

۱۱۱ حاصل عبارت  $\frac{\sqrt[2]{2\sqrt{8}}}{\sqrt[2]{2\sqrt{2} \times 16}^{\frac{1}{4}}}$  کدام است؟

$8\sqrt{2}$  (۴) ✓

$8\sqrt{2}$  (۳)

$16\sqrt{2}$  (۲)

$16\sqrt{2}$  (۱)

$$\frac{\sqrt[3]{4\sqrt{2}}}{\sqrt{2} \times \frac{1}{\sqrt[4]{2^{12}}}} = \frac{\sqrt[3]{2^2 \times 2} \times \sqrt[3]{2} \times 2^3}{\sqrt{2} \times \frac{1}{2^3}} = 8\sqrt{2}$$

تیمی کاویانی

۱۱۲ اعداد طبیعی طوری دسته‌بندی شده‌اند که در هر دسته، کوچک‌ترین عضو  $\frac{1}{3}$  بزرگ‌ترین عضو دسته است. میانگین

اعضای دسته پنجم، کدام است؟

۲۴۲٫۵ (۴)

۲۴۲ (۳) ✓

۲۴۰٫۵ (۲)

۲۴۰ (۱)

$\{1, 2, 3\}$  ،  $\{4, 5, 6, \dots, 12\}$  ،  $\{13, 14, \dots, 39\}$  ،

$\{40, 41, \dots, 120\}$  ،  $\{121, 122, \dots, 363\}$

$$\bar{x} = \frac{121 + 363}{2} = \frac{484}{2} = 242.$$

۱۱۳ در یک دنباله هندسی، جمله سوم جذر جمله چهارم و جمله پنجم برابر ۲۷ است. جمله اول دنباله چقدر از  $\frac{1}{4}$  کمتر است؟

$$\frac{1}{6} \quad (4) \checkmark$$

$$\frac{1}{3} \quad (3)$$

$$\frac{3}{2} \quad (2)$$

$$\frac{5}{2} \quad (1)$$

$$a_3 = \sqrt{a_4} = \sqrt{a_3 \cdot q} \Rightarrow \sqrt{a_3} = \sqrt{q} \Rightarrow a_3 = q.$$

$$a_3 \cdot q^2 = 27 \Rightarrow a_3^3 = q^3 = 27 \Rightarrow a_3 = q = 3.$$

$$a_3 = 3.$$

$$a_4 = 1.$$

$$a_1 = \frac{1}{3}.$$

$$\frac{1}{4} - \frac{1}{3} = \frac{1}{4}.$$

۱۱۴ اگر  $\sqrt{x+a} - \sqrt{x-4} = 2$  باشد، حاصل عبارت  $\sqrt{x+a} + \sqrt{x-4} - 2$  کدام است؟

$$\frac{a}{2} \quad (\checkmark)$$

$$\frac{a}{4} \quad (3)$$

۱ (۲)

(۱) صفر

$$A - B = 2.$$

$$\underbrace{(A - B)}_2 (A + B) = A^2 - B^2 = (x + a) - (x - 4) = a + 4$$

$$\Rightarrow A + B = \frac{a + 4}{2} = \frac{a}{2} + 2.$$

$$\frac{a}{2} + 2 - 2 = \frac{a}{2}.$$

۱۱۵ بازه  $(0, \frac{1}{4})$ . بزرگ‌ترین بازه‌ای است که نمودار تابع  $y = 2x^2 + \frac{3}{2}x + c$  پایین نمودار تابع  $y = \frac{x}{|x|}$  قرار می‌گیرد.

مقدار  $c$  کدام است؟

$$-\frac{3}{8} \quad (4)$$

$$-\frac{1}{4} \quad (3) \checkmark$$

$$-\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$-\frac{3}{4} \quad (1)$$

