

@AlizadeMath

دبیر ریاضی اردبیل

0910-680-2582

۱۱۱- حاصل عبارت $\frac{\sqrt[3]{2\sqrt{8}}}{\sqrt[3]{2\sqrt{2} \times 16}^{\frac{3}{4}}}$ کدام است؟

$\sqrt[3]{2}$ (۴) $\sqrt[3]{2}$ (۳) $16\sqrt[3]{2}$ (۲) $16\sqrt[3]{2}$ (۱)

$$= \frac{(2 \times 2^{\frac{3}{2}})^{\frac{1}{3}}}{(2 \times 2^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{3}} \times 2^{-3}} = \frac{2^{\frac{5}{4}}}{2^{\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} - 3}} = \frac{2^{\frac{5}{4}}}{2^{-\frac{8}{3}}} = 2^{\frac{5}{4} + \frac{8}{3}} = 2^{\frac{53}{12}}$$

$$= 2^{\frac{53}{12}} = 2^{\frac{5}{4} + \frac{8}{3}} = 2^{\frac{53}{12}}$$

۱۱۲- اعداد طبیعی طوری دسته بندی شده اند که در هر دسته، کوچک ترین عضو $\frac{1}{3}$ بزرگ ترین عضو دسته است. میانگین

اعضای دسته پنجم، کدام است؟

- $242,5$ (۴) 242 (۳) $240,5$ (۲) 240 (۱)

$1, 2, 3$
 $4, 5, 6, \dots, 12$
 $13, \dots, 39$
 $40, \dots, 120$
 $121, \dots, 363 \rightarrow \frac{121 + 363}{2} = 242$

۱۱۳- در یک دنباله هندسی، جمله سوم جذر جمله چهارم و جمله پنجم برابر ۲۷ است. جمله اول دنباله چقدر از $\frac{1}{3}$ کمتر است؟

- $\frac{1}{6}$ (۴) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{5}{2}$ (۱)

$t_1 = ?$ $t_3 = 27$ $t_5 = 27$
 $\frac{1}{3} \leftarrow 1 \leftarrow 3$ 9 27 $t_5 = 27 t_3$
 $t_3 = 3$

$\frac{1}{6} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

۱۱۴ - اگر $\sqrt{x+a} - \sqrt{x-4} = 2$ باشد، حاصل عبارت $\sqrt{x+a} + \sqrt{x-4} - 2$ کدام است؟

$$\frac{a}{2} \quad (4)$$

$$\frac{a}{4} \quad (3)$$

$$1 \quad (2)$$

$$\text{صفر} \quad (1)$$

$$A \times B = a + a - (a - 4) = a + 4 = 2 \times A$$

$$A - 2 = \frac{a + 4}{2} - 2 = \frac{a}{2}$$

۱۱۵ - بازه $(0, \frac{1}{4})$ ، بزرگ‌ترین بازه‌ای است که نمودار تابع $y = 2x^2 + \frac{3}{4}x + c$ پایین نمودار تابع $y = \frac{x}{|x|}$ قرار می‌گیرد.

مقدار c کدام است؟

$$-\frac{3}{8} \quad (4)$$

$$-\frac{1}{4} \quad (3)$$

$$-\frac{1}{2} \quad (2)$$

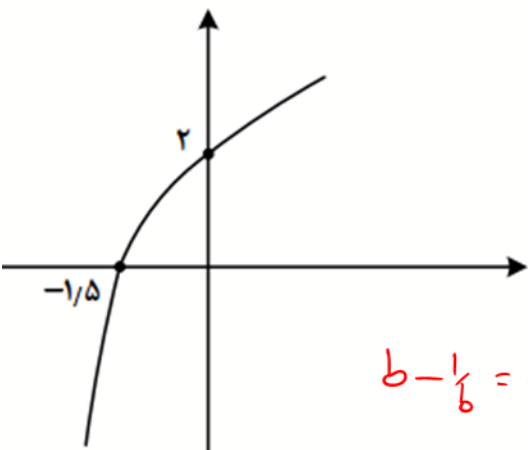
$$-\frac{3}{4} \quad (1)$$

$$2x^2 + \frac{3}{4}x + c < \frac{x}{|x|} = 1 \rightarrow 2x^2 + \frac{3}{4}x + c - 1 < 0$$

