

تحلیل حسابان کنکور تیر ۱۴۰۳

۱- اگر $x+1$ ، $x-1$ ، $2x+1$ و x به ترتیب جملات چهارم، پنجم، هفتم و هشتم یک دنباله هندسی باشند، حاصل ضرب مقادیر ممکن برای قدرنسبت این دنباله، کدام است؟ (ترتیب)

-۲ (۴)

۲ (۳)

-۱ (۲) ✓

۱ (۱)

$$r = \frac{n-1}{n+1} \times \frac{n}{2n+1} \Rightarrow 2n^2 + n - 2n - 1 = n^2 + n$$

$$n^2 - n - 1 = 0 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 1 - (1)(-1) = 2$$

$$r = \frac{n-1}{n+1} = \frac{1+\sqrt{2}-1}{1+\sqrt{2}+1} = \frac{\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}$$

$$n = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{a} = \frac{1 \pm \sqrt{2}}{1}$$

$$r = \frac{n-1}{n+1} = \frac{1-\sqrt{2}-1}{1-\sqrt{2}+1} = \frac{-\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}} \times \frac{2-\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}} = \frac{-2}{4-2} = -1$$

$$\text{روش دوم: } r = \frac{\alpha-1}{\alpha+1} \times \frac{\beta-1}{\beta+1} = \frac{\alpha\beta - \alpha - \beta + 1}{\alpha\beta + \alpha + \beta + 1} = \frac{p-s+1}{p+s+1} = \frac{-1-2+1}{-1+2+1} = -1$$

۳- اگر بزرگ‌ترین بازه‌ای که نمودار تابع $y = -5x^2 + 25x - 8$ در آن اکیداً صعودی است، بازه $(-\infty, 2/5]$ باشد، عرض رأس سهمی کدام است؟ (د.)

۲۴/۷۵ (۴)

۲۳/۲۵ (۳) ✓

۱۴/۲۵ (۲)

۱۳/۷۵ (۱)

$$x_s = -\frac{b}{2a} = -\frac{a}{2(-5)} = \frac{a}{10} \times \frac{25}{1} \Rightarrow \boxed{a=25}$$



$$y_s = -5(25)^2 + 25 \times 25 - 8 = -31,25 + 62,5 - 8 = 23,25$$

$$\text{روش دوم: } y_s = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{(b^2 - 4ac)}{4(-5)} = -\frac{(625 - 4(160))}{-20} = \frac{465}{20} = 23,25$$

۴- اگر $\Gamma(X)$ باقیمانده تقسیم $2 - X^{14}$ بر $X^2 + X + 1$ باشد، مجموع ضرایب چندجمله‌ای $\Gamma(X)$ کدام است؟ ($X \neq 1$) (نرط)

(۱) صفر (۲) -1 (۳) -2 (۴) 4 ✓

$$2 - X^{14} = 2 - (X^2)^7 = 2 - (X^2 + X + 1 - X - 1)^7$$

$$= 2 - (-X - 1)^7 = 2 - (-X - 1)(-X - 1)(-X - 1)(-X - 1)(-X - 1)(-X - 1)(-X - 1)$$

$$= 2 + (X)(X)(X)(X)(X)(X)(X + 1)$$

$$= 2 + X^2(X^2 + X)$$

$$= 2 + (-X - 1)(-X - 1 + X) = 2 + X + 1 = X + 3$$

مجموع ضرایب: $1 + 3 = 4$

$$(-X - 1)^2 = (X + 1)^2 = X^2 + 2X + 1 = -X + 1 + 2X = X + 1$$

۵- برای چند مقدار صحیح m ، هر دو ریشه معادله $2X^2 + 7X + m = 0$ بزرگ‌تر از -3 است؟ (دستار)

(۱) 4 (۲) 3 ✓ (۳) 1 (۴) صفر

$$\Delta > 0 \Rightarrow b^2 - 4ac > 0 \Rightarrow 49 - 4(2)(m) > 0 \Rightarrow -8m > -49$$

$$m < \frac{49}{8} = 6.125$$

$$\Delta = 49 - 8m \Rightarrow m = \frac{-7 \pm \sqrt{49 - 8m}}{4} > -3$$

$$\begin{cases} -7 + \sqrt{49 - 8m} > -12 \Rightarrow \sqrt{49 - 8m} > -5 \\ -7 - \sqrt{49 - 8m} > -12 \Rightarrow -\sqrt{49 - 8m} > -5 \Rightarrow \sqrt{49 - 8m} < 5 \end{cases}$$

