

- ۱- اگر $x+1$ ، $x-1$ ، $2x+1$ و x به ترتیب جملات چهارم، پنجم، هفتم و هشتم یک دنباله هندسی باشند، حاصل ضرب مقادیر ممکن برای قدرنسبت این دنباله، کدام است؟

(۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) -۲

$$q = \frac{u-1}{u+1} = \frac{u}{2u+1} \rightarrow 2u^2 - u - 1 = u^2 + u$$

$$u^2 - 2u - 1 = 0 \quad p = -1 \quad s = 2$$

$$q_1 \times q_2 = \frac{u_1}{2u_1+1} \times \frac{u_2}{2u_2+1} = \frac{-1}{4p+2s+1} = \frac{-1}{-4+4+1} = -1$$

- ۳- اگر بزرگ‌ترین بازه‌ای که نمودار تابع $y = -5x^2 + ax - 8$ در آن اکیداً صعودی است، بازه $(-\infty, 2/5]$ باشد، عرض رأس سهمی کدام است؟

(۱) $13/75$ (۲) $14/25$ (۳) $23/25$ (۴) $24/75$

$$\frac{-a}{-10} = \frac{0}{2} \rightarrow a = 20$$

$$y_s = \frac{0}{2} \times \frac{20}{2} - 8 = \frac{150}{2} - 8 = 23/25$$

- ۴- اگر $r(x)$ باقیمانده تقسیم $2-x^{14}$ بر x^2+x+1 باشد، مجموع ضرایب چندجمله‌ای $r(x)$ کدام است؟ ($x \neq 1$)

(۱) صفر (۲) -۱ (۳) -۲ (۴) ۴

$$2 - (u^2)^{14} = 2 - (-u-1)^{14} = 2 - (-u-1)^2 (-u-1)^2 (-u-1)^2 (-u-1)^2 (-u-1)^2$$

$$= 2 - (u^2)^2 (-u^2-u) = 2 - (-u-1) = u+3$$

$$\text{مجموع ضرایب} = 4$$

۵- برای چند مقدار صحیح m ، هر دو ریشه معادله $2x^2 + 7x + m = 0$ بزرگتر از -3 است؟

(۴) صفر

(۳) ۱

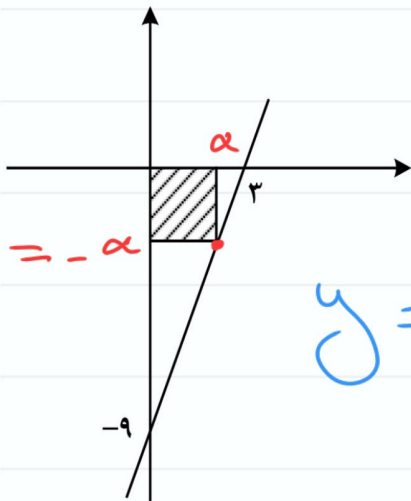
(۲) ۳

(۱) ۴

$$m = 4, 5, 6$$

$$\Delta \rightarrow m < \frac{49}{1}$$

۶- در شکل زیر، قطر مربع هاشورخورده، کدام است؟

(۱) $2,5\sqrt{2}$ (۲) $3,5\sqrt{2}$ (۳) $\frac{9}{2\sqrt{2}}$ (۴) $\frac{9}{\sqrt{2}}$ 

$$y = 3x - 9$$

$$3\alpha = 9$$

$$\alpha = \frac{9}{3} \rightarrow \text{قطر} = \frac{9}{3} \sqrt{2}$$

$$x = 3y + 3$$

$$\frac{9}{3\sqrt{2}}$$

۷- در یک مستطیل، نقاط $A(5,2)$ و $C(4,-1)$ دو رأس غیرمجاور و دو رأس B و D روی خط $x - 3y = 3$ واقع اند.

اختلاف طول نقاط B و D کدام است؟

(۱) ۳

(۲) $3,5$

(۳) ۱

(۴) $1,5$

$$A(5,2)$$

$$B(3\alpha + 3, \alpha)$$

$$\frac{\alpha - 2}{3\alpha - 2} \times \frac{\alpha + 1}{3\alpha - 1} = -1$$

$$D(3\beta + 3, \beta)$$

$$C(4, -1)$$

$$\alpha^2 - \alpha - 2 = -9\alpha^2 + 9\alpha$$

فرهاد خسروی
مدرس ریاضی
@Farhadkhosravi_math

$2 + 4 = 2 + 4$ $\leftarrow$ $10\alpha^5 - 10\alpha = 0 \Rightarrow \alpha = 0$
 $\alpha = 1$

ضابطه تابع قطعه‌ای f به صورت $f(x) = \begin{cases} x^2 - x - 7 & x \geq 1 \\ 2x - 1 & x < 1 \end{cases}$ است، برای چند مقدار a $f(1 - |a|) = f(2 + |a|)$ است؟

۱ (۴) ۲ (۳) ۳ (۲) ۴ (۱)

