



۱۱۱ - حاصل عبارت  $\frac{\sqrt{2}\sqrt{8}}{2}$  کدام است؟



$$\frac{1\sqrt{2} \quad (4)}{\sqrt{2}\sqrt{2}} = \frac{2^{\frac{1}{2}} \quad (3)}{2^{-\frac{1}{2}} \times 2^{-\frac{1}{2}}} = 2^{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} = 2^{\frac{2}{2}} = 2^1 = 2$$

$16\sqrt{2} \quad (2)$        $16\sqrt{2} \quad (1)$   
 $(2^4)^{-\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{1}{2}} = 2^{-2} \times 2^{\frac{1}{2}} = 2^{-\frac{3}{2}}$   
 $2^2 \sqrt{2} = 8\sqrt{2}$



۱۱۲ - اعداد طبیعی طوری دسته بندی شده اند که در هر دسته، کوچک ترین عضو  $\frac{1}{3}$  بزرگ ترین عضو دسته است. میانگین

اعضای دسته پنجم، کدام است؟

۲۴۲/۵ (۴)

۲۴۲ (۳)

۲۴۰/۵ (۲)

۲۴۰ (۱)

(۱) ۱ و ۲ و ۳

(۲) ۴ و ۵ و ۶ و ... و ۱۲

(۳) ۱۳ و ۱۴ و ... و ۲۹

(۴) ۳۰ و ۳۱ و ... و ۱۲۰

(۵) ۱۲۱ و ۱۲۲ و ... و ۲۶۲

$$\bar{x} = \frac{121 + 262}{2} = \frac{383}{2} = 191.5$$



۱۱۳ - در یک دنباله هندسی، جمله سوم جذر جمله چهارم و جمله پنجم برابر ۲۷ است. جمله اول دنباله چقدر از  $\frac{1}{2}$  کمتر است؟

$$\frac{1}{6} \quad (4)$$

$$\frac{1}{3} \quad (3)$$

$$\frac{3}{2} \quad (2)$$

$$\frac{5}{2} \quad (1)$$

$$aq^2 = \sqrt{aq^3} \Rightarrow \cancel{a}q^2 = \cancel{a}q^{\frac{3}{2}} \Rightarrow qq = 1$$

$$aq^4 = 27$$

$$a \times 81 = 27 \rightarrow a = 1/3$$

$$\cancel{a}q \times q^4 = 27 \rightarrow q = 3$$

$$|a - 1/2| = |1/3 - 1/2| = 1/6$$



۱۱۴ - اگر  $\sqrt{x+a} - \sqrt{x-4} = 2$  باشد، حاصل عبارت  $\sqrt{x+a} + \sqrt{x-4} - 2$  کدام است؟

$$\frac{a}{2} \quad (۴)$$

$$\frac{a}{4} \quad (۳)$$

$$\frac{a}{2} + x - x = a/2$$

(۲)

تغییر کردن  
(۱) صفر

$$\frac{\cancel{x+a} - \cancel{x+4}}{\sqrt{x+a} + \sqrt{x-4}} = 2$$

+

$$\sqrt{x+a} + \sqrt{x-4} = \frac{a+4}{2}$$



۱۱۵ - بازه  $(0, \frac{1}{2})$  بزرگ‌ترین بازه‌ای است که نمودار تابع  $y = 2x^2 + \frac{3}{2}x + c$  پایین نمودار تابع  $y = \frac{x}{|x|}$  قرار می‌گیرد. مقدار  $c$  کدام است؟

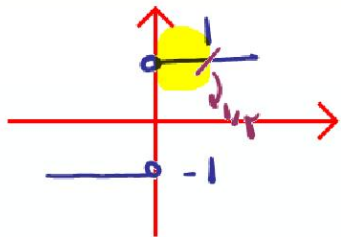


$$-\frac{3}{8} \quad (4)$$

$$-\frac{1}{4} \quad (3)$$

$$-\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$-\frac{3}{4} \quad (1)$$



$$2x^2 + \frac{3}{2}x + c < 1$$

(۰، ۱/۲)

