

پاسخ تشریحی کنکور سراسری رشته ریاضی - ۲۱ تیر ۱۴۰۳

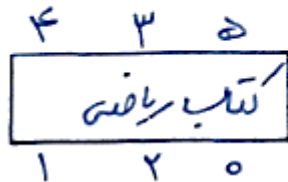
۲۱- رضا می‌خواهد کتاب ریاضی و ۵ کتاب درسی دیگرش را روی هم بچیند. در چند حالت مختلف هنگام چیدن کتاب‌ها، کتاب‌های بیشتری بالای کتاب ریاضی قرار می‌گیرد؟

۲۰۰ (۴)

۲۴۰ (۳)

۳۰۰ (۲)

۳۶۰ (۱)



$${}^5P_1 \times 4! + {}^5P_2 \times 2! \times 3! + 5! = 360$$

۱۴

۲۲- سکه‌ای را پرتاب می‌کنیم. اگر «رو» بیاید، ۲ سکه پرتاب کرده و اگر «پشت» بیاید، ۳ سکه را پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال همه سکه‌ها یکسان ظاهر می‌شوند؟

$$\frac{3}{12} \quad (1)$$

$$\frac{3}{16} \quad (2)$$

$$\frac{5}{12} \quad (3)$$

$$\frac{5}{16} \quad (4)$$

$$\begin{array}{c} \nearrow \frac{1}{2} \rightarrow \text{پ} \xrightarrow{\frac{1}{4}} \text{پ} \xrightarrow{\frac{1}{4}} \text{پ} \xrightarrow{\frac{1}{4}} \text{پ} \Rightarrow P((\text{پ}, \text{پ}, \text{پ}, \text{پ})) = \frac{1}{16} \end{array}$$

$$\searrow \frac{1}{2} \rightarrow \text{پ} \xrightarrow{\frac{1}{4}} \text{پ} \xrightarrow{\frac{1}{4}} \text{پ} \Rightarrow P(A) = \frac{3}{16}$$

$$\searrow \frac{1}{2} \rightarrow \text{پ} \xrightarrow{\frac{1}{4}} \text{پ} \xrightarrow{\frac{1}{4}} \text{پ} \Rightarrow P((\text{پ}, \text{پ}, \text{پ}, \text{پ})) = \frac{1}{8}$$

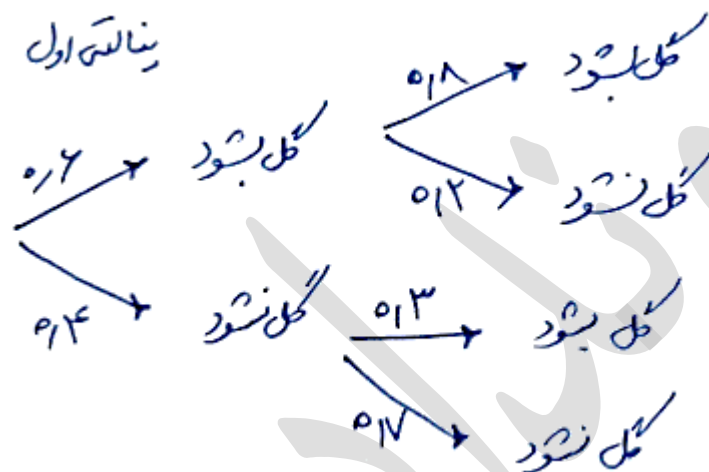
۲۴- در جریان یک مسابقه بازیکن A دو پنالتی می‌زند. این بازیکن با احتمال ۶۰ درصد پنالتی اول را گل می‌کند، در این صورت احتمال گل شدن پنالتی دوم ۸۰ درصد و در غیر این صورت ۳۰ درصد خواهد بود. با کدام احتمال وضعیت گل شدن دو پنالتی متفاوت است؟

۰/۳ (۴)

۰/۶ (۳)

۰/۲۴ (۲)

۰/۴۴ (۱)



$$(0.6 \times 0.2) + (0.4 \times 0.3) = 0.24$$

۲

۲۵- برای کدام گزاره، می‌تون مثال نقض ارائه کرد؟

(۱) هر چهارضلعی که قطرهای یکدیگر را نصف کنند، متوازی‌الاضلاع است.

