

۱۱۱ - حاصل عبارت $\frac{\sqrt[3]{2\sqrt{8}}}{\sqrt[3]{2\sqrt{2} \times 16^{-\frac{3}{4}}}}$ کدام است؟

$$8\sqrt{2} \quad (4) \quad \checkmark$$

$$8\sqrt{2} \quad (3)$$

$$16\sqrt{2} \quad (2)$$

$$16\sqrt{2} \quad (1)$$

$$\frac{(8 \times 2^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{3}}}{(2^{\frac{3}{2}})^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{-\frac{9}{4}}} = \frac{2^{\frac{1}{2}}}{2^{-\frac{17}{4}}} = 2^{\frac{1}{2} + \frac{17}{4}} = 8\sqrt{2}$$

۱۱۲- اعداد طبیعی طوری دسته‌بندی شده‌اند که در هر دسته، کوچک‌ترین عضو $\frac{1}{3}$ بزرگ‌ترین عضو دسته است. میانگین

اعضای دسته پنجم، کدام است؟

$$242/5 \quad (4)$$

$$242 \quad (3) \quad \checkmark$$

$$240/5 \quad (2)$$

$$240 \quad (1)$$

$$(1, 2, 3), (4, \dots, 12), (13, \dots, 29), (30, \dots, 120)$$

$$(121, \dots, 275) \Rightarrow \bar{x} = \frac{482}{2} = 241$$

۱۱۳- در یک دنباله هندسی، جمله سوم جذر جمله چهارم و جمله پنجم برابر ۲۷ است. جمله اول دنباله چقدر از $\frac{1}{3}$ کمتر است؟

$$\frac{1}{6} \quad \checkmark$$

$$\frac{1}{3} \quad (3)$$

$$\frac{3}{2} \quad (2)$$

$$\frac{5}{2} \quad (1)$$

$$a_3 = \sqrt{a_4} \rightarrow (a_1 q^2)^2 = a_1 q^4 \Rightarrow a_1 q = 1$$

$$a_5 = a_1 q^4 = 27 \rightarrow \underbrace{(a_1 q)}_{=1} q^4 = 27 \quad q = 3, a_1 = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$$

۱۱۴ - اگر $\sqrt{x+a} - \sqrt{x-4} = 2$ باشد، حاصل عبارت $\sqrt{x+a} + \sqrt{x-4} - 2$ کدام است؟

$$\frac{a}{2} \quad (۴) \quad \checkmark$$

$$\frac{a}{4} \quad (۳)$$

$$1 \quad (۲)$$

$$(۱) \quad \text{صفر}$$

$$(\sqrt{x+a} - \sqrt{x-4})(\sqrt{x+a} + \sqrt{x-4}) = 2(\sqrt{x+a} + \sqrt{x-4})$$

$$\Rightarrow \frac{a+4}{2} = \sqrt{x+a} + \sqrt{x-4}$$

$$\Rightarrow \frac{a+4}{2} - 2 = \frac{a}{2}$$

۱۱۵ - بازه $(0, \frac{1}{4})$ ، بزرگ‌ترین بازه‌ای است که نمودار تابع $y = 2x^2 + \frac{3}{4}x + c$ پایین نمودار تابع $y = \frac{x}{|x|}$ قرار می‌گیرد.

مقدار c کدام است؟

$-\frac{3}{8}$ (۴)

$-\frac{1}{4}$ (۳) ✓

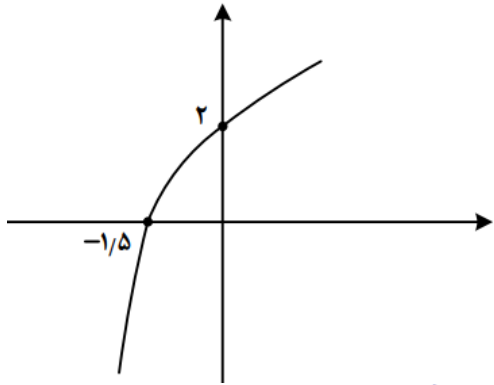
$-\frac{1}{2}$ (۲)

