

« حل و تحليل سوالات رياضى »

« كنكور تجربى ۱۴۰۳ »

« نوبت دوم تير ۱۴۰۳ »

استاد مصطفى احمدوند

۱۱۱- حاصل عبارت $\frac{\sqrt[3]{2\sqrt{8}}}{4}$ کدام است؟

$$\sqrt[3]{2\sqrt{2} \times 16}^{-\frac{4}{4}}$$

(۱) $16\sqrt{2}$ (۲) $16\sqrt[3]{2}$ (۳) $1\sqrt{2}$ (۴) $1\sqrt[3]{2}$

$$\begin{aligned} &= 2^{\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{1}{4}} \times 2^{\frac{1}{4}} \times 2^{\frac{1}{4}} \\ &= 2^{\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}} = 2^{\frac{3}{2}} = \sqrt[3]{2} \end{aligned}$$

استاد مصطفی احمدوند

۱۱۲- اعداد طبیعی طوری دسته‌بندی شده‌اند که در هر دسته، کوچک‌ترین عضو $\frac{1}{3}$ بزرگ‌ترین

عضو دسته است. میانگین اعضای دسته پنجم، کدام است؟

(۱) ۲۴۰

(۲) ۲۴۰,۵

(۳) ۲۴۲

(۴) ۲۴۲,۵

(۱, ۲, ۳)

(۴, ..., ۱۲)

(۱۳, ..., ۳۹)

(۴۰, ..., ۱۲۰)

(۱۲۱, ..., ۳۶۳) پنجم

$$\frac{121 + 363}{2} = 242$$

استاد مصطفی احمدوند

۱۱۳- در یک دنباله هندسی، جمله سوم جذر جمله چهارم و جمله پنجم برابر ۲۷ است.

جمله اول دنباله چقدر از $\frac{1}{2}$ کمتر است؟

④ $\frac{1}{6}$

$$\begin{aligned} (1) \quad \frac{5}{2} & \rightarrow a_1 r^4 = 27 \\ (2) \quad \frac{3}{2} & \rightarrow a_1 r^3 = a_1 r^4 \rightarrow 27 a_1 = a_1 r^4 \\ (3) \quad \frac{1}{2} & \rightarrow a_1 r^2 = \sqrt{a_1 r^4} \end{aligned}$$

$$a_1 r^3 = 27 \rightarrow 11 a_1 = 27 \rightarrow a_1 = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$$

استاد مصطفی احمدوند

۱۱۴- اگر $\sqrt{x+a} - \sqrt{x-4} = 2$ باشد، حاصل عبارت $\sqrt{x+a} + \sqrt{x-4} - 2$ کدام است؟

$\frac{a}{2}$ (۴)

A

$\frac{a}{4}$ (۳)

(۲)

(۱) صفر

$$x+a - x+4 = 2 \quad (A)$$

$$\frac{a+4}{2} = A$$

$$\frac{9}{2} + 2 - 2 = \frac{9}{2}$$

استاد مصطفی احمدوند

۱۱۵- بازه $(0, \frac{1}{2})$ ، بزرگ‌ترین بازه‌ای است که نمودار تابع $y = 2x^2 + \frac{3}{2}x + c$ پایین

نمودار تابع $y = \frac{x}{|x|}$ قرار می‌گیرد. مقدار c کدام است؟

$$-\frac{3}{8} \quad (4)$$

$$-\frac{1}{4} \quad (3)$$

$$-\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$-\frac{3}{4} \quad (1)$$

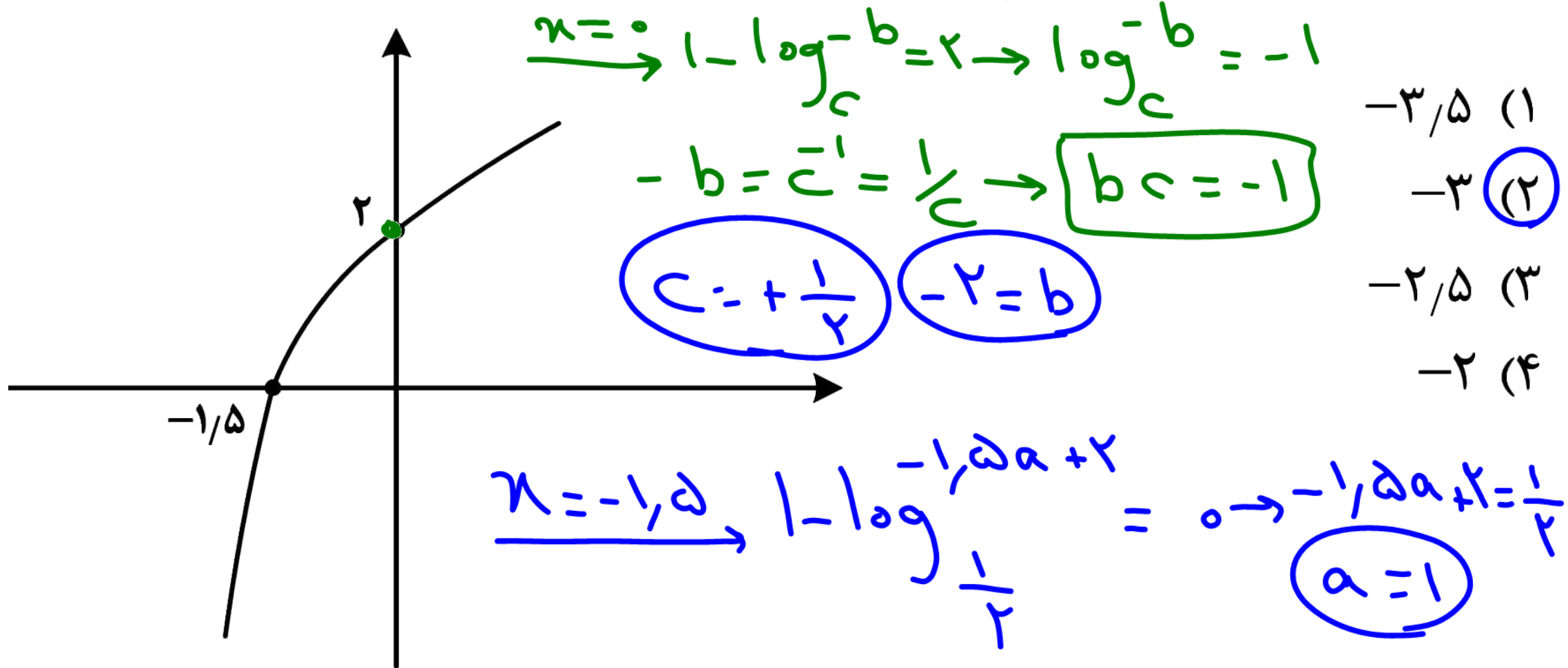
$$2x^2 + \frac{3}{2}x + c = 1$$

$$x = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{2} + \frac{3}{2} + c = 1 \rightarrow c = -\frac{1}{2}$$

