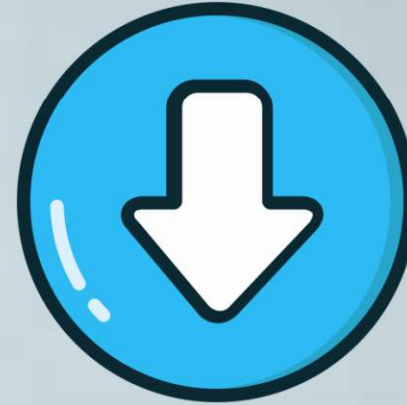
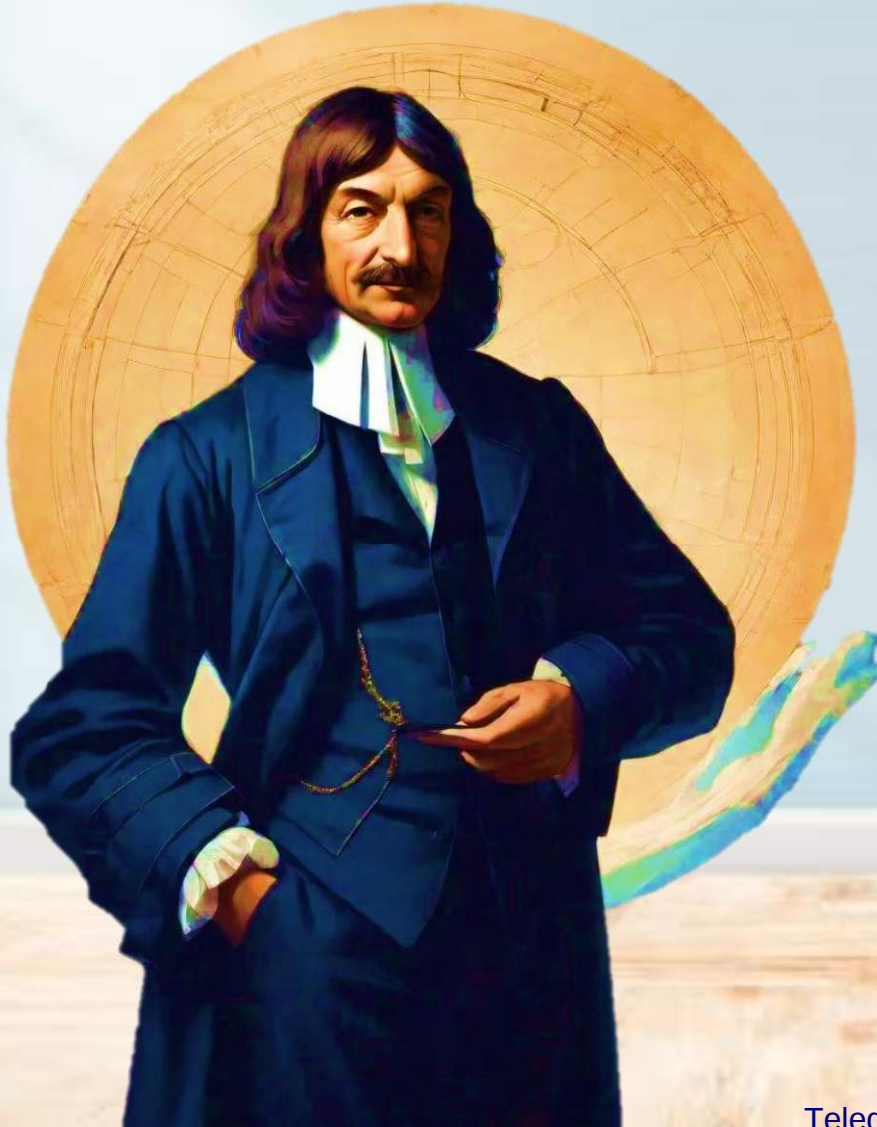


پاسخنامہ ی تشریح کنکور ۱۴۰۲

رشته ریاضی



عباس الہی





عباس الهی

سوال شماره

۱

متن سوال

۱- اگر $x+1$ ، $x-1$ ، $2x+1$ و x به ترتیب جملات چهارم، پنجم، هفتم و هشتم یک دنباله هندسی باشند، حاصل ضرب مقادیر ممکن برای قدرنسبت این دنباله، کدام است؟

(۴) ۲

(۳) ۲

(۲) -۱

(۱) ۱

پاسخ تشریحی

$$\frac{x}{2x+1} = \frac{x-1}{x+1} \rightarrow \frac{a_8}{a_7} = \frac{a_5}{a_4} = q$$

$$\rightarrow x(x+1) = (2x+1)(x-1) \rightarrow x^2+x = 2x^2-2x+x-1 \rightarrow x^2-2x-1=0 \rightarrow x = \frac{2 \pm 2\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow x = 1 \pm \sqrt{2} \rightarrow q = \frac{x}{2x+1} \Rightarrow \frac{1+\sqrt{2}}{3+\sqrt{2}}, \frac{1-\sqrt{2}}{3-\sqrt{2}} \xrightarrow{\text{X}} \frac{-1}{1} = -1$$





۲- در خصوص گزاره منطقی $((p \Rightarrow q) \wedge r) \Rightarrow (p \Rightarrow r)$ ، کدام مورد صحیح است؟
 (۱) همواره درست است.
 (۲) همواره نادرست است.

(۳) تنها وقتی درست است که p درست باشد.
 (۴) تنها وقتی درست است که q نادرست باشد.

.....

پاسخ تشریحی

$$(T \wedge r) \Rightarrow T$$

r هر چه باشد گزاره درست است.

ا) اگر $p \equiv F$ باشد انتقادی مقدم $p \Rightarrow q$ درست است و در نتیجه:

$$(T \Rightarrow q) \wedge r \Rightarrow (T \Rightarrow r)$$

نسبت به q ممکن است T یا F باشد

$$(T \vee F \wedge r) \Rightarrow (T \Rightarrow r)$$

$T \equiv r$ باشد گزاره صحیح است.

* اگر $r \equiv F$ باشد گزاره به انتقادی مقدم T خواهد بود. پس از آنکه r با نتیجه r نادرست است.