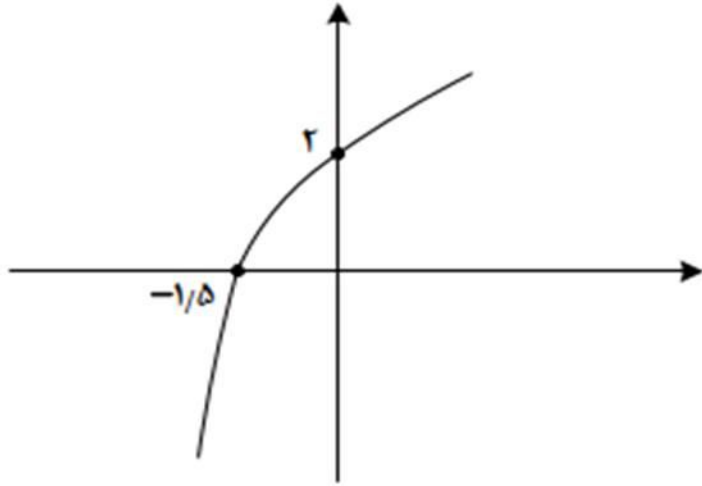
$$y = \frac{x}{|x|} \xrightarrow{\text{در بازه } (0, \frac{1}{4})} y = 1.$$

$$2x^2 + \frac{3}{2}x + c < 1 \Rightarrow 2x^2 + \frac{3}{2}x + c - 1 < 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \rightarrow 0 + 0 + c - 1 = 0 \\ x_2 = \frac{1}{4} \rightarrow \frac{1}{4} + \frac{3}{4} + c - 1 = 0 \end{cases}$$

$\Rightarrow c = 1 \cdot x$

$\Rightarrow c = -\frac{1}{4} \cdot \checkmark$

۱۱۶ شکل زیر. نمودار تابع  $y = 1 - \log_c(ax - b)$  است. اگر  $b + c = -\frac{3}{2}$  باشد. حاصل  $(a + c)b$  کدام است؟



- (۱)  $-3,5$   
 (۲)  $-3$  ✓  
 (۳)  $-2,5$   
 (۴)  $-2$

$$x = 0 \Rightarrow y = 2 \Rightarrow 1 - \log_c(-b) = 2 \Rightarrow \log_c(-b) = -1 \Rightarrow -b = \frac{1}{c} \Rightarrow b + c = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{b^2 - 1}{b} = \frac{3}{2} \Rightarrow b = 2c - \frac{1}{c}$$

$$x = -1,5 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow 1 - \log_c(-1,5a - b) = 0 \Rightarrow c = -1,5a - b$$

$$\text{if } b = 2 \Rightarrow c = -\frac{1}{2} \Rightarrow -\frac{1}{2} = -1,5a - 2 \Rightarrow a = -1 \Rightarrow (a + c)b = -3$$

۱۱۷ اگر نقطه  $(-\frac{1}{8}, -\frac{3}{5})$  روی تابع وارون تابع  $y = \frac{x}{a+a|x|}$  باشد، مقدار  $a$  کدام است؟

۳/۵ (۴)

۳ (۳) ✓

۵ (۲)

$\frac{5}{27}$  (۱)

$$\frac{-\frac{3}{5}}{a + \frac{3a}{5}} = -\frac{1}{8} \Rightarrow \frac{1a}{5} = \frac{24}{5} \Rightarrow a = 3.$$

تیمی کاویانی

۱۱۸ اگر  $\frac{1}{\sqrt{\cos^2 \alpha}} - \operatorname{tg} \alpha = \frac{1 + \sin \alpha}{|\cos \alpha|}$  و  $\frac{|\sin \alpha|}{\cos \alpha} = -\frac{1}{\cot \alpha}$  باشد، انتهای کمان  $\alpha$  در کدام ناحیه مثلثاتی است؟

(۴) اول

(۳) دوم

(۲) سوم ✓

(۱) چهارم

$$\frac{1}{|\cos \alpha|} - \frac{1 + \sin \alpha}{|\cos \alpha|} = \tan \alpha = \frac{-\sin \alpha}{|\cos \alpha|} \Rightarrow \cos \alpha < 0.$$

$$\frac{|\sin \alpha|}{\cos \alpha} = \frac{-\sin \alpha}{\cos \alpha} \Rightarrow \sin \alpha < 0.$$

$\alpha$  در ربع سوم قرار دارد.