استاد مصطفی احمدوند

۱۱۶- شکل زیر، نمودار تابع $y = 1 - \log_c(ax - b)$ است. اگر $b + c = -\frac{3}{2}$ باشد،

حاصل $(a + c)b$ کدام است؟



استاد مصطفی احمدوند

۱۱۷- اگر نقطه $(-\frac{1}{8}, -\frac{3}{5})$ روی تابع وارون تابع $y = \frac{x}{a + a|x|}$ باشد، مقدار a کدام است؟

۳/۵ (۴)

$$\left(-\frac{1}{8}, -\frac{3}{5}\right) \rightarrow \frac{-\frac{1}{8}}{a + a \cdot \frac{1}{8}} = -\frac{3}{5}$$

$$\frac{-\frac{1}{8}}{a + \frac{a}{8}} = -\frac{3}{5} \rightarrow \frac{1}{8} = \frac{3}{5} \left(a + \frac{a}{8}\right)$$

$$\frac{1}{8} = \frac{3}{5} \left(\frac{8a + a}{8}\right) = \frac{3}{5} \cdot \frac{9a}{8}$$

$$\frac{1}{8} = \frac{27a}{40}$$

$$\frac{1}{8} \cdot 40 = \frac{27a}{40} \cdot 40$$

$$5 = 27a$$

$$a = \frac{5}{27}$$

$\frac{5}{27}$ (۱)

استاد مصطفی احمدوند

۱۱۸- اگر $\frac{1 + \sin \alpha}{|\cos \alpha|} - \operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\sqrt{\cos^2 \alpha}}$ و $-\frac{1}{\cot \alpha} = \frac{|\sin \alpha|}{\cos \alpha}$ باشد،

$$|\cos \alpha|$$

انتهای کمان α در کدام ناحیه مثلثاتی است؟

(۴) اول

(۳) دوم

(۲) سوم

(۱) چهارم

$$\frac{1}{|\cos \alpha|} - \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

(۴) ۳

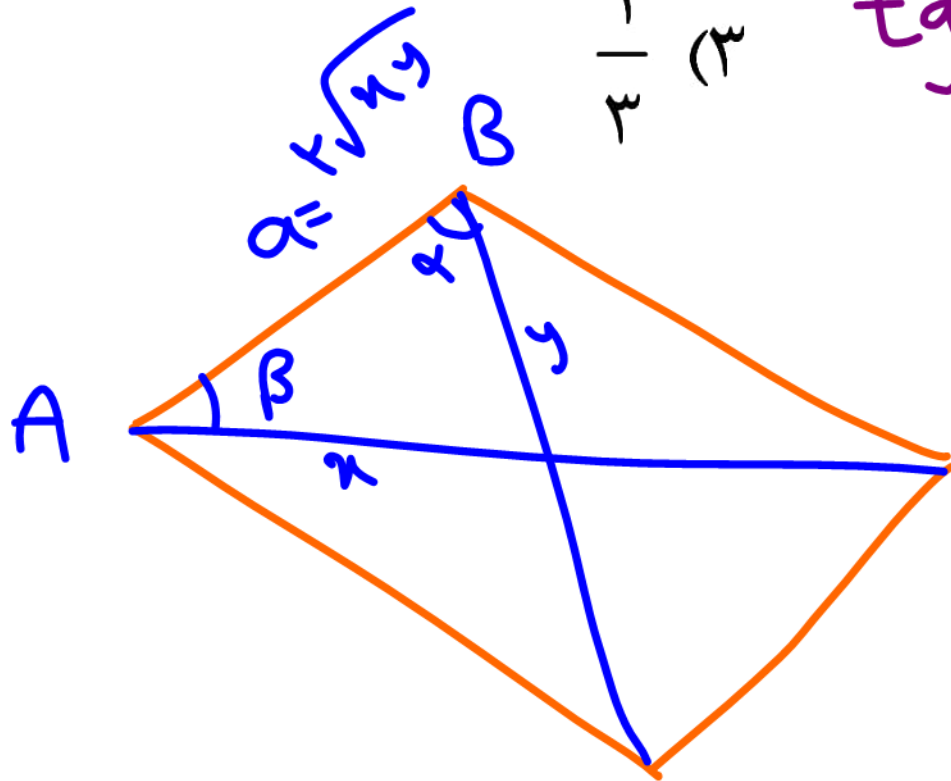
(۲) ۳

استاد مصطفی احمدوند

۱۱۹- در یک لوزی، اندازه هر ضلع برابر جذر حاصل ضرب طول قطرهای است. اگر A و B دو زاویه

مجاور لوزی باشند، مقدار مثبت تانژانت $(\frac{A-B}{2})$ کدام است؟

(۴) ۳



(۳) $\frac{1}{3}$

$$\text{tg}(\frac{3}{2}) = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \quad (2)$$

(۱) $\sqrt{3}$

$$a^2 = 2xy$$

$$a^2 = 2x a \cos \alpha \times a \sin \alpha$$

$$\frac{1}{2} = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \rightarrow \sin(2\alpha) = \frac{1}{2}$$

$$2\alpha = 30 \rightarrow \alpha = 15$$

$$2\beta = 150 \rightarrow \beta = 75$$

استاد مصطفی احمدوند

۱۲۰- اختلاف جواب‌های معادله مثلثاتی $\cos 2x = 3 \sin x - 1$ که در بازه $[0, \pi]$ قرار دارند، کدام است؟

www.konkur.in

$$\frac{2\pi}{3} \quad (4)$$

$$\frac{\pi}{6} \quad (3)$$

$$\frac{\pi}{3} \quad (2)$$

$$\frac{5\pi}{6} \quad (1)$$

$$1 - 2 \sin x - 3 \sin x + 1 = 0$$

$$2t^2 + 3t - 2 = 0$$

$$(2t - 1)(t + \frac{2}{3}) = 0$$

$$\sin x = \frac{1}{2}$$

$$\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$$

استاد مصطفی احمدوند

۱۲۱- دوره تناوب $f(x) = \frac{1}{2} - \sin \frac{2x}{a}$ برابر $\frac{\pi}{3}$ است. دوره تناوب $y = \cos ax$ کدام است؟

