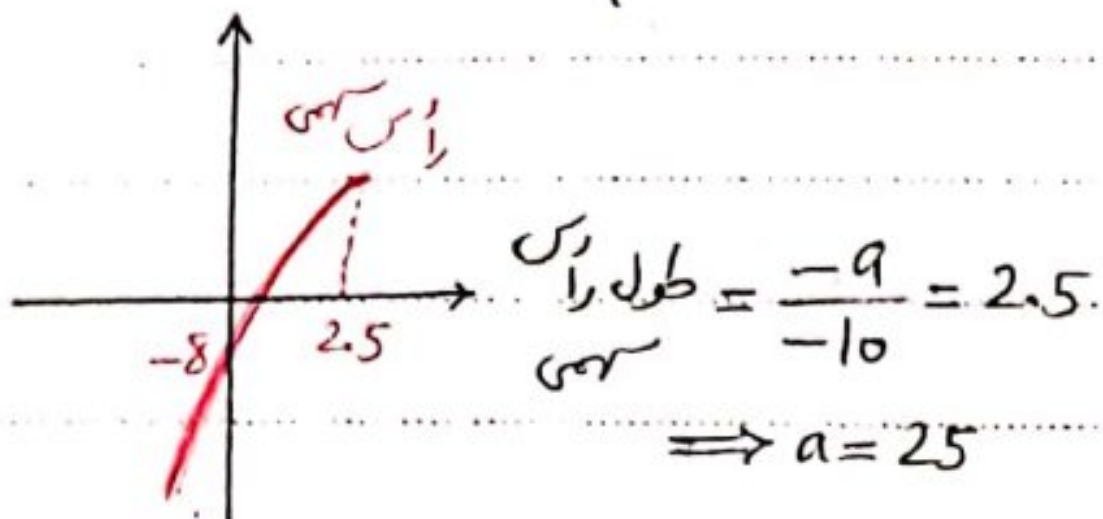


(۳) اگر بزرگترین بازه ای که نمودار تابع $y = -5x^2 + ax - 8$ در آن ابتدا صعودی است بازه $(-\infty, 2.5]$ است عرض رأس سهمی کدام است؟



$$\Rightarrow y = -5x^2 + 25x - 8 \quad \text{معادله سهمی}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \text{عرض رأس} &= -5(2.5)^2 + 25 \times 2.5 - 8 \\ &= -31.25 + 62.5 - 8 = 23.25 \end{aligned}$$

گزینه ۳ درست است

۱۳.۷۵ (۱)
۱۹.۲۵ (۲)
۲۳.۲۵ (۳)
۲۹.۷۵ (۴)

(۴) اگر $r(x)$ باقی مانده تقسیم $2x^{14}$ بر $x^2 + x + 1$ باشد، مجموع ضرایب جمله های $r(x)$ کدام است؟ $(x \neq 1)$

$$\begin{aligned} \text{حل: (دایره)} \quad x^2 + x + 1 &= 0 \\ \Rightarrow x^2 &= -x - 1 \Rightarrow x^3 = -x^2 - x = 1 \end{aligned}$$

لذا

$$x^{14} = x^{12} \cdot x^2 = (x^3)^4 \cdot (-x - 1) = -x - 1$$

$$\Rightarrow r(x) = 2 - (-x - 1) = x + 3$$

$$\Rightarrow \text{مجموع ضرایب} = 1 + 3 = 4$$

گزینه ۴ درست است

(۱) صفر
(۲) -۱
(۳) -۲
(۴) ۴

(۱) اگر $x+1$ ، $x-1$ ، $2x+1$ و x ترتیب جمله چهارم، پنجم، هفتم و هشتم یک دنباله هندسی باشند، مقدار ممکن برای قدرنسبت این دنباله کدام است؟

$$\frac{x-1}{x+1} = \frac{a_5}{a_4} = r = \frac{a_8}{a_7} = \frac{x}{2x+1}$$

$$\Rightarrow \frac{x-1}{x+1} = \frac{x}{2x+1} \Rightarrow x^2 - 2x - 1 = 0$$

$$\Rightarrow x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{2}$$

$$r_1 = \frac{x_1 - 1}{x_1 + 1} = \frac{1 + \sqrt{2} - 1}{1 + \sqrt{2} + 1} = \frac{\sqrt{2}}{2 + \sqrt{2}}$$

$$r_2 = \frac{x_2 - 1}{x_2 + 1} = \frac{1 - \sqrt{2} - 1}{1 - \sqrt{2} + 1} = \frac{-\sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow r_1 r_2 = \frac{\sqrt{2}}{2 + \sqrt{2}} \times \frac{-\sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}} = \frac{-2}{2} = -1$$

گزینه ۲ درست است

(۲) در حضور گزاره منطقی $((p \Rightarrow q_1) \wedge r) \Rightarrow (p \Rightarrow r)$ صحیح است؟

