

پاشخنده سولان، ریاضی، ارجان، ۲، هند، ریاضی (سیر ۱۴۰۳)

محمد یار الله دبیر ریاضی شکرستان لاهور

سوال ① / نرینه ۲

$$\begin{array}{cccc} x, & 2x+1, & x-1, & x+1 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ a_n & a_v & a_d & a_e \end{array}$$

$$\begin{aligned} r = \frac{x-1}{x+1} = \frac{x}{2x+1} &\rightarrow 2x^2 - x - 1 = x^2 + x \\ &\rightarrow x^2 - 2x - 1 = 0 \\ &\rightarrow x = 1 \pm \sqrt{2} \\ \Rightarrow r = \frac{1+\sqrt{2}-1}{1+\sqrt{2}+1}, \frac{1-\sqrt{2}-1}{1-\sqrt{2}+1} &= \frac{\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}, \frac{-\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}} \\ \Rightarrow \text{مضرب} = \frac{-2}{4-2} = \frac{-2}{2} = -1 \end{aligned}$$

سوال ③ / نرینه ۳

$$\text{طول راس کعبی} = -\frac{a}{-10} = \frac{a}{10} = \frac{5}{2} \rightarrow a = 25$$

$$\text{عرض راس کعبی} = -5(2,5)^2 + 25(2,5) - 8 = 23,25$$

سوال ④ / نرینه ۴

$$x^3 - 1 = 0 \rightarrow x^3 = 1$$

$$2 - x^{12} = 2 - \underbrace{(x^3)^4}_{1} x^2 = 2 - x^2$$

$$x^2 + x + 1 = 0 \rightarrow x^2 = -x - 1$$

$$f(x) = 2 - (-x - 1) = x + 3 \xrightarrow{\text{مجموع مضارب}} 1 + 3 = 4$$

سوال ۵ / نرینه ۲

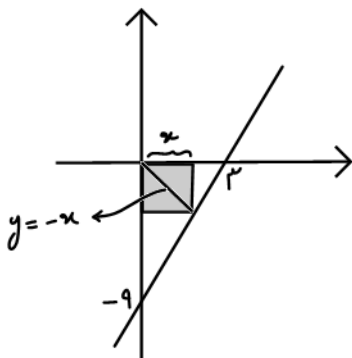
$$2x^2 + 7x + m = 0$$

$$\Delta = 49 - 4m > 0 \rightarrow m < \frac{49}{4}$$

$$f(-2) = 11 - 14 + m > 0 \rightarrow m > 3$$

$$\left. \begin{array}{l} m < \frac{49}{4} \\ m > 3 \end{array} \right\} \Rightarrow \left(3, \frac{49}{4} \right) \xrightarrow{\in \mathbb{Z}} 4, 5, 6$$

سوال ۶ / نرینه ۳

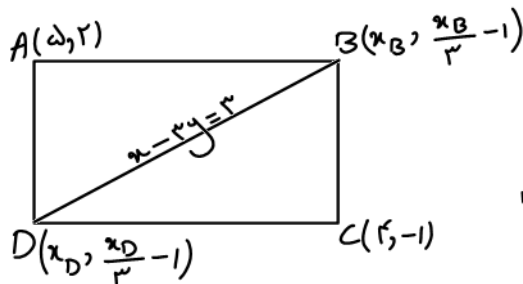


$$m = \frac{0+9}{2-0} = 2 \rightarrow y = 2x - 9$$

$$-x = 2x - 9 \rightarrow x = \frac{9}{3}$$

$$\text{مساحت} = \text{ضلع} \times \sqrt{2} = \frac{9\sqrt{2}}{2} = \frac{9}{2\sqrt{2}}$$

سوال ۷ / نرینه ۱



$$BD = AC$$

$$\sqrt{(x_B - x_D)^2 + (y_B - y_D)^2} = \sqrt{(2 - 2)^2 + (2 + 1)^2}$$

$$\sqrt{(x_B - x_D)^2 + \left(\frac{x_B}{3} - 1 - \frac{x_D}{3} + 1\right)^2} = \sqrt{10}$$

$$\sqrt{\frac{10}{9} (x_B - x_D)^2} = \sqrt{10} \rightarrow \frac{\sqrt{10}}{3} |x_B - x_D| = \sqrt{10}$$

