۱۱۱

$$A=\frac{\sqrt[3]{2\sqrt{8}}}{\sqrt[3]{2\sqrt{2}}\times 16^{-\frac{3}{4}}}=\frac{\sqrt[3]{2\times 2\sqrt{2}}}{\sqrt[3]{2\sqrt{2}}\times(2^4)^{-\frac{3}{4}}}=\frac{\sqrt[3]{2}}{2^{-3}}=2^{\frac{1}{3}+3}=2^{\frac{10}{3}}=\sqrt[3]{2^{10}}=8\sqrt[3]{2}$$

گزینه د

محمد اسماعیل لنگری
۰۹۱۱۲۵۶۶۸۱۳

۱۱۲

$\{1,2,3\}$ دسته اول، $\{4,\dots,12\}$ دسته دوم، $\{13,\dots,39\}$ دسته سوم، $\{40,\dots,120\}$ دسته چهارم

دسته پنجم $\{121, \dots, 363\}$ $\longrightarrow$ میانه $=242$

گزینه ج

۱۱۳

$a_3=\sqrt{a_4} \longrightarrow a_3^2=a_4 \longrightarrow a_3\times a_3=a_4 \longrightarrow (a_1r^2)^2=a_1r^3 \longrightarrow a_1r=1$

$a_5=27 \longrightarrow a_1r^4=27 \longrightarrow a_1r\times r^3=27 \longrightarrow r=3 \longrightarrow a_1=\frac{1}{3}$

$\left|\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\right|=\frac{1}{6}$

گزینه د

۱۱۴

$$\begin{cases}\sqrt{x+a}-\sqrt{x-4}=2\\ \sqrt{x+a}+\sqrt{x-4}=A\end{cases}$$

$(x+a)-(x-4)=2A$

$2A=a+4 \longrightarrow A=\frac{a+4}{2}$

ج: $A-2=\frac{a}{2}+2-2=\frac{a}{2}$

گزینه ج

۱۱۵

$2x^2+\frac{3}{2}x+c<\frac{x}{|x|}\quad ; \quad x\in(0,\frac{1}{2})$ ($a+$)

$2x^2+\frac{3}{2}x+c<1$

$2x^2+\frac{3}{2}x+c-1<0$

ریشه‌ها $x=0$، $x=\frac{1}{2}$ $\longrightarrow x=\frac{1}{2} \longrightarrow \frac{1}{2}+\frac{3}{4}+c-1=0 \longrightarrow c=-\frac{1}{4}$

گزینه ج

۱۱۶

$f(0)=2 \longrightarrow 2=1-\log_c^{-b}$

$f(-\frac{3}{2})=0 \longrightarrow 0=1-\log_c^{-\frac{3}{2}a-b}$

$\longrightarrow \log_c^{-b}=-1 \longrightarrow -b=\frac{1}{c} \longrightarrow \boxed{bc=-1}$

$b+c=-\frac{3}{2} \longrightarrow b-\frac{1}{b}=-\frac{3}{2} \longrightarrow \boxed{b=-2,\ c=\frac{1}{2}}$

$\log_{\frac{1}{2}}^{-\frac{3}{2}a+2}=1 \longrightarrow -\frac{3}{2}a+2=\frac{1}{2} \longrightarrow \boxed{a=1}$

گزینه ج

۱۱۷

$A\begin{vmatrix}-\frac{1}{8}\\-\frac{3}{5}\end{vmatrix}\in f^{-1} \longrightarrow A'\begin{vmatrix}-\frac{3}{5}\\-\frac{1}{8}\end{vmatrix}\in f \longrightarrow -\frac{1}{8}=\frac{-\frac{3}{5}}{a+\frac{3}{5}a}=\frac{-\frac{3}{5}}{\frac{8}{5}a}=-\frac{3}{8a}=-\frac{1}{8}$

