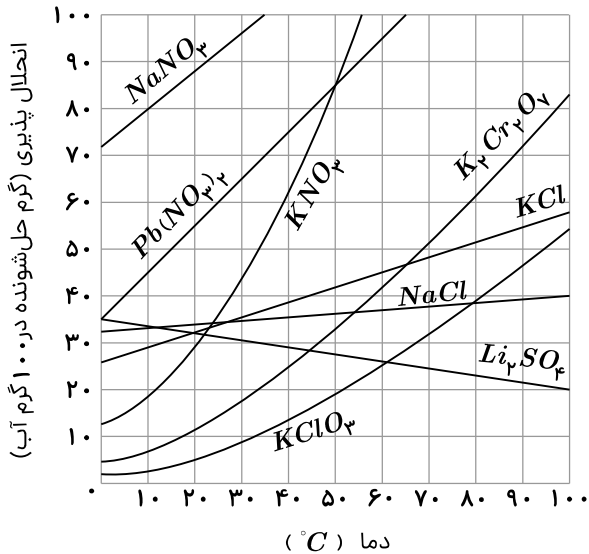
۱ ۲

۷۸ برای تهیه هر لیتر از محلول غلیظ HBr با چگالی 1.2 گرم بر میلی‌لیتر و درصد جرمی 32.4% ، چند لیتر گاز HBr در شرایط STP در مقدار کافی آب حل شده است؟ ($Br = 80, H = 1 g \cdot mol^{-1}$)

۴ 107.52 ۳ 243.83 ۲ 161.28 ۱ 53.76

۷۹ با توجه به شکل مقابل، محلول سیرشده‌ای از پتاسیم دی کرومات ($K_2Cr_2O_7$) در ۵ لیتر آب در دمای $80^\circ C$ وجود دارد. در کدام دما، بر حسب سلسیوس، غلظت یون پتاسیم به حدود $1/6$ مول بر لیتر می‌رسد؟ (از تغییر حجم طی فرایند صرفه نظر کنید و چگالی آب برابر $1g \cdot mL^{-1}$ است.)

($K = 39, Cr = 52, O = 16 : g \cdot mL^{-1}$)



۷۰ (۴)

۵۰ (۳)

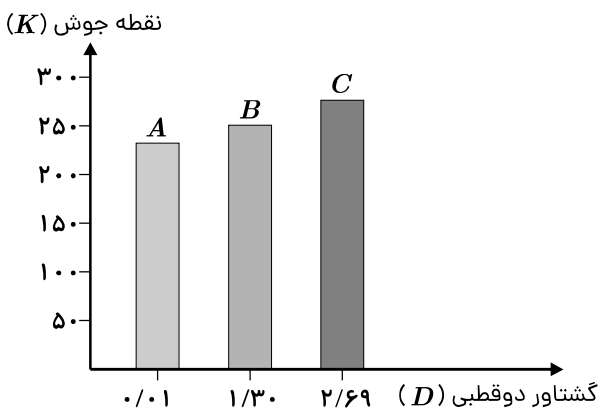
۳۷ (۲)

۲۵ (۱)

۸۰ عبارت کدام گزینه درست است؟

- ۱ در محلول سیرشده‌ی اتانول در آب، ماده‌ای که مقدار یون آن بیشتر است، حلال نامیده می‌شود.
- ۲ در سرم فیزیولوژی، یون‌های بزرگ‌تر حل شونده، از طرف اتم‌های هیدروژن آب احاطه می‌شوند.
- ۳ در شرایط یکسان، انحلال پذیری گاز اکسیژن در آب آشامیدنی کمتر از آب دریا است.
- ۴ جاذبه‌ی میان اتم‌های هیدروژن یک مولکول با مولکول دیگر را پیوند هیدروژنی می‌نامند.

۸۱ با توجه به نمودار مقابل، کدام دو عبارت نادرست هستند؟



۴ ب-ت

۳ الف-پ

۲ پ-ت

۱ الف-ب

الف) گشتاور دو قطبی مولکول‌های آب از گشتاور دو قطبی مولکول‌های C کم‌تر است.

ب) انحلال پذیری مولکول A بیش‌تر از مولکول‌های B و C در هگزان است.

پ) اگر ماده B یک ترکیب یونی باشد، با اضافه کردن مقداری از آن به آب، یک رسانای خوب الکتریکی ایجاد می‌شود.

ت) اگر A یک ماده گازی باشد، طبق قانون هنری، با افزایش دما، انحلال‌پذیری آن در آب کاهش می‌یابد.

۸۲ در اثر تجزیه چند گرم کلسیم کربنات به میزان ۸۰ درصد در یک ظرف در باز، ۱۶٫۲ گرم ماده جامد باقی می ماند؟
 $(Ca = 40, O = 16, C = 12 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1})$



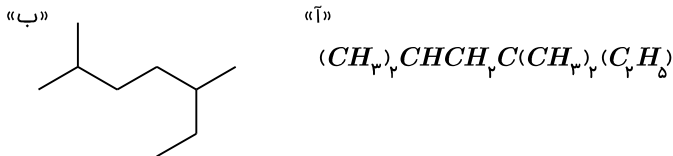
۷۵ (۴)

۵۰ (۳)

۲۵ (۲)

۱۲٫۵ (۱)

۸۳ در کدام گزینه نام هیدروکربن های «آ» و «ب» به درستی ارائه شده است؟



(۱) ۵،۳،۳ - تری متیل هگزان / ۲ - اتیل - ۵ - متیل هگزان

(۲) ۴،۴،۲،۴ - تری متیل هگزان / ۲،۵ - دی متیل هپتان

(۳) ۲ - اتیل - ۲،۴ - دی متیل پنتان / ۶،۳ - دی متیل هپتان

(۴) ۴،۲ - دی متیل - ۲ - اتیل پنتان / ۲ - متیل - ۵ - اتیل هگزان

۸۴ از واکنش با ساده ترین آلکن، به دست می آید.

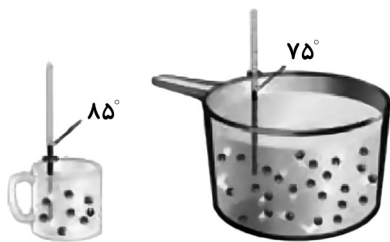
(۱) گاز هیدروژن - عامل به عمل آورنده محصولات کشاورزی

(۲) هیدروژن کلرید - منومر سازنده کیسه خون

(۳) برم مایع - ماده ای برای شناسایی هیدروکربن های سیر نشده

(۴) آب - الکلی دو کربنی که به هر نسبتی در آب حل می شود.

۸۵ با توجه به شکل مقابل، کدام عبارت ها درست هستند؟



الف) میانگین تندی مولکول های ظرف (B) کمتر از ظرف (A) است.

ب) انرژی گرمایی آب موجود در ظرف (A) بیشتر از ظرف (B) است.

پ) ظرفیت گرمایی آب موجود در ظرف (B) بیشتر از ظرف (A) است.

ت) اگر جرم آب ظرف (B) سه برابر جرم آب ظرف (A) باشد، با مخلوط کردن آنها دمای تعادلی برابر $77,5^\circ C$ می شود.

(۴) پ - ت

(۳) الف - پ - ت

(۲) ب - پ - ت

(۱) الف - ب

۸۶ برای افزایش دمای ۱۰۰ گرم از کدام فلز به اندازه $20^\circ C$ ، به گرمای کمتری نیاز است؟

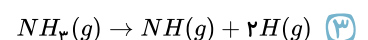
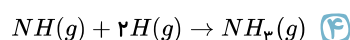
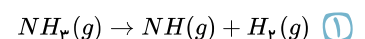
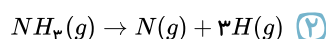
(۲) نقره $(0,24 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot ^\circ C^{-1})$

(۱) آلومینیم $(0,90 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot ^\circ C^{-1})$

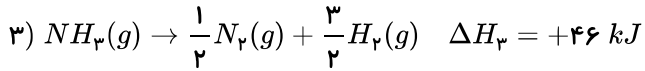
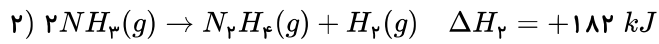
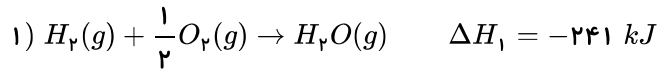
(۴) آهن $(0,45 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot ^\circ C^{-1})$

(۳) طلا $(0,13 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot ^\circ C^{-1})$

۸۷ چنانچه آنتالپی پیوند $N - H$ در مولکول آمونیاک برابر ۳۹۱ کیلوژول بر مول باشد، آنتالپی کدام واکنش 782 kJ است؟



۸۸ با توجه به واکنش‌های زیر، از سوختن ۸ گرم هیدرازین و تولید گاز نیتروژن و بخار آب، چند کیلوژول گرما آزاد می‌شود؟
 $(N = 14, H = 1 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1})$



۲۱۴٫۵ (۴)

۷۱٫۵ (۳)

۲۸۶ (۲)

۱۴۳ (۱)

۸۹ با توجه به جدول زیر، در تجزیه گرمایی سدیم آزید در یک ظرف ۵ لیتری مطابق واکنش $2NaN_3(s) \rightarrow 2Na(s) + 3N_2(g)$ ، سرعت واکنش چند مول بر دقیقه است؟

زمان (s)	۱۵	۳۰	۴۵	۶۰
غلظت ($\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$)	۰٫۰۵	۰٫۰۹	۰٫۱۲	۰٫۱۲

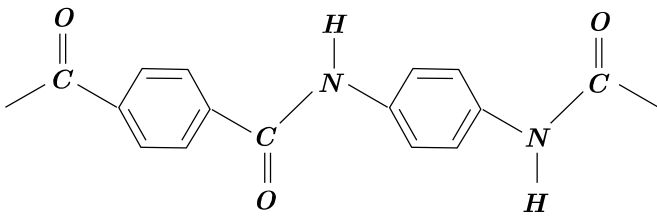
۰٫۲۷ (۴)

۰٫۸ (۳)

۰٫۴۶ (۲)

۰٫۱۵ (۱)

۹۰ شکل مقابل، بخشی از ساختار مولکول سازنده یک پلیمر است، تفاوت جرم مولی مونومرهای سازنده این مولکول چند گرم بر مول است؟
 $(N = 14, C = 12, O = 16, H = 1 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1})$



۷۸ (۴)

۶۲ (۳)

۵۸ (۲)

۴۶ (۱)

۹۱ عبارت کدام گزینه در مورد شکل‌های (۱) و (۲) که مربوط به پلی‌اتن سبک و سنگین است، درست می‌باشد؟



(۲)

(۱)

- (۲) چگالی پلیمر (۱) بیشتر از پلیمر (۲) است.
 (۴) استحکام پلیمر (۲) بیشتر از پلیمر (۱) است.

- (۱) از پلیمر شکل (۱) در ساخت دبه‌های آب استفاده می‌شود.
 (۳) نیروی بین مولکولی در پلیمر (۱) کمتر از پلیمر (۲) است.

۹۲ عبارت همه گزینه‌ها درست‌اند به جز

- (۱) از الکل دو عاملی اتیلن گلیکول می‌توان در ساخت انواع پلی‌استرها استفاده کرد.
 (۲) صابون‌های جامد، نمک سدیم یا پتاسیم اسیدهای چرب هستند و در آب و روغن حل می‌شوند.
 (۳) مخلوط آب، صابون و روغن، یک کلوئید ایجاد می‌کنند که پایدار بوده و ظاهری کدر، دارد.
 (۴) ارتفاع کف در محلول آب و صابون با غلظت یون‌های کلسیم و منیزیم موجود در آن رابطه معکوس دارد.

۹۳ عبارت کدام گزینه در مورد ترکیب روبه‌رو درست است؟



- ۱ با آب سخت به خوبی واکنش می‌دهد.
- ۲ قدرت پاک‌کنندگی بیش‌تری نسبت به پاک‌کننده‌های خورنده دارند.
- ۳ به‌طور طبیعی از واکنش روغن‌های گیاهی یا جانوری با سدیم هیدروکسید به‌دست می‌آید.
- ۴ برهم‌کنش آن با ذره‌های آلودگی از نوع برهم‌کنش‌های بین‌ذره‌ای است.

