



۱- اگر $x+1$ ، $x-1$ ، $2x+1$ و x به ترتیب جملات چهارم، پنجم، هفتم و هشتم یک دنباله هندسی باشند، حاصل ضرب مقادیر ممکن برای قدرنسبت این دنباله، کدام است؟

 $(4) -2$ $(3) 2$ $(2) -1$ $(1) 1$

$$\begin{array}{l} a_2 = x+1 \\ a_4 = x-1 \end{array} \Rightarrow q = \frac{x-1}{x+1} \quad (1)$$

$$\rightarrow 1=2 : \quad \frac{x-1}{x+1} = \frac{x}{2x+1}$$

$$\begin{array}{l} a_5 = 2x+1 \\ a_1 = x \end{array} \Rightarrow q = \frac{x}{2x+1} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} & \div \\ 2x^2 - x - 1 &= x^2 + x \\ x^2 - 2x - 1 &= 0 \\ & \quad \quad \quad +1 \quad -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \div \\ (x-1)^2 &= 2 \Rightarrow x = 1 \pm \sqrt{2} \quad (3) \end{aligned}$$

$$\begin{array}{l} (3) \\ (3') \end{array} \quad q = \frac{1+\sqrt{2}}{1+2\sqrt{2}} \times \frac{1-\sqrt{2}}{1-2\sqrt{2}} = \frac{-1}{9-8} = -1$$



(۳)

۳- اگر بزرگ‌ترین بازه‌ای که نمودار تابع $y = -5x^2 + ax - 8$ در آن اکیداً صعودی است، بازه $(-\infty, 2/5]$ باشد، عرض رأس سهمی کدام است؟

(۴) $24/75$ (۳) $23/25$ (۲) $14/25$ (۱) $13/75$ (۱) $(-\infty, -b/2a]$

$$1, 2 \Rightarrow \frac{a}{x(5)} \geq \frac{8}{x} \Rightarrow a \geq 40 \Rightarrow \text{بزرگ‌ترین بازه} \quad a = 40$$

$$y_s = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{475}{-20} = 23,75$$

$$\Delta = 725 - 4(5)(-8) = 475$$



۴- اگر $r(x)$ باقیمانده تقسیم $2 - x^{14}$ بر $x^2 + x + 1$ باشد، مجموع ضرایب چند جمله‌ای $r(x)$ کدام است؟ ($x \neq 1$)

(۱) صفر (۲) -۱ (۳) -۲ (۴) ۴

$$2 - x^{14} = (x^2 + x + 1)Q(x) + r(x)$$

$\downarrow$ ↓ درجه ی a یا b

$$x^2 = -(x+1)$$

$$2 - (x^2)^7 = 2 + (x+1)^7 \times (x+1)$$

$$(- (x+1))^7 = (x+1)^7 = (x^2 + x + 1)^7 = (-x - 1 + x + 1)^7 = x^7$$

$$2 + x^7(x+1) = 2 + x(x^7)(x+1)$$

$$2 + x(- (x+1)^7) = 2 - x(x^7 + x + 1)$$

$$= 2 - x(x)$$

$$= 2 - x^2 = 2 + x + 1 = \underline{\underline{x+3}}$$

۵- برای چند مقدار صحیح m ، هر دو ریشه معادله $2x^2 + 7x + m = 0$ بزرگتر از -3 است؟

(۴) صفر

(۳) ۱

(۲) ۳

(۱) ۴

$$49 - 4(2)(m) > 0 \Rightarrow m < \frac{49}{8} \quad (1)$$

$$\alpha > -3 \Rightarrow \alpha + 3 > 0$$

$$\beta > -3 \Rightarrow \beta + 3 > 0$$

↓ ضرب (معادلات)

$$\alpha\beta + 3(\alpha + \beta) + 9 > 0$$

$$\frac{m}{2} + 3(-7/2) + 9 > 0 \xrightarrow{\times 2} m - 21 + 18 > 0 \Rightarrow m > 3 \quad (2)$$