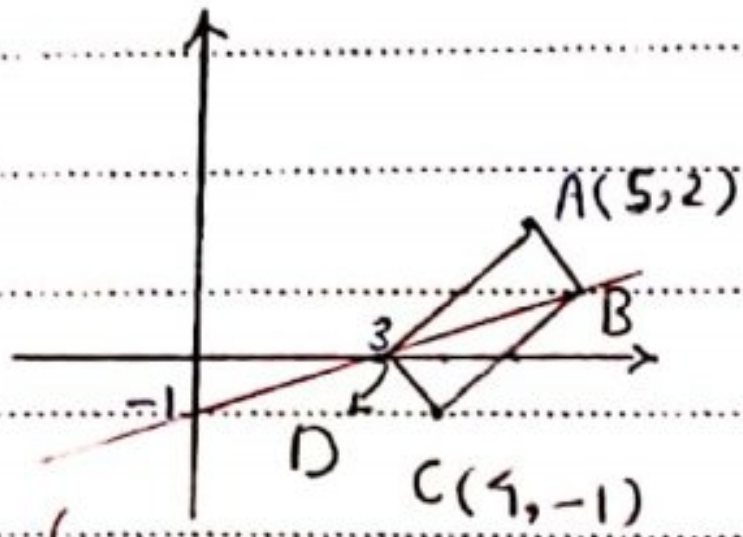
$$\begin{aligned} &\sim ((p \Rightarrow q_1) \wedge r) \vee (p \vee r) \\ &\equiv \sim (p \Rightarrow q_1) \vee \sim r \vee p \vee r \end{aligned}$$

$$\equiv \sim (p \Rightarrow q_1) \vee \sim r \vee p \vee r$$

همواره درست

(۱) همواره درست است
(۲) همواره نادرست است
(۳) تنها وقتی درست که p درست باشد
(۴) تنها وقتی درست که q نادرست باشد

- ۷ در یک مستطیل، نقاط $A(5,2)$ و $C(4,-1)$ دو رأس غیر مجاور و دو رأس B و D روی خط $x-3y=3$ واقع اند. اختلاف طول قطرها BD و AC کم است؟



$$y = \frac{x}{3} - 1 \Rightarrow y_B = \frac{x_B}{3} - 1, y_D = \frac{x_D}{3} - 1$$

$$BD = AC \Rightarrow \sqrt{(x_B - x_D)^2 + (y_B - y_D)^2} = \sqrt{10} \quad (1)$$

$$\Rightarrow (x_B - x_D)^2 + \frac{(x_B - x_D)^2}{9} = 10 \quad (2)$$

$$\Rightarrow (x_B - x_D)^2 = 9 \quad (3)$$

$$\Rightarrow |x_B - x_D| = 3 \quad (4)$$

گزینه ۱ درست است

- ۵ برای چند مقدار صحیح m ، هر دو ریشه مساوی

$$2x^2 + 7x + m = 0 \text{ برابر ۳- است}$$

$$x_{1,2} = \frac{-7 \pm \sqrt{49 - 8m}}{4} > -3$$

$$\Delta > 0 \Rightarrow 49 - 8m > 0 \Rightarrow m < \frac{49}{8}$$

$$m \leq 6$$

$$\pm \sqrt{49 - 8m} > -12 + 7 = -5$$

$$\Rightarrow \sqrt{49 - 8m} < 5$$

$$\Rightarrow 21 < 8m \Rightarrow 1 \leq m$$

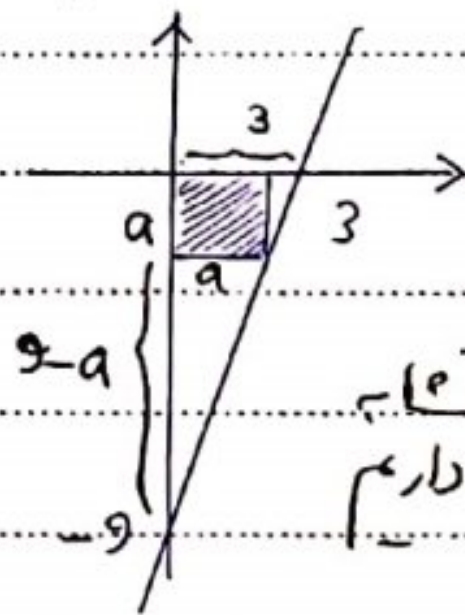
$$1 \leq m \leq 6 \quad (1)$$

$$\text{لذا } 1 \leq m \leq 6 \quad (2)$$

$$m = 1, 5, 6 \text{ و از آنجا } (3)$$

$$\text{گزینه ۲ درست است} \quad (4)$$

- ۶ در شکل زیر، قطر مربع هائیکه خورده کدام است؟



$$\frac{9 - a}{9} = \frac{a}{3}$$

$$\Rightarrow a = \frac{9}{2}$$

$$\Rightarrow \text{قطر مربع} = a\sqrt{2} = \frac{9}{2}\sqrt{2}$$

$$= \frac{9}{2\sqrt{2}}$$

$$\text{گزینه ۳ درست است}$$

$$2.5\sqrt{2} \quad (1)$$

$$3.5\sqrt{2} \quad (2)$$

$$\frac{9}{2\sqrt{2}} \quad (3)$$

$$\frac{9}{\sqrt{2}} \quad (4)$$

- ۸ ضابطه تابع قطعه ای f به صورت

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - x - 7 & ; x \geq 1 \\ 2x - 1 & ; x < 1 \end{cases}$$

$$f(1 - |a|) = f(2 + |a|)$$

$$\text{از } 1 - |a| = 2 + |a| \text{ نتیجه می شود } |a| = -\frac{1}{2} \text{ که ناممکن است}$$