۹۴ باتوجه به شکل زیر، x و y به‌ترتیب از راست به چپ کدام‌اند؟ (حجم محلول را 400 میلی‌لیتر در نظر بگیرید.)
($K = 39, N = 14, O = 16, H = 1 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$)



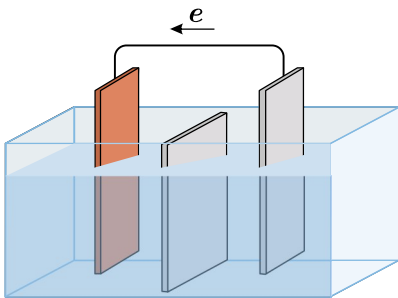
آب خالص $x \text{ g KOH}$ $y \text{ g HNO}_3$

- ۱ $5,04 \times 10^{-3} - 0,224$
- ۲ $5,04 \times 10^{-4} - 0,224$
- ۳ $5,04 \times 10^{-4} - 2,24$
- ۴ $5,04 \times 10^{-3} - 2,24$

۹۵ برای خنثی کردن 100 میلی‌لیتر محلول اسید ضعیف HA با $pH = 4,4$ و ثابت یونش $1,6 \times 10^{-4}$ به چند میلی‌لیتر محلول باریوم هیدروکسید با $pH = 9,5$ لازم است؟

- ۱ $16,7$
- ۲ $166,7$
- ۳ $33,3$
- ۴ $66,7$

۹۶ با توجه به شکل مقابل که سلول الکتروشیمیایی مس - نقره را نشان می‌دهد، کدام گزینه درست است؟
($Ag = 108, Cu = 64 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

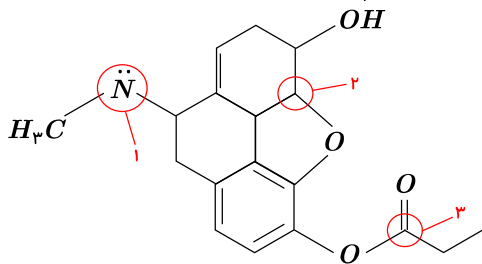


- ۱ با گذشت زمان از جرم تیغه سمت چپ کاسته می‌شود.
- ۲ در ازای کاهش 8 گرم از جرم تیغه آند، $2,7$ گرم به جرم تیغه کاتد افزوده می‌شود.
- ۳ در این سلول واکنش در جهت خودبه‌خودی پیشرفت کرده و دمای محلول کاهش می‌یابد.
- ۴ جهت حرکت آنیون در جهت حرکت الکترون‌ها از نیم‌سلول کاتدی به نیم‌سلول آندی است.

۹۷ در مورد واکنش سوختن منیزیم در حضور مقدار کافی گاز اکسیژن، عبارت کدام گزینه درست است؟

- ۱ مجموع ضرایب استوکیومتری گونه‌های شرکت‌کننده در واکنش برابر 4 است.
- ۲ طی واکنش هر اتم منیزیم با از دست دادن دو الکترون و هر مولکول اکسیژن با دریافت 4 الکترون به پایداری می‌رسند.
- ۳ در گذشته از نور سفید حاصل از این واکنش در عکاسی به‌عنوان منبع انرژی استفاده می‌شد.
- ۴ واکنش از نوع اکسایش - کاهش است و طی واکنش اتم‌های اکسیژن و اتم‌های منیزیم کاهش می‌یابند.

۹۸ عدد اکسایش اتم‌هایی که با شماره‌های (۱)، (۲) و (۳) نمایش داده شده‌اند، به ترتیب از راست به چپ کدام است؟



- ۱) $(+3) - (-3) - \text{صفر}$
 ۲) $(-1) - (+2) - (+3)$
 ۳) $(-3) - \text{صفر} - (+3)$
 ۴) $(-3) - (-2) - (+1)$

۹۹ آنتالپی فروپاشی شبکه برای کدام ترکیب یونی بیشتر است؟

- ۱) AlF_3
 ۲) MgO
 ۳) Na_2O
 ۴) LiF

۱۰۰ چه تعداد از عبارتهای زیر درست هستند؟

- الف) شمار اتم‌های موجود در سدیم سیلیکات، ۱٫۸ برابر شمار یون‌های موجود در آن است.
 ب) سه مولکول CO_2 ، SO_3 و CH_2Cl_2 از نظر جهت‌گیری در میدان الکتریکی یکسان هستند.
 پ) در ساختار یک جامد کووالانسی، میان همه اتم‌ها پیوند از نوع اشتراکی وجود دارد.
 ت) آنتالپی پیوند $Si - O$ از $C - C$ بیشتر است؛ از این رو نقطه ذوب سیلیس بالاتر از الماس است.

- ۱) ۳
 ۲) ۲
 ۳) ۴
 ۴) ۱



انتشارات خوشخوان

خوشخوان



انتشارات خوشخوان

خوشخوان

آزمون ۱۱ - جامع - دوازدهم ریاضی

دفترچه پاسخ

چینش ۱

۷۰۲۰۳۳۳



پاسخنامه تشریحی

کسر اول را بازنویسی می‌کنیم: 1 2 3 4 5

$$\frac{1}{\sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{4} + 2} = \frac{1}{\sqrt[3]{2}(1 - \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4})} \times \frac{1 + \sqrt[3]{2}}{1 + \sqrt[3]{2}}$$

$$= \frac{1 + \sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2}(1 + \sqrt[3]{2})} = \frac{1 + \sqrt[3]{2}}{3\sqrt[3]{2}}$$

پس:

$$A = \frac{1 + \sqrt[3]{2}}{3\sqrt[3]{2}} - \frac{\sqrt[3]{4}}{6} = \frac{2 + 2\sqrt[3]{2} - 2}{6\sqrt[3]{2}} = \frac{2\sqrt[3]{2}}{6\sqrt[3]{2}} = \frac{1}{3} \in \mathbb{Q}$$

بنابراین A^3 گویا است.

راه اول: در هر دنباله $a_n = S_n - S_{n-1}$: 1 2 3 4 5

$$a_4 - a_3 = (S_4 - S_3) - (S_3 - S_2) = S_4 - 2S_3 + S_2$$

$$= (3^4 - 3) - 2(3^3 - 3) + (3^2 - 3)$$

$$= 240 - 156 + 24 = 108$$

راه دوم: $a_1 = S_1 = 3^2 - 3 = 6$ و

$$S_4 = 3^4 - 3 = 24 \Rightarrow a_1 + a_4 = 24 \Rightarrow a_4 = 24 - 6 = 18$$

دنباله هندسی است؛ پس $q = \frac{18}{6} = 3$ می‌دانیم جمله عمومی دنباله به صورت $a_n = a_1 q^{n-1}$ است؛ پس:

$$a_4 - a_3 = aq^3 - aq^2 = aq^2(q - 1) = 6 \times 3^2(3 - 1) = 108$$

1 2 3 4 5

$$y = (f(\sqrt{x}))^2 + af(x) = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + a\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)$$

$$= \left(x^2 + \frac{1}{x^2} + 2\right) + a\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)$$

واضح است که تنها اگر $a = -1$ ، تابع f به یک تابع ثابت $(f(x) = 2)$ تبدیل می‌شود.

یک تابع دو ضابطه‌ای، یک‌به‌یک است، هرگاه اولاً هر یک از ضابطه‌ها در دامنه خود یک‌به‌یک باشند و ثانیاً اشتراک برد آنها تهی باشد. هر یک از ضابطه‌های این تابع اکیداً نزولی و در نتیجه یک‌به‌یک است. 1 2 3 4 5

در تابع $y_1 = 2 - 4\sqrt{x}$ داریم:

$$x \geq 1 \Rightarrow y_1 \leq y_1(1) \Rightarrow R_1 = (-\infty, -2]$$

و در تابع $y_2 = 4a - 2x$ داریم:

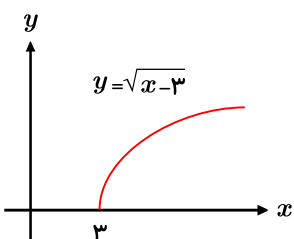
$$x < 0 \Rightarrow y_2 > y_2(0) \Rightarrow R_2 = (4a, +\infty)$$

باید $R_1 \cap R_2 = \emptyset$ پس:

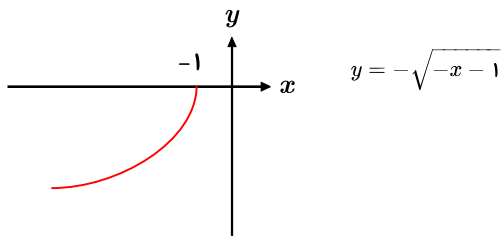
$$4a \geq -2 \Rightarrow a \geq -\frac{1}{2}$$

ابتدا نمودار $y = \sqrt{x-3}$ را رسم می‌کنیم: 1 2 3 4 5

آزمون ۱۱ - جامع - دوازدهم ریاضی

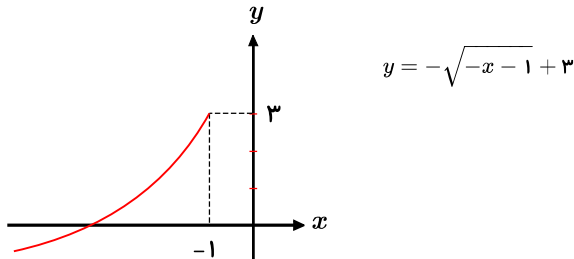


نمودار $y = \sqrt{x-3}$ را دو واحد به چپ منتقل می‌کنیم:



$$y = -\sqrt{-x-1}$$

و در نهایت آن را سه واحد به بالا منتقل می‌کنیم تا نمودار داده‌شده حاصل شود:



$$y = -\sqrt{-x-1} + 3$$

حال باید محل تلاقی نمودار حاصل را با محور x بیابیم:

$$3 - \sqrt{-x-1} = 0 \Rightarrow \sqrt{-x-1} = 3 \Rightarrow -x-1 = 9 \Rightarrow x = -10$$

پس در معادله صدق می‌کند: ۱ ۲ ۳ ۴ ۶

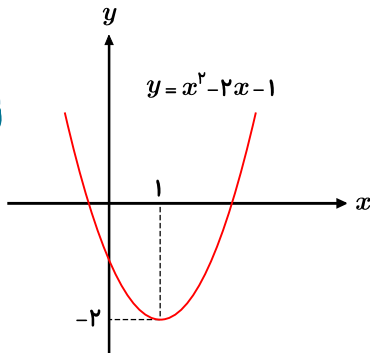
$$\alpha^x - \gamma\alpha + 3 = 0 \Rightarrow \alpha^x = \gamma\alpha - 3$$

بنابراین عبارت مطلوب برابر است با:

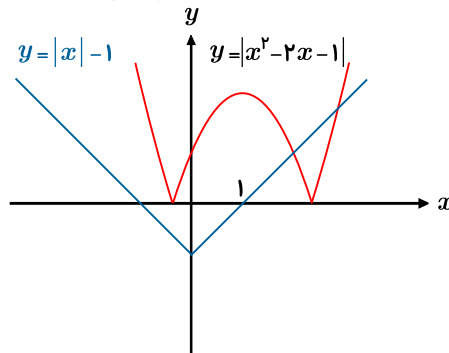
$$(\gamma\alpha - 3) + \gamma\beta = \gamma(\alpha + \beta) - 3 = \gamma(\gamma) - 3 = 46$$

یادآوری: در معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ مجموع ریشه‌ها برابر $-\frac{b}{a}$ است.

با توجه به شکل واضح است که مجموعه جواب نامعادله شامل $x < 1$ نیست؛ پس می‌توان نوشت: ۱ ۲ ۳ ۴ ۷



$$y = x^2 - 2x - 1$$



$$y = |x^2 - 2x - 1|$$

$$|x^2 - 2x - 1| < x - 1 \Rightarrow -x + 1 < x^2 - 2x - 1 < x - 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 - x - 2 > 0 \Rightarrow (x+1)(x-2) > 0 \Rightarrow x < -1 \text{ یا } x > 2 \\ x^2 - 3x < 0 \Rightarrow 0 < x < 3 \end{cases}$$

$$\stackrel{x \geq 1}{\Rightarrow} 2 < x < 3$$

پس $a = 2$ و $b = 3$ و در نتیجه $b - a = 1$.

اگر انرژی آزاد شده در یک زلزله $6,2$ و $5,8$ ریشتری را E_1 و E_2 بنامیم، داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۸

$$\begin{cases} \log E_1 = 11,8 + 1,5(6,2) \\ \log E_2 = 11,8 + 1,5(5,8) \end{cases} \Rightarrow \log E_1 - \log E_2 = 0,6$$

$$\log \frac{E_1}{E_2} = 0,6 \Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = 10^{0,6}$$

پس $k = 0,6$.

