

پاسخ تشریحی سوالات حسابان، آمار و احتمال و هندسه مشترک کنکور ریاضی ۱۴۰۳
حمیده قاسمی _ مدرس درس حسابان، ریاضیات تجربی و انسانی (کنکوری و تقویتی)



۰۹۰۱۶۷۴۱۲۶۵



t.me/hamidehghasemii

۱- اگر $x+1$ ، $x-1$ ، $2x+1$ و x به ترتیب جملات چهارم، پنجم، هفتم و هشتم یک دنباله هندسی باشند، حاصل ضرب مقادیر ممکن برای قدرنسبت این دنباله، کدام است؟

(۴) -۲

(۳) ۲

(۲) -۱

(۱) ۱

$$r = \frac{t_5}{t_4} = \frac{t_8}{t_7} \Rightarrow \frac{x-1}{x+1} = \frac{x}{2x+1} \Rightarrow x^2 - 2x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \pm \sqrt{2}$$

$$\left. \begin{aligned} x = 1 + \sqrt{2} &\Rightarrow \begin{cases} t_4 = 2 + \sqrt{2} \\ t_5 = \sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow r_1 = \frac{t_5}{t_4} = \frac{\sqrt{2}}{2 + \sqrt{2}} \\ x = 1 - \sqrt{2} &\Rightarrow \begin{cases} t_4 = 2 - \sqrt{2} \\ t_5 = -\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow r_2 = \frac{t_5}{t_4} = \frac{-\sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow r_1 \cdot r_2 = \frac{\sqrt{2}}{2 + \sqrt{2}} \times \frac{-\sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}} = \frac{-2}{2} = -1$$

گزینه ۲

پاسخ تشریحی سوالات حسابان، آمار و احتمال و هندسه مشترک کنکور ریاضی ۱۴۰۳
حمیده قاسمی _ مدرس درس حسابان، ریاضیات تجربی و انسانی (کنکوری و تقویتی)

۲- درخصوص گزاره منطقی $((p \Rightarrow q) \wedge r) \Rightarrow (p \Rightarrow r)$ ، کدام مورد صحیح است؟

(۱) همواره درست است. (۲) همواره نادرست است.

(۳) تنها وقتی درست است که p درست باشد. (۴) تنها وقتی درست است که q نادرست باشد.

$$\begin{cases} r = F & \rightarrow & ((T \Rightarrow F) \wedge F) \Rightarrow (T \Rightarrow F) & \rightarrow & (F \wedge F) \Rightarrow F & \rightarrow & F \Rightarrow F & \rightarrow & T \\ r = T & \rightarrow & ((T \Rightarrow F) \wedge T) \Rightarrow (T \Rightarrow T) & \rightarrow & (F \wedge T) \Rightarrow T & \rightarrow & F \Rightarrow T & \rightarrow & T \end{cases}$$

گزینه ۱

پاسخ تشریحی سوالات حسابان، آمار و احتمال و هندسه مشترک کنکور ریاضی ۱۴۰۳
حمیده قاسمی _ مدرس درس حسابان، ریاضیات تجربی و انسانی (کنکوری و تقویتی)

۳- اگر بزرگ‌ترین بازه‌ای که نمودار تابع $y = -5x^2 + ax - 8$ در آن اکیداً صعودی است، بازه $(-\infty, 2/5]$ باشد، عرض رأس سهمی کدام است؟

(۴) $24/75$

(۳) $23/25$

(۲) $14/25$

(۱) $13/75$

$$x_s = 2/5 = \frac{-a}{2(-5)} \Rightarrow a = 25$$

$$y = -5x^2 + 25x - 8 \Rightarrow y_s = -5(2/5)^2 + 25(2/5) - 8 \Rightarrow y_s = 23/25$$

گزینه ۳

پاسخ تشریحی سوالات حسابان، آمار و احتمال و هندسه مشترک کنکور ریاضی ۱۴۰۳
حمیده قاسمی _ مدرس درس حسابان، ریاضیات تجربی و انسانی (کنکوری و تقویتی)

۴- اگر $r(x)$ باقیمانده تقسیم $2 - x^{14}$ بر $x^2 + x + 1$ باشد، مجموع ضرایب چندجمله‌ای $r(x)$ کدام است؟ ($x \neq 1$)