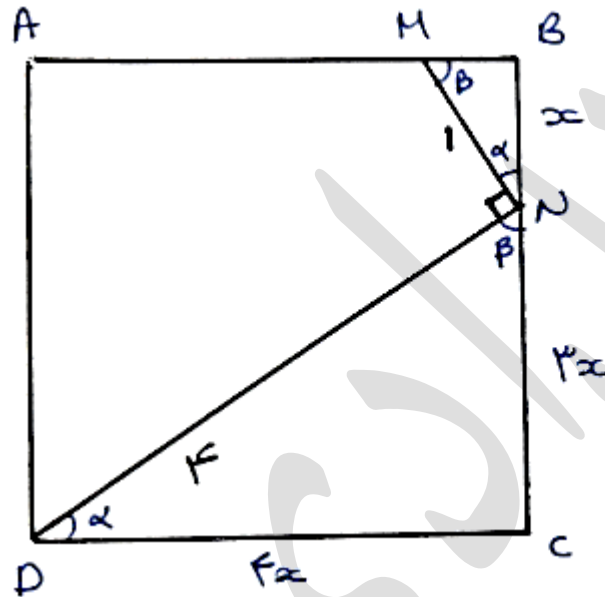
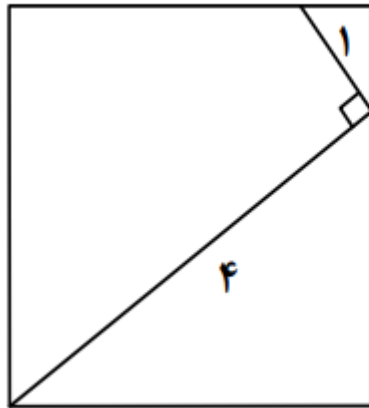
(۲) اندازه میانه‌های وارد بر اضلاع مساوی در هر مثلث، با هم برابرند.

(۳) هر چهارضلعی با قطرهای برابر و عمود بر هم، مربع است.

(۴) نیمسازهای زاویه‌های داخلی هر مثلث هم‌رسند.

پاسخ گزینه‌ی ۱ است. دوزنقه‌ی متساوی‌الساقین مثال نقض مناسبی است. سایر گزینه‌ها ارزش درستی دارد.

10/24 (4

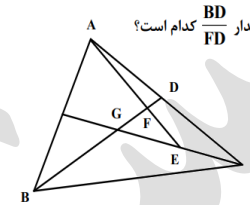


$$\triangle BMN \sim \triangle NCD$$

$$NCD : (u_x)^r + (v_x)^r = r dx^r = 14$$

$$\Rightarrow x^y = \frac{14}{10}$$

$$\Rightarrow S_{\square} = 142r = \frac{r^1}{r^0} \times \frac{F}{r} = \frac{r^0}{100} = \frac{102F}{100} = 1012F.$$