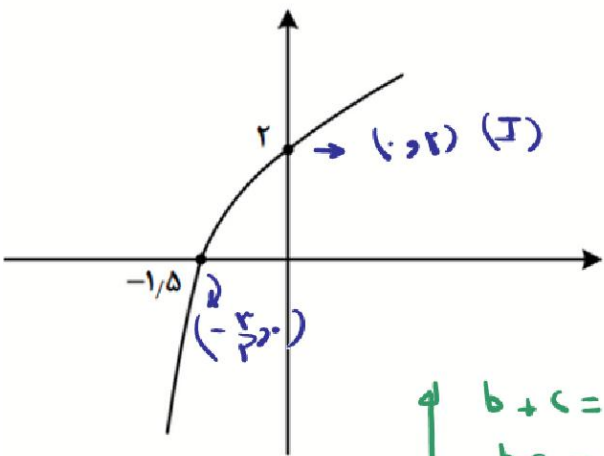
برای اطمینان بررسی کنیم :

$$\frac{1}{2} + \frac{3}{4} + c < 1 \Rightarrow c < -\frac{1}{4}$$

بنابراین  
 $\text{Max } c = -\frac{1}{4}$



۱۱۶ - شکل زیر، نمودار تابع  $y = 1 - \log_c(ax - b)$  است. اگر  $b + c = -\frac{3}{2}$  باشد، حاصل  $(a + c)b$  کدام است؟



I:  $1 - \log_c - b = 2$

-3/5 (1)

$\frac{1}{c} = -b \rightarrow bc = -1$

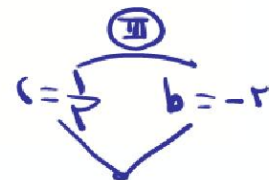
-3 (2)

-2/5 (3)

-2 (4)

II:  $0 = 1 - \log_c - \frac{5}{2}a - b$

$b + c = s = -3/2$   
 $bc = p = -1$   
 $\rightarrow x^2 + \frac{3}{2}x - 1 = 0$   
 $2x^2 + 3x - 2 = 0$



I, II:  $\frac{1}{c} = -\frac{5}{2}a + 2 \rightarrow a = 1$

$\frac{1}{2}$  and  $-2/2 = -2$

پاسخ I



۱۱۷- اگر نقطه  $(-\frac{1}{8}, -\frac{3}{5})$  روی تابع وارون تابع  $y = \frac{x}{a + a|x|}$  باشد، مقدار  $a$  کدام است؟

۳/۵ (۴)

۳ (۳)

۵ (۲)

 $\frac{5}{27}$  (۱)

$$(-\frac{3}{5}, -\frac{1}{8}) \in F : \frac{-\frac{3}{5}}{a + a|-\frac{3}{5}|} = -\frac{1}{8} \rightarrow a = 3$$



۱۱۸ - اگر  $\frac{1}{\sqrt{\cos^2 \alpha}} - \text{tg} \alpha = \frac{1 + \sin \alpha}{|\cos \alpha|}$  و  $\frac{|\sin \alpha|}{\cos \alpha} = -\frac{1}{\cot \alpha}$  باشد، انتهای کمان  $\alpha$  در کدام ناحیه مثلثاتی است؟

$$\frac{|\sin \alpha|}{\cos \alpha} = -\frac{1}{\cot \alpha}$$

$$\frac{1}{\sqrt{\cos^2 \alpha}} - \text{tg} \alpha = \frac{1 + \sin \alpha}{|\cos \alpha|}$$