$$\text{پس } 1 - |a| \leq 1 \text{ و } 2 + |a| > 1 \text{ لذا}$$

$$\text{تنها حالت ممکن عبارت است از}$$

$$2(1 - |a|) - 1 = (2 + |a|)^2 - (2 + |a|) - 7$$

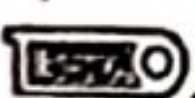
$$\Rightarrow |a|^2 + 5|a| - 6 = 0$$

$$\Rightarrow (|a| + 6)(|a| - 1) = 0 \quad (1)$$

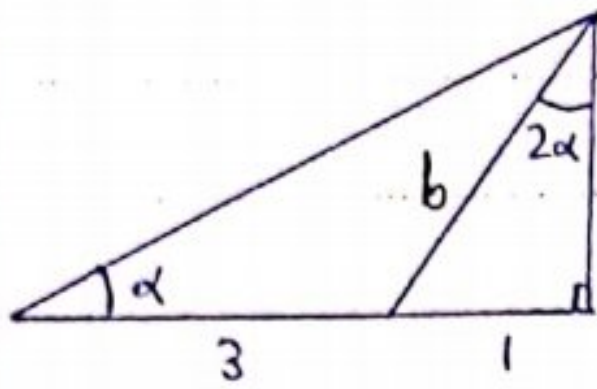
$$\Rightarrow \begin{cases} |a| = -6 & \text{غیر قابل قبول} \\ |a| = 1 \Rightarrow a = \pm 1 \end{cases} \quad (2)$$

$$2 \quad (3)$$

$$\text{گزینه ۳ درست است} \quad (4)$$



۹) غدار آج $f(x) = \sqrt{1-x} \sqrt{1+x}$ ریشه نقطه آج وارون خود را قطع می کند؟



$$\tan \alpha = \frac{a}{1}$$

$$\tan 2\alpha = \frac{a}{3}$$

$$\frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} = \tan 2\alpha = \frac{a}{3} \Rightarrow \frac{a^2}{2} = 1 - \frac{a^2}{9}$$

$$\Rightarrow \frac{9a^2}{16} = 1$$

$$\Rightarrow a = \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow b = \frac{5}{3}$$

$$\Rightarrow \cos 2\alpha = \frac{a}{b} = \frac{4/3}{5/3} = \frac{4}{5}$$

$$\Rightarrow \cos 2\alpha = \frac{4}{5}$$

زین به رت

۱۴) اگر $6 \tan^2 x + 3 \sin^2 x + a \cos^2 x = 4$ باشد، مقدار $\cos 2x$ را بیابید.

$$3 \sin^2 x + a(1 - \sin^2 x) = 4$$

$$\Rightarrow (3 - a) \sin^2 x = 4 - a$$

$$\Rightarrow \sin^2 x = \frac{4 - a}{3 - a}$$

$$1 + 6 \tan^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}$$

$$1 + 6 \tan^2 x = \frac{3 - a}{4 - a}$$

$$\Rightarrow 6 \tan^2 x = \frac{3 - a}{4 - a} - 1$$

$$= \frac{1}{a - 4}$$

زین به رت

$$\frac{1}{a - 4} \quad (1)$$

$$\frac{1}{4 - a} \quad (2)$$

$$\frac{1}{a - 3} \quad (3)$$

$$\frac{1}{3 - a} \quad (4)$$

$$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x} \sqrt{1-x}}$$

لذا f ابتدا نزولی است و در $x = 0$ وارون می شود. بنابراین f وارون خود را فقط در $x = 0$ قطع می کند.

$$\sqrt{1-x} \sqrt{1+x} = x^2$$

$$\Rightarrow 1 - \sqrt{1+x} = x^2$$

$$\Rightarrow (1 - x^2)^2 = 1 + x$$

$$\Rightarrow x^4 - 2x^2 - x = 0$$

$$\Rightarrow x(x+1)(x^2 - x - 1) = 0$$

$$\Rightarrow x = 0, x = -1, x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

فقط $x = 0$ قابل قبول است. زین به رت

۱۵) اگر $\log(2-x) - \log \frac{1}{(x-2)^2} = 3$ باشد، مقدار $\log(-x)$ را بیابید.

$$\log(-x) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$x < 2 \quad \leftarrow 2 - x > 0$$

$$\log(2-x) - \log \frac{1}{(x-2)^2} = \log \frac{2-x}{(x-2)^2}$$

$$= \log(2-x)^3 = 3$$

$$\Rightarrow (2-x)^3 = 10^3$$

$$\Rightarrow 2-x = 10 \Rightarrow -x = 8$$

$$\Rightarrow \log(-x) = \log 8 = 2 \log 2 = 2 \times 3 = 6$$

$$\Rightarrow \log(-x) = \log 8 = 2 \log 2 = 2 \times 3 = 6$$

زین به رت

(۱۹) به ازای چند مقدار صحیح m ، تابع

$$f(x) = \begin{cases} b & ; x < a \\ b + (x-a)^m & ; x \geq a \end{cases}$$

$$f(a^-) = b = f(a^+) \Rightarrow f \text{ هم‌پایه است}$$

$$f'(x) = \begin{cases} 0 & ; x < a \\ m(x-a)^{m-1} & ; x \geq a \end{cases}$$

نقطه گوشه $x=a$ وقتی حاصل می‌شود

$m=1$ ، به معنی فقط به ازای $m=1$ (به مقدار)