۳- اگر بزرگ‌ترین بازه‌ای که نمودار تابع $y = -5x^2 + ax - 8$ در آن اکیداً صعودی است، بازه $(-\infty, 2/5]$ باشد، عرض رأس سهمی کدام است؟

سینی و لا است →

۲۴/۷۵ (۴)

۲۳/۲۵ (۳)

۱۴/۲۵ (۲)

۱۳/۷۵ (۱)

پاسخ تشریحی

$$x_s = \frac{-a}{2(-5)} = \frac{a}{10} \rightarrow \frac{a}{10} = 2,5 \rightarrow a = 25 \rightarrow y = -5x^2 + 25x - 8$$

$$y_s = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{(625 - 4(-5)(-8))}{4(-5)} = -\frac{465}{-20} = \frac{465}{20} = \frac{23,25}{1}$$





چون درجه دو است پس $r(x)$ درجه یک است

۴- اگر $r(x)$ باقیمانده تقسیم $2 - x^{14}$ بر $x^2 + x + 1$ باشد، مجموع ضرایب چند جمله‌ای $r(x)$ کدام است؟ ($x \neq 1$)

۴ (۴)

-۲ (۳)

-۱ (۲)

(۱) صفر

$$r(x) = ax + b$$

درجه یک است یعنی

پاسخ تشریحی

طرفین

$$x(x-1)$$

$$x^2 + x + 1 = 0 \Rightarrow x \neq 1$$

$$(x-1)(x^2 + x + 1) = (x-1) \cdot 0 \Rightarrow x^3 - 1 = 0 \Rightarrow x^3 = 1$$

$$p(x) = 2 - x^{14} \Rightarrow 2 - (x^3)^4 (x^2) = 2 - (1)^4 (x^2) = 2 - x^2 \xrightarrow{\text{از طرفین}} \frac{2 - (-x - 1)}{x^2 - (-x - 1)}$$

$$\Rightarrow r(x) = x + 3 \quad \text{چون} \quad 1 + 3 = 4 \rightarrow \text{جواب ضرایب}$$



سوال شماره

عباس الهی

متن سوال

۵- برای چند مقدار صحیح m ، هر دو ریشه معادله $2x^2 + 7x + m = 0$ بزرگ تر از -3 است؟

(۴) صفر

(۳) ۱

(۲) ۳

(۱) ۴

پاسخ تشریحی

$$\left. \begin{array}{l} \alpha + 3 > 0 \\ \beta + 3 > 0 \end{array} \right\} \xrightarrow{x} (\alpha\beta + 3(\alpha + \beta) + 9) > 0 \Rightarrow \frac{m}{2} + 3\left(-\frac{7}{2}\right) + 9 > 0 \Rightarrow m - 21 + 18 > 0$$

$$m > 3$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha > -3 \\ \beta > -3 \end{array} \right\} \Rightarrow \alpha + \beta > -6 \Rightarrow S > -6 \Rightarrow -3, 5 > -6 \checkmark$$

$$\Delta > 0 \Rightarrow 49 - 8m > 0 \Rightarrow m < \frac{49}{8}$$

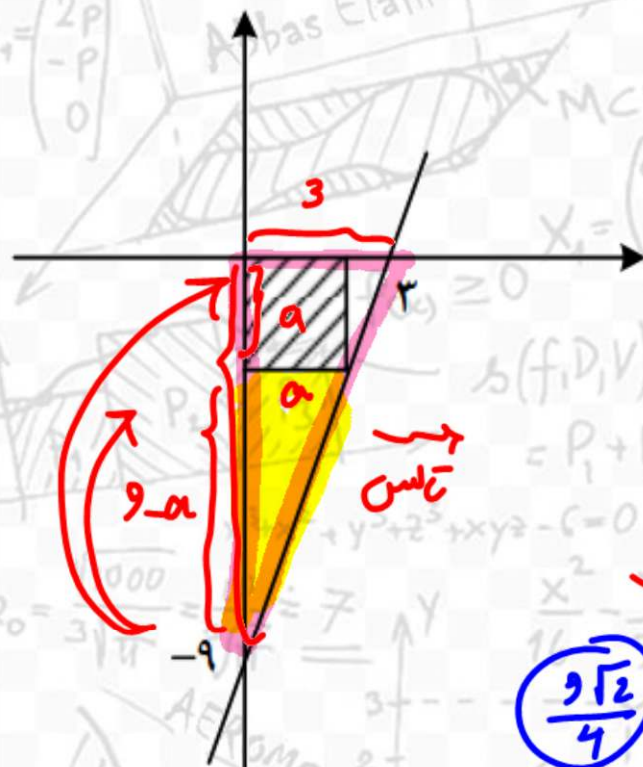
$$3 < m < \frac{49}{8}$$

$$m = 4, 5, 6$$





۶- در شکل زیر، قطر مربع هاشور خورده، کدام است؟



$$\frac{9-a}{3} = \frac{a}{3} \Rightarrow 3a = 9-a \Rightarrow a = \frac{9}{4}$$

نویسنده = $\frac{9\sqrt{2}}{4}$ = ضلع $\times \sqrt{2}$ = قطر مربع

$$\frac{9\sqrt{2}}{4}$$

$$\frac{9}{2\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{9}{2\sqrt{2}}$$

$$1) \frac{9}{2\sqrt{2}}$$

$$2) \frac{9}{2\sqrt{2}}$$

$$3) \frac{9}{2\sqrt{2}}$$

$$4) \frac{9}{\sqrt{2}}$$

پاسخ تشریحی



عباس الهی

سوال شماره

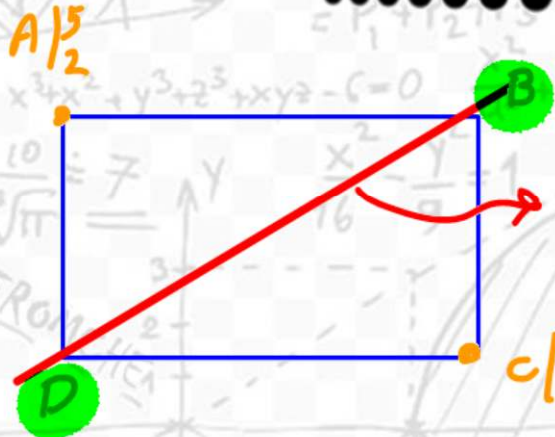
۷

متن سوال

۷- در یک مستطیل، نقاط $A(5, 2)$ و $C(4, -1)$ دو رأس غیرمجاور و دو رأس B و D روی خط $x - 3y = 3$ واقع اند. اختلاف طول نقاط B و D کدام است؟

 $(4, 1/5)$ $(3, 1)$ $(2, 3/5)$ $(1, 3)$

پاسخ تشریحی



$$x - 3y = 3 \rightarrow$$

$$y = \frac{x-3}{3}$$

$$B \left| \frac{\alpha}{\alpha-3} \right.$$

$$AB \perp BC \rightarrow \frac{\frac{\alpha-3}{3}-2}{\alpha-5} = -\frac{\alpha-4}{\frac{\alpha-3}{3}+1} \Rightarrow -\left(\frac{\alpha-3}{3}-2\right)(\frac{\alpha-3}{3}+1) = (\alpha-4)(\alpha-5)$$

$$\rightarrow -\frac{(\alpha-9)(\alpha)}{3} = (\alpha-4)(\alpha-5) \rightarrow -\alpha^2 + 9\alpha = 9\alpha^2 - 81\alpha + 18$$

$$10\alpha^2 - 90\alpha + 18 = 0 \Rightarrow \alpha^2 - 9\alpha + 18 = 0$$

$$\rightarrow (\alpha-3)(\alpha-6) = 0 < 3 \rightarrow \alpha_2 - \alpha_1 = 6 - 3 = 3$$





عباس الهی

سوال شماره

۸

متن سوال

ضابطه تابع قطعه‌ای f به صورت $f(x) = \begin{cases} x^2 - x - 7 & x \geq 1 \\ 2x - 1 & x < 1 \end{cases}$ است، برای چند مقدار a $f(1-a) = f(2+|a|)$ است؟

۳ (۲)

