

آزمون آزمایشی خیلی سبز

رشته ریاضی

مرحله سوم

پایه دوازدهم

تاریخ برگزاری: ۲۶/ مرداد/ ۱۴۰۳

سال تحصیلی ۱۴۰۳-۰۴

ویژه کنکوری‌های ۱۴۰۴

بودجه بندی دروس

هندسه	ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	حسابان و ریاضیات پایه
هندسه (۱) فصل ۲ صفحه ۲۹ تا ۵۲ هندسه (۳) فصل ۱ (درس ۱) صفحه ۹ تا ۲۱	آمار و احتمال فصل ۱ صفحه ۱ تا ۳۴ ریاضیات گسسته فصل ۱ (درس ۱) صفحه ۱ تا ۸	ریاضی (۱) فصل ۵ صفحه ۹۴ تا ۱۱۷ حسابان (۱) فصل ۲ (درس ۱ و ۲) صفحه ۳۷ تا ۵۳ حسابان (۲) فصل ۱ (درس ۱) صفحه ۱ تا ۱۲
شیمی		فیزیک
شیمی (۱) فصل ۲ و فصل ۳ (از ابتدای رفتار آب و دیگر مولکول‌ها در میدان الکتریکی تا ابتدای آیا گازها هم در آب حل می‌شوند؟) صفحه ۴۵ تا ۸۴ و ۱۰۳ تا ۱۱۳ شیمی (۳) فصل ۱ (تا ابتدای اسیدها و بازها) صفحه ۱ تا ۱۳		فیزیک (۱) فصل ۲ (از ابتدای فشار در شاره‌ها) صفحه ۳۲ تا ۵۲ فیزیک (۳) فصل ۱ (تا ابتدای حرکت با شتاب ثابت) صفحه ۱ تا ۱۵

مدت پاسخگویی	تا شماره	از شماره	تعداد سؤال	مواد امتحانی
۳۰ دقیقه	۱۸	۱	۱۸	حسابان و ریاضیات پایه
۲۰ دقیقه	۲۸	۱۹	۱۰	ریاضیات گسسته و آمار و احتمال
۲۵ دقیقه	۴۰	۲۹	۱۲	هندسه
۴۵ دقیقه	۷۵	۴۱	۳۵	فیزیک
۳۵ دقیقه	۱۰۵	۷۶	۳۰	شیمی
۱۵۵ دقیقه		۱۰۵ سؤال		مجموع

شروع دوازدهم از تابستان



حسابان و ریاضیات پایه

۱- حداقل چند زوج مرتب از رابطه $f = \{(x, y) \mid x, y \in \mathbb{Z}, |x|(|y| + 2) = 6\}$ باید حذف شود تا به یک تابع برسیم؟

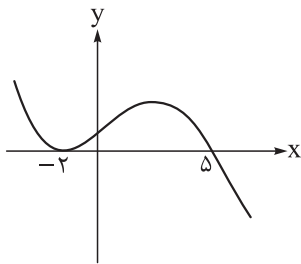
- (۱) ۲ (۲) ۶ (۳) ۴ (۴) ۵

۲- دامنه تابع $f(x) = \frac{x^2 - 1}{(m-1)x^2 - 12x + n}$ به صورت $\mathbb{R} - \{m\}$ است. حداقل مقدار ممکن برای mn کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۲۴ (۳) ۶ (۴) ۴۸

۳- دامنه هر دو تابع $f(x) = 2x - a$ و $g(x) = a - x$ بازه $[-2, 1]$ است. اگر اشتراک برد دو تابع بازه $[0, 1]$ باشد، مقدار مثبت a کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{5}{2}$



۴- نمودار تابع f در شکل مقابل رسم شده است. به ازای کدام زوج مرتب (a, b) ،

دامنه تابع $g(x) = \sqrt{(ax + b)f(x)}$ کل اعداد حقیقی است؟

- (۱) $(-10, -2)$ (۲) $(-2, 10)$ (۳) $(3, -15)$ (۴) $(20, 4)$

۵- تابع $f(x) = (ax + 6)^2 - (3x + 2a)^2$ به همراه تابع خطی g مفروض اند. اگر تابع $y = f(x) + g(x)$ همانی باشد، مقدار $g(a)$ کدام است؟

- (۱) ۲ یا -۳ (۲) ± 3 (۳) ۳ یا -۲ (۴) ± 2

۶- دامنه تابع $f(x) = 2x + \sqrt{(a-1)x^2 + bx + a} - 3$ بازه $[2, +\infty)$ است. دامنه تابع $g(x) = x - \sqrt{b - 2ax}$ کدام است؟

- (۱) $(-\infty, 2]$ (۲) $(-\infty, \frac{1}{2}]$ (۳) $[-\frac{1}{2}, +\infty)$ (۴) $[2, +\infty)$

۷- تابع $f(x) = 2x + [x]$ مفروض است. اگر $f(mf(\frac{1}{m})) = 4$ باشد، حاصل $[\frac{1}{m}]$ کدام است؟

- (۱) ۷ (۲) ۶ (۳) ۵ (۴) ۴

محل انجام محاسبات

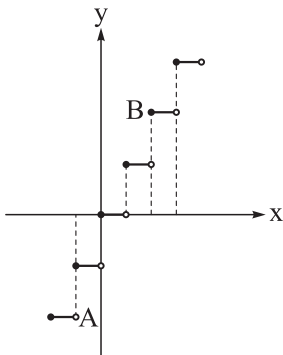
۸- دو تابع $f = \{(2, 2a), (4, 6), (6, 2 - 3a)\}$ و $y = f(b - x)$ مساوی اند. حاصل $a + b$ کدام است؟

$$6/8 \quad (4)$$

$$4/6 \quad (3)$$

$$2/7 \quad (2)$$

$$8/4 \quad (1)$$



۹- قسمتی از نمودار تابع $y = \frac{1}{a}[2ax]$ به صورت مقابل است. شیب خط شامل پاره خط AB کدام است؟

$$\frac{4}{3} \quad (2)$$

$$\frac{1}{3} \quad (1)$$

$$\frac{8}{3} \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

۱۰- مجموع جوابهای معادله $\left[\frac{x+2}{3}\right] = \frac{x+3}{2}$ کدام است؟

$$-16 \quad (2)$$

$$-17 \quad (1)$$

$$-21 \quad (4)$$

$$-12 \quad (3)$$

۱۱- اختلاف حداقل و حداکثر مقدار تابع $f(x) = (x + |x|)\sqrt{\frac{2-x}{x}}$ کدام است؟

$$\frac{5}{2} \quad (4)$$

$$4 \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

۱۲- قرینه نمودار تابع $f(x) = x^2 + 4x$ را نسبت به مبدأ مختصات ۳ واحد به چپ انتقال می دهیم. مجموع طولهای

نقاط تلاقی نمودار جدید با نمودار تابع f کدام است؟

$$-2 \quad (2)$$

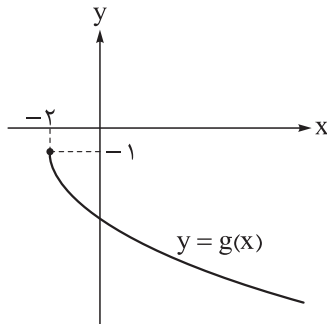
$$2 \quad (1)$$

$$-3 \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

۱۳- نمودار تابع g ، فقط از انتقال نمودار تابع $f(x) = \sqrt{3-x}$ و قرینه یابی آن نسبت به محورهای مختصات به دست

آمده است. مقدار $(g \circ f)(-46)$ کدام است؟



$$-6 \quad (1)$$

$$-3 \quad (2)$$

$$-4 \quad (3)$$

$$-5 \quad (4)$$

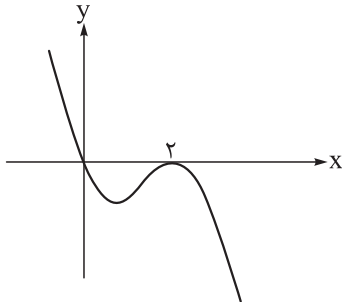
محل انجام محاسبات

۱۴- نقطه $A(2, a)$ واقع بر نمودار تابع $y = 2f\left(\frac{x-1}{3}\right)$ با نقطه $A'(b, 2)$ واقع بر نمودار تابع $y = 1 - 3f\left(\frac{x}{4}\right)$ متناظر

است. حاصل $a + b$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۴ (۳) -۲ (۴) -۴

۱۵- اگر نمودار تابع f به صورت زیر باشد، دامنه تابع $y = \sqrt{\frac{xf(x)}{f(2-x)}}$ کدام است؟



- (۱) $(0, 2)$
 (۲) $(-\infty, 0)$
 (۳) $(-\infty, 2) - \{0\}$
 (۴) $(2, +\infty)$

۱۶- نمودار تابع $f(x) = |x - 2|$ را نسبت به محورهای مختصات قرینه می‌کنیم و سپس آن را 10° واحد به بالا انتقال

می‌دهیم. مساحت بین نمودار نهایی و نمودار تابع f کدام است؟

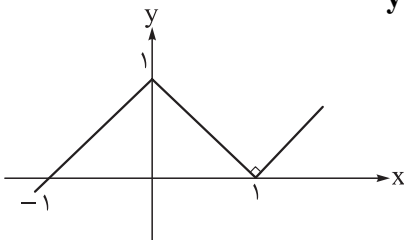
- (۱) ۴۲ (۲) ۴۸
 (۳) ۳۶ (۴) ۵۲

۱۷- چندجمله‌ای $f(x)$ ، n ریشهٔ دوبه‌دو متمایز دارد، به طوری که مجموع آن‌ها برابر ۱۲ است. اگر مجموع ریشه‌های

چندجمله‌ای $f(4 - 3x)$ برابر ۸ باشد، مقدار n کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۲ (۴) ۲۴

۱۸- نمودار تابع f به صورت مقابل است. اگر نمودار تابع $y = -\frac{3}{4}x + a + f\left(\frac{2-3x}{4}\right)$



فقط در بازه $[m, n]$ بر محور طول‌ها منطبق باشد، حاصل $m + n + a$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $-\frac{2}{3}$
 (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $-\frac{3}{2}$

محل انجام محاسبات

ریاضیات گسسته و آمار و احتمال

۱۹- کدام گزینه، یک گزاره با ارزش درست را نشان می‌دهد؟

$$(1) x^2 > 2x$$

$$(2) x + 1 > 0$$

(۳) مجموع یک عدد مخالف صفر و معکوس آن، همواره مخالف ± 1 است.

(۴) حاصل ضرب یک عدد گویا و یک عدد گنگ، همواره یک عدد گنگ است.

۲۰- برای گزاره‌های p ، q و r ، ارزش کدام گزاره همواره درست است؟

$$(1) (p \vee \sim q) \Rightarrow (\sim r \wedge \sim p)$$

$$(2) (r \wedge \sim p) \Rightarrow (r \vee q)$$

$$(3) (p \vee q) \Rightarrow (r \wedge \sim q)$$

$$(4) (\sim p \wedge q) \Rightarrow (r \vee p)$$

۲۱- ارزش گزاره سوری $\forall x \in \mathbb{R}; 4x^2 + 1 > 4x$ و نقیض آن در کدام گزینه آمده است؟

$$(1) \text{ نادرست, } \exists x \in \mathbb{Z}; 4x^2 + 1 \leq 4x$$

$$(2) \text{ درست, } \exists x \in \mathbb{R}; 4x^2 + 1 \leq 4x$$

$$(3) \text{ درست, } \forall x \in \mathbb{Z}; 4x^2 + 1 \leq 4x$$

$$(4) \text{ نادرست, } \exists x \in \mathbb{R}; 4x^2 + 1 \leq 4x$$

۲۲- اگر $S = \{(x, y); x \leq y \leq 2\sqrt{x}\}$ ، مجموعه $S \cap (\mathbb{N} \times \mathbb{N})$ چند زیرمجموعه دارد؟

$$(1) 5 \quad (2) 6 \quad (3) 32 \quad (4) 64$$

۲۳- چند مورد از گزاره‌های زیر، مثال نقض ندارد؟

(الف) مجموع هر دو عدد فرد، عددی زوج است.

$$(ب) \text{ برای هر دو عدد حقیقی مثبت } x \text{ و } y \text{ داریم: } \sqrt{x+y} = \sqrt{x} + \sqrt{y}.$$

(پ) برای هر عدد طبیعی بزرگ‌تر از ۱، عدد $2^n - 1$ اول است.

(ت) مجموع هر دو عدد گویا، عددی گویاست.

(ث) اگر برای سه مجموعه A ، B و C داشته باشیم $A \cup B = A \cup C$ ، آن‌گاه $B = C$.

(ج) اگر k حاصل ضرب دو عدد طبیعی متوالی باشد، آن‌گاه $4k + 1$ مربع کامل است.

$$(1) 6 \quad (2) 5$$

$$(3) 4 \quad (4) 3$$

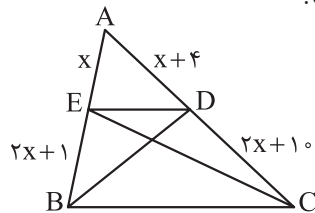
محل انجام محاسبات

هندسه دهم

۲۹- دو مثلث با محیط‌های ۱۵ و ۱۰ متشابه‌اند. اگر مساحت یکی از آن‌ها ۱۸ باشد، اختلاف مقادیر قابل قبول برای مساحت مثلث دیگر کدام است؟

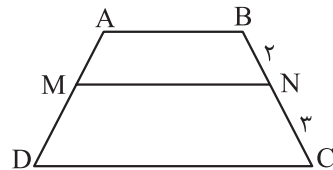
- ۱۵ (۱) ۳۲/۵ (۲) ۲۷ (۳) ۴۰ (۴)

۳۰- مطابق شکل اگر مساحت دو مثلث CDE و BED برابر باشد، آن‌گاه $\frac{DE}{BC}$ کدام است؟



- $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۱)
 $\frac{5}{13}$ (۴) $\frac{4}{13}$ (۳)

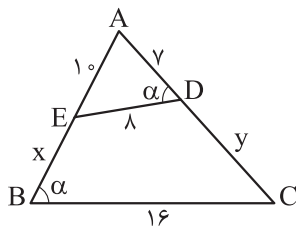
۳۱- مطابق شکل، در ذوزنقه ABCD طول قاعده بزرگ سه برابر طول قاعده کوچک است.



مساحت ذوزنقه MNCD چند برابر مساحت ذوزنقه ABNM است؟

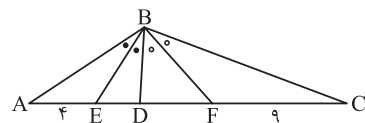
- $\frac{16}{9}$ (۲) $\frac{5}{2}$ (۱)
 $\frac{18}{7}$ (۴) $\frac{16}{7}$ (۳)

۳۲- با توجه به شکل، حاصل $\frac{y}{x}$ کدام است؟



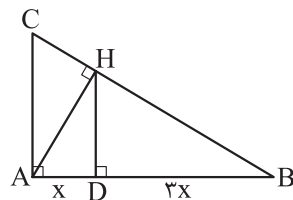
- ۳ (۱)
 ۳/۵ (۲)
 ۳/۲۵ (۳)
 ۳/۷۵ (۴)

۳۳- در مثلث ABC، نقطه D روی ضلع AC چنان است که $\hat{C}BD = 2\hat{A}$ و $\hat{A}BD = 2\hat{C}$. اگر BE و BF به ترتیب نیمساز زاویه‌های ABD و CBD باشند، به طوری که $AE = 4$ و $CF = 9$ ، آن‌گاه طول پاره خط EF کدام است؟



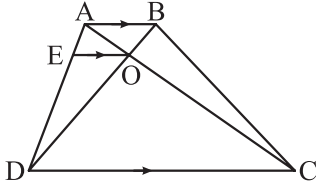
- ۸ (۴) ۶ (۳) ۷ (۲) ۵ (۱)

۳۴- اگر مساحت مثلث قائم‌الزاویه ABC برابر $8\sqrt{3}$ باشد، طول ضلع AC کدام است؟



- ۳ (۲) ۴ (۱)
 ۶ (۴) ۲ (۳)

محل انجام محاسبات



۳۵- در دوزنقه $ABCD$ ، مطابق شکل مساحت مثلث AOE نصف مساحت مثلث DOE

است. مساحت مثلث AOB چه کسری از مساحت دوزنقه $ABCD$ است؟

- (۱) $\frac{1}{9}$
- (۲) $\frac{1}{8}$
- (۳) $\frac{3}{16}$
- (۴) $\frac{4}{27}$

هندسه دوازدهم

۳۶- اگر $A = \begin{bmatrix} a & 2 & 5 \\ b & -4 & b \end{bmatrix}$ یک ماتریس قطری باشد، ماتریس $A + \frac{b}{a}I$ کدام است؟

- (۱) $\begin{bmatrix} 6 & 0 \\ 0 & -8 \end{bmatrix}$
- (۲) $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$
- (۳) $\begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & -9 \end{bmatrix}$
- (۴) $\begin{bmatrix} 9 & 0 \\ 0 & -5 \end{bmatrix}$

۳۷- اگر $\begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix} \times A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ 5 & 6 & 7 \\ d & e & f \end{bmatrix}$ ، آن گاه حاصل $\frac{a+b+c}{d+e+f}$ کدام است؟

- (۱) ۲
- (۲) $\frac{1}{3}$
- (۳) ۴
- (۴) $\frac{1}{2}$

۳۸- اگر $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ و k باقی مانده تقسیم $i+j$ بر ۳ باشد، به طوری که $k = 1$ یا $k = 2$ ، آن گاه مجموع درایه های ستون دوم ماتریس A^2 کدام است؟

- (۱) ۲۶
- (۲) ۳۰
- (۳) ۳۴
- (۴) ۳۸

۳۹- A و B دو ماتریس تعویض پذیر هستند، به طوری که $A^2 = A$ و $B^2 = B$. حاصل $(A+B-AB)^2$ کدام است؟

- (۱) $A+B$
- (۲) I
- (۳) $A+B-AB$
- (۴) \bar{O}

۴۰- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ باشد، آن گاه مجموع درایه های ماتریس $A^5 + A^6 + A^7$ کدام است؟

- (۱) -۴
- (۲) -۲
- (۳) ۲
- (۴) ۴

محل انجام محاسبات

فیزیک دهم

۴۱- یک جسم مکعب مستطیل شکل چوبی توپر، به ابعاد a ، $2a$ و $4a$ را از وجه‌های مختلف آن روی سطحی افقی قرار می‌دهیم. اگر اختلاف بیشینه و کمینه فشار ناشی از جسم بر سطح 1200 Pa باشد، حجم جسم چند سانتی متر مکعب است؟
($g = 10 \text{ N/kg}$ و چگالی چوب 0.8 g/cm^3 است.)