(۴) اول

(۳) دوم

(۲) سوم

(۱) چهارم

$$\text{I: } \frac{1}{|\cos|} - \text{tg} = \frac{1 + \sin}{|\cos|} \Rightarrow -\text{tg} = \frac{1 + \sin}{|\cos|} - \frac{1}{|\cos|} \Rightarrow -\text{tg} = \frac{\sin}{|\cos|}$$

$$\text{II: } \frac{|\sin|}{\cos} = -\text{tg} = -\frac{\sin}{\cos} \rightarrow \text{SL:}$$

$$-\frac{\sin}{\cos} = \frac{\sin}{|\cos|}$$



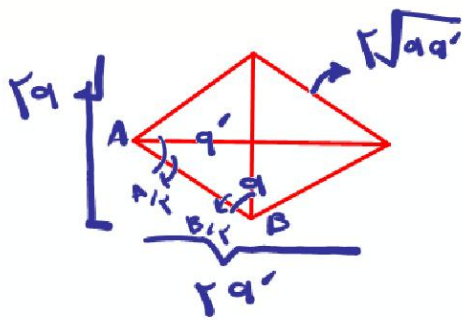


اندازه هر ضلع برابر جذر حاصل ضرب طول قطرها است.

۱۱۹- در یک لوزی، اندازه هر ضلع برابر جذر حاصل ضرب طول قطرها است. اگر A و B دو زاویه مجاور لوزی باشند، مقدار

مثبت تانژانت  $(\frac{A-B}{2})$  کدام است؟

$$\frac{r}{2} = r + \sqrt{r} \Rightarrow \frac{r}{2} = \frac{r \times (r + \sqrt{r})}{1 - (r + \sqrt{r})} = \frac{1}{\sqrt{r}}$$



$$\frac{1}{3} \quad \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \sqrt{3}$$

$$\tan\left(\frac{A-B}{2}\right) = \tan\left(90^\circ - \frac{B}{2} - \frac{B}{2}\right) = \tan\left(90^\circ - B\right) \rightarrow \tan B = \sqrt{3}$$

$$\frac{A}{2} + \frac{B}{2} = 90^\circ \rightarrow \frac{A}{2} = 90^\circ - \frac{B}{2}$$

$$r^2 + r'^2 = r r' \Rightarrow 1 + \left(\frac{r'}{r}\right)^2 = \frac{r'}{r} \Rightarrow r^2 - r' + r'^2 = 1$$

$$r = 1 \pm \sqrt{3}$$



۱۲۰- اختلاف جواب‌های معادله مثلثاتی  $\cos 2x = 3 \sin x - 1$  که در بازه  $[0, \pi]$  قرار دارند، کدام است؟

$\frac{2\pi}{3}$  (۴)

$\frac{\pi}{6}$  (۳)

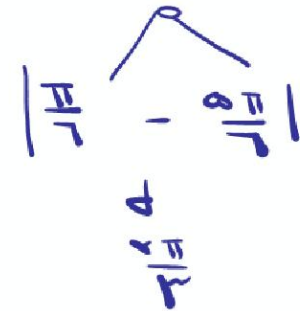
$\frac{\pi}{3}$  (۲)

$\frac{5\pi}{6}$  (۱)

$1 - 2s^2 = 3s - 1 \rightarrow 2s^2 + 3s - 2 = 0 \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} s = 1/2 \\ s = -2 \end{array} \right.$

در بازه  $[0, \pi]$

اضمان



۱۲۱ - دوره تناوب  $f(x) = \frac{1}{2} - \sin \frac{2x}{a}$  برابر  $\frac{\pi}{3}$  است. دوره تناوب  $y = \cos ax$  کدام است؟

۱۲π (۴)

۶π (۳)

۴π (۲)