۱۱۹ در یک لوزی، اندازه هر ضلع برابر جذر حاصل ضرب طول قطرهای است. اگر  $A$  و  $B$  دو زاویه مجاور لوزی باشند، مقدار

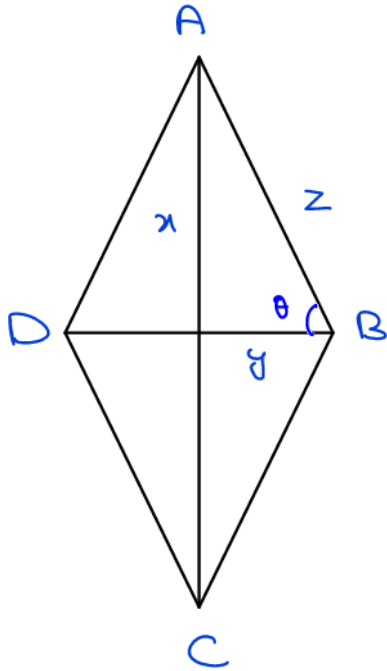
مثبت تانژانت  $(\frac{A-B}{2})$  کدام است؟

$$3 \text{ (f)}$$

$$\frac{1}{3} \text{ (r)}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} \text{ (r)}$$

$$\sqrt{3} \text{ (✓)}$$



$$x = \sin \theta \cdot z$$

$$y = \cos \theta \cdot z$$

$$\sqrt{4xy} = z = 2\sqrt{xy} = 2z \sqrt{\sin \theta \cdot \cos \theta} \Rightarrow \sin \theta \cdot \cos \theta$$

$$= \frac{1}{4} \Rightarrow \sin 2\theta = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \cot 2\theta = \sqrt{3}$$

$$\left( \frac{A-B}{2} \right) = \frac{A}{2} - \frac{B}{2} = (90 - \theta) - \theta = 90 - 2\theta \Rightarrow \tan(90 - 2\theta) = \cot 2\theta$$

۱۲۰ اختلاف جواب‌های معادله مثلثاتی  $\cos 2x = 3 \sin x - 1$  که در بازه  $[0, \pi]$  قرار دارند. کدام است؟

$$\frac{2\pi}{3} \quad (4) \quad \checkmark$$

$$\frac{\pi}{6} \quad (3)$$

$$\frac{\pi}{3} \quad (2)$$

$$\frac{5\pi}{6} \quad (1)$$

$$1 - 2 \sin^2 x = 3 \sin x - 1 \Rightarrow 2 \sin^2 x + 3 \sin x - 2 = 0 \Rightarrow \sin x = \frac{1}{2} \text{ یا } -2.$$

$$\Rightarrow x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}.$$

$$\frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{6} = \frac{4\pi}{6}.$$

۱۲۱ دوره تناوب  $f(x) = \frac{1}{2} - \sin \frac{2x}{a}$  برابر  $\frac{\pi}{3}$  است. دوره تناوب  $y = \cos ax$  کدام است؟

۱۲π (۴)

۶π (۳) ✓

۴π (۲)

۳π (۱)

$$\frac{\frac{2\pi}{2}}{|a|} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow |a| = \frac{1}{3}$$

$$\frac{2\pi}{|a|} = 4\pi$$

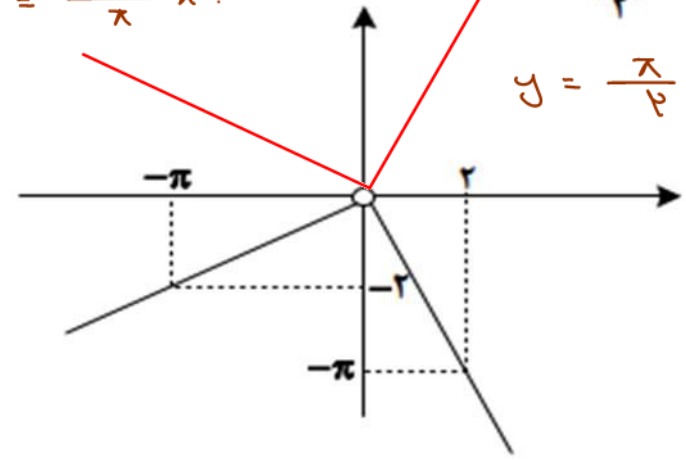
دستی کاپی بانی

شکل زیر، نمودار تابع  $f$  است. مقدار  $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^-} \frac{\sin x}{|f(x)|} + \lim_{x \rightarrow (-\frac{\pi}{2})^+} \frac{|f(x)|}{\sin x}$  کدام است؟

$y = \frac{-2}{\pi} x$

$y = \frac{\pi}{2} x$

$|f(x)| \leftarrow$



$1 - \frac{4}{\pi^2}$  (۱)

$\frac{4}{\pi^2} - 1$  (۲) ✓

$4\pi - \frac{1}{\pi^2}$  (۳)

$4\pi + \frac{1}{\pi^2}$  (۴)