(۱) 3π

(۲) 4π

(۳) 6π

(۴) 12π

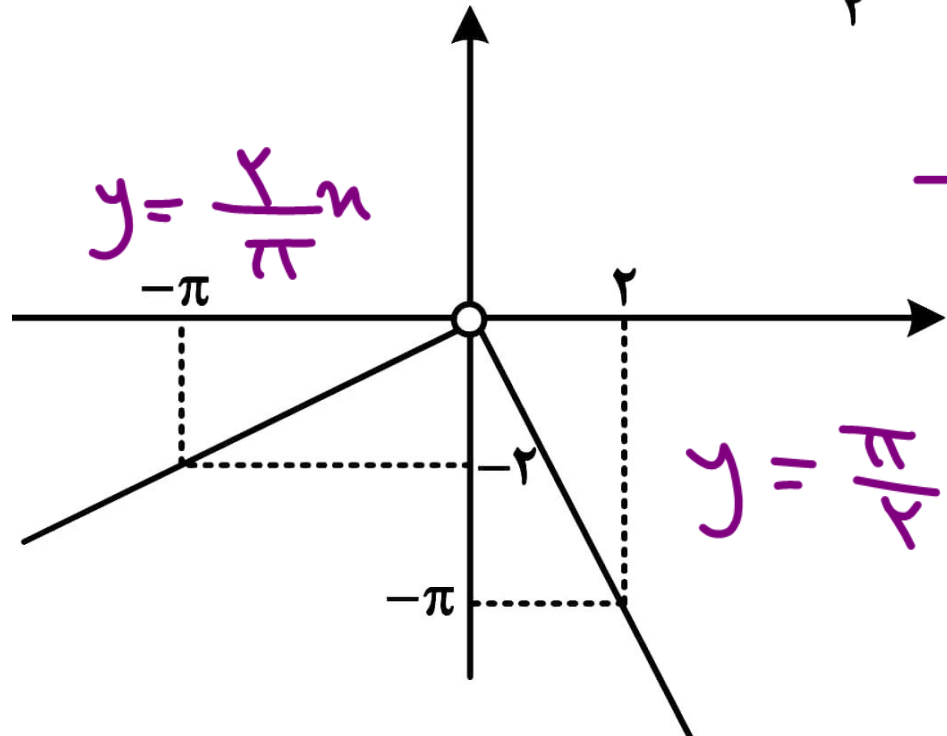
$$y = \cos\left(\frac{1}{3}x\right)$$

$$T = \frac{2\pi}{\frac{2}{a}} = \pi a = \frac{12}{3}$$

$$a = \frac{1}{3}$$

استاد مصطفی احمدوند

۱۲۲- شکل زیر، نمودار تابع f است. مقدار $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^-} \frac{\sin x}{|f(x)|} + \lim_{x \rightarrow (-\frac{\pi}{2})^+} \frac{|f(x)|}{\sin x}$ کدام است؟



$$y = \frac{2}{\pi}x$$

$$\frac{1}{\frac{2}{\pi} \cdot \frac{\pi}{2}} = \frac{3}{\frac{2}{\pi}} = 1$$

$$y = \frac{2}{\pi}x$$

$$1 - \frac{4}{\pi^2} \quad (1)$$

$$\frac{4}{\pi^2} - 1 \quad (2)$$

$$4\pi - \frac{1}{\pi^2} \quad (3)$$

$$4\pi + \frac{1}{\pi^2} \quad (4)$$

استاد مصطفی احمدوند

۱۲۳- اگر $\lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{f(x)}{\sin x} = -\infty$ باشد، کدام مورد می تواند ضابطه f باشد؟

$$3\left[\frac{x}{\pi}\right] + 1 \quad (2)$$

$$\left[\frac{2x}{\pi}\right] - 1 \quad (1)$$

$$\left[\frac{3x}{\pi}\right] - 3 \quad (4)$$

$$2\left[\frac{x}{\pi}\right] + 3 \quad (3)$$

$$f(\pi^-) < 0$$

استاد مصطفی احمدوند

۱۲۴- تابع غیر صفر $f(x) = a[x] + b[x + 1]$ در \mathbb{R} پیوسته است. مقدار $\frac{f(a)}{a}$ کدام است؟

(۴) $-\frac{1}{2}$

(۳) $\frac{1}{2}$

(۲) -1

(۱) 1

$$= \frac{b}{a} = -1$$

$$f(x) = a[x] + b[x] + b$$

$$a = -b$$

۱۲۵- خط مماس بر منحنی $f(x) = \sqrt{ax-1}$ در نقطه A از نقاط $(-1, 1)$ و $(2, 2)$ می‌گذرد. مقدار $f(5)$ کدام است؟

$$\frac{\sqrt{32}}{3} \quad (۴)$$

$$\downarrow \frac{\sqrt{23}}{2} \quad (۳)$$

$$y = \sqrt{2x-1}$$

۳ (۱)