$$1 \cap 2 : 3 < m < \frac{49}{8}$$



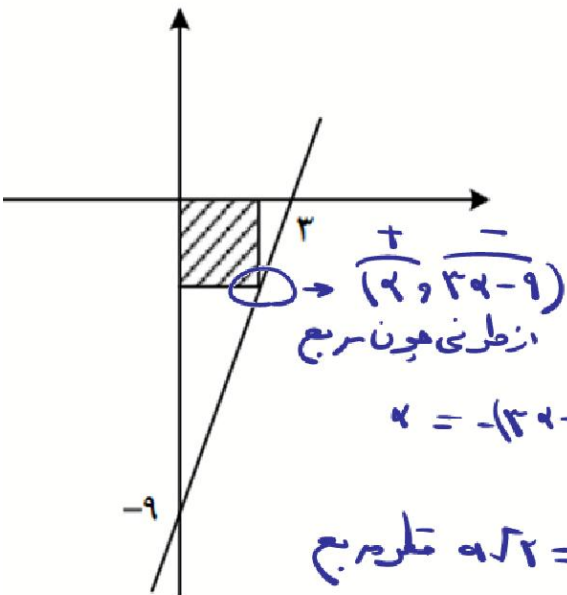
۶-؟ در شکل زیر، قطر مربع هاشورخورده، کدام است؟

$$(1) \quad 2,5\sqrt{2}$$

$$(2) \quad 3,5\sqrt{2}$$

$$(3) \quad \frac{9}{2\sqrt{2}}$$

$$(4) \quad \frac{9}{\sqrt{2}}$$



$$y = 3x - 9 \quad m = 3 \quad \begin{matrix} (2,0) \\ (0,-9) \end{matrix}$$

$\rightarrow (2, 3-9)$
از طریق هون مربع

$$x = -(3x - 9) \rightarrow 4x = 9 \rightarrow x = 2,25$$

طول ضلع

$$9\sqrt{2} = \frac{9}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{9}{\frac{1}{\sqrt{2}}}$$



در یک مستطیل، نقاط $A(5, 2)$ و $C(4, -1)$ دو رأس غیر مجاور و دو رأس B و D روی خط $x - 3y = 3$ واقع اند.

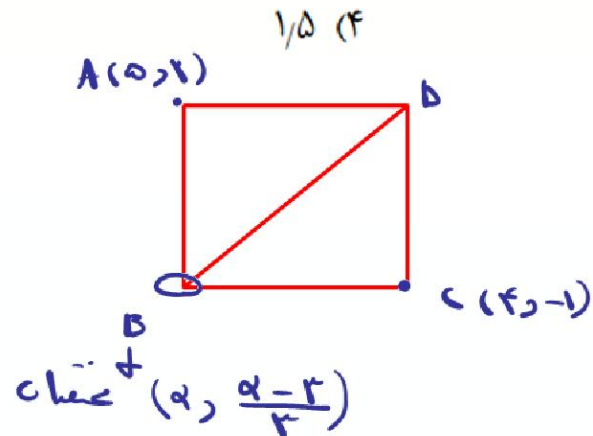
اختلاف طول نقاط D و B کدام است؟

۱ (۳)

۳/۵ (۲)

۳ (۱)

$$|7-3|=4 \text{ بنا بر این}$$



$$m_{AB} \times m_{BC} = -1$$

$$\frac{\frac{x-3}{3} - 2}{x - 5} \times \frac{\frac{x-3}{3} + 1}{x - 4} = -1$$

$$x^2 - 9x + 11 = 0$$

$$x^2 - 9x + 11 = 0 \Rightarrow (x-3)(x-7) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=7 \end{cases}$$



۸- ضابطه تابع قطعه‌ای f به صورت

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - x - 7 & x \geq 1 \\ 2x - 1 & x < 1 \end{cases}$$

است، برای چند مقدار a $f(1 - |a|) = f(2 + |a|)$ است؟

?