ابتدا دقت کنید که: ۱ ۲ ۳ ۴ ۹

$$\tan x + \cot x = \frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin x \cos x} \times \frac{2}{2} = \frac{2}{\sin 2x}$$

$$\begin{aligned} \sin x + \cos x &= \sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \sin x + \frac{\sqrt{2}}{2} \cos x \right) \\ &= \sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} \sin x + \sin \frac{\pi}{4} \cos x \right) \\ &= \sqrt{2} \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right) \end{aligned}$$



$$2 \cos^2 \left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 1 + \cos(2x - \frac{\pi}{2}) = 1 + \sin 2x$$

حال معادله را بازنویسی و حل می‌کنیم:

$$\sin 6x + \sin 2x = 1 + \sin 2x \Rightarrow \sin 6x = 1 \Rightarrow 6x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{12} = \frac{(4k+1)\pi}{12}$$

فاصله $[\frac{\pi}{4}, 0]$ یک دوره تناوب است. پس: **۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱**

$$\frac{\pi}{4} = \frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow |b| = 8$$

از آنجایی که در همسایگی راست $x = 0$ تابع سینوس صعودی است در حالی که در شکل داده شده نزولی است پس باید یک و فقط یکی از اعداد a یا b منفی باشد. از طرفی مینیمم برابر $|a| - 1$ است.

$$1 - |a| = -3 \Rightarrow |a| = 4$$

پس $|a| = 4$ و $|b| = 8$ است و چون فقط یکی از این دو عدد منفی است پس $ab = -32$ است.

مسئله ابهام $\frac{0}{0}$ دارد. **۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲**

$$\text{حد} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \sqrt{\cos 2x}}{x^2} \times \frac{\cos x + \sqrt{\cos 2x}}{\cos x + \sqrt{\cos 2x}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 x - \cos 2x}{x^2(2)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 x - (2\cos^2 x - 1)}{2x^2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 x}{2x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{2x^2} = \frac{1}{2} \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{x}\right)^2 = \frac{1}{2}$$

توابع $2x$ و $|2x|$ در $x = 2$ پیوسته‌اند؛ در صورتی که تابع $[2x]$ در $x = 2$ ناپیوسته است؛ پس تفاضل این دو در $x = 2$ حتماً ناپیوسته است؛ بنابراین گزینه‌های «۱» و «۴» حتماً نادرست‌اند. باید دو گزینه دیگر را بررسی کنیم. در گزینه «۲» داریم:

$$y = [x] - [2x] \Rightarrow \begin{cases} y(2) = 2 - 4 = -2 \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} y = 2 - 4 = -2 \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} y = 1 - 3 = -2 \end{cases}$$

پس این تابع در $x = 2$ پیوسته است. گزینه «۳» را خودتان بررسی کنید.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴

$y = 2$ مجانب افقی تابع $f(3x)$ است؛ پس:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(3x) = \lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = 2$$

خط $x = 3$ مجانب قائم $f(3x)$ است؛ پس:

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(3x) = \lim_{x \rightarrow 9} f(t) = \infty$$

بنابراین:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3}{2} f(2x+1) = \lim_{u \rightarrow \infty} \frac{3}{2} f(u) = \frac{3}{2} \times 2 = 3$$

پس $y = 4$ مجانب افقی تابع است. به همین ترتیب برای یافتن مجانب قائم باید:

$$2x + 1 = 9 \Rightarrow x = 4$$

پس $x = 4$ مجانب قائم است. این دو در نقطه $(4, 3)$ متقاطع‌اند و فاصله آنها تا مبدأ برابر است با:

$$\sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$$

شیب نیم‌مماس‌های چپ و راست تابع f در $x = 1$ برابر $m_1 = f'_-(1)$ و $m_2 = f'_+(1)$ است. اگر این دو نیم‌مماس بر هم عمود باشند، داریم $m_1 m_2 = -1$. مشتق‌های چپ و راست تابع را در $x = 1$ می‌یابیم:

$$f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(a(x-1)[x] + x^2) - 1}{x-1} \\ = \lim_{x \rightarrow 1^+} (a[1^+] + (x+1)) = a+2$$

$$f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(a(x-1)[x] + x^2) - 1}{x-1} \\ = \lim_{x \rightarrow 1^-} (a[1^-] + (x+1)) = 2$$

بنابراین:

$$m_1 m_2 = 2(a+2) = -1 \Rightarrow a+2 = -\frac{1}{2} \Rightarrow a = -2,5$$

از دو طرف رابطه داده شده مشتق می‌گیریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶

$$f(x) = 2x + g^r(x) \Rightarrow f'(x) = 2 + 3g^r(x)g'(x) \quad (*)$$

$$\Rightarrow f'(1) = 2 + 3g^r(1)g'(1)$$

$$\Rightarrow 2 = 2 + 3 \times 1 \times g'(1) \Rightarrow g'(1) = 0$$

از دو طرف رابطه (*) دوباره مشتق می‌گیریم:

$$f''(x) = 3(2g(x)g'(x))^r + g^r(x)g''(x)$$

$$\stackrel{x=1}{\Rightarrow} f''(1) = 3(2 \times 1 \times 0 + 1g''(1)) \Rightarrow \frac{f''(1)}{g''(1)} = 3$$

ابتدا نقطه اکسترمم تابع $f(x)$ را می‌یابیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷

$$f(x) = \frac{x+3}{\sqrt[4]{x}} = x^{\frac{3}{4}} + 3x^{-\frac{1}{4}}$$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{3}{4}x^{-\frac{1}{4}} - \frac{3}{4}x^{-\frac{5}{4}} = \frac{3}{4}x^{-\frac{5}{4}}(x-1) = 0$$

$x = 1$ تنها نقطه بحرانی و اکسترمم نسبی تابع است. اگر این نقطه یک واحد به چپ منتقل شود روی محور y ها قرار می‌گیرد؛ پس باید $a = 1$ باشد.

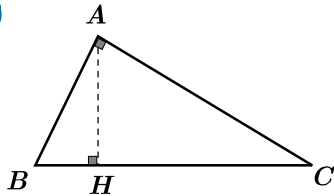
باید دستگاه نامعادلات $\begin{cases} y' < 0 \\ y'' < 0 \end{cases}$ را حل کنیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸

$$y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y' = x^2 - 2x - 3 < 0 \Rightarrow (x+1)(x-3) < 0 \Rightarrow -1 < x < 3 \\ y'' = 2x - 2 < 0 \Rightarrow x < 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow -1 < x < 1$$

در مثلث قائم‌الزاویه مقابل داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹



$$\frac{AB^r = BH \times BC}{AC^r = CH \times BC} \Rightarrow \frac{AB^r \times CH}{AC^r \times BH} = \frac{BH \times BC \times CH}{CH \times BC \times BH} = 1$$

می‌دانیم که اگر G محل هم‌رسی میانه‌ها باشد، داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰

$$S_{\triangle GMC} = \frac{1}{6} S_{\triangle ABC}$$

از طرفی محل هم‌رسی میانه‌ها، هر میانه را به نسبت جزء به کل ۱ به ۳ تقسیم می‌کند. داریم:

$$\frac{GM}{AM} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{AG}{AM} = \frac{2}{3}, \quad PG \parallel BM$$

$$\Rightarrow \frac{PG}{BM} = \frac{AG}{AM} = \frac{2}{3}$$

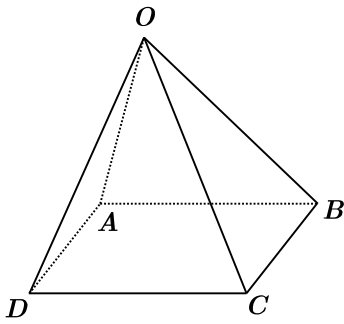
$$\triangle APG \sim \triangle ABM \Rightarrow \frac{S_{\triangle APG}}{S_{\triangle ABM}} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}, \quad S_{\triangle ABM} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC}$$

$$\Rightarrow S_{\triangle APG} = \frac{4}{9} S_{\triangle ABM} = \frac{4}{9} \times \frac{1}{2} S_{\triangle ABC} = \frac{2}{9} S_{\triangle ABC}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\triangle APG}}{S_{\triangle GMC}} = \frac{\frac{2}{9} S_{\triangle ABC}}{\frac{1}{6} S_{\triangle ABC}} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱

هر یال مانند OA یا OB یا OC یا OD که صفحه $ABCD$ را قطع می‌کند، با دو یال از $ABCD$ متنافر می‌باشد (مثلاً با OA با BC و CD متنافر است). هر ضلع $ABCD$ با دو یال از بین یال‌های OA و OB و OC و OD متنافر است. با حذف حالت‌های تکراری، مجموعاً ۸ جفت یال متنافر می‌توان یافت.



طبق روابط طولی در دایره داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۲

$$CA^2 = CM \times CB$$

$$\Rightarrow (2\sqrt{6})^2 = CM \times (CM + 5) \Rightarrow 24 = CM^2 + 5CM$$

$$\Rightarrow CM^2 + 5CM - 24 = 0 \Rightarrow (CM - 3)(CM + 8) = 0$$

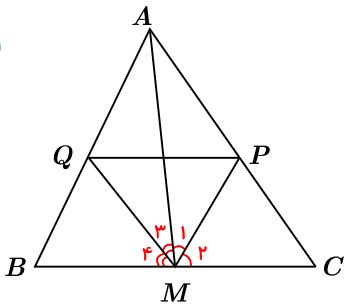
$$\Rightarrow CM = 3, \quad CM = -8 \text{ غیق}$$

$$\widehat{MAC} = \widehat{AM} = \frac{AM}{2}, \quad \widehat{B} = \widehat{AM} = \frac{AM}{2}$$

$$\Rightarrow \widehat{MAC} = \widehat{B}, \quad \widehat{C} \text{ مشترک} \Rightarrow \triangle AMC \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{3}{2\sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{6}}{8} = \frac{2}{AB}$$

$$\Rightarrow AB = \frac{8}{\sqrt{6}} = \frac{8\sqrt{6}}{6} = \frac{4}{3}\sqrt{6}$$

مطابق شکل داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۳



$$\begin{cases} AM = BC \\ M_1 = M_2 \Rightarrow \frac{AP}{PC} = \frac{AM}{MC} = \frac{AM}{\frac{AM}{2}} = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{AP}{PC} = 2 \Rightarrow \frac{AP}{AC} = \frac{2}{3} \quad (1)$$

$$\widehat{M_1} = \widehat{M_2} \Rightarrow \frac{AQ}{QB} = \frac{AM}{MB} = \frac{AM}{\frac{AM}{2}} = 2 \Rightarrow \frac{AQ}{BQ} = 2$$

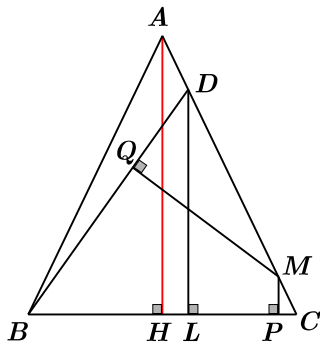
$$\Rightarrow \frac{AQ}{AB} = \frac{2}{3} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow PQ \parallel CB \text{ عکس تالس و}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\triangle APQ}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{AP}{AC}\right)^2 = \left(\frac{AQ}{AB}\right)^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

$$\Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{9}{4} S_{\triangle APQ}$$

مطابق شکل داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۴



$$\begin{aligned}
 AB = AC &= \sqrt{20} \\
 BH = CH &= 2 \\
 AH^2 &= AC^2 - CH^2 = 20 - 4 \\
 \Rightarrow AH &= 4
 \end{aligned}$$