۸۰۰ (۲)

۱۲۵ (۱)

۸۰۰۰ (۴)

۱۰۰۰ (۳)

۴۲- شناگری در عمق ۵ متری از سطح آب دریاچه‌ای شنا می‌کند. اگر مساحت پرده گوش شناگر 8 cm^2 باشد، اندازه نیرویی که به سطح خارجی پرده گوش شناگر وارد می‌شود، چند نیوتون است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$ ، $\rho_{\text{آب}} = 1 \text{ g/cm}^3$ و $P_0 = 1 \text{ bar}$)

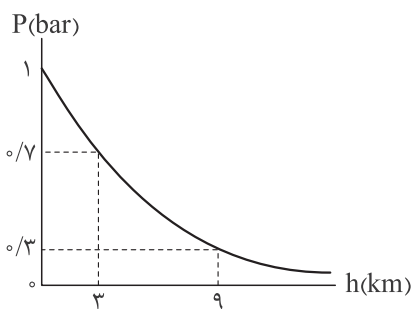
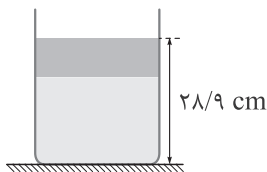
۱/۲ (۲)

۰/۴ (۱)

۱۲ (۴)

۴ (۳)

۴۳- نمودار فشار هوا بر حسب ارتفاع از سطح زمین به شکل زیر است. چگالی متوسط هوا از سطح زمین تا ارتفاع ۳ کیلومتری آن، چند برابر چگالی متوسط هوا از فاصله ۳ تا ۹ کیلومتری سطح زمین است؟

 $\frac{7}{3}$ (۱) $\frac{8}{3}$ (۲) $\frac{10}{7}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴)

۴۴- در ظرف استوانه‌ای شکل مقابل، آب و روغن ریخته شده است. اگر فشار هوا برابر

70 cmHg و جرم آب ۳ برابر جرم روغن باشد، فشار در کف ظرف چند کیلوپاسکال است؟

($g = 10 \text{ N/kg}$ ، چگالی جیوه، آب و روغن در SI، به ترتیب 13600 ، 1000 و 800 است.)

۹۷/۲۴ (۲)

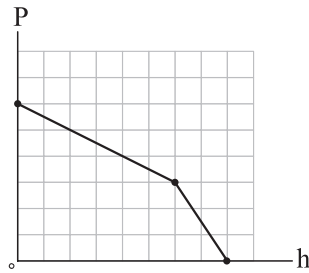
۹۵/۸۸ (۱)

۹۸/۶۰ (۴)

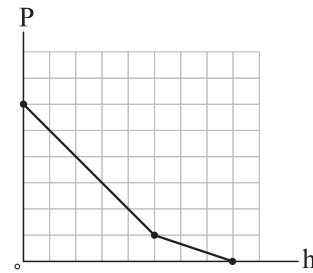
۹۷/۹۲ (۳)

محل انجام محاسبات

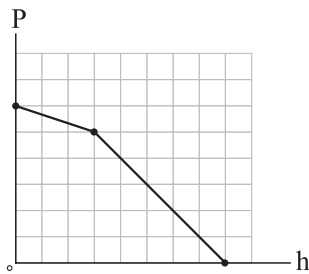
۴۵- در ظرفی استوانه‌ای که روی سطح افقی قرار دارد، جرم یکسانی از دو مایع مخلوط‌نشده ریخته شده است. نمودار فشار پیمانه‌ای (P) بر حسب فاصله از کف ظرف (h)، به صورت کدام شکل می‌تواند باشد؟



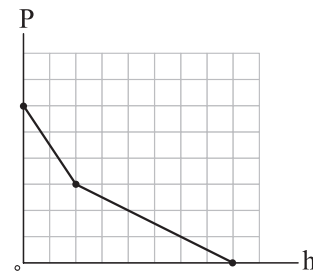
(۲)



(۱)

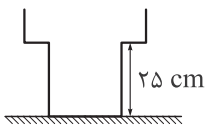


(۴)



(۳)

۴۶- در شکل زیر، ظرفی که از دو بخش استوانه‌ای به سطح مقطع‌های 20 cm^2 و 30 cm^2 تشکیل شده، روی سطح افقی قرار دارد. در ظرف، ابتدا 800 g از مایعی به چگالی 2 g/cm^3 و سپس 400 g از مایعی به چگالی 1 g/cm^3 می‌ریزیم. به ترتیب از راست به چپ، اندازه نیرویی که مایع به کف ظرف وارد می‌کند و اندازه نیرویی که ظرف به سطح افقی وارد می‌کند، چند نیوتون است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$ ، دو مایع مخلوط نمی‌شوند و جرم ظرف ناچیز است.)

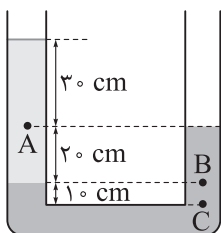


(۲) ۱۲، ۱۱

(۱) ۱۲، ۱۰/۵

(۴) ۱۱، ۱۱

(۳) ۱۱، ۱۰/۵



۴۷- در شکل مقابل، دو مایع مخلوط‌نشده در لوله U شکل در تعادل هستند. اختلاف فشار دو نقطه A و B چند برابر اختلاف فشار دو نقطه C و B است؟

(۲) $\frac{1}{5}$ (۱) $\frac{4}{5}$

(۴) ۵

(۳) $\frac{5}{4}$

۴۸- در یک لوله U شکل با سطح مقطع 5 cm^2 ، مقداری جیوه قرار دارد. اگر در شاخه سمت راست لوله 170 g آب بریزیم، اختلاف ارتفاع جیوه در دو شاخه به چند سانتی‌متر می‌رسد؟ ($\rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \text{ g/cm}^3$)

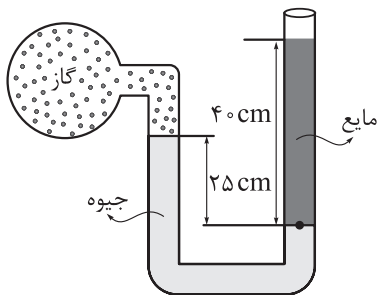
(۴) ۲۵

(۳) ۱۲/۵

(۲) ۲/۵

(۱) ۱/۲۵

محل انجام محاسبات



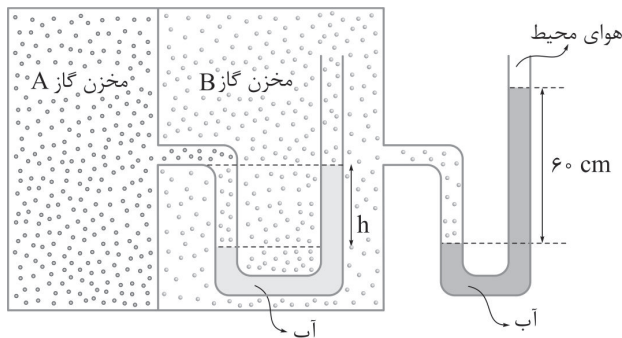
۴۹- در شکل مقابل، درون لوله U شکلی که به یک مخزن محتوی گاز وصل شده است، جیوه و مایعی دیگر به چگالی ρ وجود دارد. اگر فشار پیمانه‌ای درون مخزن گاز 25 kPa باشد، ρ بر حسب گرم بر سانتی‌متر مکعب کدام است؟ ($\rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \text{ g/cm}^3$ و $g = 10 \text{ N/kg}$)

۱/۸ (۲)

۱/۵ (۱)

۲/۴ (۴)

۲/۲۵ (۳)



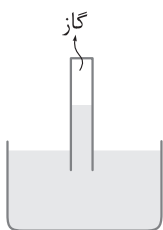
۵۰- در شکل مقابل، اگر فشار مخزن گاز A از فشار مخزن گاز B، ۵ درصد بیشتر باشد، h چند سانتی‌متر است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$ ، چگالی آب 1 g/cm^3 و فشار هوای محیط 84 kPa است.)

۳۵ (۱)

۳۶ (۲)

۴۲ (۳)

۴۵ (۴)



۵۱- در شکل مقابل، لوله‌ای به سطح مقطع 10 cm^2 ، به طور وارون در ظرف حاوی مایعی به چگالی $1/7 \text{ g/cm}^3$ فرو رفته و فشار گاز حبس شده در انتهای لوله 70 cmHg است. اگر سطح مقطع ظرف 40 cm^2 باشد، با خارج کردن کامل لوله از مایع، سطح آزاد مایع در ظرف چند سانتی‌متر جابه‌جایی می‌شود؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$ ، چگالی جیوه $13/6 \text{ g/cm}^3$ و فشار هوای محیط 102 kPa است.)

۱/۵ (۲)

۱/۲۵ (۱)

۱۲ (۴)

۱۰ (۳)

۵۲- جسم A بر سطح مایعی شناور و جسم B در این مایع غوطه‌ور است. اگر جسم C را در داخل این مایع رها کنیم، شروع به پایین رفتن می‌کند. در صورتی که جرم سه جسم A، B و C برابر باشند، کدام مورد درباره مقایسه اندازه نیروی شناوری وارد بر آن‌ها (F) درست است؟

$F_C > F_A = F_B$ (۲)

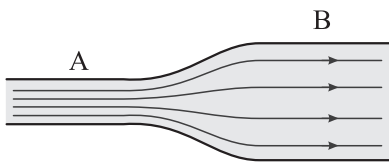
$F_A = F_B > F_C$ (۱)

$F_C > F_B > F_A$ (۴)

$F_A > F_B > F_C$ (۳)

محل انجام محاسبات

۵۳- در شکل زیر، لوله‌ای که از دو بخش A و B تشکیل شده است، توسط آب پُر شده و آب درون آن به صورت لایه‌ای در جریان است. اگر قطر مقطع لوله در بخش B، ۲۵ درصد بیشتر از قطر مقطع آن در بخش A باشد، کدام یک از موارد زیر درست است؟



الف) تندی آب در بخش B، ۲۰ درصد کم‌تر از تندی آن در بخش A است.

ب) تندی آب در بخش B، ۳۶ درصد کم‌تر از تندی آن در بخش A است.

پ) فشار آب در بخش B، بیشتر از فشار آن در بخش A است.

ت) فشار آب در بخش B، کم‌تر از فشار آن در بخش A است.

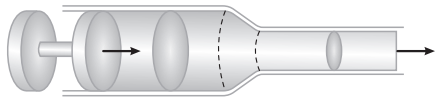
۴) ب و ت

۳) ب و پ

۲) الف و ت

۱) الف و پ

۵۴- در شکل زیر، روغن به چگالی 0.85 g/cm^3 تمام حجم لوله افقی را پر کرده و قطر پیستون 20 cm و قطر دهانه خروجی لوله 2 cm است. اگر پیستون با تندی 4 cm/s به سمت راست حرکت کند، در هر دقیقه چند کیلوگرم روغن از لوله بیرون می‌ریزد؟



۲) $81/6\pi$

۱) $20/4\pi$

۴) $8/16\pi$

۳) $2/0.4\pi$

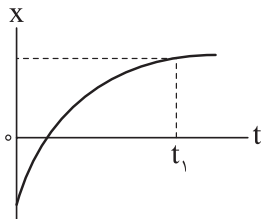
۵۵- کدام یک از شکل‌های زیر درباره تندی و فشار هوا در بالا و پایین بال یک هواپیمای در حال پرواز، درست است؟



محل انجام محاسبات

فیزیک دوازدهم

۵۶- نمودار مکان - زمان متحرکی که در راستای محور X حرکت می کند، به شکل زیر است. کدامیک از موارد زیر درباره حرکت این متحرک در بازه زمانی صفر تا t_1 درست است؟



الف) تندی متحرک در حال افزایش است.

ب) تندی متحرک در حال کاهش است.

پ) جهت حرکت متحرک یک مرتبه تغییر می کند.

ت) جهت بردار مکان متحرک یک مرتبه تغییر می کند.

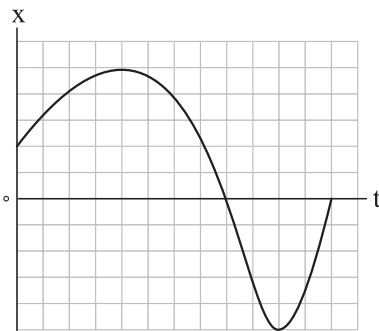
(۴) ب و ت

(۳) ب و پ

(۲) الف و ت

(۱) الف و پ

۵۷- نمودار مکان - زمان متحرکی که در راستای محور X حرکت می کند، به شکل زیر است. تندی متوسط متحرک در بازه ای که بردار مکان آن در خلاف جهت محور X است، چند برابر اندازه سرعت متوسط آن در بازه ای است که در خلاف



جهت محور X حرکت می کند؟

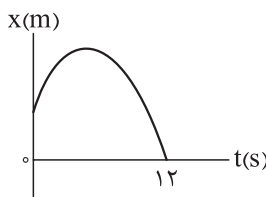
(۱) ۱

(۲) $\frac{5}{2}$

(۳) $\frac{3}{2}$

(۴) $\frac{25}{6}$

۵۸- نمودار مکان - زمان متحرکی که در راستای محور X حرکت می کند، به شکل زیر است. اگر در بازه زمانی $t_1 = 0$ تا $t_2 = 12s$ ، تندی متوسط متحرک $5 \frac{m}{s}$ و اندازه سرعت متوسط آن $2 \frac{m}{s}$ باشد، بیشینه فاصله متحرک از مبدأ مکان



چند متر است؟

(۲) ۴۲

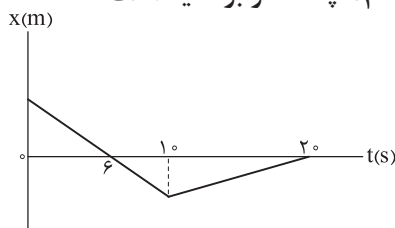
(۴) ۴۸

(۱) ۳۶

(۳) ۴۵

۵۹- نمودار مکان - زمان متحرکی که در راستای محور X حرکت می کند، به شکل زیر است. اگر تندی متحرک در لحظه

$t_1 = 2s$ برابر $3 \frac{m}{s}$ باشد، بزرگی سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی t_1 تا $t_2 = 12s$ چند متر بر ثانیه است؟



(۱) $2/4$

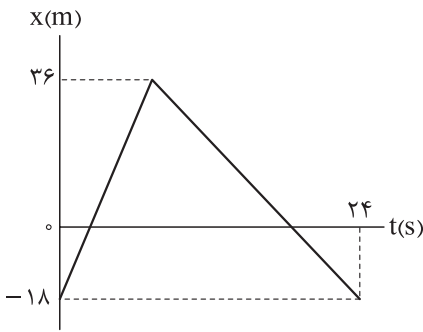
(۲) $2/16$

(۳) $0/24$

(۴) $0/216$

محل انجام محاسبات

۶۰- نمودار مکان - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می کند، به شکل زیر است. در این حرکت، بردار مکان متحرک چند ثانیه در جهت محور x است؟



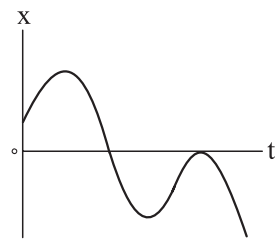
(۱) ۱۲

(۲) ۱۵

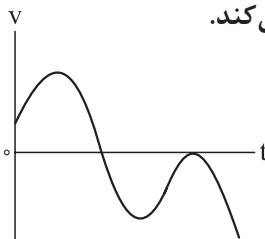
(۳) ۱۶

(۴) ۱۸

۶۱- دو متحرک A و B در راستای محور x حرکت می کنند. نمودار مکان - زمان متحرک A، به شکل (الف) و نمودار سرعت - زمان متحرک B به شکل (ب) است. چه تعداد از عبارتهای زیر درباره حرکت این دو متحرک الزاماً درست است؟



(الف)



(ب)

(الف) جهت بردار مکان متحرک A، دو مرتبه تغییر می کند.

(ب) جهت حرکت متحرک A، سه مرتبه تغییر می کند.

(پ) جهت بردار مکان متحرک B، یک مرتبه تغییر می کند.

(ت) جهت حرکت متحرک B، سه مرتبه تغییر می کند.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

۶۲- کدام یک از عبارتهای زیر نادرست است؟

(۱) اگر در طی حرکتی، شتاب متحرک پیوسته برابر صفر باشد، سرعت متحرک در این حرکت ثابت است.

(۲) اگر در طی حرکتی، شتاب متحرک پیوسته برابر صفر باشد، تندی متحرک در این حرکت ثابت است.

(۳) اگر در طی حرکتی، سرعت متحرکی ثابت باشد، شتاب آن در این حرکت پیوسته برابر صفر است.

(۴) اگر در طی حرکتی، تندی متحرک ثابت باشد، شتاب آن در این حرکت، پیوسته برابر صفر است.

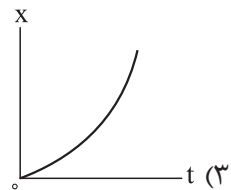
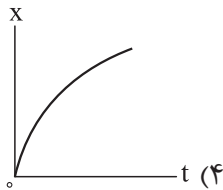
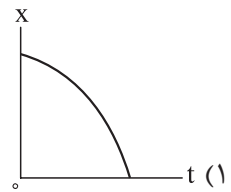
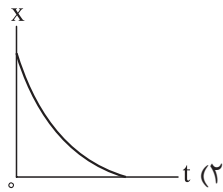
۶۳- در جدول زیر، مکان و سرعت متحرکی که روی محور x حرکت می کند، در دو لحظه مشخص شده است. اگر در بازه زمانی t_1 تا t_2 ، سرعت متوسط متحرک $(2/4 \frac{m}{s})\vec{i}$ و شتاب متوسط آن $(-1/5 \frac{m}{s^2})\vec{i}$ باشد، \vec{v}_2 در SI کدام است؟

سرعت ($\frac{m}{s}$)	مکان (m)	زمان (s)
$5\vec{i}$	$-9\vec{i}$	t_1
\vec{v}_2	$15\vec{i}$	t_2

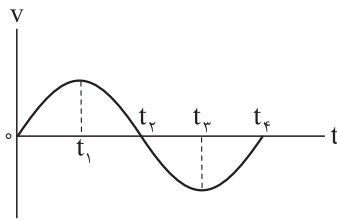
(۱) $10\vec{i}$ (۲) $-10\vec{i}$ (۳) $20\vec{i}$ (۴) $-20\vec{i}$

محل انجام محاسبات

۶۴- در کدام یک از نمودارهای مکان - زمان زیر، سرعت متحرک در مبدأ زمان و شتاب آن در تمام لحظه‌ها، در خلاف جهت محور x است؟



۶۵- نمودار سرعت - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل زیر است. چه تعداد از عبارت‌های زیر درباره حرکت این متحرک درست است؟



(الف) در بازه زمانی t_1 تا t_2 ، اندازه شتاب متحرک در حال کاهش است.