$$2\left(\frac{1}{4}\right)^2 + \frac{3}{4}\left(\frac{1}{4}\right) + c - 1 = 0 \quad \frac{1}{4} \text{ به عبارت فوق بیاور}$$

$$c = -\frac{1}{8}$$

۱۱۶ - شکل زیر، نمودار تابع $y = 1 - \log_c(ax - b)$ است. اگر $b + c = -\frac{3}{4}$ باشد، حاصل $(a + c)b$ کدام است؟



$$0 = 1 - \log_c(-1/5a - b) \rightarrow -1/5a - b = c \quad (2)$$

$$2 = 1 - \log_c^{-b} \rightarrow \log_c^{-b} = -1 \quad (3)$$

$$\rightarrow -b = c^{-1} \rightarrow c = -\frac{1}{b} \quad (4)$$

$$b - \frac{1}{b} = -\frac{3}{4} \rightarrow b^2 + \frac{3}{4}b - 1 = 0 \rightarrow b = -\frac{1}{2}, \frac{1}{4} \rightarrow c = \frac{1}{4}$$

$$(a + c)b = (1 + \frac{1}{4})(-\frac{1}{2}) = -\frac{3}{4} \quad a = 1$$

۱۱۷ - اگر نقطه $(-\frac{1}{8}, -\frac{3}{5})$ روی تابع وارون تابع $y = \frac{x}{a + a|x|}$ باشد، مقدار a کدام است؟

$$\frac{3}{5} \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

$$5 \quad (2)$$

$$\frac{5}{27} \quad (1)$$

$$-\frac{1}{8} = \frac{-\frac{3}{5}}{a(1 + \frac{3}{5})} \rightarrow -\frac{1}{8} = \frac{-\frac{3}{5}}{a \times (\frac{8}{5})} \rightarrow a = 3$$

۱۱۸- اگر $\frac{1+\sin \alpha}{|\cos \alpha|} = \text{tg} \alpha = \frac{1}{\sqrt{\cos^2 \alpha}}$ و $\frac{|\sin \alpha|}{\cos \alpha} = -\frac{1}{\cot \alpha}$ باشد، انتهای کمان α در کدام ناحیه مثلثاتی است؟

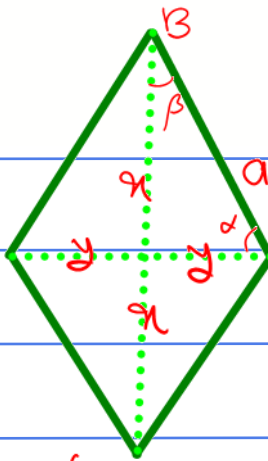
اول (۴) دوم (۳) سوم (۲) چهارم (۱)

(۱) $\frac{1}{|\cos \alpha|} - \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{1}{|\cos \alpha|} + \frac{\sin \alpha}{|\cos \alpha|} \rightarrow |\cos \alpha| = -\cos \alpha \rightarrow \cos < 0$

(۲) $\frac{|\sin \alpha|}{\cos \alpha} = \frac{-1}{\cot \alpha} = \frac{-\sin \alpha}{\cos \alpha} \rightarrow |\sin \alpha| = -\sin \alpha \rightarrow \sin < 0$

۱۱۹- در یک لوزی، اندازه هر ضلع برابر جذر حاصل ضرب طول قطرهای آن است. اگر A و B دو زاویه مجاور لوزی باشند، مقدار