(۱) صفر نقطه گوشه ایجاد می‌شود

(۲) بیش از ۲ ریشه در f است

(۳) ۲

(۴) ۱

(۲۰) تابع f با ضابطه $f(x) = \sqrt{x(1-|x|)}$ را در نظر

بگیریم. اگر m و n ترتیب تعداد نقاط ماکزیمم و

مینیمم نباشد و k تعداد نقاط بحرانی تابع f باشند

تعداد $m+n+k$ کدام است؟

$$x(1-|x|) \geq 0$$

$$\Rightarrow D_f = (-\infty, -1] \cup [0, 1]$$

$$f'(x) = \frac{1-2|x|}{2\sqrt{x(1-|x|)}} = 0 \Rightarrow x = \pm \frac{1}{2}$$

$$\begin{array}{c|c|c|c} & -1/2 & 1/2 & \\ \hline f'(x) & - & + & - \\ \hline f(x) & \nearrow & \searrow & \end{array}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n=0 \\ m=1 \end{cases}$$

$$k=9 \quad \begin{array}{l} 6 \text{ (۱)} \\ 5 \text{ (۲)} \\ 4 \text{ (۳)} \\ 3 \text{ (۴)} \end{array}$$

$$k+m+n=9+1+0=5$$

$$k+m+n=9+1+0=5$$

$$k+m+n=9+1+0=5$$

$$k+m+n=9+1+0=5$$

$$k+m+n=9+1+0=5$$

$$k+m+n=9+1+0=5$$

$$k+m+n=9+1+0=5$$

$$k+m+n=9+1+0=5$$

$$k+m+n=9+1+0=5$$

$$k+m+n=9+1+0=5$$

$$k+m+n=9+1+0=5$$

$$k+m+n=9+1+0=5$$

$$k+m+n=9+1+0=5$$

(۱۷) برای مقادیر طبیعی c ، تابع

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2-2x+1} & ; |x| \leq c \\ ax^2+bx+2 & ; |x| > c \end{cases}$$

سویه است. کدام می‌تواند مقدار $\left[\frac{a}{b}\right]$ باشد؟

$$f(x) = \begin{cases} |x-1| & ; |x| \leq c \\ ax^2+bx+2 & ; |x| > c \end{cases}$$

$$c \in \mathbb{N}$$

$$f(c^+) = ac^2+bc+2 \Rightarrow ac^2+bc+2=c-1$$

$$f(c^-) = c-1 \Rightarrow ac^2+bc-c+3=0$$

$$f(-c^+) = c+1 \Rightarrow ac^2-bc+2=c+1$$

$$f(-c^-) = ac^2-bc+2$$

$$ac=1-\frac{2}{c}, bc=-1 \Rightarrow ac^2-bc-c+1=0$$

$$\left[\frac{a}{b}\right] = \left[\frac{ac}{bc}\right] = \left[-1+\frac{2}{c}\right] = -1+\left[\frac{2}{c}\right]$$

$$= \begin{cases} -1 & c \geq 3 \\ 0 & c=2 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} -1 & c \geq 3 \\ 0 & c=2 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} -1 & c \geq 3 \\ 0 & c=2 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} -1 & c \geq 3 \\ 0 & c=2 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} -1 & c \geq 3 \\ 0 & c=2 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} -1 & c \geq 3 \\ 0 & c=2 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} -1 & c \geq 3 \\ 0 & c=2 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} -1 & c \geq 3 \\ 0 & c=2 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} -1 & c \geq 3 \\ 0 & c=2 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} -1 & c \geq 3 \\ 0 & c=2 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} -1 & c \geq 3 \\ 0 & c=2 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} -1 & c \geq 3 \\ 0 & c=2 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} -1 & c \geq 3 \\ 0 & c=2 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} -1 & c \geq 3 \\ 0 & c=2 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} -1 & c \geq 3 \\ 0 & c=2 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} -1 & c \geq 3 \\ 0 & c=2 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} -1 & c \geq 3 \\ 0 & c=2 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} -1 & c \geq 3 \\ 0 & c=2 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} -1 & c \geq 3 \\ 0 & c=2 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} -1 & c \geq 3 \\ 0 & c=2 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} -1 & c \geq 3 \\ 0 & c=2 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} -1 & c \geq 3 \\ 0 & c=2 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} -1 & c \geq 3 \\ 0 & c=2 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} -1 & c \geq 3 \\ 0 & c=2 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} -1 & c \geq 3 \\ 0 & c=2 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} -1 & c \geq 3 \\ 0 & c=2 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} -1 & c \geq 3 \\ 0 & c=2 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} -1 & c \geq 3 \\ 0 & c=2 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} -1 & c \geq 3 \\ 0 & c=2 \end{cases}$$

(۲۳) میانگین رتبه اول با ۵ داده مختلف برابر میانگین رتبه دوم با ۶ داده است، به طوری که در تنها داده متفاوت بین دو رتبه داده a است. اگر واریانس دساول $\frac{2}{3}$ از واریانس رتبه دوم بیشتر باشد، واریانس رتبه اول کدام است؟

$$a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 \text{ : رتبه اول}$$

$$a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a \text{ : رتبه دوم}$$

$$a = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5}{5} \Rightarrow \text{میانگین رتبه دوم}$$

$$A = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 (a_i - a)^2 = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 (a_i - a)^2 \quad \text{واریانس دساول}$$

$$\frac{1}{6} \left(\sum_{i=1}^5 (a_i - a)^2 + (a - a)^2 \right) = \frac{1}{6} \quad \text{واریانس رتبه دوم}$$

$$\frac{A}{5} = \frac{A}{6} + \frac{2}{3} \Rightarrow A = 20 \quad 2.25 (2)$$

$$\frac{A}{5} = \frac{20}{5} = 4 \quad 4 (3)$$

رتبه ۳ درست است

(۲۱) رضای خواهد شد - رضی می کند - در یک ریزش بار در صبح بخیم، در چند حالت مختلف هنگام میدن کند - ها کند - حال بیشتر می کند - رضی قرار می گیرد