(ب) در بازه زمانی t_2 تا t_3 ، تندی متحرک در حال افزایش است.

(پ) در بازه زمانی صفر تا t_3 ، شتاب متوسط متحرک در خلاف جهت محور x است.

(ت) در بازه زمانی t_2 تا t_4 ، تندی متوسط متحرک با اندازه سرعت متوسط آن برابر است.

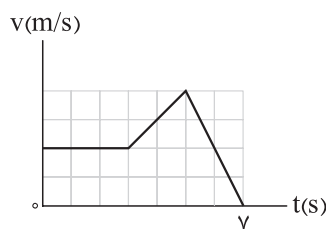
۲ (۲)

۱ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

۶۶- نمودار سرعت - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل زیر است. اندازه شتاب متحرک در لحظه $t_1 = 6s$ چند برابر اندازه شتاب متوسط متحرک در بازه زمانی $t_1 = 2s$ تا $t_2 = 7s$ است؟



۵ (۱)

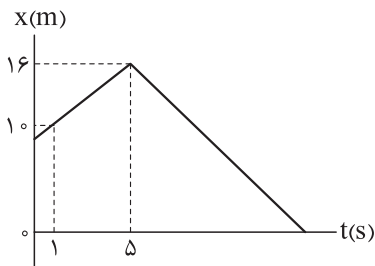
۴ (۲)

$\frac{1}{4}$ (۳)

$\frac{1}{5}$ (۴)

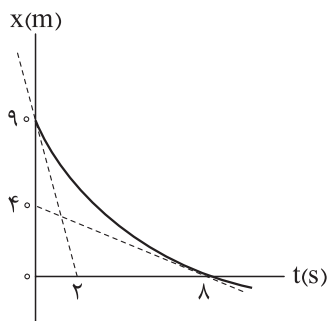
محل انجام محاسبات

۶۷- نمودار مکان - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می کند، به شکل زیر است. اگر تندی متوسط متحرک در بازه زمانی ۱s تا ۱۱s، برابر $\frac{1}{8} \frac{m}{s}$ باشد، شتاب متوسط آن در این بازه زمانی، در SI، کدام است؟



- (۱) $0.5 \vec{i}$
 (۲) $0.35 \vec{i}$
 (۳) $-0.5 \vec{i}$
 (۴) $-0.35 \vec{i}$

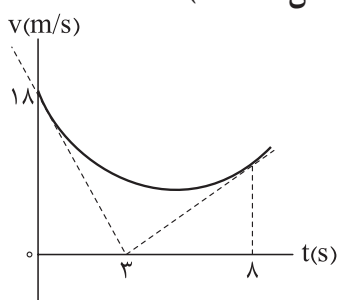
۶۸- نمودار مکان - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می کند، به شکل زیر است. شتاب متوسط متحرک از مبدأ زمان تا لحظه ای که جهت بردار مکان آن تغییر می کند، در SI کدام است؟ (خط چین های رسم شده در دو لحظه



$t_1 = 0$ و $t_2 = 8$ s بر نمودار مماس هستند.)

- (۱) $5 \vec{i}$
 (۲) $-5 \vec{i}$
 (۳) $6/25 \vec{i}$
 (۴) $-6/25 \vec{i}$

۶۹- نمودار سرعت - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می کند، به شکل زیر است. اگر اندازه شتاب متحرک در مبدأ زمان، ۳ برابر اندازه شتاب آن در لحظه $t = 8$ s باشد، شتاب متوسط متحرک در ۸ ثانیه اول، بر حسب متر بر مربع ثانیه کدام است؟ (دو خط چین رسم شده در مبدأ زمان و لحظه $t = 8$ s بر نمودار مماس هستند.)

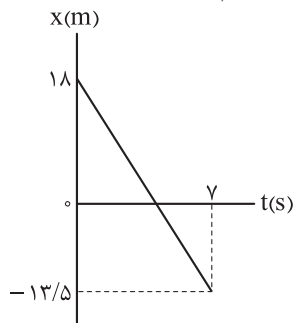


- (۱) \vec{i}
 (۲) $-\vec{i}$
 (۳) $0.25 \vec{i}$
 (۴) $-0.25 \vec{i}$

محل انجام محاسبات

۷۰- نمودار مکان - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می کند، به شکل زیر است. بردار جابه جایی متحرک در

بازه زمانی $3s$ تا $5s$ و نیز بردار سرعت آن در لحظه $t = 2s$ به ترتیب از راست به چپ در SI کدام است؟



(۱) $-9\vec{i}$ و $-4/5\vec{i}$

(۲) صفر و $-4/5\vec{i}$

(۳) صفر و $9\vec{i}$

(۴) $9\vec{i}$ و $-9\vec{i}$

۷۱- معادله مکان - زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می کند، در SI به صورت $x = -4t + 12$ است. کدام یک از

عبارت‌های زیر درباره حرکت این متحرک درست است؟

الف) متحرک در لحظه $t = 3s$ تغییر جهت می دهد.

ب) متحرک همواره در یک جهت حرکت می کند و اندازه بردار مکان آن پیوسته در حال افزایش است.

پ) فاصله متحرک تا مبدأ در لحظه‌های $t_1 = 0/5s$ و $t_2 = 3/5s$ یکسان است.

ت) سرعت متوسط در 2 ثانیه سوم برابر سرعت متحرک در لحظه $t = 4s$ است.

(۲) الف و پ

(۱) الف و پ و ت

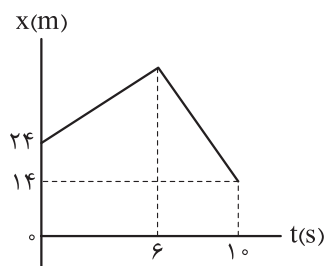
(۴) ت

(۳) ب و ت

۷۲- نمودار مکان - زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می کند، مطابق شکل زیر است. اگر تندی متحرک در لحظه

$t_1 = 2s$ ، $5 \frac{m}{s}$ کم تر از تندی آن در لحظه $t_2 = 8s$ باشد، بزرگی سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی $3s$ تا $9s$ چند

متر بر ثانیه است؟



(۱) ۲

(۲) $2/5$

(۳) ۴

(۴) $1/5$

محل انجام محاسبات

۷۳- دو جسم A و B با سرعت‌های ثابت بر روی محور x در حرکت‌اند و هر دو هم‌زمان در یک لحظه در مبدأ از کنار هم عبور می‌کنند. اگر معادله مکان - زمان A در SI، $x_A = 3t - 4$ باشد و متحرک B در لحظه $t_1 = 5$ s از مکان $x_1 = -22$ m عبور کند، معادله مکان - زمان متحرک B در SI کدام است؟

$$x_B = -9t + 23 \quad (2)$$

$$x_B = 9t - 23 \quad (1)$$

$$x_B = -6t + 8 \quad (4)$$

$$x_B = 6t - 8 \quad (3)$$

۷۴- در شکل زیر دو متحرک هم‌زمان از نقطه‌های A و B با سرعت‌های ثابت به سمت یکدیگر حرکت می‌کند و در نقطه O از کنار هم می‌گذرند. در ادامه ۴ s طول می‌کشد تا متحرک اول از O به B و ۹ s طول می‌کشد تا دومی از O به A برسد. اگر تندی متحرک اول $12 \frac{m}{s}$ باشد، چند ثانیه طول می‌کشد تا متحرک دوم از B به A برسد؟



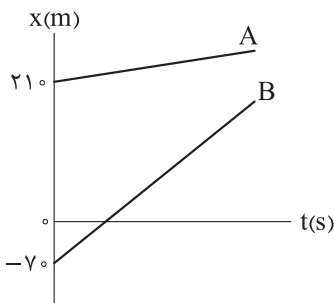
$$15 \quad (2)$$

$$10 \quad (1)$$

$$18 \quad (4)$$

$$16 \quad (3)$$

۷۵- شکل زیر، نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B را نشان می‌دهد. اگر تندی متحرک B، $14 \frac{m}{s}$ بیشتر از تندی متحرک A و فاصله دو متحرک از یکدیگر در لحظه تغییر جهت بردار مکان متحرک B، ۲۵۲ m باشد، در چه لحظه‌ای



برای بار دوم فاصله دو متحرک از هم ۲۵۲m می‌شود؟

$$20 \quad (1)$$

$$22 \quad (2)$$

$$36 \quad (3)$$

$$38 \quad (4)$$

شیمی دهم

۷۶- کدام مطلب درست است؟

- (۱) همه گازها نامرئی هستند به طوری که ما هوا را نمی‌توانیم ببینیم و به طور معمول وجود آن را در پیرامون خود حس نمی‌کنیم.
- (۲) در لایه‌های بالای هواکره با برخورد پرتوهای الکترومغناطیسی، تنها کاتیون‌های تک‌اتمی مشاهده می‌شود.
- (۳) بخار آب تنها در نزدیک‌ترین لایه به سطح زمین وجود دارد و به همین دلیل، تغییرات آب‌وهوا تنها در این لایه بررسی می‌شود.
- (۴) با افزایش ارتفاع از سطح زمین، روند تغییر دما و فشار، عکس یکدیگر عمل می‌کنند.

۷۷- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- حدود ۷۵ درصد از حجم هواکره، در نزدیک‌ترین لایه به زمین، یعنی لایه تروپوسفر، قرار دارد و پس از آن، هواکره رقیق و رقیق‌تر می‌شود.
- بیش از ۹۹ درصد از حجم هوای پاک و خشک، تنها از دو گاز تشکیل شده است.
- فراوان‌ترین گاز نجیب موجود در هوا، چهارمین گاز نجیب جدول دوره‌ای عنصرها است.
- در فرایند کلی جداسازی اجزای هوا، سومین ماده جداساده، به عنوان محیط بی‌اثر در جوشکاری به کار می‌رود.

۱ (۱)	۲ (۲)
-------	-------

۳ (۳)	۴ (۴)
-------	-------

۷۸- کدام مطلب درست است؟

- (۱) بوکسیت و سیلیس، دو نمونه از ترکیب‌های عنصرها با اکسیژن هستند که در طبیعت به طور خالص یافت می‌شوند.
- (۲) سنگ معدن آهن، دارای دو نوع اکسید آهن است که نسبت آنیون به کاتیون در یکی از آن‌ها، ۱/۵ برابر دیگری است.
- (۳) در فرمول شیمیایی ترکیب‌های دی‌کلر پنتاکسید، نیتروژن دی‌اکسید، اکسیژن دی‌فلوئورید و لیتیم اکسید، شمار اتم‌های اکسیژن از عنصر دیگر بیشتر است.
- (۴) در مولکول NO_2Cl ، اتم نیتروژن اتم مرکزی بوده و دارای یک جفت‌الکترون ناپیوندی است.

- ۷۹- نسبت شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی به ناپیوندی در کدام‌یک از مولکول‌های زیر، برابر با نسبت شمار کاتیون‌ها به آنیون‌ها در ترکیب مس (II) کلرید است؟

HCN (۱)	(۲) گوگرد دی‌اکسید
(۳) دی‌نیتروژن مونوکسید	(۴) SOCl_2

محل انجام محاسبات

۸۰- کدام موارد از مطالب زیر، نادرست است؟

الف) در اثر سوختن زغال سنگ در حضور اکسیژن، اکسیدهایی تولید می‌شود که نسبت تعداد اتم‌های اکسیژن به کل اتم‌ها در مولکول‌های آن‌ها، برابر است.

ب) اتصال محصول حاصل از سوختن کامل سوخت فسیلی به هموگلوبین، از رسیدن اکسیژن به بافت‌های بدن جلوگیری کرده و باعث مسمومیت می‌شود.

پ) مرجان‌ها، گروهی از کیسه‌تنان با اسکلت آهکی هستند که در صورت افزایش مقدار کلسیم در آب، از بین می‌روند.

ت) از واکنش همه اکسیدهای فلزی و نافلزی با آب، به ترتیب باز و اسید تولید می‌شود.

الف - ب - پ - ت (۴) الف - پ (۳) پ - ت (۲) الف - ب (۱)

۸۱- چه تعداد از مطالب زیر، درست است؟

• طبق قانون بقای جرم، مجموع جرم واکنش‌دهنده‌ها و مجموع جرم فراورده‌ها ثابت است.

• توجیه برخی از فرایندهای شیمیایی مانند زنگ‌زدن آهن در هوای مرطوب، با قانون پایستگی جرم امکان‌پذیر است.

• مطابق قانون پایستگی جرم، مولکولی از بین نمی‌رود و مولکولی هم به وجود نمی‌آید.

• شرط موازنه‌بودن یک معادله این است که مجموع شمار اتم‌ها در دو سمت معادله، برابر باشد.

الف - صفر (۱) پ - ت (۲) الف - پ (۳) الف - ب - پ - ت (۴)

۸۲- تفاوت مجموع ضرایب استوکیومتری مواد در واکنش‌های a و b، پس از موازنه معادله آن‌ها، کدام است؟



الف (۱) پ - ت (۲) الف - پ (۳) الف - ب - پ - ت (۴)

۸۳- شکل زیر، نمایی از گرمای جذب و بازتاب شده به وسیله

زمین را نشان می‌دهد. چه تعداد از توصیف‌های زیر در رابطه

با موارد «الف» تا «ت» مشخص شده در شکل، درست است؟

مورد «الف» در شکل: زمین بخش قابل توجهی از گرمای

جذب‌شده را به صورت تابش فروسرخ از دست می‌دهد.

مورد «ب» در شکل: بخش عمده‌ای از این پرتوها به وسیله

زمین جذب می‌شود.

مورد «پ» در شکل: بخش کوچکی از پرتوهای خورشیدی به

وسیله هواکره جذب می‌شوند.

مورد «ت» در شکل: گازهای گلخانه‌ای مانع از خروج کامل گرمای آزادشده می‌شود.

الف (۱) پ - ت (۲) الف - پ (۳) الف - ب - پ - ت (۴)



محل انجام محاسبات

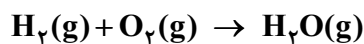
۸۴- کدام مطلب دربارهٔ اکسیژن و اوزون، درست است؟ ($O = 16 : g \cdot mol^{-1}$)

- (۱) اوزون، گازی با مولکول‌های سه‌اتمی در بالاترین لایهٔ هواکره، مانند پوششی کرهٔ زمین را احاطه کرده، هرچند که مقدار آن در هواکره ناچیز است.
- (۲) مولکول‌های اوزون، مانع ورود بیش از 90° درصد از تابش فرابنفش خورشید به سطح زمین می‌شوند تا موجودات زنده از آثار زیانبار این تابش در امان بمانند.
- (۳) تفاوت نقطهٔ جوش دگرشکل‌های عنصر اکسیژن بر حسب درجهٔ سلسیوس، بیشتر از تفاوت جرم مولی آن‌ها بر حسب گرم بر مول است.
- (۴) تابش پراثری فرابنفش، دو پیوند اشتراکی را بین دو اتم اکسیژن در اوزون می‌شکند و مولکول اوزون به یک اتم اکسیژن و یک مولکول اکسیژن تبدیل می‌شود.

۸۵- اگر حجم گاز در ظرف A، دو برابر حجم گاز در ظرف B باشد، چه تعداد از مطالب زیر در مورد این دو گاز به یقین درست است؟

- فشار گاز در ظرف B، دو برابر فشار گاز در ظرف A است.
 - دمای گاز در ظرف A، بر حسب کلوین، دو برابر دمای گاز در ظرف B است.
 - شمار اتم‌ها در ظرف A، دو برابر شمار اتم‌ها در ظرف B است.
 - حاصل کسر $\frac{P \times V}{T}$ برای گازهای A و B، با یکدیگر برابر است.
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

۸۶- ۱۰ گرم سدیم را در ۵۰ گرم آب می‌اندازیم. اگر هیدروژن تولیدشده با 1680 میلی‌لیتر گاز اکسیژن در شرایط STP به طور کامل بسوزد، جرم مخلوط اولیه به چند گرم می‌رسد؟ (واکنش‌های موازنه‌نشده به صورت زیر است و



(۱) ۵۷/۲ (۲) ۵۷/۹ (۳) ۵۹/۷ (۴) ۵۹/۸۵

۸۷- مواد موجود در کدام گزینه همگی ناقطبی هستند؟

- (۱) CO_2, NO, CH_4 (۲) SiH_4, NCl_3, SO_4^{2-}
 (۳) SO_3, CCl_4, N_2 (۴) CH_2Cl_2, NH_4^+, CS_2

۸۸- چه تعداد از مقایسه‌های زیر، در ارتباط با قدرت نیروهای بین مولکولی ماده‌های داده‌شده، درست است؟

- $I_2 > H_2O > C_6H_6$
- اتانول > استون
- $I_2 > Br_2 > Cl_2 > F_2$
- $CO > N_2$

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

محل انجام محاسبات

۸۹- دلیل کدام یک از اتفاقات زیر را نمی توان با پیوند هیدروژنی مرتبط دانست؟

- (۱) فاسد شدن گوشتی که یخ آن باز شده باشد، در اثر قراردادن مجدد آن در فریزر
- (۲) بیشتر بودن نقطه جوش اتانول نسبت به استون
- (۳) منفجر شدن نوشابه شیشه‌ای در اثر قراردادن آن در فریزر
- (۴) توانایی آب برای حل کردن اغلب مواد

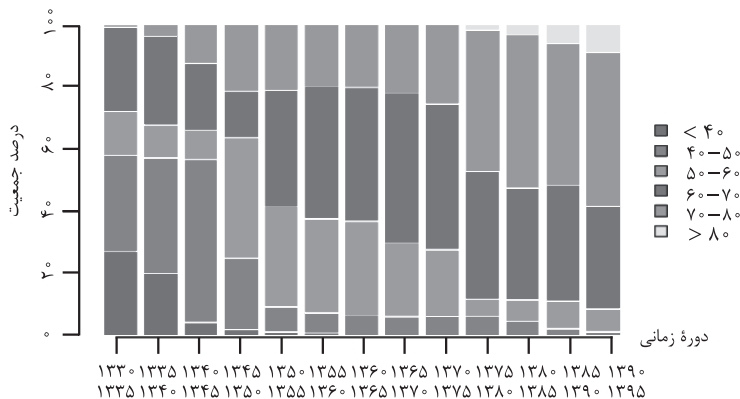
۹۰- اگر مولکول‌های حلال را با A و ذره‌های حل‌شونده را با B نمایش دهیم، در کدام مورد زیر، رابطه

$$(A \dots B) > \frac{(A \dots A) + (B \dots B)}{2}$$

۲

- (۱) استون در اتانول
- (۲) باریم کلرید در آب
- (۳) ید در بنزین
- (۴) باریم سولفات در هگزان

شیمی دوازدهم



۹۱- نمودار مقابل توزیع جمعیت جهان را

براساس امید به زندگی آن‌ها در دوره‌های زمانی گوناگون نشان می‌دهد. با توجه به این نمودار، کدام مطلب نادرست است؟

- (۱) از سال ۱۳۶۰ تا ۱۳۸۰، درصد جمعیتی که امید به زندگی ۴۰ تا ۵۰ سال داشته‌اند، به تقریب ثابت بوده است.
- (۲) اگر جمعیت جهان در سال ۱۳۹۳، ۸ میلیارد نفر بوده باشد، حدود ۴ میلیارد نفر از آن‌ها، امید به زندگی بین ۷۰ تا ۸۰ سال داشته‌اند.