پاسخ تشریحی

اگر $a = 0$ یعنی $|a| = 0$

$$f(1) = f(2)$$

$$\Rightarrow 1 - 1 - 7 = 4 - 2 - 7$$

$$-7 = -5 \quad \times$$

اگر $a > 0$ و $a < 0$

بنا بر اصل
بیزمن

$$|a|^2 + 5|a| - 6 = 0 \Rightarrow (|a| - 1)(|a| + 6) = 0$$

$$\Rightarrow |a| = 1 \Rightarrow a = \pm 1$$

۹- نمودار تابع $f(x) = \sqrt{1-\sqrt{1+x}}$ در چند نقطه تابع وارون خود را قطع می کند؟

۴ (۱)

۳ (۲)

۳ (۲)

۴ (۱)

$$1 - \sqrt{1+x} > 0$$

پاسخ تشریحی

$$\sqrt{1-\sqrt{1+x}} = x \Rightarrow 1-\sqrt{1+x} = x^2 \Rightarrow 1-x^2 = \sqrt{1+x} \Rightarrow (1-x^2)^2 = (1+x)$$

$$\Rightarrow (1+x)^2(1-x)^2 - (1+x) = 0 \Rightarrow (1+x)[(1+x)(1-x)^2 - 1] = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ (1+x)(1-x)^2 - 1 = 0 \Rightarrow (1+x)(1-2x+x^2) - 1 = 0 \Rightarrow \end{cases}$$

$$1-2x+x^2+x-2x^2+x^3-1=0 \Rightarrow x^3-x^2-x=0$$

$$\Rightarrow x(x^2-x-1)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x^2-x-1=0 \rightarrow \Delta > 0 \Rightarrow \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \end{cases}$$





عباس الہی

سوال شماره

L

متن سوال

۱- اگر $\log \frac{1}{(x-2)^2} = 3$ باشد، مقدار $\log \sqrt{2}(-x)$ کدام است؟

$$-\frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{4}$$

$$6$$

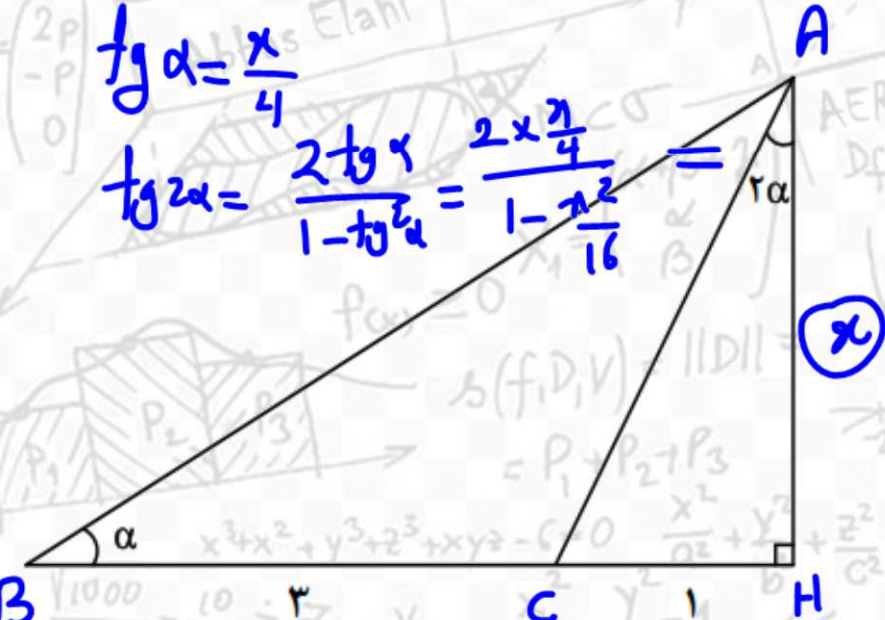
$$-2 \log(x-2) - 6$$

پاسخ تشریحی

$$\log(2-x) + 2\log(x-2) = 3 \Rightarrow \log(2-x)(x-2)^2 = 3 \Rightarrow (2-x)(x-2)^2 = 1000$$

$$\Rightarrow -(x-2)^3 = 1000 \Rightarrow (x-2)^3 = -1000 \Rightarrow (x-2) = -10 \Rightarrow x = -8$$

$$\log \frac{1}{\sqrt{2}} = \log \frac{1}{2^{\frac{1}{2}}} = \log 2^{-\frac{1}{2}} = -\frac{1}{2} \log 2 = -\frac{1}{2}$$



$$\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} = \frac{2 \times \frac{1}{4}}{1 - \frac{1}{16}} =$$

$$\frac{\frac{x}{2}}{\frac{16-x^2}{16}}$$

۱۱- در شکل زیر، مقدار $\cos 2\alpha$ کدام است؟

$$\frac{8x}{16x^2}$$

از طرفی $\frac{1}{n} = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ پس:

$$\frac{8x}{16-x^2} = \frac{1}{x} \rightarrow 8x^2 = 16-x^2$$

$$\Rightarrow 9x^2 = 16 \leadsto x = \frac{4}{3}$$

$$AC = \sqrt{1 + \left(\frac{4}{3}\right)^2} = \sqrt{1 + \frac{16}{9}} = \frac{5}{3} \text{ m}$$

$$\cos 2\alpha = \frac{x}{AC} = \frac{\frac{4}{3}}{\frac{5}{3}} = \frac{4}{5}$$

پاسخ تشریحی





متن سوال

۱۲- اگر $3\sin^2 x + a\cos^2 x = 4$ باشد، $\cot^2 x$ با کدام مورد برابر است؟

$$\frac{1}{3-a} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{a-3} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{4-a} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{a-4} \quad (۱)$$

پاسخ تشریحی

.....

$$\begin{aligned} \frac{3 + a\cos^2 x}{\sin^2 x} &= \frac{4}{\sin^2 x} \\ 3 + a\cot^2 x &= \frac{4}{\sin^2 x} \end{aligned}$$

$$1 + \cot^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}$$

$$3 + a\cot^2 x = 4(1 + \cot^2 x)$$

$$3 + a\cot^2 x = 4 + 4\cot^2 x \Rightarrow (a-1)\cot^2 x = 1 \Rightarrow \cot^2 x = \frac{1}{a-1}$$



متن سوال

پاسخ تشریحی کنکور ۱۳۰۳

۱۳- در مثلث ABC، اگر $\tan(B-C) = \sqrt{3}$ باشد، حاصل عبارت $\frac{1-2\cos(B+C)}{4\sin B \cos C}$ کدام است؟

میزبازی: ۹:۰۰ ۳:۰۰

tan C (۴)

tan B (۳)

$$\frac{1-2\cos(9^\circ+3^\circ)}{4\sin 9^\circ \cos 3^\circ} = \frac{1-2\cos 12^\circ}{4 \times 1 \times \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1-2(-\frac{1}{2})}{2\sqrt{3}} = \frac{2}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} = \tan 3^\circ$$