$-\frac{3}{4}$ (۱)

$$x > 0 \rightarrow 2x^2 + \frac{c}{4}x + c < 1 \Rightarrow 2x^2 + \frac{c}{4}x + c - 1 < 0$$

$$\xrightarrow{x = -\frac{1}{4}} \frac{1}{4} + \frac{c}{4} + c - 1 = 0 \rightarrow c = -\frac{1}{4}$$

۱۱۶ - شکل زیر، نمودار تابع $y = 1 - \log_c(ax - b)$ است. اگر $b + c = -\frac{3}{2}$ باشد، حاصل $(a + c)b$ کدام است؟



$$\begin{cases} |r \\ |r \end{cases} \rightarrow r = 1 - \log_c(-b) \quad b < 0$$

$$\Rightarrow \log_c^{-b} = -1 \Rightarrow \frac{1}{c} = -b \rightarrow bc = -1$$

$$\begin{cases} bc = -1 \\ b + c = -\frac{1}{c} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} b = -2 \\ c = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} | -1/5 \\ | \cdot \end{cases} \rightarrow \log_{\frac{1}{2}}^{-1/5a+2} = 1 \Rightarrow -1/5a + 2 = \frac{1}{2} \rightarrow \boxed{a=1}$$

$$(a+c)b = -3$$

$$-3/5 \quad (1)$$

$$-3 \quad (2) \quad \checkmark$$

$$-2/5 \quad (3)$$

$$-2 \quad (4)$$

۱۱۷ - اگر نقطه $(-\frac{1}{8}, -\frac{3}{5})$ روی تابع وارون تابع $y = \frac{x}{a + a|x|}$ باشد، مقدار a کدام است؟

۳/۵ (۴)

۳ (۳) ✓

۵ (۲)

$\frac{5}{27}$ (۱)

$$\begin{array}{l} -\frac{3}{5} \\ -\frac{1}{8} \end{array} \in f \rightarrow a = 3$$

۱۱۸- اگر $\frac{1+\sin \alpha}{|\cos \alpha|} - \operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\sqrt{\cos^2 \alpha}}$ و $\frac{|\sin \alpha|}{\cos \alpha} = -\frac{1}{\cot \alpha}$ باشد، انتهای کمان α در کدام ناحیه مثلثاتی است؟

(۱) چهارم (۲) سوم (۳) دوم (۴) اول

$$\frac{|\sin \alpha|}{\cos \alpha} = -\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \Rightarrow \sin \alpha < 0$$

$$\frac{1}{|\cos \alpha|} - \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{1+\sin \alpha}{\cos \alpha} \Rightarrow \cos \alpha < 0$$

یعنی

۱۱۹- در یک لوزی، اندازه هر ضلع برابر جذر حاصل ضرب طول قطرها است. اگر A و B دو زاویه مجاور لوزی باشند، مقدار

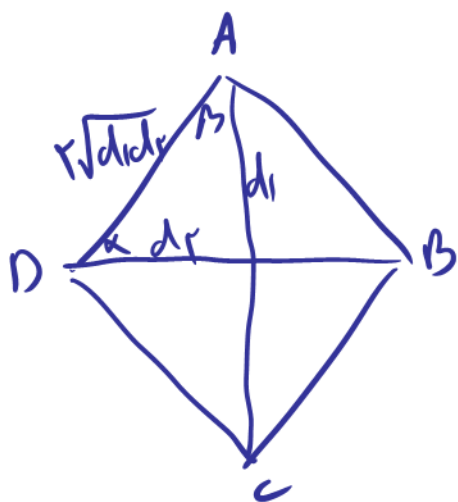
مثبت تانژانت $(\frac{A-B}{2})$ کدام است؟

$$\sqrt{3} \quad (1)$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} \quad (2) \checkmark$$