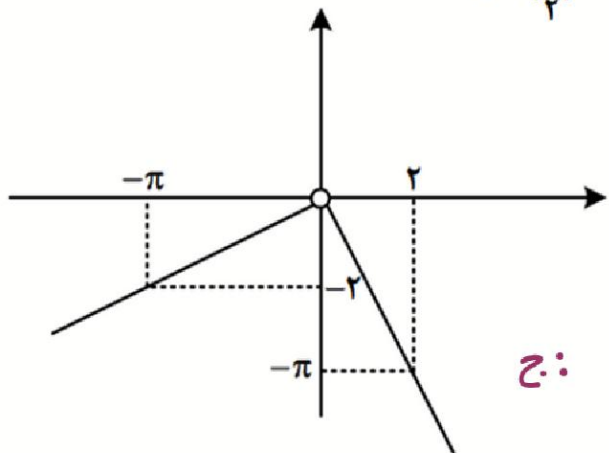
۳π (۱)

$$T = \pi/a : \quad \frac{2\pi}{|a|} = \frac{\pi}{3} \rightarrow |a| = 1/3 \rightarrow a = \pm 1/3$$

$$T = 2\pi/a \rightarrow T = \frac{2\pi}{|a|} = 6\pi$$



۱۲۲- شکل زیر، نمودار تابع  $f$  است. مقدار  $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^-} \frac{\sin x}{|f(x)|} + \lim_{x \rightarrow (-\frac{\pi}{2})^+} \frac{|f(x)|}{\sin x}$  کدام است؟



$$f(x) = \begin{cases} x < 0 : \frac{2}{\pi}x \\ x > 0 : -\frac{\pi}{2}x \end{cases}$$

$$ج: \frac{1}{\frac{\pi}{2}} + \frac{1}{-1} = \frac{2}{\pi} - 1$$

$$1 - \frac{2}{\pi} \quad (1)$$

$$\frac{2}{\pi} - 1 \quad (2)$$

$$2\pi - \frac{1}{\pi} \quad (3)$$

$$2\pi + \frac{1}{\pi} \quad (4)$$



۱۲۳- اگر  $\lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{f(x)}{\sin x} = -\infty$  باشد، کدام مورد می تواند ضابطه  $f$  باشد؟

گردشقی

$$\left[ \frac{3x}{\pi} \right] - 3 \quad (4)$$

$$\downarrow$$

$$\left[ 4 \times 1 \right]$$

$$\downarrow$$

$$4 \times 1 = 4$$

$$2 \left[ \frac{x}{\pi} \right] + 3 \quad (1)$$

$$\downarrow$$

$$2 \times 1 + 3 = 5$$

$$3 \left[ \frac{x}{\pi} \right] + 1 \quad (2)$$

$$\downarrow$$

$$3 \times 1 + 1 = 4$$

$$\left[ \frac{2x}{\pi} \right] - 1 \quad (3)$$

$$\downarrow$$

$$2 \times 1 - 1 = 1$$



۱۲۴- تابع غیر صفر  $f(x) = a[x] + b[x+1]$  در  $\mathbb{R}$  پیوسته است. مقدار  $\frac{f(a)}{a}$  کدام است؟

$$-\frac{1}{2} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{2} \quad (۳)$$

$$\frac{b}{a}$$

$$\frac{b}{-b} = -1$$

$$-1 \quad (۲)$$

$$(a+b)[x] + b$$

$$a+b=0 \rightarrow f(x)=b$$

$$a=-b$$

$$\sqrt{2x-1} = 2$$

۱۲۵- خط مماس بر منحنی  $f(x) = \sqrt{ax-1}$  در نقطه A از نقاط  $(2,2)$  و  $(-1,1)$  می‌گذرد. مقدار  $f(\Delta)$  کدام است؟

$$\frac{\sqrt{32}}{2} \quad (4)$$

$$\frac{\sqrt{23}}{2} \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$3 \quad (1)$$