(۱) صفر (۲) -۱ (۳) -۲ (۴) ۴

معادله ریشه ندارد $\Rightarrow \Delta < 0 \Rightarrow x^2 + x + 1 = 0$

هر دو طرف معادله را در $x-1$ ضرب می‌کنیم:

$$(x-1).(x^2 + x + 1) = 0 \Rightarrow x^3 - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x^3 = 1 \\ x^2 + x + 1 = 0 \Rightarrow x^2 = -x - 1 \end{cases}$$

$$p(x) = 2 - x^{14} = 2 - (x^3)^4 . x^2 \Rightarrow r(x) = 2 - (1)^4 . (-x - 1) = x + 3 \Rightarrow 1 + 3 = 4$$

گزینه ۴

پاسخ تشریحی سوالات حسابان، آمار و احتمال و هندسه مشترک کنکور ریاضی ۱۴۰۳
حمیده قاسمی _ مدرس درس حسابان، ریاضیات تجربی و انسانی (کنکوری و تقویتی)

۵- برای چند مقدار صحیح m ، هر دو ریشه معادله $2x^2 + 7x + m = 0$ بزرگ‌تر از -3 است؟

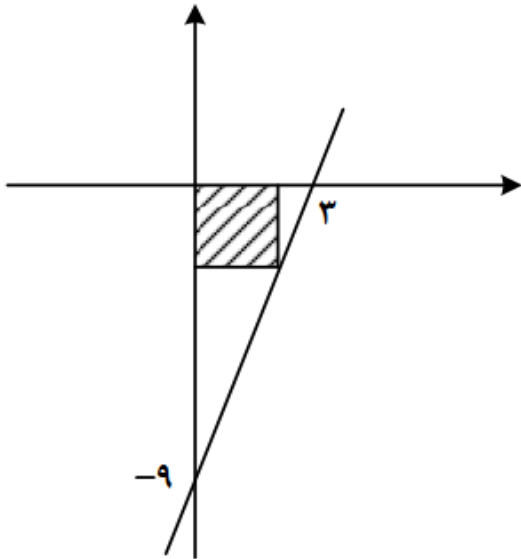
۴ (۱) ۳ (۲) ۱ (۳) ۴ (۴) صفر

$$\left\{ \begin{array}{l} f(-3) > 0 \Rightarrow 2(-3)^2 + 7(-3) + m > 0 \Rightarrow 18 - 21 + m > 0 \Rightarrow m > 3 \\ \Delta > 0 \Rightarrow 49 - 8m > 0 \Rightarrow m < 6 / \dots \end{array} \right\} \Rightarrow 3 < m < 6 / \dots \Rightarrow m = 4, 5, 6$$

گزینه ۲

پاسخ تشریحی سوالات حسابان، آمار و احتمال و هندسه مشترک کنکور ریاضی ۱۴۰۳
حمیده قاسمی _ مدرس درس حسابان، ریاضیات تجربی و انسانی (کنکوری و تقویتی)

۶- در شکل زیر، قطر مربع هاشور خورده، کدام است؟



(۱) $\frac{2}{5}\sqrt{2}$

(۲) $\frac{3}{5}\sqrt{2}$

(۳) $\frac{9}{2\sqrt{2}}$

(۴) $\frac{9}{\sqrt{2}}$

معادله خط را می‌نویسیم و نقطه $(x, -x)$ را در خط قرار می‌دهیم.

$$y = 3x - 9 \Rightarrow \underline{(x, -x)} \Rightarrow -x = 3x - 9 \Rightarrow x = \frac{9}{4}$$

$$\text{قطر مربع} = \sqrt{2}x = \frac{9}{4}\sqrt{2} = \frac{9\sqrt{2}}{4} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{9}{2\sqrt{2}}$$

گزینه ۳

پاسخ تشریحی سوالات حسابان، آمار و احتمال و هندسه مشترک کنکور ریاضی ۱۴۰۳
حمیده قاسمی _ مدرس درس حسابان، ریاضیات تجربی و انسانی (کنکوری و تقویتی)

۷- در یک مستطیل، نقاط $A(5, 2)$ و $C(4, -1)$ دو رأس غیرمجاور و دو رأس B و D روی خط $x - 3y = 3$ واقع اند.
اختلاف طول نقاط B و D کدام است؟

۱/۵ (۴)

۱ (۳)

۳/۵ (۲)

۳ (۱)

$$m_{AB} \times m_{BC} = -1 \Rightarrow \frac{3y-2}{y-2} \times \frac{3y-1}{y+1} = -1 \Rightarrow 10y^2 - 10y = 0 \Rightarrow 10y(y-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} y=0, x=3 \\ y=1, x=6 \end{cases} \Rightarrow 6-3=3$$

گزینه ۱

پاسخ تشریحی سوالات حسابان، آمار و احتمال و هندسه مشترک کنکور ریاضی ۱۴۰۳
حمیده قاسمی _ مدرس درس حسابان، ریاضیات تجربی و انسانی (کنکوری و تقویتی)

