

۱۱۱- حاصل عبارت $\frac{\sqrt[3]{2\sqrt{8}}}{\sqrt[3]{2\sqrt{2} \times 16^{-\frac{1}{4}}}}$ کدام است؟

- ۱) $16\sqrt{2}$ (۲) $16\sqrt[3]{2}$ (۳) $8\sqrt{2}$ (۴) $8\sqrt[3]{2}$ ✓

$$\frac{\sqrt[3]{2 \times 2\sqrt{2}}}{\sqrt[3]{2\sqrt{2} \times 16^{-\frac{1}{4}}}} = \frac{\sqrt[3]{2 \times \sqrt[3]{2\sqrt{2}}}}{\sqrt[3]{2\sqrt{2} \times 2^{-3}}} = 8\sqrt[3]{2}$$

۱۱۲- اعداد طبیعی طوری دسته بندی شده اند که در هر دسته، کوچک ترین عضو $\frac{1}{3}$ بزرگ ترین عضو دسته است. میانگین

اعضای دسته پنجم، کدام است؟

- ۱) ۲۴۰ (۲) ۲۴۰٫۵ (۳) ۲۴۲ ✓ (۴) ۲۴۲٫۵

$$(1, 2, 3) (4, 5, \dots, 12) (13, \dots, 29) (30, \dots, 120) (121, \dots, 363)$$

(دسته ۵)

$$\text{مجموع اعداد} = \frac{363 - 121 + 1}{2} (121 + 363) = 288.6$$

$$\bar{x} = \frac{288.6}{243} = 242$$

میانگین

۱۱۳- در یک دنباله هندسی، جمله سوم جذر جمله چهارم و جمله پنجم برابر ۲۷ است. جمله اول دنباله چقدر از $\frac{1}{6}$ کمتر است؟

- ۱) $\frac{5}{2}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{1}{6}$ ✓

$$a_3 = \sqrt{a_4} \Rightarrow a_1 r^2 = \sqrt{a_1 r^3} \Rightarrow a_1^2 r^4 = a_1 r^3 \Rightarrow a_1 r = 1 \quad (1)$$

$$a_5 = a_1 r^4 = 27 \Rightarrow \frac{a_1 r^4}{a_1 r} = r^3 = 27 \Rightarrow r = 3 \xrightarrow{(1)} a_1 = \frac{1}{3} \rightarrow \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$$



۱۱۴- اگر $\sqrt{x+a} - \sqrt{x-4} = 2$ باشد، حاصل عبارت $\sqrt{x+a} + \sqrt{x-4} - 2$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) $\frac{a}{4}$ (۴) $\frac{a}{2}$ ✓

$$\underbrace{(\sqrt{x+a} - \sqrt{x-4})}_r \cdot \underbrace{(\sqrt{x+a} + \sqrt{x-4})}_t = (x+a) - (x-4) = a+4$$

$$rt = a+4 \Rightarrow t = \frac{a+4}{r} = \frac{a}{r} + 2 \Rightarrow \sqrt{x+a} + \sqrt{x-4} - 2 = \frac{a}{r}$$

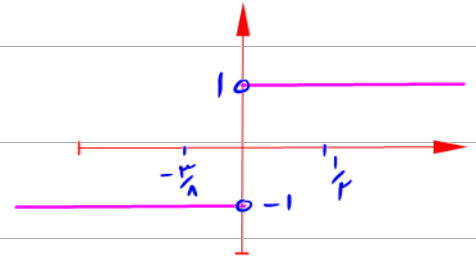
۱۱۵- بازه $(0, \frac{1}{4})$ ، بزرگترین بازه‌ای است که نمودار تابع $y = 2x^2 + \frac{3}{4}x + c$ پایین نمودار تابع $y = \frac{x}{|x|}$ قرار می‌گیرد.