$\boxed{a=3}$

گزینه ج

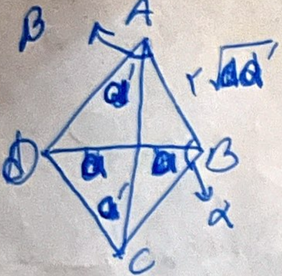
۱۱۸

$\frac{1}{\sqrt{\cos^2\alpha}}-\tan\alpha=\frac{1+\sin\alpha}{|\cos\alpha|} \longrightarrow \frac{1}{|\cos\alpha|}-\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\frac{1+\sin\alpha}{|\cos\alpha|} \longrightarrow \cos\alpha<0$ ناحیه ۲،۳

$\frac{|\sin\alpha|}{\cos\alpha}=-\frac{1}{\cot\alpha} \longrightarrow \sin\alpha<0 \longrightarrow$ ناحیه ۳،۴ $\longrightarrow$ جواب: ناحیه ۳

گزینه ب

۱۱۹



$a^2 + a'^2 = 4aa'$

$(\frac{a}{a'})^2 - 4(\frac{a}{a'}) + 1 = 0$

گزینه (ب)

$a > a' \to \frac{a}{b} = 2 \pm \sqrt{3} \to \tan\alpha = 2 + \sqrt{3}$

$\frac{A-B}{2} = B - a = \frac{\pi}{2} - 2a \to \tan 2a = \frac{2\tan a}{1 - \tan^2 a} = \frac{4 + 2\sqrt{3}}{1 - (7 + 4\sqrt{3})} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

۱۲۰

$\cos 2\alpha = 3\sin\alpha - 1 \ ; \ [0, \pi]$

محمد اسماعیلی از ساری
۰۹۱۱۲۵۶۶۸۱۳

$1 - 2\sin^2\alpha = 3\sin\alpha - 1$

گزینه (د)

$2\sin^2\alpha + 3\sin\alpha - 2 = 0$

$\sin\alpha = \frac{-3 \pm 5}{4}$ ⟵ $\sin\alpha = -2$ غ ؛ $\sin\alpha = \frac{1}{2} \to \alpha = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6} \to$ اختلاف $\frac{2\pi}{3}$

۱۲۱

$f(x) = \frac{1}{2} - \sin^2 \frac{2}{a} x \to T = \frac{2\pi}{|\frac{2}{a}|} = \frac{\pi}{3} \to |a| = \frac{1}{3}$

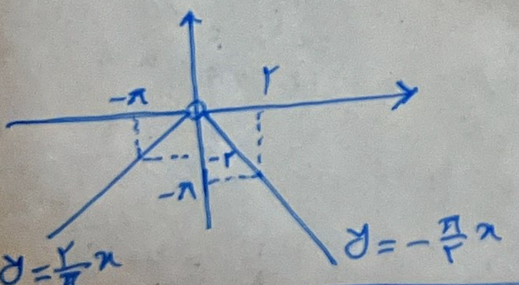
گزینه (ج)

$g(x) = \cos ax \to T = \frac{2\pi}{|a|} = \frac{2\pi}{\frac{1}{3}} = 6\pi$

۱۲۲

$\lim_{x \to \frac{\pi}{2}^-} \frac{\sin x}{|f(x)|} = \frac{1}{\frac{\pi^2}{4}} = \frac{4}{\pi^2}$ $(-1, 0)$

$\lim_{x \to (-\frac{\pi}{2})^+} \frac{|f(x)|}{\sin x} = \frac{1}{-1} = -1$



ج: $\frac{4}{\pi^2} - 1$

گزینه (ب)

۱۲۳

$\lim_{x \to \pi^-} \frac{f(x)}{\sin x} = -\infty \to \frac{f(\pi)}{0^+} = -\infty \to f(\pi) < 0$

گزینه (د)