۸- ضابطه تابع قطعه‌ای f به صورت $f(x) = \begin{cases} x^2 - x - 7 & x \geq 1 \\ 2x - 1 & x < 1 \end{cases}$ است، برای چند مقدار a ، $f(1 - |a|) = f(2 + |a|)$ است؟

۱ (۴) ۲ (۳) ۳ (۲) ۴ (۱)

ضابطه پایین $f(1 - |a|) < 1 \Rightarrow$

ضابطه بالا $f(2 + |a|) > 1 \Rightarrow$

$|a| = t$

$$f(1 - |a|) = f(2 + |a|) \Rightarrow 2(1 - t) - 1 = (2 + t)^2 - (2 + t) - 7 \Rightarrow t^2 + 5t - 6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = |a| = 1 \Rightarrow a = \pm 1 \\ t = |a| = -6 \end{cases}$$

گزینه ۳

پاسخ تشریحی سوالات حسابان، آمار و احتمال و هندسه مشترک کنکور ریاضی ۱۴۰۳
حمیده قاسمی _ مدرس درس حسابان، ریاضیات تجربی و انسانی (کنکوری و تقویتی)

۹- نمودار تابع $f(x) = \sqrt{1-\sqrt{1+x}}$ ، در چند نقطه تابع وارون خود را قطع می کند؟

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

با توجه به وجود رادیکال، ابتدا دامنه تابع $f(x)$ را تعیین می کنیم

$$\left. \begin{aligned} \sqrt{1+x} \geq 0 &\Rightarrow x \geq -1 \\ \sqrt{1-\sqrt{1+x}} \geq 0 &\Rightarrow 1-\sqrt{1+x} \geq 0 \Rightarrow \sqrt{1+x} \leq 1 \Rightarrow 1+x \leq 1 \Rightarrow x \leq 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow -1 \leq x \leq 0$$

تابع وارون خود را روی خط $y = x$ قطع میکند بنابراین: $f = f^{-1} = x$

$$f = x \Rightarrow \sqrt{1-\sqrt{1+x}} = x$$

سمت چپ یک عبارت همواره مثبت است پس سمت راست هم باید مثبت باشد پس: $x \geq 0$

در نهایت داریم:

$$\left. \begin{aligned} -1 \leq x \leq 0 \\ x \geq 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow x = 0$$

گزینه ۴

پاسخ تشریحی سوالات حسابان، آمار و احتمال و هندسه مشترک کنکور ریاضی ۱۴۰۳
حمیده قاسمی _ مدرس درس حسابان، ریاضیات تجربی و انسانی (کنکوری و تقویتی)

۱۰- اگر $\log(2-x) - \log \frac{1}{(x-2)^2} = 3$ باشد، مقدار $\log_{\sqrt{2}}(-x)$ کدام است؟

$-\frac{1}{4}$ (۴)

$\frac{1}{4}$ (۳)

۶ (۲)

-۶ (۱)

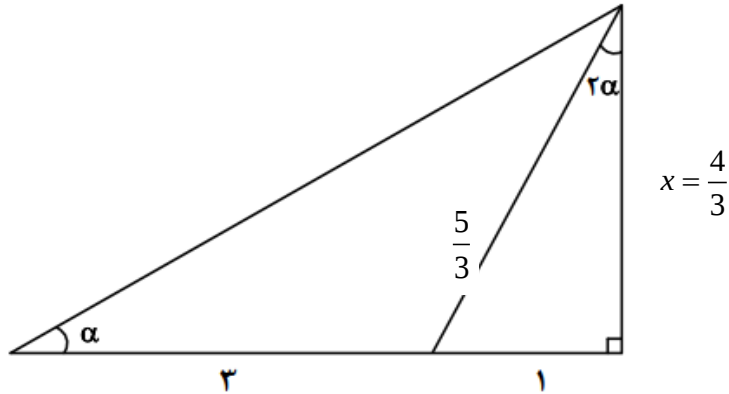
$$\log_{\frac{2-x}{(x-2)^2}} = 3 \Rightarrow \log_{(2-x)(2-x)^2} = 3 \Rightarrow \log_{(2-x)^3} = 3 \Rightarrow (2-x)^3 = 10^3 \Rightarrow 2-x=10 \Rightarrow x=-8$$

$$\log_{\sqrt{2}}^{-x} = \log_{\sqrt{2}}^{-(-8)} = \log_{\sqrt{2}}^{2^3} = \frac{3}{\frac{1}{2}} \log_2^2 = 6$$