$\frac{1}{\frac{2}{\pi^2}} + \frac{1}{-1} = \frac{4}{\pi^2} - 1$

تیک کاویانی

۱۲۳ اگر  $\lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{f(x)}{\sin x} = -\infty$  باشد، کدام مورد می تواند ضابطه  $f$  باشد؟

$\left[\frac{3x}{\pi}\right] - 3$  (۴) ✓

$2\left[\frac{x}{\pi}\right] + 3$  (۳)

$3\left[\frac{x}{\pi}\right] + 1$  (۲)

$\left[\frac{2x}{\pi}\right] - 1$  (۱)

نیکی کاویانی

۱۲۴ تابع غیر صفر  $f(x) = a[x] + b[x+1]$  در  $\mathbb{R}$  پیوسته است. مقدار  $\frac{f(a)}{a}$  کدام است؟

$$-\frac{1}{2} \text{ (۴)}$$

$$\frac{1}{2} \text{ (۳)}$$

$$-1 \text{ (۲) ✓}$$

$$1 \text{ (۱)}$$

$$f(x) = a[x] + b[x] + b \Rightarrow a = -b \Rightarrow f(x) = b = -a.$$

$$\frac{-9}{9} = -1.$$

۱۲۵ خط مماس بر منحنی  $f(x) = \sqrt{ax-1}$  در نقطه A از نقاط  $(-1, 1)$  و  $(2, 2)$  می‌گذرد. مقدار  $f(5)$  کدام است؟

$$\frac{\sqrt{32}}{3} \quad (4)$$

$$\frac{\sqrt{23}}{2} \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$3 \quad (1) \checkmark$$

$$y = \frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$$

$$\frac{x}{3} + \frac{4}{3} = \sqrt{ax-1} \xrightarrow[\text{داشته باشد}]{\text{باید ریشه مضاعف}} (x+4)^2 = 9(ax-1)$$

$$\Rightarrow x^2 + 14x + 16 = 9ax - 9 \Rightarrow x^2 + (14 - 9a)x + 25 = 0 \Rightarrow 14 - 9a = \pm 10$$

$$\Rightarrow a = \frac{-14}{9} \text{ یا } 2$$

$$f(5) = \sqrt{10-1} = 3$$

برای  $a = \frac{-14}{9}$  آنجا که  $x=5$  در دامنه

قمار نخواهد داشت  $\sqrt{ax-1}$

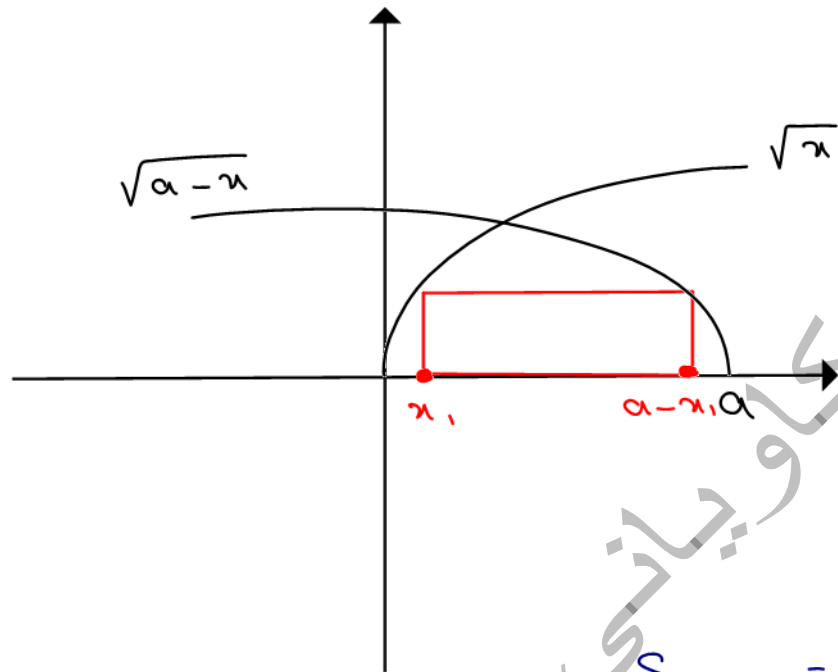
۱۲۶ اگر مساحت بزرگ‌ترین مستطیلی که دو رأس آن بر محور  $x$  ها و دو رأس دیگر آن، یکی بر  $y = \sqrt{x}$  و دیگری بر  $y = \sqrt{a-x}$  واقع است برابر  $\sqrt{2}$  باشد، مقدار  $a$  کدام است؟

