

اگر $x+1, x-1, 2x+1$ و x به ترتیب جملات چهارم، پنجم، ششم و هشتم یک دنباله هندسی باشند، حاصل ضرب

مقادیر ممکن برای قدرنسبت این دنباله، کدام است؟

$$\begin{array}{l}
 a_6 = a_1 q^5 = x+1 \quad -2 \text{ (۴)} \\
 a_5 = a_1 q^4 = x-1 \quad 2 \text{ (۳)} \\
 a_7 = a_1 q^6 = 2x+1 \quad -1 \text{ (۲)} \\
 a_8 = a_1 q^7 = x \quad 1 \text{ (۱)}
 \end{array}
 \left. \begin{array}{l}
 \rightarrow q = \frac{x-1}{x+1} \\
 \rightarrow q = \frac{x}{2x+1}
 \end{array} \right\}
 \begin{array}{l}
 \frac{x-1}{x+1} = \frac{x}{2x+1} \\
 (x-1)(2x+1) = x(x+1) \Rightarrow 2x^2 - x - 1 = x^2 + x
 \end{array}$$

$$x^2 - 2x - 1 = 0$$

$$\Delta = 8 \Rightarrow x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{2}$$

$$q = \frac{\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} \times \frac{-\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}} = \frac{-2}{2-2} = -1$$

$$\underline{\underline{-1}}$$

۳- اگر بزرگ‌ترین بازه‌ای که نمودار تابع $y = -5x^2 + 2x - 8$ در آن اکیداً صعودی است، بازه $[-\infty, 2/5]$ باشد، عرض رأس سهمی کدام است؟

۲۴/۷۵ (۴)

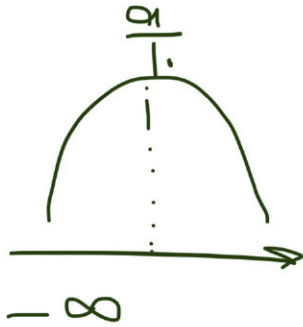
۲۳/۲۵ (۳)

۱۴/۲۵ (۲)

۱۳/۷۵ (۱)

$$x_s = \frac{-b}{-2a} = \frac{1}{1} = \frac{1}{2} \rightarrow a = 25$$

$$y_s = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-(2b^2 - 4ac)}{-4a} = \frac{4 - 160}{-20} = \frac{156}{20} = 7.8$$



۳ ۲۵

-۴ اگر $r(x)$ باقیمانده تقسیم $2-x^{14}$ بر x^2+x+1 باشد، مجموع ضرایب چند جمله‌ای $r(x)$ کدام است؟ ($x \neq 1$)

۴ (۴)

-۲ (۳)

-۱ (۲)

صفر (۱)

$$\begin{aligned}
 r-x^{14} &= (x^2+x+1)q(x)+r(x) \\
 x/r(x) & \rightarrow (x-1)(r-x^{14}) = (x^2-1)q(x) + (x-1)r(x) \\
 x^2=1 & \rightarrow (x-1)(r-x^{14}) = (x-1)r(x) \\
 \downarrow & \\
 x^{14}=1 & \\
 x^{14}=x^2 & \quad r(x) = 2-x^2 = 2-(-x-1) = 1x+2
 \end{aligned}$$

گزینۀ ۴

۵- برای چند مقدار صحیح m ، هر دو ریشه معادله $2x^2 + 7x + m = 0$ بزرگ تر از -3 است؟

(۴) صفر

(۳) ۱

(۲) $\sqrt{}$

(۱) ۴

$$\left. \begin{array}{l} \alpha > -2 \\ \beta > -2 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} \alpha + 2 > 0 \\ \beta + 2 > 0 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} \alpha > 0 \\ \beta > 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \rightarrow \alpha + \beta + 2 > 0 \\ \rightarrow (\alpha + 2)(\beta + 2) > 0 \end{array}$$