گزینه ۲

پاسخ تشریحی سوالات حسابان، آمار و احتمال و هندسه مشترک کنکور ریاضی ۱۴۰۳
حمیده قاسمی _ مدرس درس حسابان، ریاضیات تجربی و انسانی (کنگوری و تقویتی)

۱۱- در شکل زیر، مقدار $\cos 2\alpha$ کدام است؟



- (۱) $\frac{1}{4}$
(۲) $\frac{3}{4}$
(۳) $\frac{2}{5}$
(۴) $\frac{4}{5}$

$$\left. \begin{array}{l} \tan(\alpha) = \frac{x}{4} \\ \tan(2\alpha) = \frac{1}{x} \end{array} \right\} \Rightarrow \tan(2\alpha) = \frac{2 \tan(\alpha)}{1 - \tan^2(\alpha)} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{2(\frac{x}{4})}{1 - \frac{x^2}{16}} \Rightarrow 1 - \frac{x^2}{16} = \frac{x^2}{2} \Rightarrow x^2 = \frac{16}{9} \Rightarrow x = \frac{4}{3}$$

$$\text{وتر} = \sqrt{\frac{16}{9} + 1} = \frac{5}{3}$$

$$\cos(2\alpha) = \frac{\frac{4}{3}}{\frac{5}{3}} = \frac{4}{5}$$

گزینه ۴

پاسخ تشریحی سوالات حسابان، آمار و احتمال و هندسه مشترک کنکور ریاضی ۱۴۰۳
حمیده قاسمی _ مدرس درس حسابان، ریاضیات تجربی و انسانی (کنکوری و تقویتی)

۱۲- اگر $3\sin^2 x + a\cos^2 x = 4$ باشد، $\cot^2 x$ با کدام مورد برابر است؟

$\frac{1}{3-a}$ (۴)

$\frac{1}{a-3}$ (۳)

$\frac{1}{4-a}$ (۲)

$\frac{1}{a-4}$ (۱)

طرفین را بر $\sin^2(x)$ تقسیم می‌کنیم.

$$\frac{3\sin^2(x)}{\sin^2(x)} + \frac{a\cos^2(x)}{\sin^2(x)} = \frac{4}{\sin^2(x)} \Rightarrow 3 + a\cot^2(x) = 4(1 + \cot^2(x)) \Rightarrow (a-4)\cot^2(x) = 1 \Rightarrow \cot^2(x) = \frac{1}{a-4}$$

گزینه ۱

پاسخ تشریحی سوالات حسابان، آمار و احتمال و هندسه مشترک کنکور ریاضی ۱۴۰۳
حمیده قاسمی _ مدرس درس حسابان، ریاضیات تجربی و انسانی (کنکوری و تقویتی)

۱۳- در مثلث ABC، اگر $\tan(B - C) = \sqrt{3}$ باشد، حاصل عبارت $\frac{1 - 2\cos(B + C)}{4\sin B \cos C}$ کدام است؟

(۴) $\tan C$

(۳) $\tan B$

(۲) $-\frac{1}{2}$

(۱) -1

$$\tan(B - C) = \sqrt{3} = \tan 60^\circ \Rightarrow B - C = 60 \Rightarrow \begin{cases} B = 60 \\ C = 0 \end{cases}$$

اختلاف B و C باید ۶۰ درجه باشد پس می توان فرض کرد که $B = 60$ و $C = 0$ است.

$$\frac{1 - 2\cos(B + C)}{4\sin B \cos C} = \frac{1 - 2(60 + 0)}{4\sin(60) \cos(0)} = \frac{1 - 2(\frac{1}{2})}{4(\frac{\sqrt{3}}{2})} = \frac{0}{2\sqrt{3}} = 0 = \tan 0 = \tan C$$

پاسخ تشریحی سوالات حسابان، آمار و احتمال و هندسه مشترک کنکور ریاضی ۱۴۰۳
حمیده قاسمی _ مدرس درس حسابان، ریاضیات تجربی و انسانی (کنکوری و تقویتی)

۱۴- تعداد جواب‌های معادله $\cos(2x - \frac{\pi}{4}) + \cos(x + \frac{\pi}{4}) = 0$ در بازه $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

$$\cos(2x - \frac{\pi}{4}) = -\cos(x + \frac{\pi}{4})$$

با توجه به اینکه $-\cos(\alpha) = \cos(\pi - \alpha)$ است:

$$\cos(2x - \frac{\pi}{4}) = \cos(\pi - x - \frac{\pi}{4}) \Rightarrow \begin{cases} 2x - \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \pi - x - \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{3} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{3} \end{cases} \\ 2x - \frac{\pi}{4} = 2k\pi - \pi + x + \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = -\frac{\pi}{2} \end{cases}$$