$$\frac{1}{3}x + \frac{2}{3} = \sqrt{ax-1}$$

$$x + 2 = 3\sqrt{ax-1}$$

$$x^2 + 4x + 4 = 9ax - 9$$

$$x^2 + (4-9a)x + 13 = 0$$

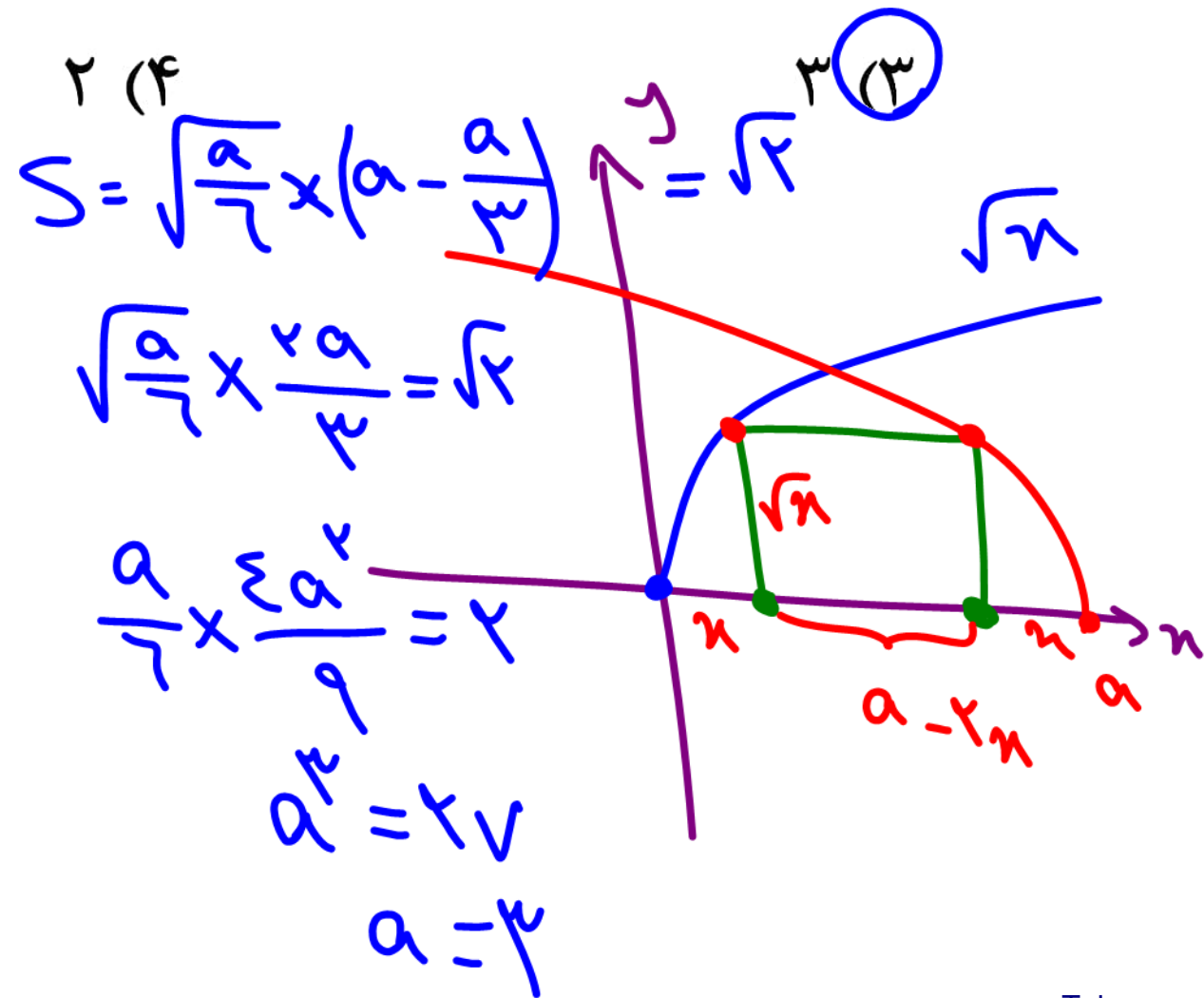
$$4-9a = 0$$

$$4-9a = -1 \rightarrow a = 2$$

استاد مصطفی احمدوند

۱۲۶- اگر مساحت بزرگ‌ترین مستطیلی که دو رأس آن بر محور Xها و دو رأس دیگر آن،

یکی بر $y = \sqrt{x}$ و دیگری بر $y = \sqrt{a-x}$ واقع است برابر $\sqrt{2}$ باشد، مقدار a کدام است؟



$$S = \sqrt{x} (a - 2x)$$

$$S' = \frac{1}{2\sqrt{x}} (a - 2x) + (-2)(\sqrt{x}) = 0$$

$$S' = \frac{a - 2x - 2x}{2\sqrt{x}} = 0 \rightarrow x = \frac{a}{4}$$

استاد مصطفی احمدوند

۱۲۷- اگر انحراف معیار داده‌های مثبت ۳، $2a$ و a برابر $\sqrt{14}$ باشد، مقدار $\frac{a}{3}$ کدام است؟

۶، ۱۲، ۳

۲ (۲)

۱/۵ (۱)
۴، ۵

۳/۵ (۳)
۱، ۵

۴ (۴)
۱۲

$$\bar{X} = \frac{21}{3} = 7$$

$$\sigma^2 = \frac{1 + 25 + 16}{3} = \frac{42}{3} = 14$$

$$\sigma = \sqrt{14}$$

استاد مصطفی احمدوند

۱۲۸- چند تابع ثابت با ۴ زوج مرتب می توان نوشت، به طوری که دامنه آن اعداد طبیعی

یک رقمی و بُرد آن اعداد زوج نامنفی یک رقمی باشند؟

$$(1) \quad (1, 0) \quad (2, 0) \quad (3, 0) \quad (4, 0)$$

$$(2) \quad 140$$

$$(3) \quad 630$$

$$(4) \quad 504$$

$$\binom{9}{4} \binom{5}{1}$$

$$= \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6}{4 \times 3 \times 2 \times 1} \times 5 = 126 \times 5 = 630$$

استاد مصطفی احمدوند

۱۲۹- دو تاس را پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال یکی از اعداد ظاهر شده، بزرگ‌تر از دیگری است؟

$$\frac{5}{6} \text{ (۴)}$$

$$\frac{1}{6} \text{ (۳)}$$

$$\frac{5}{12} \text{ (۲)}$$

$$\frac{7}{12} \text{ (۱)}$$

$$\frac{3}{3} = \frac{5}{6}$$

۱۳۰- احتمال کسب مدال دو ورزشکار یک تیم ملی در المپیک به ترتیب $\frac{1}{6}$ و $\frac{1}{4}$ است.