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

جایزایی

$$a = 0 : f(1) = f(2) \rightarrow 1^2 - 1 - 7 = 2^2 - 2 - 7 \rightarrow -7 \neq -5$$

دقت کنید

$$a \neq 0 : 1 - |a| < 1 < 2 + |a| \rightarrow$$

$$2(1 - |a|) = (|a| + 2)^2 - (|a| + 2) - 7$$

$$2 - 2|a| = |a|^2 + 4|a| + 4 - |a| - 2 - 7$$

$$|a|^2 + 5|a| - 7 = 0$$

$$|a| = 1 \quad |a| = -7$$

$$a = \pm 1$$

۱. جابجایی، اکسپانژنری (۳)

۹- نمودار تابع $f(x) = \sqrt{1-\sqrt{1+x}}$ ، در چند نقطه تابع وارون خود را قطع می کند؟

- ۱ (۴) ۲ (۳) ۳ (۲) ۴ (۱)

$$D = \begin{cases} [-1, +\infty) \\ 0 \end{cases}$$

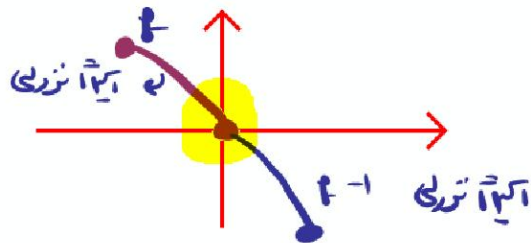
$$\rightarrow {}^{Rf-1}D_f = [-1, 0]$$

$$1 - \sqrt{1+x} \geq 0 \Rightarrow \sqrt{1+x} \leq 1 \Rightarrow x \leq 0$$

دست آینه نقطه در یک نقطه هم برسانی داریم.

$$R_f = \begin{cases} x=0 \Rightarrow 0 \\ x=-1 \Rightarrow 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow {}^{Rf-1}D_f = [0, 1]$$





۱۰- اگر $\log(2-x) - \log \frac{1}{(x-2)^2} = 3$ باشد، مقدار $\log_{\sqrt{2}}(-x)$ کدام است؟

$$-\frac{1}{4} \quad (4)$$

$$\frac{1}{4} \quad (3)$$

$$6 \quad (2)$$

$$-6 \quad (1)$$

$$\Rightarrow \underbrace{\log(x-2) + 2 \log(x-2)}_t = 3 \Rightarrow 3t = 3 \rightarrow t = 1 \quad \text{😊}$$

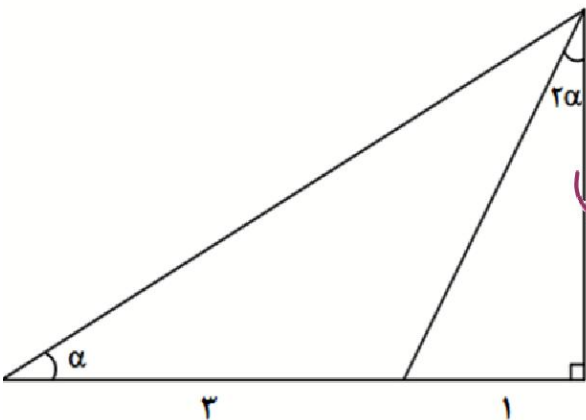
$$\log(x-2) = 1$$

$$x = -1$$

$$\text{در نتیجه: } \log_{\sqrt{2}} 1 = 0$$



۱۱- در شکل زیر، مقدار $\cos 2\alpha$ کدام است؟



میدانیم: $\tan \alpha = \frac{2}{4}$

$\tan 2\alpha = \frac{1}{2}$

(۱) $\frac{1}{4}$

(۲) $\frac{3}{4}$

(۳) $\frac{3}{5}$

(۴) $\frac{4}{5}$

$$\tan 2\alpha = \frac{2 + \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{2 + \frac{2}{4}}{1 - \left(\frac{2}{4}\right)^2} \rightarrow \frac{2}{4} = 1 - \frac{2}{17}$$