گزینه ۳

پاسخ تشریحی سوالات حسابان، آمار و احتمال و هندسه مشترک کنکور ریاضی ۱۴۰۳
حمیده قاسمی _ مدرس درس حسابان، ریاضیات تجربی و انسانی (کنکوری و تقویتی)

۱۵- اگر $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a + \sqrt{(bx+1)(cx+1)}}{x} = 2$ باشد، مقدار $\frac{b}{a} + \frac{c}{a}$ کدام است؟

(۱) -۲ (۲) -۴ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{1}{4}$

$x=0$ ریشه مخرج است اما حد جواب دارد پس $x=0$ ریشه صورت هم هست:

$$a + \sqrt{(1)(1)} = 0 \Rightarrow a = -1$$

$$\frac{0}{0} \Rightarrow HOP \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{b(cx+1) + c(bx+1)}{2\sqrt{(bx+1)(cx+1)}} = \frac{b(1) + c(1)}{2} = 2 \Rightarrow b + c = 4$$

$$\frac{b}{a} + \frac{c}{a} = \frac{b+c}{a} = \frac{4}{-1} = -4$$

گزینه ۲

پاسخ تشریحی سوالات حسابان، آمار و احتمال و هندسه مشترک کنکور ریاضی ۱۴۰۳
حمیده قاسمی _ مدرس درس حسابان، ریاضیات تجربی و انسانی (کنکوری و تقویتی)

۱۶- برای چند مقدار a ، تابع $f(x) = \frac{3x^2 - 8x - 3}{ax^2 + (1-a)x + a + 1}$ یک مجانب قائم دارد؟

۷ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

در سه حالت یک مجانب قائم (یک ریشه مخرج) داریم:

(۱) اگر مخرج خط باشد $\Leftrightarrow a = 0 \Leftrightarrow$ یک جواب

(۲) اگر مخرج ریشه مضاعف داشته باشد $\Leftrightarrow \Delta = 0$

$\Delta = (1-a)^2 - 4a(a+1) = 0 \Rightarrow 1 + a^2 - 2a - 4a^2 - 4a = 0 \Rightarrow -3a^2 - 6a + 1 = 0 \Rightarrow \Delta > 0 \Rightarrow$ دو جواب

(۳) یکی از ریشه‌های صورت و مخرج مشترک باشند تا با هم ساده شده و مخرج یک ریشه بدهد بنابراین:

$3x^2 - 8x - 3 = 0 \Rightarrow \Delta > 0 \Rightarrow$ ۲ جواب

در نهایت ۵ جواب

گزینه ۳

پاسخ تشریحی سوالات حسابان، آمار و احتمال و هندسه مشترک کنکور ریاضی ۱۴۰۳
حمیده قاسمی _ مدرس درس حسابان، ریاضیات تجربی و انسانی (کنکوری و تقویتی)

۱۷- به ازای مقادیر طبیعی c ، تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 - 2x + 1} & |x| \leq c \\ ax^2 + bx + 2 & |x| > c \end{cases}$ روی مجموعه اعداد حقیقی پیوسته است. کدام

می تواند مقدار $\left[\frac{a}{b} \right]$ باشد؟

- (۱) -۱ (۲) -۲ (۳) -۳ (۴) -۴

برای c می توان مقادیر طبیعی دلخواهی را انتخاب کرد چون ۲ مجهول داریم پس دو مقدار برای c در نظر می گیریم:

$$\left. \begin{aligned} c=1 &\Rightarrow \begin{cases} |x-1| & |x| \leq 1 \\ ax^2 + bx + 2 & |x| > 1 \end{cases} \Rightarrow a+b+2= \\ c=2 &\Rightarrow \begin{cases} |x-1| & |x| \leq 2 \\ ax^2 + bx + 2 & |x| > 2 \end{cases} \Rightarrow 4a+2b+2=1 \Rightarrow 4a+2b=-1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} a+b=-2 \\ 4a+2b=-1 \end{cases} \Rightarrow a=\frac{3}{2}, b=-\frac{7}{2}$$

$$\left[\frac{a}{b} \right] = \left[\frac{\frac{3}{2}}{-\frac{7}{2}} \right] = \left[-\frac{3}{7} \right] = -1$$

گزینه ۱

پاسخ تشریحی سوالات حسابان، آمار و احتمال و هندسه مشترک کنکور ریاضی ۱۴۰۳
حمیده قاسمی _ مدرس درس حسابان، ریاضیات تجربی و انسانی (کنکوری و تقویتی)