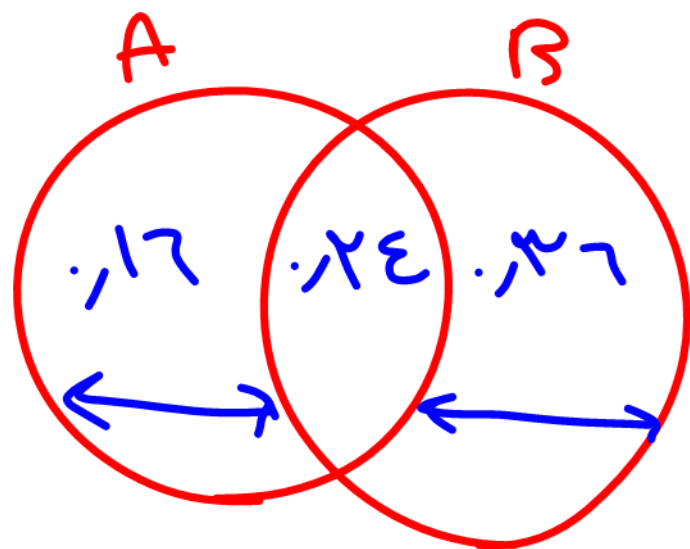
احتمال اینکه فقط یکی از این دو ورزشکار مدال کسب کند، چقدر است؟

$\frac{1}{36}$ (۴)

$\frac{1}{48}$ (۳)

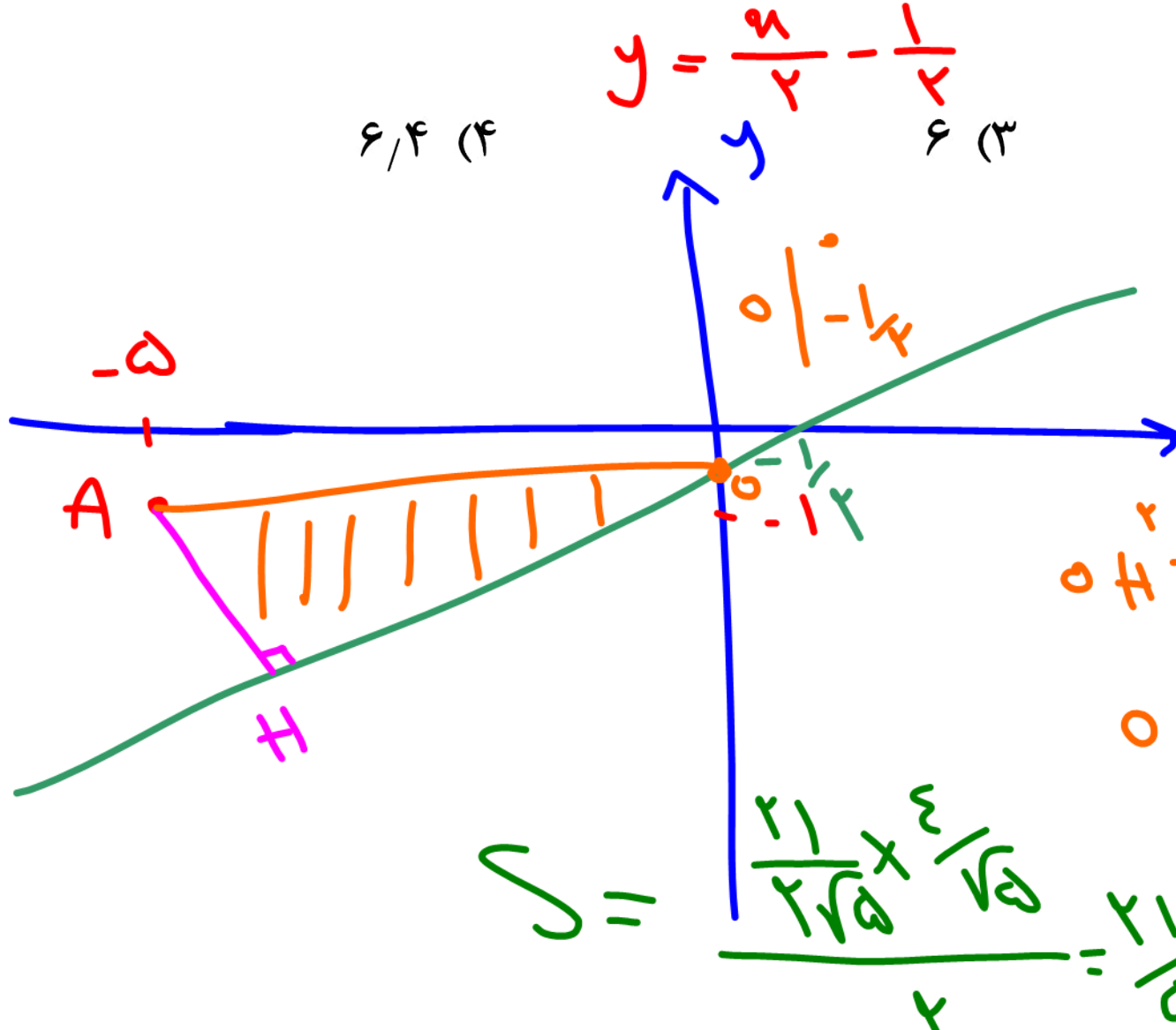
$\frac{1}{76}$ (۲)

$\frac{1}{52}$ (۱)



استاد مصطفی احمدوند

۱۳۱- نقطه $A(-5, -1)$ یک رأس مثلثی است که یک ضلع آن روی خط $x - 2y = 1$ قرار دارد. اگر طول یک ضلع برابر فاصله رأس A از این خط بوده و نقطه $(-4, -2)$ داخل این مثلث باشد، بیشترین مساحت چنین مثلثی در ناحیه سوم محورهای مختصات کدام است؟



$$AH = \frac{|-5 + 2 - 1|}{\sqrt{1 + 4}} = \frac{4}{\sqrt{5}}$$

$$OA = \sqrt{25 + 1} = \frac{\sqrt{26}}{2}$$

$$OH = \frac{1 \cdot 1 - 17}{5} = \frac{5 \cdot 5 - 74}{2} = \frac{21}{2}$$

$$S = \frac{\frac{21}{2} \times \frac{4}{\sqrt{5}}}{2} = \frac{21}{5} = 4,2$$

استاد مصطفی احمدوند

۱۳۲- نقاط M و N به ترتیب روی اضلاع AB و BC در مثل ABC انتخاب شده‌اند. اگر $2BN = 3NC$ و مساحت مثلث