$$49 - 8m < 25 \Rightarrow -8m < -24 \Rightarrow m > 3$$

$$3 < m < 6.125 \Rightarrow m = 4, 5, 6$$

جولہ و خرمند

$$2.5\sqrt{2} \quad (1)$$

$$m = \frac{9}{3} = 3$$

$$3,5\sqrt{2} \text{ (r)}$$

$$y = mx + b = 3x - 9$$

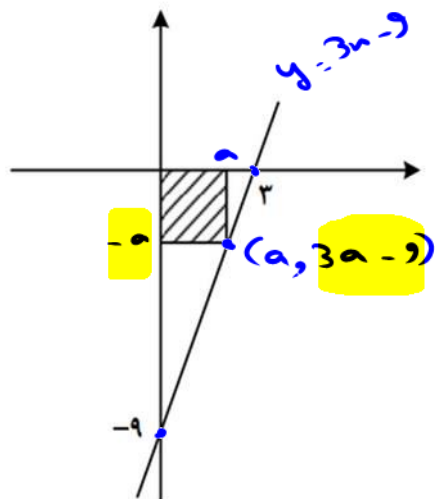
$$\frac{9\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{2} \times 9}{\sqrt{2} \times 2\sqrt{2}} \quad (3) \checkmark$$

$$3n - 9 = -9$$

$$\frac{9}{\sqrt{2}} \text{ (f)}$$

$4a = 2$

$$a = \frac{2}{4}$$



$$d_{\text{مغاور}} = \sqrt{2} a = \frac{2\sqrt{2}}{4}$$

$$x-3=3y \Rightarrow y = \frac{x-3}{3}$$

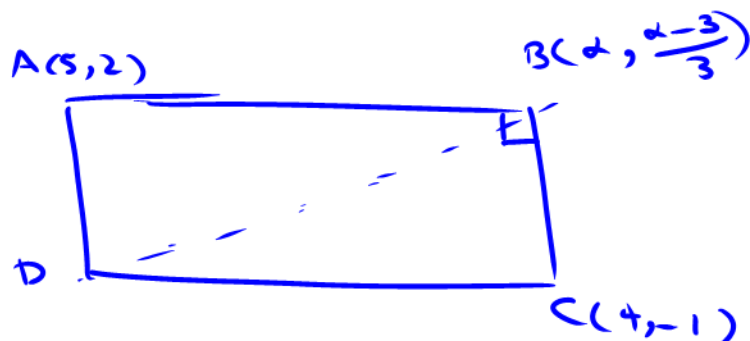
اختلاف طول نقاط B و D کدام است؟

 $1/5$ (F)

13

३/५ (२)

۳ (۱) ✓



$$m_{AB} = \frac{\frac{x-3}{3} - 2}{x-5} = \frac{\frac{x-9}{3}}{\frac{x-5}{3}} = \frac{x-9}{x-5}$$

$$3 \text{ or } 2 = \frac{x-3}{x-1} + \frac{1}{x-2} = \frac{x-2}{x-1} + \frac{1}{x-2}$$

$$\Rightarrow \frac{x-9}{3x-15} = \frac{-3x+12}{x}$$

$$x^2 - 9x = -9x^2 + \underline{36x} + \underline{45x} - 18.$$

$$1 \cdot x^2 - 9 \cdot x + 18 = 0 \Rightarrow x^2 - 9x + 18 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 6 \\ x = 3 \end{cases}$$

$$\text{احتساب} = 6 - 3 = 3$$

ضابطه یابی ضابطه یابی
۸- ضابطه تابع قطعه‌ای f به صورت $f(x) = \begin{cases} x^2 - x - 7 & x \geq 1 \\ 2x - 1 & x < 1 \end{cases}$ است، برای چند مقدار a $f(1 - |a|) = f(2 + |a|)$ است؟

۱ (۴) ۲ (۳) ۳ (۲) ۴ (۱)

$$2(1 - |a|) - 1 = (2 + |a|)^2 - (2 + |a|) - 7$$

$$2 - 2|a| - 1 = 4 + 4|a| + |a|^2 - 2 - |a| - 7$$

$$0 = |a|^2 + 5|a| - 6 \Rightarrow \begin{cases} |a| = 1 \Rightarrow a = \pm 1 \\ |a| = \frac{-5}{2} = -2.5 \end{cases}$$