$|a| = t$

$(2+t)^2 - 2 - t - 7 = 2 - 2t - 1$

$t^2 + 2t - 4 = 0$ $\begin{cases} t = 1 = |a| \rightarrow a = \pm 1 \\ t = -4 = |a|x \end{cases}$

$a = - \rightarrow f(1) \neq f(2)$

۹- نمودار تابع $f(x) = \sqrt{1 - \sqrt{1+x}}$ در چند نقطه تابع وارون خود را قطع می‌کند؟

۱ (۴) ۲ (۳) ۳ (۲) ۴ (۱)

۱ در نامیه کجوها

$1 + u > 0 \rightarrow u > -1$
 $1 - \sqrt{1+u} > 0$

$-1 \leq u \leq 0 \rightarrow \sqrt{1+u} \geq 1$
 $1 \geq \sqrt{1+u} \rightarrow 1 \geq u$

۱۰- اگر $\log(2-x) - \log \frac{1}{(x-2)^2} = 3$ باشد، مقدار $\log_{\sqrt{2}}(-x)$ کدام است؟

$-\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{6}{2}$ (۲) -6 (۱)

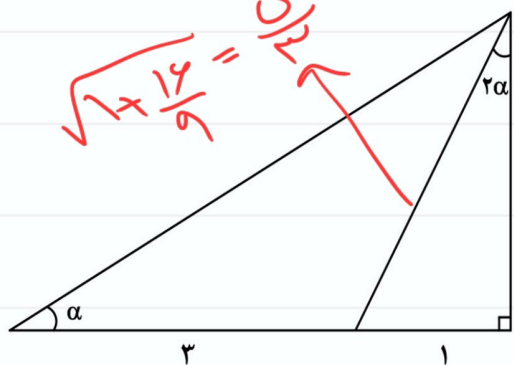
$t \log(2-n) + 2 \log(2-n) = 3$

$3t = 3 \rightarrow t = 1 = 2-n \rightarrow n = -1$

$\log_{\sqrt{2}} = \frac{3}{\frac{1}{2}} = 6$

$$c = 52\alpha = \frac{4}{\frac{3}{4}} = \frac{16}{3}$$

۱۱- در شکل زیر، مقدار $\cos 2\alpha$ کدام است؟



$$\begin{aligned} \tan 2\alpha &= \frac{1}{4} \\ \tan \alpha &= \frac{4}{3} \end{aligned}$$

- (۱) $\frac{1}{4}$
- (۲) $\frac{3}{4}$
- (۳) $\frac{3}{5}$
- (۴) $\frac{4}{5}$

$$\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} = \frac{\frac{8}{3}}{1 - \frac{16}{9}} = \frac{1}{\frac{1}{9}} = 9$$

$$\frac{1 \cdot 9}{16 - 9} = \frac{1}{\frac{7}{9}} \rightarrow 1 \cdot 9 = 16 - 9^2 \rightarrow 9 = \frac{7}{8}$$

۱۲- اگر $3\sin^2 x + a\cos^2 x = 4$ باشد، $\cot^2 x$ با کدام مورد برابر است؟

- (۱) $\frac{1}{a-4}$ ✓
- (۲) $\frac{1}{4-a}$
- (۳) $\frac{1}{a-3}$
- (۴) $\frac{1}{3-a}$

$$3s^2 + a(1-s^2) = 4 \rightarrow (3-a)s^2 = 4-a$$

$$s^2 = \frac{4-a}{3-a} \quad \frac{1}{a-4} = \frac{3-a}{4-a} - 1 \quad c^2 = \frac{1}{s^2} - 1$$

۱۳- در مثلث ABC، اگر $\tan(B-C) = \sqrt{3}$ باشد، حاصل عبارت $\frac{1-2\cos(B+C)}{4\sin B \cos C}$ کدام است؟

$\tan C$ (۴)

$\tan B$ (۳)

$-\frac{1}{2}$ (۲)

-1 (۱)

مسئله بزن

$$\frac{1-2\cos 120^\circ}{4 \times \sin 9^\circ \times \cos 53^\circ} = \frac{2}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} = \tan 30^\circ$$



۱۴- تعداد جوابهای معادله $\cos(2x - \frac{\pi}{4}) + \cos(x + \frac{\pi}{4}) = 0$ در بازه $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

$$u = \pm \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{4}$$

$$\cos(2u - \frac{\pi}{4}) = -\cos(u + \frac{\pi}{4}) = \cos(\frac{3\pi}{4} - u)$$

$$u = \frac{2k\pi + \pi}{2}$$

$$u = \frac{2k\pi - \pi}{2}$$

$$\sqrt{bcu^2 + (b+c)u + 1}$$

۱۵- اگر $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a + \sqrt{(bx+1)(cx+1)}}{x} = 2$ باشد، مقدار $\frac{b}{a} + \frac{c}{a}$ کدام است؟

$$\frac{4}{-1} = -4$$

$$-\frac{1}{4} (۴)$$

$$-\frac{1}{2} (۳)$$

$$-4 (۲)$$

$$-2 (۱)$$

$$\frac{2bcu + b + c}{2\sqrt{bcu^2 + (b+c)u + 1}}$$

$$a + 1 = 0 \rightarrow a = -1$$

$$= \frac{b+c}{2} = 2 \rightarrow b+c = 4$$

$$(3u+1)(u-3)$$

۱۶- برای چند مقدار a ، تابع $f(x) = \frac{3x^2 - 8x - 3}{ax^2 + (1-a)x + a+1}$ یک مجانب قائم دارد؟