$$\frac{2}{4} + \frac{2}{17} = 1 \Rightarrow 9x^2 = 17$$

$$x = \pm \frac{\sqrt{17}}{4}$$

① $x = \frac{4}{5}$ $\rightarrow$ $\tan 2\alpha = \frac{4}{3}$



۱۲- اگر $3\sin^2 x + a\cos^2 x = 4$ باشد، $\cot^2 x$ با کدام مورد برابر است؟

$$\frac{1}{3-a} \quad (4)$$

$$\frac{1}{a-3} \quad (3)$$

$$\frac{1}{4-a} \quad (2)$$

$$\frac{1}{a-4} \quad (1)$$

$$3s^2 + a(1-s^2) = 4$$

$$s^2 = \frac{4-a}{3-a}$$

$$\rightarrow 1 + 6tg^2 = \frac{1}{s^2} \rightarrow 6tg^2 = \frac{1}{s^2} - 1$$

$$= \frac{4-a}{3-a} - 1$$

$$= \frac{4-a-3+a}{3-a}$$

$$= \frac{1}{a-3}$$



۱۳- در مثلث ABC، اگر $\tan(B-C) = \sqrt{3}$ باشد، حاصل عبارت $\frac{1 - 2\cos(B+C)}{4\sin B \cos C}$ کدام است؟

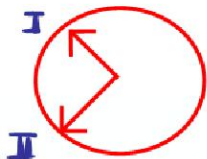
$\tan C$ (۴) $\swarrow$ $\tan B$ (۳) $\nwarrow$ $\tan(B-C)$ (۱) $\nwarrow$ $\tan(B-C)$ (۲) $\nwarrow$ $\tan(B-C)$ (۱)

$$\frac{1 - 2 \times -1/2}{4 \times 1 \times \sqrt{3}/2} = \frac{2}{4\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow \text{متناسبه کنیم} \rightarrow \begin{cases} B = 90^\circ \\ C = 60^\circ \end{cases}$$

۱۴- تعداد جوابهای معادله $\cos(2x - \frac{\pi}{4}) + \cos(x + \frac{\pi}{4}) = 0$ در بازه $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ کدام است؟

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

$$\cos(2x - \pi/4) = -\cos(x + \pi/4)$$



$$I: 2x - \pi/4 = 2k\pi + \pi - x - \pi/4$$

$$x = \frac{(2k+1)\pi}{3}$$

$\frac{5\pi}{3}$ (crossed out)
 π (crossed out)
 $\pi/3$ (checked)
 $-\pi/3$ (checked)

$$II: 2x - \pi/4 = 2k\pi - \pi + \pi + \pi/4$$

$$x = 2k\pi - \pi/2 \rightarrow -\pi/2$$

(checked)



۱۵- اگر $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a + \sqrt{(bx+1)(cx+1)}}{x} = 2$ باشد، مقدار $\frac{b}{a} + \frac{c}{a}$ کدام است؟

?

$-\frac{1}{4}$ (۴)

$-\frac{1}{2}$ (۳)

-4 (۲)

-2 (۱)

۱٪ (۱)

(۱) : ٪ $\rightarrow a+1=0 \rightarrow a=-1$

هم‌ارزی $\sqrt[n]{1 \pm u} \sim 1 \pm \frac{u}{n}$ $\rightarrow \sim \frac{-1 + (1 + \frac{bx}{4})(1 + \frac{cx}{4})}{x} = 2$

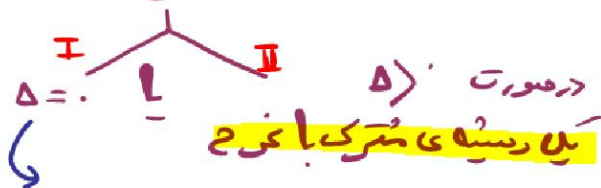
$$\frac{\frac{bcx^2}{4} + \frac{(b+c)x}{2}}{x} = 2$$

$b+c=4$

هم‌ارزی min توان $x \rightarrow 0$

۱۶- برای چند مقدار a ، تابع $f(x) = \frac{3x^2 - 8x - 3}{ax^2 + (1-a)x + a + 1}$ یک مجانب قائم دارد؟

۷ (۴) ۵ (۳) ۴ (۲) ۲ (۱)