(۳) از سال ۱۳۶۰، درصد جمعیتی که امید به زندگی زیر ۴۰ سال دارند، به صفر رسیده است و از حدود ۱۰ سال بعد، امید به زندگی بالای ۸۰ سال در جمعیت ظاهر شده است.

(۴) با گذشت زمان، میزان امید به زندگی در سطح جهان افزایش یافته است؛ چون استفاده از صابون و توجه به نظافت و بهداشت در جوامع رو به گسترش است.

۹۲- چه تعداد از عبارتهای زیر در رابطه با دو ماده اتیلن گلیکول و اوره، درست است؟

- این دو ترکیب به خوبی در یکدیگر حل می‌شوند.
- مولکول‌های اتیلن گلیکول و اوره می‌توانند با یکدیگر پیوند هیدروژنی تشکیل دهند.
- نسبت شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی به ناپیوندی در مولکول اوره، برابر همین نسبت در مولکول اتیلن گلیکول است.
- شمار گروه‌های عاملی در مولکول اوره و اتیلن گلیکول با یکدیگر برابر است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

محل انجام محاسبات

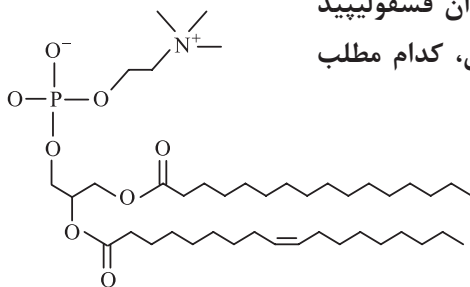
۹۳- کدام مطلب نادرست است؟

- (۱) در فرایند انحلال، اگر ذره‌های سازنده حل‌شونده با مولکول‌های حلال جاذبه قوی برقرار نکنند، حل‌شونده در حلال پخش می‌شود.
- (۲) حالت فیزیکی آلاینده، تأثیر بسزایی در انتخاب یک پاک‌کننده مناسب دارد.
- (۳) حلالیت روغن زیتون در اوره به مراتب کم‌تر از حلالیت آن در هگزان است.
- (۴) سدیم کلرید با تشکیل جاذبه‌های یون - دوقطبی در حلال قطبی آب حل شده، ولی نقره کلرید در حلال ناقطبی هگزان حل نمی‌شود.

۹۴- اگر یک اسید چرب با زنجیر هیدروکربنی سیرشده، دارای ۱۴ گروه CH_2 باشد، کدام یک از عبارتهای زیر در مورد آن، نادرست است؟ ($\text{O} = 16, \text{C} = 12, \text{H} = 1: \text{g.mol}^{-1}$)

- (الف) از واکنش آن با پتاسیم هیدروکسید، یک پاک‌کننده با حالت فیزیکی مایع تولید می‌شود.
- (ب) ۱۲/۵ درصد از جرم آن را عنصر اکسیژن تشکیل می‌دهد.
- (پ) بخش ناقطبی آن بر بخش قطبی غلبه داشته و به همین دلیل به طور خودبه‌خودی می‌تواند در آب پخش شود.
- (ت) محصول واکنش این ترکیب با سدیم هیدروکسید، هم در آب و هم در چربی حل می‌شود.
- (۱) الف - پ (۲) ب - پ (۳) ب - ت (۴) فقط پ

۹۵- اگر شمار اتم‌های کربن در یک استر سه‌عاملی با زنجیر هیدروکربنی سیرشده، ۱/۵ برابر شمار اتم‌های هیدروژن در یک اسید چرب با زنجیر هیدروکربنی سیرشده بوده و جرم اتم‌های کربن در هر مول از این اسید چرب ۱۱۲ گرم بیشتر از جرم اتم‌های هیدروژن در هر مول از این استر سه‌عاملی باشد، استر مورد نظر را از واکنش یک الکل سه‌عاملی با کدام یک از اسیدهای زیر می‌توان تهیه کرد؟ ($\text{C} = 12, \text{H} = 1: \text{g.mol}^{-1}$)



۹۶- شکل مقابل ساختار فسفاتیدیل کولین را نشان می‌دهد که به عنوان فسفولیپید غالب در غشای بیشتر سلول‌های پستانداران وجود دارد. با توجه به آن، کدام مطلب نادرست است؟

- (۱) زنجیرهای هیدروکربنی، بخش آب‌گریز و بخش‌های شامل عنصرهای N، O و P، بخش‌های آبدوست این ساختار را تشکیل می‌دهند.
- (۲) نیروی بین مولکولی غالب در آن، همانند اسید چرب، از نوع وان‌دروالسی است.
- (۳) فرمول شیمیایی این ترکیب به صورت $\text{C}_{47}\text{H}_{81}\text{NO}_8\text{P}$ است.

(۴) الگوی کلی این فسفولیپیدها را می‌توان به صورت  نمایش داد.

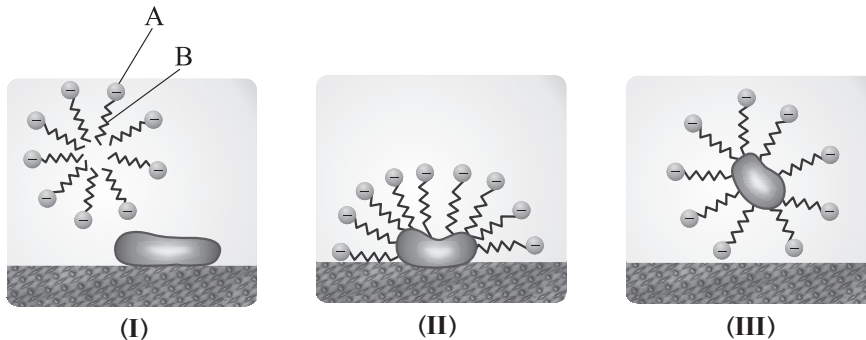
محل انجام محاسبات

۹۷- اگر ۸ گرم سدیم هیدروکسید ۹۰ درصد خالص با ۳۶ / ۴۸ گرم از یک استرسه عاملی با زنجیرهای هیدروکربنی سیر شده و یکسان، به طور کامل واکنش دهد، فرمول صابون تولید شده کدام است؟ ($\text{Na} = ۲۳, \text{O} = ۱۶, \text{C} = ۱۲, \text{H} = ۱: \text{g.mol}^{-1}$)



۹۸- کدام مطلب نادرست است؟

- (۱) اگر مقداری صابون را به مخلوط آب و روغن اضافه کنیم و آن را به هم بزیم، یک مخلوط پایدار ایجاد می شود که به ظاهر همگن است.
- (۲) رنگ پوششی، نمونه ای از یک کلئید است که نور را از خود عبور می دهد.
- (۳) ذره های سازنده کلئیدها و سوسپانسیون ها، به ترتیب توده های مولکولی با اندازه های متفاوت و ذره های ریز ماده هستند.
- (۴) در بین محلول ها، کلئیدها و سوسپانسیون ها، ویژگی ته نشین شدن تنها مربوط به سوسپانسیون ها است.
- ۹۹- شکل های زیر، مراحل پاک شدن یک لکه روغن از روی پارچه با صابون را نشان می دهند. با توجه به آن، چه تعداد از مطالب زیر درست است؟



- بخش های A و B به ترتیب بخش های آبدوست و چربی دوست را در مولکول صابون نشان می دهند.
- مولکول های صابون پس از برقراری جاذبه با مولکول های روغن، به کمک بخش آبدوست خود در آب حل می شوند.
- مولکول های صابون مانند پلی بین مولکول های آب و روغن قرار گرفته و ذره های روغن را در آب پخش می کنند.
- شکل های (I) و (III)، به ترتیب حل شدن صابون در آب به کمک بخش قطبی آن و پخش شدن روغن در آب به کمک صابون را نشان می دهند.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۰۰- مقدار کافی صابون جامد با فرمول $\text{C}_{۱۷}\text{H}_{۳۵}\text{COONa}$ را در ۱۵۰ میلی لیتر از محلول کلسیم کلرید با غلظت ۲ / ۰ مولار ریخته و هم می زنیم. اگر بعد از ۳۰ دقیقه، ۴ / ۰۴ گرم رسوب جدا شود، با فرض ثابت بودن سرعت تولید و جدا شدن رسوب در طول انجام واکنش، چند دقیقه دیگر زمان لازم است تا همه کلسیم موجود در محلول به صورت کامل رسوب کند؟ ($\text{Ca} = ۴۰, \text{Na} = ۲۳, \text{O} = ۱۶, \text{C} = ۱۲, \text{H} = ۱: \text{g.mol}^{-1}$)

۱۵۵ (۴)

۱۳۵ (۳)

۱۰۵ (۲)

۸۵ (۱)

محل انجام محاسبات



۱۰۱- چه تعداد از موارد زیر درباره مدل فضاپرکن نشان داده شده، درست است؟
 • فرمول شیمیایی این ترکیب را می‌توان به صورت $C_{18}H_{39}SO_3Na$ نمایش داد.
 • این ماده را می‌توان از بنزن و دیگر مواد اولیه در صنایع پتروشیمی، طی واکنش‌های پیچیده تولید کرد.

• این ترکیب می‌تواند در محیط‌های گوناگون مانند سفرهای دریایی و صنایع وابسته به آب شور، پاسخ‌گوی نیاز انسان باشد.
 • یک نوع پاک‌کننده صابونی بوده که بخش آنیونی آن شامل یک بخش ناقطبی بزرگ و یک بخش قطبی کوچک تر است.

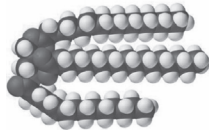
۱ (۴)

۲ (۳)

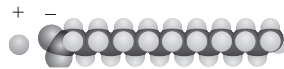
۳ (۲)

۴ (۱)

۱۰۲- با توجه به مدل فضاپرکن ترکیب‌های داده‌شده، کدام گزینه درست است؟



(a)



(b)



(c)

(۱) با افزایش جمعیت جهان، برای تولید صابون در مقیاس انبوه، به مقدار زیادی از ترکیب b نیاز است.
 (۲) قدرت پاک‌کنندگی ترکیب c بیشتر از ترکیب b است، چون شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی بیشتری در آن وجود دارد.
 (۳) این شکل‌ها مدل فضاپرکن سه پاک‌کننده را نشان می‌دهند که قدرت‌های پاک‌کنندگی متفاوتی دارند.
 (۴) با استفاده از ترکیب a و مواد لازم دیگر، می‌توان ترکیب b را تولید کرد که قدرت پاک‌کنندگی کم‌تری از ترکیب c دارد.

۱۰۳- کدام یک از توصیف‌های داده‌شده با ماده مورد نظر هم‌خوانی ندارد؟

- (الف) صابون گوگردار: ضد عفونی‌کننده و مناسب برای از بین بردن میکروب
 (ب) صابون مراغه: مناسب برای موهای چرب به دلیل داشتن خاصیت بازی مناسب
 (پ) صابون با ماده شیمیایی کلردار: مناسب برای از بین بردن جوش صورت و قارچ‌های پوستی
 (ت) مواد شوینده با نمک‌های فسفات: مناسب برای افزایش قدرت پاک‌کنندگی شوینده‌ها
- (۱) الف - ب (۲) الف - پ (۳) ب - ت (۴) پ - ت

۱۰۴- کدام مطلب نادرست است؟

(۱) پاک‌کننده غیرصابونی با آلاینده‌ها تنها برهم‌کنش فیزیکی داشته، ولی پاک‌کننده خورنده، علاوه بر برهم‌کنش با آلاینده‌ها، با آن‌ها واکنش نیز می‌دهد.
 (۲) جوهرنمک، سود سوزآور و سفیدکننده‌ها از نظر شیمیایی فعال‌اند و خاصیت خورندگی دارند.
 (۳) صابون و محلول جوهر نمک، دو پاک‌کننده هستند که خاصیت اسیدی داشته و باعث تغییر رنگ کاغذ pH می‌شوند.
 (۴) پاک‌کننده‌های خورنده، با انجام واکنش شیمیایی، لکه‌ها و رسوب‌ها را به موادی تبدیل می‌کنند که در آب حل یا پخش می‌شوند.

۱۰۵- نوعی پاک کننده که برای باز کردن مجاری مسدود شده در برخی وسایل و دستگاه های صنعتی استفاده می شود، به شکل پودر عرضه شده و شامل مخلوط سدیم هیدروکسید و پودر آلومینیم است. کدام یک از موارد زیر، هنگام استفاده از این پاک کننده رخ می دهد؟

الف) انجام واکنش شیمیایی بین سدیم هیدروکسید و چربی و تولید صابون

ب) وارد شدن ضربه مکانیکی به رسوب ها به دلیل تولید گاز اکسیژن

پ) ذوب شدن چربی ها به دلیل انجام واکنش گرماگیر

ت) افزایش سرعت پاک کنندگی با استفاده از پاک کننده به صورت پودر

۴) ب - ت

۳) ب - پ

۲) الف - ت

۱) الف - پ

برنامه ریزی آزمون شروع دوازدهم از تابستان خیلی سبز برای داوطلبانی که مطالعه سر فصل های دوازدهم را از تابستان آغاز می کنند، بر اساس اصول زیر طراحی شده است:

- ۱- تدریس مر سوم دبیران در پایه دوازدهم
- ۲- پیش نیاز یا هم نیاز پایه مر تبط با سر فصل دوازدهم
- ۳- توجه به نحوه تدریس بر اساس پیشروی کتاب ها
- ۴- وزن سر فصل های هم زمان دروس پایه و دوازدهم

پایه	مرحله		سوم	چهارم	پنجم
	اول	دوم			
پایه	✓	✓	✓	✓	✓
دوازدهم	-	-	✓	✓	-

آزمون مرحله دوم (که در تاریخ ۵ مرداد ۱۴۰۳ برگزار شد) به شروع پیشروی دهم و یازدهم اختصاص داشت؛ چنانچه نتوانستید در این آزمون شرکت کنید، امکان برگزاری این آزمون به صورت آنلاین فراهم است.

آزمون مرحله سوم (همین دفتر چه ای که در دست دارید) به ادامه پیشروی پایه و شروع پیشروی دوازدهم اختصاص دارد.

از آزمون مرحله سوم به پیشروی پایه دوازدهم به همراه پایه های مر تبط آن پرداخته می شود.

در برنامه شروع دوازدهم از تابستان، همه سر فصل های دوازدهم و پایه های مر تبط، پس از تابستان در پاییز ادامه پیدا می کند.

پاسخ نامه تشریحی آزمون را ساعت ۱۶ از صفحه شخصی خودتان در سایت آزمون خیلی سبز دریافت کنید.



azmoon.kheilisabz.com

پاسخ نامہ آزمون آزمائشی حلیہ سبز

پایہ دوازدهم

مرحله سوم

رشته ریاضی

سال تحصیلی ۱۴۰۳-۰۴

تاریخ برگزاری: ۲۶/مرداد/۱۴۰۳

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا
حسابان و ریاضیات پایه	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان
ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	علیرضا شریف خطیبی - عطا صادقی - حمید گلزاری - سروش موئینی
هندسه	امیرحسین ابومحبوب - نادر حاجی زاده - محمدرضا حسینی فرد - محمدطاهر شعاعی - کیوان صارمی - حمید گلزاری - محسن محمدکریمی - محسن میراسلامی
فیزیک	علیرضا جباری - رضا سبزمیدانی - نوید شاهی
شیمی	مهدی براتی - عباس سرمایه - یاسر عبدالهی

ویژه کنکورهای ۱۴۰۴

شروع دوازدهم از تابستان

نام درس	مسئول درس	گزینشگر	مؤلف پاسخ نامه	کارشناس علمی	ویراستاران به ترتیب حروف الفبا
حسابان و ریاضیات پایه	حسین شفیع زاده مهرداد کیوان	حسین شفیع زاده مهرداد کیوان	امیرحسین ابومحبوب	محمد گودرزی محمدسجاد نقیه سجاد داوطلب	شمیم پهلوان شریف زهره جالینوسی - مهدی خوش نویس شقایق راهبریان - ماهان فنی فر ابوالفضل ناصری
ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	حمید گلزاری	حمید گلزاری	مریم نظری	امیرحسین ابومحبوب	مهدی خوش نویس - ماهان فنی فر ابوالفضل ناصری
هندسه	حمید گلزاری	حمید گلزاری	الما احسانیان	امیرحسین ابومحبوب	مهدی خوش نویس - ماهان فنی فر ابوالفضل ناصری - مریم نظری
فیزیک	رضا سبزمیدانی	نوید شاهی	محمد باغبان علیرضا جباری محمدجواد سورچی	علیرضا جباری	مرضیه انتخابی فر - مهدی بابائی نرجس تیمناک - زهره صفری احسان محمدی - امیر محمدی انزلی
شیمی	عباس سرمایه	عباس سرمایه	عباس سرمایه سروش عبادی یاسر عبدالهی وحید فارسیان	محمد مرادی سروش عبادی وحید فارسیان	سید علی حسین زاده - مهسا خاکی هومن زندی - مهدی سلطانی سپهانی علی طهانی - علیرضا کرمانی

سرپرست محتوایی: فاطمه آقاچانپور



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



حسابان و ریاضیات پایه

تست و پاسخ ۱

حداقل چند زوج مرتب از رابطه $f = \{(x, y) \mid x, y \in \mathbb{Z}, |x|(|y| + 2) = 6\}$ باید حذف شود تا به یک تابع برسیم؟

۵ (۴) ۴ (۳) ۶ (۲) ۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

خودت حل کنی بهتره از هر n تا زوج مرتبی که مؤلفه اول یکسان دارن، باید $n-1$ تا حذف کنی.