مثبت تانژانت $(\frac{A-B}{2})$ کدام است؟ $\tan(\alpha-\beta)$



$a = \sqrt{(x_1)^2 + (y_1)^2} = 2\sqrt{xy} \rightarrow x^2 + y^2 = 4xy \rightarrow (x/y)^2 - 4(x/y) + 1 = 0$

$t^2 - 4t + 1 = 0 \rightarrow t = \frac{4 \pm \sqrt{16-4}}{2} = 2 \pm \sqrt{3}$

$x/y > 1 \rightarrow x/y = 2 + \sqrt{3} = \tan \alpha$

$\tan(\frac{A-B}{2}) = \tan(\alpha-\beta) = \tan(2\alpha-90^\circ) = \cot 2\alpha = \frac{1}{\tan 2\alpha}$

$\alpha + \beta = 90^\circ \rightarrow \beta = 90^\circ - \alpha$

$\rightarrow \tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} = \frac{2(2+\sqrt{3})}{1 - (2+\sqrt{3})^2} = -\frac{1}{\sqrt{3}} \rightarrow \tan(\frac{A-B}{2}) = \sqrt{3}$

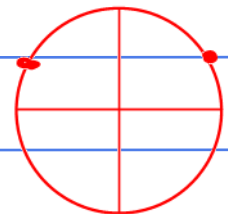
۱۲۰- اختلاف جوابهای معادله مثلثاتی $\cos 2x = 3 \sin x - 1$ که در بازه $[0, \pi]$ قرار دارند، کدام است؟

$\frac{2\pi}{3}$ (۴) $\frac{\pi}{6}$ (۳) $\frac{\pi}{3}$ (۲) $\frac{5\pi}{6}$ (۱)

$1 - 2 \sin^2 x = 3 \sin x - 1 \rightarrow 2 \sin^2 x + 3 \sin x - 2 = 0$

$\rightarrow \sin x = \frac{-3 \pm \sqrt{9+16}}{4} = \begin{cases} \frac{1}{2} \\ -2 \end{cases} \rightarrow x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$

$\frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{6} = \frac{4\pi}{6} = \frac{2\pi}{3}$



۱۲۵- خط مماس بر منحنی $f(x) = \sqrt{ax-1}$ در نقطه A از نقاط $(-1,1)$ و $(2,2)$ می‌گذرد. مقدار $f(\Delta)$ کدام است؟

$\frac{\sqrt{22}}{3}$ (۴) $\frac{\sqrt{22}}{2}$ (۳) ۲ (۲) ۳ (۱)

$$y-1 = \frac{2-1}{2+1}(x+1) \rightarrow y = \frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$$

$$f'(x) = \frac{a}{2\sqrt{ax-1}} = \frac{1}{3}$$

$$\rightarrow \frac{a}{2} = \frac{1}{3} \rightarrow a = \frac{2}{3}$$

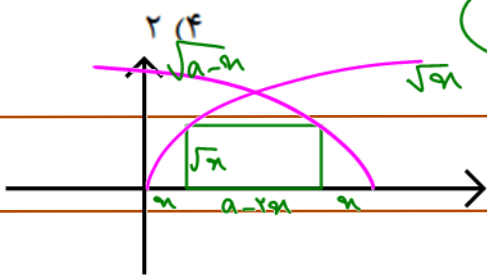
$$\frac{a}{2\sqrt{a(\frac{2}{3}a-1)-1}} = \frac{1}{3} \rightarrow \frac{a^2}{\frac{2}{3}a^2 - \frac{4}{3}a - 1} = \frac{4}{9}$$

$$\rightarrow 9a^2 = 18a^2 - 12a - 4 \rightarrow 9a^2 - 12a - 4 = 0 \rightarrow a = \frac{1 + \sqrt{48+36}}{3}$$

$$f(\Delta) = \sqrt{2 \times \frac{2}{3} - 1} = \frac{2}{3}$$

۱۲۶- اگر مساحت بزرگ‌ترین مستطیلی که دو رأس آن بر محور xها و دو رأس دیگر آن، یکی بر $y = \sqrt{x}$ و دیگری بر