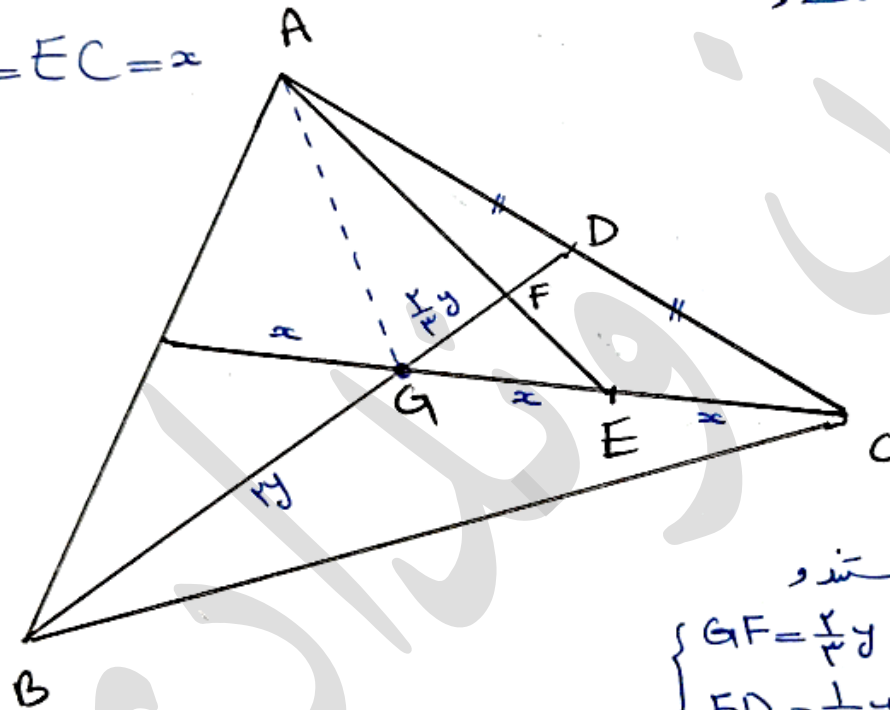


۲۷- در شکل زیر، G مرکز ثقل مثلث ABC است. اگر $GE = EC$ باشد، مقدار $\frac{BD}{FD}$ کدام است؟

- (۱) ۹
(۲) ۸
(۳) ۶
(۴) ۵

فرض:

$$GE = EC = x$$



G محل برخورد میانه‌های مثلث ABC است و
میانه‌ها یکدیگر را به نسبت ۲ به ۱ قطع می‌کنند.

مرئایم:

$$BG = 2y \text{ و } GD = y$$

$$\Rightarrow BD = 3y.$$

از A به G رسم می‌کنیم

در مثلث AGC، AE و GD میانه هستند و

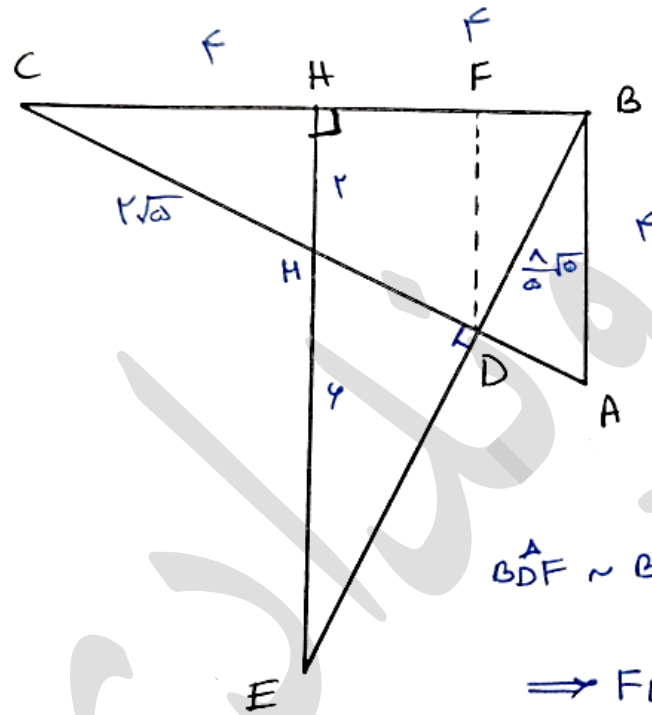
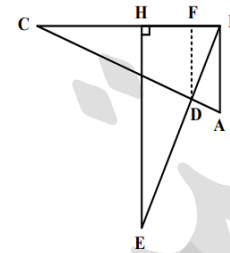
یکدیگر را در نقطه F قطع می‌کنند. $\leftarrow$

$$\begin{cases} GF = \frac{2}{3}y \\ FD = \frac{1}{3}y \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{BD}{FD} = \frac{3y}{\frac{1}{3}y} = 9.$$

۲۸- در شکل زیر، دو مثلث ABC و BEH هم‌نهشت هستند. اگر $AB = ۴$ ، $EH = ۸$ و $DF \parallel EH$ باشد، اندازه BF کدام است؟