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-1}{-3} = \frac{1}{3} = f'$$

$$\frac{a}{\sqrt{ax-1}} = \frac{1}{3} \quad (I)$$

$$y-1 = \frac{1}{3}(x+1)$$

$$y = \frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$$



$$\sqrt{ax-1} = \frac{1}{3}x + \frac{4}{3} \Rightarrow f\left(\frac{a}{3}a^2 - 2a - 1\right) = 1a^2 \Rightarrow$$

$$1a^2 - 17a - 2 = 0$$

$$\Delta = 4 \dots \Rightarrow a = \begin{cases} 2 \\ -1/9 \end{cases}$$

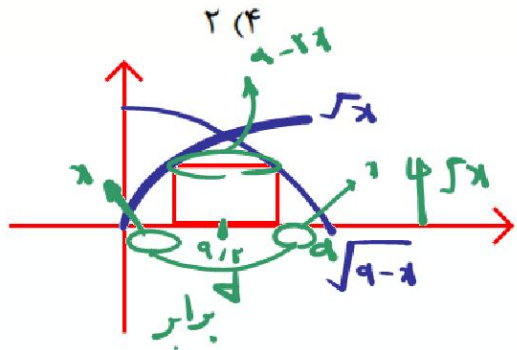


۱۲۶- اگر مساحت بزرگ‌ترین مستطیلی که دو رأس آن بر محور  $x$  ها و دو رأس دیگر آن، یکی بر  $y = \sqrt{x}$  و دیگری بر  $y = \sqrt{a-x}$  واقع است برابر  $\sqrt{2}$  باشد، مقدار  $a$  کدام است؟

۳ (۳)

۴ (۲)

۶ (۱)



$$S = \sqrt{x}(a - \sqrt{x})$$

$$S = \sqrt{2}$$

$$x = ?$$

$$\sqrt{x} = \sqrt{a-x}$$

$$x = a-x$$

$$x = a/2$$

جواب

$$x = \frac{a/2 \times 1/2 + 0}{1/2 + 1}$$

$$x = a/3$$

$$\rightarrow \sqrt{\frac{a}{3}} \times (a - \frac{a}{3}) = \sqrt{2} \rightarrow a = 3$$





۱۲۷- اگر انحراف معیار داده‌های مثبت ۳،  $2a$  و  $a$  برابر  $\sqrt{14}$  باشد، مقدار  $\frac{a}{3}$  کدام است؟

۴ (۴)

۳/۵ (۳)

$$\downarrow$$

$$6^2 = 14$$

۲ (۲)

۱/۵ (۱)

$$9, 2a, 3 \rightarrow \bar{x} = a + 1$$

$$6^2 = \frac{1 + (a-1)^2 + (a-2)^2}{3} = 14 \rightarrow \begin{matrix} a=7 \\ \cup \cup \end{matrix}, \begin{matrix} a=-2 \\ \times \end{matrix}$$



۱۲۸- چند تابع ثابت با ۴ زوج مرتب می توان نوشت، به طوری که **دامنه** آن اعداد طبیعی یک رقمی و بُرد آن اعداد زوج

?

نامنفی یک رقمی باشند؟

۰, ۲, ۴, ۶, ۸

۱, ۲, ۳, ۴

۵۰۴ (۴)

۶۳۰ (۳)

۸۴۰ (۲)

۱۰۵۰ (۱)

$$\binom{9}{4} \times 5 = 72$$

دامنه



۱۲۹ - دو تاس را پرتاب می‌کنیم / با کدام احتمال یکی از اعداد ظاهر شده، بزرگ‌تر از دیگری است؟  $n(s) = ۳۶$  ?

$$\frac{۵}{۶} \quad (۴)$$



$$\frac{۱}{۶} \quad (۳)$$

$$\frac{۵}{۱۲} \quad (۲)$$

$$\frac{۷}{۱۲} \quad (۱)$$

برابر باشند.

$$متمم : P(K) = 1 - P(A) = 1 - \frac{7}{36} = \frac{29}{36} = \frac{5}{6}$$



۱۳۰ - احتمال کسب مدال دو ورزشکار یک تیم ملی در المپیک به ترتیب  $0.4$  و  $0.6$  است. احتمال اینکه فقط یکی از این دو ورزشکار مدال کسب کند، چقدر است؟