۷ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

$$u = 3 \rightarrow 9a + 3 - 24a + a + 1 = 0 \rightarrow a = -\frac{4}{13}$$

$$u = -\frac{1}{3} \rightarrow \frac{a}{9} + \frac{a}{3} - \frac{1}{3} + a + 1 = 0 \rightarrow a = -\frac{6}{13}$$

$$\Delta = 0 \rightarrow a^2 - 5a + 1 - 4a^2 - 4a = 0$$

$$a = 0 \text{ قبول}$$

۱۷- به ازای مقادیر طبیعی c ، تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 - 2x + 1} & |x| \leq c \\ ax^2 + bx + 2 & |x| > c \end{cases}$ روی مجموعه اعداد حقیقی پیوسته است. کدام

مثال بنزن

می تواند مقدار $\left[\frac{a}{b}\right]$ باشد؟

-۴ (۴)

-۳ (۳)

-۲ (۲)

-۱ (۱)

$$0 = a + b + 2$$

$$2 = a - b + c$$

$$\rightarrow a = b = -1$$

۱۸- اگر $f(x) = \frac{\lambda + \cos^3 x}{4 - \cos^2 x}$ و $g(x) = \frac{2}{2 - \cos x}$ باشد، حاصل عبارت $f'(\frac{7\pi}{6}) - 2g'(\frac{7\pi}{6})$ کدام است؟

$\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۴)

$-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۳)

$-\frac{1}{2}$ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

$$\begin{aligned} (f(u) - 2g(u))' &= \frac{1 + u^3}{4 - u^2} - \frac{4(2+u)}{(2-u)(2+u)} = \frac{1 + u^3}{4 - u^2} - \frac{4}{2 - u} \\ &= \left(\frac{u(u^2 - 4)}{-(4 - u^2)} \right)' = (-\cos u)' = +\sin u \xrightarrow{\frac{7\pi}{6}} -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

۱۹- به ازای چند مقدار صحیح m ، تابع $f(x) = \begin{cases} b & x < a \\ b + (x - a)^m & x \geq a \end{cases}$ دارای نقطه گوشه‌ای است؟

۱ (۴)

۲ (۳)

بیش از ۲

صفر (۱)

$\rightarrow n = a$ پیوسته است

$$f = m(n - a)^{m-1}$$

غیر ۰، ۲، ۳، ۴

$$f = 0$$

$m = 1$ تابع ثابت

$m < 0$ تابع غیر

۲۰- تابع f با ضابطه $f(x) = \sqrt{x(1-|x|)}$ را در نظر بگیرید. اگر m و n به ترتیب تعداد نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی و

k تعداد نقاط بحرانی تابع f باشند، مقدار $m+n+k$ کدام است؟

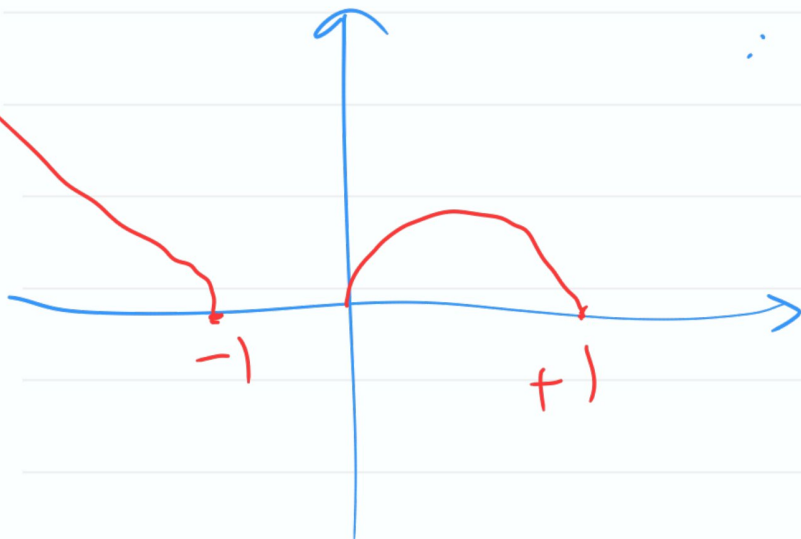
۳ (۴)

۴ (۳)

۵ (۲)

۶ (۱)

رسم سریع



$$\begin{aligned} m &= 1 \\ n &= 0 \\ k &= 2 \end{aligned}$$