$$4(\beta + 2)(\beta + 2) + 9 > 0$$

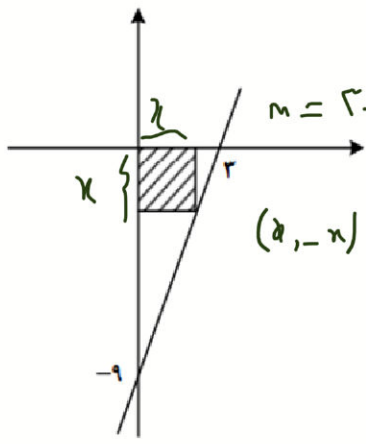
$$\frac{m}{2} + 7x \frac{-7}{2} + 9 > 0$$

$$\Delta = (49 - 18m) > 0 \rightarrow m < \frac{49}{18} = 2.72 \leftarrow m > 2 \leftarrow m - 2(1+1) > 0$$

$$2 < m < 2.72$$

$$m = 5.4$$

کلیتاً
=



$$m = 2 \rightarrow y = 2x - 9$$

$$(a, -a) \rightarrow -a = 2a - 9$$

$$a = \frac{9}{3}$$

$$\sqrt{2}x = \frac{\sqrt{2} \times 9}{3} = \frac{9}{\sqrt{2}}$$

نتیجه

$$2,5\sqrt{2} \quad (1)$$

$$3,5\sqrt{2} \quad (2)$$

$$\frac{9}{\sqrt{2}} \quad (3) \checkmark$$

$$\frac{9}{\sqrt{2}} \quad (4)$$

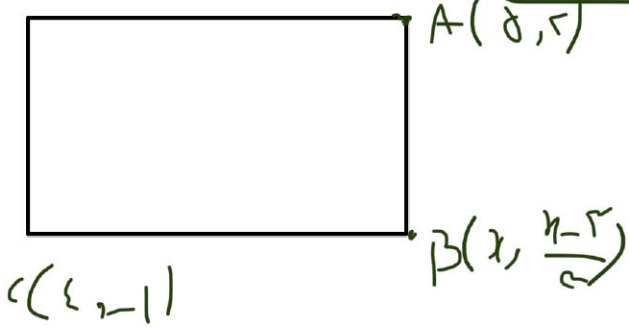
در یک مستطیل، نقاط $A(5, 2)$ و $C(4, -1)$ دو رأس غیرمجاور و دو رأس B و D روی خط $x - 2y = 3$ واقع اند.

اختلاف طول نقاط B و D کدام است؟

۳/۵ (۲)

۳ (۱)

$\frac{1}{5} (4) \rightarrow y = \frac{x-3}{2}$



$$m_{AD} = \frac{y-2}{x-5} \quad \left. \begin{array}{l} \frac{x-9}{2(x-5)} \times \frac{x}{2(x-4)} = -1 \\ 2^2 - 9x = -9(x^2 - 9x + 4) \end{array} \right\}$$

$$m_{BC} = \frac{y-2}{x-4}$$

$$\Rightarrow (x^2 - 9x + 18) = -$$

$$x^2 - 9x + 18 = 0$$

$$(x-3)(x-6) = 0$$

$x = 3, 6$

نتیجه ۱

ضابطه تابع قطعی f به صورت $f(x) = \begin{cases} x^2 - x - 7 & x \geq 1 \\ 2x - 1 & x < 1 \end{cases}$ است. برای چند مقدار a $f(1 - |a|) = f(2 + |a|)$ است؟ - 8

$\alpha = 0 \rightarrow f(1) = f(2) \Rightarrow -7 \neq -5$
 $\alpha \neq 0$

$\hookrightarrow 2(1 - |a|) - 1 = (2 + |a|)^2 - (2 + |a|) - 7$

$1 - 2|a| = 4 + |a|^2 + 4|a| - 2 - |a| - 7$

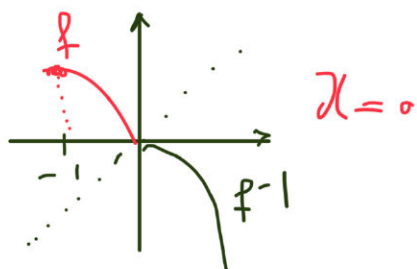
$\hookrightarrow 0 = |a|^2 + 5|a| - 4 \rightarrow |a| = 1, -4$

$\hookrightarrow a = \pm 1$

Handwritten scribbles and underlines.