۲ (۴)

۳ (۳) ✓

۴ (۲)

۶ (۱)



$$S = (a - 2x_1) \sqrt{x_1} = (a - 2t^2) t$$

$$= at - 2t^3 = 1 \quad S' = a - 6t^2 = 0$$

$$\Rightarrow t = \sqrt{\frac{a}{6}} = \sqrt{x_1} \Rightarrow x_1 = \frac{a}{6}$$

$$S_{\max} = \left(a - \frac{a}{3}\right) \sqrt{\frac{a}{6}} = \frac{2a}{3} \times \sqrt{\frac{a}{6}} = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \frac{2a^2}{9} \times \frac{a}{6} = 2 \Rightarrow a = 3$$



۱۲۷ اگر انحراف معیار داده‌های مثبت ۳،  $2a$  و  $a$  برابر  $\sqrt{14}$  باشد، مقدار  $\frac{a}{3}$  کدام است؟

۴ (۴)

۳/۵ (۳)

۲ (۲) ✓

۱/۵ (۱)

$$\bar{x} = a + 1.$$

$$S^2 = \frac{1 + a^2 + 1 - 2a + 4 + a^2 - 4a}{3} = \frac{2a^2 - 6a + 6}{3} = 14 \Rightarrow a^2 - 3a - 11 = 0$$

$$= (a - 4)(a + 3) \Rightarrow a = 4.$$

۱۲۸ چند تابع ثابت با ۴ زوج مرتب می توان نوشت، به طوری که دامنه آن اعداد طبیعی یک رقمی و بُرد آن اعداد زوج نامنفی یک رقمی باشند؟

۵۰۴ (۴)

۶۳۰ (۳) ✓

۸۴۰ (۲)

۱۰۵۰ (۱)

$$\binom{9}{4} \times 5 = \frac{9!}{5! \times 4!} \times 5 = \frac{4 \times 7 \times 8 \times 9}{4 \times 4} \times 5 = 126 \times 5 = 630.$$

تیمی کاویانی

۱۲۹ دو تاس را پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال یکی از اعداد ظاهر شده، بزرگ‌تر از دیگری است؟

$$\frac{5}{6} \quad (4) \quad \checkmark$$

$$\frac{1}{6} \quad (3)$$

$$\frac{5}{12} \quad (2)$$

$$\frac{7}{12} \quad (1)$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{30}{36} = \frac{5}{6}$$

تاس اول

تاس دوم (بنفشه)

۱

۵ حالت

۲

۴ حالت

۳

۳ حالت

۴

۲ حالت

۵

۱ حالت

۶

۰ حالت

$$\rightarrow 15 \times 2 = 30 \text{ حالت}$$

۱۳۰ احتمال کسب مدال دو ورزشکار یک تیم ملی در المپیک به ترتیب  $0/6$  و  $0/4$  است. احتمال اینکه فقط یکی از این

دو ورزشکار مدال کسب کند، چقدر است؟

$0/36$  (۴)

$0/48$  (۳)

$0/76$  (۲)

$0/52$  (۱) ✓

$$P(A \cap B) = 0/6 \times 0/4 = 0/24.$$

$$(0/6 - 0/24) + (0/4 - 0/24) = 0/36 + 0/16 = 0/52.$$

تستی کاوی بانی

۱۳۱) نقطه  $A(-5, -1)$  یک رأس مثلثی است که یک ضلع آن روی خط  $x - 2y = 1$  قرار دارد. اگر طول یک ضلع برابر فاصله رأس  $A$  از این خط بوده و نقطه  $B(-4, -2)$  داخل این مثلث باشد، بیشترین مساحت چنین مثلثی در ناحیه سوم محورهای مختصات کدام است؟