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا باید مجموعه f را تشکیل دهیم. $|x|$ و $|y|+2$ شمارنده‌های طبیعی (همان مقسوم‌علیه‌های طبیعی) ۶

هستند، با این شرط $|y|+2 \geq 2$ است. داریم:

$$\begin{aligned} |x|=1 &\xrightarrow{|y|+2=6} |y|=4 \\ |x|=2 &\xrightarrow{|y|+2=3} |y|=1 \\ |x|=3 &\xrightarrow{|y|+2=2} |y|=0 \end{aligned}$$

گام دوم: حالا زوج‌های مرتب f را پیدا کرده‌ایم:

$$\left. \begin{aligned} x=-1 &\Rightarrow y=-4, 4 \\ x=1 &\Rightarrow y=-4, 4 \\ x=-2 &\Rightarrow y=-1, 1 \\ x=2 &\Rightarrow y=-1, 1 \\ x=-3 &\Rightarrow y=0 \\ x=3 &\Rightarrow y=0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow f = \{(-1, -4), (-1, 4), (1, -4), (1, 4), (-2, -1), (-2, 1), (2, -1), (2, 1), (-3, 0), (3, 0)\}$$

گام سوم: کافی است از بین $(-1, -4)$ و $(-1, 4)$ حداقل یک زوج، از بین $(1, -4)$ و $(1, 4)$ حداقل یک زوج، از بین $(-2, -1)$ و $(-2, 1)$ و از بین $(2, -1)$ و $(2, 1)$ نیز حداقل یک زوج حذف کنیم که در مجموع باید حداقل چهار زوج حذف کنیم تا رابطه داده‌شده تابع شود.

تست و پاسخ ۲

دامنه تابع $f(x) = \frac{x^2 - 1}{(m-1)x^2 - 12x + n}$ به صورت $\mathbb{R} - \{m\}$ است. حداقل مقدار ممکن برای mn کدام است؟

تنها ریشه مخرج ۴۸ (۴) ۶ (۳) ۲۴ (۲) ۱۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

خودت حل کنی بهتره مخرج فقط باید یک ریشه بده، حالت درجه یک رو فراموش نکنی.

درس نامه تابع گویا

هر تابع به شکل $f(x) = \frac{p(x)}{q(x)}$ که در آن $p(x)$ و $q(x)$ دو چندجمله‌ای اند و $q(x) \neq 0$ را یک تابع گویا می‌نامیم. توابع زیر گویا هستند:

$$y = \frac{1}{x}, y = \frac{2x-1}{x+1}, y = \frac{3x^{11}-3}{x^5+1}$$

نکته مهم تابع گویا دامنه آن است: $\mathbb{R} - \{\text{ریشه‌های مخرج کسر}\} = \text{دامنه تابع گویا}$

پاسخ تشریحی گام اول: تا این جا فهمیده‌ایم که مخرج باید یک ریشه داشته باشد و این در دو حالت رخ می‌دهد. حالت اول این است که مخرج

اصلاً درجه دو نباشد:

$$m-1=0 \Rightarrow m=1 \Rightarrow f(x) = \frac{x^2-1}{-12x+n}$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

گام دوم: در این شرایط دامنه تابع $\mathbb{R} - \{1\}$ است. یعنی $x = 1$ ریشه مخرج است:

$$\Rightarrow -12(1) + n = 0 \Rightarrow n = 12$$

در این حالت $mn = 12$ است.

گام سوم: حالت دیگر این است که عبارت مخرج چندجمله‌ای درجه دوم باشد و ریشه مضاعف $x = m$ داشته باشد.

$$\Rightarrow (m-1)x^2 - 12x + n = (m-1)(x-m)^2 = (m-1)x^2 - 2m(m-1)x + (m-1)m^2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -12 = -2m(m-1) \Rightarrow m(m-1) = 6 \\ n = (m-1)m^2 = (m(m-1)) \times m \xrightarrow{m(m-1)=6} n = 6m \end{cases}$$

گام چهارم: از تساوی اول داریم:

$$m(m-1) = 6 \Rightarrow m = -2 \text{ یا } m = 3$$

به ازای $m = -2$ و $m = 3$ ، مقادیر n به ترتیب برابر $n = -12$ و $n = 18$ می‌شود. در نتیجه مقادیر mn به ترتیب برابر 24 و 54 است.

گام پنجم: در نتیجه کمترین مقدار mn برابر 12 است.

تست و پاسخ ۳

دامنه هر دو تابع $f(x) = 2x - a$ و $g(x) = a - x$ بازه $[-2, 1]$ است. اگر اشتراک برد دو تابع بازه $[0, 1]$ باشد، مقدار مثبت a کدام است؟

$$\frac{5}{2} (4)$$

$$\frac{1}{2} (3)$$

$$2 (2)$$

$$1 (1)$$

پاسخ: گزینه ۱

خودت حل کنی بهتره $x = -2$ و $x = 1$ را در هر دو تابع جای گذاری کن. بعد از این، دانش اشتراک گیری بازه‌ها لازم می‌شود.

درس نامه •• تابع خطی

تابع چندجمله‌ای: هر تابع را که نمایش جبری آن، یک چندجمله‌ای جبری از یک متغیر باشد، تابع چندجمله‌ای می‌نامند.

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0 ; a_n \neq 0$$

هر تابع که بتوان ضابطه آن را به شکل $f(x) = ax + b$ یا $y = ax + b$ نوشت یک تابع خطی می‌نامند. a شیب خط و b عرض از مبدأ خط است. طول از مبدأ نیز برابر $-\frac{b}{a}$ است. معمولاً دامنه و برد تابع خطی \mathbb{R} است، اما اگر دامنه بازه $[x_1, x_2]$ باشد، یکی از بازه‌های $[f(x_1), f(x_2)]$ یا $[f(x_2), f(x_1)]$ است.

$[x_1, x_2]$		$[x_0, +\infty)$		$(-\infty, x_0]$		\mathbb{R}	دامنه
$a > 0$	$a < 0$	$a > 0$	$a < 0$	$a > 0$	$a < 0$		
$[f(x_1), f(x_2)]$	$[f(x_2), f(x_1)]$	$[f(x_0), +\infty)$	$(-\infty, f(x_0)]$	$(-\infty, f(x_0)]$	$[f(x_0), +\infty)$	\mathbb{R}	برد

نیازی به حفظ کردن هم نیست. کافی است سر و ته بازه دامنه را در ضابطه تابع خطی جای گذاری کنید، سپس برد را به صورت (بزرگ‌تر، کوچک‌تر) بنویسید.

پاسخ تشریحی

گام اول: ابتدا برد هر تابع را طبق جدول درس‌نامه، بر حسب a می‌نویسیم: $f(1) = 2 - a$ ، $f(-2) = -4 - a$ ، $f(x) = 2x - a \Rightarrow$

$$\xrightarrow{\text{شیب مثبت}} R_f = [-4 - a, 2 - a]$$

$$g(x) = a - x \Rightarrow g(-2) = a + 2 \text{ ، } g(1) = a - 1$$

$$\xrightarrow{\text{شیب منفی}} R_g = [a - 1, a + 2]$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام دوم: حال طبق فرض سؤال باید قرار دهیم: $R_f \cap R_g = [-a-4, -a+2] \cap [a-1, a+2] = [0, 1]$

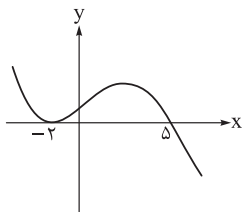
گام سوم: چون $a > 0$ است، $-a-4 < a-1$ و $-a+2 < a+2$ است، داریم: $R_f \cap R_g = [a-1, -a+2] = [0, 1] \Rightarrow a=1$

تست و پاسخ ۴

نمودار تابع f در شکل مقابل رسم شده است. به ازای کدام زوج مرتب (a, b) ، دامنه تابع

$g(x) = \sqrt{(ax+b)f(x)}$ کل اعداد حقیقی است؟

زیر رادیکال همیشه بزرگتر مساوی صفر است.



$(-2, 1)$ (۲)

$(-1, -2)$ (۱)

$(2, 4)$ (۴)

$(3, -15)$ (۳)

پاسخ: گزینه ۲

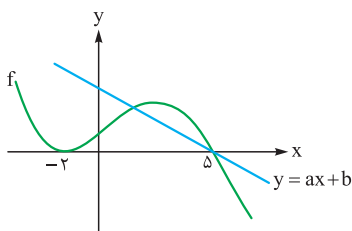
گام اول: طبق تعریف دامنه تابع g که \mathbb{R} است، همواره $(ax+b)f(x) \geq 0$ است: این یعنی $ax+b$ و $f(x)$ باید

هم علامت باشند.

گام دوم: پس خط $y = ax + b$ باید مطابق شکل زیر باشد:

یعنی این خط حتماً باید با شیب منفی از نقطه $(5, 0)$ عبور کند. دقت کنید که اگر خط از نقطه $(5, 0)$

نگذرد، قطعاً بازه‌ای تولید می‌شود که در آن $f(x)$ و $ax+b$ غیر هم‌علامت‌اند که در آن صورت دامنه تابع g دیگر \mathbb{R} نخواهد شد.



$$\Rightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta a + b = 0 \Rightarrow b = -\Delta a \end{cases}$$

این ویژگی‌ها فقط در زوج مرتب ۲ دیده می‌شود.

تست و پاسخ ۵

تابع $f(x) = (ax+6)^2 - (3x+2a)^2$ به همراه تابع خطی g مفروض‌اند. اگر تابع $y = f(x) + g(x)$ همانی باشد، مقدار $g(a)$ کدام است؟

$y = x$

$g(x) = mx + h$

-3 یا 2 (۱)

± 3 (۲)

3 یا -2 (۳)

± 2 (۴)

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره تعریف‌ها رو دنبال کن ... تابع خطی ضابطه‌اش چه جوریه؟ تابع همانی چه‌طور؟ همین تعریف‌های ساده کلید حل سؤاله.

درس نامه

تابع همانی: تابعی که هر ورودی را به عنوان خروجی تحویل می‌دهد، همانی است. مؤلفه‌های اول و دوم این تابع برابرند، دامنه و برد آن نیز برابر است و ضابطه آن $y = x$ است.

گام اول: ابتدا ضابطه f را ساده‌تر می‌نویسیم:

$$f(x) = (ax+6)^2 - (3x+2a)^2 = a^2x^2 + 12ax + 36 - 9x^2 - 12ax - 4a^2$$

$$= (a^2 - 9)x^2 + 36 - 4a^2$$

$g(x)$ را نیز $g(x) = mx + h$ در نظر می‌گیریم.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

گام دوم: تابع $y = f(x) + g(x)$ را می‌سازیم:

$$y = (a^x - 9)x^2 + 36 - 4a^x + mx + h = (a^x - 9)x^2 + mx + 36 + h - 4a^x$$

این تابع همانی است، پس ضرایب هر چیزی غیر از x صفر است و ضریب خود x برابر ۱ است.

$$(a^x - 9)x^2 + mx + 36 + h - 4a^x = x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a^x - 9 = 0 \Rightarrow a^x = 9 \Rightarrow a = \pm 3 \\ m = 1 \\ 36 + h - 4a^x = 0 \xrightarrow{a^x=9} 36 + h - 36 = 0 \Rightarrow h = 0 \end{cases}$$

$$g(x) = mx + h \xrightarrow{m=1, h=0} g(x) = x$$

گام سوم: پس تابع g نیز همانی است؛ زیرا:

$$\Rightarrow g(a) = g(\pm 3) = \pm 3$$

تست و پاسخ ۶

دامنه تابع $f(x) = 2x + \sqrt{(a-1)x^2 + bx + a - 3}$ بازه $[2, +\infty)$ است. دامنه تابع $g(x) = x - \sqrt{b - 2ax}$ کدام است؟

$$(-\infty, \frac{1}{2}] \quad (2)$$

$$(-\infty, 2] \quad (1)$$

$$[2, +\infty) \quad (4)$$

$$[-\frac{1}{2}, +\infty) \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره می‌شه تعیین علامت یک عبارت درجه دوم به صورت $[2, +\infty)$ بشه؟ اگر نمی‌شه، چه چیز دیگه‌ای باید بشه؟

پاسخ تشریحی گام اول: وضعیت یک سهمی با محور X ‌ها یکی از حالت‌های زیر است:

$\Delta > 0$	$\Delta = 0$	$\Delta < 0$
نمودار محور X ‌ها را در دو نقطه قطع می‌کند.	نمودار بر محور X ‌ها مماس است.	نمودار محور X ‌ها را قطع نمی‌کند.

که هیچ‌کدام از حالت‌ها، مجموعه جواب‌های نامعادله « ≥ 0 سهمی» بازه‌ای به شکل $[x_0, +\infty)$ نیست.

گام دوم: پس چاره این است که عبارت زیر رادیکال ضابطه f اصلاً درجه دو نبوده است، پس درجه یک بوده است:

$$\xrightarrow{\text{ضریب } x^2 \text{ صفر است.}} a - 1 = 0 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow f(x) = 2x + \sqrt{bx - 2}$$

$$2b - 2 = 0 \Rightarrow b = 1$$

گام سوم: دامنه بازه $[2, +\infty)$ است، پس ریشه عبارت زیر رادیکال است:

$$g(x) = x - \sqrt{1 - 2x}$$

گام چهارم: ضابطه تابع g را تکمیل می‌کنیم:

دامنه این تابع مجموعه جواب‌های نامعادله $1 - 2x \geq 0$ است:

$$\Rightarrow D_g = (-\infty, \frac{1}{2}]$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۷

تابع $f(x) = 2x + [x]$ مفروض است. اگر $f(mf(\frac{7}{3})) = 4$ باشد، حاصل $[\frac{1}{m}]$ کدام است؟

۴ (۴) ۵ (۳) ۶ (۲) ۷ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره از براکت نترسید و اون رو به چشم یک عدد ببینید، تو این سؤال هم کافیه دو بار از ضابطه f استفاده کنی، همین.

درس نامه •• جزء صحیح (براکت)

جزء صحیح یک عدد: جزء صحیح یک عدد صحیح برابر خود آن عدد و جزء صحیح هر عدد غیر صحیح، برابر اولین عدد صحیح سمت چپ آن عدد بر روی محور اعداد است و برای عدد حقیقی a آن را با نماد $[a]$ نمایش می دهیم.
جزء صحیح یک عدد حقیقی را بزرگ ترین عدد صحیحی در نظر می گیریم که کوچک تر یا مساوی خود آن عدد است. هر عدد حقیقی بین دو عدد صحیح متوالی یا مساوی با یکی از آنهاست، پس برای هر عدد حقیقی x ، عدد صحیح n وجود دارد به طوری که:

$$n \leq x < n+1 \xleftarrow{n \in \mathbb{Z}} [x] = n$$

به طور مثال داریم: $[1] = 1, [-3] = -3, [1/5] = 1, [\sqrt{5}] = 2, [-1/3] = -2, [-\pi] = -4$

پاسخ تشریحی گام اول:

ابتدا $f(\frac{7}{3})$ را حساب می کنیم:

$$f(\frac{7}{3}) = 2(\frac{7}{3}) + [\frac{7}{3}] = 7 + 2 = 9$$

$$f(mf(\frac{7}{3})) = f(9m) = 4 \Rightarrow 2 \cdot 9m + [9m] = 4$$

گام دوم: حال $f(\frac{7}{3})$ را جای گذاری می کنیم و داریم:

$$\Rightarrow 2t + [t] = 4$$

گام سوم: $9m$ را متغیر جدید t می گیریم و معادله را با t بازنویسی می کنیم

گام چهارم: $2t$ عدد صحیح است، پس بخش اعشاری عدد t برابر صفر یا $\frac{1}{3}$ است: (یعنی یا t صحیح است یا مثلاً عددی مثل $\frac{2}{5}$ ، $\frac{3}{5}$ و... است.)

$$\Rightarrow \begin{cases} t = k \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} 2k + k = 4 \Rightarrow k = \frac{4}{3} \notin \mathbb{Z} \text{ غ.ق.} \\ t = k + \frac{1}{3} \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} 2k + 1 + k = 4 \Rightarrow k = 1 \end{cases}$$

پس $t = 9m = \frac{4}{3}$ و در نتیجه $m = \frac{4}{27}$ است.

$$[\frac{1}{m}] = [\frac{27}{4}] = [6.75] = 6$$

گام پنجم: خواسته نهایی برابر است با:

تست و پاسخ ۸

زوج مرتب‌های یکسان دارند.

دو تابع $f = \{(2, 2a), (4, 6), (6, 2 - 3a)\}$ و $y = f(b - x)$ مساوی‌اند. حاصل $a + b$ کدام است؟

۲ / ۷ (۲) ۸ / ۴ (۱)
۶ / ۸ (۴) ۴ / ۶ (۳)

پاسخ: گزینه ۱

خودت حل کنی بهتره همیشه در بحث تساوی دو تابع، اول برید سراغ دامنه‌ها. از تساوی دو دامنه خیلی چیزها معلوم میشه، الانم همین

کار رو کنید.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

درس نامه •• تساوی دو تابع

دو تابع f و g مساوی هستند، اگر و فقط اگر اولاً دامنه‌هایشان مساوی باشند و دوماً در این دامنه ضابطه‌های $f(x)$ و $g(x)$ یکسان باشند. ممکن است $f(x)$ و $g(x)$ ظاهراً برابر نباشند، اما به سادگی به هم تبدیل شوند.

به عنوان مثال دو تابع $f(x) = \frac{x}{x}$ و $g(x) = 1$ مساوی نیستند؛ زیرا $D_f = \mathbb{R} - \{0\}$ و $D_g = \mathbb{R}$ است که طبیعتاً برابر نیستند.

اگر دو تابع به صورت نمایش زوج مرتبی نیز مساوی باشند، زوج مرتب‌ها در هر دو تابع باید عیناً یکسان باشند.

پاسخ تشریحی

گام اول: ابتدا می‌رویم سراغ برابری دامنه‌ها. در تابع $y = f(b-x)$ ، ورودی f که همان $b-x$ است، باید برابر ۲، ۴ و ۶ باشد، پس دامنه تابع که X باشد، باید مجموعه $\{b-2, b-4, b-6\}$ باشد. این مجموعه باید مساوی مجموعه $\{2, 4, 6\}$ باشد و این زمانی امکان‌پذیر است که $b = 8$ باشد.

گام دوم: تابع $y = f(8-x)$ را تشکیل می‌دهیم:

$$f(8-x) = f(6) \\ y = f(b-x) = f(8-x) = \{(2, 2-3a), (4, 6), (6, 2a)\} \\ f(8-6) = f(2)$$

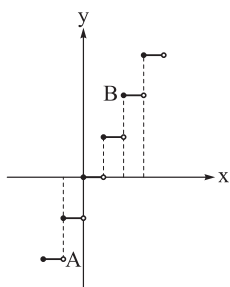
گام سوم: با مقایسه این تابع با تابع زوج مرتبی صورت سؤال، مشخص می‌شود برای تساوی دو تابع، لازم است $f(6)$ و $f(2)$ برابر باشند:

$$\Rightarrow 2-3a = 2a \Rightarrow a = \frac{2}{5} = 0.4$$

گام چهارم: خواسته نهایی برابر $a+b = 8/4$ است.