۹- نمودار تابع $f(x) = \sqrt{1 - \sqrt{1 + x}}$ در چند نقطه تابع وارون خود را قطع می‌کند؟ (دستار)

۱ (۴) ۲ (۳) ۳ (۲) ۴ (۱)

$$\sqrt{1 - \sqrt{1 + x}} = x$$

$$1 - \sqrt{1 + x} = x^2$$

$$1 - x^2 = \sqrt{1 + x} \Rightarrow x^4 - 2x^2 + x^4 = 1 + x$$

$$x^4 - 2x^2 - x = 0 \Rightarrow x(x^3 - 2x - 1) = 0$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ x^3 - 2x - 1 = 0 \end{cases}$$

حس
عقل
جواب رادیکال
میچ، منتهی شمر

$$\begin{array}{r|l} x^3 - 2x - 1 & x + 1 \\ \hline -x^3 - x^2 & \\ \hline -x^2 - 2x - 1 & \\ +x^2 + x & \\ \hline -x - 1 & \\ +x + 1 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

۲- منتهی
عقل
S < 0
S < 0

۱۰- اگر $\log(2-x) - \log \frac{1}{(x-2)^2} = 3$ باشد، مقدار $\log_{\sqrt{2}}(-x)$ کدام است؟ (۰.۷)

$$(2-x)^2 = (2-x)^2 - \frac{1}{4} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{4} \quad (۳)$$

$$۶ \quad (۲)$$

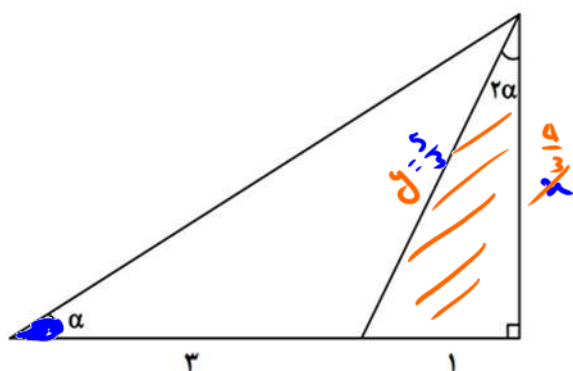
$$-۶ \quad (۱)$$

$$\log(2-x) - \log(2-x)^{-2} = 3$$

$$\log(2-x) + 2\log(2-x) = 3 \Rightarrow 3\log(2-x) = 3 \Rightarrow \log(2-x) = 1$$

$$2-x=1 \Rightarrow \boxed{x=1}$$

$$\log_{\sqrt{2}} 1 = \log_{\sqrt{2}} 2 = \log_{2^{\frac{1}{2}}} 2^1 = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$$



۱۱- در شکل زیر، مقدار $\cos 2\alpha$ کدام است؟ (مربوط)

$$\tan 2\alpha = \frac{1}{n}$$

$$\frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} = \frac{1}{n}$$

$$\frac{2(\frac{n}{4})}{1 - (\frac{n}{4})^2} = \frac{1}{n}$$

$$\frac{1}{4} \quad (۱)$$

$$\frac{3}{4} \quad (۲)$$

$$\frac{3}{5} \quad (۳)$$

$$\frac{4}{5} \quad (۴) \checkmark$$

$$\frac{\frac{n}{2}}{1 - \frac{n^2}{16}} = \frac{1}{n} \Rightarrow \frac{8n}{16 - n^2} \times \frac{1}{n}$$

$$8n^2 = 16 - n^2 \Rightarrow 9n^2 = 16 \Rightarrow n^2 = \frac{16}{9} \Rightarrow \boxed{n = \frac{4}{3}}$$

$$\therefore y^2 = \frac{16}{9} + 1 = \frac{25}{9} \Rightarrow y = \frac{5}{3}$$

$$\cos \alpha = \frac{\frac{4}{3}}{\frac{5}{3}} = \frac{4}{5}$$

۱۲- اگر $3\sin^2 x + a\cos^2 x = 4$ باشد، $\cot^2 x$ با کدام مورد برابر است؟ (مربط)