$$\frac{1}{3} \quad (3)$$

$$3 \quad (4)$$



$$AB = \sqrt{d_1 \cdot d_2}$$

$$\epsilon d_1 d_2 = d_1^2 + d_2^2 \quad \div d_2$$

$$\epsilon \left(\frac{d_1}{d_2}\right) = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 + 1 \Rightarrow \epsilon t = t^2 + 1$$

$$\rightarrow t = 1 + \sqrt{c} = \gamma \alpha$$

$$\frac{A-B}{2} = \beta - \alpha = \frac{\pi}{2} - \gamma \alpha \rightarrow \gamma \alpha = \frac{\gamma \alpha}{1 - \gamma \alpha}$$

$$= \frac{\epsilon + \sqrt{c}}{1 - (\sqrt{c} + \epsilon)} = \frac{1}{\sqrt{c}}$$

۱۲۰- اختلاف جواب‌های معادله مثلثاتی $\cos 2x = 3 \sin x - 1$ که در بازه $[0, \pi]$ قرار دارند، کدام است؟

$$\frac{2\pi}{3} \quad (4)$$

$$\frac{\pi}{6} \quad (3)$$

$$\frac{\pi}{3} \quad (2)$$

$$\frac{5\pi}{6} \quad (1)$$

$$1 - 2\sin^2 x = 3\sin x - 1 \Rightarrow 2\sin^2 x + 3\sin x - 2 = 0$$

$$\begin{cases} \sin x = \frac{1}{2} \quad \checkmark \\ \sin x = -2 \end{cases}$$



$$\Rightarrow \frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{6} = \frac{4\pi}{6}$$

۱۲۱- دوره تناوب $f(x) = \frac{1}{2} - \sin \frac{2x}{a}$ برابر $\frac{\pi}{3}$ است. دوره تناوب $y = \cos ax$ کدام است؟

۱۲π (۴)

۶π (۳) ✓

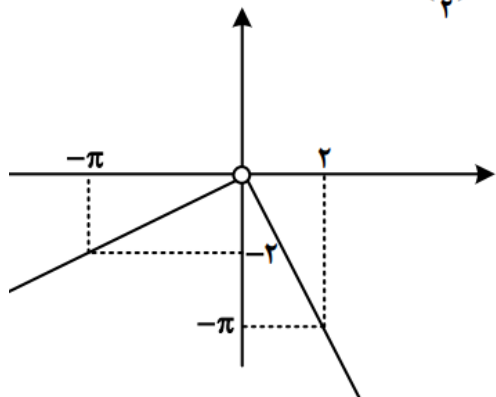
۴π (۲)

۳π (۱)

$$T = \frac{2\pi}{|\frac{2}{a}|} = |a|\pi = \frac{\pi}{2} \rightarrow |a| = \frac{1}{2}$$

$$\cos ax = \cos \frac{x}{2} \rightarrow T = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi$$

۱۲۲- شکل زیر، نمودار تابع f است. مقدار $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^-} \frac{\sin x}{|f(x)|} + \lim_{x \rightarrow (-\frac{\pi}{2})^+} \frac{|f(x)|}{\sin x}$ کدام است؟

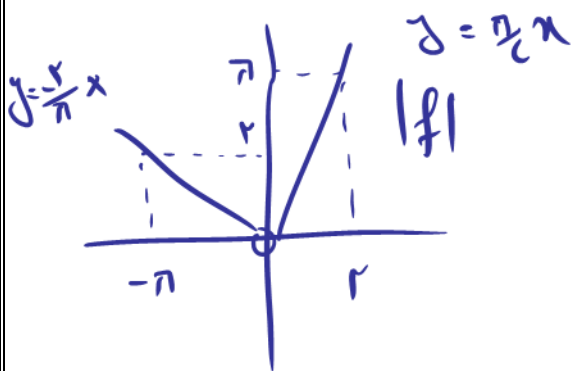


(۱) $1 - \frac{4}{\pi^2}$

(۲) $\frac{4}{\pi^2} - 1$ ✓

(۳) $4\pi - \frac{1}{\pi^2}$

(۴) $4\pi + \frac{1}{\pi^2}$



$$A = \frac{1}{\frac{4}{\pi^2}} + \frac{1}{-1} = \frac{\pi^2}{4} - 1$$

۱۲۳ - اگر $\lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{f(x)}{\sin x} = -\infty$ باشد، کدام مورد می تواند ضابطه f باشد؟