$$6,4 \quad (4)$$

$$6 \quad (3)$$

$$4,2 \quad (2) \quad \checkmark$$

$$4 \quad (1)$$

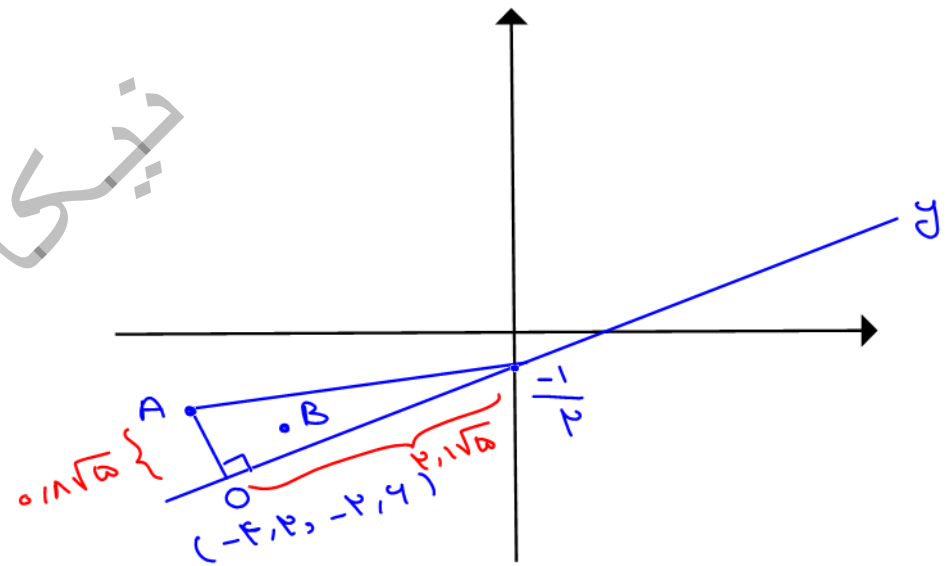
$$y = \frac{x}{2} - \frac{1}{2}$$

$$AO : y = -2x - 11$$

$$-2x - 11 = \frac{x}{2} - \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{4x}{2} = -10,5$$

$$\Rightarrow x = -\frac{21}{4}, y = -2,4$$

$$S = 0,1\sqrt{5} \times 2,1\sqrt{5} \times \frac{1}{2} = 4,2$$



۱۳۲ نقاط M و N به ترتیب روی اضلاع AB و BC در مثلث ABC انتخاب شده‌اند. اگر  $2BN = 3NC$  و مساحت مثلث

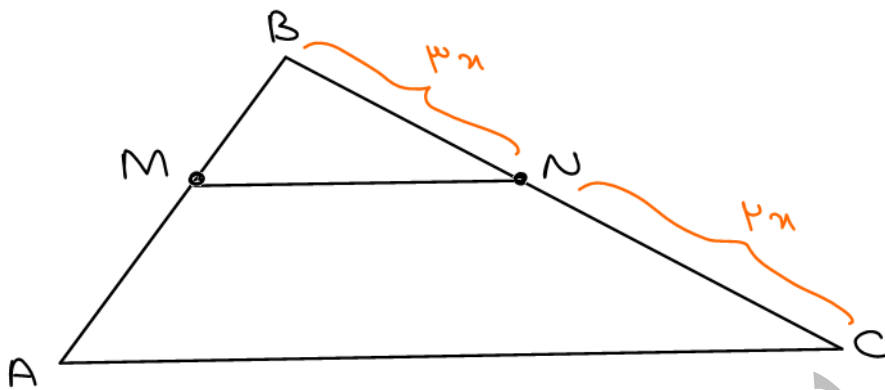
ABC، ۳ برابر مساحت مثلث BMN باشد، مقدار  $\frac{BM}{AM}$  کدام است؟

۱/۴ (۴)

۱/۲۵ (۳) ✓

۵/۸ (۲)

۵/۷۵ (۱)



$$\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle BMN}} = \frac{5x \cdot AB}{3x \cdot MB} = 3 \Rightarrow \frac{AB}{MB} = \frac{9}{5}$$

$$\Rightarrow MB = 5y, AM = 4y.$$

۱۳۳ در مثلث قائم‌الزاویه ABC، نقطه H، نقطه تلاقی ارتفاع وارد بر وتر است. اگر طول وتر ۲۰ و کمترین فاصله H از رأس‌های مجاورش ۴ باشد، نسبت طول اضلاع قائمه این مثلث کدام است؟