$0.36$  (۴)

$0.48$  (۳)

$0.76$  (۲)

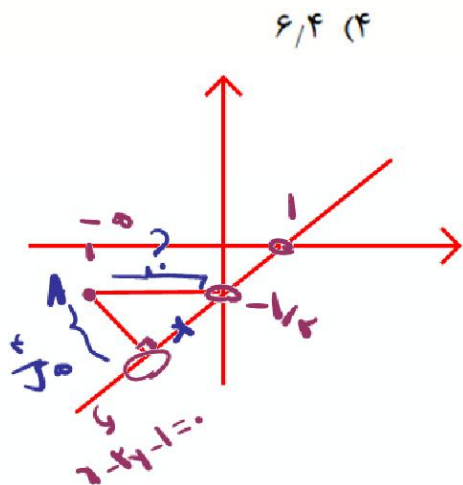
$0.52$  (۱)

خطیما

$$ج.: P(A) + P(B) - 2P(A \cap B)$$

$$0.4 + 0.6 - 2(0.4 \times 0.6) = 0.52$$

۱۳۱- نقطه  $A(-5, -1)$  یک رأس مثلثی است که یک ضلع آن روی خط  $x - 2y = 1$  قرار دارد. اگر طول یک ضلع برابر فاصله رأس  $A$  از این خط بوده و نقطه  $(-4, -2)$  داخل این مثلث باشد، بیشترین مساحت چنین مثلثی در ناحیه سوم محورهای مختصات کدام است؟



۶ (۴)                      ۶ (۳)                      ۴/۲ (۲)                      ۴ (۱)

$$d = \frac{|-5 + 2 - 1|}{\sqrt{1 + 4}} = \frac{4}{\sqrt{5}}$$

$$? = \sqrt{25 + \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{101}}{2}$$

ناممکن  
(-۲, -۱)  
(-۵, -۱)

$$x = \sqrt{\frac{101}{4} - \frac{25}{4}} = \sqrt{\frac{76}{4}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$S = \frac{1}{2} \times \frac{1}{\sqrt{5}} \times \frac{4}{\sqrt{5}}$$

$$S = \frac{2}{5} = 0,4$$



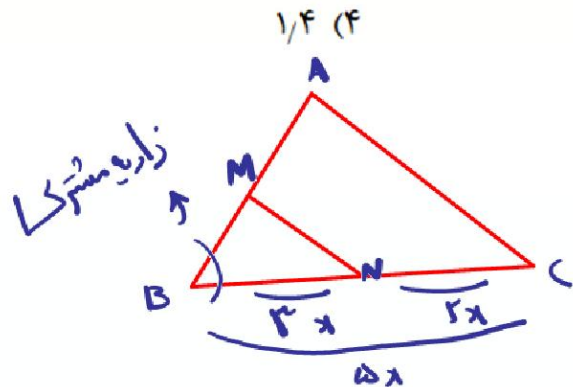
۱۳۲- نقاط M و N به ترتیب روی اضلاع AB و BC در مثلث ABC انتخاب شده‌اند. اگر  $2BN = 3NC$  و مساحت مثلث

ABC برابر مساحت مثلث BMN باشد، مقدار  $\frac{BM}{AM}$  کدام است؟

۱/۲۵ (۳)

۰/۸ (۲)

۰/۷۵ (۱)



$$\frac{1/25 \times AB \times BC \times \sin B}{1/4 \times BM \times BN \times \sin B} = 3$$