- ۱/۴ (۱)
۱/۶ (۲)
۲/۴ (۳)
۲/۶ (۴)



$$AB = 4 \Rightarrow HB = 4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} HH = 2 \\ HE = 4 \end{cases}$$

$$\frac{4}{2\sqrt{2}} = \frac{DE}{4} \Rightarrow DE = \frac{12}{\sqrt{2}}$$

$$BD = BE - DE =$$

$$= 4\sqrt{2} - \frac{12}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\triangle BDF \sim \triangle BHE \Rightarrow \frac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{2\sqrt{2}} = \frac{BF}{4}$$

$$\Rightarrow BF = \frac{1}{2} = 0.5$$

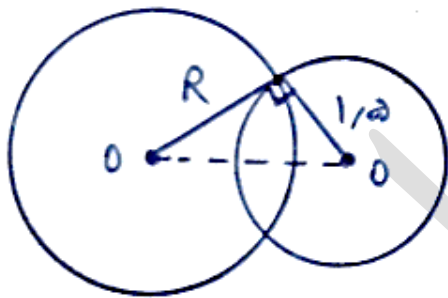
۲۹- مماس‌های رسم‌شده بر دو دایره متقاطع در نقطه تقاطع دو دایره، بر هم عمودند. اگر شعاع دایره کوچک‌تر $1/5$ و فاصله بین مراکز دو دایره $2/5$ باشد، شعاع دایره بزرگ‌تر، کدام است؟

۲ (۴)

۳ (۳)

$\sqrt{5}$ (۲)

$\sqrt{3}$ (۱)

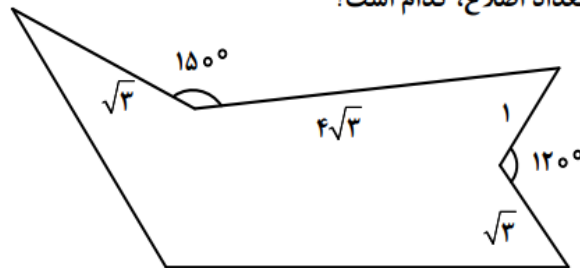


$$d = OO' = 2/5$$

$$R = \sqrt{(2/5)^2 - (1/5)^2} = \sqrt{4} = 2.$$

۲

۳۱- میزان افزایش مساحت شکل زیر، بدون تغییر در محیط و تعداد اضلاع، کدام است؟

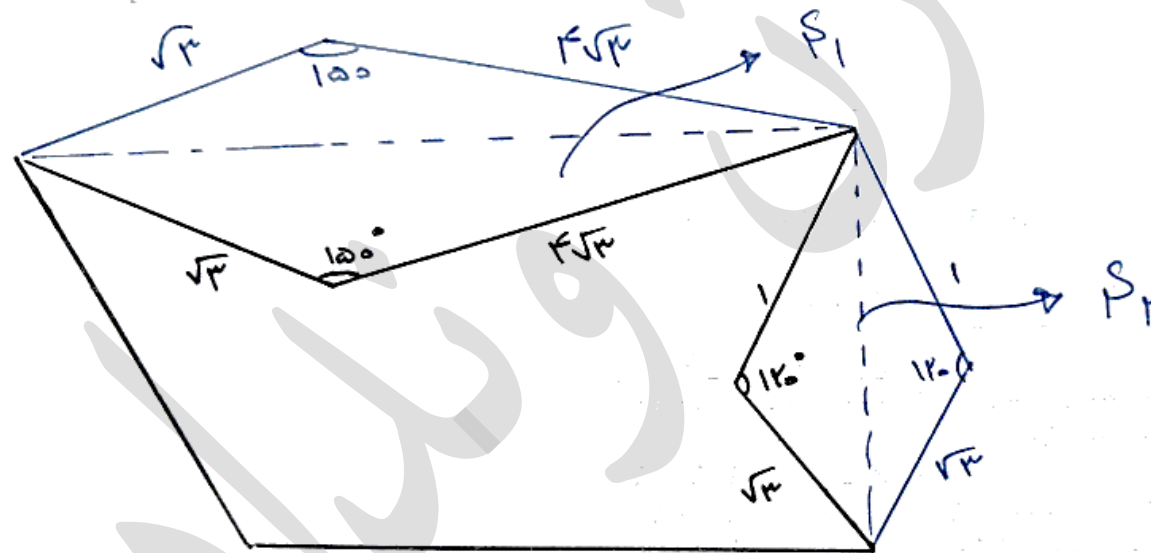


۱۵ (۱)

۹ (۲)

۷/۵ (۳)