پاسخ تشریحی

رشته ریاضی و فیزیک





عباس الهی

سوال شماره

۱۴

متن سوال

۱۴- تعداد جوابهای معادله $\cos(2x - \frac{\pi}{4}) + \cos(x + \frac{\pi}{4}) = 0$ در بازه $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ تشریحی

$$\cos(\pi - (x + \frac{\pi}{4})) = \cos(\frac{3\pi}{4} - x)$$

$$\cos(2x - \frac{\pi}{4}) = -\cos(x + \frac{\pi}{4})$$

$$\cos(2x - \frac{\pi}{4}) = \cos(\frac{3\pi}{4} - x) \Rightarrow 2x - \frac{\pi}{4} = 2k\pi \pm (\frac{3\pi}{4} - x)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x - \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \frac{3\pi}{4} - x \rightarrow 3x = 2k\pi + \pi \rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{3} \\ 2x - \frac{\pi}{4} = 2k\pi - \frac{3\pi}{4} + x \rightarrow x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

 $k=0 \rightarrow$

$$\frac{\pi}{3}, -\frac{\pi}{2}$$

 $k=1 \rightarrow$

$$-\frac{\pi}{3}$$



عباس الہی

سوال شماره

۱۵

متن سوال

۱۵- اگر $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a + \sqrt{(bx+1)(cx+1)}}{x} = 2$ باشد، مقدار $\frac{b}{a} + \frac{c}{a}$ کدام است؟

$$\frac{1}{4} \quad (4)$$

$$-\frac{1}{2} \quad (3)$$

$$-4 \quad (2)$$

پاسخ تشریحی

میں $x=0$ پر صفر آتا ہے $\rightarrow a + \sqrt{1} = 0 \Rightarrow a = -1$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-1 + \sqrt{(bx+1)(cx+1)}}{x}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{b(cx+1) + c(bx+1)}{2\sqrt{(bx+1)(cx+1)}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{b+c}{2} = 2 \Rightarrow b+c=4 \Rightarrow \frac{b+c}{a} = \frac{4}{-1} = -4$$

$$\frac{-1 + (1 + \frac{bx}{2})(1 + \frac{cx}{2})}{x} = \frac{(\frac{b+c}{2})x}{x} = \frac{b+c}{2} = 2 \Rightarrow b+c=4$$

پاسخ تشریحی کنکور ۱۴۰۳

رشته ریاضی و فیزیک





۱۶- برای چند مقدار a ، تابع $f(x) = \frac{3x^2 - 8x - 3}{ax^2 + (1-a)x + a+1}$ یک مجانب قائم دارد؟

۷ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

پاسخ تشریحی

$$\textcircled{1} \Delta = 0 \Rightarrow (1-a)^2 - 4(a)(a+1) = 0 \Rightarrow 1 - 2a + a^2 - 4a^2 - 4a = 0 \Rightarrow -3a^2 - 6a + 1 = 0$$

$$\Rightarrow a = \frac{6 \pm \sqrt{48}}{-6} = \frac{6 \pm 4\sqrt{3}}{-6} = \frac{3 \pm 2\sqrt{3}}{-3} \checkmark$$

$\frac{1}{3} < a < 1$ یعنی

$$\textcircled{2} \Delta > 0 \Rightarrow 3n^2 - 8n - 3 = 0 \Rightarrow \Delta = 64 - (4)(3)(-3) = 100$$

دو کسره دارد صورت
باز

$$9a + 3 - 3a + a + 1 = 0 \Rightarrow 7a + 4 = 0 \Rightarrow a = -\frac{4}{7} \checkmark$$

$$\textcircled{3} a = 0 \checkmark$$

بنا بر این در مجموع

$$\frac{1}{9}n - \frac{1}{3} + \frac{1}{3}a + a + 1 = 0 \Rightarrow \frac{13}{9}a + \frac{2}{3} = 0 \Rightarrow a = -\frac{6}{13} \checkmark$$



متن سوال

پاسخ تشریحی کنکور ۱۴۰۳

۱۷- به ازای مقادیر طبیعی c ، تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 - 2x + 1} & |x| \leq c \\ ax^2 + bx + 2 & |x| > c \end{cases}$ روی مجموعه اعداد حقیقی پیوسته است. کدام

می تواند مقدار $\left[\frac{a}{b} \right]$ باشد؟

-۱ (۱)

پاسخ تشریحی

$$\lim_{x \rightarrow c^+} f(x) = \lim_{n \rightarrow c^-} f(x) \Rightarrow$$

$$\lim_{x \rightarrow (-c)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-c)^-} f(x) \Rightarrow$$

$$ac^2 + bc + 2 = |c - 1|$$

$$ac^2 - bc + 2 = |-c - 1|$$

$$2ac^2 + 4 = 2c$$

$$[] = -1$$

$$\frac{a}{b} = -1 + \frac{2}{c}$$

$$[] = -1$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c-2}{-c}$$

$$\Rightarrow ac^2 + 2 = c \Rightarrow$$

$$ac^2 = c - 2 \Rightarrow$$

$$a = \frac{c-2}{c^2}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{c-2}{-c}$$

$$\Rightarrow 2bc = -2 \Rightarrow bc = -1 \Rightarrow b = -\frac{1}{c}$$





اگر $f(x) = \frac{\lambda + \cos^3 x}{4 - \cos^2 x}$ و $g(x) = \frac{2}{2 - \cos x}$ باشد، حاصل عبارت $f'(\frac{7\pi}{6}) - 2g'(\frac{7\pi}{6})$ کدام است؟

$$\frac{\sqrt{3}}{2}$$

(۴)

$$-\frac{\sqrt{3}}{2}$$

(۳)

$$-\frac{1}{2}$$

(۲)

پاسخ تشریحی

$$h(x) = f(x) - 2g(x) \Rightarrow$$

$$h(x) =$$

$$\frac{8 + \cos^3 x}{4 - \cos^2 x} - \frac{4}{2 - \cos x} =$$

$$\frac{-2 \cos x + \cos^2 x}{2 - \cos x}$$

$$\frac{-2 \cos x + \cos^2 x}{2 - \cos x}$$

$$\frac{(2 + \cos x)(4 - 2 \cos x + \cos^2 x)}{(2 + \cos x)(2 - \cos x)}$$

$$\frac{-\cos x(2 - \cos x)}{(2 - \cos x)}$$

$$-\cos x$$

$$\xrightarrow{\text{در } \frac{7\pi}{6}} h(x) = -\cos x \Rightarrow h'(x) = \sin x \Rightarrow h'(\frac{7\pi}{6}) = \sin(\frac{7\pi}{6}) = -\sin \frac{\pi}{6}$$

$$= -\frac{1}{2}$$



عباس الہی

۱۹- به ازای چند مقدار صحیح m ، تابع $f(x) = \begin{cases} b & x < a \\ b + (x - a)^m & x \geq a \end{cases}$ دارای نقطه گوشه‌ای است؟

1 (f)

پاسخ تشریحی

اگر $m < 0$ باشد x (ضابطه) را بر $m > 0$ بنویس (یعنی $\frac{1}{m}$) $\leftarrow m > 2$
 اگر $m = 1$ $\leftarrow m > 2$ $f(n) = \begin{cases} b & n < a \\ b + (n - a) & n \geq a \end{cases}$
 پس معین $\Rightarrow f'(a) = 0$ $\leftarrow$ حاصل (مشتق) در $n = a$

$$f'_+(a) = 0 \text{ فواصله در } f'_+(a) = 1$$

و بیان $m=0$ هم که برآلاف سیرِ سُرِطِ پویشی مانع از تب ر شود





متن سوال

۲۰- تابع f با ضابطه $f(x) = \sqrt{x(1-|x|)}$ را در نظر بگیرید. اگر m و n به ترتیب تعداد نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی و k تعداد نقاط بحرانی تابع f باشند، مقدار $m+n+k$ کدام است؟