مقدار c کدام است؟

- (۱) $-\frac{3}{4}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{1}{4}$ ✓ (۴) $-\frac{3}{8}$

$$y = 2x^2 + \frac{3}{4}x + c \quad x_0 = \frac{-\frac{3}{4}}{4} = -\frac{3}{16}$$

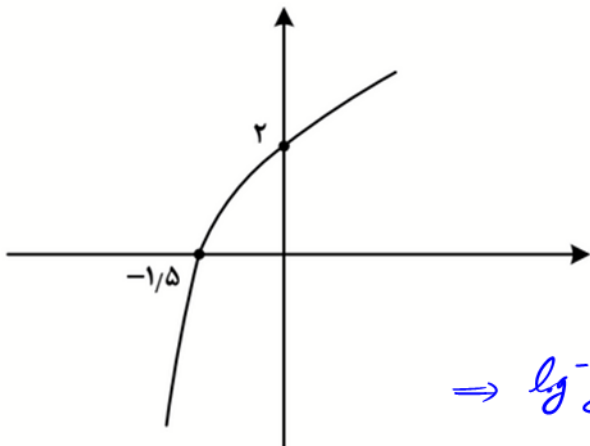
برای اینکه $y > 1$ در بازه $(0, \frac{1}{4})$ برقرار باشد، باید $y > 1$ باشد.



$$y(\frac{1}{4}) = 1 \Rightarrow 2(\frac{1}{4})^2 + \frac{3}{4}(\frac{1}{4}) + c = 1 \Rightarrow \frac{1}{2} + \frac{3}{16} + c = 1 \Rightarrow c = -\frac{1}{8}$$

$$y(0) < 1 \Rightarrow c < 1$$

۱۱۶- شکل زیر، نمودار تابع $y = 1 - \log_c(ax - b)$ است. اگر $b+c = -\frac{3}{2}$ باشد، حاصل $(a+c)b$ کدام است؟



$$(0, 2) \rightarrow 2 = 1 - \log_c^{-b} \rightarrow \log_c^{-b} = -1$$

$$-b = c^{-1} = \frac{1}{c} \Rightarrow bc = -1$$

$$(-1/5, 0) \Rightarrow 0 = 1 - \log_c^{-1/5a - b}$$

$$\Rightarrow \log_c^{-1/5a - b} = 1 \Rightarrow -1/5a - b = c$$

- (۱) $-\frac{3}{5}$ (۲) -3 ✓ (۳) $-\frac{2}{5}$ (۴) -2

$$\left. \begin{array}{l} bc = -1 \\ b + c = -\frac{3}{4} \end{array} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} c = \frac{1}{4} \\ b = -2 \end{array} \right. \quad -1, 2a - b = c \Rightarrow -1, 2a + 2 = \frac{1}{4} \\ \Rightarrow 1, 2a = 1, 5 \Rightarrow \boxed{a = 1}$$

$$\Rightarrow (a+c)b = (1 + \frac{1}{4})(-2) = -\frac{5}{2}$$

۱۱۷- اگر نقطه $(-\frac{1}{8}, -\frac{3}{5})$ روی تابع وارون تابع $y = \frac{x}{a + a|x|}$ باشد، مقدار a کدام است؟

۳/۵ (۴)

۳ (۳ ✓)

۵ (۲)

 $\frac{5}{27}$ (۱)

$$(-\frac{1}{8}, -\frac{3}{5}) \in f^{-1} \Rightarrow (-\frac{3}{5}, -\frac{1}{8}) \in f \Rightarrow \frac{-\frac{3}{5}}{a + \frac{3}{5}a} = -\frac{1}{8} \Rightarrow -\frac{3}{8a} = -\frac{1}{8} \Rightarrow a = 3$$

۱۱۸- اگر $\frac{1 + \sin \alpha}{|\cos \alpha|} - \operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\sqrt{\cos^2 \alpha}}$ و $\frac{|\sin \alpha|}{\cos \alpha} = -\frac{1}{\cot \alpha}$ باشد، انتهای کمان α در کدام ناحیه مثلثاتی است؟

اول (۴)

دوم (۳)

سوم (۲ ✓)

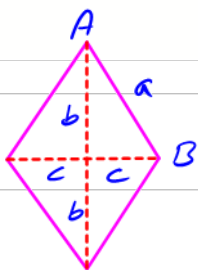
چهارم (۱)

$$\frac{1}{|\cos \alpha|} - \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{1 + \sin \alpha}{|\cos \alpha|} \rightarrow \frac{-\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{1 + \sin \alpha}{|\cos \alpha|} - \frac{1}{|\cos \alpha|} = \frac{\sin \alpha}{|\cos \alpha|} \rightarrow \cos \alpha < 0 \quad (1)$$

$$\frac{|\sin \alpha|}{\cos \alpha} = -\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \Rightarrow \sin \alpha < 0 \quad (2) \quad (1), (2) \Rightarrow \text{سوم}$$