$\lim_{x \to \pi^-} f(x) = [\frac{3x}{\pi}] - 3 \to [3^-] - 3 = -1$

(۱۲۴) $f(x) = a[x] + b[x] + b = \underbrace{(a+b)}_{\text{شیب } 0}[x] + b$

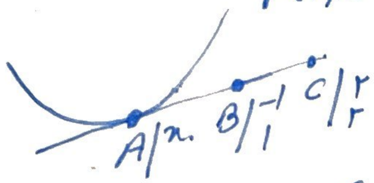
گزینه ۱

$$\begin{cases} a+b=0 \\ a=-b \\ f(x)=b \end{cases} \longrightarrow \frac{f(a)}{a} = \frac{b}{a} = \frac{b}{-b} = -1$$

خسرو اسماعیلی لزرسری
۰۹۱۱۲۵۶۶۸۱۴

---

(۱۲۵) $f(x) = \sqrt{ax-1}$



خط مماس $L:\ y-1 = \frac{1}{3}(x+1) \longrightarrow y = \frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$

ضمناً شیب مماس $= \frac{1}{3} \longrightarrow \dfrac{a}{2\sqrt{ax_0-1}} = \frac{1}{3}$

$\frac{1}{3}x + \frac{4}{3} = \sqrt{ax-1} \xrightarrow[\text{تربیع}]{\text{مماس طرفین}} x^2+8x+16 = 9ax-9 \longrightarrow x^2 + (8-9a)x + 25 = 0$

$\Delta = 0 \Rightarrow (9a-8)^2 = 100$

$9a-8=10 \longrightarrow a=2 \longrightarrow f(x)=\sqrt{2x-1}$

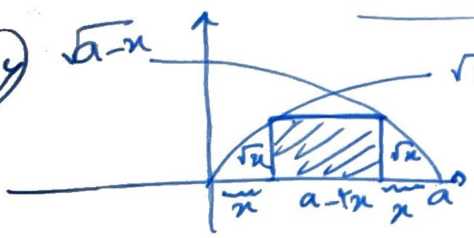
$9a-8=-10 \longrightarrow a=-\frac{2}{9} \longrightarrow f(x)=\sqrt{-\frac{2}{9}x-1}$

$\longrightarrow \begin{cases} f(5)=3 \\ f(5)= \text{غلط} \end{cases}$

گزینه (الف)

---

(۱۲۶)



S

$S = \sqrt{x}\,(a-2x) = \sqrt{2}$

$S' = \frac{a}{2\sqrt{x}} - \frac{3}{2}\sqrt{x} = 0 \longrightarrow x = \frac{a}{6}$

گزینه (۲)

$\forall x = \frac{a}{6} \longrightarrow \sqrt{\frac{a}{6}}\left(a - 2\left(\frac{a}{6}\right)\right) = \sqrt{2} \longrightarrow a=3$

---

(۱۲۷) $3, 2a, a \longrightarrow \sigma = \sqrt{14}$

$\sigma^2 = 14$

$\bar{x} = a+1$

$$\sigma^2 = \frac{(a+1-3)^2 + (2a-a-1)^2 + (a+1-a)^2}{3} = 14$$

$a^2 - 2a - 18 = 0$

$(a-6)(a+4) = 0$

گزینه (۲)

$a = 6 \longrightarrow \frac{a}{3} = 2$

(۱۲۸)

$f = \{(1, \swarrow), (2, \swarrow), (3, \swarrow), (4, \swarrow)\}$

دامنه: {۱، ۴، ۹، ۱۶، ۲۵، ۳۶، ۴۹، ۶۴، ۸۱} — برد: {۵، ۴، ۳، ۲، ۱}

$\rightarrow \binom{9}{4} \times 5 = 630$ گزینه ۲

محمد اسماعیلی کرسی

۰۹۱۱۲۵۶۶۸۱۴

(۱۲۹)

$n(S) = 36$

۶ حالت نامطلوب داریم

$P(A) = \frac{30}{36} = \frac{5}{6}$ گزینه ۴

---

(۱۳۰)