۳ (۴)

۴ (۳)

۱

۵

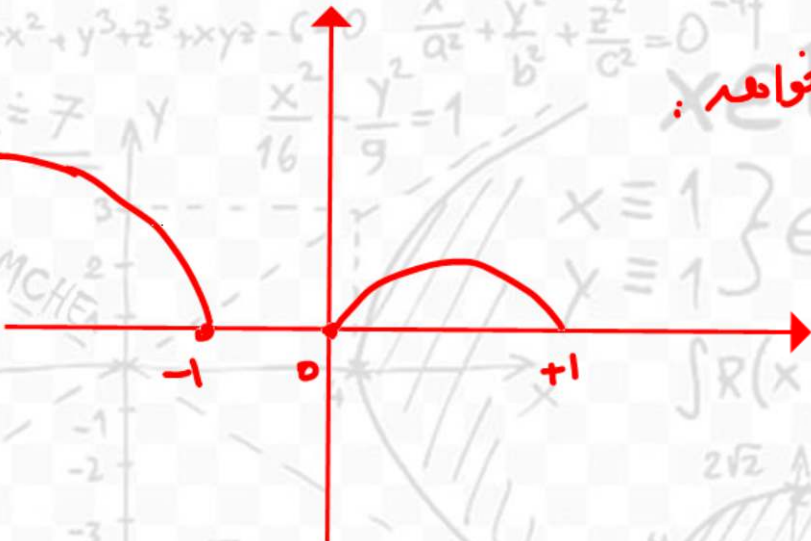
۴

۵ (۲)

۶ (۱)

پاسخ تشریحی

بدون رسم این مسئله برای حل فواید:





۲۱- رضا می خواهد کتاب ریاضی و ۵ کتاب درسی دیگرش را روی هم بچیند. در چند حالت مختلف هنگام چیدن کتابها، کتابهای بیشتری بالای کتاب ریاضی قرار می گیرد؟

۲۰۰ (۴)

۲۴۰ (۳)

۳۰۰ (۲)

۳۶۰ (۱)

پاسخ تشریحی

یا ۵ کتاب به ۴ کتاب یا ۳ کتاب در بالای کتاب ریاضی قرار می دهند و در هر دو حالت در مجموع ۵ جایگزینی وجود دارد:

$$3 \times 5! = 3 \times 120 = 360$$





۲۲- سکه‌ای را پرتاب می‌کنیم. اگر «رو» بیاید، ۲ سکه پرتاب کرده و اگر «پشت» بیاید، ۳ سکه را پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال همه سکه‌ها یکسان ظاهر می‌شوند؟

پاسخ تشریحی

باید سکه‌ها رو یا آینه‌رو هوی سبت ظاهر باشند پس

$$\frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{8} + \frac{1}{16} = \frac{3}{16}$$

دسته R
سکه
P



۲۳- میانگین دسته اول با ۵ داده مختلف برابر میانگین دسته دوم با ۶ داده است، به طوری که تنها داده متفاوت بین دو دسته، داده a است. اگر واریانس دسته اول $\frac{2}{3}$ از واریانس دسته دوم بیشتر باشد، واریانس دسته اول کدام است؟

$$6, 25 \quad (4)$$

$$4 \quad (3)$$

$$2, 25 \quad (2)$$

$$a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$$

$$\bar{x}_1$$

$$a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a$$

$$\bar{x}_2 = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a}{6}$$

$$\Rightarrow \bar{x}_1 = \frac{5\bar{x}_1 + a}{6} \Rightarrow \bar{x}_1 = a \Rightarrow \bar{x}_2 = a$$

$$\sigma_1^2 = \frac{2}{3} + \sigma_2^2 = \frac{2}{3} + \frac{(a_1 - a)^2 + (a_2 - a)^2 + (a_3 - a)^2 + (a_4 - a)^2 + (a_5 - a)^2}{6}$$

$$\Rightarrow \sigma_1^2 = \frac{2}{3} + \frac{5\sigma_2^2}{6} \Rightarrow \frac{\sigma_1^2}{6} = \frac{2}{3} \Rightarrow \sigma_1^2 = 4$$





سوال شماره
۲۴

ریاضیات کنکور

متن سوال

پاسخ تشریحی کنکور ۱۴۰۳

۲۴- در جریان یک مسابقه بازیکن A دو پنالتی می زند. این بازیکن با احتمال ۶۰ درصد پنالتی اول را گل می کند، در این صورت احتمال گل شدن پنالتی دوم ۸۰ درصد و در غیر این صورت ۳۰ درصد خواهد بود. با کدام احتمال وضعیت گل شدن دو پنالتی متفاوت است؟

۰/۳ (۴)

۰/۶ (۳)

۰/۲۴ (۲)

۰/۴۴ (۱)



پاسخ تشریحی

$$\begin{aligned} \Rightarrow \left(\frac{\text{پنالتی ۱}}{\sqrt{x}} + \frac{\text{پنالتی ۲}}{\sqrt{x}} \right) &= \left(\frac{\text{پنالتی ۱}}{\sqrt{x}} + \frac{\text{پنالتی ۲}}{\sqrt{x}} \right) \Rightarrow \left(\frac{60}{100} \times \frac{20}{100} \right) + \left(\frac{40}{100} \times \frac{30}{100} \right) = \frac{1200 + 1200}{10000} \\ &= \frac{2400}{10000} = \frac{24}{100} \end{aligned}$$

رشته ریاضی و فیزیک



۲۵- برای کدام گزاره، می تون مثال نقض ارائه کرد؟

(۱) هر چهارضلعی که قطرهای یکدیگر را نصف کنند، متوازی الاضلاع است.

(۲) اندازه میانه‌های وارد بر اضلاع مساوی در هر مثلث، با هم برابرند.

(۳) هر چهارضلعی با قطرهای برابر و عمود بر هم، مربع است. ← **دور زنی مسأله متن با امطار خود بر هم**

(۴) نیمسازهای زاویه‌های داخلی هر مثلث هم‌رسند.

پاسخ تشریحی

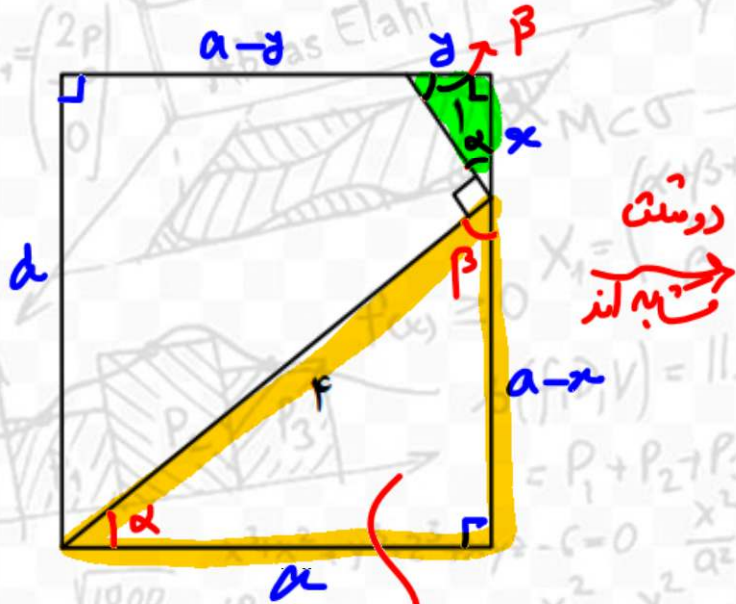
.....