می‌دانیم که مجموع فواصل M از ساق‌های BD و BC برابر است با ارتفاع وارد بر ساق‌ها. پس:

$$MP + MQ = DL$$

دو مثلث ABC و BDC متشابه‌اند:

$$\frac{DC}{BC} = \frac{BC}{AC} \Rightarrow \frac{DC}{4} = \frac{4}{\sqrt{20}} \Rightarrow DC = \frac{16}{\sqrt{20}}$$

$$\triangle AHC : DL \parallel AH \Rightarrow \frac{DL}{AH} = \frac{CD}{4} = \frac{\frac{16}{\sqrt{20}}}{4}$$

$$DL = \frac{16}{20} \times 4 = \frac{16}{5} = 3,2$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۵

$$2A - A^2 = 4I \Rightarrow 2A - A^2 - 4I = 0 \Rightarrow A^2 - 2A + 4I = 0$$

دو طرف را در $(A + 2I)$ در ضرب می‌کنیم:

$$\Rightarrow (A + 2I)(A^2 - 2A + 4I) = 0 \Rightarrow A^3 + 4I = 0 \Rightarrow A^3 = -4I$$

$$\Rightarrow |A|^3 = |-4I| = 64 \Rightarrow |A| = 4$$

$$\Rightarrow A^6 = A^3 \times A^3 = -4I \times (-4I) = 16I$$

از طرفی داریم:

$$2A - A^2 = 4I \Rightarrow \frac{1}{4}A(2I - A) = I \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{4}A(2I - A)$$

$$\Rightarrow A^6 - 128A^{-1} = 64I - \frac{128}{4}(2I - A)$$

$$= 64I - 64I + 32A = 32A$$

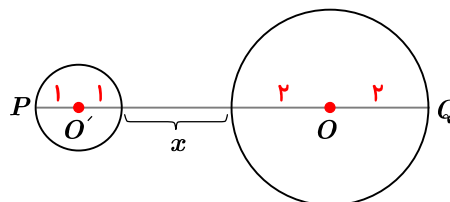
$$\Rightarrow |A^6 - 128A^{-1}| = |32A| = 32^2 |A| = 32^2 \times 4 = 2^{10} \times 2^2 = 2^{12}$$

ابتدا مرکز و شعاع هر دو دایره را به دست می‌آوریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۶

$$\begin{cases}
 x^2 + y^2 - 2x + 6y + 6 = 0 \Rightarrow (x-1)^2 + (y+3)^2 = 4 \\
 \Rightarrow O(1, -3), R=2 \\
 x^2 + y^2 + 8x - 18y + 96 = 0 \Rightarrow (x+4)^2 + (y-9)^2 = 1 \\
 \Rightarrow O'(-4, 9), R'=1
 \end{cases}$$

$$OO' = \sqrt{(1 - (-4))^2 + (9 - (-3))^2} = 13, R + R' = 3$$

$\Rightarrow OO' > R + R'$ دو دایره متخارج‌اند

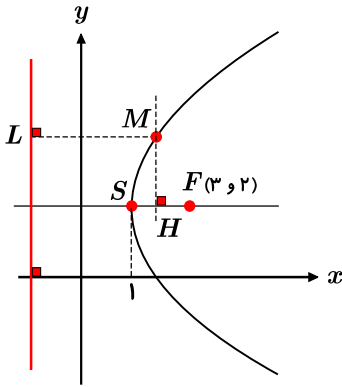


بنابراین طول پاره‌خط x برابر قطر دایره مماس است.

$$x = OO' - (1 + 2) = 13 - 3 = 10$$

دایره‌ای به قطر $x = 10$ کوچک‌ترین دایره مماس خارج با دو دایره دیگر می‌باشد.

$$S = \pi \left(\frac{x}{2}\right)^2 = \frac{\pi x^2}{4} = \frac{\pi \times 100}{4} = 25\pi$$



$$y^2 - 4y - 8x + 12 = 0$$

$$\rightarrow (y - 2)^2 = 8(x - 1)$$

$$\rightarrow \text{رأس سهمی } S(1, 2)$$

$$4a = 8 \Rightarrow a = 2$$

M از S و F به یک فاصله است پس روی عمود منصف SF قرار دارد. داریم: ($\widehat{H} = 90^\circ$ و SF وسط H)

$$H \left| \begin{array}{l} 2 \\ 2 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \text{معادله } MH: x = 2$$

محل تقاطع $x = 2$ و معادله سهمی، نقطه M می‌باشد. داریم:

$$x = 2 \Rightarrow (y - 2)^2 = 8(2 - 1) = 8 \Rightarrow y - 2 = \pm\sqrt{8}$$

$$y = 2 \pm \sqrt{8} \Rightarrow M \left(\begin{array}{l} 2 \\ 2 + 2\sqrt{2} \end{array} \right)$$

$$\text{معادله خط هادی} = x = -1$$

$$ML = 2 + 1 = 3$$

فاصله M از خط هادی برابر است با:

می‌دانیم که حجم متوازی‌السطوح ساخته شده با سه بردار \vec{a} و \vec{b} و \vec{c} برابر است با: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۸

$$|\vec{V}| = |\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})| = |\vec{b} \cdot (\vec{c} \times \vec{a})| = |\vec{c} \cdot (\vec{a} \times \vec{b})|$$

برای سه بردار $2\vec{a}$ و $2\vec{b}$ و \vec{c} داریم:

$$|\vec{V}_1| = |2\vec{a} \cdot (2\vec{b} \times \vec{c})| = 4|\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})| = 4|\vec{V}|$$

$$\Rightarrow |\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})| = 3 \quad (1)$$

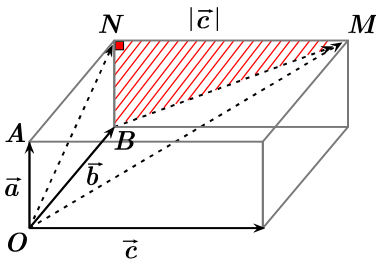
حجم متوازی‌السطوح ساخته شده با سه بردار $(\vec{a} + \vec{c})$ و \vec{b} و $(\vec{a} - \vec{c})$ برابر است با:

$$|\vec{V}_2| = |\vec{b} \cdot ((\vec{a} + \vec{c}) \times (\vec{a} - \vec{c}))|$$

$$= |\vec{b} \cdot (\underbrace{\vec{a} \times \vec{a}}_0 - \vec{a} \times \vec{c} + \vec{c} \times \vec{a} - \underbrace{\vec{c} \times \vec{c}}_0)|$$

$$|\vec{V}_2| = |2(\vec{b} \cdot (\vec{c} \times \vec{a}))| = 2|(\vec{b} \cdot (\vec{c} \times \vec{a}))| \xrightarrow{(1)} 2 \times 3 = 6$$

مطابق شکل سه بردار دو به دو عمود بر هم تشکیل مکعب مستطیل می‌دهند. داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۹



$$\vec{OM} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}, \quad \vec{ON} = \vec{a} + \vec{b}$$

بنابراین شکل حاصل از سه بردار \vec{OM} و \vec{ON} و \vec{OB} هرمی به قاعده مثلث BMN و ارتفاع OB می‌باشد. داریم:

$$V = \frac{1}{3} \times |\vec{b}| \times \frac{|\vec{BN}| \times |\vec{c}|}{2} = \frac{1}{3} \times 2 \times \frac{1 \times 3}{2} = 1$$

اگر $p \Rightarrow q$ نادرست باشد، باید p درست و q نادرست باشد. چون q نادرست است پس $q \wedge r$ قطعاً نادرست است و r می‌تواند هر ارزشی داشته باشد. بنابراین $r \vee q$ و $p \Rightarrow r$ می‌توانند نادرست هم باشند ولی گزاره $r \vee p$ همواره درست است، زیرا p گزاره‌ای درست است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۰

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C) \subseteq B$$

$$\Rightarrow A \cap C \subseteq B \Rightarrow (A \cap C - B) = \emptyset$$

تعداد زیرمجموعه $B - (A \cap C)$ برابر $2^0 = 1$ است.

می‌توانید از نمودار ون نیز استفاده کنید.

$$n(S) = \binom{9}{4} \text{ می‌دانیم } \boxed{1} \quad \boxed{2} \quad \boxed{3} \quad \boxed{4} \quad \boxed{32}$$

تعداد اعضای پیشامد A را چنین پیدا می‌کنیم: اعداد ۸ و ۳ حتماً انتخاب شده‌اند پس ما باید از بین اعداد ۴، ۵، ۶ و ۷ عدد را انتخاب کنیم. پس:

$$n(A) = \binom{4}{2}$$

در نتیجه:

$$P(A) = \frac{\binom{4}{2}}{\binom{9}{4}} = \frac{6}{\frac{6 \times 7 \times 8 \times 9}{4!}} = \frac{1}{21}$$

از آنجا که نتایج مسابقات مستقل هستند داریم: $\boxed{1} \quad \boxed{2} \quad \boxed{3} \quad \boxed{4} \quad \boxed{33}$

$$P(\text{حداقل ۲ برد}) = P(\text{دقیقاً ۲ برد}) + P(\text{دقیقاً ۳ برد})$$

$$= \left(\frac{5}{6} \times \frac{6}{10} \times \frac{3}{10} + \frac{5}{10} \times \frac{4}{10} \times \frac{7}{10} + \frac{5}{10} \times \frac{6}{10} \times \frac{7}{10} \right) + \left(\frac{5}{10} \times \frac{6}{10} \times \frac{7}{10} \right)$$

$$= \frac{650}{1000} = 0.65$$

ابتدا اعداد را مرتب می‌کنیم: $\boxed{1} \quad \boxed{2} \quad \boxed{3} \quad \boxed{4} \quad \boxed{34}$

$$17, 23, 29, 35, 41, 47, 53$$

$$\text{مجموعه پارامتر } \mu = \frac{17 + 23 + 29 + 35 + 41 + 47 + 53}{7}$$

$$= \frac{(17 + 53) \times 7}{2} = \frac{70}{2} = 35$$

تعداد کل نمونه‌های ۲ عضوی برابر است با:

$$\binom{7}{2} = \frac{7 \times 6}{2} = 21$$

نمونه‌های ۲ عضوی که میانگین را ۳۵ برآورد می‌کنند دارای مجموع $35 \times 2 = 70$ هستند که این نمونه‌ها عبارتند از $\{17, 53\}$ ، $\{23, 47\}$ و $\{29, 41\}$

$$P = \frac{3}{21} = \frac{1}{7}$$

نکته: در یک دنباله حسابی میانگین اعداد برابر است با $\frac{\text{عدد آخر} \times \text{عدد اول}}{2}$ ، تعداد نمونه‌های ۲ عضوی که میانگین را دقیق برآورد کنند برابر است با $\left\lfloor \frac{N}{2} \right\rfloor$ و N تعداد اعضای جامعه است و برابر است با:

$$\frac{\text{عدد اول} - \text{عدد آخر}}{\text{فاصله}} + 1$$

$\boxed{1} \quad \boxed{2} \quad \boxed{3} \quad \boxed{4} \quad \boxed{35}$

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow a^2 + b^2 + 2ab = a^2 + b^2$$

$$\Rightarrow 2ab = 0 \Rightarrow a = 0 \vee b = 0$$

یعنی حداقل یکی از اعداد a یا b صفر است.

$$a = 0 \Rightarrow \text{مقدار برای } b \text{ وجود دارد. } 53$$

$$b = 0 \Rightarrow \text{مقدار برای } a \text{ وجود دارد. } 53$$

جواب $a = b = 0$ را دو بار شمرده‌ایم پس:

$$? = 53 + 53 - 1 = 105$$

مهرماه ۳۰ روزه است و تنها دو روز از ایام هفته ۵ بار در آن تکرار می‌شوند، بنابراین ۳۰ مهرماه یکشنبه است. $\boxed{1} \quad \boxed{2} \quad \boxed{3} \quad \boxed{4} \quad \boxed{36}$

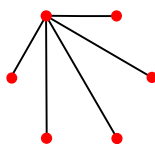
$$3 \times 30 + 22 = 112 \equiv 0 \pmod{22} \text{ بهمن تا } 30 \text{ مهر}$$

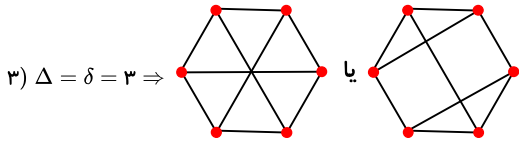
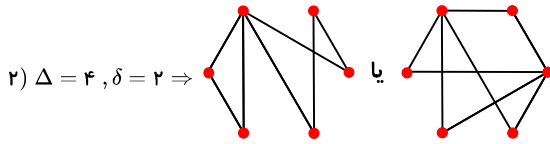
\leftarrow ۲۲ بهمن نیز یکشنبه است.