$$\left[\frac{3x}{\pi}\right] - 3 \quad (4)$$

$$2\left[\frac{x}{\pi}\right] + 3 \quad (3)$$

$$3\left[\frac{x}{\pi}\right] + 1 \quad (2)$$

$$\left[\frac{2x}{\pi}\right] - 1 \quad (1)$$

$$\frac{f(x)}{\sin x} = -\infty \rightarrow f(\pi^-) < .$$

$$\text{ع ر: } \left[\frac{c\pi^-}{\pi}\right] - 3 = [3] - 3 < .$$

۱۲۴- تابع غیر صفر $f(x) = a[x] + b[x+1]$ در \mathbb{R} پیوسته است. مقدار $\frac{f(a)}{a}$ کدام است؟

$$-\frac{1}{2} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{2} \quad (۳)$$

$$-1 \quad (۲) \quad \checkmark$$

$$1 \quad (۱)$$

$$f = (a+b)[x] + b \quad \text{مثلاً: } a+b=0 \rightarrow b=-a$$

$$\Rightarrow f(a) = -a \Rightarrow \frac{f(a)}{a} = \frac{-a}{a} = -1$$

۱۲۵- خط مماس بر منحنی $f(x) = \sqrt{ax-1}$ در نقطه A از نقاط $(-1,1)$ و $(2,2)$ می‌گذرد. مقدار $f(5)$ کدام است؟

$$\frac{\sqrt{22}}{3} \quad (4)$$

$$\frac{\sqrt{23}}{2} \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$3 \quad (1) \quad \checkmark$$

$$m_{AB} = \frac{1}{c} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{c} \Rightarrow \frac{a}{2\sqrt{ax-1}} = \frac{1}{c} \Rightarrow x = \frac{4}{c}a + \frac{1}{a}$$

$$\xrightarrow{(r, r)} \underline{y = \frac{r}{c}a}$$

$$\begin{array}{l} \text{شیب نقاط برابر} \\ = \frac{1}{c} \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} | \\ | \\ \frac{4}{c}a + \frac{1}{a} \\ | \\ c/c \end{array} \Rightarrow \frac{\frac{r}{c}a - 1}{\frac{4}{c}a + \frac{1}{a} + 1} = \frac{1}{c}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a=2 \rightarrow f = \sqrt{2x-1} \xrightarrow{x=5} (2) \\ a=-\frac{2}{9} \rightarrow f = \sqrt{-\frac{2}{9}x-1} \xrightarrow{x=5} \checkmark \end{cases}$$

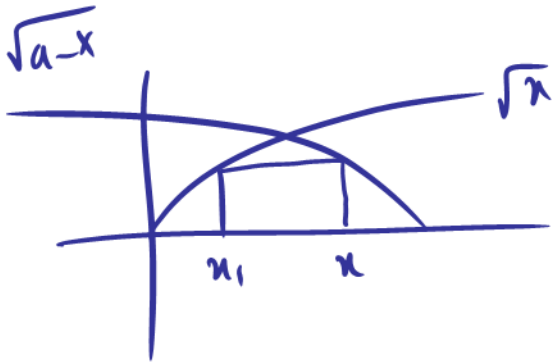
۱۲۶- اگر مساحت بزرگ‌ترین مستطیلی که دو رأس آن بر محور x ها و دو رأس دیگر آن، یکی بر $y = \sqrt{x}$ و دیگری بر $y = \sqrt{a-x}$ واقع است برابر $\sqrt{2}$ باشد، مقدار a کدام است؟

۲ (۴)