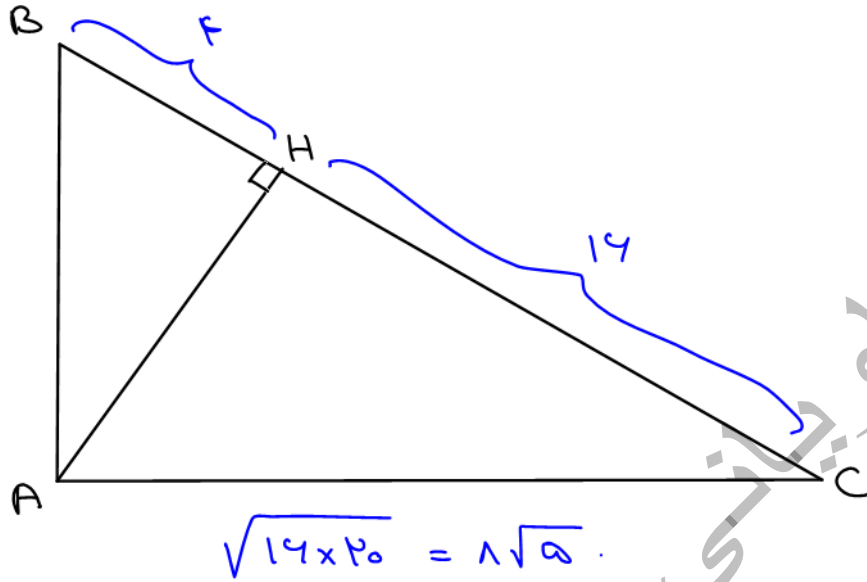
$\frac{\sqrt{2}}{3}$  (۴)

$\frac{\sqrt{3}}{2}$  (۳)

۳ (۲)

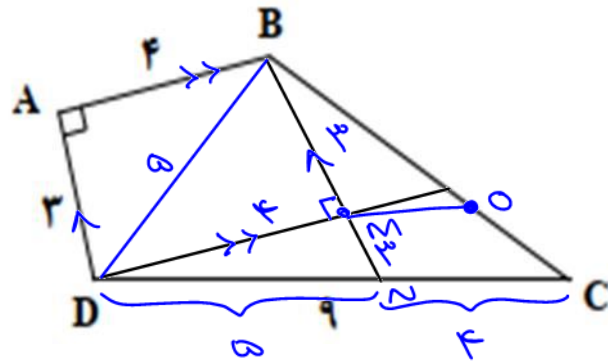
۲ (۱) ✓

$\sqrt{4 \times 20}$   
 $= 4\sqrt{5}$



تیک کاؤپینزی

۱۳۴ در چهارضلعی ABCD، از نقاط B و D دو پاره خط به ترتیب موازی AD و AB طوری رسم می کنیم تا یکدیگر را در نقطه M (درون چهارضلعی) قطع کنند. اگر  $\hat{BDC} = 2\hat{BDM}$  باشد، فاصله نقطه M از وسط ضلع BC چقدر است؟



۱/۵ (۱)

۲ (۲) ✓

۲/۵ (۳)

۳ (۴)

$$\triangle BNC : \text{تالس} \rightarrow \frac{BM}{BN} = \frac{MO}{NC} = \frac{1}{4} \Rightarrow MO = 2.$$



۱۳۵ نقاط  $F(0,0)$  و  $F'(a,0)$  کانون‌های یک بیضی و  $A(0,-1)$  یک نقطه واقع بر آن است. اگر خروج از مرکز بیضی

برابر  $\frac{2}{\sqrt{5}}$  باشد، مقدار  $a$  کدام است؟

$$4\sqrt{5} \quad (4)$$

$$-4\sqrt{5} \quad (3)$$

$$-2\sqrt{5} \quad (2)$$

$$2\sqrt{5} \quad (1)$$

قطر بزرگ =  $2a$ .

$$1 + \sqrt{a^2 + 1} = 2a = \frac{a\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \sqrt{a^2 + 1} = \frac{a\sqrt{5} - 2}{2} \Rightarrow 4a^2 + 4 = 5a^2 - 4\sqrt{5}a + 4$$

$$\Rightarrow a^2 = 4\sqrt{5}a \Rightarrow a = 4\sqrt{5}$$

$$\frac{a}{2a} = \frac{2}{\sqrt{5}} \Rightarrow 2a = \frac{a\sqrt{5}}{2}$$

۱۳۶ رابطه  $f = \{(7, 1-3n^2), (1, -1), (2, n), (7, -2n), (\frac{1}{n}, 2)\}$  تابع است. مقدار تابع  $f$  در ۲. کدام است؟

۱ (۴)

-۱ (۳)