طبق آنچه گفته شده است

کند - رضی در یک از سه مکان

با نادر ۵ و دیگر کند - ها در مکان ها

با نادر ۱ قرار می گیرند. لذا

جواب عبارت از

$$5! \times \binom{3}{1} = 120 \times 3 = 360$$

360 (۱)

300 (۲)

240 (۳)

200 (۴)

رتبه ۱ درست است

15

(۲۴) در جبرانی مسابقه، بازیکن A دو بیانی می زند. این بازیکن با احتمال ۰.۶ درصد بیانی اول را می گوید. در این صورت احتمال صل شدن بیانی دوم ۰.۸ درصد و در غیر این صورت ۰.۳ درصد خواهد بود. با کدام احتمال وضعیت صل شدن دو بیانی متفاوت است؟

$$P(A)P(B|A) + P(A')P(B|A') = P(\text{یکان نبودن وضعیت})$$

$$= 0.6 \times 0.2 + 0.4 \times 0.3 = 0.24 \quad \text{روبیانی}$$

که در آن A صل شدن بیانی اول (A' صل شدن بیانی اول) و B صل شدن بیانی دوم (B' صل شدن بیانی دوم) است.

۱. ۰.۴۱ لذا احتمال یکان نبودن وضعیت رو بیانی

۲. ۰.۲۴ عبارت است از ۰.۲۴

۳. ۰.۰۶ رتبه ۲ درست است

۴. ۰.۰۳

(۲۲) سکرای را می آید می کنیم «ارو» بیاید.

۲. سکرای برآید کرده و «ار» بیاید ۳ سکرای را می آید می کنیم با کدام احتمال جو سکرایک ظاهر می شوند؟

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8} \quad \text{احتمال اینکه هر سه رو باشد}$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{16} \quad \text{احتمال اینکه هر چهار سکرایک بیاید}$$

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{16} = \frac{3}{16} \quad \text{جواب}$$

3/16 (۱)

3/16 (۲)

5/12 (۳)

5/16 (۴)

رتبه ۲ درست است

15



Quanta-math-academy

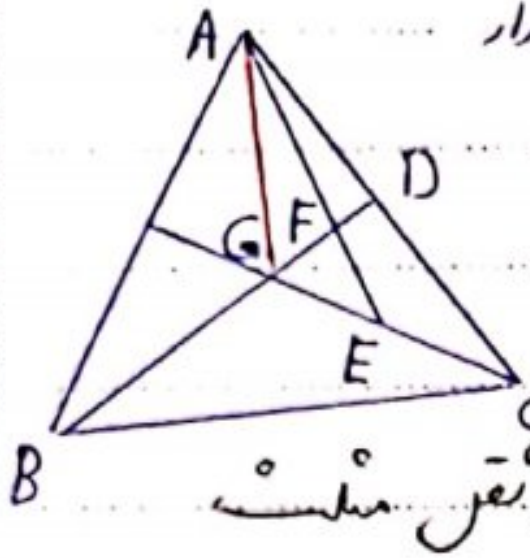
تدریس آنلاین و حضوری ریاضی

www.qmathacademy.ir

(۲۷) در شکل زیر، G مرکز ثقل مثلث ABC است.

اگر $GE = EC$ باشد مقدار

$$\frac{BD}{FD}$$



مطابق راه ها F نیز مرکز ثقل مثلث

AGC است لذا

$$FD = \frac{1}{3} GD$$

از طرفی چون G مرکز ثقل مثلث ABC است لذا

$$D = \frac{1}{3} BD$$

$$\frac{BD}{FD} = 9$$

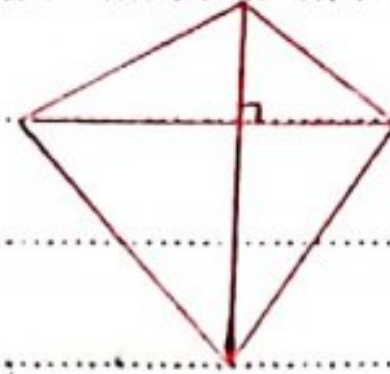
بنابراین

گزینه ۱ درست است

(۲۵) برای کدام گزاره می توان مثال نقض ارائه کرد؟

گزینه های (۱)، (۲)، و (۳) گزاره های درستی هستند و قضیه محسوب می شوند ولی گزینه ۴

صحت نیافت



در چهار ضلعی، دو بر دو قطر ها

برابر و عمود بر هم اند ولی

چهار ضلعی مربع نیست

۹ (۱)

۸ (۲)

۶ (۳)

۵ (۴)

تست

(۱) هر چهار ضلعی بر قطر ها یکدیگر را نصف کنند و متوازی الاضلاع

(۲) اندازه میانه ها و دو بر اضلاع مساوی در هر مثلث هم برابرند

(۳) هر چهار ضلعی با قطر ها برابر و عمود بر هم مربع است

(۴) میانه ها و زاویه های داخلی هر مثلث هم برابرند

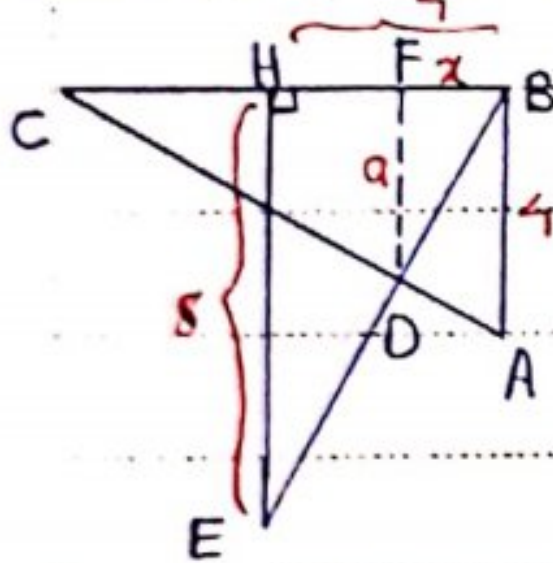
(۲۸) در شکل زیر، دو مثلث ABC و BEH همبست