۳ (۳) ✓

۴ (۲)

۶ (۱)



$$y(x_1) = y(x)$$

$$\sqrt{a-x} = \sqrt{x_1} \Rightarrow a-x = x_1$$

$$S = (x - x_1) \cdot \sqrt{x} = (a - 2x) \sqrt{x} \rightarrow S' = 0$$

$$\Rightarrow -2\sqrt{x} + \frac{a-2x}{2\sqrt{x}} = 0 \Rightarrow -4x + a - 2x = 0 \rightarrow x = \frac{a}{7}$$

$$S = \left(a - \frac{a}{7}\right) \sqrt{\frac{a}{7}} = \sqrt{2} \rightarrow a = 7$$

۱۲۷- اگر انحراف معیار داده‌های مثبت ۳، $2a$ و a برابر $\sqrt{14}$ باشد، مقدار $\frac{a}{3}$ کدام است؟

۴ (۴)

۳/۵ (۳)

۲ (۲) ✓

۱/۵ (۱)

$$\bar{X} = a+1, \quad \sigma = \sqrt{\frac{1 + (a-1)^2 + (2-a)^2}{3}} = \sqrt{14}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a=7 \checkmark \\ a=-c \cdot x \end{cases} \rightarrow \frac{a}{c} = 2$$

۱۲۸- چند تابع ثابت با ۴ زوج مرتب می توان نوشت، به طوری که دامنه آن اعداد طبیعی یک رقمی و برد آن اعداد زوج نامنفی یک رقمی باشند؟

۵۰۴ (۴)

۶۳۰ (۳) ✓

۸۴۰ (۲)

۱۰۵۰ (۱)

$$D = \{1, 2, \dots, 9\}$$

$$R = \{0, 2, 4, 6, 8\}$$

$$\binom{9}{4} \times 5 = 75.$$

۱۲۹- دو تاس را پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال یکی از اعداد ظاهر شده، بزرگ‌تر از دیگری است؟

$$\frac{5}{6} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{6} \quad (۳)$$

$$\frac{5}{12} \quad (۲) \quad \checkmark$$

$$\frac{7}{12} \quad (۱)$$

$$\frac{18}{36} = \frac{5}{12}$$

۱۳۰- احتمال کسب مدال دو ورزشکار یک تیم ملی در المپیک به ترتیب $0/6$ و $0/4$ است. احتمال اینکه فقط یکی از این دو ورزشکار مدال کسب کند، چقدر است؟

$0/36$ (۴)

$0/48$ (۳)

$0/76$ (۲)

$0/52$ (۱) ✓

$$P(A) = 0/4 \quad P(B) = 0/6$$

$$P(A \cap B') + P(A' \cap B) = 0/4 \times 0/4 + 0/6 \times 0/6 = 0/52$$

سَل

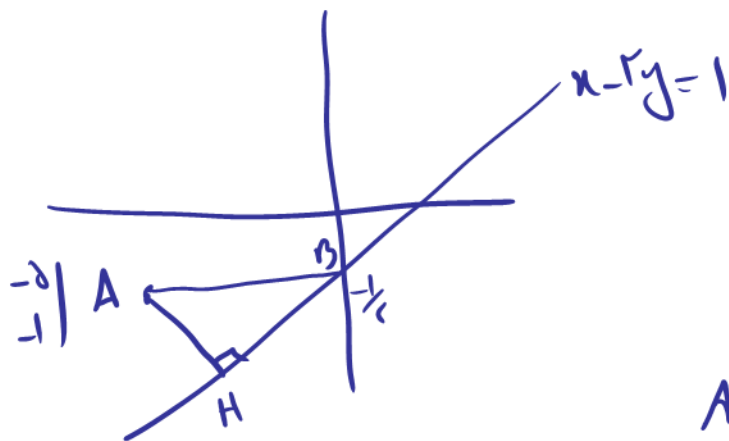
۱۳۱- نقطه $A(-5, -1)$ یک رأس مثلثی است که یک ضلع آن روی خط $x - 2y = 1$ قرار دارد. اگر طول یک ضلع برابر فاصله رأس A از این خط بوده و نقطه $(-4, -2)$ داخل این مثلث باشد، بیشترین مساحت چنین مثلثی در ناحیه سوم محورهای مختصات کدام است؟