۱۱۹- در یک لوزی، اندازه هر ضلع برابر جذر حاصل ضرب طول قطرها است. اگر A و B دو زاویه مجاور لوزی باشند، مقدار مثبت تانژانت $(\frac{A-B}{2})$ کدام است؟

۳ (۴)

 $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (۲) $\sqrt{3}$ (۱ ✓)

$$a = \sqrt{b \times c} \Rightarrow a^2 = \varepsilon bc$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow b^2 + c^2 - \varepsilon bc = 0$$

$$\Rightarrow (\frac{b}{c})^2 - \varepsilon (\frac{b}{c}) + 1 = 0 \Rightarrow \frac{b}{c} = 2 \pm \sqrt{3}$$

$$\operatorname{tg}(\frac{A}{2} - \frac{B}{2}) = \frac{\operatorname{tg} \frac{A}{2} - \operatorname{tg} \frac{B}{2}}{1 + \operatorname{tg} \frac{A}{2} \operatorname{tg} \frac{B}{2}}$$

$$\operatorname{tg} A_r = \frac{c}{b} = 2 + \sqrt{3} \quad \operatorname{tg} B_r = \frac{b}{c} = 2 - \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \operatorname{tg}(A_r - B_r) = \frac{(2 + \sqrt{3}) - (2 - \sqrt{3})}{1 + 1} = \sqrt{3}$$

۱۲۰- اختلاف جواب‌های معادله مثلثاتی $\cos 2x = 3 \sin x - 1$ که در بازه $[0, \pi]$ قرار دارند، کدام است؟

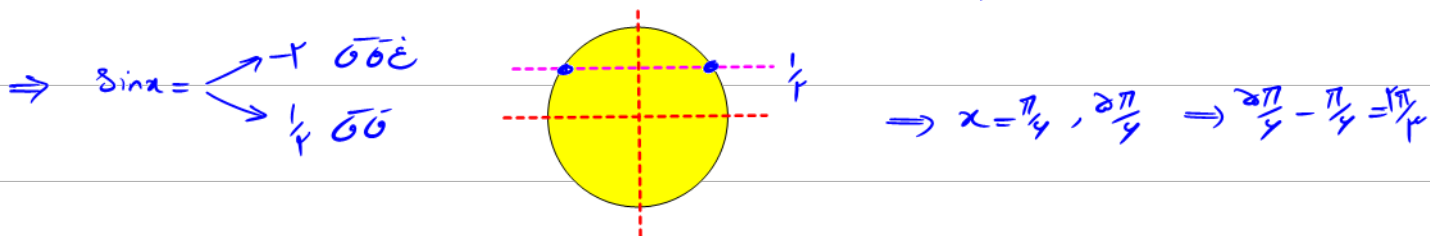
$\frac{2\pi}{3}$ (۴ ✓)

$\frac{\pi}{6}$ (۳)

$\frac{\pi}{3}$ (۲)

$\frac{5\pi}{6}$ (۱)

$$\cos 2x = 3 \sin x - 1 \Rightarrow 1 - 2 \sin^2 x = 3 \sin x - 1 \Rightarrow 2 \sin^2 x + 3 \sin x - 2 = 0$$



۱۲۱- دوره تناوب $f(x) = \frac{1}{2} - \sin \frac{2x}{a}$ برابر $\frac{\pi}{3}$ است. دوره تناوب $y = \cos ax$ کدام است؟

12π (۴)

6π (۳ ✓)

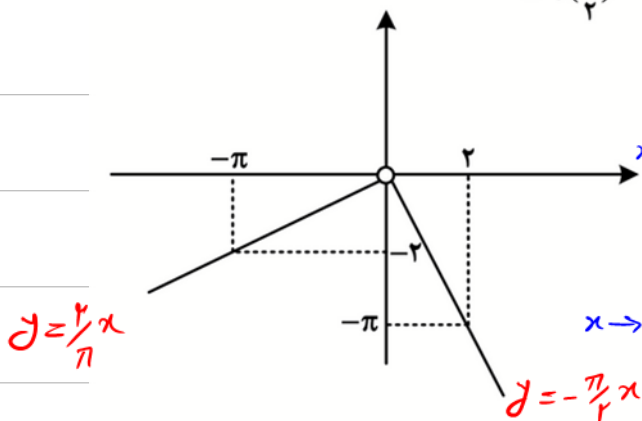
4π (۲)