متن سوال

باسخ تشریحی کنکور ۱۴۰۳

۲۶- مساحت مربع شکل زیر، چقدر است؟



$$\frac{y}{a-x} = \frac{x}{a} = \frac{1}{4} \rightarrow \begin{cases} a=4x \\ a-x=4y \end{cases}$$

$$\Rightarrow 4x - x = 4y \Rightarrow 3x = 4y \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{4}{3}$$

13/31 (1)
7/29 (2)
1/41 (3)
10/24 (4)

پاسخ تشریحی

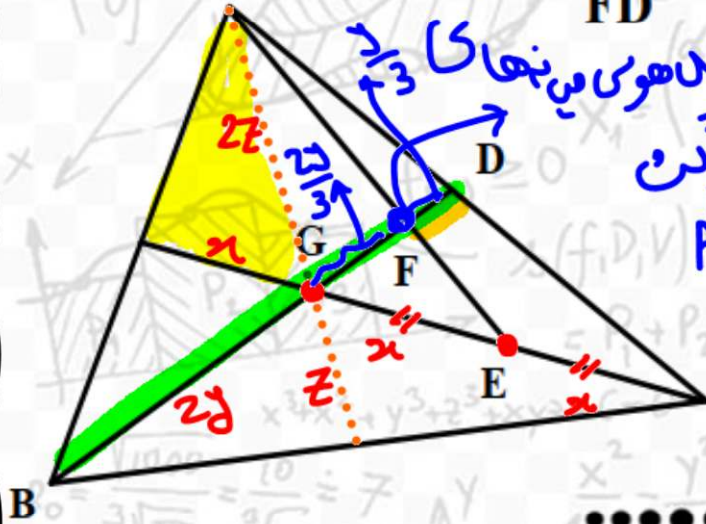
از طرفین طبق
مربع می‌گیریم

$$\Rightarrow 16 = (a)^2 + (a-n)^2 \Rightarrow 16 = 16n^2 + 9n^2 \Rightarrow n^2 = \frac{16}{25} \Rightarrow n = \frac{4}{5} \Rightarrow a = \frac{16}{5}$$

$$\rightarrow \text{مساحت مربع} = a^2 = \frac{16 \times 16}{5 \times 5} = \frac{256}{25} \times \frac{4}{4} = \frac{1.24}{1.} = 10.24$$



۲۷- در شکل زیر، G مرکز ثقل مثلث ABC است. اگر $GE = EC$ باشد، مقدار $\frac{BD}{FD}$ کدام است؟



$$\Rightarrow \frac{BD}{FD} = \frac{2y+y}{\frac{y}{3}} = \frac{3y+y}{\frac{y}{3}} = 9$$

(۱) ۹

(۲) ۸

(۳) ۶

(۴) ۵

پاسخ تشریحی

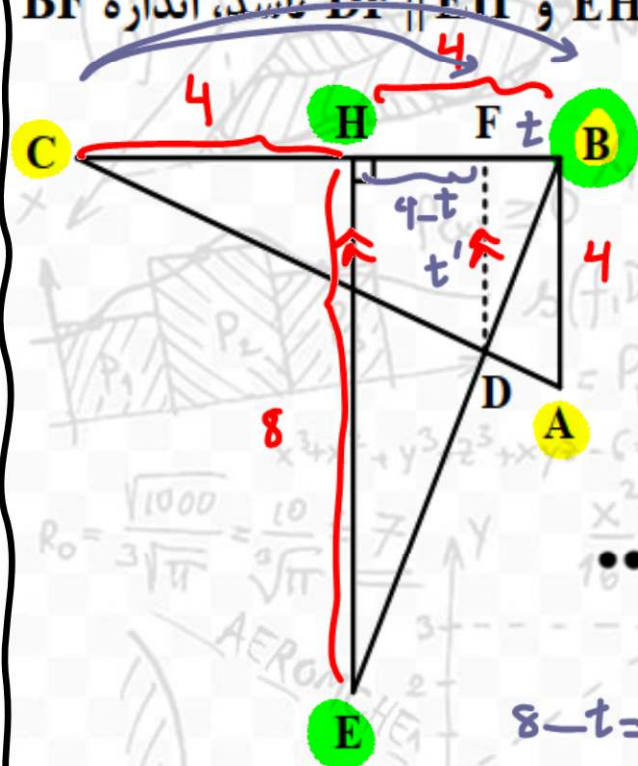




۲۸- در شکل زیر، دو مثلث ABC و BEH همنهشت هستند. اگر $AB = 4$ ، $EH = 8$ و $DF \parallel EH$ باشد، اندازه BF کدام است؟

$CB = 8 \Rightarrow CH = 4$

$BH = 4$



بسی $\triangle ABC \sim \triangle BEH$

$$\frac{8-t}{8} = \frac{t}{4}$$

$$\frac{t}{4} = \frac{t'}{8} \Rightarrow t' = 2t$$

$$8-t = 4t$$

$$t = \frac{8}{5} = 1.6$$

پاسخ تشریحی



۲۹- مماس‌های رسم شده بر دو دایره متقاطع در نقطه تقاطع دو دایره، بر هم عمودند. اگر شعاع دایره کوچک‌تر $1/5$ و فاصله بین مراکز دو دایره $2/5$ باشد، شعاع دایره بزرگ‌تر، کدام است؟

۲ (۴)

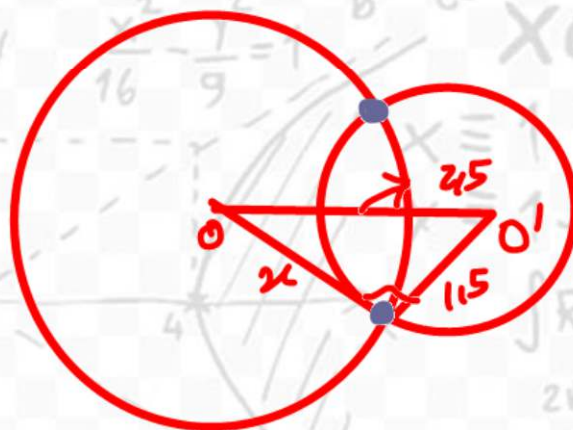
۳ (۳)

$\sqrt{5}$ (۲)

$\sqrt{3}$ (۱)

.....