۴/۵ (۴)



$$S_1 + S_2 = (\sqrt{3} \times 4\sqrt{3} \times \sin 150^\circ) + (1 \times \sqrt{3} \times \sin 120^\circ)$$

$$= 9 + \frac{3}{2} = 7,5$$

۳۲- اگر $A^{-1} = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 1 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$ و $2I - 3A^{-1}B^{-1} = \begin{bmatrix} -2 & -4 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ باشد، مجموع درایه‌های قطر اصلی ماتریس $2A - 3B^{-1}$ کدام است؟

(۱) -۱ (۲) -۲ (۳) -۳ (۴) -۴

$$2I - 3A^{-1}B^{-1} = 2A^{-1}A - 3A^{-1}B^{-1} = A^{-1} \underbrace{(2A - 3B^{-1})}_{=X}$$

$$\begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 1 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} -2 & -4 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow X = \frac{1}{-\frac{1}{2}} \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & 1 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & -4 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

۳۳- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، مجموع درایه‌های A^2 چند برابر مجموع درایه‌های A است؟

۳ (۴)

-۳ (۳)

-۱ (۲)

۱ (۱)

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \frac{6}{2} = 3.$$

✓

۳۶- عدد صحیح a مضرب ۸ و باقیمانده تقسیم آن بر ۲۳ برابر ۵ است. باقیمانده تقسیم $\frac{a}{۴}$ بر ۲۳ کدام است؟

۱۹ (۴)

۱۳ (۳)

۷ (۲)

۵ (۱)

$$a = 8K; K \in \mathbb{Z}, \quad a \equiv 5 \pmod{23} \quad \underline{1} \quad 8K \equiv 5 \pmod{23} \xrightarrow{\div 4} 2K \equiv 5 \pmod{23}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{4} = 2K \equiv 7 \pmod{23}$$

۳۷- در چند زیرمجموعه از مجموعه $\{12, 13, 15, 18, 23, 24, 25, 26\}$ حاصل ضرب کوچک ترین و بزرگ ترین عضو، مضرب ۱۵ است؟

۶۲ (۴)

۶۱ (۳)

۶۰ (۲)

۵۹ (۱)

$$\{12, 13, 15, 18, 23, 24, 25, 26\}$$

$$\begin{cases} 12, 15 \rightarrow 2^1 = 2 \\ 12, 25 \rightarrow 2^5 = 32 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 18, 15 \rightarrow \underline{1} \\ 18, 25 \rightarrow 2^2 = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 24, 15 \rightarrow 2^2 = 4 \\ 24, 25 \rightarrow 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 26, 15 \rightarrow 2^4 = 16 \\ 26, 25 \rightarrow 1 \end{cases}$$

۶۱ زیرمجموعه

۱۲ ۱۵
۱۸ ۲۵
۲۴ مضرب ۵
۲۶
زرج ها

۳۸- به ازای برخی مقادیر طبیعی n ، معادله سیاله $57x + 133y = 22n - 1$ دارای جواب است. مجموع ارقام کوچک ترین عدد دو رقمی n ، کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

$$57x + 133y = 22n - 1; n \in \mathbb{N}$$

$$(57, 133) = 19 \mid 22n - 1 \Rightarrow 22n \equiv 1 \equiv 19 \pmod{19} \Rightarrow 2n \equiv 1 \pmod{19} \Rightarrow 2n \equiv 9 \pmod{19}$$

$$\Rightarrow n \equiv 13 \pmod{19} \Rightarrow n = 19K + 13; K \in \mathbb{N} \Rightarrow n \geq 10 \Rightarrow K = 0$$

$$\Rightarrow n = 13 \Rightarrow 1 + 3 = 4.$$

۳۹- حداقل چند عضو از مجموعه $\{14, 15, 16, \dots, 20, 22, 23, 24, \dots, 28\}$ انتخاب کنیم تا به طور قطع، حداقل سه عضو انتخاب شده، اعداد متوالی باشند؟

(۱) ۱۲

(۲) ۱۱

(۳) ۱۰

(۴) ۹

ما از مجموع

← اعمو باید انتخاب شود.
 حلاله
 ۲۶

 $\{14, 15, 16\}$ $\{22, 23, 24\}$ $\{15, 16, 17\}$ $\{23, 24, 25\}$ $\{16, 17, 18\}$ $\vdots$ $\{17, 18, 19\}$ $\{26, 27, 28\}$ $\{18, 19, 20\}$