۶/۴ (۴)

۶ (۳)

۴/۲ (۲)

۴ (۱)



$$AH = \frac{|-5 + 2 - 1|}{\sqrt{5}} = \frac{4}{\sqrt{5}}$$

$$AB = \sqrt{25 + \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{101}}{2}$$

$$BH = AB - AH = \frac{\sqrt{101}}{2} - \frac{4}{\sqrt{5}} = \frac{5\sqrt{101} - 8\sqrt{20}}{2\sqrt{10}} \rightarrow BH = \frac{21}{\sqrt{10}}$$

$$\Rightarrow S = \frac{1}{2} \left(\frac{21}{\sqrt{10}} \times \frac{4}{\sqrt{5}} \right) = 4.2$$

۱۳۲- نقاط M و N به ترتیب روی اضلاع AB و BC در مثلث ABC انتخاب شده‌اند. اگر $2BN = 3NC$ و مساحت مثلث

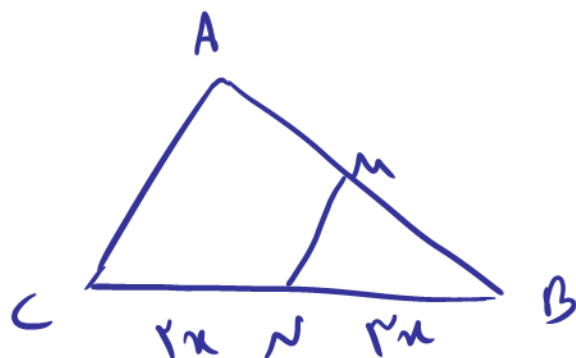
ABC، ۳ برابر مساحت مثلث BMN باشد، مقدار $\frac{BM}{AM}$ کدام است؟

۱/۴ (۴)

۱/۲۵ (۳) ✓

۵/۸ (۲)

۵/۷۵ (۱)



$$S_{AMC} = 3 S_{BMN}$$

$$\Rightarrow 2x \times AB = 3 (2x \times BM)$$

$$\Rightarrow \frac{BM}{AM} = \frac{2}{3} = 1/1.5$$

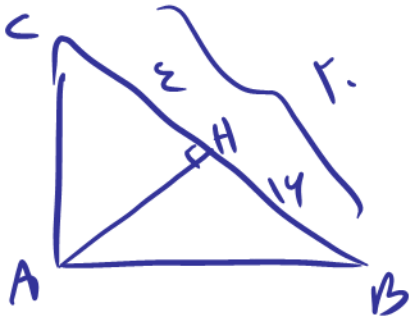
۱۳۳- در مثلث قائم‌الزاویه ABC ، نقطه H ، نقطه تلاقی ارتفاع وارد بر وتر است. اگر طول وتر 20 و کمترین فاصله H از رأس‌های مجاورش 4 باشد، نسبت طول اضلاع قائمه این مثلث کدام است؟

$$\frac{\sqrt{2}}{3} \quad (4)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (3)$$