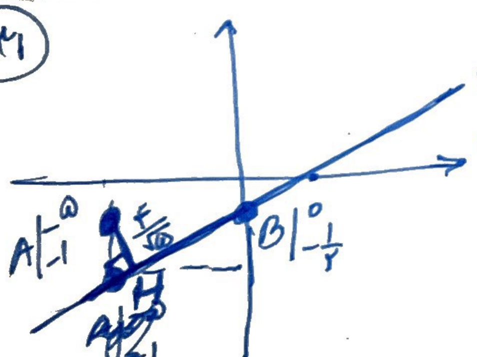
$P(A-B) + P(B-A) = P(A \cup B) - P(A \cap B) = P(A) + P(B) - 2(P(A) \times P(B))$

$= \frac{4}{10} + \frac{6}{10} - 2\left(\frac{4}{10} \times \frac{6}{10}\right)$

$= 0/52$ گزینه الف

---

(۱۳۱)

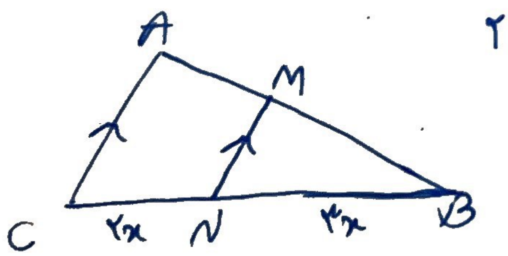


$\rightarrow S = \frac{\frac{21}{2\sqrt{5}} \times \frac{4}{\sqrt{5}}}{2} = 4/2$ گزینه ب

$AH = \frac{4}{\sqrt{5}}$, $AB = \frac{\sqrt{101}}{2} \rightarrow OH^2 = \frac{441}{20} \rightarrow OH = \frac{21}{2\sqrt{5}}$

---

(۱۳۲)



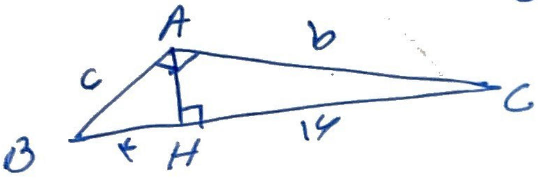
$2BN = 3CN = 6x \rightarrow BN = 3x,\ CN = 2x$

$\frac{S_{ABC}}{S_{BMN}} = 3 \rightarrow \frac{1}{2} \times 5x \times AB \sin\hat{B} = \frac{1}{2} \times 3x \times BM \sin\hat{B}$

$\rightarrow 5AB = 9BM \rightarrow \frac{BM}{AM} = \frac{5}{4}$

گزینه ۲

(۱۳۳)



روابط طولی → $c^2=4\times20 \to c=4\sqrt{5}$

$b^2=16\times20 \to b=8\sqrt{5}$

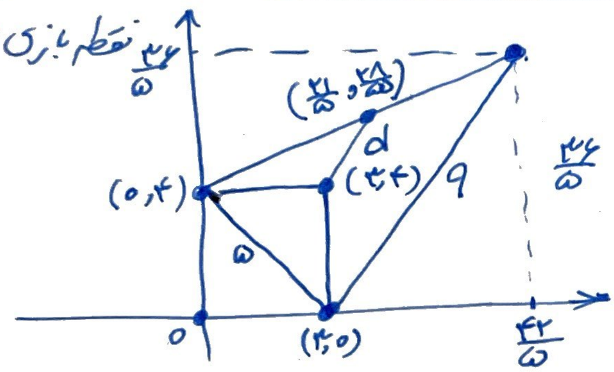
نسبت ۲ به ۱ $\frac{b}{a}=2$

گزینه (الف)

محمد اسماعیل اندرسری
۰۹۱۱۲۵۶۶۸۱۳

---

(۱۳۴) نقطه بازی می کنیم



$d=\sqrt{\frac{36}{25}+\frac{64}{25}}=2$

گزینه (ج)

---

(۱۳۵)