تست و پاسخ ۹

قسمتی از نمودار تابع $y = \frac{1}{a}[2ax]$ به صورت مقابل است. شیب خط شامل پاره خط AB کدام است؟



$$\frac{1}{3} \quad (1)$$

$$\frac{4}{3} \quad (2)$$

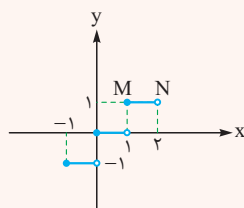
$$3 \quad (3)$$

$$\frac{8}{3} \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۴

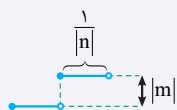
درس نامه •• رسم نمودار $y = [x]$

تابع $y = [x]$ ساده‌ترین تابع براکتی است که قسمتی از نمودار آن به صورت مقابل است:



در این تابع طول هر پاره‌خط مانند MN برابر ۱ و ارتفاع هر پله نیز برابر ۱ است.

نکته در نمودار تابع $y = m[nx]$ طول هر پاره‌خط $\frac{1}{|n|}$ و ارتفاع هر پله برابر $|m|$ است.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



نکته برای رسم نمودار تابع $y = [\alpha x + \beta]$ ، عبارت داخل براکت را بین دو عدد صحیح متوالی (مثلاً k و $k+1$) قرار می‌دهیم داریم:

$$k \leq \alpha x + \beta < k+1 \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} \begin{cases} \frac{k+1-\beta}{\alpha} < x \leq \frac{k-\beta}{\alpha} & ; \alpha < 0 \\ \frac{k-\beta}{\alpha} \leq x < \frac{k+1-\beta}{\alpha} & ; \alpha > 0 \end{cases}$$

یعنی اگر $\alpha < 0$ ، نقطه انتهایی بازه توپر است و اگر $\alpha > 0$ ، نقطه ابتدایی بازه توپر است.

پاسخ تشریحی گام اول: نقطه ابتدای هر پاره خط توپر است، پس طبق نکته $a > 0$ است.

گام دوم: طبق نکته درس‌نامه، طول هر پاره خط $\frac{1}{2a}$ و ارتفاع هر پله $\frac{1}{a}$ است. پس فاصله افقی نقاط A و B سه برابر طول هر پاره خط یعنی $\frac{3}{2a}$ و فاصله عمودی آن‌ها چهار برابر ارتفاع هر پله یعنی $\frac{4}{a}$ است.

$$m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{\frac{4}{a}}{\frac{3}{2a}} = \frac{8}{3}$$

گام سوم: پس شیب پاره خط AB برابر است با:

تست و پاسخ ۱۰

مجموع جواب‌های معادله $\left[\frac{x+2}{3}\right] = \frac{x+3}{2}$ کدام است؟

-۲۱ (۴)

-۱۲ (۳)

-۱۶ (۲)

-۱۷ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره در معادلات شامل عبارت جزء صحیحی، رعایت دو نکته بسیار مهم است: ۱- خروجی براکت همواره عدد صحیح است. ۲- عبارت داخل براکت بین دو عدد صحیح متوالی است. استفاده متوالی از این دو نکته راه‌گشای اغلب معادلات براکتی است.

درس‌نامه •• ویژگی‌های جزء صحیح

نامساوی‌های جزء صحیح	تساوی‌های جزء صحیح
(۱) $[x] \leq k \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} x < k+1$	(۱) $[x] = k \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k \leq x < k+1$
(۲) $[x] \leq a \xrightarrow{a \notin \mathbb{Z}} x < [a]+1$	(۲) $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow [x] = x$
(۳) $[x] \geq k \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} x \geq k$	(۳) $[x] + [-x] = \begin{cases} 0 & ; x \in \mathbb{Z} \\ -1 & ; x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$
(۴) $[x] > a \xrightarrow{a \notin \mathbb{Z}} x \geq [a]+1$	(۴) $[x+k] = [x]+k, k \in \mathbb{Z}$
(۵) $x-1 < [x] \leq x$	(۵) $[kx] = \sum_{i=0}^{k-1} \left[x + \frac{i}{k}\right], k \in \mathbb{Z}$
(۶) $0 \leq x - [x] < 1$	در حالت خاص: $[2x] = [x] + \left[x + \frac{1}{2}\right]$

پاسخ تشریحی

گام اول: عبارت $\frac{x+2}{3}$ باید یک عدد صحیح باشد تا تساوی برقرار شود. ما این عدد را k در نظر می‌گیریم:

$$\frac{x+2}{3} = k \Rightarrow x = 2k - 2 \quad ; \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow \left[\frac{2k-2}{3}\right] = k$$

گام دوم: $x = 2k - 2$ را در معادله جای‌گذاری می‌کنیم:



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

$$k \leq \frac{2k-1}{3} < k+1$$

گام سوم: حال طبق تعریف اصلی برکت داریم:

گام چهارم: دو نامساوی را حل می‌کنیم و بین آن‌ها اشتراک می‌گیریم:

$$\begin{cases} k \leq \frac{2k-1}{3} \Rightarrow 3k \leq 2k-1 \Rightarrow k \leq -1 \\ \frac{2k-1}{3} < k+1 \Rightarrow 2k-1 < 3k+3 \Rightarrow k > -4 \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} -4 < k \leq -1$$

$$x = 2k - 3 \xrightarrow{k=-3, -2, -1} x = -9, -7, -5$$

گام پنجم: به ازای مقادیر صحیح k ، مقدار x را می‌یابیم:

گام ششم: مجموع این جواب‌ها برابر -21 است.

تست و پاسخ ۱۱

برد تابع

اختلاف حداقل و حداکثر مقدار تابع $f(x) = (x+|x|)\sqrt{\frac{2-x}{x}}$ کدام است؟

$\frac{5}{2}$ (۴)

۴ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره شروع کن به بازه‌بندی، براساس ریشه داخل قدرمطلق.

$$D_f: \frac{2-x}{x} \geq 0 \xrightarrow{\text{بین ریشه‌ها}} 0 < x \leq 2$$

گام اول: دامنه تابع را به دست می‌آوریم:

در این بازه $|x|$ همان x است، پس ضابطه تابع f به صورت مقابل تکمیل می‌شود:

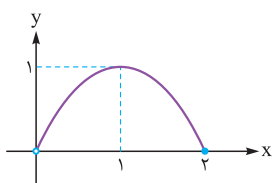
$$f(x) = 2x\sqrt{\frac{2-x}{x}}; \quad 0 < x \leq 2$$

گام دوم: ضابطه را تغییر می‌دهیم:

$$2x\sqrt{\frac{2-x}{x}} = 2\sqrt{x^2 \times \frac{2-x}{x}} = 2\sqrt{x(2-x)}$$

$$\Rightarrow f(x) = 2\sqrt{x(2-x)}; \quad 0 < x \leq 2$$

گام سوم: سهمی $y = x(2-x)$ را با دامنه $[0, 2]$ رسم می‌کنیم:



برد این تابع بازه $[0, 1]$ است.

گام چهارم: در نتیجه برد تابع f برابر است با: $[0, 2]$. این یعنی اختلاف بیشترین و کم‌ترین مقدار f برابر ۲ است.

تست و پاسخ ۱۲

$-f(-x)$

قرینه نمودار تابع $f(x) = x^2 + 4x$ را نسبت به مبدأ مختصات ۳ واحد به چپ انتقال می‌دهیم. مجموع طول‌های نقاط تلاقی نمودار جدید با نمودار

$x \rightarrow x+3$

تابع f کدام است؟

-2 (۲)

۲ (۱)

-3 (۴)

۳ (۳)

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



درس نامه •• تبدیل نمودار

• تابع $f(x)$ را داریم ($k > 0$):

عملیات	به جای x قرار دهیم $x - k$.	به جای x قرار دهیم $x + k$.	کل تابع را با k جمع کنیم.	کل تابع را منهای k کنیم.
ضابطه	$y = f(x - k)$	$y = f(x + k)$	$y = f(x) + k$	$y = f(x) - k$
نمودار	نمودار f را k واحد به راست می‌بریم.	نمودار f را k واحد به چپ می‌بریم.	نمودار f را k واحد بالا می‌بریم.	نمودار f را k واحد پایین می‌بریم.

• انعکاس نسبت به محور x ها و y ها:

عملیات	(۱) قراردادن $-x$ به جای x در تابع	(۲) کل تابع قرینه شود.	انجام هر دو عملیات (۱) و (۲)
ضابطه	$f(-x)$	$-f(x)$	$-f(-x)$
نمودار	نمودار f نسبت به محور y ها قرینه می‌شود.	نمودار f نسبت به محور x ها قرینه می‌شود.	نمودار f نسبت به مبدأ قرینه می‌شود.

• رسم تابع $f(-x + k)$ یا $f(k - x)$ یا $y = f(k - x)$ با شرط ($k > 0$):

(۱) نمودار f را k واحد به چپ می‌بریم (به زبان دیگر $f(x + k)$ را رسم می‌کنیم).

(۲) نمودار به دست آمده را نسبت به محور y ها قرینه می‌کنیم (اگر به جای x قرار دهیم $-x$ ، تابع $f(-x + k)$ یا $f(k - x)$ به دست می‌آید).

• رسم تابع $y = f(-x - k)$ ($k > 0$):

(۱) نمودار f را k واحد به راست می‌بریم (در واقع تابع $y = f(x - k)$ را رسم می‌کنیم).

(۲) نمودار f را نسبت به محور y ها قرینه می‌کنیم (در واقع x را به $-x$ تبدیل می‌کنیم تا تابع $f(-x - k)$ به دست آید).

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا ضابطه تابع مربوط به نمودار جدید که آن را g می‌نامیم، به دست می‌آوریم:

$$f(x) = x^2 + 4x \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به مبدأ}} y = -f(-x) = -((-x)^2 + 4(-x)) = -x^2 + 4x$$

$$\xrightarrow{\text{۳ واحد به چپ } x \rightarrow (x+3)} g(x) = -(x+3)^2 + 4(x+3) = -x^2 - 2x + 3$$

گام دوم: نمودار تابع جدید (g) را با تابع اولیه (f) قطع می‌دهیم؛ پس باید معادله $f(x) = g(x)$ را حل کنیم:

$$\xrightarrow{f(x)=g(x)} x^2 + 4x = -x^2 - 2x + 3 \Rightarrow 2x^2 + 6x - 3 = 0$$

گام سوم: مجموع جواب‌های معادله بالا که همان مجموع طول‌های نقاط تلاقی نمودارهای f و g است، برابر است با:

$$S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{6}{2} = -3$$

تست و پاسخ ۱۳

نمودار تابع g ، فقط از انتقال نمودار تابع $f(x) = \sqrt{3-x}$ و قرینه‌یابی آن نسبت به محورهای مختصات به

دست آمده است. مقدار $(g \circ f)(-4)$ کدام است؟

- (۱) -۶
(۲) -۳
(۳) -۴
(۴) -۵

پاسخ: گزینه ۳

خودت حل کنی بهتره کاری به ضابطه f نداشته باش، ضابطه g رو مستقیم (البته بدون ضرب پشت رادیکال) بنویس.

پاسخ تشریحی گام اول: ما به خود ضابطه f کاری نداریم، بلکه فقط شکل کلی آن را نیاز داریم. برای رسم نمودار تابع g نمودار تابع f را

انبساط عمودی یا افقی نداده‌ایم، پس در تابع رادیکالی g نیز، قدرمطلق ضرب x و هم‌چنین رادیکال برابر ۱ است؛ پس بدون نیاز به ضابطه f ،

$$g(x) = -\sqrt{x+2} - 1$$

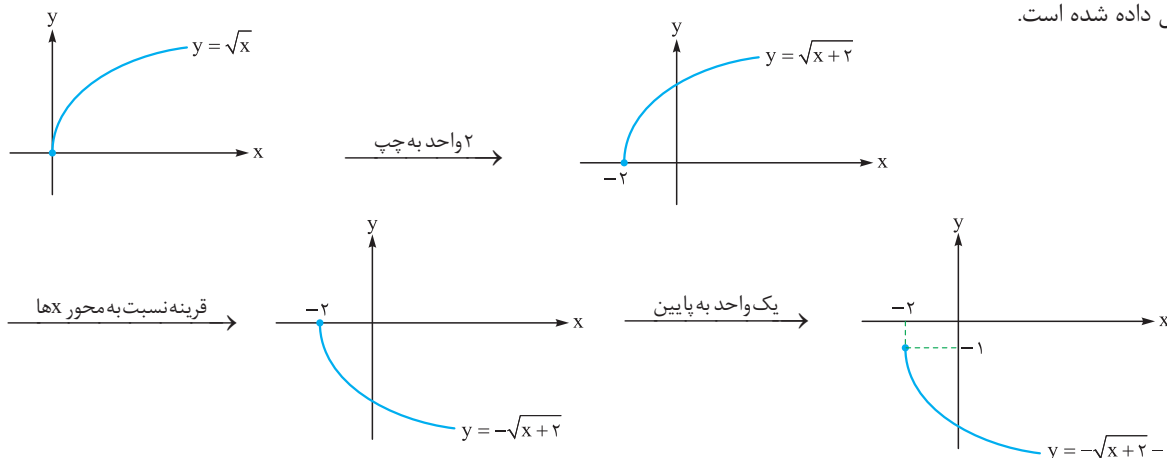
ضابطه تابع g را مستقیماً می‌توانیم بنویسیم:



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

تابع g همان تابع $y = \sqrt{x}$ است که پس از انتقال آن به اندازه ۲ واحد به چپ، نسبت به محور x ها انعکاس یافته و در انتها یک واحد به پایین انتقال داده شده است.



گام دوم: حالا خواسته مسئله را حساب می‌کنیم:

$$(g \circ f)(-46) = g(f(-46)) = g(7) = -\sqrt{9} - 1 = -4$$

تست و پاسخ ۱۴

نقطه $A(2, a)$ واقع بر نمودار تابع $y = 2f\left(\frac{x-1}{3}\right)$ با نقطه $A'(b, 2)$ واقع بر نمودار تابع $y = 1 - 3f\left(\frac{x}{4}\right)$ متناظر است. حاصل $a + b$ کدام است؟

یک نقطه واحد روی $y = f(x)$ هستند.

-۴ (۴)

x برابر b و y برابر ۲ است.

-۲ (۳)

x برابر ۲ و y برابر a است.

۴ (۲)

صفر (۱)

پاسخ: گزینه ۱

خودت حل کنی بهتره ورودی‌های f و همچنین خروجی‌های اون به ازای هر دو نقطه باید برابر باشن.

درس نامه ••• به دست آوردن نقطه متناظر در تابع تبدیل یافته

فرض کنیم نقطه $A(x_0, y_0)$ روی نمودار تابع f باشد، یعنی $f(x_0) = y_0$. می‌خواهیم ببینیم این نقطه روی نمودار تابع $y = af(bx + c) + d$ به کدام نقطه متناظر (A') تبدیل می‌شود. برای این منظور به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$(1) \quad bx + c = x_0 \quad \text{قرار می‌دهیم؛ پس} \quad x = \frac{x_0 - c}{b} \quad \text{می‌شود.}$$

$$(2) \quad \text{با قراردادن } x \text{ در تابع تبدیل یافته داریم:} \quad y = af(x_0) + d = ay_0 + d$$

یعنی نقطه A به نقطه $A'\left(\frac{x_0 - c}{b}, ay_0 + d\right)$ تبدیل می‌شود. مثلاً برای این که ببینیم $(2, -1)$ روی نمودار تابع f به کدام نقطه روی نمودار تابع $y = -2f(1 - 2x) + 3$ تبدیل می‌شود، داریم:

$$\left. \begin{aligned} 1 - 2x = 2 &\Rightarrow -2x = 1 \Rightarrow x = -\frac{1}{2} \\ y = -2f(2) + 3 = -2(-1) + 3 = 5 \end{aligned} \right\} \Rightarrow A'\left(-\frac{1}{2}, 5\right)$$

برای انجام عملیات برعکس، اگر نقطه (x_0, y_0) روی تابع $y = af(bx + c) + d$ باشد (مثل این سؤال)، با جای‌گذاری به رابطه $f(x'_0) = y'_0$ می‌رسیم؛ پس نقطه (x'_0, y'_0) روی f قرار دارد.

پاسخ تشریحی

$$a = 2f\left(\frac{2-1}{3}\right) \Rightarrow f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{a}{2}$$

گام اول: مختصات نقطه A را در ضابطه $y = 2f\left(\frac{x-1}{3}\right)$ قرار می‌دهیم:

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



$$2 = 1 - 3f\left(\frac{b}{3}\right) \Rightarrow f\left(\frac{b}{3}\right) = -\frac{1}{3}$$

گام دوم: مختصات نقطه A' را نیز در ضابطه $y = 1 - 3f\left(\frac{x}{3}\right)$ قرار می‌دهیم:

گام سوم: نقاط A و A' متناظر هستند؛ پس تساوی‌های گام‌های اول و دوم باید یکسان باشند:

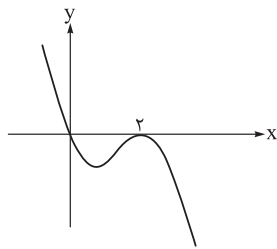
$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{3} = \frac{b}{3} \Rightarrow b = \frac{2}{3} \\ \frac{a}{2} = -\frac{1}{3} \Rightarrow a = -\frac{2}{3} \end{cases}$$

گام چهارم: مجموع a و b برابر صفر است.

تست و پاسخ ۱۵

اگر نمودار تابع f به صورت زیر باشد، دامنه تابع $y = \sqrt{\frac{xf(x)}{f(2-x)}}$ کدام است؟

≥ 0 زیر رادیکال



(۱) $(0, 2)$

(۲) $(-\infty, 0)$

(۳) $(-\infty, 2) - \{0\}$

(۴) $(2, +\infty)$

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره غالباً در سؤال‌هایی که خواسته سؤال بازه است، عددگذاری یکی از راه‌های کوتاه حل سؤال است.

پاسخ تشریحی روش اول: عددگذاری می‌کنیم:

گام اول: در ۲ و ۳ اعداد منفی هستند، اما در ۱ و ۴ نیستند؛ پس یک عدد منفی دلخواه را امتحان می‌کنیم، مثلاً $x = -1$:

$$x = -1 \Rightarrow y = \sqrt{\frac{-f(-1)}{f(3)}} = \sqrt{\frac{\text{مثبت}}{\text{مثبت}}}$$

پس اعداد منفی قابل قبول اند و ۱ و ۴ را رد می‌کنیم.