هستند. اگر $AB = 6$

$DF \parallel EH$ ، $EH = 8$

باشد اندازه BF کدام

است؟



$$DF \parallel AB \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{8-x}{8} = \frac{a}{6} \quad (1)$$

$$DF \parallel HE \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{x}{6} = \frac{a}{8} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \frac{8-x}{6} = \frac{a}{2} = x \quad (1)$$

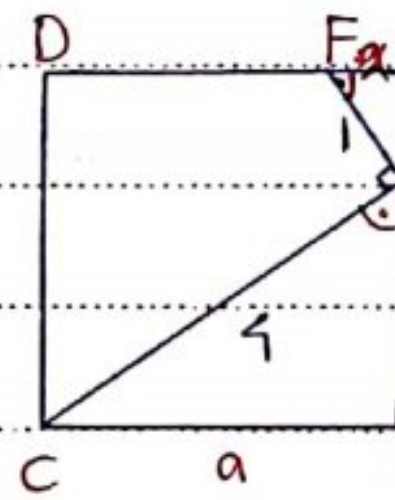
$$\Rightarrow 5x = 8 \quad (2)$$

$$\Rightarrow x = \frac{8}{5} = 1.6 \quad (3)$$

$$\Rightarrow x = 1.6 \quad (4)$$

گزینه ۲ درست است

(۲۶) مساحت کف مقابل عقده است



$$FA = x, \widehat{AFE} = \widehat{BEC}$$

$$\widehat{AEF} \sim \widehat{BCE}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{a-y} = \frac{y}{a} = \frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow y = \frac{a}{6}, x = \frac{3a}{16}$$

$$BCE: a^2 + \left(\frac{3}{16}a\right)^2 = 6^2 \Rightarrow a^2 = \frac{16^2}{25} = 10.24$$

مساحت مربع

گزینه ۲ درست است

$$13.31 \quad (1)$$

$$7.29 \quad (2)$$

$$8.91 \quad (3)$$

$$10.24 \quad (4)$$



Quanta_math_academy

مآدوره آنلاین و حضوره نحوه مطالعه ریاضی

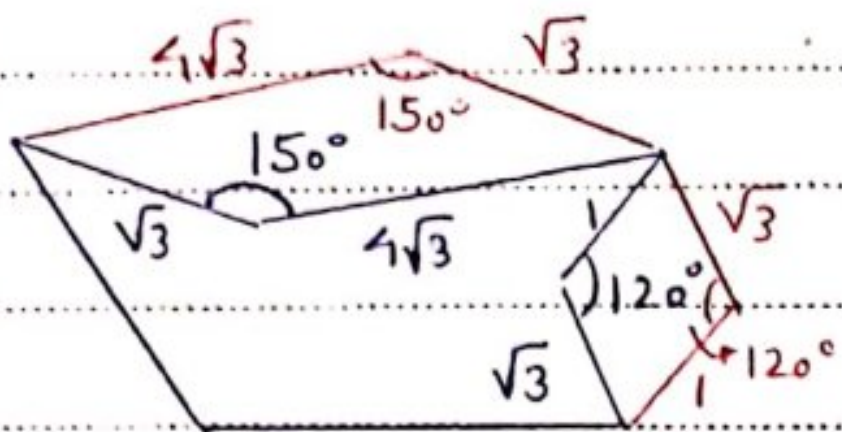
www.qmathacademy.ir

CS CamScanner

CS CamScanner

CS CamScanner

۳۱) میزان افزایش مساحت شش بعد از تغییر در محیط و بعد از آن اختلاف کدام است؟



$$\text{جواب:} = (4\sqrt{3})(\sqrt{3})\sin 150^\circ + 1 \times \sqrt{3} \sin 120^\circ$$

$$= 12 \times \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = 7.5$$

گزینه ۳ درست است

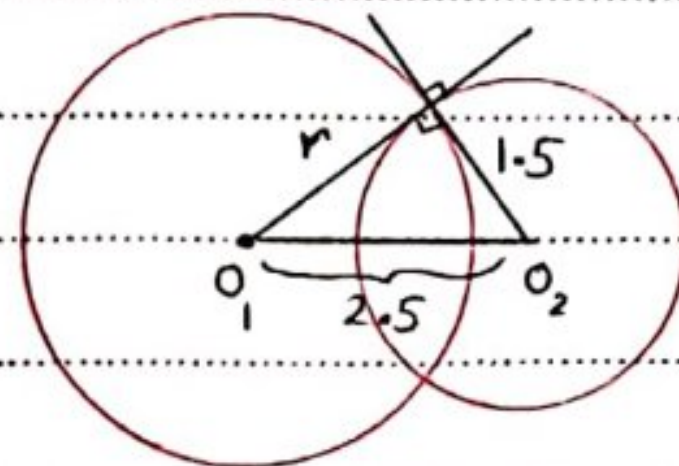
۱.۵ (۱)

۹ (۲)