$y = \sqrt{a-x}$ واقع است برابر $\sqrt{2}$ باشد، مقدار a کدام است؟



$$\rightarrow S = \sqrt{x}(a-x) = a\sqrt{x} - x\sqrt{x}$$

$$S' = \frac{a}{2\sqrt{x}} - \frac{3}{2}x\sqrt{x} = \frac{a-3x^2}{2\sqrt{x}}$$

$$S' = 0 \rightarrow x = \frac{a}{3}$$

$$\rightarrow S = \sqrt{\frac{a}{3}}(a - \frac{2a}{3}) = \sqrt{2}$$

$$\rightarrow \sqrt{\frac{a}{3}}(\frac{a}{3}) = \sqrt{2} \rightarrow a = 6$$

۱۲۷- اگر انحراف معیار داده‌های مثبت ۳، ۲a و a برابر $\sqrt{14}$ باشد، مقدار $\frac{a}{3}$ کدام است؟

۴ (۴)

۳/۵ (۳)

۲ (۲)

۱/۵ (۱)

$$\bar{x} = \frac{3a+3}{3} = a+1 \rightarrow \sigma^2 = \frac{(1)^2 + (a-1)^2 + (a-1)^2}{3}$$

$$\sigma = \sqrt{14} \rightarrow (a-1)^2 + (a-1)^2 + 1 = 3 \times 14 \rightarrow$$

$$\rightarrow 2a^2 - 4a + 4 = 42 \rightarrow 2a^2 - 4a - 38 = 0$$

$$\rightarrow a^2 - 2a - 19 = 0 \rightarrow (a-4)(a+15) = 0 \rightarrow \begin{cases} a = 4 \checkmark \\ a = -15 \end{cases}$$

۱۲۸- چند تابع ثابت با ۴ زوج مرتب می توان نوشت، به طوری که دامنه آن اعداد طبیعی یک رقمی و برد آن اعداد زوج نامنفی یک رقمی باشند؟

۵۰۴ (۴)

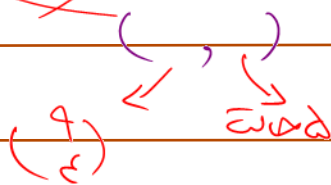
۶۳۰ (۳)

۸۴۰ (۲)

۱۰۵۰ (۱)

$$D = \{1, 2, \dots, 9\}$$

$$R = \{0, 2, 4, 6, 8\}$$



$$\rightarrow \frac{4 \times A^1 \times V \times 4}{4 \times 4 \times 4 \times 1} = 124$$

$$124 \times 2 = 248$$

۱۲۹- دو تاس را پرتاب می کنیم. با کدام احتمال یکی از اعداد ظاهر شده، بزرگ تر از دیگری است؟

$\frac{5}{6}$ (۴)

$\frac{1}{6}$ (۳)

$\frac{5}{12}$ (۲)

$\frac{7}{12}$ (۱)

$$P = 1 - P(\text{هر دو برابر}) = 1 - \frac{4}{36} = \frac{30}{36} = \frac{5}{6}$$

۱۳۰- احتمال کسب مدال دو ورزشکار یک تیم ملی در المپیک به ترتیب $\frac{5}{6}$ و $\frac{5}{4}$ است. احتمال اینکه فقط یکی از این دو ورزشکار مدال کسب کند، چقدر است؟

$\frac{5}{36}$ (۴)

$\frac{5}{48}$ (۳)

$\frac{5}{76}$ (۲)