گام دوم: فرق بین ۲ و ۳ در اعداد مثبت است. یک عدد مثبت دلخواه عضو بازه $(0, 2)$ مثل $x = 1$ را امتحان می‌کنیم:

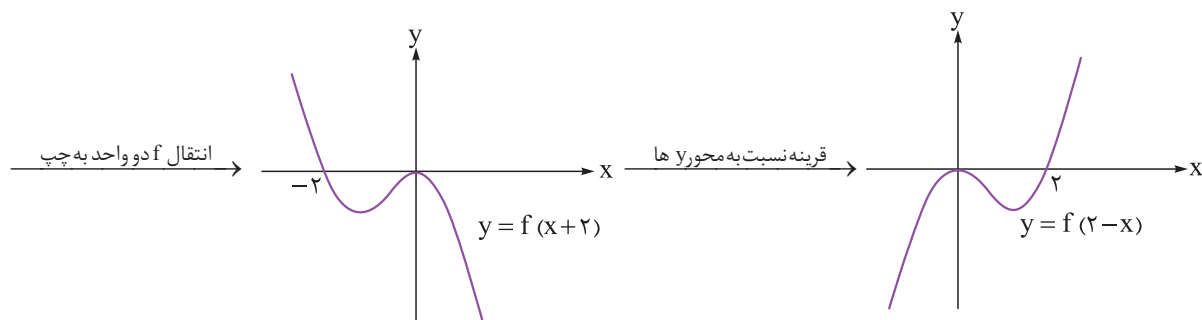
$$x = 1 \Rightarrow y = \sqrt{\frac{f(1)}{f(1)}} = \sqrt{1} = 1$$

پس بعضی از اعداد مثبت هم قابل قبول اند و در نتیجه ۳ پاسخ درست است.

روش دوم:

گام اول: لازم است نمودار تابع $y = f(2-x)$ را رسم کنیم تا علامت آن را در بازه‌های مشخص تعیین کنیم. برای رسم آن، نمودار تابع f را

۲ واحد به چپ می‌بریم و سپس نسبت به محور y ها قرینه می‌کنیم:





پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

گام دوم: جدول تعیین علامت عبارت زیر را دیکال را تشکیل می‌دهیم:

		۰	۲	
x	-	۰	+	+
f(x)	+	۰	-	-
f(2-x)	-	۰	-	+
$\frac{xf(x)}{f(2-x)}$	+	ت	ن	-

البته بدون رسم نمودار هم می‌توانستیم علامت $f(2-x)$ را در بازه‌های مختلف به دست آوریم:

$$f(2-x) \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} 2-x \leq 0 \Rightarrow x \geq 2 \\ 2-x = 2 \Rightarrow x = 0 \end{cases}$$

$$f(2-x) < 0 \Rightarrow \begin{cases} 2-x > 0 \Rightarrow x < 2 \\ 2-x \neq 2 \Rightarrow x \neq 0 \end{cases}$$

گام سوم: دامنه تابع، مجموعه $\{0\} - (-\infty, 2)$ یا $(0, 2) \cup (-\infty, 0)$ است.

تست و پاسخ ۱۶

نمودار تابع $f(x) = |x-2|$ را نسبت به محورهای مختصات قرینه می‌کنیم و سپس آن را ۱۰ واحد به بالا انتقال می‌دهیم. مساحت بین نمودار

نهایی و نمودار تابع f کدام است؟

قرینه نسبت به مبدأ: $-f(-x)$

۵۲ (۴)

۳۶ (۳)

۴۸ (۲)

۴۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره مساحت سطح بین دو نمودار قدر مطلق، تیپ خیلی پر تکراری است، حتماً به آن توجه کنید.

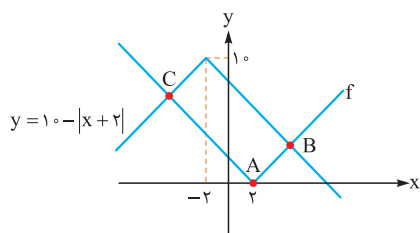
خود حل کنی بهتره رسم نمودار قدر مطلق که آسونه، رسم کن و مساحت یه مستطیل رو حساب کن، یه خرده هندسه تحلیلی هم نیاز داری.

پاسخ تشریحی

گام اول: باید ضابطه تابع جدید را طبق ترتیب تبدیل‌های گفته شده به دست آوریم:

$$f(x) = |x-2| \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به مبدأ}} y = -f(-x) = -|-x-2| = -|x+2| \xrightarrow{\text{۱۰ واحد به بالا}} y = 10 - |x+2|$$

گام دوم: نمودار هر دو تابع را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم:



گام سوم: سطح بین دو نمودار یک مستطیل است و برای مساحت آن کافی است طول اضلاع AB و AC را حساب کنیم که لازم است مختصات نقاط B و C را به دست آوریم:

$$B \begin{cases} y = x - 2 \\ y = -x + 8 \end{cases} \xrightarrow{\text{تقاطع}} x_B - 2 = -x_B + 8 \Rightarrow x_B = 5 \Rightarrow y_B = 3$$

$$C \begin{cases} y = -x + 2 \\ y = x + 12 \end{cases} \xrightarrow{\text{تقاطع}} -x_C + 2 = x_C + 12 \Rightarrow x_C = -5 \Rightarrow y_C = 7$$

پس مختصات نقاط B و C به صورت $B(5, 3)$ و $C(-5, 7)$ است.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام چهارم: طول اضلاع AB و AC و سپس مساحت مستطیل را حساب می‌کنیم:

$$AB = \sqrt{(5-2)^2 + (3-0)^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

$$AC = \sqrt{(-5-2)^2 + (7-0)^2} = \sqrt{2(7)^2} = 7\sqrt{2}$$

$$(3\sqrt{2})(7\sqrt{2}) = 42$$

پس مساحت برابر است با:

تست و پاسخ ۱۷

چندجمله‌ای $f(x)$ ، n ریشهٔ دوه‌دو متمایز دارد، به طوری که مجموع آن‌ها برابر ۱۲ است. اگر مجموع ریشه‌های چندجمله‌ای $f(4-3x)$ برابر ۸ باشد، مقدار n کدام است؟

۲۴ (۴)

۱۲ (۳)

۹ (۲)

۸ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره این سؤال از همون مبحث نقطهٔ متناظره. ببین نقطهٔ $(\alpha, 0)$ در تابع f به چه نقطه‌ای در تابع $y = f(4-3x)$ نظیر می‌شه؟

نظیر می‌شه؟

پاسخ تشریحی گام اول: ریشه‌های چندجمله‌ای $f(x)$ یا صفرهای تابع $y = f(x)$ را α_i در نظر می‌گیریم و داریم:

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n = 12$$

گام دوم: صفرهای تابع $y = f(4-3x)$ را برحسب α_i ها به دست می‌آوریم. این صفرها را x_i می‌نامیم.

$$4 - 3x_i = \alpha_i \Rightarrow x_i = \frac{4 - \alpha_i}{3}$$

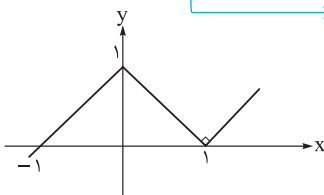
گام سوم: مجموع x_i ها را برابر ۸ قرار می‌دهیم:

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n = \frac{4 - \alpha_1}{3} + \frac{4 - \alpha_2}{3} + \dots + \frac{4 - \alpha_n}{3} = \frac{\overbrace{(4 + 4 + \dots + 4)}^n - (\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n)}{3} = \frac{4n - 12}{3} = 8$$

$$\Rightarrow n = \frac{24 + 12}{4} = 9$$

تست و پاسخ ۱۸

نمودار تابع f به صورت زیر است. اگر نمودار تابع $y = -\frac{3}{4}x + a + f(\frac{2-3x}{4})$ فقط در بازهٔ $[m, n]$ بر محور طول‌ها منطبق باشد، حاصل $m + n + a$ کدام است؟



در این بازه $y = 0$ است.

$$-\frac{2}{3} \quad (2)$$

$$\frac{2}{3} \quad (1)$$

$$-\frac{3}{4} \quad (4)$$

$$\frac{3}{4} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی گام اول: نمودار تابع $y = -\frac{3}{4}x + a + f(\frac{2-3x}{4})$ در بازهٔ $[m, n]$ بر محور x ها منطبق است، یعنی در این بازه عرض

$$\xrightarrow{y=0} 0 = -\frac{3}{4}x + a + f(\frac{2-3x}{4}) \Rightarrow f(1 - \frac{3}{4}x) = \frac{3}{4}x - a$$

همهٔ نقاط برابر صفر است:

گام دوم: این یعنی در این بازه، دو تابع $y = f(1 - \frac{3}{4}x)$ و $y = \frac{3}{4}x - a = -(1 - \frac{3}{4}x) + 1 - a$ مساوی هستند. به ضابطه‌های تابع f دقت کنید:

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & ; x \leq 0 \\ -x+1 & ; 0 \leq x \leq 1 \\ x-1 & ; x \geq 1 \end{cases}$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

دقت کنید که معادله خط $y = \frac{3}{2}x - a$ را بر حسب ورودی تابع $y = f(1 - \frac{3}{2}x)$ ، یعنی $1 - \frac{3}{2}x$ نوشته‌ایم. با توجه به ضریب -1 ، مشخص است که در بازه‌ای که ضابطه تابع $-x + 1$ است، تساوی امکان‌پذیر است؛ پس داریم:

$$0 \leq \text{cloud} \leq 1 \Rightarrow f(\text{cloud}) = -\text{cloud} + 1 \xrightarrow{f(1 - \frac{3}{2}x) = -(1 - \frac{3}{2}x) + 1 - a} 1 - a = 1 \Rightarrow a = 0$$

گام سوم: عبارت $1 - \frac{3}{2}x$ باید در محدوده دامنه این ضابطه باشد:

$$\Rightarrow 0 \leq 1 - \frac{3}{2}x \leq 1 \Rightarrow -1 \leq -\frac{3}{2}x \leq 0 \Rightarrow 0 \leq x \leq \frac{2}{3}$$

$$n = \frac{2}{3} \text{ و } m = 0$$

این همان بازه $[m, n]$ است؛ پس:

$$m + n + a = 0 + \frac{2}{3} + 0 = \frac{2}{3}$$

در نهایت داریم:



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

ریاضیات گسسته و آمار و احتمال

تست و پاسخ ۱۹

کدام گزینه، یک گزاره با ارزش درست را نشان می‌دهد؟

$$(1) x^2 > 2x$$

$$(2) x + 1 > 0$$

(۳) مجموع یک عدد مخالف صفر و معکوس آن، همواره مخالف ± 1 است.

(۴) حاصل ضرب یک عدد گویا و یک عدد گنگ، همواره یک عدد گنگ است.

پاسخ: گزینه ۳

خودت حل کنی بهتره برو دنبال مثال نقض.

درس نامه

وقتی یک گزاره داریم یا آن گزاره را رد یا اثبات می‌کنیم.

مثال نقض: مثالی است برای رد یک حکم کلی.

برای اثبات یک حکم یکی از روش‌های زیر را به کار می‌بریم:

(۱) اثبات مستقیم

(۲) اثبات با در نظر گرفتن همه حالت‌ها

(۳) برهان خلف (اثبات غیرمستقیم)

(۴) اثبات بازگشتی

نکته اگر a عددی حقیقی و مخالف صفر باشد، آن‌گاه:

$$\bullet a > 0 \Rightarrow a + \frac{1}{a} \geq 2$$

$$\bullet a < 0 \Rightarrow a + \frac{1}{a} \leq -2$$

پاسخ تشریحی به کمک مثال نقض سه گزینه را رد می‌کنیم:

$$(1) x = 1 \Rightarrow (1)^2 > 2(1) \Rightarrow 1 > 2 \quad \times$$

$$(2) x = -2 \Rightarrow -2 + 1 > 0 \Rightarrow -1 > 0 \quad \times$$

(۳) با توجه به نکته درس‌نامه برای عدد حقیقی و مخالف صفر a ، $a + \frac{1}{a}$ هیچ‌گاه، ± 1 نمی‌شود. (۳) را می‌توان به کمک برهان خلف ثابت کرد.

(۴) اگر a عدد گویای صفر و b عددی گنگ باشد آن‌گاه $ab = 0$ که عددی گویا است.

تست و پاسخ ۲۰

برای گزاره‌های p ، q و r ، ارزش کدام گزاره همواره درست است؟

$$(r \wedge \sim p) \Rightarrow (r \vee q) \quad (2)$$

$$(p \vee \sim q) \Rightarrow (\sim r \wedge \sim p) \quad (1)$$

$$(\sim p \wedge q) \Rightarrow (r \vee p) \quad (4)$$

$$(p \vee q) \Rightarrow (r \wedge \sim q) \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۲

نکته $p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$



پاسخ تشریحی: یک یک گزاره‌ها را بررسی می‌کنیم:

$$1) (p \vee \sim q) \Rightarrow (\sim r \wedge \sim p) \equiv \sim (p \vee \sim q) \vee (\sim r \wedge \sim p)$$

$$\equiv (\sim p \wedge q) \vee (\sim p \wedge \sim r) \equiv \sim p \wedge (q \vee \sim r)$$

اگر p ارزش درست داشته باشد، ارزش این گزاره نادرست می‌شود.

$$2) (r \wedge \sim p) \Rightarrow (r \vee q) \equiv \sim (r \wedge \sim p) \vee (r \vee q) \equiv (\sim r \vee p) \vee (r \vee q)$$

$$\equiv \underbrace{(\sim r \vee r)}_T \vee (p \vee q) \equiv T$$

پس این گزاره همواره درست است.

$$3) (p \vee q) \Rightarrow (r \wedge \sim q) \equiv \sim (p \vee q) \vee (r \wedge \sim q) \equiv (\sim p \wedge \sim q) \vee (r \wedge \sim q)$$

$$\equiv \sim q \wedge (r \vee \sim p)$$

اگر q درست باشد آن‌گاه $\sim q$ نادرست است و این گزاره نادرست می‌شود.

$$4) (\sim p \wedge q) \Rightarrow (r \vee p) \equiv \sim (\sim p \wedge q) \vee (r \vee p) \equiv (p \vee \sim q) \vee (r \vee p) \equiv p \vee (\sim q \vee r)$$

اگر p و r ارزش نادرست و q ارزش درست داشته باشند، ارزش این گزاره نادرست می‌شود.

تست و پاسخ ۲۱

ارزش گزاره سوری $\forall x \in \mathbb{R}; 4x^2 + 1 > 4x$ و نقیض آن در کدام گزینه آمده است؟

$$2) \text{ درست, } \exists x \in \mathbb{R}; 4x^2 + 1 \leq 4x$$

$$1) \text{ نادرست, } \exists x \in \mathbb{Z}; 4x^2 + 1 \leq 4x$$

$$4) \text{ نادرست, } \exists x \in \mathbb{R}; 4x^2 + 1 \leq 4x$$

$$3) \text{ درست, } \forall x \in \mathbb{Z}; 4x^2 + 1 \leq 4x$$

پاسخ: گزینه ۴

درس نامه

سورها: عبارت‌های «به ازای هر» و «به ازای بعضی مقادیر» به سور معروفاند و به ترتیب با نمادهای \forall و \exists نمایش می‌دهیم.

$$\forall x; p(x), \exists x; p(x)$$

۱) گزاره‌نمای شامل سور عمومی وقتی به یک گزاره درست تبدیل می‌شود که هیچ مثال نقضی نداشته باشد.

۲) گزاره‌نمای شامل سور وجودی وقتی به یک گزاره درست تبدیل می‌شود که مجموعه جواب آن تهی نباشد.

نقیض گزاره‌های سوری:

$$1) \sim (\forall x; p(x)) \equiv \exists x; \sim p(x)$$

$$2) \sim (\exists x; p(x)) \equiv \forall x; \sim p(x)$$

پاسخ تشریحی: گام اول (ارزش گزاره سوری):

$$\forall x \in \mathbb{R}; 4x^2 + 1 > 4x$$

$$\forall x \in \mathbb{R}; 4x^2 + 1 - 4x > 0 \Rightarrow \forall x \in \mathbb{R}; (2x - 1)^2 > 0$$

$$x = \frac{1}{2} \Rightarrow (2x - 1)^2 = 0$$

ارزش این گزاره نادرست است زیرا $x = \frac{1}{2}$ ، مثال نقضی برای این سور عمومی است.

گام دوم (نقیض گزاره سوری):

$$\sim (\forall x \in \mathbb{R}; 4x^2 + 1 > 4x) \equiv \exists x \in \mathbb{R}; \sim (4x^2 + 1 > 4x)$$

$$\equiv \exists x \in \mathbb{R}; 4x^2 + 1 \leq 4x$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

تست و پاسخ ۲۲

اگر $S = \{(x, y); x \leq y \leq 2\sqrt{x}\}$ ، مجموعه $S \cap (\mathbb{N} \times \mathbb{N})$ چند زیرمجموعه دارد؟

۶۴ (۴)

۳۲ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

خودت حل کنی بهتره! ابتدا تعداد اعضای مجموعه را به دست بیار و بعد می‌دونی که تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه \mathbb{N} عضو \mathbb{N} برابر 2^n است.

پاسخ تشریحی گام اول (مشخص کردن مجموعه مورد نظر):

$$S \cap (\mathbb{N} \times \mathbb{N}) = \{(x, y) \mid x \in \mathbb{N}, y \in \mathbb{N}, x \leq y \leq 2\sqrt{x}\}$$

گام دوم: برای به دست آوردن محدوده x کافی است نامساوی زیر را حل کنیم:

$$x \leq 2\sqrt{x} \Rightarrow x^2 \leq 4x \Rightarrow x^2 - 4x \leq 0 \Rightarrow 0 \leq x \leq 4 \xrightarrow{x \in \mathbb{N}} x = 1, 2, 3, 4$$

گام سوم (پیدا کردن اعضای مجموعه): کافی است به x مقدار بدهیم و y را به دست آوریم:

$$x = 1 \Rightarrow 1 \leq y \leq 2 \Rightarrow y = 1, 2 \Rightarrow (1, 1), (1, 2)$$

$$x = 2 \Rightarrow 2 \leq y \leq 2\sqrt{2} \Rightarrow y = 2 \Rightarrow (2, 2)$$

$$x = 3 \Rightarrow 3 \leq y \leq 2\sqrt{3} \Rightarrow y = 3 \Rightarrow (3, 3)$$

$$x = 4 \Rightarrow 4 \leq y \leq 2\sqrt{4} \Rightarrow y = 4 \Rightarrow (4, 4)$$

$$S \cap (\mathbb{N} \times \mathbb{N}) = \{(1, 1), (1, 2), (2, 2), (3, 3), (4, 4)\}$$

گام چهارم (یافتن تعداد زیرمجموعه‌ها):

بنابراین این مجموعه با ۵ عضو، 2^5 زیرمجموعه دارد.