۷.۵ (۳)

۴.۵ (۴)

۲۹) دایره‌های رسم شده بر دو دایره متقاطع در نقطه تقاطع دو دایره، برهم عمودند. اگر شعاع دایره کوچکتر ۱.۵ و فاصله بین مراکز دو دایره ۲.۵ باشد، شعاع دایره بزرگتر کدام است؟



$$\text{فیبیا عویس} \Rightarrow r^2 = (2.5)^2 - (1.5)^2 = 4$$

$$\Rightarrow r = 2$$

گزینه ۲ درست است

√3 (۱)

√5 (۲)

3 (۳)

2 (۴)

۳۲) اگر $2I - 3A^{-1}B = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ و $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1/2 \end{bmatrix}$

باشد مجموع دایره‌های قطری با آری $2A - 3B^{-1}$ کدام است؟

$$A = (A^{-1})^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$
 داریم

$$3A^{-1}B^{-1} = 2I - \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow 3B^{-1} = A \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 8 & -8 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow 2I - 3B^{-1} = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ -6 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{جواب} = -2 + 0 = -2$$

گزینه ۲ درست است

-۱ (۱)

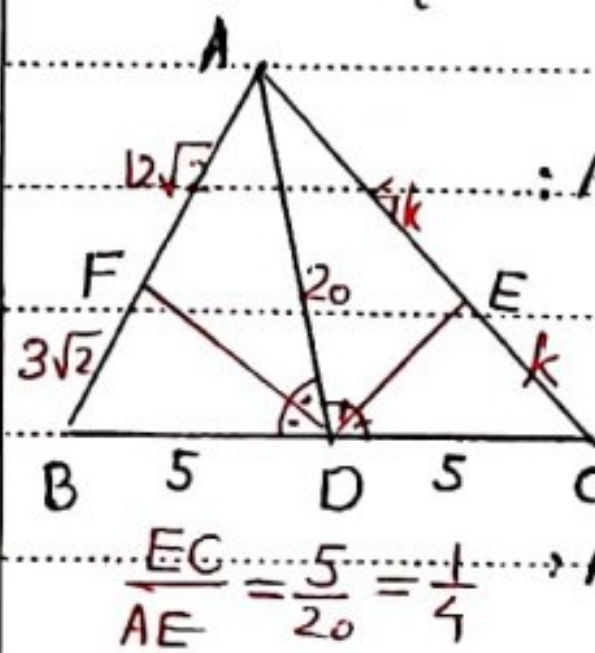
-۲ (۲)

-۳ (۳)

-۴ (۴)

۳۰) در مثلث ABC، BC=10، نقطه D بر BC

و DE، DF، بر حسب نیاز از زوایای ADC و ADB هستند. اگر $AF=12\sqrt{2}$ و $BF=3\sqrt{2}$ باشد طول نیساز DE کدام است؟



طبق وتر نیساز در $\triangle ABD$:

$$\frac{AD}{5} = \frac{12\sqrt{2}}{3\sqrt{2}} = 4$$

$$\Rightarrow AD = 20$$

طبق وتر نیساز در $\triangle ADC$:

$$\frac{EC}{AE} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$$

۳ (۱) طبق وتر نیساز در $\triangle ABC$:

$$20^2 = AD^2 = \frac{(15\sqrt{2})^2 + (5k)^2}{2} - 5^2$$

$$\Rightarrow k = 4$$

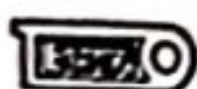
$$DE^2 = 20 \times 5 - 4k^2 = 100 - 64 = 36$$

$$\Rightarrow DE = 6$$

گزینه ۴ درست است

√7 (۳)

2√7 (۴)



Quanta-math-academy

تدریس آنلاین و حضوری ریاضی

www.qmathacademy.ir

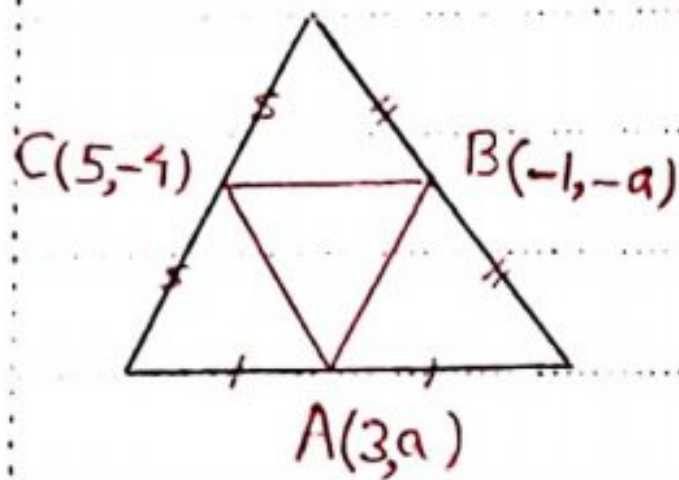
(۳۵) مثلثی برابر ۶۹ و مقصای و ضلع

آن نقاط $A(3, a, b)$, $B(-1, -a, b)$

$C(5, -1, b)$ هستند. طول ضلع AB کدام

می تواند باشد؟

مبلغ در صفحه $Z=b$ قرار دارد.