$\frac{5}{52}$ (۱)

$$P(A) = \frac{5}{4}$$

$$P(B) = \frac{5}{6}$$

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

$$= \frac{5}{4} \times \frac{5}{6} = \frac{25}{24}$$

$$P(A - B) + P(B - A)$$

$$= P(A) - P(A \cap B) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= P(A) + P(B) - 2P(A \cap B)$$

$$= \frac{5}{4} + \frac{5}{6} - 2 \times \frac{25}{24} = \frac{7}{24}$$

۱۳۱- نقطه $A(-5, -1)$ یک رأس مثلثی است که یک ضلع آن روی خط $x - 2y = 1$ قرار دارد. اگر طول یک ضلع برابر فاصله رأس A از این خط بوده و نقطه $(-4, -2)$ داخل این مثلث باشد، بیشترین مساحت چنین مثلثی در ناحیه

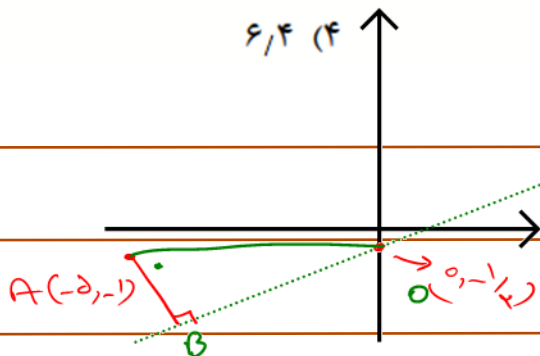
سوم محورهای مختصات کدام است؟

$\frac{6}{4}$ (۴)

۶ (۳)

$\frac{4}{2}$ (۲)

۴ (۱)



$$AB = \frac{|-5 - 2(-1)|}{\sqrt{1 + 4}} = \frac{3}{\sqrt{5}}$$

$$OA = \sqrt{(-5)^2 + (-1)^2} = \sqrt{26}$$

$$OB = \sqrt{OA^2 - AB^2} = \sqrt{26 - \frac{9}{5}} = \sqrt{\frac{121}{5}} = \frac{11}{\sqrt{5}}$$

$$S = \frac{1}{2} \times \frac{3}{\sqrt{5}} \times \frac{11}{\sqrt{5}} = \frac{33}{10} = 3.3$$

۱۳۲- نقاط M و N به ترتیب روی اضلاع AB و BC در مثلث ABC انتخاب شده‌اند. اگر $\angle BNM = \angle BNC$ و مساحت مثلث

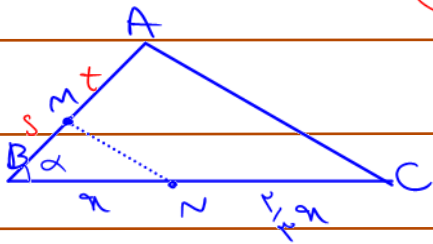
ABC برابر مساحت مثلث BMN باشد. مقدار $\frac{BM}{AM}$ کدام است؟

۱/۴ (۴)

۱/۲۵ (۳)

۰/۸ (۲)

۰/۷۵ (۱)



$$S_{ABC} = 4 S_{BMN}$$

$$\frac{1}{2} \times AB \times BC \times \sin \alpha = \frac{4}{2} \times BM \times BN \times \sin \alpha$$

$$\frac{1}{2} (s+t) \times (x+y) = \frac{4}{2} (s)(x)$$

$$\rightarrow 2s + 2t = 4s \rightarrow 2t = 2s \rightarrow \frac{s}{t} = \frac{2}{2} = 1 \times 2 = 2$$

$\frac{s}{t} = ?$

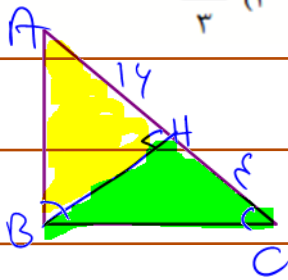
۱۳۳- در مثلث قائم‌الزاویه ABC، نقطه H، نقطه تلاقی ارتفاع وارد بر وتر است. اگر طول وتر ۲۰ و کمترین فاصله H از رأس‌های مجاورش ۴ باشد. نسبت طول اضلاع قائمه این مثلث کدام است؟

$\frac{\sqrt{2}}{3}$ (۴)