$$\frac{1}{3-a} \quad (4)$$

$$\frac{1}{a-3} \quad (3)$$

$$\frac{1}{4-a} \quad (2)$$

$$\frac{1}{a-4} \quad (1) \checkmark$$

$$3(1 - \cos^2 x) + a\cos^2 x = 4$$

$$3 - 3\cos^2 x + a\cos^2 x = 4$$

$$\cos^2 x (a - 3) = 1 \Rightarrow \cos^2 x = \frac{1}{a-3}$$

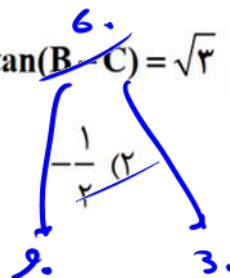
$$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} \Rightarrow 1 + \tan^2 x = a - 3 \Rightarrow \tan^2 x = a - 4$$

$$\cot^2 x = \frac{1}{a-4}$$

۱۳- در مثلث ABC، اگر $\tan(B-C) = \sqrt{3}$ باشد، حاصل عبارت $\frac{1 - 2\cos(B+C)}{4\sin B \cos C}$ کدام است؟

$$\frac{\sqrt{3}}{3} = \tan C \quad (4) \checkmark$$

$$\tan B = \infty \quad (3) \checkmark$$



$$-1 \quad (1) \checkmark$$

$$\frac{1 - 2\cos^2 120^\circ}{4\sin 60^\circ \cos 30^\circ} = \frac{1 - 2(-\frac{1}{2})}{4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1 + 1}{2\sqrt{3}} = \frac{2}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

۱۴- تعداد جواب‌های معادله $\cos(2x - \frac{\pi}{4}) + \cos(x + \frac{\pi}{4}) = 0$ در بازه $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳) ✓

۲ (۲)

۱ (۱)

$$\cos(2\alpha - \frac{\pi}{4}) = -\cos(\alpha + \frac{\pi}{4}) = \cos(\alpha - \frac{\pi}{4})$$

$$\alpha = 2k\pi + \beta \Rightarrow 2\alpha - \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \frac{3\pi}{4} - \alpha \Rightarrow 3\alpha - 2k\pi = \pi$$

$$\alpha = 2k\pi - \beta \Rightarrow 2\alpha - \frac{\pi}{4} = 2k\pi - \frac{3\pi}{4} + \alpha \Rightarrow \alpha = 2k\pi - \frac{\pi}{2}$$

۱۵- اگر $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a + \sqrt{(bx+1)(cx+1)}}{x} = 2$ باشد، مقدار $\frac{b}{a} + \frac{c}{a}$ کدام است؟

 $-\frac{1}{4}$ (۴) $-\frac{1}{2}$ (۳)

-۴ (۲) ✓

-۲ (۱)

در صورت هم‌بهره شدن صورت و مخرج صورت

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a+1}{0} \Rightarrow a+1=0 \Rightarrow \boxed{a=-1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a + \sqrt{bcx^2 + bx + cx + 1}}{x} = 2$$

Hop

$$\frac{2bcx + b + c}{2\sqrt{1}} = 2 \Rightarrow \frac{b+c}{2} = 2$$

$$\frac{b}{a} + \frac{c}{a} = \frac{b+c}{a} = \frac{4}{-1} = -4$$

$$\boxed{b+c=4}$$

جولہ و خبر مند

۷۔ سے عز

γ (¢)

Δ (r)

4 (2)

۲ (۱)

$a = 0 \Rightarrow 1 \Rightarrow \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{3} \Rightarrow \dots \Rightarrow \frac{1}{n} \Rightarrow \frac{1}{n+1} \Rightarrow \dots \Rightarrow \frac{1}{n+1}$

$$\Delta = 0 \Rightarrow (1-a)^2 - 4(a)(a+1) = 0$$

$$1 - 2a + a^2 - 4a^2 - 4a = 0 \Rightarrow -3a^2 - 4a + 1 = 0$$

$$\Delta' = 9 - (-3)(1) = 12 \Rightarrow \alpha = \frac{3 \pm \sqrt{12}}{-3}$$

$3n^2 - 8n - 3 = 0 \Rightarrow n^2 - 8n - 9 = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = -\frac{1}{3} \\ n = -\frac{c}{a} = \frac{9}{1} = 9 \end{cases}$

$$\begin{aligned} & \text{for } n=3 \rightarrow 9a + \frac{3-3a}{3} + a + 1 = 0 \Rightarrow 7a = -4 \Rightarrow a = -\frac{4}{7} \\ & \text{for } n=-\frac{1}{3} \rightarrow \end{aligned}$$