$$3 \quad (2)$$

$$2 \quad (1) \quad \checkmark$$

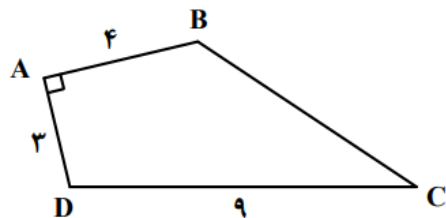


$$AC^2 = 14 \times 20$$

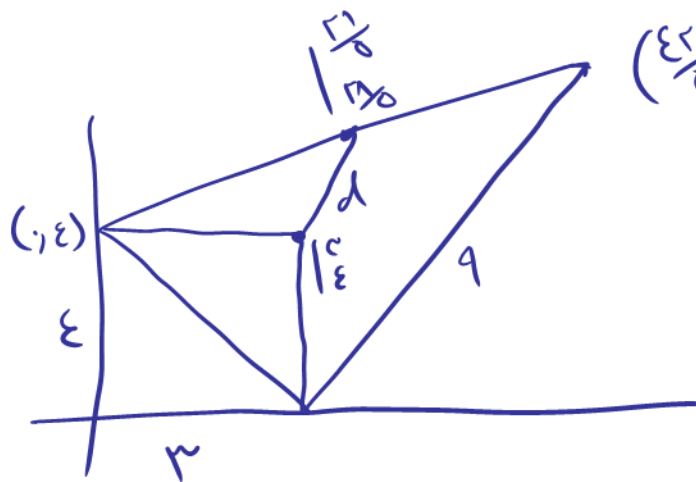
$$AB^2 = 14 \times 20 \Rightarrow \frac{AC^2}{AB^2} = \frac{14}{20} = \frac{7}{10}$$

$$\Rightarrow \frac{AC}{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (1)$$

۱۳۴- در چهارضلعی ABCD، از نقاط B و D دو پاره خط به ترتیب موازی AD و AB طوری رسم می کنیم تا یکدیگر را در نقطه M (درون چهارضلعی) قطع کنند. اگر $\widehat{BDC} = 2\widehat{BDM}$ باشد، فاصله نقطه M از وسط ضلع BC چقدر است؟



- ۱/۵ (۱)
- ۲ (۲) ✓
- ۲/۵ (۳)
- ۳ (۴)



$(\frac{4}{2}, \frac{3}{2})$

$$d = \sqrt{(\frac{4}{2} - 5)^2 + (\frac{3}{2} - 0)^2} = 2$$

۱۳۵- نقاط $F'(a, 0)$ و $F(0, 0)$ کانون‌های یک بیضی و $A(0, -1)$ یک نقطه واقع بر آن است. اگر خروج از مرکز بیضی

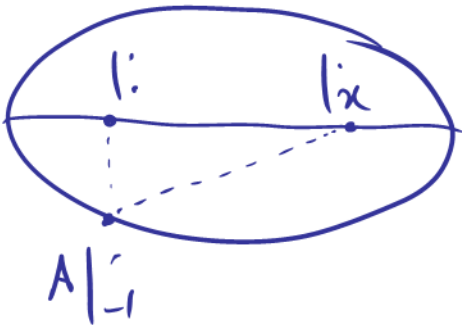
برابر $\frac{2}{\sqrt{5}}$ باشد، مقدار a کدام است؟

$$4\sqrt{5} \quad (4)$$

$$-4\sqrt{5} \quad (3)$$

$$-2\sqrt{5} \quad (2)$$

$$2\sqrt{5} \quad (1)$$



$$e = \frac{c}{a} \Rightarrow \frac{c}{a} = \frac{\frac{2}{\sqrt{5}}}{a} = \frac{2}{\sqrt{5}} \quad (1)$$

$$AF + AF' = 2a \Rightarrow 1 + \sqrt{c^2 + 1} = 2a \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \frac{\frac{2}{\sqrt{5}}}{\frac{1 + \sqrt{c^2 + 1}}{2}} = \frac{2}{\sqrt{5}} \Rightarrow c = 4\sqrt{5}$$

۱۳۶- رابطه $f = \{(7, 1-3n^2), (1, -1), (2, n), (7, -2n), (\frac{1}{n}, 2)\}$ تابع است. مقدار تابع f در 2 ، کدام است؟