$|MF|+|MF'|=2a$, $e=\frac{c}{a}=\frac{x}{1+\sqrt{x^2+1}}=\frac{2}{\sqrt{5}} \to \left(\frac{\sqrt{5}}{2}x-1=\sqrt{x^2+1}\right)^2$

$F\begin{vmatrix}0\\0\end{vmatrix}$ $F'\begin{vmatrix}x\\0\end{vmatrix}$; $M\begin{vmatrix}0\\-1\end{vmatrix}$

$\to \frac{5}{4}x^2+1-\sqrt{5}x=x^2+1$

$c=\frac{x}{2}$, $1+\sqrt{x^2+1}=2a$

$a=\frac{1+\sqrt{x^2+1}}{2}$

$\to 5x^2-4\sqrt{5}x=4x^2 \to x=4\sqrt{5}$

گزینه (د)

---

(۱۳۶) $f=\{(7,1-3n^2),(1,-1),(2,n),(7,-2n),(\frac{1}{n},2)\}$

$1-3n^2=-2n$

$3n^2-2n-1=0$

$n=1 \to f=\{(7,-2),(1,-1),(2,1),(7,-2),(1,2)\}$ ✗

$n=-\frac{1}{3} \to f=\{(7,\frac{2}{3}),(1,-1),(2,-\frac{1}{3}),(7,\frac{2}{3}),(-3,2)\}$

گزینه (الف)

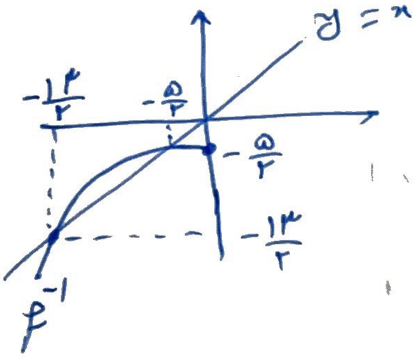
(۱۳۷)

$$\frac{f^{-1}}{x-f^{-1}} \geq 0 \rightarrow \begin{cases} f^{-1} \geq 0 \\ x > f^{-1} \end{cases}$$

یا

$$\begin{cases} f^{-1} \leq 0 \rightarrow x \leq 0 \\ x < f^{-1} \rightarrow \left(-\frac{13}{2}, -\frac{5}{2}\right) \end{cases} \longrightarrow Z: \left(-\frac{13}{2}, -\frac{5}{2}\right)$$

$-6.5 \quad -2.5$



(د) گزینه $\{-6, -5, -4, -3\}$

محمد اسماعیلیان [illegible]
۰۹۱۱۲۵۶۶۸۱۳
esmaeilian_mathematical

---

(۱۳۸)

$2ax^2 - 5x + 18a = x$

$2ax^2 - 6x + 18a = 0$

$ax^2 - 3x + 9a = 0$

$\Delta = 0 \longrightarrow 9 - 36a^2 = 0 \longrightarrow a^2 = \frac{1}{4}$

$a = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{2}x^2 - 3x + \frac{9}{2} = 0 \rightarrow x^2 - 6x + 9 = 0$, $(x-3)^2 = 0$, $x = 3$ در ربع سوم نیست

$a = -\frac{1}{2}$ ✓

(ج) گزینه

---

(۱۳۹)

اگر $D_{f(x)} = D_{f(Kx)}$ آنگاه دو حالت داریم:

۱) f ثابت است

۲) $K = 1$

$2a^2 - a - 6 = 0 \Leftarrow 2a^2 - a - 5 = 1$

$P = \frac{c}{a} = \frac{-6}{2} = -3$ (الف) گزینه

---

(۱۴۰)

$-\frac{b}{2a} = -\frac{1}{2} \rightarrow \Delta = 2a \rightarrow 1 - 8a^2 = 2a$

$\rightarrow 8a^2 + 2a - 1 = 0$

$\rightarrow a = \frac{-2 \pm \sqrt{4+32}}{16} = \frac{-2 \pm 6}{16}$ → $a = -\frac{1}{2}$ ✓ , $a = \frac{1}{4}$ ✗