3π (۱)

$$f(x) = \frac{1}{2} - \sin \frac{2x}{a} \rightarrow T = \frac{2\pi}{|\frac{2}{a}|} = |a|\pi = \frac{\pi}{3} \Rightarrow |a| = \frac{1}{3}$$

$$y = \cos ax \rightarrow T = \frac{2\pi}{|a|} = \frac{2\pi}{\frac{1}{3}} = 6\pi$$

۱۲۲- شکل زیر، نمودار تابع f است. مقدار $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^-} \frac{\sin x}{|f(x)|} + \lim_{x \rightarrow (-\frac{\pi}{2})^+} \frac{|f(x)|}{\sin x}$ کدام است؟



$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{\sin x}{|f(x)|} = \frac{1}{|-\frac{\pi}{2} \times \frac{\pi}{2}|} = + \frac{4}{\pi^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow (-\frac{\pi}{2})^+} \frac{|f(x)|}{\sin x} = \frac{|\frac{\pi}{2} \times -\frac{\pi}{2}|}{-1} = -1$$

- $1 - \frac{4}{\pi^2}$ (۱)
- $\frac{4}{\pi^2} - 1$ (۲ ✓)
- $4\pi - \frac{1}{\pi^2}$ (۳)
- $4\pi + \frac{1}{\pi^2}$ (۴)

۱۲۳- اگر $\lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{f(x)}{\sin x} = -\infty$ باشد، کدام مورد می تواند ضابطه f باشد؟

$[\frac{3x}{\pi}] - 3$ (۴) ✓

$2[\frac{x}{\pi}] + 3$ (۳)

$3[\frac{x}{\pi}] + 1$ (۲)

$[\frac{2x}{\pi}] - 1$ (۱)

$\lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{f(x)}{\sin x} = \frac{f(x)}{0^+} = -\infty \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \pi^-} f(x) = \text{عدد منتهی}$

گزینه (۱) $\lim_{x \rightarrow \pi^-} [\frac{2x}{\pi}] - 1 = 0$

گزینه (۲) $\lim_{x \rightarrow \pi^-} 3[\frac{x}{\pi}] + 1 = 1$

گزینه (۳) $\lim_{x \rightarrow \pi^-} 2[\frac{x}{\pi}] + 3 = 3$

گزینه (۴) $\lim_{x \rightarrow \pi^-} [\frac{3x}{\pi}] - 3 = 2 - 3 = -1$ ✓

۱۲۴- تابع غیر صفر $f(x) = a[x] + b[x+1]$ در \mathbb{R} پیوسته است. مقدار $\frac{f(a)}{a}$ کدام است؟

$-\frac{1}{2}$ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

-1 (۲) ✓

1 (۱)

$f(x) = a[x] + b[x] + b \rightarrow f(x) = (a+b)[x] + b \rightarrow a+b=0 \rightarrow a=-b$

$\Rightarrow f(x) = b \rightarrow \frac{f(a)}{a} = \frac{b}{a} = \frac{-a}{a} = -1$

۱۲۵- خط مماس بر منحنی $f(x) = \sqrt{ax-1}$ در نقطه A از نقاط $(-1, 1)$ و $(2, 2)$ می گذرد. مقدار $f(5)$ کدام است؟

$\frac{\sqrt{32}}{3}$ (۴)

$\frac{\sqrt{23}}{2}$ (۳)

2 (۲)

3 (۱) ✓

$f(x) = \sqrt{ax-1} \rightarrow$ شیب خط مماس $f'(x) = \frac{a}{2\sqrt{ax-1}}$ شیب خط مماس از $m = \frac{2-1}{2+1} = \frac{1}{3}$

$\Rightarrow \frac{a}{2\sqrt{ax-1}} = \frac{1}{3} \Rightarrow 3a = 2\sqrt{ax-1}$ (۱)

$$y = \frac{1}{4}x + \frac{1}{4} \rightarrow 4y = x + 1 \rightarrow x + 1 = 4\sqrt{ax-1} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow x + 1 = 4\left(\frac{1}{4}\right) = 1 \rightarrow x = 0$$

$$(2) \rightarrow 4y - 1 = 4\sqrt{ax-1} \Rightarrow 9a^2 - 12a - 1 = 0 \begin{cases} a = 2 \\ a = -\frac{1}{9} \end{cases}$$

$$f(5) = \sqrt{2 \times 5 - 1} = \sqrt{9} = 3$$

۱۲۶- اگر مساحت بزرگ‌ترین مستطیلی که دو رأس آن بر محور xها و دو رأس دیگر آن، یکی بر $y = \sqrt{x}$ و دیگری بر