۱۷- به ازای مقادیر طبیعی c ، تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 - 2x + 1} & |x| \leq c \\ ax^2 + bx + 2 & |x| > c \end{cases}$ روی مجموعه اعداد حقیقی پیوسته است. کدام

می تواند مقدار $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ باشد؟

-۴ (۴)

-۳ (۳)

-۲ (۲)

-۱ (۱)

$$f(x) = \begin{cases} |x-1| & -c \leq x \leq c \\ ax^2 + bx + 2 & x > c \\ & x < -c \end{cases}$$

$$|c-1| = ac^2 + bc + 2 \Rightarrow c-1 = ac^2 + bc + 2$$

$$|c+1| = ac^2 - bc + 2 \Rightarrow c+1 = ac^2 - bc + 2$$

$$-2 = 2bc \Rightarrow bc = -1$$

$$b = -\frac{1}{c}$$

$$c-1 = ac^2 + \cancel{bc} + 2 \Rightarrow c-2 = ac^2 \Rightarrow a = \frac{c-2}{c^2}$$

$$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{c-2}{c^2} \\ -\frac{1}{c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{c-2}{-c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 + \frac{2}{c} \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{c=1} [-1+2] = [1] = 1$$

$$\xrightarrow{c=2} [-1+1] = 0$$

$$\xrightarrow{c>2} [-1+\frac{2}{3}] = [-\frac{1}{3}] = -1$$

$$\left. \begin{matrix} c=1, 2, -1 \end{matrix} \right\}$$

۱۸- اگر $f(x) = \frac{\lambda + \cos^3 x}{4 - \cos^2 x}$ و $g(x) = \frac{2}{2 - \cos x}$ باشد، حاصل عبارت $f'(\frac{7\pi}{6}) - 2g'(\frac{7\pi}{6})$ کدام است؟

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (4)$$

$$-\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (3)$$

$$-\frac{1}{2} \quad (2) \checkmark$$

$$\frac{1}{2} \quad (1)$$

$$(f(x) - 2g(x))' = \left(\frac{8 - \cos^3 x}{4 - \cos^2 x} - \frac{4(2 - \cos x)}{(2 - \cos x)(2 + \cos x)} \right)'$$

$$= \left(\frac{8 - \cos^3 x - 8 + 4\cos x}{4 - \cos^2 x} \right)' = \left(\frac{\cos x (\cos^2 x - 4)}{4 - \cos^2 x} \right)'$$

$$= (-\cos x)' = +\sin x = \sin \frac{7\pi}{6} = -\frac{1}{2}$$

۱۹- به ازای چند مقدار صحیح m تابع $f(x) = \begin{cases} b & x < a \\ b + (x-a)^m & x \geq a \end{cases}$ دارای نقطه گوشه‌ای است؟ (دستار)

(۴) ۱

(۳) ۲

(۲) بیش از ۲

(۱) صفر

$$x=a \Rightarrow b = b + (a-a)^m \Rightarrow b=b \Rightarrow \text{همیشه}$$

$$f'_- \neq f'_+ \Rightarrow \text{نقطه گوشه}$$

$$0 \neq m(x-a)^{m-1} \xrightarrow{x=a} 0 = 0 \Rightarrow m-1=0 \Rightarrow \boxed{m=1}$$

$$0 \neq 1 \Rightarrow m=0 \text{ نادرست}$$

۲۰- تابع f با ضابطه $f(x) = \sqrt{x(1-|x|)}$ را در نظر بگیرید. اگر m و n به ترتیب تعداد نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی و k تعداد نقاط بحرانی تابع f باشند، مقدار $m + n + k$ کدام است؟

$\begin{matrix} 3(4) \\ n > \end{matrix} \Rightarrow f(n) = \sqrt{\frac{n(1-n)}{n-n^2}} \Rightarrow f'(n) = \frac{1-2n}{2\sqrt{n-n^2}}$

$\begin{matrix} 4(3) \\ n < \end{matrix} \Rightarrow f(n) = \sqrt{\frac{n(1+n)}{n+n^2}} = \frac{1+2n}{2\sqrt{n+n^2}}$

$\begin{matrix} 5(2) \\ n = 0 \end{matrix}$

$\begin{matrix} 6(1) \\ n = \frac{1}{2} \end{matrix}$

$\begin{matrix} 7(1) \\ n = -1 \end{matrix}$

$k=4$
 $m+n=1$

$m+n+k=5$