۱۸- اگر $f(x) = \frac{8 + \cos^3 x}{4 - \cos^2 x}$ و $g(x) = \frac{2}{2 - \cos x}$ باشد، حاصل عبارت $f'(\frac{7\pi}{6}) - 2g'(\frac{7\pi}{6})$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

$$f - 2g = \frac{8 + \cos^2 x}{4 - \cos^2 x} - 2 \frac{2}{2 - \cos x} = \frac{8 + \cos^2 x}{4 - \cos^2 x} - \frac{4(2 + \cos x)}{4 - \cos^2 x} = \frac{8 + \cos^2 x - 8 - 4\cos x}{4 - \cos^2 x} = \frac{\cos x(\cos^2 x - 4)}{4 - \cos^2 x} = -\cos x$$

$$(f - 2g)' = \sin x$$

$$(f - 2g)'(\frac{7\pi}{6}) = \sin(\frac{7\pi}{6}) = -\frac{1}{2}$$

گزینه ۲

پاسخ تشریحی سوالات حسابان، آمار و احتمال و هندسه مشترک کنکور ریاضی ۱۴۰۳
حمیده قاسمی _ مدرس درس حسابان، ریاضیات تجربی و انسانی (کنکوری و تقویتی)

۱۹- به ازای چند مقدار صحیح m تابع $f(x) = \begin{cases} b & x < a \\ b + (x-a)^m & x \geq a \end{cases}$ دارای نقطه گوشه‌ای است؟

(۱) صفر (۲) بیش از ۲ (۳) ۲ (۴) ۱

برای a می‌توان هر نقطه دلخواهی در نظر گرفت. b هم چون تابع ثابت است و مشتق آن صفر است می‌توان هر عدد دلخواهی در نظر گرفت پس فرض می‌کنیم:

$$a = 0$$

$$b = 0$$

در نتیجه:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ x^m & x \geq 0 \end{cases}$$

m باید مثبت باشد زیرا در غیر این صورت تابع به صورت $\frac{1}{x^m}$ تبدیل می‌شود که در $x=0$ ناپیوسته می‌شود و نمی‌تواند گوشه‌ای باشد.

$$m=1 \Rightarrow f(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ x & x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow f'(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 1 & x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \text{نقطه گوشه‌ای است}$$

$$m=2 \Rightarrow f(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ x^2 & x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow f'(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 2x & x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow f'(x) = 0 \Rightarrow \text{نقطه گوشه‌ای نیست.}$$

گزینه ۱

پاسخ تشریحی سوالات حسابان، آمار و احتمال و هندسه مشترک کنکور ریاضی ۱۴۰۳
حمیده قاسمی _ مدرس درس حسابان، ریاضیات تجربی و انسانی (کنکوری و تقویتی)

۲۰- تابع f با ضابطه $f(x) = \sqrt{x(1-|x|)}$ را در نظر بگیرید. اگر m و n به ترتیب تعداد نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی و k تعداد نقاط بحرانی تابع f باشند، مقدار $m + n + k$ کدام است؟

۳ (۴)

۴ (۳)

۵ (۲)

۶ (۱)

$$x \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x^2 - x} \geq 0 \Rightarrow 0 \leq x \leq 1 \Rightarrow \text{نیم دایره ای در بازه } ۰ \text{ تا یک}$$

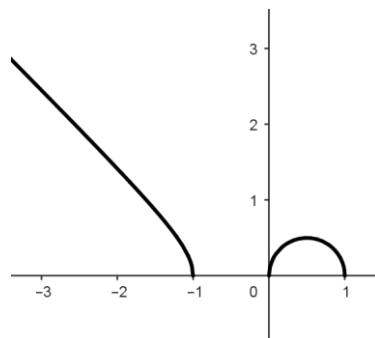
$$x < 0 \Rightarrow \sqrt{x^2 + x} \geq 0 \Rightarrow x < -1$$

با رسم نمودار تابع داریم:

تعداد نقاط بحرانی ۴ تا

نقطه ماکزیمم: یکی

نقطه مینیمم نداریم



$$4+1+0=5$$

گزینه ۲

پاسخ تشریحی سوالات حسابان، آمار و احتمال و هندسه مشترک کنکور ریاضی ۲۱ تیر ۱۴۰۳
حمیده قاسمی _ مدرس درس حسابان، ریاضیات تجربی و انسانی (کنکوری و تقویتی)



۰۹۰۱۶۷۴۱۲۶۵



t.me/hamidehghasemii

۲۱- رضا می‌خواهد کتاب ریاضی و ۵ کتاب درسی دیگرش را روی هم بچیند. در چند حالت مختلف هنگام چیدن کتاب‌ها،

کتاب‌های بیشتری بالای کتاب ریاضی قرار می‌گیرد؟

۲۰۰ (۴)