$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \left| \begin{vmatrix} 3 & a & 1 \\ -1 & -a & 1 \\ 5 & -1 & 1 \end{vmatrix} \right| = |4a + 8| = \frac{69}{1} = 16$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ a = -6 \end{cases}$$

$$AB = \sqrt{4^2 + 4a^2} = \begin{cases} 4\sqrt{2} \\ 4\sqrt{10} \end{cases}$$

هر دو مقدار در زمینه ها وجود دارد.

$$(۳۳) \text{ آر } A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \text{ باشد، مجموع}$$

رایه های A^2 چند برابر مجموع رایه های A است؟

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^2 \text{ مجموع رایه های } = 6$$

$$A \text{ مجموع رایه های } = 2$$

$$\frac{6}{2} = 3$$

گزینه ۱ درست است

(۳۶) عدد صحیح a مضرب ۸ و باقیانده تقسیم آن

بر ۲۳ برابر ۵ است. باقیانده تقسیم $\frac{a}{9}$ بر ۲۳ کدام است؟

از باقیانده $\frac{a}{9}$ بر ۲۳ برابر k می داریم

$$\frac{a}{9} \equiv k \pmod{23} \Rightarrow a \equiv 9k \pmod{23}$$

$$\downarrow$$

$$k = 7$$

گزینه ۲ درست است

(۳۷) خط $x = -\frac{5}{7}$ خط حادی سهمی به معادله

$3y^2 - 3x - 9y = 0$ است. اختلاف مقادیر a کدام است؟

معادله سهمی عبارت است از

$$x + \frac{a^2}{36} = (y - \frac{a}{6})^2$$

$$\Rightarrow 4p = 1 \Rightarrow p = \frac{1}{4}$$

$$\left(-\frac{a^2}{36}, \frac{a}{6}\right) \text{ رأس سهمی د}$$

$$\text{فاصله رأس سهمی از خط حادی} = \left| -\frac{5}{7} + \frac{a^2}{36} \right| = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{a^2}{36} = 1$$

$$\Rightarrow a_{1,2} = 6$$

$$\text{اختلاف مقادیر } a = |6 - (-6)| = 12$$

$$5 \quad (۱)$$

$$7 \quad (۲)$$

$$13 \quad (۳)$$

$$19 \quad (۴)$$

$$12 \quad (۱)$$

$$8 \quad (۲)$$

$$6 \quad (۳)$$

$$4 \quad (۴)$$

گزینه ۱ درست است

(۳۷) در چند زیر مجموعه از مجموعه

{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26}

و بزرگترین عضو، مضرب ۱۰ است.

زیر مجموعه های مطلوب عبارتند از:

۱) {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26}

۲) {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26}

۳) {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26}

۴) {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26}

۵) {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26}

۶) {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26}

۷) {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26}

۸) {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26}

۹) {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26}

۱۰) {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26}

گزین ۳ درست است

(۳۸) به ازای برخی مقادیر طبیعی n ، معادله سیاله $57x + 133y = 22n - 1$ دارای جواب است. مجموع ارقامکوچکترین عدد دورقمی n کدام است؟می دانیم $57 = 3 \times 19$ و $133 = 7 \times 19$ لذا

$$19(3x + 7y) = 22n - 1$$

$$\Rightarrow 19 \mid (22n - 1) \Rightarrow 22n \equiv 1 \pmod{19}$$

$$\Rightarrow 3n \equiv 1 \pmod{19}$$

$$\Rightarrow 3n = 19t + 1$$

$$\Rightarrow n = 6t + \frac{t+1}{3} = k \Rightarrow t = 3k - 1$$

$$\Rightarrow n = 19k - 6$$

کوچکترین عدد دورقمی مطلوب به ازای $k=1$ برابر است با $n=13$ که مجموع ارقامش

۴ است. گزین ۴ درست است.

(۳۹) حداقل چند عضو از مجموعه

{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26}

انتخاب کنیم تا به طور قطع حداقل ۱۰ عضو انتخاب شده

اعداد متوالی باشند.

با انتخاب زیر مجموعه ۱۰ عضوی

{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26}

تکمه حاصل می شود زیرا با انتخاب هر عضو دیگر (16, 19, 24, 27)

و افزودن آن به زیر مجموعه بالا حداقل ۱۰ عضو انتخاب

شده متوالی اند. لذا جواب ۱۱ است.

گزین ۲ درست است

(۱) 12

(۲) 11

(۳) 10

(۴) 9

15

(۴۰) در گراف G ، $A(G) + 2\delta(G) = 17$ و $\Delta(G) - \delta(G) = 2$ و G با حداقل تعداد رئوس رسمشده است. اگر $\bar{G}$ همبند باشد، بیشترین تعدادبال های گراف G کدام است؟در تعداد رئوس، گراف G به چه دردی می خورد؟

$$\Delta(\bar{G}) = (p-1) - \delta(G), \delta(\bar{G}) = (p-1) - A(G)$$

بنابراین رابطه $\Delta(\bar{G}) - \delta(\bar{G}) = 2$ به رابطه

$$A(G) = 7 \Rightarrow \Delta(G) - \delta(G) = 2$$

$$\Delta(G) = p-6, \delta(G) = p-8$$

برای آنکه $\bar{G}$ همبند باشد، یعنی $p \geq 9$ بر حداقل تعداد

$$\Delta(\bar{G}) = 3 \Rightarrow p = 9$$

$$\delta(\bar{G}) = 1 \Rightarrow \bar{G} : \text{.....}$$

$$\Rightarrow q(\bar{G}) = 8 \Rightarrow q(G) = \binom{9}{2} - q(\bar{G})$$

$$= 36 - 8 = 28$$

گزین ۲ درست است

15



Quanta_math_academy

تدریس آنلاین حضوری ریاضی

www.qmathacademy.ir