پاسخ تشریحی



$$x^2 + (1/5)^2 = (2/5)^2$$

$$x^2 = 4/25 - 1/25 = 4/25 \Rightarrow x = 2/5$$





۳۰- در مثلث ABC ، $BC = 10$ ، نقطه D وسط BC و DE و DF به ترتیب نیمساز زوایای $\hat{ADC}$ و $\hat{ADB}$ هستند. اگر $AF = 12\sqrt{2}$ و $BF = 3\sqrt{2}$ باشد، طول نیمساز DE کدام است؟

$$2\sqrt{7} \quad (4)$$

$$\sqrt{7} \quad (3)$$

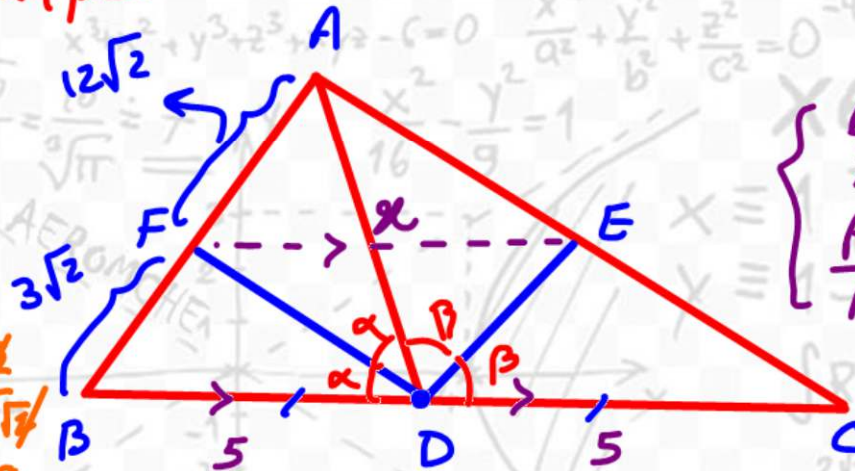
$$6 \quad (2)$$

$$3 \quad (1)$$

پاسخ تشریحی

$$2\alpha + 2\beta = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \alpha + \beta = 90^\circ$$



$$\begin{cases} \frac{AF}{FB} = \frac{AD}{BD} \\ \frac{AE}{EC} = \frac{AD}{DC} \end{cases} \Rightarrow BD = DC \Rightarrow \frac{AF}{FB} = \frac{AE}{EC} \xrightarrow{\text{مساوی}} FE \parallel BC$$

$$\frac{AD}{DC} = \frac{AE}{EC} \Rightarrow \frac{9}{5} = \frac{12\sqrt{2}}{3\sqrt{2}} \Rightarrow x = 2$$

$$DE^2 = FE^2 - DF^2 = 8^2 - 28 = 64 - 28 = 36$$

$$\Rightarrow DE = 6$$

$$\frac{FE}{10} = \frac{12\sqrt{2}}{15\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow FE = 8$$

$$DF^2 = AD \times BD - AF \times BF$$

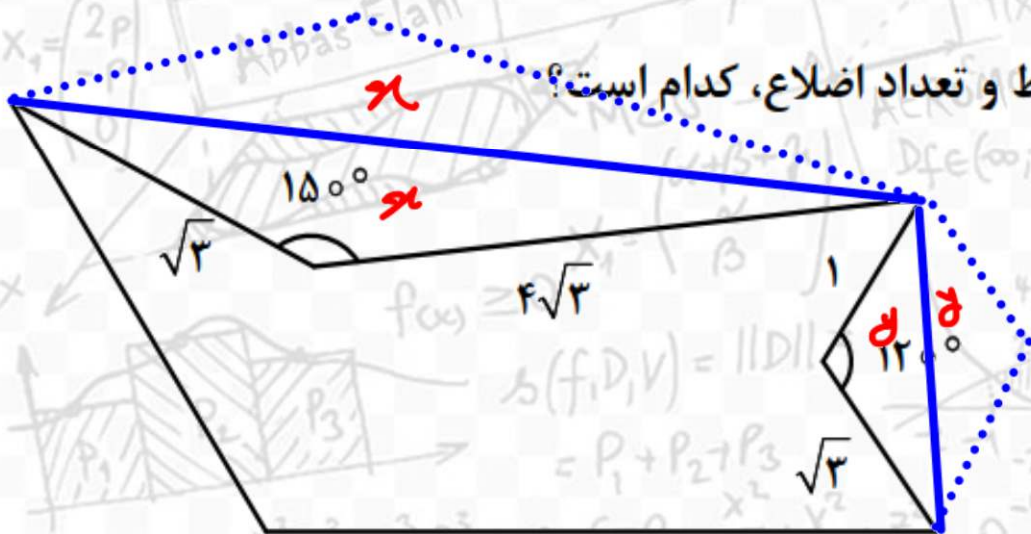
$$DF^2 = 2 \times 5 - (12\sqrt{2} \times 3\sqrt{2})$$

$$= 10 - 72 = -62$$

pythagoras
FDE

متن سوال

۳۱- میزان افزایش مساحت شکل زیر، بدون تغییر در محیط و تعداد اضلاع، کدام است؟



(۱) ۱۵

(۲) ۹

(۳) $\sqrt{15}$ (۴) $\frac{4}{5}$

پاسخ تشریحی

$$2 \times \left[\frac{1}{2} \times (\sqrt{3})(4\sqrt{3}) \times \sin 15^\circ + \frac{1}{2} \times (1)(\sqrt{3}) \times \sin 120^\circ \right]$$

$$= 12 \left(\frac{1}{2} + \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = \frac{12}{2} + \frac{3}{2} = \frac{15}{2} = 7.5$$





متن سوال

پاسخ تشریحی کنکور ۱۴۰۳

رشته ریاضی و فیزیک

کدام است؟

پاسخ تشریحی

اگر $A^{-1} = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ و $2I - 3A^{-1}B^{-1} = \begin{bmatrix} -2 & -4 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ باشد، مجموع درایه‌های قطر اصلی ماتریس $2A - 3B^{-1}$

$$A = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -1 \\ 1 & -4 \end{bmatrix}$$

$$Ax(2I - 3A^{-1}B^{-1}) = Ax \begin{bmatrix} -2 & -4 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \rightarrow 2A - 3B^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -1 \\ 1 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & -4 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\int R(x, \sqrt{\frac{ax+b}{cx+d}}) = \begin{bmatrix} -2 & -4 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \rightarrow -2 + 0 = -2$$

که اثرش
Trace



عباس الهی

سوال شماره

۳۳

متن سوال

اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، مجموع درایه‌های A^2 چند برابر مجموع درایه‌های A است؟

ک مجموع درایه‌ها = 2

۳ (۴)

۱ (۲) ۳ (۳) ۲ (۱)

.....