$$\rightarrow |x_B - x_D| = 3$$

$$f(1-|a|) = 2(1-|a|) - 1 = 2 - 2|a| - 1 = 1 - 2|a|$$

سوال ۹ / نرینه ۳

$$f(r+|a|) = (r+|a|)^2 - (r+|a|) - 5 = |a|^2 + 2|a| - 5$$

$$\Rightarrow 1 - 2|a| = |a|^2 + 2|a| - 5 \rightarrow |a|^2 + 4|a| - 6 = 0 \rightarrow (|a|+6)(|a|-1) = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} |a| = -6 \times \\ |a| = 1 \rightarrow a = \pm 1 \end{cases}$$

$$f(x) = \sqrt{1 - \sqrt{1+x}}$$

سوال ۹ / نرینه ۲

$$1+x \geq 0 \rightarrow x \geq -1$$

$$1 - \sqrt{1+x} \geq 0 \rightarrow \sqrt{1+x} \leq 1 \rightarrow 1+x \leq 1 \rightarrow x \leq 0 \quad \left\{ \rightarrow D_f = [-1, 0] \right.$$

فایده نزدیکی است، همچنین در راننده دوم است پس^{-۱} در راننده چهارم قرار می گیرد و کل به جز آن فقط منفی است.

$$\log(r-x) - \log \frac{1}{(x-r)^2} = 3$$

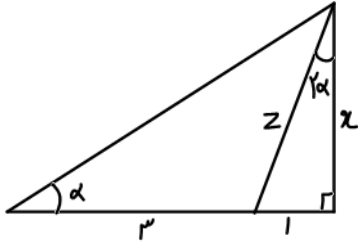
سوال ۱۰ / نرینه ۲

$$\log(r-x) - \log 1 + \log(x-r)^2 = 3 \rightarrow \log(r-x) + \log(x-r)^2 = 3$$

$$\rightarrow 3 \log(r-x) = 3 \rightarrow \log(r-x) = 1 \rightarrow r-x = 10$$

$$\rightarrow x = -10$$

$$\Rightarrow \log_{\sqrt{r}} -x = \log_{\sqrt{r}} 10 = 4$$



$$\tan \alpha = \frac{x}{r}$$

$$\tan 2\alpha = \frac{1}{x} \rightarrow \frac{r \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} = \frac{r(\frac{x}{r})}{1 - (\frac{x}{r})^2} = \frac{1}{x}$$

$$\rightarrow \frac{x^2}{r} = 1 - \frac{x^2}{r^2} \rightarrow \frac{9}{14} x^2 = 1 \rightarrow x^2 = \frac{14}{9} \rightarrow x = \frac{\sqrt{14}}{3}$$

$$z = \sqrt{1 + (\frac{x}{r})^2} = \sqrt{\frac{r^2}{9}} = \frac{r}{3} \rightarrow \cos 2\alpha = \frac{x}{z} = \frac{\frac{\sqrt{14}}{3}}{\frac{r}{3}} = \frac{\sqrt{14}}{r}$$

سوال ۱۱ / نرینه ۴

$$r \sin^2 x + a \cos^2 x = \varepsilon \rightarrow r \tan^2 x + a = \frac{r}{\cos^2 x}$$

$$\frac{1 + \tan^2 x}{\cos^2 x} = \frac{r}{\cos^2 x} \rightarrow r \tan^2 x + a = r(1 + \tan^2 x)$$

$$\rightarrow \tan^2 x = a - \varepsilon \rightarrow \cos^2 x = \frac{1}{a - \varepsilon}$$

سوال ۱۲ / نرینه ۱

$$\tan(B-C) = \sqrt{r}$$

$\swarrow$ $\searrow$
 q_0 r_0

سوال ۱۳ / نرینه ۴

$$\frac{1 - r \cos(B+C)}{r \sin B \cos C} = \frac{1 - r \cos 110^\circ}{r \sin 90^\circ \cos r_0} = \frac{1 - r(-\frac{1}{r})}{r(1)(\frac{\sqrt{r}}{r})} = \frac{1+1}{r\sqrt{r}} = \frac{1}{\sqrt{r}} = \frac{\sqrt{r}}{r} = \tan r_0$$

$\downarrow$
 $= \tan C$

سوال ۱۴ / نرینه ۳

$$\cos\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) = -\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$$

$$2x - \frac{\pi}{2} = 2k\pi \pm \left(\frac{3\pi}{2} - x\right) \rightarrow \begin{cases} x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{3} \xrightarrow{\left[-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}\right]} x = \pm \frac{\pi}{3} \\ x = 2k\pi - \frac{\pi}{3} \rightarrow x = -\frac{\pi}{3} \end{cases}$$