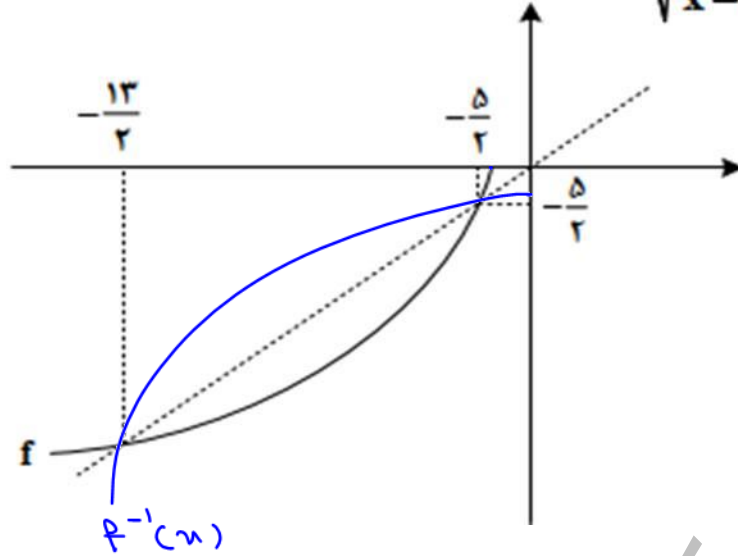
 $\frac{1}{3}$  (۲) $-\frac{1}{3}$  (۱) ✓

$$1 - 3n^2 = -2n \Rightarrow 3n^2 - 2n - 1 = 0 \Rightarrow n = -\frac{1}{3}, 1.$$

$$\frac{1}{n} = 1.$$

تستی کاویانی

۱۳۷ شکل زیر. نمودار تابع  $f$  را نشان می‌دهد. دامنه تابع  $y = \sqrt{\frac{f^{-1}(x)}{x - f^{-1}(x)}}$  شامل چند عدد صحیح است؟



۱ (۱)

۲ (۲)

۴ (۳) ✓

۵ (۴)

$$x - f^{-1}(x) < 0 \Rightarrow x < f^{-1}(x) \Rightarrow D_y = \left( -\frac{13}{2}, -\frac{5}{2} \right)$$

$$(-4, 5, -2, 5)$$

۱۳۸ سهمی  $y = 2ax^2 - 5x + 18a$  در نقطه A بر نیمساز ناحیه سوم مختصات مماس است. مقدار a، کدام است؟

$$\frac{5}{2} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{2} \quad (۳)$$

$$-\frac{1}{2} \quad (۲) \quad \checkmark$$

$$-\frac{5}{2} \quad (۱)$$

$$y' = 4ax - 5 = 1 \Rightarrow ax = \frac{3}{2} \Rightarrow 4a^2 = \frac{3}{2} \Rightarrow a = \pm \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{ناحیه سوم}} a = -\frac{1}{2}$$

$$2ax^2 - 5x + 18a = x \Rightarrow 2ax^2 - 6x + 18a = 0 \Rightarrow x = 3a$$

۱۳۹ دامنه تابع  $y = f(x)$  و  $y = f(kx)$  برابر  $[b, c]$  است. اگر  $k = 2a^2 - a - 5$  باشد. حاصل ضرب مقادیر  $a$  کدام است؟

$$2, 5 \quad (4)$$

$$-2, 5 \quad (3)$$

$$3 \quad (2)$$

$$-3 \quad (1) \checkmark$$

$$k = 1 = 2a^2 - a - 5 \Rightarrow 2a^2 - a - 6 = 0 = (a - 2)(2a + 3) \Rightarrow a = 2 \text{ یا } -\frac{3}{2}$$

$$\frac{2}{2} = \frac{-3}{2} = -\frac{3}{2}$$

۱۴۰ در یک دامنه محدود، برای چند مقدار مختلف  $a$ ، بیشترین مقدار سهمی  $y = ax^2 + x + 2a$  برابر  $-\frac{1}{2}$  است؟

۱ (۴) ✓

۲ (۳)

۳ هیچ مقدار  $a$

۴ (۱)

$$\frac{-\Delta}{4a} = \frac{1a^2 - 1}{4a} = \frac{-1}{2} \Rightarrow 1a^2 + 2a - 1 = 0 = (1a - 1)(a + 1)$$

$$\Rightarrow a = \frac{1}{1} \quad \checkmark \quad - \frac{1}{1}$$

← از آن جایی که می‌خواهیم تابع ماکسیمم داشته باشد،  $a$  باید منفی باشد.