$$\frac{BN}{NC} = \frac{3}{2}$$

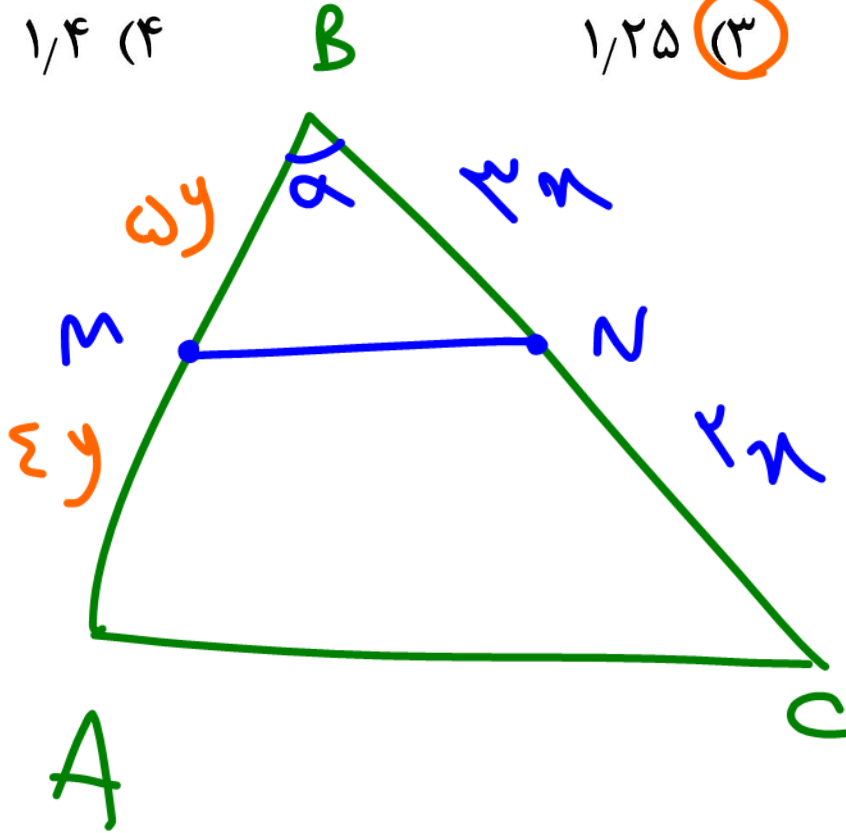
۱/۴ (۴)

ABC، برابر مساحت مثلث BMN باشد، مقدار $\frac{BM}{AM}$ کدام است؟

۱/۲۵ (۳) = ۱/۲۵

۰/۸ (۲)

۰/۷۵ (۱)



$$\frac{AB \times BC}{BM \times BN} = 4$$

$$\frac{AB}{BM} = \frac{9}{5}$$

استاد مصطفی احمدوند

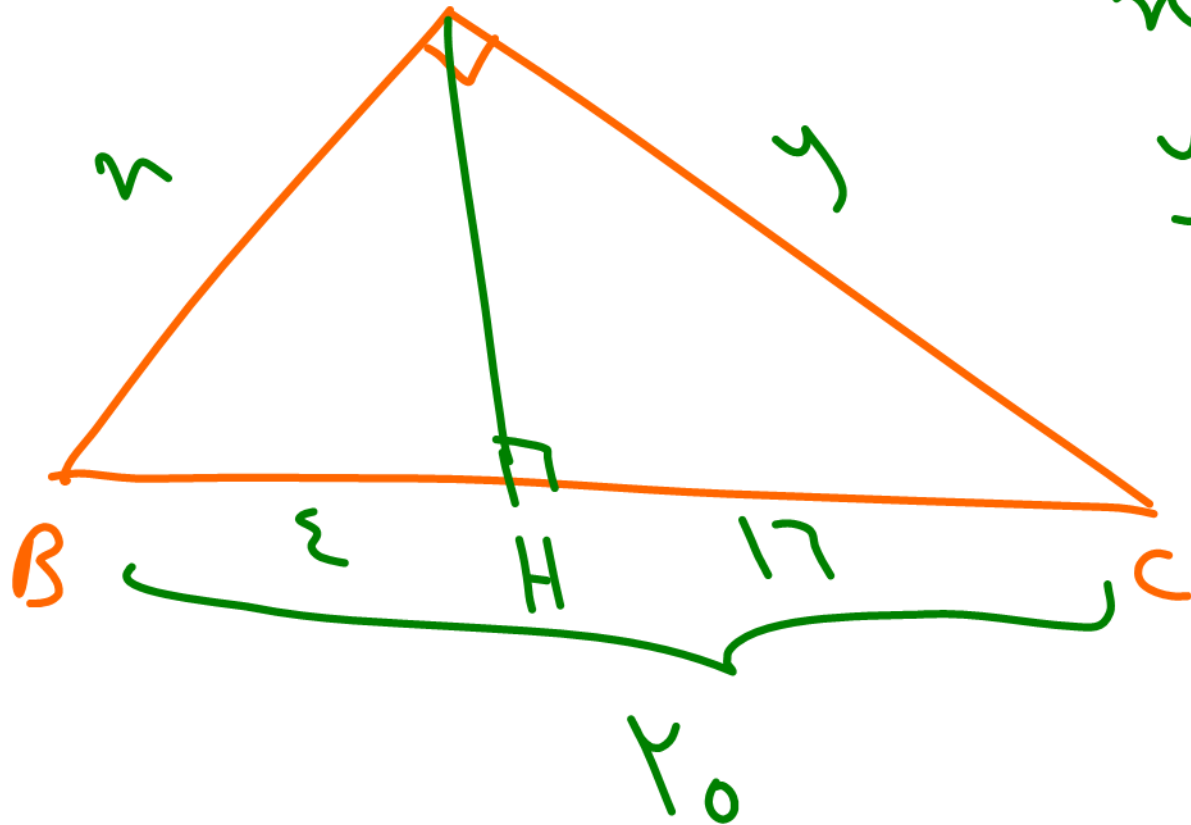
۱۳۳- در مثلث قائم‌الزاویه ABC ، نقطه H ، نقطه تلاقی ارتفاع وارد بر وتر است. اگر طول وتر 20 و کمترین فاصله H از رأس‌های مجاورش 4 باشد، نسبت طول اضلاع قائمه این مثلث کدام است؟

$$\frac{\sqrt{2}}{3} \quad (4)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (3)$$