۲۴۰ (۳)

۳۰۰ (۲)

۳۶۰ (۱)

تعداد کتاب‌های بالای ریاضی یا کمتر است. یا بیشتر. پس در کل دو حالت وجود دارد. که از این ۲ حالت یک حالت مطلوب ماست

در نتیجه جواب نهایی از تقسیم کل حالت‌ها بر ۲ به دست می‌آید. یعنی ۶ فاکتوریل تقسیم بر ۲ یعنی ۳۶۰

گزینه ۱

پاسخ تشریحی سوالات حسابان، آمار و احتمال و هندسه مشترک کنکور ریاضی ۱۴۰۳
حمیده قاسمی _ مدرس درس حسابان، ریاضیات تجربی و انسانی (کنکوری و تقویتی)

۲۲- سکه‌ای را پرتاب می‌کنیم. اگر «رو» بیاید، ۲ سکه پرتاب کرده و اگر «پشت» بیاید، ۳ سکه را پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال همه سکه‌ها یکسان ظاهر می‌شوند؟

$$\frac{5}{16} \quad (۴)$$

$$\frac{5}{12} \quad (۳)$$

$$\frac{3}{16} \quad (۲)$$

$$\frac{3}{12} \quad (۱)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8} \\ \frac{1}{2} \times \frac{1}{8} = \frac{1}{16} \end{array} \right. \Rightarrow \frac{1}{8} + \frac{1}{16} = \frac{3}{16}$$

گزینه ۲

پاسخ تشریحی سوالات حسابان، آمار و احتمال و هندسه مشترک کنکور ریاضی ۱۴۰۳
حمیده قاسمی _ مدرس درس حسابان، ریاضیات تجربی و انسانی (کنکوری و تقویتی)

۲۳- میانگین دسته اول با ۵ داده مختلف برابر میانگین دسته دوم با ۶ داده است، به طوری که تنها داده متفاوت بین دو

دسته، داده a است. اگر واریانس دسته اول $\frac{2}{3}$ از واریانس دسته دوم بیشتر باشد، واریانس دسته اول کدام است؟

۶/۲۵ (۴)

۴ (۳)

۲/۲۵ (۲)

۱ (۱)

$$\frac{\sum x}{5} = \frac{\sum x + a}{6} \Rightarrow \sum x = 5a \Rightarrow \bar{x} = a$$

$$\sigma_1^2 = \frac{(x_1 - a)^2 + (x_1 - a)^2 + \dots}{5} \quad (x_1 - a)^2 + (x_1 - a)^2 + \dots = t \quad \sigma_1^2 = \frac{t}{5}$$

$$\sigma_1^2 - \sigma_2^2 = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{t}{5} - \frac{t}{6} = \frac{2}{3} \Rightarrow t = 20$$

$$\sigma_1^2 = \frac{t}{5} = \frac{20}{5} = 4$$

پاسخ تشریحی سوالات حسابان، آمار و احتمال و هندسه مشترک کنکور ریاضی ۲۱ تیر ۱۴۰۳
حمیده قاسمی _ مدرس درس حسابان، ریاضیات تجربی و انسانی (کنکوری و تقویتی)

۲۴- در جریان یک مسابقه بازیکن A دو پنالتی می‌زند. این بازیکن با احتمال ۶۰ درصد پنالتی اول را گل می‌کند، در این صورت احتمال گل شدن پنالتی دوم ۸۰ درصد و در غیر این صورت ۳۰ درصد خواهد بود. با کدام احتمال وضعیت گل شدن دو پنالتی متفاوت است؟

۰/۳ (۴)

۰/۶ (۳)

۰/۲۴ (۲)

۰/۴۴ (۱)

پنالتی اول یا گل می‌شود یا نمی‌شود پس داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{60}{100} \times \frac{80}{100} = \frac{48}{100} = 0/48 \\ \frac{40}{100} \times \frac{30}{100} = \frac{12}{100} = 0/12 \end{array} \right. \Rightarrow 0/48 + 0/12 = 0/6$$

گزینه ۳

پاسخ تشریحی سوالات حسابان، آمار و احتمال و هندسه مشترک کنکور ریاضی ۲۱ تیر ۱۴۰۳
حمیده قاسمی _ مدرس درس حسابان، ریاضیات تجربی و انسانی (کنکوری و تقویتی)