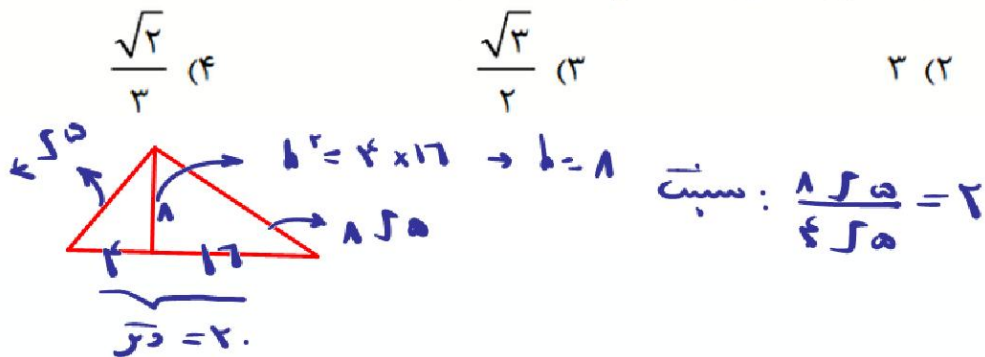
$$\frac{AB}{BM} = \frac{9}{8} : \quad \begin{aligned} AM &= 9x - 8x \\ AM &= x \end{aligned}$$

دریافت:

$$\frac{BM}{AM} = \frac{8x}{x} = 8$$

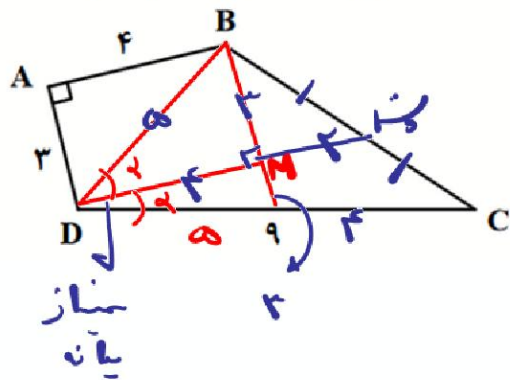


۱۳۳- در مثلث قائم‌الزاویه  $ABC$ ، نقطه  $H$ ، نقطه تلاقی ارتفاع وارد بر وتر است. اگر طول وتر  $20$  و کمترین فاصله  $H$  از رأس‌های مجاورش  $4$  باشد، نسبت طول اضلاع قائمه این مثلث کدام است؟





۱۳۴- در چهارضلعی  $ABCD$ ، از نقاط  $B$  و  $D$  دو پاره خط به ترتیب موازی  $AD$  و  $AB$  طوری رسم می‌کنیم تا یکدیگر را در نقطه  $M$  (درون چهارضلعی) قطع کنند. اگر  $\widehat{BDC} = 2\widehat{BDM}$  باشد، فاصله نقطه  $M$  از وسط ضلع  $BC$  چقدر است؟



دستگیر

۱/۵ (۱)

۲/۵ (۲) ✓

۳/۵ (۳)

۳ (۴)



۱۳۵- نقاط  $F(0,0)$  و  $F'(x,0)$  کانون‌های یک بیضی و  $A(0,-1)$  یک نقطه واقع بر آن است. اگر خروج از مرکز بیضی  $\frac{2}{\sqrt{5}}$  باشد، مقدار  $a$  کدام است؟

حد درگرنیه مایل بیرون باشد.

$4\sqrt{5}$  (۴)

$-4\sqrt{5}$  (۳)

$-2\sqrt{5}$  (۲)

$2\sqrt{5}$  (۱)

(۱)  $AF + AF' = 2a$  :  $\sqrt{x^2+1} + \sqrt{0^2+1} = 2a$

(۲)  $e = \frac{c}{a} = \frac{1}{a}$   $\rightarrow \sqrt{x^2+1} = 2a - 1 \rightarrow \frac{17}{9}a^2 + \dots = 4a^2 - 4a^2 + 1$

(۳)  $2c = |x-0| = |x| \rightarrow \frac{|x|}{a} = \frac{1}{\sqrt{5}} \rightarrow |x| = \frac{a}{\sqrt{5}}$   
 $c = \frac{|x|}{2}$   
 $|x| = \frac{4}{\sqrt{5}} \times 0$   
 $x = 4\sqrt{5}$