۹- نمودار تابع $f(x) = \sqrt{1-\sqrt{1+x}}$ در چند نقطه تابع وارون خود را قطع می کند؟
۱ (✓) ۲ (۳) ۳ (۲) ۴ (۱)

$$D_f = [-1, 0]$$



اگر $\log(2-x) - \log \frac{1}{(x-2)^2} = 2$ باشد، مقدار $\log_{\sqrt{2}}(-x)$ کدام است؟ -۱۰

$$-\frac{1}{4} \text{ (۴)}$$

$$\frac{1}{4} \text{ (۳)}$$

$$6 \text{ (۲)}$$

$$-6 \text{ (۱)}$$

$$\log(2-x) + 2 \log(2-x) = 2$$

↓

$$\log(2-x) = 1 \rightarrow 2-x=1$$

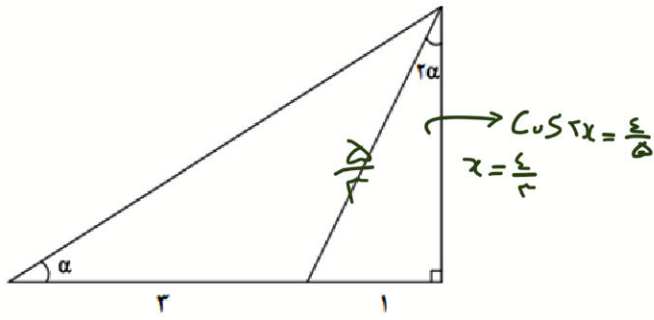
$$\boxed{x=-1}$$

↓

$$\log_{\sqrt{2}} 1 = \frac{0}{\frac{1}{2}} = 0$$

۰

11- در شکل زیر، مقدار $\cos 2\alpha$ کدام است؟



- $\frac{1}{4}$ (1)
- $\frac{3}{4}$ (2)
- $\frac{2}{5}$ (3)
- $\frac{4}{5}$ (4) ✓
- $\frac{5}{5}$

$$\tan \alpha = \frac{2}{1} = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{2x}{1 - x^2} \Rightarrow \frac{x^2}{2} = 1 - \frac{x^2}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{2} = 1 \Rightarrow x = \frac{4}{5}$$

نتیجه

www.konkur.in
-۱۲ اگر $3\sin^2 x + a\cos^2 x = 4$ باشد، $\cot^2 x$ با کدام مورد برابر است؟

$$\frac{1}{3-a} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{a-3} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{4-a} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{a-4} \quad (۱) \quad \checkmark$$

$$3(1 - \cos^2 x) + a(\cos^2 x) = 4$$

$$\cos^2 x (a-3) = 1 \Rightarrow \begin{cases} \cos^2 x = \frac{1}{a-3} \\ \sin^2 x = 1 - \frac{1}{a-3} = \frac{a-4}{a-3} \end{cases}$$

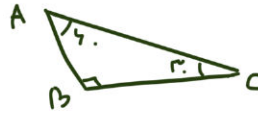
$$\cot^2 x = \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} = \frac{1}{a-4}$$

۱
۱

۱۳- در مثلث ABC، اگر $\tan(B-C) = \sqrt{3}$ باشد، حاصل عبارت $\frac{1-2\cos(B+C)}{4\sin B \cos C}$ کدام است؟

$\tan C$ (۴) $\tan B$ (۳) 90° (۲) 30° (۱)

$$\frac{1-2\cos 120^\circ}{4\sin 90^\circ \cos 30^\circ} = \frac{3}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$



-۱۴ تعداد جواب‌های معادله $\cos(x - \frac{\pi}{4}) + \cos(x + \frac{\pi}{4}) = 0$ در بازه $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

$$\cos(x - \frac{\pi}{2}) = -\cos(x + \frac{\pi}{2}) = \cos(\frac{\pi}{2} - x) = \cos(x - \frac{\pi}{2})$$

$$x - \frac{\pi}{2} = x - \frac{\pi}{2} + 2k\pi \rightarrow x = \frac{-\pi}{2} + 2k\pi$$



$$2x - \frac{\pi}{2} = -x + \frac{\pi}{2} + 2k\pi \rightarrow 3x = \pi + 2k\pi \rightarrow x = \frac{\pi}{3} + \frac{2k\pi}{3}$$

$$x = \frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{3}, \frac{-\pi}{3}$$