$\boxed{1} \quad \boxed{2} \quad \boxed{3} \quad \boxed{4} \quad \boxed{37}$

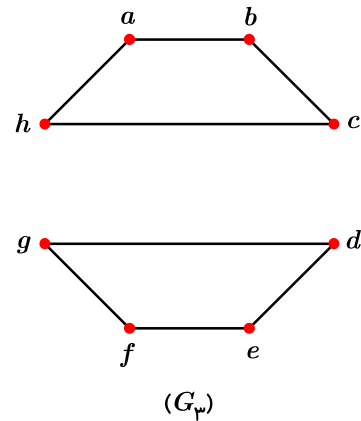
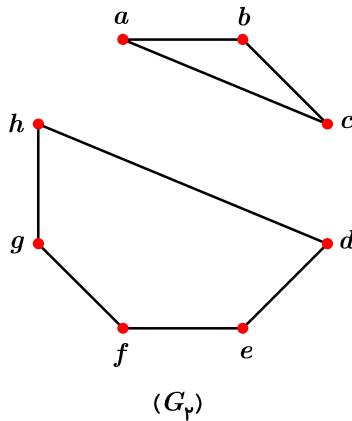
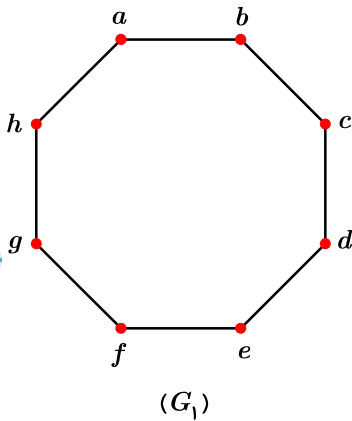
$$\delta + \Delta = 6$$

$$1) \Delta = 5, \delta = 1 \Rightarrow$$





سه نوع گراف ۲- منتظم از مرتبه ۸ به صورت زیر موجود است: ۱ ۲ ۳ ۴ ۳۸



در گراف‌های G_1 و G_p عدد احاطه‌گری برابر ۳ است زیرا در مجموعه $\{a, d, f\}$ و در G_m مجموعه $\{a, c, g, e\}$ احاطه‌گر مینیمم است. پس پاسخ برابر $7 = 4 + 3$ است

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۹

$$x_1 + x_p + x_m = 20$$

$$\begin{aligned} \text{تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی} &= \binom{20+3-1}{3-1} = \binom{22}{2} \\ &= \frac{22 \times 21}{2} = 11 \times 21 = 231 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_1 = x_p = 0, \quad x_m = 20 \\ x_1 = x_p = 1, \quad x_m = 18 \\ \vdots \\ x_1 = x_p = 10, \quad x_m = 0 \end{aligned}$$

در ۱۱ حالت فوق $x_1 = x_p$ است پس در $231 - 11 = 220$ حالت $x_1 \neq x_p$ است. در نصف حالات $x_p > x_1$ و در نصف دیگر $x_1 > x_p$ است، پس تعداد جواب‌ها برابر است با:

$$\frac{220}{2} = 110$$

در بدترین حالت ۸ مهره قرمز و ۵ مهره سبز و ۳ مهره سفید را خارج می‌کنیم و اگر ۲ مهره زرد هم خارج کنیم، هنوز شرایط سؤال برقرار نشده است. ولی به محض خروج مهره بعدی، ۳ مهره زرد هم خارج شده است. پس حداقل $8 + 5 + 3 + 3 = 19$ مهره باید خارج شود.

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۱

حجم کره با فرض تو پر بودن $V = \frac{4}{3}(\pi)(R^3) = \left(\frac{4}{3}\right)(\pi)(10)^3 = 4000\pi \text{ cm}^3$

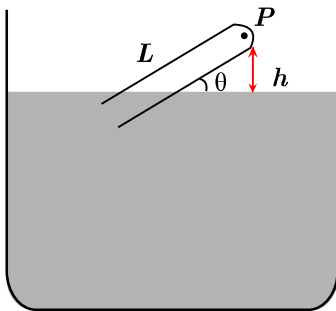
$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow 10 = \frac{32000}{V} \Rightarrow V = 3200 \text{ cm}^3$$

بنابراین حفره درون این کره حجمی معادل 800 cm^3 است.

$$\rho = \frac{m_1 + m_2}{v_1 + v_2}$$

$$\Rightarrow \rho = \frac{(800)(14) + (32000)}{4000} = \frac{144000}{4000} = 10.8$$

فشار انتهای لوله برابر است با: (۱) (۲) (۳) (۴) (۴۲)



$$P = \gamma \Delta - L \sin \theta$$

$$F = \rho g (\gamma \Delta - L \sin \theta) \times 10^{-2} \times A$$

$$F_A = 14 \times 10^2 \times 10 (\gamma \Delta - 100 \times 0.6) \times 10^{-2} \times 5 \times 10^{-2} = 10.5 N$$

$$F_B = 14 \times 10^2 \times 10 (\gamma \Delta - 100 \times 0.5) \times 10^{-2} \times 10 \times 10^{-2} = 35 N$$

$$F_A - F_B = 10.5 - 35 = -24.5 N$$

فشار در ارتفاع h برابر P_A و فشار در ارتفاع $10h$ برابر P_B است. (۱) (۲) (۳) (۴) (۴۳)

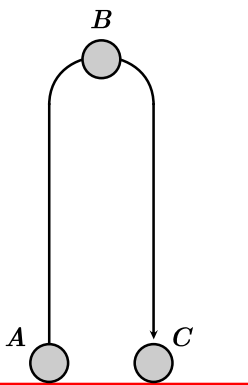
$$P_A = 0.25 P_B$$

$$\Rightarrow P_B = 4 P_A \Rightarrow P_0 + \rho g (10h) = 4(P_0 + \rho gh) \Rightarrow 6\rho gh = 3P_0$$

$$\rightarrow h = \frac{P_0}{2\rho g} = \frac{10^5}{2 \times 10^3 \times 10} = 5(m)$$

$$h_B - h_A = 10A - h = 9h = 9 \times 5 = 45m$$

در شکل روبه‌رو ابتدا بقای انرژی را بین A و B (رفت) و سپس برای B و C (برگشت) می‌نویسیم. (۱) (۲) (۳) (۴) (۴۴)



$$K_A = U_B + F_d \Rightarrow K_A - U_B = U_B - K_B$$

$$U_B = K_B + F_d$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m (V_A^2 + V_B^2) = 2mgh$$

$$\Rightarrow g = \frac{V_A^2 + V_B^2}{4g} = \frac{8^2 + 4^2}{4 \times 10} = 2(m)$$

برای آنکه آهنگ انتقال گرمای بین دو منبع تغییر نکند باید رابطه روبه‌رو برقرار باشد. (۱) (۲) (۳) (۴) (۴۵)

$$\left(\frac{\Delta L}{KA}\right) = \left(\frac{\Delta L}{KA}\right)_A + \left(\frac{\Delta L}{KA}\right)_B + \left(\frac{\Delta L}{KA}\right)_C$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta L}{K} = \frac{3L}{120} + \frac{L}{60} + \frac{L}{40} \Rightarrow \frac{\Delta L}{K} = \frac{5}{15} \Rightarrow K = 75 \left(\frac{w}{m \cdot k}\right)$$

توان گرمایی نسبت $\frac{Q}{t}$ است. در شکل زمان از دست دادن دما تا رسیدن به دمای صفر یکسان است. (۱) (۲) (۳) (۴) (۴۶)

$$P_1 = P_2$$

$$\Rightarrow \frac{Q_1}{t_1} = \frac{Q_2}{t_2} \Rightarrow Q_1 = Q_2$$

$$\Rightarrow m_A c_A (\theta - \theta_A) = m_B c_B (\theta - \theta_B)$$

$$\frac{m_B}{m_A} = \frac{c_A \theta_A}{c_B \theta_B} = \frac{1}{2} \times 3 = \frac{3}{2}$$

طبق قانون اول ترمودینامیک $\Delta U = Q + W$. تغییر انرژی درونی هر دو فرآیند برابر است. سطح زیر نمودار $P - V$ معادل کار مبادله شده است و هر دو فرآیند روی محیط کار انجام می‌دهند (چون گاز منبسط می‌شود)

$$\text{طبق } \Delta U = Q + W \text{ گرما در هر دو فرآیند مثبت است یعنی هر دو از محیط گرما دریافت می‌کنند. } (Q + W)_a = (Q + W)_b$$

چون مقدار W_a منفی‌تر از W_b است، خواهیم داشت:

$$W_a - W_b = Q_b - Q_a \Rightarrow Q_b < Q_a$$

از آنجایی که جسم به سمت بالا می‌رود در نتیجه F_E به سمت بالاست و بار منفی است یعنی E به سمت پایین است.

$$F_E - mg = ma \Rightarrow |q|E = m(10 + 4) = 14m$$

بار جسم پس از اضافه کردن $+3q$ به آن برابر می‌شود با:

$$q_2 = -q + 3q = +2q$$

بار مثبت شده، F_E در جهت E به سمت پایین است:

$$F_E + mg = ma_2 \Rightarrow |2q|E + mg = ma_2$$

$$\Rightarrow 12\lambda m + 10m = ma_2 \Rightarrow a_2 = 38 \frac{m}{s^2}$$

a_2 به سمت پایین است.

بین نقاط A و B هم‌چنین B و C رابطه پایستگی انرژی می‌نویسیم.

$$\Delta K + \Delta U = W_F$$

$$\left. \begin{array}{l} A, B : K_B - K_A - qEd = 0 \\ B, C : K_C - K_B - qEd = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow K_B - K_A = K_C - K_B$$

$$\Rightarrow 2K_B = K_A + K_C$$

$$\Rightarrow 2 \times \frac{1}{2} m V_B^2 = \frac{1}{2} m V_A^2 + \frac{1}{2} m V_C^2$$

$$\Rightarrow V_B^2 = \frac{V_A^2 + V_C^2}{2} = \frac{8^2 + 6^2}{2} = 50 \Rightarrow V_B = 5\sqrt{2} \frac{m}{s}$$

انرژی اولیه فازی U_1 و انرژی ثانویه آن U_2 است. برای کاهش انرژی باید بار خازن کاهش یابد بنابراین باید بار منفی از صفحه منفی برداشت کرد تا بر آن کم شود.

$$U_1 - U_2 = 2$$

$$\frac{q_1^2}{2C} = \frac{q_2^2}{2C} = 2 \Rightarrow \frac{10^2}{2 \times 9} - \frac{q_2^2}{2 \times 9} = 2$$

$$\Rightarrow \frac{q_2^2}{18} = \frac{50}{9} - 2 = \frac{32}{9} \Rightarrow q_2 = 8\mu C$$

$$\frac{\Delta q}{q_1} = \frac{8 - 10}{10} = -0.2 = -20\% \text{ درصد تغییر بار برداشته شده}$$

در حالی که کلید باز است، ابتدا R_e را به دست می‌آوریم:

$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{15 + 5} + \frac{1}{5} = \frac{1}{4} \Rightarrow I_T = \frac{\varepsilon}{R_e + r}, R_e = 4\Omega$$

$$I_T = \frac{25}{4 + 1} = 5A \Rightarrow V_T = \varepsilon - rI_T = 25 - 1 \times 5 = 20V$$

$$\Rightarrow I_1 = \frac{V_T}{5} = \frac{20}{5} = 4A$$

حال کلید را می‌بندیم $R = 15$ حذف می‌شود.

$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{5} + \frac{1}{5} \Rightarrow R_e = 2.5\Omega$$

$$I_T' = \frac{\varepsilon}{R_e + 1} = \frac{25}{2.5 + 1} = \frac{50}{3.5} (A) \rightarrow$$

I_2 بین دو مقاومت تقسیم می‌شود. جریان آمپر سنج نصف I_T است زیرا مقاومت‌ها مساوی هستند.

$$I_2 = \frac{I_T'}{2} = \frac{50}{3.5 \times 2} = \frac{25}{7} (A) \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{25}{28}$$

۵۲ با توجه به شکل $P_{max} = 6W$ است.