۱۳۶- رابطه  $f = \{(7, 1 - 3n^2), (1, -1), (2, n), (7, -2n), (\frac{1}{n}, 2)\}$  تابع است. مقدار تابع  $f$  در  $2$ ، کدام است؟

$$1 \quad (4) \quad -1 \quad (3) \quad \frac{1}{3} \quad (2) \quad -\frac{1}{3} \quad (1)$$

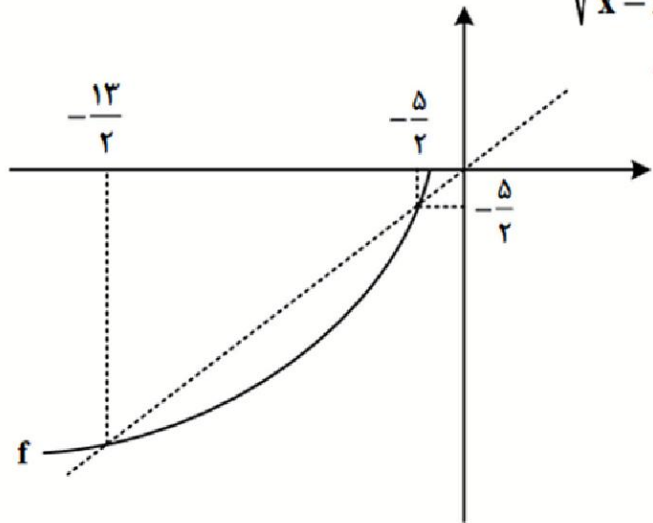
$$1 - 3n^2 = -2n \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} n = -1/3 \\ n = 2/3 \end{array} \right.$$



مبارک -



۱۳۷- شکل زیر، نمودار تابع  $f$  را نشان می دهد. دامنه تابع  $y = \sqrt{\frac{f^{-1}(x)}{x - f^{-1}(x)}}$  شامل چند عدد صحیح است؟



مبارک

$-\frac{13}{2}$      $-\frac{5}{2}$   
 $-$      $+$      $-$   
 $+$   
 $-6, -5, -4, -3$

- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۴ (۳)
- ۵ (۴)



۱۳۸ - سهمی  $y = 2ax^2 - 5x + 18a$  در نقطه A بر نیمساز ناحیه سوم محورهای مختصات مماس است. مقدار a، کدام است؟

$$\frac{5}{2} \quad (۴)$$

$$y = x \quad (۳)$$

$$-\frac{1}{2} \quad (۲)$$

$$-\frac{5}{2} \quad (۱)$$

$$2ax^2 - 5x + 18a = x \quad \Delta = 0 \quad \rightarrow \quad 9 - 27a^2 = 0 \quad \rightarrow \quad a = \pm 1/2$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$a < 0 \quad \rightarrow \quad a = -1/2$$

مماس در ربع سوم



۱۳۹ - دامنه تابع  $y = f(x)$  و  $y = f(kx)$  برابر  $[b, c]$  است. اگر  $k = 2a^2 - a - 5$  باشد، حاصل ضرب مقادیر  $a$  کدام است؟

۲/۵ (۴)

۳ (۳)  $-2/5$   
 $P = -6$

۳ (۲)  $k=1$  پس

۳ (۱)  $-3$



?

۱۴۰- در یک دامنه محدود، برای چند مقدار مختلف  $a$ ، بیشترین مقدار سهمی  $y = ax^2 + x + 2a$  برابر  $-\frac{1}{2}$  است؟

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲) هیچ مقدار  $a$ 

۴ (۱)

$$-\frac{\Delta}{4a} = -\frac{1}{2} : \quad 8a^2 + 2a - 1 = 0 \rightarrow \Delta = 26 \quad \left\{ \begin{array}{l} a = \frac{1}{4} \quad \times \\ a = -\frac{1}{2} \quad \checkmark \end{array} \right.$$

۴ بار: