پاسخ حسابان کنکور تیر

توسط یاسین صادقی

(۱

$x,\ 2x+1,\ x-1,\ x+1$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$

$t_4 \quad t_5 \quad t_7 \quad t_8$

$t_4 t_8 = t_5 t_7 \to x(x+1) = (2x+1)(x-1)$

$x^2 + x = 2x^2 - x - 1$

$x^2 - 2x - 1 = 0 \to x = 1 \pm \sqrt{2}$

$r = \frac{x+1}{x-1} \Longrightarrow$

$x = 1+\sqrt{2} \to r = \frac{2+\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \xrightarrow{\times}$

$x = 1-\sqrt{2} \to r = \frac{2-\sqrt{2}}{-\sqrt{2}} \to$ جواب -1

(۲

$y = -5x^2 + ax - 8 \to \frac{a}{10} = \frac{5}{2}$

$a = 25$

$y = -5x^2 + 25x - 8 \xrightarrow{x = 2.5}$

$\Delta = 465$

$-\frac{\Delta}{4a}$ عرض رأس $= -\frac{465}{-20} = 23.25$

۵)

$2x^2+7x+m=0$

$\Delta = 49-8m > 0 \longrightarrow m < 6/\ldots$

ریشه‌ها : $\dfrac{-7 \pm \sqrt{49-8m}}{4} \longrightarrow \dfrac{-7+\sqrt{49-8m}}{4} > -3$

$-7+\sqrt{49-8m} > -12$

$\sqrt{49-8m} > -5$ همواره برقرار

$\dfrac{-7-\sqrt{49-8m}}{4} > -3 \longrightarrow -7-\sqrt{49-8m} > -12$

$49-8m < 25$

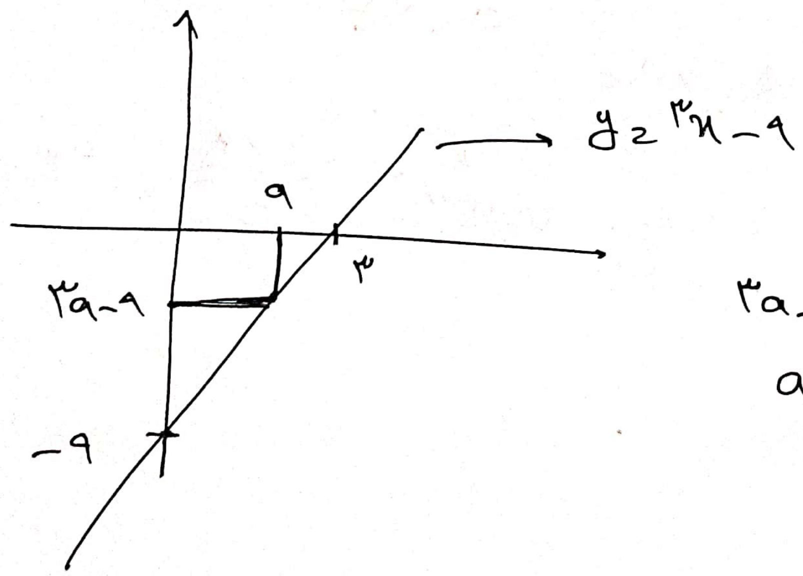
$m > 3$

$3 < m < 6/\ldots$

$4, 5, 6 \longrightarrow$ ۳ مقدار

---

۶)



$3a-9 = a$

$a = \dfrac{9}{2} \longrightarrow$ قطر $= 9\sqrt{2}$

قطر $9\sqrt{2}$

$\dfrac{9\sqrt{2}}{4} = \dfrac{9}{2\sqrt{2}}$

جواب

(۱۳

$\tan(B-C)=\sqrt{۳} \longrightarrow \begin{matrix} B=۹۰ \\ C=۳۰ \end{matrix}$

$$\frac{1-۲\cos(B+C)}{۴\sin B\cos C}=\frac{1-۲\cos ۱۲۰}{۴\sin ۹۰\cos ۳۰}=\frac{1+1}{۲\sqrt{۳}}=\frac{1}{\sqrt{۳}}$$

$=\tan C$

(۱۴

$\cos\left(۲x-\frac{\pi}{۴}\right)=-\cos\left(x+\frac{\pi}{۴}\right)$

$\cos\left(۲x-\frac{\pi}{۴}\right)=\cos\left(\pi-x-\frac{\pi}{۴}\right)$

$\cos\left(۲x-\frac{\pi}{۴}\right)=\cos\left(\frac{۳\pi}{۴}-x\right)$

$۲x-\frac{\pi}{۴}=۲k\pi\pm\left(\frac{۳\pi}{۴}-x\right)$

$\xrightarrow{+} x=\frac{۲k\pi}{۳}+\frac{\pi}{۳} \longrightarrow \frac{\pi}{۳}, -\frac{\pi}{۳}$

$\xrightarrow{-} ۲x-\frac{\pi}{۴}=۲k\pi-\frac{۳\pi}{۴}+x$ — ق.ق

$x=۲k\pi-\frac{\pi}{۲} \longrightarrow -\frac{\pi}{۲}$

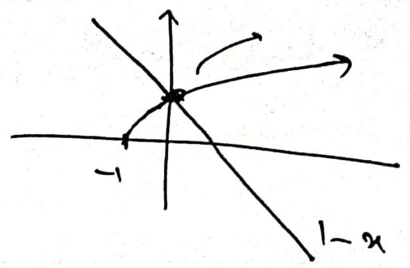
(9

$$f(x) = \sqrt{1-\sqrt{1+x}} \xrightarrow{\text{دامنه}} -1 \leq x \leq 0$$

$$\sqrt{1-\sqrt{1+x}} = x \rightarrow 1-x = \sqrt{1+x}$$

$\downarrow$

یک نقطه



(10

$$\log^{2-x} - \log \frac{1}{(x-2)^2} = 3 \qquad (x<2)$$

$$\log^{-(x-2)^3} = 3 \rightarrow -(x-2)^3 = 1000$$

$$-10 = x-2 \rightarrow x = -8$$

$$\xrightarrow{\text{جواب}} \log_{\sqrt{2}}^{8} = 6$$

(12

$$3\sin^2 x + a\cos^2 x = 4 \xrightarrow{\sin^2 x = 1-\cos^2 x} 3 - 3\cos^2 x + a\cos^2 x = 4$$

$$\cos^2 x = \frac{1}{a-3}$$

$$\xrightarrow{\cos^2 x = 1-\sin^2 x} 3\sin^2 x + a - a\sin^2 x = 4$$

$$\sin^2 x = \frac{4-a}{3-a}$$

$$\cot^2 x = \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} = \frac{\frac{1}{a-3}}{\frac{4-a}{3-a}} = \frac{-1}{4-a} = \frac{1}{a-4}$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{a+\sqrt{(bx+1)(cx+1)}}{x} = ۲ \longrightarrow a=-1$$

$$\frac{b}{a}+\frac{c}{a}=\frac{b+c}{-1}$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{a+\sqrt{bcx^2+(b+c)x+1}}{x} \overset{hop}{=} \frac{\frac{\cancel{۲}bcx+(b+c)}{۲\sqrt{۱}}}{۱} = \frac{b+c}{۲}=۲$$

$$b+c=۴$$

جواب $\frac{b+c}{-1}=-۴$

(۱۶

$$f(x)=\frac{۳x^2-۸x-۳}{ax^2+(1-a)x+a+1} \xrightarrow{\text{ریشه‌ها}} ۳ , -\frac{۱}{۳}$$

اگر $a=0 \longrightarrow x+1=0 \longrightarrow x=-1$

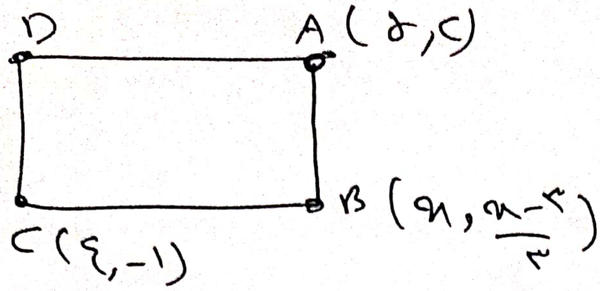
دو ریشه داشته باشد که یکی از ریشه‌ها با صورت مشترک باشد $\Delta>0 \longrightarrow$ ریشه مشترک

$$\begin{cases} x=۳ \to a=\frac{-۴}{۷} \\ x=-\frac{۱}{۳} \to a=-\frac{۹}{۱۳} \end{cases}$$

۵ مقدار مذکور

یا ریشه مضاعف داشته باشد $\Delta=0 \longrightarrow (1-a)^2-۴a(a+1)=0 \longrightarrow a=\frac{-۶\pm ۴\sqrt{۳}}{۶}$

(۷



$$m_{AB} = \frac{\frac{x-9}{3}}{x-5} \qquad m_{BC} = \frac{\frac{x}{3}}{x-4}$$

$$\xrightarrow{\times} x^2 - 9x = -9(x^2 - 9x + 20)$$

$$10x^2 - 90x + 180 = 0$$

$$x^2 - 9x + 18 = 0$$

$$\downarrow$$

$$3, 6$$

(۸

$$2(1-|a|) - 1 = (2+|a|)^2 - (2+|a|) - 7$$

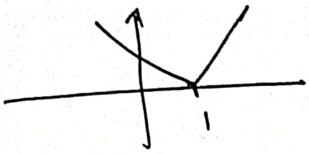
$$1 - 2|a| = 4 + |a|^2 + 4|a| - 2 - |a| - 7$$

$$|a|^2 + 5|a| - 6 = 0 \xrightarrow{|a| = 1 \checkmark,\ -6 \times} a = \pm 1$$

۱۷)

$$f(x)=\begin{cases}\sqrt{|x-1|} & |x|\leq c\\ ax^2+bx+2 & |x|>c\end{cases}$$

می‌دانیم در تابع ابتدا نزولی و سپس صعودی است پس با توجه به نمودار و ضابطه تابع $c=1$ باشد، $x=1$ راس سهمی نمودار درجه ۲ باشد



$$-\frac{b}{2a}=1 \longrightarrow \frac{b}{2a}=-1 \rightarrow \frac{b}{a}=-2$$

$$\left[\frac{a}{b}\right]=-1 \leftarrow \frac{a}{b}=-\frac{1}{2}$$

---

۱۸)

$$f(x)=\frac{8+\cos^3x}{4-\cos^2x}=\frac{\cancel{(2+\cos x)}(4-2\cos x+\cos^2x)}{(2-\cos x)\cancel{(2+\cos x)}}$$

$$=\frac{\cos^2x-2\cos x+4}{2-\cos x}=\frac{(\cos x-1)^2+3}{2-\cos x}$$

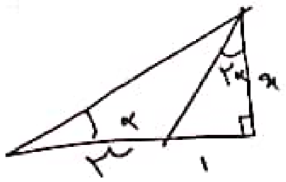
می‌دانیم $\sin\frac{7\pi}{6}=-\frac{1}{2}$

$\cos\frac{7\pi}{6}=-\frac{\sqrt{3}}{2}$

$$(f-2g)(x)=\frac{(\cos x-1)^2+3}{2-\cos x}-\frac{4}{2-\cos x}=\frac{\cos x(\cos x-2)}{2-\cos x}=-\cos x$$

مشتق $(-\cos x)'=\sin x=-\frac{1}{2}$

۱۸)



$$\tan 2\alpha = \frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{\frac{x}{2}}{1-\frac{x^2}{16}} \rightarrow \frac{x^2}{2} = 1 - \frac{x^2}{16}$$

$$9x^2 = 16$$

$$x = \oplus\frac{4}{3}$$

---

۱۹)

$$f(x) = \begin{cases} b & x < a \\ b + (x-a)^m & x \geq a \end{cases}$$

یعنی مشتق چپ و راست یکی نباشد
ولی موجود باشد

$$m = 1 \rightarrow f'(x) = \begin{cases} 0 & x < a \\ 1 & x > a \end{cases}$$

$$m > 0 \rightarrow f'(x) = \begin{cases} 0 & x < a \\ m(x-a)^{m-1} & x > a \end{cases}$$

$$\downarrow$$

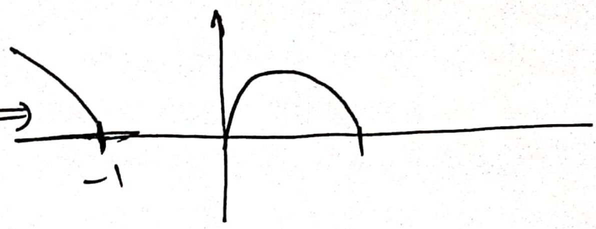
$$f'(a) = 0$$

فقط $m=1$
جواب است

(۲۰.

$f(x) = \sqrt{x(1-|x|)}$

$f(x) \begin{cases} \sqrt{x(1-x)} & x \geq 0 \\ \sqrt{x(1+x)} & x < 0 \end{cases} \Rightarrow$



$f'(x) = \begin{cases} \dfrac{-2x+1}{2\sqrt{x(1-x)}} \longrightarrow \dfrac{1}{2}\ ,\ 0\ ,\ 1 & \text{برای} \\ \dfrac{2x-1}{2\sqrt{x(1+x)}} \longrightarrow \dfrac{1}{2}\ ,\ 0\ ,\ -1 \\ \qquad\qquad\quad\ \ \times\ \ \times\ \ \text{ق ق} \end{cases}$ → برای ...

مینیمم نسبی در صفر ندارد چون همسایگی آن در دامنه نیست و دو نقطه ماکزیمم نسبی و مینیمم نسبی ...

$m+n+k = 1+0+4 = 5$

(٤)

$$x^2 + x + 1 = 0$$

$$x^2 = -1 - x$$

$$2 - (x^2)^7 = 2 - (-x-1)^2(-x-1)^2(-x-1)^2(-x-1)$$

$$= 2 - (x)^3(-x^2 - x) = 2 - (-x-1) = x + 3$$

مجموع ضرایب = ٤