$y = \sqrt{a-x}$ واقع است برابر $\sqrt{2}$ باشد، مقدار a کدام است؟

۲ (۴)

۳ (۳✓)

۴ (۲)

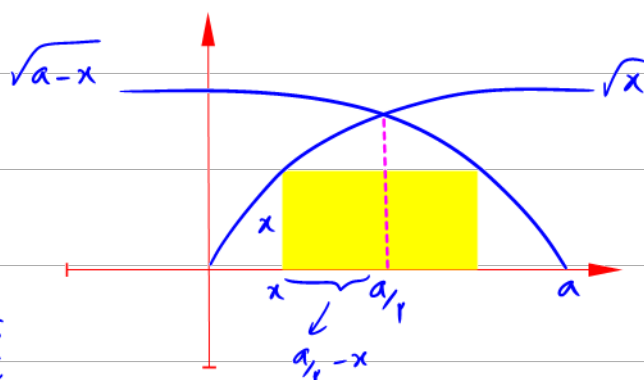
۶ (۱)

$$S = (a_1 - x)\sqrt{x}$$

$$S' = a_1 \times \frac{1}{2\sqrt{x}} - \sqrt{x} = \frac{a_1 - 2x}{2\sqrt{x}} = 0$$

$$x = \frac{a_1}{4} \Rightarrow S\left(\frac{a_1}{4}\right) = \left(a_1 - \frac{a_1}{4}\right)\sqrt{\frac{a_1}{4}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{a_1}{4}\sqrt{\frac{a_1}{4}} = \frac{\sqrt{2}}{4} \Rightarrow a = 2$$



۱۲۷- اگر انحراف معیار داده‌های مثبت ۳، ۲a و a برابر $\sqrt{14}$ باشد، مقدار $\frac{a}{3}$ کدام است؟

۴ (۴)

۳/۵ (۳)

۲ (۲✓)

۱/۵ (۱)

$$\bar{x} = \frac{a + 2a + 3}{3} = a + 1$$

$$s^2 = \frac{(a - a - 1)^2 + (2a - a - 1)^2 + (3 - a - 1)^2}{3} = 14$$

$$\Rightarrow \frac{1 + (a-1)^2 + (2-a)^2}{3} = 14 \Rightarrow a^2 - 2a - 11 = 0 \Rightarrow (a+3)(a-4) = 0 \rightarrow \begin{cases} a = 4 \checkmark \\ a = -3 \times \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{3} = 2$$

۱۲۸- چند تابع ثابت با ۴ زوج مرتب می توان نوشت، به طوری که دامنه آن اعداد طبیعی یک رقمی و بُرد آن اعداد زوج نامنفی یک رقمی باشند؟

۵۰۴ (۴)

۶۳۰ (۳) ✓

۸۴۰ (۲)

۱۰۵۰ (۱)

$$D_f = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\} \quad R_f = \{0, 2, 4, 6, 8\}$$

برای دامنه هر حالت از بین ۹ عدد ۲ عدد را انتخاب کنیم $\binom{9}{2} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6}{2 \times 3 \times 2 \times 1} = 9 \times 12$

برای بُرد هر حالت از بین ۵ عدد ۱ عدد را انتخاب کنیم $\binom{5}{1} = 5$

$$\Rightarrow \text{حالت های مجزا} = 9 \times 12 \times 5 = 540$$

۱۲۹- دو تاس را پرتاب می کنیم. با کدام احتمال یکی از اعداد ظاهر شده، بزرگ تر از دیگری است؟

 $\frac{5}{6}$ (۴) ✓ $\frac{1}{6}$ (۳) $\frac{5}{12}$ (۲) $\frac{7}{12}$ (۱)

$$A' = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6)\} \quad n(A') = 6 \rightarrow n(A) = 30$$

$$P(A) = \frac{30}{36} = \frac{5}{6}$$

۱۳۰- احتمال کسب مدال دو ورزشکار یک تیم ملی در المپیک به ترتیب $\frac{1}{6}$ و $\frac{1}{4}$ است. احتمال اینکه فقط یکی از این دو ورزشکار مدال کسب کند، چقدر است؟