$\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)



$$AC = 20$$

$$\frac{AB}{BC} = ?$$

$$\rightarrow BH^2 = 14 \times 6$$

$$\rightarrow BH = 14$$

$$\frac{AB}{BC} = \frac{14}{20} = \frac{7}{10} = 0.7$$

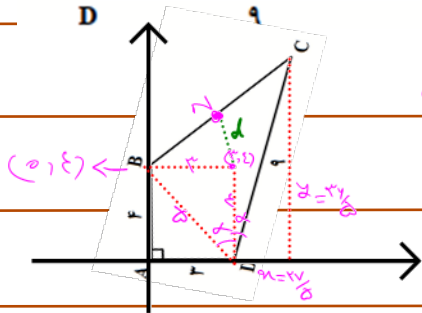
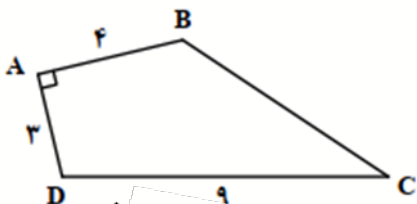
۱۳۴- در چهارضلعی ABCD، از نقاط B و D دو پاره‌خط به ترتیب موازی AD و AB طوری رسم می‌کنیم تا یکدیگر را در نقطه M (درون چهارضلعی) قطع کنند. اگر $\angle BDC = \angle BDM$ باشد. فاصله نقطه M از وسط ضلع BC چقدر است؟

۱/۵ (۱)

۲ (۲)

۲/۵ (۳)

۳ (۴)



$$\frac{a}{2} = \frac{2}{2} \rightarrow a = 2$$

$$\frac{a}{2} = \frac{2}{2} \rightarrow a = 2$$

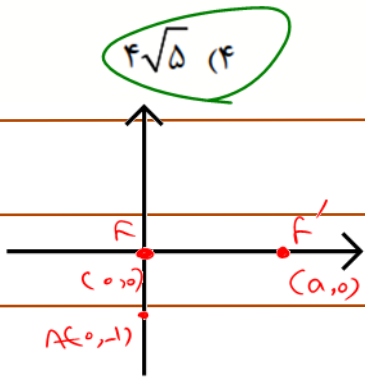
$$\rightarrow C = \left(\frac{2 \times 2}{2} + 2, \frac{2 \times 2}{2} \right) = \left(\frac{4}{2} + 2, \frac{4}{2} \right) = (4, 2)$$

$$M = \left(\frac{4 \times 2 + 0}{2}, \frac{2 \times 2 + 4}{2} \right) = \left(\frac{8}{2}, \frac{4 + 4}{2} \right) = \left(\frac{8}{2}, \frac{8}{2} \right) = (4, 4)$$

$$d = \sqrt{(4-2)^2 + (4-2)^2} = \sqrt{1 \times 2^2 + 1 \times 2^2} = 0.1 \sqrt{2^2 + 2^2} = 2$$

۱۳۵- نقاط $F(0,0)$ و $F'(a,0)$ کانون‌های یک بیضی و $A(0,-1)$ یک نقطه واقع بر آن است. اگر خروج از مرکز بیضی

برابر $\frac{2}{\sqrt{5}}$ باشد، مقدار a کدام است؟



$-4\sqrt{5}$ (۳)

$-2\sqrt{5}$ (۲)

$2\sqrt{5}$ (۱)

$AF + AF' = 2A$

$1 + \sqrt{a^2 + 1} = 2A$

$e = \frac{c}{A} = \frac{a/2}{1 + \sqrt{a^2 + 1}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$

$\rightarrow \frac{a}{1 + \sqrt{a^2 + 1}} = \frac{2}{\sqrt{5}} \rightarrow$ امتحان کردن $a = 4\sqrt{5}$

۱۳۶- رابطه $f = \{(7, 1 - 3n^2), (1, -1), (2, n), (7, -2n), (\frac{1}{n}, 2)\}$ تابع است. مقدار تابع f در 2 ، کدام است؟