پاسخ تشریحی

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 6 & 6 \\ 0 & 0 & 0 \\ 6 & 6 & 6 \end{bmatrix}$$

ک مجموع درایه‌ها = 6

$$\Rightarrow \frac{6}{2} = 3$$





متن سوال

خط $x = -\frac{5}{4}$ خط هادی سهمی به معادله $3y^2 - 3x - ay = 0$ است. اختلاف مقادیر a کدام است؟

۴ (۴)

۶ (۳)

۸ (۲)

۱۲ (۱)

$$4(4) \quad 3y^2 - 3x - \frac{a}{3}y = 0$$

$$6(3) \quad y^3 - \frac{a}{3}y = x$$

پاسخ تشریحی

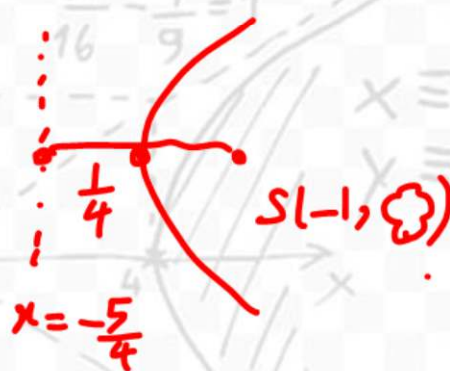
$$\rightarrow (y - \frac{a}{6})^2 = x + \frac{a^2}{36} \rightarrow$$

$$\frac{-a^2}{36} = -1 \rightarrow a^2 = 36 \Rightarrow a = \pm 6$$

$$a_1 = 6$$

$$a_2 = -6$$

$$|a_2 - a_1| = |-6 - 6| = 12$$





۳۵- مساحت مثلثی برابر ۶۴ و مختصات وسط اضلاع آن نقاط $A(3, a, b)$ ، $B(-1, -a, b)$ و $C(5, -4, b)$ هستند. طول ضلع AB کدام می تواند باشد؟

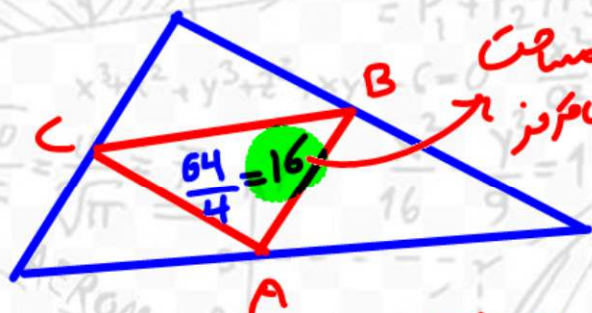
$$10\sqrt{2} \quad (4 \geq 0)$$

$$4\sqrt{2} \quad (3)$$

$$4\sqrt{10} \quad (2)$$

$$2\sqrt{10} \quad (1)$$

پاسخ تشریحی



$$\Rightarrow \frac{1}{2} |\vec{AB} \times \vec{AC}| = 16$$

$$|\vec{AB} \times \vec{AC}| = 32 \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \vec{AB} = (-4, -2a, 0) \\ \vec{AC} = (2, -4-a, 0) \end{array} \right\} \Rightarrow (0, 0, 8a+16)$$

$$\vec{AB} = (-4, -4, 0)$$

$$\alpha = 2 \leftarrow 8a = 16$$

$$|8a+16| = 32$$

$$|\vec{AB}| = \sqrt{16+16+0} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$



متن سوال

پاسخ تشریحی کنکور ۱۴۰۳

رشته ریاضی و فیزیک

۳۶- عدد صحیح a مضرب ۸ و باقیمانده تقسیم آن بر ۲۳ برابر ۵ است. باقیمانده تقسیم $\frac{a}{4}$ بر ۲۳ کدام است؟

پاسخ تشریحی

$8k \equiv 5 \pmod{23} \Rightarrow k \equiv 15 \pmod{23}$
 $\Rightarrow k = 15 \Rightarrow a = 8 \times 15 \Rightarrow \frac{8 \times 15}{4} = 30 \Rightarrow 30 \equiv 7 \pmod{23}$

۳۷- در چند زیرمجموعه از مجموعه $\{12, 13, 15, 18, 23, 24, 25, 26\}$ حاصل ضرب کوچک ترین و بزرگ ترین عضو، مضرب ۱۰ است؟

(۴) ۶۲

(۳) ۶۱

(۲) ۶۰

(۱) ۵۹

پاسخ تشریحی

$$12 \boxed{13} 15 \rightarrow 1 \times 2 \times 1 = 2$$

$$12 \boxed{13, 15, 18, 23} 25 \rightarrow 1 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 1 = 32$$

$$18 \boxed{23, 24} 25 \rightarrow 1 \times 2 \times 2 \times 1 = 4$$

$$24 \boxed{\text{diagonal}} 25 \rightarrow 1 \times 1 = 1$$

$$15 \boxed{18, 23, 24, 25} 26 \rightarrow 2^4 = 16$$

$$25 \boxed{\text{diagonal}} 26 \rightarrow 1 \times 1 = 1$$

$$15 \boxed{\text{diagonal}} 18 \rightarrow 1 \times 1 = 1$$

$$5 \boxed{18, 23} 24 \rightarrow 1 \times 2 \times 2 \times 1 = 4$$

(61)





۳۸- به ازای برخی مقادیر طبیعی n ، معادله سیاله $57x + 133y = 22n - 1$ دارای جواب است. مجموع ارقام کوچک ترین عدد دو رقمی n ، کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

پاسخ تشریحی

$$(57, 133) \mid 22n - 1 \Rightarrow (57, 76) \mid 22n - 1 \Rightarrow (57, 19) \mid 22n - 1 \Rightarrow 19 \mid 22n - 1$$

$$\Rightarrow 22n - 1 \equiv 0 \pmod{19} \Rightarrow 22n \equiv 1 \pmod{19} \Rightarrow 3n \equiv 1 \pmod{19} \Rightarrow -8n \equiv -9 \pmod{19}$$

$$\Rightarrow 8n \equiv 9 \pmod{19} \Rightarrow 8n \equiv 28 \pmod{19} \Rightarrow 2n \equiv 7 \pmod{19} \Rightarrow 2n \equiv -12 \pmod{19} \Rightarrow n \equiv -6 \pmod{19} \Rightarrow n \equiv 13 \pmod{19}$$

$$n = 19k + 13 \quad k=0 \Rightarrow n=13 \rightarrow 1+3=4$$



۳۹- حداقل چند عضو از مجموعه $\{14, 15, 16, \dots, 20, 22, 23, 24, \dots, 28\}$ انتخاب کنیم تا به طور قطع، لا اقل سه عضو انتخاب شده، اعداد متوالی باشند؟

۹ (۴)

۱۰ (۳)

۱۱ (۲)

۱۲ (۱)

پاسخ تشریحی

 $\underbrace{14, 15, 16}_{\bar{c}_2}$
 $\underbrace{17, 18, 19}_{\bar{c}_2}$
 $\underbrace{20, 21, 22}_{\bar{c}_2}$
 $\underbrace{23, 24, 25}_{\bar{c}_2}$
 $\underbrace{26, 27, 28}_{\bar{c}_2}$
 $+ 1 = 11$




۴۰- در گراف G ، $\Delta(G) + 2\delta(G) = 17$ ، $\Delta(\bar{G}) - \delta(\bar{G}) = 2$ و G با حداقل تعداد رأس رسم شده است. اگر $\bar{G}$ همبند باشد بیشترین تعداد یال های گراف G ، کدام است؟

(۴) ۲۴

(۳) ۲۶

(۲) ۲۸

(۱) ۳۰

پاسخ تشریحی

سین یعنی که یال را دارد پس $\Delta = 3$ و $\delta = 1$

چون صفت همبند که یال دارد
باعدس بران ۹

$$P = 9 \rightarrow \text{Max}(9) \Rightarrow \frac{P(P-1)}{2} = \frac{9 \times 8}{2} = 36 \xrightarrow{-8} 36 - 8 = 28$$