سوال ۱۵ / نرینه ۲

$$a+1=0 \rightarrow a=-1$$

صورت کسر باید صفر شود تا به صورت $\frac{0}{0}$ درآید پس

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-1 + \sqrt{(bx+1)(cx+1)}}{x} = \frac{(bx+1)(cx+1) - 1}{x(1 + \sqrt{(bx+1)(cx+1)})} = \frac{(b+c)x}{2x} = \frac{b+c}{2} = 2 \rightarrow b+c=4$$

$$\Rightarrow \frac{b}{a} + \frac{c}{a} = \frac{b+c}{a} = \frac{4}{-1} = -4$$

سوال ۱۶ / نرینه ۳

$$a=0 \rightarrow \text{مخرج} = x+1=0 \rightarrow x=-1$$

$$a \neq 0 \rightarrow \Delta=0 \rightarrow -3a^2 - 9a + 1 = 0 \rightarrow a = \frac{-3 \pm 2\sqrt{3}}{3}$$

$$\overline{\lim}_{x \rightarrow -1} \frac{1}{x} = 3, -\frac{1}{3} \rightarrow \begin{cases} x=3 \xrightarrow{\text{مخرج}} \forall a+2=0 \rightarrow a=-\frac{2}{3} \\ x=-\frac{1}{3} \rightarrow \frac{1}{9}a + \frac{2}{3} = 0 \rightarrow a = -\frac{4}{3} \end{cases}$$

سوال ۱۷

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 - rx + 1} & |x| \leq c \\ ax^r + bx + r & |x| > c \end{cases} = \begin{cases} |x-1| & -c \leq x \leq c \\ ax^r + bx + r & x > c, x < -c \end{cases}$$

$$f(c) = |c-1| \stackrel{c \in \mathbb{N}}{=} c-1$$

$$f(-c) = |-c-1| = c+1$$

$$\lim_{x \rightarrow c^+} f = ac^r + bc + r$$

$$\lim_{x \rightarrow (-c)^+} f = c+1$$

$$\lim_{x \rightarrow c^-} f = c-1$$

$$\lim_{x \rightarrow (-c)^-} f = ac^r - bc + r$$

$$\Rightarrow \begin{cases} ac^r + bc + r = c-1 & \xrightarrow{\text{جوہ}} rbc = -r \rightarrow bc = -1 \rightarrow b = -\frac{1}{c} \\ ac^r - bc + r = c+1 & \xrightarrow{\text{عکس}} rac^r + r = rc \rightarrow a = \frac{c-r}{c^r} \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{c-r}{c^r} \\ -\frac{1}{c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{c-r}{c} \\ -\frac{1}{c} \end{bmatrix} \rightarrow 0, \pm 1$$

سوال ۱۸

$$f(x) = \frac{1 + \cos^2 x}{1 - \cos^2 x} = \frac{(1 + \cos x)(1 - \cos x + \cos^2 x)}{(1 + \cos x)(1 - \cos x)} = \frac{(1 - \cos x + \cos^2 x)}{(1 - \cos x)}$$

$$f(x) - rg(x) = \frac{(1 - \cos x + \cos^2 x)}{(1 - \cos x)} - \frac{r}{1 - \cos x} = \frac{\cos^2 x - r \cos x}{1 - \cos x} = \frac{\cos x (\cos x - r)}{1 - \cos x} = -\cos x$$

$$f'(x) - rg'(x) = (-\cos x)' = \sin x \stackrel{x = \frac{\sqrt{r}}{r}}{=} \sin \frac{\sqrt{r}}{r} = \sin \left(r + \frac{r}{r} \right) = -\sin \frac{r}{r} = -\frac{1}{r}$$

سوال ۱۹ / نرینه ۴

$$f'(x) = \begin{cases} 0 & x < a \\ m(x-a)^{m-1} & x > a \end{cases}$$

$$f'_-(a) = 0, \quad f'_+(a) = \begin{cases} 1 & m=1 \\ 0 & m \geq 2 \end{cases}$$

$$f'_-(a) \neq f'_+(a) \longrightarrow m=1$$

سوال ۲۰ / نرینه ۲

$$x(1-|x|) \geq 0 \longrightarrow (-\infty, -1] \cup [0, 1]$$

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x+x^2} & x \leq -1 \\ \sqrt{x-x^2} & 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{2x+1}{\sqrt{x+x^2}} & x < -1 \\ \frac{1-2x}{\sqrt{x-x^2}} & 0 < x < 1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} &\longrightarrow \left. \begin{aligned} \text{نقاط بحرانی: } 0, \frac{1}{2}, \pm 1 &\longrightarrow k=2 \\ \text{max: } x=\frac{1}{2} &\longrightarrow m=1 \\ \text{min: } \text{نداریم} &\longrightarrow n=0 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &\text{مجموعه} \\ &\longrightarrow 5 \end{aligned}$$