 $\frac{1}{36}$ (۴) $\frac{1}{48}$ (۳) $\frac{1}{76}$ (۲) $\frac{1}{52}$ (۱) ✓

$$P(A) = \frac{1}{6}, \quad P(B) = \frac{1}{4}$$

$$P(A) \times P(B) \text{ (مستقل)}$$

$$P((A \cup B) - (A \cap B)) = P(A) + P(B) - 2P(A \cap B) = \frac{1}{6} + \frac{1}{4} - 2 \times \frac{1}{24} = \frac{1}{6} + \frac{1}{4} - \frac{1}{12} = \frac{2}{6} + \frac{1}{4} - \frac{1}{12} = \frac{4}{12} + \frac{3}{12} - \frac{1}{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

۱۳۱- نقطه $A(-5, -1)$ یک رأس مثلثی است که یک ضلع آن روی خط $x - 2y = 1$ قرار دارد. اگر طول یک ضلع برابر فاصله رأس A از این خط بوده و نقطه $(-4, -2)$ داخل این مثلث باشد، بیشترین مساحت چنین مثلثی در ناحیه سوم محورهای مختصات کدام است؟

۶/۴ (۴)

۶ (۳)

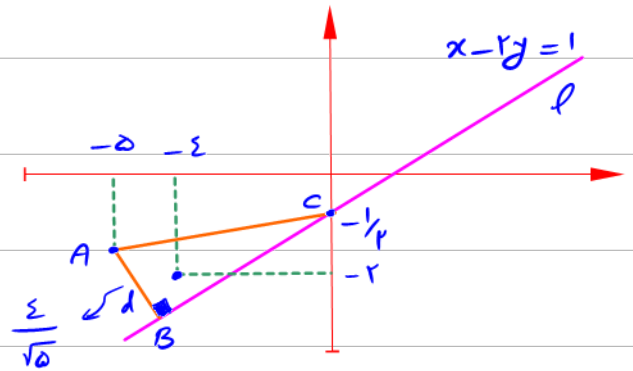
۴/۲ (۲) ✓

۴ (۱)

$$\text{خط } d: y + 2x + 11 = 0$$

$$\text{خط } l: x - 2y = 1 \Rightarrow B(-4, 2, -2, 2)$$

$$C(0, -1/2)$$



$$d \text{ فاصله } C \text{ تا خط } l \Rightarrow \frac{|-1/2 + 0 + 11|}{\sqrt{5}} = \frac{21/2}{\sqrt{5}}$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{5}{\sqrt{5}} \times \frac{21}{2\sqrt{5}} \times \frac{1}{2} = \frac{21}{8} = 2,625$$

۱۳۲- نقاط M و N به ترتیب روی اضلاع AB و BC در مثلث ABC انتخاب شده‌اند. اگر $2BN = 3NC$ و مساحت مثلث

ABC برابر مساحت مثلث BMN باشد، مقدار $\frac{BM}{AM}$ کدام است؟

۱/۴ (۴)

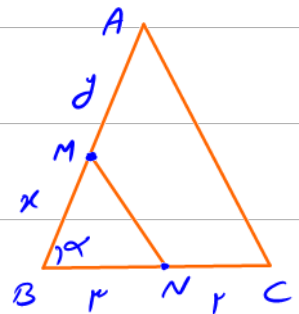
۱/۲۵ (۳) ✓

۵/۸ (۲)

۵/۷۵ (۱)

$$S_{ABC} = \frac{2(x+y) \sin \alpha}{2} \Rightarrow \frac{2x}{2(x+y)} = \frac{1}{3} \quad \frac{2}{x} = \frac{5}{y}$$

$$S_{BMN} = \frac{2x \sin \alpha}{2} \Rightarrow 9x = 2x + 2y \Rightarrow 2x = 2y$$



$$\frac{BM}{AM} = \frac{x}{y} = \frac{2/5 y}{y} = \frac{2}{5} = 0,4 = 1,25$$

۱۳۳- در مثلث قائم‌الزاویه ABC، نقطه H، نقطه تلاقی ارتفاع وارد بر وتر است. اگر طول وتر ۲۰ و کمترین فاصله H از رأس‌های مجاورش ۴ باشد، نسبت طول اضلاع قائمه این مثلث کدام است؟