از طرفی توان مفید مولد از رابطه روبه‌رو به‌دست می‌آید.

$$P_{max} = \frac{\varepsilon^2}{4r} = 6 \Rightarrow \varepsilon^2 = 24r$$

$$P = \varepsilon I - rI^2 \xrightarrow{I = \frac{\varepsilon}{R+r}} P = \frac{R\varepsilon^2}{(R+r)^2}$$

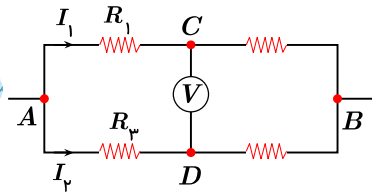
$$\Rightarrow \frac{R \times 24r}{(R+r)^2} = 6 \Rightarrow \frac{144}{25} = \frac{Rr}{(R+r)^2} = \frac{6}{25}$$

$$\Rightarrow 25Rr = 6R^2 + 6r^2 + 12Rr \Rightarrow 6R^2 - 13rR + 6r^2 = 0$$

$$\Rightarrow R = \frac{13r \pm \sqrt{169r^2 - 144r^2}}{2} = \frac{13r \pm 5r}{2} \Rightarrow \begin{cases} R_1 = 9r \\ R_2 = 4r \end{cases}$$

$$\Rightarrow R_1 - R_2 = 5r \Rightarrow \frac{R_1 - R_2}{r} = 5$$

۵۳ از ولت‌سنج جریانی عبور نمی‌کند و مانند کلید باز عمل می‌کند. بنابراین R_1 و R_2 و همچنین R_3 و R_4 متوالی می‌شوند.



$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_{34}} = \frac{1}{20} + \frac{1}{5} = \frac{1}{4} \Rightarrow R_e = 4\Omega$$

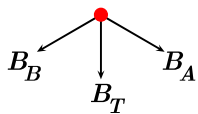
$$I_T = \frac{\varepsilon}{R_e + r} = \frac{24}{4+2} = 4A \Rightarrow V_T = \varepsilon - rI_T = 24 - 2 \times 4 = 16V$$

$$\begin{cases} I_1 = \frac{V_T}{R_{12}} = \frac{16}{20} = 0,8A \\ I_2 = \frac{V_T}{R_{34}} = \frac{16}{5} = 3,2A \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_A - V_C = R_1 I_1 = 16 \times 0,8 = 12,8V \\ V_A - V_D = R_2 I_2 = 1 \times 3,2 = 3,2V \end{cases}$$

$$\Rightarrow V_D - V_C = 12,8 - 3,2 = 9,6V$$

۵۴ در نقطه دلخواه مانند S خواهیم داشت:



درست در وسط سیم‌ها، این میدان حداکثر خواهد بود و با حرکت به طرف H دوبرتبه کاهش می‌یابد. دقت کنید که میدان برآیند در امتداد خط عمودمنصف بین دو سیم است.

۵۵ هنگامی که کلید بسته است بالای سیم‌لوله قطب S است و آهنربا به بالا دفع شده و فنر فشرده‌تر از حالتی خواهد بود که سیم‌لوله آهنربا را دفع نمی‌کند.

۵۶ وقتی حلقه عمود بر y قرار داشته باشد مطابق شکل فقط مولفه قائم میدان مغناطیسی از آن عبور می‌کند و باعث ایجاد شار می‌شود.

$$\phi = BA \cos \theta \Rightarrow \phi = (1000)(10^{-4})(50 \times 10^{-4}) = 5 \times 10^{-4} wb$$

$$\phi = 500 \mu wb$$

$$\vec{V} = \frac{\Delta X}{\Delta t} = \frac{-8 - 10}{6} = -3 \frac{m}{s}$$

$$\vec{V} = \frac{V_0 + V}{2} \Rightarrow V = -6 \frac{m}{s}$$

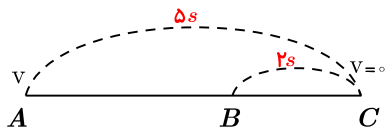
$$a = \frac{-6 - 0}{6} = -1 \frac{m}{s^2} \Rightarrow X = -\frac{t^2}{2} + 10 \Rightarrow X = 0 \Rightarrow t = \sqrt{20}$$

برای اینکه سرعت عبور از مبدأ را به‌دست آورید، در معادله سرعت $t = \sqrt{20}$ قرار می‌دهیم.



$$V = at + V_0 \Rightarrow V = -t \Rightarrow V_{t=\sqrt{r_0}} = -\sqrt{r_0} \frac{m}{s}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۸



$$\begin{cases} V_c = -at + V_B \Rightarrow V_B = 2a \\ V_c = -at + V_A \Rightarrow V_A = 5a \end{cases}$$

روش اول: استفاده از سرعت متوسط:

$$\frac{d_{BC}}{d_{AC}} = \frac{\bar{V}_{BC}(2)}{\bar{V}_{AC}(5)} = \frac{\left(\frac{V_B+0}{2}\right)(2)}{\left(\frac{V_A+0}{2}\right)(5)} \Rightarrow \frac{d_{BC}}{d_{AC}} = \frac{4a}{25a} = \frac{4}{25}$$

روش دوم: در این مسائل می‌توانیم مسأله را از آخر با فرض $V_C = 0$ حل کنیم یعنی به جای اینکه سرعت از V_B یا V_A به $V_C = 0$ برسد، از صفر به V_B یا V_A می‌رسد.

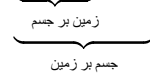
$$\begin{aligned} d_{CB} &= \frac{1}{2}a(2)^2 \\ d_{CA} &= \frac{1}{2}a(5)^2 \end{aligned} \Rightarrow \frac{d_{CB}}{d_{CA}} = \frac{2^2}{5^2} = \frac{4}{25}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۹

$$\begin{aligned} h &= y_{BC} = \left(\frac{V_B + V_C}{2}\right)(t) \\ \Rightarrow y_{BC} = h &= \left(\frac{1 + (1 + 10 \times 0.4)}{2}\right)(0.4) = 4m \\ \Rightarrow H = 4h &= 16m \\ -16 &= -\Delta t^2 \Rightarrow t^2 = \frac{16}{\Delta} \Rightarrow t = \frac{4\sqrt{\Delta}}{\Delta} \end{aligned}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۰

نادرستی عبارت «ب»: واکنش نیروی وزن، بر زمین وارد می‌شود.



نادرستی عبارت «پ»:

$$\Rightarrow \text{نیروی سطح} = \sqrt{f_s^2 + N^2} > mg$$

نادرستی عبارت «ت»: تکان دادن لباس خیس یا لباس خاکی بر اساس قانون اینرسی توجیه می‌شود.

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۱

آزمون ۱۱ - جامع - دوازدهم ریاضی

$$\begin{aligned} F_1 - \left(80 \times \frac{1}{2}\right) &= 8 \times 1 \Rightarrow F_1 = 48N \\ F_2 - \left(80 \times \frac{1}{2}\right) &= 8 \times \left(-\frac{1}{2}\right) \Rightarrow F_2 = 36N \\ \frac{\Delta f}{f_1} \times 100 &= \left(\frac{-12}{48}\right)(100) = -25\% \end{aligned}$$

بنابراین نیروی F باید ۱۲ نیوتن کاهش یابد.

یعنی ۲۵ درصد کاهش نیرو خواهیم داشت.

در حل مسائل ماهواره بهتر است، مبنای همه روابط رابطه $\frac{GMm}{r^2}$ قرار دهیم.

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۲

$$\frac{GM_m}{r^2} = Fg = ma_e = m \frac{V^2}{r} = mr\omega^2$$

$$= mr \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 = mr(2\pi f)^2$$

$$\frac{GM_m}{r^2} = \frac{mV^2}{r} \Rightarrow V = \sqrt{\frac{GM}{r}} \Rightarrow V = \sqrt{\frac{GM}{9 \times 10^6}}$$

$$r = (6400 + 2600)$$

در اینجا حاصل ضرب GM نیاز داریم. می‌توانیم از رابطه $\frac{GM}{r^2} = g$ مقدار GM را به دست آوریم:

$$GM = gr^2 = (10)(6400 \times 10^3)^2$$

$$\Rightarrow V = \sqrt{\frac{64^2 \times 10^{11}}{9 \times 10^6}} = \frac{6400}{3} \sqrt{10} \frac{m}{s} = 7680 \sqrt{10} \frac{km}{h}$$

لحظه‌های t_1 و t_2 اولین و دومین زمانی هستند که $x = 2 \text{ cm}$ می‌شود. (۱) (۲) (۳) (۴) (۶۳)

$$x = A \cos(\omega t) \Rightarrow 2 = 3 \cos(\omega t)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \omega t_1 = \frac{\pi}{3} \\ \omega t_2 = 2\pi - \frac{\pi}{3} \end{cases} \Rightarrow \omega(t_2 - t_1) = \frac{5\pi}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{5}{3} \omega = \frac{5\pi}{3} \Rightarrow \omega = \frac{4\pi}{5} = \frac{12 \text{ rad}}{5 \text{ s}}$$

$$\Rightarrow V_{max} = A\omega = \frac{4}{100} \times \frac{12}{5} = \frac{16}{125} \left(\frac{m}{s} \right) = 0,096 \frac{m}{s}$$

دامنه در محاسبه طول موج تأثیری ندارد. (۱) (۲) (۳) (۴) (۶۴)

$$V = \lambda f \Rightarrow \lambda = \frac{V}{f} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{V_2}{V_1} \times \frac{f_1}{f_2} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

(۱) (۲) (۳) (۴) (۶۵)

$$\beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow -12 = 10 \log \frac{I_2}{I_1}$$

$$\Rightarrow -4 \times 0,3 = \text{Log} \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow -4 \text{Log} 2 = \log \frac{I_2}{I_1}$$

$$\Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 2^{-4} \Rightarrow \left(\frac{A_2}{A_1} \times \frac{r_1}{r_2} \right)^2 = 2^{-4} \Rightarrow \frac{A_2}{A_1} \times \frac{r_1}{r_2} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{20}{r^2} = \frac{1}{4} \Rightarrow r_2 = 40 \text{ m}$$

I با مجذور دامنه (A^2) رابطه مستقیم و با مجذور فاصله تا منبع (r^2) رابطه عکس دارد.

فاصله نزدیک‌ترین شکم تا انتهای تار $\frac{\lambda}{4}$ است. (۱) (۲) (۳) (۴) (۶۶)

$$\frac{\lambda}{4} = 6 \Rightarrow \lambda = 24 \text{ cm}$$

$$V = \lambda f = 0,24 \times 150 = 36 \frac{m}{s}$$

تعداد گره ($n+1$) است یعنی: $n+1 = 4 \Rightarrow n = 3$

$$f = \frac{nV}{2L} = \frac{3 \times 36}{2 \times 1,8} = 36 \text{ Hz}$$

(۱) (۲) (۳) (۴) (۶۷)

$$\frac{hc}{\lambda_0} = W_0 \Rightarrow \frac{1240 (eV \cdot nm)}{\lambda_0} = 5 (eV) \Rightarrow \lambda_0 = 248 (nm)$$

حالت $n = 1$ را حالت پایه و بقیه حالت‌ها را حالت برانگیخته می‌نامیم. افزایش n طبق رابطه ریدبرگ ($E_n = \frac{-E_R}{n^2}$) انرژی افزایش می‌یابد. پس کمترین (۱) (۲) (۳) (۴) (۶۸)

انرژی الکترون در حالت $n = 1$ و کمترین انرژی حالت برانگیخته در حالت $n = p$ خواهد بود.

$$E_1 = \frac{-E_R}{(1)^2} = \frac{-E_R}{1}, E_p = \frac{-E_R}{(p)^2}$$

بنابراین انرژی از $\frac{-E_R}{4}$ به $-E_R$ می‌رسد یعنی $\frac{3}{4} E_R$ کاهش می‌یابد.

(۱) (۲) (۳) (۴) (۶۹)

$$E = \Delta M \cdot C^2 \Rightarrow (\Delta M)(3 \times 10^8)^2 = 900 \times 10^6$$

$$\Rightarrow \Delta M = \frac{9 \times 10^8}{9 \times 10^{16}} = 10^{-8} kg = 10^{-5} g = 10 \mu g$$

$$m = \frac{m_0}{\gamma^n} \Rightarrow (400 - 300) = \frac{400}{\gamma^n} \Rightarrow n = 2 = \frac{30}{T}$$

$$\Rightarrow T = 15$$

$$200 = \frac{400}{\gamma^n} \Rightarrow n = 1 = \frac{t'}{T} \Rightarrow t' = 15 (\text{روز})$$

دقت کنیم که در نمودار، محور قائم جرم متلاشی شده است. (۱) (۲) (۳) (۴) (۷۰)

$$m = \frac{m_0}{\gamma^n} \Rightarrow (400 - 300) = \frac{400}{\gamma^n} \Rightarrow n = 2 = \frac{30}{T}$$

$$\Rightarrow T = 15$$

$$200 = \frac{400}{\gamma^n} \Rightarrow n = 1 = \frac{t'}{T} \Rightarrow t' = 15 (\text{روز})$$

فراوان ترین عنصر در سیاره زمین و مشتری به ترتیب آهن و هیدروژن هستند. (۱) (۲) (۳) (۴) (۷۱)

پاسخ پرسش‌ها: (۱) (۲) (۳) (۴) (۷۲)

پرسش «الف»: رنگ شعله لیتیم و ترکیب‌های گوناگون آن قرمز است.