۲۵- برای کدام گزاره، می تون مثال نقض ارائه کرد؟

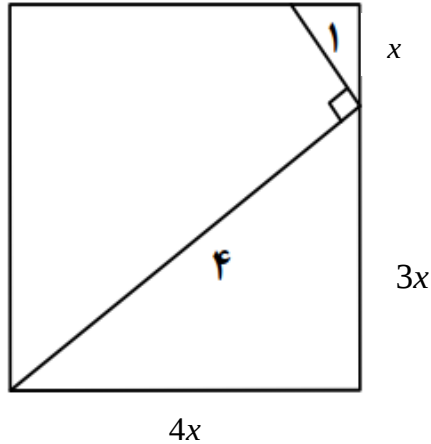
- (۱) هر چهارضلعی که قطرهای یکدیگر را نصف کنند، متوازی الاضلاع است.
- (۲) اندازه میانه های وارد بر اضلاع مساوی در هر مثلث، با هم برابرند.
- (۳) هر چهارضلعی با قطرهای برابر و عمود بر هم، مربع است.
- (۴) نیمسازهای زاویه های داخلی هر مثلث همرسند.

گزینه ۳

مثال نقض: دوزنقه متساوی الساقینی که قطرهای آن بر هم عمود هستند

پاسخ تشریحی سوالات حسابان، آمار و احتمال و هندسه مشترک کنکور ریاضی ۱۴۰۳
حمیده قاسمی _ مدرس درس حسابان، ریاضیات تجربی و انسانی (کنکوری و تقویتی)

۲۶- مساحت مربع شکل زیر، چقدر است؟



(۱) $۱۳/۳۱$

(۲) $۷/۲۹$

(۳) $۸/۴۱$

(۴) $۱۰/۲۴$

دو مثلث با نسبت $\frac{1}{4}$ متشابه هستند.

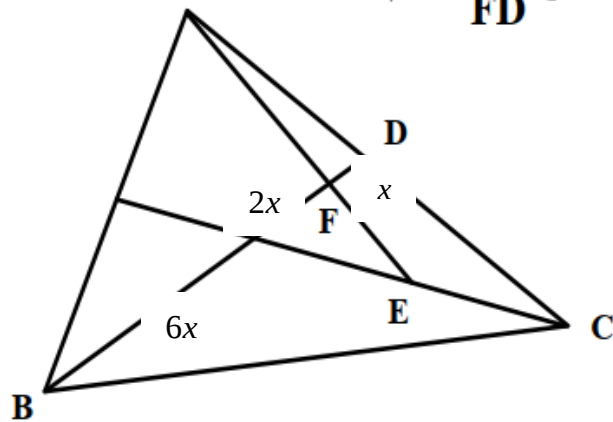
$$9x^2 + 16x^2 = 16 \Rightarrow x^2 = \frac{16}{25}$$

$$s = 16x^2 = 16\left(\frac{16}{25}\right) = \frac{2^8}{25} = \frac{2^8}{25} \times \frac{4}{4} = \frac{2^{10}}{100} = 10/24$$

گزینه ۴

پاسخ تشریحی سوالات حسابان، آمار و احتمال و هندسه مشترک کنکور ریاضی ۱۴۰۳
حمیده قاسمی _ مدرس درس حسابان، ریاضیات تجربی و انسانی (کنکوری و تقویتی)

۲۷- در شکل زیر، G مرکز ثقل مثلث ABC است. اگر $GE = EC$ باشد، مقدار $\frac{BD}{FD}$ کدام است؟



(۱) ۹

(۲) ۸

(۳) ۶

(۴) ۵

مرکز ثقل مثلث محل برخورد میانه‌ها است و نسبت‌ها روی میانه به نسبت یک بر ۲ تقسیم می‌شوند. بنابراین

$$\frac{BD}{FD} = \frac{9x}{x} = 9$$

پاسخ تشریحی سوالات حسابان، آمار و احتمال و هندسه مشترک کنکور ریاضی ۱۴۰۳
حمیده قاسمی _ مدرس درس حسابان، ریاضیات تجربی و انسانی (کنکوری و تقویتی)



۰۹۰۱۶۷۴۱۲۶۵



t.me/hamidehghasemii

۲۹- مماس های رسم شده بر دو دایره متقاطع در نقطه تقاطع دو دایره، بر هم عمودند. اگر شعاع دایره کوچک تر $\frac{1}{5}$ و فاصله بین مراکز دو دایره $\frac{2}{5}$ باشد، شعاع دایره بزرگ تر، کدام است؟

۲ (۴)

۳ (۳)

$\sqrt{5}$ (۲)

$\sqrt{3}$ (۱)

مماس های رسم شده بر هم عمودند پس از مراکز دو دایره می گذرند، با توجه به شکل:

$$r = \sqrt{\frac{25}{4} - \frac{9}{4}} = \sqrt{\frac{16}{4}} = 2$$

گزینه ۴