I, $(1-a)^2 - 4(a)(a+1) = 0 \rightarrow -5a^2 - 6a + 1 = 0$

II $3a^2 - 8a - 3 = 0 \rightarrow a^2 - 8a - 9 = 0 \rightarrow \begin{cases} a = -1/3 \\ a = 9 \end{cases}$

ریشه‌های $a = 9 \rightarrow a = -4/5$
 $a = 9 \rightarrow a = -6/13$

$a = 0$

دقت کنید که ماتریس جابجایی شود

تب $\frac{3x^2 - 8x - 3}{x + 1}$



کدام روی مجموعه اعداد حقیقی پیوسته است.

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 - 2x + 1} & |x| \leq c \\ ax^2 + bx + 2 & |x| > c \end{cases}$$

به ازای مقادیر طبیعی c ، تابع
 دلتا کم
 ۱۷- $-c < x < c$
 ؟

$$\left[\frac{a}{b} \right] = \left[\frac{c-2}{-1/c} \right] = \left[\frac{2}{c} - 1 \right] = \left[\frac{2}{c} \right] - 1 = -1$$

-۴ (۴) -۳ (۳) متناظر -۲ (۲)

می تواند مقدار $\left[\frac{a}{b} \right]$ باشد؟
 -۱ (۱)

$$\begin{aligned} |c-1| &= ac^2 + bc + 2 \xrightarrow{x=c} & c-1 &= ac^2 + bc + 2 \\ |c-1| &= ac^2 + bc + 2 \xrightarrow{x=-c} & c+1 &= ac^2 - bc + 2 \end{aligned}$$

Ⓜ

$$\begin{aligned} c-1 &= ac^2 + 1 \\ c+1 &= ac^2 + 2 \\ \text{---} & \\ c &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -2 &= 2bc \Rightarrow bc = -1 \Rightarrow b = -1/c \\ \text{---} & \\ a &= \frac{c-2}{c^2} \end{aligned}$$



۱۸- اگر $f(x) = \frac{\lambda + \cos^3 x}{4 - \cos^2 x}$ و $g(x) = \frac{2}{2 - \cos x}$ باشد، حاصل عبارت $f'(\frac{\sqrt{3}}{6}) - 2g'(\frac{\sqrt{3}}{6})$ کدام است؟

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (4)$$

$$-\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (3)$$

$$-\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} \quad (1)$$

$$f = \frac{(\cancel{2+c})(4-2c+c^2)}{(\cancel{2+c})(2-c)} = \frac{4-2c+c^2}{2-c}$$

$$(f-2g)' = \frac{\cancel{4-2c+c^2}-\cancel{4}}{2-c} = \frac{c(c-2)}{-(c-2)} = -\cos x \xrightarrow{(f-2g)'} + \sin x$$

$\sin(\frac{\sqrt{3}}{6}) = -\frac{1}{2}$

۱۹- به ازای چند مقدار صحیح m تابع $f(x) = \begin{cases} b & x < a \\ b + (x-a)^m & x \geq a \end{cases}$ دارای نقطه گوشه‌ای است؟

(۱) صفر (۲) بیش از ۲ (۳) ۲ (۴) ۱

پرسش: $f'_- \neq f'_+$:

معمولی نیست $m \geq 2$

معمولی پرن $m = 1$

حرف $f'_- + f'_+$ این است!

$f'_- = m(x-a)^{m-1}$

$f'_+ = m(x-a)^{m-1}$

$f'_- \neq f'_+$



۲۰- تابع f با ضابطه $f(x) = \sqrt{x(1-|x|)}$ را در نظر بگیرید. اگر m و n به ترتیب تعداد نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی و k تعداد نقاط بحرانی تابع f باشند، مقدار $m + n + k$ کدام است؟

$$f(x) = \sqrt{x(1-|x|)} \rightarrow \begin{cases} x > 0 & \sqrt{1-x^2} \rightarrow [0, 1] \\ x < 0 & \sqrt{x^2+x} \rightarrow (-\infty, -1] \end{cases}$$