$$3 \quad (2)$$

$$2 \quad (1)$$



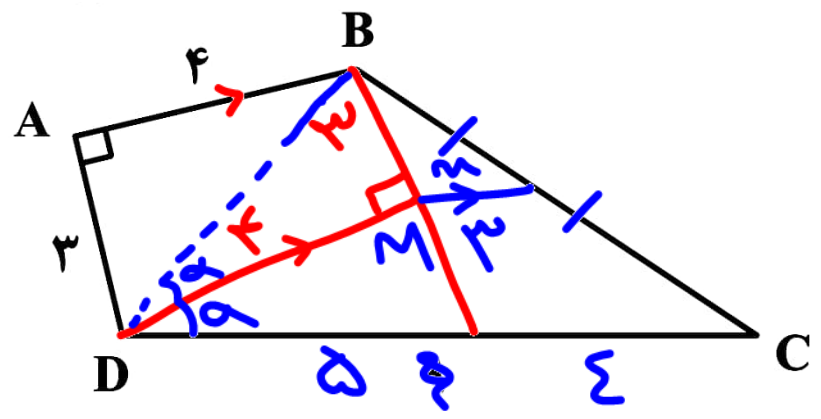
$$x^2 = 4 \times 20$$

$$y^2 = 16 \times 20$$

$$\frac{x^2}{y^2} = \frac{1}{4} \rightarrow \frac{x}{y} = \frac{1}{2}$$

استاد مصطفی احمدوند

۱۳۴- در چهارضلعی ABCD، از نقاط B و D دو پاره خط به ترتیب موازی AB و AD طوری رسم می کنیم تا یکدیگر را در نقطه M (درون چهارضلعی) قطع کنند. اگر $\widehat{BDC} = 2\widehat{BDM}$ باشد، فاصله نقطه M از وسط ضلع BC چقدر است؟



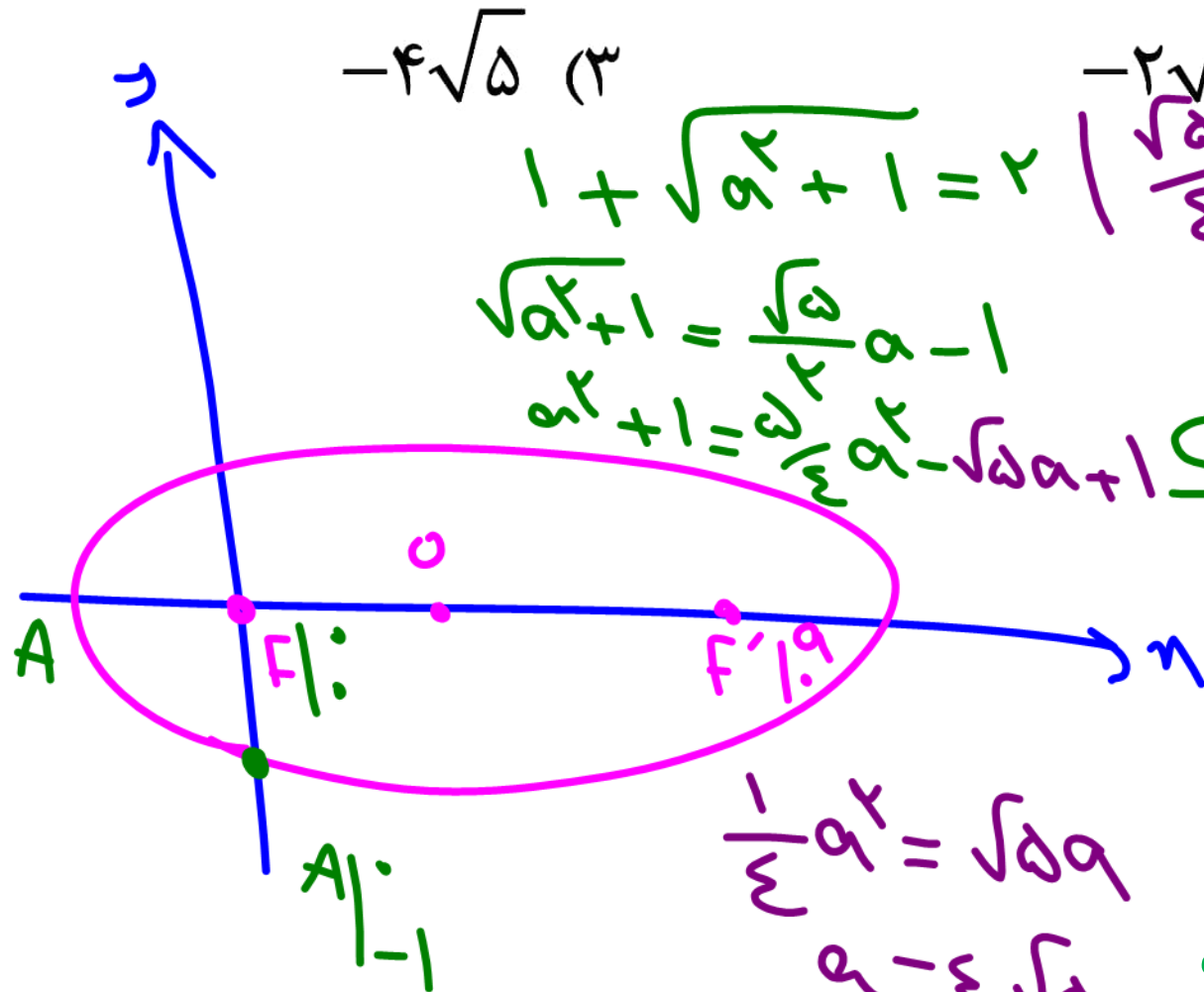
- (۱) ۱/۵
- (۲) ۲
- (۳) ۲/۵
- (۴) ۳

استاد مصطفی احمدوند

۱۳۵- نقاط $F(0,0)$ و $F'(a,0)$ کانون‌های یک بیضی و $A(0,-1)$ یک نقطه واقع بر آن است.