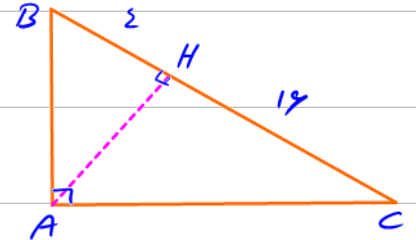
$\frac{\sqrt{2}}{3}$ (۴)

$\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۳)

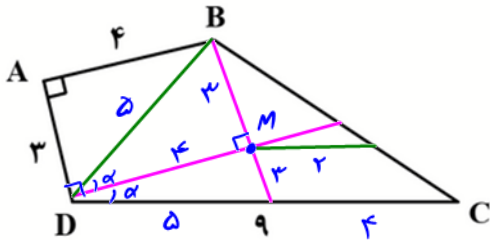
۳ (۲)

۲ (۱) ✓

$$\Rightarrow \frac{AC^2}{AB^2} = \frac{12 \times 20}{20 \times 20} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{AC}{AB} = \frac{\sqrt{3}}{5}$$



۱۳۴- در چهارضلعی ABCD، از نقاط B و D دو پاره‌خط به ترتیب موازی AD و AB طوری رسم می‌کنیم تا یکدیگر را در نقطه M (درون چهارضلعی) قطع کنند. اگر $\widehat{BDC} = 2\widehat{BDM}$ باشد، فاصله نقطه M از وسط ضلع BC چقدر است؟



۱/۵ (۱)

۲ (۲) ✓

۲/۵ (۳)

۳ (۴)

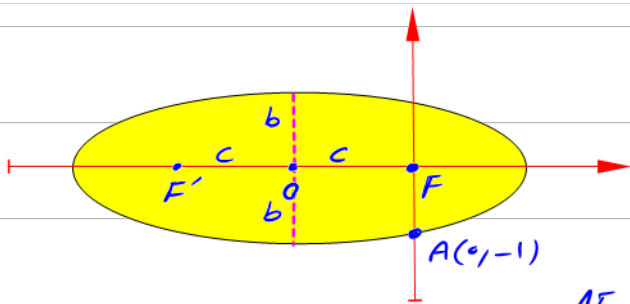
۱۳۵- نقاط $F'(a, 0)$ و $F(0, 0)$ کانون‌های یک بیضی و $A(0, -1)$ یک نقطه واقع بر آن است. اگر خروج از مرکز بیضی برابر $\frac{2}{\sqrt{5}}$ باشد، مقدار a کدام است؟

$4\sqrt{5}$ (۴) ✓

$-4\sqrt{5}$ (۳)

$-2\sqrt{5}$ (۲)

$2\sqrt{5}$ (۱)



$2a' =$ طول قطر ربیع بیضی $2b' =$ طول محور ربیع بیضی

$F(0,0) \quad F'(a,0) \rightarrow FF' = |a| = 2c \rightarrow c = \frac{|a|}{2}$ (۱)

$AF + AF' = 2a' \rightarrow \sqrt{0+1} + \sqrt{a^2+1} = 2a'$

$1 + \sqrt{a^2+1} = 2a' \rightarrow a' = \frac{1 + \sqrt{a^2+1}}{2}$ (۲) $(1), (2) \rightarrow$ فوج‌انز $c = \frac{c}{a} = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{\frac{|a|}{2}}{\frac{1 + \sqrt{a^2+1}}{2}}$

$\Rightarrow \frac{|a|}{1 + \sqrt{a^2+1}} = \frac{2}{\sqrt{5}} \Rightarrow \sqrt{5}|a| - 2 = 2\sqrt{a^2+1} \xrightarrow{! \text{طرف}}$ $5a^2 + 4 - 4\sqrt{5}|a| = 2a^2 + 4$

$\Rightarrow a^2 - 4\sqrt{5}|a| = 0 \Rightarrow |a|(|a| - 4\sqrt{5}) = 0 \rightarrow \begin{cases} a = 0 \text{ غلط} \\ |a| = 4\sqrt{5} \rightarrow a = \pm 4\sqrt{5} \end{cases}$

۱۳۶- رابطه $f = \{(7, 1-3n^2), (1, -1), (2, n), (7, -2n), (\frac{1}{n}, 2)\}$ تابع است. مقدار تابع f در 2 ، کدام است؟

۱ (۴)

-۱ (۳)