۱ (۴)

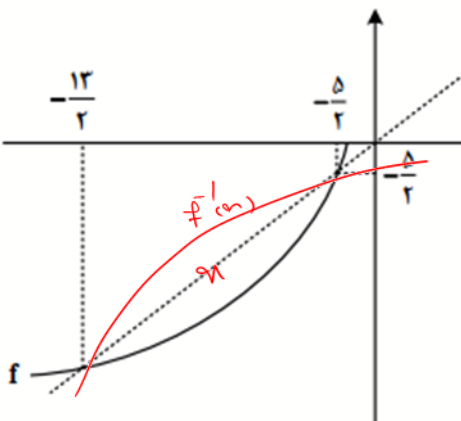
-۱ (۳)

$\frac{1}{3}$ (۲)

$-\frac{1}{3}$ (۱)

$1 - 3n^2 = -2n \rightarrow 3n^2 - 2n - 1 = 0 \rightarrow n = 1, -\frac{1}{3}$
 نقاط $(1, -1), (1, 2)$

۱۳۷- شکل زیر. نمودار تابع f را نشان می‌دهد. دامنه تابع $y = \sqrt{\frac{f^{-1}(x)}{x - f^{-1}(x)}}$ شامل چند عدد صحیح است؟



$\frac{f^{-1}}{x - f^{-1}} > 0$

$x - f^{-1} < 0 \rightarrow x < f^{-1}$
 $x \in (-\frac{1}{2}, \frac{5}{2})$

۱ (۱)

۲ (۲)

۴ (۳)

۵ (۴)

اعداد صحیح: $-2, -1, 0, 1, 2$

۱۳۸- سهمی $y = 2ax^2 - 5x + 11a$ در نقطه A بر نیمساز ناحیه سوم محورهای مختصات مماس است. مقدار a، کدام است؟

- $\frac{5}{2}$ (۴) $\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{5}{2}$ (۱)

$2an^2 - 5n + 11a = n \rightarrow 2an^2 - 4n + 11a = 0 \rightarrow n_s = \frac{4}{4a} < 0$
 $an^2 - 2n + 9a = 0 \rightarrow \Delta = 0 \rightarrow 4 - 4a(9a) = 0 \rightarrow a < 0$
 $\rightarrow 1 - 9a^2 = 0 \rightarrow a = \begin{cases} -\frac{1}{3} \checkmark \\ \frac{1}{3} \times \end{cases}$

۱۳۹- دامنه تابع $y = f(x)$ و $y = f(kx)$ برابر $[b, c]$ است. اگر $k = 2a^2 - a - 5$ باشد. حاصل ضرب مقادیر a کدام است؟

- $\frac{2}{5}$ (۴) $-\frac{2}{5}$ (۳) 3 (۲) -3 (۱)

$2a^2 - a - 5 = 1 \rightarrow k = 1$
 $2a^2 - a - 4 = 0 \rightarrow P = -\frac{4}{2} = -2$

۱۴۰- در یک دامنه محدود، برای چند مقدار مختلف a، بیشترین مقدار سهمی $y = ax^2 + x + 2a$ برابر $-\frac{1}{4}$ است؟

- 1 (۴) 2 (۳) a مقدار (۲) 3 (۱)

$a < 0 \rightarrow n_s = -\frac{1}{2a} \rightarrow f_s = a\left(\frac{1}{4a^2}\right) - \frac{1}{2a} + 2a$
 $= -\frac{1}{4a} + 2a = -\frac{1}{4} \rightarrow 11a^2 + 2a - 1 = 0$
 $\rightarrow a = \frac{-2 \pm \sqrt{4+44}}{22} = \begin{cases} \frac{1}{4} \\ -\frac{1}{2} \checkmark \end{cases}$

@AlizadeMath

دبیر ریاضی اردبیل

0910-680-2582