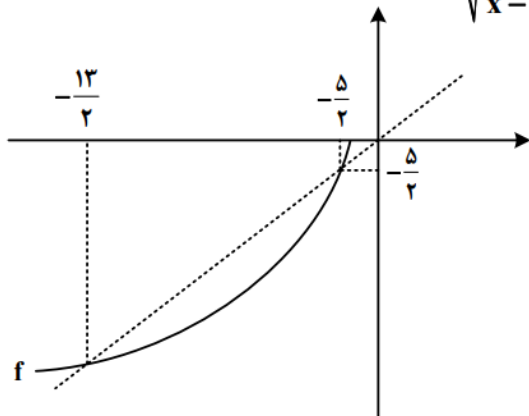
۱ (۴)

-۱ (۳)

 $\frac{1}{3}$ (۲) $-\frac{1}{3}$ (۱) ✓

$$1-3n^2 = -2n \Rightarrow \begin{cases} n = -\frac{1}{3} \\ n = 1 \end{cases} \rightarrow f(2) = -\frac{1}{3}$$

۱۳۷- شکل زیر، نمودار تابع f را نشان می‌دهد. دامنه تابع $y = \sqrt{\frac{f^{-1}(x)}{x - f^{-1}(x)}}$ شامل چند عدد صحیح است؟

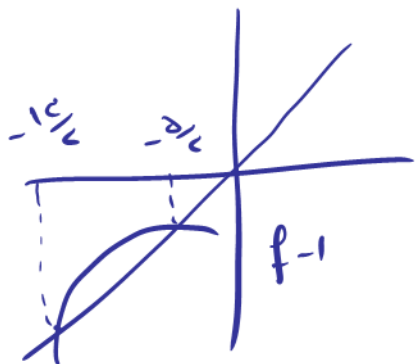


۱ (۱)

۲ (۲)

۴ (۳) ✓

۵ (۴)



$$f^{-1} < x \Rightarrow x - f^{-1}(x) < 0$$

$$\Rightarrow f^{-1} > x \Rightarrow (-13/2, -5/2)$$

$$x = -7, -5, -4, -3$$

۴ عدد

۱۳۸ - سهمی $y = 2ax^2 - 5x + 18a$ در نقطه A بر نیمساز ناحیه سوم محورهای مختصات مماس است. مقدار a، کدام است؟

$$\frac{5}{2} \quad (۴)$$

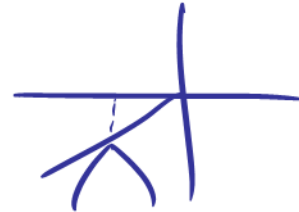
$$\frac{1}{2} \quad (۳)$$

$$-\frac{1}{2} \quad (۲) \quad \checkmark$$

$$-\frac{5}{2} \quad (۱)$$

$$2ax^2 - 5x + 18a = x \rightarrow ax^2 - 2x + 9a = 0$$

$$\Delta = 0 \Rightarrow a = \pm \frac{1}{6}$$



$$x_{S_1} \Rightarrow \frac{2}{2a} < 0 \rightarrow a < 0 \rightarrow a = -\frac{1}{6}$$

۱۳۹ - دامنه تابع $y = f(x)$ و $y = f(kx)$ برابر $[b, c]$ است. اگر $k = 2a^2 - a - 5$ باشد، حاصل ضرب مقادیر a کدام است؟

۲/۵ (۴)

-۲/۵ (۳)

۳ (۲)

-۳ (۱) ✓

$$k=1 \rightarrow 2a^2 - a - 5 = 1 \rightarrow 2a^2 - a - 6 = 0$$

$$\Rightarrow p = \frac{c}{a} = -3$$

۱۴۰- در یک دامنه محدود، برای چند مقدار مختلف a ، بیشترین مقدار سهمی $y = ax^2 + x + 2a$ برابر $-\frac{1}{4}$ است؟

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (هیچ مقدار a)

۴ (۱)

$$y_s = -\frac{\Delta}{4a} = \frac{1 - 4a^2}{4a} = -\frac{1}{4} \Rightarrow 1 - 4a^2 = -1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \quad \times \\ a = -\frac{1}{2} \quad \checkmark \end{cases}$$

$$\frac{1}{4a} < 0 \Rightarrow a < 0$$