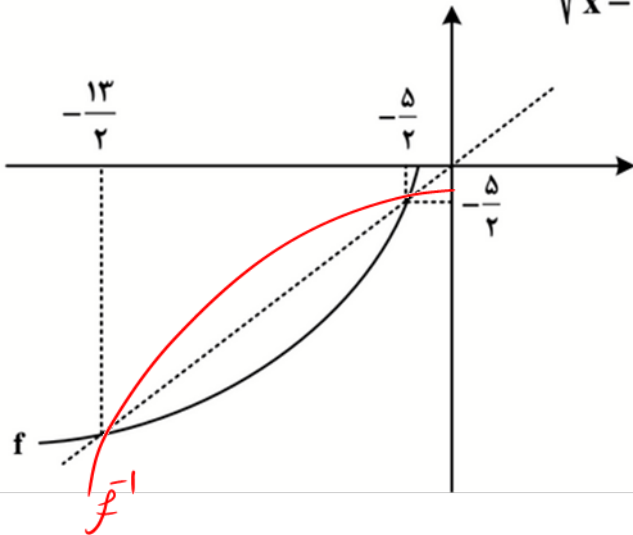
 $\frac{1}{3}$ (۲) $-\frac{1}{3}$ (۱) ✓

$$1 - 3n^2 = -2n \Rightarrow 3n^2 - 2n - 1 = 0 \rightarrow \begin{cases} n=1 \\ n=-\frac{1}{3} \end{cases}$$

$$n=1 \rightarrow f = \{(7, -2), (1, -1), (2, 1), (7, -2), (1, 2)\} \times$$

$$n=-\frac{1}{3} \rightarrow f = \{(7, \frac{2}{3}), (1, -1), (2, -\frac{1}{3}), (7, \frac{2}{3}), (-3, 2)\} \rightarrow f(2) = -\frac{1}{3}$$

۱۳۷- شکل زیر، نمودار تابع f را نشان می‌دهد. دامنه تابع $y = \sqrt{\frac{f^{-1}(x)}{x - f^{-1}(x)}}$ شامل چند عدد صحیح است؟



$$\frac{f^{-1}(x)}{x - f^{-1}(x)} \geq 0 \quad \frac{f^{-1}(x) < 0}{x - f^{-1}(x) < 0} \rightarrow x - f^{-1}(x) < 0$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) > x \rightarrow x \in (-\frac{13}{2}, -\frac{5}{2})$$

$$\rightarrow -6, -5, -4, -3$$

۱ (۱)

۲ (۲)

۴ (۳) ✓

۵ (۴)

۱۳۸- سهمی $y = 2ax^2 - 5x + 11a$ در نقطه A بر نیمساز ناحیه سوم محورهای مختصات مماس است. مقدار a ، کدام است؟

 $\frac{5}{2}$ (۴) $\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۲) ✓ $-\frac{5}{2}$ (۱)

$$y = 2ax^2 - 5x + 11a = x \rightarrow 2ax^2 - 6x + 11a = 0 \rightarrow ax^2 - 3x + 9a = 0$$

$$\Delta = 9 - 4(a)(9a) = 0 \Rightarrow 2a^2 = 1 \rightarrow a = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \rightarrow a = -\frac{1}{\sqrt{2}} \text{ صحیح (۲)}$$

۱۳۹- دامنه تابع $y = f(x)$ و $y = f(kx)$ برابر $[b, c]$ است. اگر $k = 2a^2 - a - 5$ باشد، حاصل ضرب مقادیر a کدام است؟

۲/۵ (۴)

-۲/۵ (۳)

۳ (۲)

-۳ (۱) ✓

$$k=1 \rightarrow 2a^2 - a - 5 = 1 \rightarrow 2a^2 - a - 6 = 0$$

$$\text{حاصل ضرب مقادیر } a = -\frac{c}{a} = -3$$

۱۴۰- در یک دامنه محدود، برای چند مقدار مختلف a ، بیشترین مقدار سهمی $y = ax^2 + x + 2a$ برابر $-\frac{1}{4}$ است؟

۱ (۴) ✓

۲ (۳)

هیچ مقدار a (۲)

۳ (۱)

$$x_s = -\frac{1}{2a} \quad d_s = a\left(-\frac{1}{2a}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2a}\right) + 2a = \frac{1}{4a} - \frac{1}{2a} + 2a = -\frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow 1a^2 + 2a - 1 = 0 \rightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{2} & \text{شماره ۱} \\ a = \frac{1}{2} & \text{شماره ۲} \end{cases} \rightarrow \text{مقدار برابر}$$