اگر خروج از مرکز بیضی برابر $\frac{2}{\sqrt{5}}$ باشد، مقدار a کدام است؟

$4\sqrt{5}$ (۴)



$-4\sqrt{5}$ (۳)

$-2\sqrt{5}$ (۲)

$2\sqrt{5}$ (۱)

$$1 + \sqrt{a^2 + 1} = 2 \quad \left(\frac{2}{\sqrt{5}} \right)$$

$$\sqrt{a^2 + 1} = \frac{\sqrt{5}}{2} a - 1$$

$$a^2 + 1 = \frac{5}{4} a^2 - \sqrt{5} a + 1$$

$$\frac{a}{4} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\frac{20a}{4} = \frac{2 \cdot 4}{\sqrt{5}}$$

$$\sqrt{5} a = 20$$

$$\frac{1}{4} a^2 = \sqrt{5} a$$

$$a = 4\sqrt{5}$$

استاد مصطفی احمدوند

۱۳۶- رابطه $f = \{(7, 1-3n^2), (1, -1), (2, n), (7, -2n), (\frac{1}{n}, 2)\}$ تابع است. مقدار تابع f در ۲، کدام است؟

۱ (۴)

-۱ (۳)

$\frac{1}{3}$ (۲)

$-\frac{1}{3}$ (۱)

$$1 - 3n^2 = -2n$$

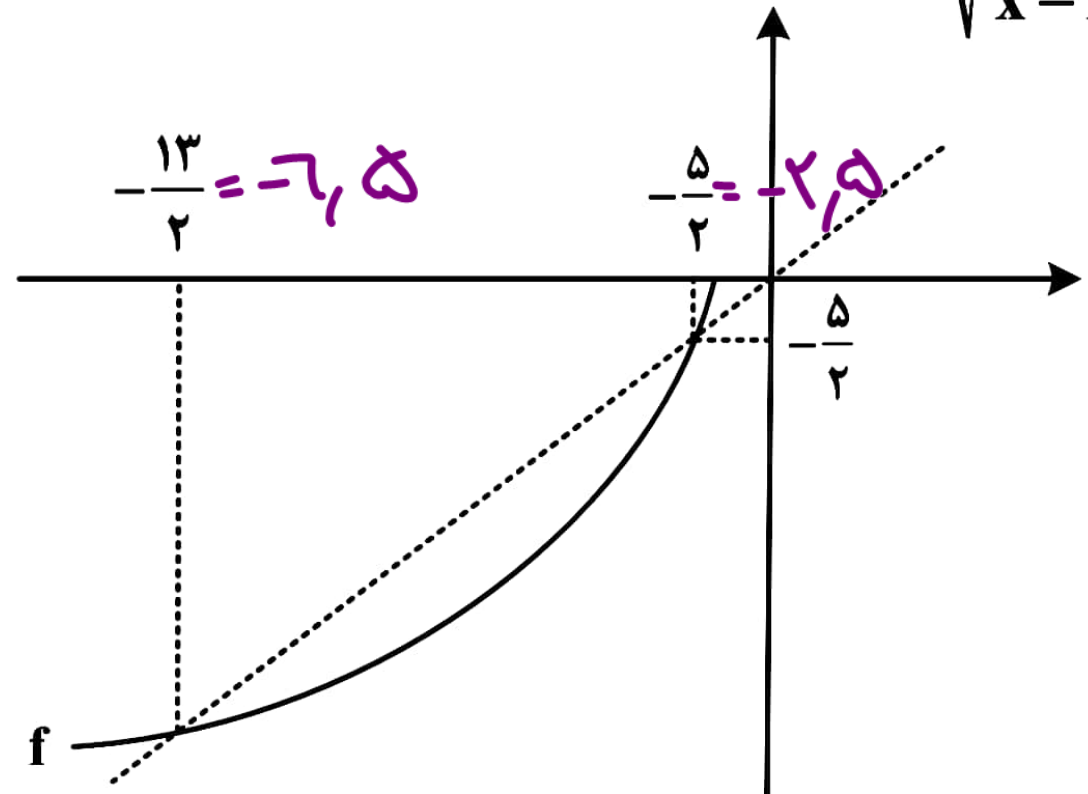
$$3n^2 - 2n - 1 = 0$$

$$n = 1, -\frac{1}{3}$$

~~۱~~ ✓

استاد مصطفی احمدوند

۱۳۷- شکل زیر، نمودار تابع f را نشان می‌دهد. دامنه تابع $y = \sqrt{\frac{f^{-1}(x)}{x - f^{-1}(x)}}$ شامل چند عدد صحیح است؟



$$\frac{f^{-1}(x)}{x - f^{-1}(x)} \geq 0$$

$$x \leq f^{-1}(x)$$

- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۴ (۳)
- ۵ (۴)

استاد مصطفی احمدوند

۱۳۸- سهمی $y = 2ax^2 - 5x + 11a$ در نقطه A بر نیمساز ناحیه سوم محورهای مختصات مماس است. مقدار a، کدام است؟

$$\frac{5}{2} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{2} \quad (۳)$$

$$-\frac{1}{2} \quad (۲)$$

$$-\frac{5}{2} \quad (۱)$$

$$2ax^2 - 5x + 11a = x$$

$$2ax^2 - 2x + 11a = 0$$

$$ax^2 - x + 9a = 0$$

$$\Delta = 9 - 4(a)(9a) = 0$$

$$1 - 4a^2 = 0 \rightarrow a^2 = \frac{1}{4} \rightarrow a = \pm \frac{1}{2}$$

استاد مصطفی احمدوند

۱۳۹- دامنه تابع $y = f(x)$ و $y = f(kx)$ برابر $[b, c]$ است. اگر $k = 2a^2 - a - 5$ باشد، حاصل ضرب مقادیر a کدام است؟

۲/۵ (۴)

-۲/۵ (۳)

۳ (۲)

-۳ (۱)

$$2a^2 - a - 5 = 1$$

$$2a^2 - a - 6 = 0$$

$$(2a + 3)(a - 2) = 0$$

$$a = -\frac{3}{2} \quad a = 2$$

استاد مصطفی احمدوند

۱۴۰- در یک دامنه محدود، برای چند مقدار مختلف a ، بیشترین مقدار سهمی $y = ax^2 + x + 2a$ برابر $-\frac{1}{2}$ است؟

۱ (۴)

۲ (۳)



۲ هیچ مقدار a

۳ (۱)

$$y = -\frac{\Delta}{2a} = -\frac{1 - 2(a)(2a)}{2a} = -\frac{1}{2}$$

$$-2a = 1 - 4a^2$$

$$4a^2 - 2a - 1 = 0$$

$$4a^2 - 2a - 1 = 0$$

$$(4a - 1)(a + 1) = 0$$

استاد مصطفی احمدوند