۳

۱۵- اگر $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-1 + \sqrt{(bx+1)(cx+1)}}{x} = 2$ باشد، مقدار $\frac{b}{a} + \frac{c}{a}$ کدام است؟

$-\frac{1}{4}$ (۴)

$-\frac{1}{2}$ (۳)

-4 (۲)

-2 (۱)

$\frac{b+c}{a} = -\frac{5}{-1}$

$x=0 \rightarrow \frac{a+1}{a} = \frac{0}{0} \rightarrow a = -1$

$\frac{-1 + (1 + \frac{bx}{r})(1 + \frac{cx}{r})}{x} = \frac{b+c}{r} = 2$

$\Rightarrow b+c = 2$

۱۷- به ازای مقادیر طبیعی c ، تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 - 2x + 1} & |x| \leq c \\ ax^2 + bx + 2 & |x| > c \end{cases}$ روی مجموعه اعداد حقیقی پیوسته است. کدام

می تواند مقدار $\left[\frac{a}{b}\right]$ باشد؟

-۴ (۴)

-۳ (۳)

-۲ (۲)

-۱ (۱) ✓

$$\lambda = c \rightarrow \left| \frac{c+1}{c-1} \right| = ac^2 + bc + 2$$

$$\lambda = -c \rightarrow \left| \frac{c+1}{c+1} \right| = ac^2 - bc + 2$$

$$\ominus \rightarrow -2 = 2bc$$

$$\Rightarrow bc = -1$$

$$\boxed{b = -\frac{1}{c}}$$

⊕

$$2c = 2ac^2 + 2 \Rightarrow a = \frac{c-2}{c^2}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right) = \left[\frac{-2-c}{c}\right] = \left[\frac{2}{c} - 1\right]$$

$$\boxed{1, -1}$$

گزینه ۱

۱۸- اگر $f(x) = \frac{\lambda + \cos^2 x}{4 - \cos^2 x}$ و $g(x) = \frac{2}{2 - \cos x}$ باشد، حاصل عبارت $f'(\frac{7\pi}{6}) - 2g'(\frac{7\pi}{6})$ کدام است؟

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (4)$$

$$-\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (3)$$

$$-\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} \quad (1)$$



$$f(x) = \frac{(2 + \cos^2 x)(2 + \cos^2 x - 2 \cos x)}{(2 + \cos^2 x)(2 - \cos x)}$$

$$f - 2g = \frac{2 + \cos^2 x - 2 \cos x}{2 - \cos x} - \frac{2}{2 - \cos x}$$

$$= \frac{\cos(\cos x - 2)}{2 - \cos x} = -\cos x$$

$$\xrightarrow{\text{مستقیم}} \sin \lambda = \sin \frac{7\pi}{6} = -\frac{1}{2}$$

نتیجه

۱۹- به ازای چند مقدار صحیح m تابع $f(x) = \begin{cases} b & x < a \\ b + (x-a)^m & x \geq a \end{cases}$ دارای نقطه گوشه‌ای است؟

- (۱) صفر
- (۲) بیش از ۲
- (۳) ۲
- (۴) ۱ ✓

$m = 1$

$f'(a) = 0$

$m > 1$

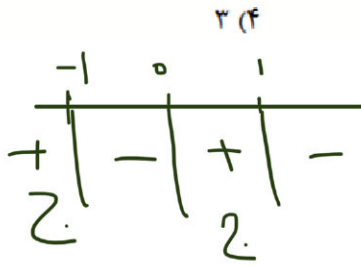
$$f'(a) = \begin{cases} 0 & m \geq 2 \\ + & m = 1 \end{cases}$$

نتیجه:

۲۰- تابع f با ضابطه $f(x) = \sqrt{x(1-|x|)}$ را در نظر بگیرید. اگر m و n به ترتیب تعداد نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی و

k تعداد نقاط بحرانی تابع f باشند، مقدار $m+n+k$ کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۵ ۳) ۴ ۴) ۳



$$\left\{ \begin{array}{l} x > 0 : \sqrt{x(1-x)} \\ x < 0 : \sqrt{x(1+x)} \end{array} \right.$$