پرسش «ب»: میزان انحراف پرتوهای الکترومغناطیس، هنگام عبور از منشور، با انرژی پرتوها رابطه مستقیم و با طول موج آن‌ها رابطه عکس دارد.

پرسش «پ»: از لامپ نئون در ساخت تابلوهای تبلیغاتی برای ایجاد نوشته‌های نورانی سرخ‌فام استفاده می‌شود.

همه عبارت‌ها درست هستند. (۱) (۲) (۳) (۴) (۷۳)

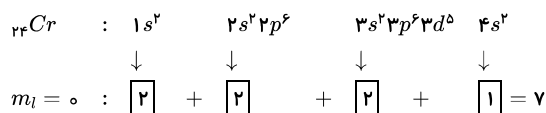
عنصرهای A, B, C, D, E و F به ترتیب عنصرهای ${}_{12}Mg$, ${}_{17}Cl$, ${}_{19}K$, ${}_{20}Ca$, ${}_{21}Sc$ و ${}_{22}Ti$ است.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت «الف»: فرمول شیمیایی ترکیب یونی حاصل از دو عنصر Mg و Cl به صورت $MgCl_2$ است.

عبارت «ب»: تکسیم (${}_{22}Ti$) نخستین عنصر ساخت بشر است.

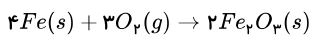
عبارت «پ»:



شمار الکترون‌های ظرفیتی $5s^2 5p^5 \Rightarrow 2 + 5 = 7$

عبارت «ت»: ${}_{22}Ti$ یک شبه فلز است. خواص فیزیکی شبه فلزها بیشتر شبیه فلزها است.

(۱) (۲) (۳) (۴) (۷۴)



مجموع ضرایب استوکیومتری واکنش بالا با شمار اتم‌های موجود در NH_4NO_3 برابر است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»:

$O_2 > Ar > N_2$: مقایسه نقطه جوش

گزینه «۲»: حدود ۷ درصد حجمی از مخلوط گاز طبیعی را هلیوم تشکیل می‌دهد.

گزینه «۴»: در ساختار همه مولکول‌های زیستی علاوه بر اکسیژن، کربن و هیدروژن نیز وجود دارد

در ظروف (۱) تا (۳) به ترتیب فلزهای آلومینیم (${}_{13}Al$)، روی (${}_{30}Zn$) و آهن (${}_{26}Fe$) با اسید وارد واکنش شده‌اند. (۱) (۲) (۳) (۴) (۷۵)

بررسی عبارت‌ها:

عبارت «الف»: فلز موجود در ظرف (۳) آهن است. این فلز در طبیعت به صورت هماتیت (Fe_2O_3) یافت می‌شود.

عبارت «ب»: گاز حاصل از هر سه ظرف، H_2 است. از فصل یک به یاد دارید که در ناحیه مرئی طیف نشری عنصر هیدروژن، چهار نوار رنگی وجود دارد.

عبارت «پ»: اگرچه سرعت اکسایش آلومینیم از آهن بیشتر است ولی آلومینیم برخلاف آهن در هوای مرطوب دچار خوردگی نمی‌شود.

عبارت «ت»: چگالی و جرم مولی آهن از آلومینیم بیشتر است.

شکل صورت سؤال، تصویر مولکول‌های اوزون در منطقه مشخصی از استراتوسفر است که لایه اوزون نامیده می‌شود. از آنجا که ارتفاع تروپوسفر حدوداً برابر (۱) (۲) (۳) (۴) (۷۶)

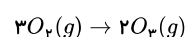
۱۱٫۵ کیلومتر است، می‌توان نتیجه گرفت که فاصله این لایه از سطح زمین بیشتر از ۱۱٫۵ کیلومتر است.

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه «۱»: گازهای گلخانه‌ای مانند CO_2 ، H_2O و ... مانع از خروج گرما از اتمسفر زمین می‌شوند.

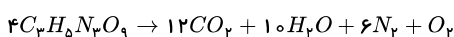
گزینه «۲»: مدل فضاپارکن مولکول‌های اوزون برخلاف مدل فضاپارکن مولکول‌های CO_2 ، به صورت خمیده است.

گزینه «۳»: مولکول‌های سازنده این لایه (اوزون) از واکنش زیر تولید می‌شوند.



توجه داشته باشید که از واکنش بین NO_2 و O_3 ، اوزون تروپوسفری ایجاد می‌شود.

معادله موازنه شده واکنش: (۱) (۲) (۳) (۴) (۷۷)



در شرایط STP آب به صورت گاز نیست:

گاز L : در شرایط STP

$$= 45,4g C_7H_5N_3O_9 \times \frac{1 mol C_7H_5N_3O_9}{227g C_7H_5N_3O_9}$$

$$\times \frac{19 mol \text{ گاز ی فرآورده}}{4 mol C_7H_5N_3O_9} \times \frac{22,4L \text{ گاز ی فرآورده}}{1 mol \text{ گاز ی فرآورده}} = 21,28 L$$

حجم فرآورده‌ها در دمای $273^\circ C$ و فشار $1 atm$:

در این شرایط آب به صورت بخار است. برای حل ابتدا حجم فرآورده را در شرایط STP به دست می‌آوریم، سپس به کمک رابطه گازها حجم فرآورده را محاسبه می‌کنیم:

گاز L : در شرایط STP

$$= 45,4g C_7H_5N_3O_9 \times \frac{1 mol C_7H_5N_3O_9}{227g C_7H_5N_3O_9}$$

$$\times \frac{29 mol \text{ گاز ی فرآورده}}{4 mol C_7H_5N_3O_9} \times \frac{22,4L \text{ گاز}}{1 mol \text{ گاز}} = 32,48 L \text{ گاز ی فرآورده}$$

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{21,28}{273} = \frac{V_2}{546} \Rightarrow V_2 = 64,96L$$

$$\frac{21,28}{64,96} = \frac{1}{3}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۸

$$?L HBr = 1L \text{ محلول} \times \frac{10^3 mL \text{ محلول}}{1L \text{ محلول}} \times \frac{1,2g \text{ محلول}}{1mL \text{ محلول}} \times \frac{32,4g HBr}{100g \text{ محلول}} \times \frac{1 mol HBr}{81g HBr} \times \frac{22,4L HBr}{1 mol HBr} = 107,52L HBr$$

برای حل تست حجم محلول را یک لیتر در نظر می‌گیریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۷۹

$$?g K_2Cr_2O_7 = 1L \times \frac{1,6 mol K^+}{1L} \times \frac{1 mol K_2Cr_2O_7}{2 mol K^+}$$

$$\times \frac{294g K_2Cr_2O_7}{1 mol K_2Cr_2O_7} = 235,2g K_2Cr_2O_7$$

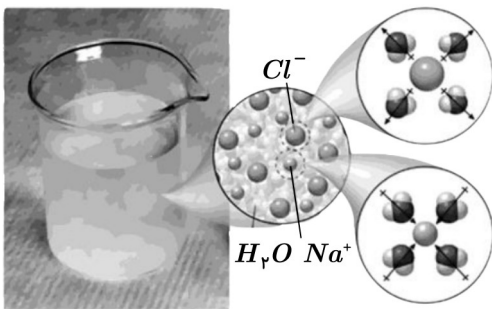
اکنون انحلال پذیری $K_2Cr_2O_7$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{جرم آب موجود در یک لیتر محلول} = 1000g - 235,2g = 764,8g$$

$$\begin{bmatrix} \text{آب} & \text{پتاسیم دی‌کرومات} \\ 764,8g & 235,2g \\ 100g & x \end{bmatrix} \Rightarrow x = 30,7g$$

با توجه به نمودار در دمای $50^\circ C$ چنین محلولی به دست می‌آید.

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۰



سرم فیزیولوژی، محلول رقیق سدیم کلرید در آب است. با توجه به شکل زیر، ابعاد یون‌های Cl^- بزرگ‌تر از Na^+ است و یون‌های Cl^- از طرف مثبت مولکول آن (یعنی از سمت اتم‌های هیدروژن) احاطه می‌شوند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: اتانول و آب به هر نسبتی در یکدیگر حل می‌شوند. از این رو به هیچ‌وجه محلول سیر شده تشکیل نمی‌دهند.

گزینه ۳: در شرایط یکسان، انحلال پذیری گاز اکسیژن در آب آشامیدنی بیش‌تر از آب دریا است.

گزینه ۴: پیوند هیدروژنی نیروی بین مولکولی در موادی است که در مولکول آن‌ها، اتم هیدروژن به یکی از اتم‌های O ، N و F با پیوند اشتراکی متصل است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۱

عبارت‌های «پ» و «ت» نادرست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت «الف»: گشتاور دو قطبی مولکول‌های آب برابر $1,85D$ است؛ بنابراین گشتاور دوقطبی مولکول‌های آب کم‌تر از مولکول‌های C است.

عبارت «ب»: هگزان حلال مناسبی برای ترکیب‌های مولکولی ناقطبی است، A یک ترکیب مولکولی و ناقطبی با گشتاور دو قطبی $1,1D$ است.

عبارت «پ»: شرط این که یک محلول رسانای خوب جریان برق باشد این است که غلظت یون‌ها در آن به حد کافی برای عبور دادن جریان برق برسد.

عبارت «ت»: طبق قانون هنری، انحلال پذیری گازها با فشار آن‌ها رابطه مستقیم دارد.

جرم اولیه کلسیم کربنات را X گرم در نظر می‌گیریم. $0.88X$ گرم کلسیم کربنات تجزیه می‌شود. برای حل تست ابتدا جرم CO_2 تولید شده را محاسبه می‌کنیم.

$$?g CO_2 = 0.88Xg CaCO_3 \times \frac{1 mol CaCO_3}{100g CaCO_3} \times \frac{1 mol CO_2}{1 mol CaCO_3}$$

$$\times \frac{44g CO_2}{1 mol CO_2} = 0.3872Xg CO_2$$

پس جرم CO_2 را از جرم اولیه کلسیم کربنات کم می‌کنیم و برابر عدد 16.2 قرار داده و X را محاسبه می‌کنیم.

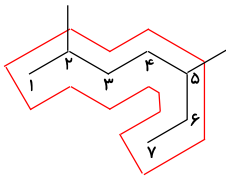
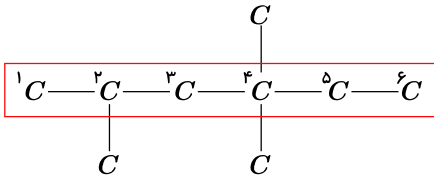
$$X - 0.3872X = 16.2 \Rightarrow X = 25g$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۲

نام صحیح هیدروکربن‌ها:

هیدروکربن «آ»: $4,2,4$ -تری متیل هگزان

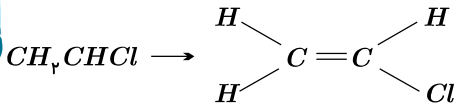
هیدروکربن «ب»: $5,2$ -دی متیل هپتان



بررسی گزینه‌های نادرست: ۱ ۲ ۳ ۴ ۸۴

گزینه «۱»: از اتن C_2H_4 به عنوان عمل آورنده در کشاورزی استفاده می‌شود.

گزینه «۲»: منومر سازنده کبسه خون وینیل کلرید است که در ساختار خود یک پیوند دوگانه دارد:



گزینه «۳»: از برم مایع برای شناسایی هیدروکربن‌های سیر نشده از هیدروکربن‌های سیر شده استفاده می‌شود.

عبارت‌های «الف»، «پ» و «ت» درست هستند. ۱ ۲ ۳ ۴ ۸۵

بررسی عبارت‌ها:

عبارت «الف»: دما و در نتیجه میانگین تندی مولکول‌های ظرف (B) کمتر از ظرف (A) است.

عبارت «ب»: اگرچه دمای ظرف (A) بیشتر است ولی جرم آب ظرف (B) بیشتر است و در نتیجه نمی‌توان نتیجه گیری کرد.

عبارت «پ»: ظرفیت گرمایی یک ماده با جرم آن رابطه مستقیم دارد، از این رو ظرفیت گرمایی ماده موجود در ظرف (A) بیشتر است.

عبارت «ت»:

$$\theta = \frac{m_A \theta_A + m_B \theta_B}{m_A + m_B} = \frac{1 \times 85 + 3 \times 75}{1 + 3} = 77.5^\circ C \text{ نهایی}$$

طبق رابطه $Q = mc\Delta\theta$ ، هرچه ظرفیت گرمایی ویژه یک ماده کمتر باشد، برای افزایش دمای مقدار معینی از آن به گرما کمتری نیاز است. ۱ ۲ ۳ ۴ ۸۶

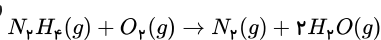
ابتدا شمار پیوندهای $N-H$ شکسته شده در واکنش را به دست می‌آوریم. ۱ ۲ ۳ ۴ ۸۷

$$\text{شمار پیوندهای } N-H \text{ شکسته شده} = \frac{782 kJ}{391 kJ} = 2$$

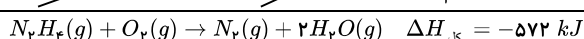
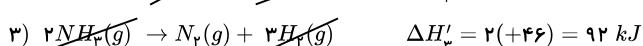
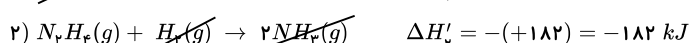
طی واکنش باید دو پیوند $N-H$ شکسته شده باشد و پیوند دیگری تشکیل نشده باشد.

پس معادله واکنش مورد نظر $NH_3(g) \rightarrow NH(g) + 2H(g)$ می‌باشد.

معادله هدف: ۱ ۲ ۳ ۴ ۸۸



برای رسیدن به معادله هدف، واکنش (۱) را در عدد ۲ ضرب می‌کنیم. واکنش (۲) را معکوس و واکنش (۳) را در عدد ۲ ضرب می‌کنیم:



اکنون گرمای حاصل از سوختن ۸ گرم هیدرازین را محاسبه می‌کنیم:

$$? kJ = 8g N_2H_4 \times \frac{1 mol N_2H_4}{32g N_2H_4} \times \frac{572 kJ}{1 mol N_2H_4} = 143 kJ$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۹ ابتدا سرعت متوسط تولید N_2 را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta[N_2] = 0.12 - 0 = 0.12 mol \cdot L^{-1}$$

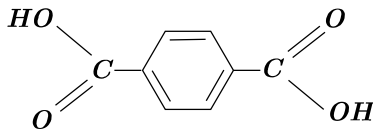
$$\Rightarrow \Delta n(N_2) = 0.12 \times 5 = 0.6 mol$$

$$\Delta t = 45 s = 0.75 min$$

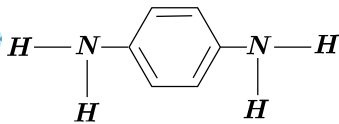
$$\bar{R}_{N_2} = \frac{\Delta n(N_2)}{\Delta t} = \frac{0.6(mol)}{0.75(min)} = 0.8 mol \cdot min$$

$$R_{واکنش} = \frac{\bar{R}_{N_2}}{3} = \frac{0.8}{3} \approx 0.27 mol \cdot L^{-1}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۹۰ مونومرهای سازنده این مولکول به صورت زیر هستند:



فرمول مولکولی: $C_8H_6O_4$



فرمول مولکولی: $C_6H_8N_2$

$$\begin{aligned} \text{تفاوت جرم مولی} &= [(8 \times 12) + (6 \times 1) + (4 \times 16)] - [(6 \times 12) + (8 \times 1) + (2 \times 14)] \\ &= 58 g \cdot mol^{-1} \end{aligned}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۹۱ پلیمر (۱) پلی‌اتن سبک و پلیمر (۲) پلی‌اتن سنگین است. از پلی‌اتن سنگین در ساخته دبه‌های آب یا بطری کدر شیر ولی از پلی‌اتن سبک در ساخت پلاستیک موجود در مغازه‌ها استفاده می‌شود. همچنین نیروی بین مولکولی، چگالی و استحکام پلی‌اتن سنگین بیشتر از پلی‌اتن سبک است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۹۲ صابون‌های جامد نمک سدیم اسیدهای چرب و صابون‌های مایع نمک پتاسیم یا آمونیوم اسیدهای چرب هستند. سایر گزینه‌ها درست هستند، آنها را به عنوان نکته به خاطر بسپارید.

۱ ۲ ۳ ۴ ۹۳ تصویر نمایش داده شده مربوط به یک پاک کننده غیرصابونی است که برهم کنش آن با ذره‌های آلودگی از نوع بین ذره‌ای است. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: پاک کننده‌های غیرصابونی با آب سخت واکنش نمی‌دهند.

گزینه ۲: قدرت پاک کنندگی آنها کم‌تر از پاک کننده‌های خورنده است.

گزینه ۳: این پاک کننده‌ها از مواد پتروشیمیایی ساخته می‌شوند.

۱ ۲ ۳ ۴ ۹۴ محاسبه x :

$$pH = 12 \xrightarrow{pH+pOH=14} pOH = 2$$

$$[OH^-] = 10^{-pOH} = 10^{-2} mol \cdot L^{-1}$$

محلول $KOH = 400 mL$?g

$$\times \frac{1L \text{ محلول}}{1000mL \text{ محلول}} \times \frac{10^{-2} mol KOH}{1L \text{ محلول}} \times \frac{56g KOH}{1 mol KOH} = 0.224g KOH$$

محاسبه y :

$$pH = 4.7 \Rightarrow [H^+] = 10^{-pH} = 10^{-4.7}$$

$$\Rightarrow [H^+] = 10^{0.3-5} = 2 \times 10^{-5} mol \cdot L^{-1}$$

$$?g HNO_3 = 400 mL \text{ محلول} \times \frac{1L \text{ محلول}}{1000mL \text{ محلول}} \times \frac{2 \times 10^{-5} mol HNO_3}{1L \text{ محلول}} \times \frac{63g HNO_3}{1 mol HNO_3} = 5.04 \times 10^{-4} g HNO_3$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۹۵ ابتدا غلظت اسید را به دست می‌آوریم:

$$[H^+] = 10^{-pH} = 10^{-4.4} = 10^{0.6-5} = 4 \times 10^{-5} mol \cdot L^{-1}$$

$$K_a = \frac{[H^+]}{M_a - [H^+]} \Rightarrow 1.6 \times 10^4 = \frac{(4 \times 10^{-5})^2}{M_a - 4 \times 10^{-5}}$$

$$\Rightarrow M_a = 5 \times 10^{-5}$$

سپس غلظت باز را محاسبه می‌کنیم:

$$pH = 9,5 \xrightarrow{pH+pOH=14} pOH = 4,5$$

$$[OH^-] = 10^{-pOH} = 10^{-4,5} = 10^{0,5-5} = 3 \times 10^{-5} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$$[OH^-] = M_b n_b a_b \xrightarrow{\frac{a_b=1}{n=2}} M_b = \frac{3 \times 10^{-5}}{2 \times 1}$$

$$= 1,5 \times 10^{-5} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

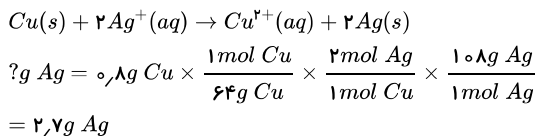
اکنون حجم باز مورد نیاز را محاسبه کنیم:

$$M_a n_a V_a = M_b n_b V_b$$

$$\Rightarrow 5 \times 10^{-5} \times 1 \times 100 = 1,5 \times 10^{-5} \times 2 \times V_b$$

$$\Rightarrow V_b = 166,7 \text{ mL}$$

با توجه به جهت حرکت الکترون، می‌توان دریافت که تیغه سمت راست از جنس مس بوده و آند است ولی تیغه سمت چپ از جنس نقره است و الکتروود کاتد می‌باشد، بنابراین خواهیم داشت: **۱ ۲ ۳ ۴ ۹۶**



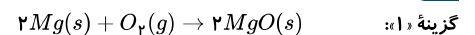
بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: تیغه سمت چپ نقش کاتد دارد و با گذشت زمان جرم آن افزایش می‌یابد.

گزینه ۳: واکنش خودبه‌خودی بوده و گرماده ($\Delta H < 0$) می‌باشد.

گزینه ۴: جهت حرکت آنیون‌ها از محلول الکتروولیت از نیم‌سلول کاتدی به نیم‌سلول آندی و برخلاف جهت حرکت الکترون‌ها در مدار بیرونی است.

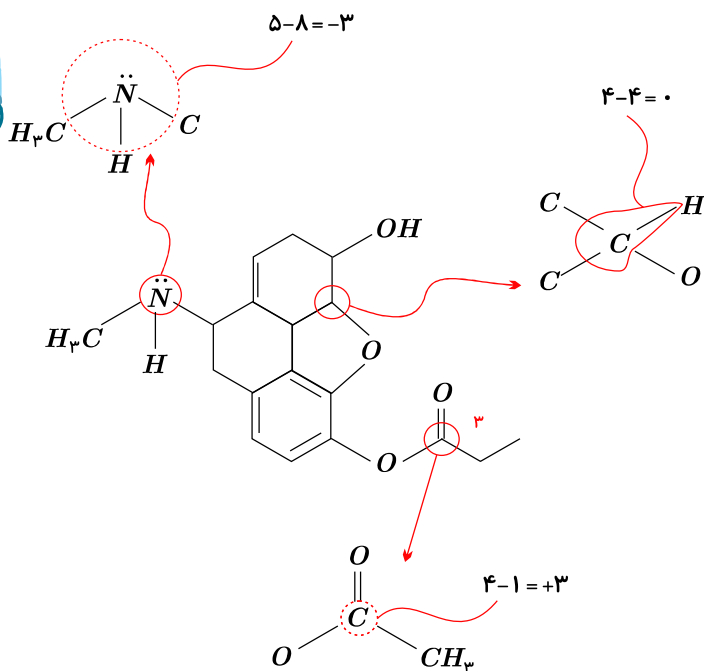
گزینه ۱ ۲ ۳ ۴ ۹۷ بررسی گزینه‌های نادرست:



گزینه ۳: در گذشته از نور سفید حاصل از این واکنش در عکاسی به‌عنوان منبع نور استفاده می‌کردند.

گزینه ۴: طی واکنش سوختن منیزیم، اتم‌های منیزیم اکسایش و اتم‌های اکسیژن کاهش می‌یابند.

۱ ۲ ۳ ۴ ۹۸



با توجه به بار آنیون‌ها و کاتیون‌ها می‌توان دریافت که آنتالپی فروپاشی LiF و Na_2O کم‌تر از دو ترکیب دیگر است. برای مقایسه دو ترکیب MgO و AlF_3 خواهیم داشت: **۱ ۲ ۳ ۴ ۹۹**

$$AlF_3 \Rightarrow \begin{cases} n = 3 \\ q^+ = +3 \Rightarrow n|q_+q_-| = 3 \times |3 \times 1| = 12 \\ q^- = -1 \end{cases}$$

$$MgO \Rightarrow \begin{cases} n = 2 \\ q^+ = +2 \Rightarrow n|q_+q_-| = 2 \times |2 \times 2| = 8 \\ q^- = -2 \end{cases}$$

از آنجا که $8 < 12$ است؛ پس آنتالپی فروپاشی AlF_3 بیش‌تر از MgO است.

عبارت‌های «الف» و «ب» درست هستند. **۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰۰**

بررسی عبارت‌ها:

عبارت «الف»: فرمول شیمیایی سدیم سیلیکات به صورت Na_4SiO_4 است.

$$\frac{\text{شمار اتم ها}}{\text{شمار یون ها}} = \frac{9}{5} = 1,8$$

عبارت «ب»: مولکول CH_2Cl_2 برخلاف مولکول‌های CO_2 و SO_2 قطبی بوده و در میدان الکتریکی جهت گیری می‌کند.عبارت «ت»: در جامدهای کووالانسی، نقطه ذوب علاوه بر آنتالپی پیوند به ساختار آنها نیز وابسته است، پس اگر چه آنتالپی $C - C$ از $Si - O$ کم تر است ولی نقطه ذوب الماس از سیلیس بالاتر است.



انتشارات خوشخوان

خوشخوان