تست و پاسخ ۲۳

چند مورد از گزاره‌های زیر، مثال نقض ندارد؟

(الف) مجموع هر دو عدد فرد، عددی زوج است.

(ب) برای هر دو عدد حقیقی مثبت x و y داریم: $\sqrt{x+y} = \sqrt{x} + \sqrt{y}$

(پ) برای هر عدد طبیعی بزرگ‌تر از ۱، عدد $2^n - 1$ اول است.

(ت) مجموع هر دو عدد گویا، عددی گویاست.

(ث) اگر برای سه مجموعه A ، B و C داشته باشیم $A \cup B = A \cup C$ ، آن‌گاه $B = C$.

(ج) اگر k حاصل ضرب دو عدد طبیعی متوالی باشد، آن‌گاه $4k + 1$ مربع کامل است.

۳ (۴)

۴ (۳)

۵ (۲)

۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره گزاره‌های این سؤال همگی از کتاب درسی هستند، پس باید به خوبی به آن‌ها مسلط شده باشی.

پاسخ تشریحی گزاره‌ها را یکی یکی بررسی می‌کنیم.

$$(2n+1) + (2n+3) = 4n+4 = 2(2n+1)$$

(الف) از قدیم این را می‌دانستیم که مجموع دو عدد فرد همواره عددی زوج است.

(ب) این تساوی قطعاً همیشه برقرار نیست، مثلاً به ازای $x = 16$ و $y = 9$ حکم برقرار نیست.

$$\sqrt{x+y} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$$

$$\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{16} + \sqrt{9} = 7$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

(پ) باز هم مثال نقض می‌آوریم، به ازای $n = 4$ ، $2^n - 1 = 15$ که عدد اول نیست!

(ت) این گزاره صحیح است. دو عدد گویا را $\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{d}$ در نظر می‌گیریم که a, b, c, d, p, q همگی عضو \mathbb{Z} هستند. بنابراین:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+cb}{bd} = \frac{p}{q} \Rightarrow \text{عدد گویا}$$

(ث) برای این گزاره نیز مثال نقض می‌آوریم:

$$\left. \begin{aligned} A &= \{1, 2\} \\ B &= \{2, 3\} \\ C &= \{1, 3\} \end{aligned} \right\} A \cup B = A \cup C = \{1, 2, 3\}, \quad B \neq C$$

(ج) درستی این گزاره را اثبات می‌کنیم:

$$k = n(n+1) = n^2 + n$$

$$4k + 1 = 4n^2 + 4n + 1 = (2n+1)^2 \quad \text{پس مربع کامل است.}$$

تست و پاسخ ۲۴

اگر $10 < n < 28$ ، به ازای چند مقدار طبیعی n ، عدد $(1+2+\dots+n)^2$ بر ۴ بخش پذیر است؟

۹ (۲)

۸ (۱)

۱۱ (۴)

۱۰ (۳)

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره برای n ، ۴ حالت $n = 4t$ ، $n = 4t+1$ ، $n = 4t+2$ و $n = 4t+3$ را بررسی کنید تا مشخص شود در کدام یک از حالت‌ها، عبارت صورت سؤال بر ۴ بخش پذیر است.

درس نامه •• اثبات با در نظر گرفتن همه حالت‌ها

گاهی برای اثبات یک حکم، ناگزیریم که چند حالت را در نظر بگیریم. برای مثال، برای اثبات این که عبارت $n(n+4)(2n+1)$ همواره مضرب ۳ است، سه حالت را برای n در نظر می‌گیریم:

$$n : n = 3t + 1 \Rightarrow n(n+4)(2n+1) = (3t+1)(3t+5)(6t+3) \quad \text{عامل ۳}$$

$$n : n = 3t + 2 \Rightarrow n(n+4)(2n+1) = (3t+2)(3t+6)(6t+5) \quad \text{عامل ۳}$$

$$\text{نکته} \quad \text{از دوران مهدکودک به یاد داریم:} \quad 1+2+3+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$$

پاسخ تشریحی روش اول: ابتدا عبارت را ساده می‌کنیم:

$$(1+2+3+\dots+n)^2 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$$

واضح است که اگر $\frac{n(n+1)}{2}$ زوج باشد، $\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$ مضرب ۴ می‌شود؛ پس به دنبال حالتی هستیم که $\frac{n(n+1)}{2}$ زوج باشد.

حالا برای n چهار حالت در نظر می‌گیریم:

$$\frac{n(n+1)}{2} = \frac{4t(4t+1)}{2} = 2t(4t+1) \Rightarrow \checkmark \quad \text{زوج است.}$$

حالت اول: اگر $n = 4t$ باشد، داریم:

$$\frac{n(n+1)}{2} = \frac{(4t+1)(4t+2)}{2} = (4t+1)(2t+1) \Rightarrow \times \quad \text{زوج نیست.}$$

حالت دوم: اگر $n = 4t+1$ باشد، داریم:

$$\frac{n(n+1)}{2} = \frac{(4t+2)(4t+3)}{2} = (2t+1)(4t+3) \Rightarrow \times \quad \text{زوج نیست.}$$

حالت سوم: اگر $n = 4t+2$ باشد، داریم:

$$\frac{n(n+1)}{2} = \frac{(4t+3)(4t+4)}{2} = (4t+3)(2t+2) \Rightarrow \checkmark \quad \text{زوج است.}$$

حالت چهارم: اگر $n = 4t+3$ باشد، داریم:



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

در آخر باید ببینیم چه تعداد از $10 < n < 28$ به صورت $4t + 3$ یا $4t$ هستند:

$$10 < 4t < 28 \Rightarrow 2/5 < t < 7 \xrightarrow{t \in \mathbb{Z}} t = 3, 4, 5, 6 \Rightarrow \text{مقدار } 4$$

$$10 < 4t + 3 < 28 \Rightarrow 7 < 4t < 25 \Rightarrow 1/75 < t < 6/25 \xrightarrow{t \in \mathbb{Z}} t = 2, 3, 4, 5, 6 \Rightarrow \text{مقدار } 5$$

بنابراین جواب $4 + 5 = 9$ می شود.

$$\frac{n(n+1)}{2} = 2k \Rightarrow n(n+1) = 4k$$

روش دوم: می خواهیم $\frac{n(n+1)}{2}$ زوج باشد؛ پس باید:

n و $n+1$ دو عدد متوالی باشند که هر دو نمی توانند هم زمان زوج باشند، پس یا n باید مضرب 4 باشد یا $n+1$:

$$n(n+1) = 4k \Rightarrow \begin{cases} n = 4t \\ n+1 = 4t \Rightarrow n = 4t - 1 \end{cases}$$

ادامه مانند روش اول.

تست و پاسخ ۲۵

در اثبات نامساوی $(a^2 + 1)(b^2 + 4) \geq 4ab$; $(a, b \in \mathbb{R})$ به روش بازگشتی، به کدام گزاره همواره درست می رسیم؟

$$(ab - 2)^2 + (b - 2a)^2 \geq 0 \quad (2)$$

$$(ab - 1)^2 + (b - 2a)^2 \geq 0 \quad (1)$$

$$(ab - 1)^2 + (a - 2b)^2 \geq 0 \quad (4)$$

$$(ab - 2)^2 + (a - 2b)^2 \geq 0 \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره انواع روش ها برای اثبات یک گزاره را با چند مثال مختلف به ذهن خود بسپارید.

درس نامه در اثبات بازگشتی حکم را آن قدر ادامه می دهیم تا به یک عبارت بدیهی برسیم.

نکته در مثال های کتاب درسی همواره به یک عبارت مربع کامل بزرگ تر از صفر می رسیم.

پاسخ تشریحی

$$(a^2 + 1)(b^2 + 4) \geq 4ab$$

باید سعی کنیم با استفاده از حکم به یک عبارت بدیهی برسیم.

$$a^2 b^2 + 4a^2 + b^2 + 4 \geq 4ab \Leftrightarrow a^2 b^2 + 4a^2 + b^2 + 4 - 4ab \geq 0$$

$$\Leftrightarrow a^2 b^2 - 4ab + 4 + 4a^2 - 4ab + b^2 \geq 0 \Leftrightarrow (ab - 2)^2 + (2a - b)^2 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (ab - 2)^2 + (b - 2a)^2 \geq 0$$

تست و پاسخ ۲۶

کدام یک از گزاره های سوری زیر از لحاظ ارزش درستی با بقیه متفاوت است؟

$$\exists x \in \mathbb{R}; \frac{x+4}{3x} = 2x \quad (2)$$

$$\forall x \in \mathbb{R}; x^2 > x \quad (1)$$

$$\forall x \in \mathbb{R}; \frac{x^2 - 9}{x - 3} = x + 3 \quad (4)$$

$$\exists x \in \mathbb{R}; 2x^2 + 3 < 2\sqrt{6}x \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۲

نکته

گزاره ای با سور عمومی وقتی درست است که هیچ مثال نقضی نداشته باشد.

گزاره ای با سور وجودی وقتی درست است که مجموعه جواب آن تهی نباشد.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

پاسخ تشریحی گام اول: ارزش هر یک از این گزینه‌ها را به دست می‌آوریم:

۱) این گزاره به ازای $x = 0$ برقرار نیست پس دارای ارزش نادرست است.

$$\frac{x+4}{3x} = 2x \Rightarrow x+4 = 6x^2 \Rightarrow 6x^2 - x - 4 = 0$$

$$\Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4 \times (6) \times (-4) = 97 > 0$$

پس معادله دارای دو ریشه حقیقی است؛ بنابراین مجموعه جواب این گزاره تهی نیست و ارزش آن درست است.

$$2x^2 - 2\sqrt{6}x + 3 = 0 \Rightarrow \Delta = 0, a > 0 \Rightarrow 2x^2 - 2\sqrt{6}x + 3 \geq 0$$

چون این معادله نامنفی است و نمی‌تواند $2x^2 + 3 < 2\sqrt{6}x$ باشد، پس مجموعه جواب این گزاره تهی است در نتیجه ارزش آن نادرست است.

۲) این گزاره به ازای $x = 3$ برقرار نیست، زیرا $x = 3$ ریشهٔ مخرج $\frac{x^2 - 9}{x - 3}$ است و در دامنهٔ آن نیست ولی در دامنهٔ معادلهٔ $x + 3$ قرار دارد؛

پس این دو معادله دامنهٔ یکسان ندارند پس برابر نیستند.

گام دوم: ارزش گزاره‌های ۱) و ۳) و ۴) نادرست و ارزش گزارهٔ ۲) درست است.

تست و پاسخ ۲۷

اگر U مجموعهٔ مرجع و $C = A \cup B'$ ، آن‌گاه مجموعهٔ $[(B - A)' \cup C] \cup [A' - (C - B)']$ برابر کدام است؟

∅ (۴)

C (۳)

B (۲)

A' (۱)

پاسخ: گزینهٔ ۳

نکته

$$A - B = A \cap B'$$

$$(A \cap B)' = A' \cup B'$$

$$(A \cup B)' = A' \cap B'$$

پاسخ تشریحی گام اول:

$$(B - A)' \cup C = (B \cap A')' \cup (A \cup B') = (A \cup B') \cup (A \cup B')$$

$$= A \cup B' = C \quad (۱)$$

گام دوم:

$$(A' - (C - B)') = A' \cap (C - B)' = A' \cap (C \cap B) = (A' \cap B) \cap C$$

$$= (A \cup B)' \cap C = (A \cup B)' \cap (A \cup B) = \emptyset \quad (۲)$$

گام سوم:

$$\xrightarrow{(۱), (۲)} [(B - A)' \cup C] \cup [A' - (C - B)'] = C \cup \emptyset = C$$

تست و پاسخ ۲۸

برای این که ثابت کنیم «اگر a و b دو عدد حقیقی باشند و $ab = 0$ ، آن‌گاه $a = 0$ یا $b = 0$ است.» در این صورت از کدام هم‌ارزی استفاده کرده‌ایم؟

$$(p \vee q \Rightarrow r) \equiv (p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r) \quad (۲)$$

$$(p \wedge q \Rightarrow r) \equiv (p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r) \quad (۱)$$

$$(p \vee q \Rightarrow r) \equiv (p \Rightarrow r) \vee (q \Rightarrow r) \quad (۴)$$

$$(p \wedge q \Rightarrow r) \equiv (p \Rightarrow r) \vee (q \Rightarrow r) \quad (۳)$$

پاسخ: گزینهٔ ۲



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

مشاوره بارها از مثال‌ها و تمرین‌های کتاب درسی به‌طور مستقیم و غیرمستقیم در کنکور سؤال آمده، کتاب درسی رو خیلی خیلی دقیق بخون.

درس نامه

$$p \vee q \Rightarrow r \equiv (p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r)$$

برای هر تعداد متناهی گزاره دلخواه داریم:

$$p_1 \vee p_2 \vee \dots \vee p_n \Rightarrow r \equiv (p_1 \Rightarrow r) \wedge (p_2 \Rightarrow r) \wedge \dots \wedge (p_n \Rightarrow r)$$

پاسخ تشریحی روش اول:

گام اول: اگر صفر بودن a را با p و صفر بودن b را با q و $ab = 0$ را با r نمایش دهیم حکم را می‌توان به صورت گزاره $p \vee q \Rightarrow r$ نمایش داد.

گام دوم: با توجه به هم‌ارزی $(p \vee q) \Rightarrow r \equiv (p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r)$ پاسخ صحیح است. ۲

روش دوم: در نظر گرفتن همه حالت‌های ممکن

برای a دو حالت حکم برقرار است:

$$(1) \text{ اگر } a = 0 \text{ در این صورت حکم برقرار است یعنی } a = 0 \Rightarrow ab = 0 \Rightarrow (p \Rightarrow r)$$

$$(2) \text{ اگر } a \neq 0 \text{ باشد بنابراین } a^{-1} \text{ یک عدد حقیقی است و داریم:}$$

$$ab = 0 \Rightarrow a^{-1}(ab) = a^{-1} \times 0 \Rightarrow b = 0 \quad (q \Rightarrow r)$$

$$(p \vee q) \Rightarrow r \equiv (p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r)$$

بنابراین $(p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r)$ هر دو حالت حکم را نشان می‌دهد یعنی:



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

هندسه دهم

تست و پاسخ ۲۹

دو مثلث با محیط‌های ۱۵ و ۱۰ متشابه‌اند. اگر مساحت یکی از آن‌ها ۱۸ باشد، اختلاف مقادیر قابل قبول برای مساحت مثلث دیگر کدام است؟

۴۰ (۴)

۲۷ (۳)

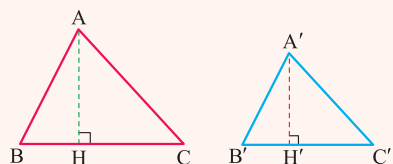
۳۲/۵ (۲)

۱۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

درس نامه ••• نسبت محیط‌ها و مساحت‌های دو شکل متشابه

فرض کنید ABC و $A'B'C'$ با نسبت k متشابه باشند، داریم:



$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'} = k \xrightarrow{\text{خواص تناسب}} \frac{AB+AC+BC}{A'B'+A'C'+B'C'} = k$$

یعنی نسبت محیط‌های دو مثلث متشابه، برابر با نسبت تشابه آن‌هاست.

$$\frac{S_{ABC}}{S_{A'B'C'}} = \frac{\frac{1}{2}BC \cdot AH}{\frac{1}{2}B'C' \cdot A'H'} = \left(\frac{BC}{B'C'}\right) \cdot \left(\frac{AH}{A'H'}\right) = k \cdot k = k^2$$

پس:

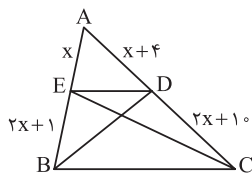
یعنی نسبت مساحت‌های دو مثلث متشابه، برابر با مجذور نسبت تشابه آن‌هاست.

پاسخ تشریحی گام اول (به دست آوردن نسبت مساحت‌ها): می‌دانیم نسبت محیط‌ها همان نسبت تشابه است.

$$k = \frac{15}{10} = \frac{3}{2} \rightarrow \text{نسبت مساحت‌ها } k^2 = \frac{9}{4}$$

گام دوم (محاسبه مقادیر قابل قبول برای مساحت مثلث دیگر): یک بار مساحت ۱۸ را برای مثلث بزرگ‌تر و یک بار برای مثلث کوچک‌تر در نظر می‌گیریم.

$$\left. \begin{array}{l} \frac{S}{18} = \frac{9}{4} \Rightarrow S = \frac{81}{2} \\ \frac{18}{S} = \frac{9}{4} \Rightarrow S = 8 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{81}{2} - 8 = 40/5 - 8 = 32/5$$



تست و پاسخ ۳۰ مطابق شکل اگر مساحت دو مثلث CDE و BED برابر باشد، آن‌گاه $\frac{DE}{BC}$ کدام است؟

$\frac{1}{4}$ (۲)

$\frac{1}{3}$ (۱)

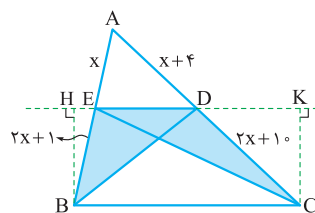
$\frac{5}{13}$ (۴)

$\frac{4}{13}$ (۳)

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره در برخی سؤال‌ها، تالس با مساحت مثلث ترکیب می‌شود. در این تیپ سؤال‌ها باید حواست به نسبت ارتفاع‌ها و قاعده‌ها باشد.

خودت حل کنی بهتره ارتفاع وارد بر DE را در دو مثلث CDE و BED رسم کن.



پاسخ تشریحی گام اول (پیدا کردن دو خط موازی در شکل): مساحت‌های دو مثلث CDE و BED

با هم برابرند، پس ارتفاع‌های BH و CK را رسم می‌کنیم. چون قاعده DE در هر دو مثلث مشترک

$$S_{BED} = S_{CDE} \Rightarrow \frac{1}{2}BH \cdot DE = \frac{1}{2}CK \cdot DE \Rightarrow BH = CK$$

است، داریم:

بنابراین چهارضلعی $BCKH$ مستطیل است و $DE \parallel BC$.

گام دوم (استفاده از قضیه تالس در مثلث ABC):

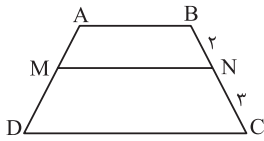
$$BC \parallel ED \Rightarrow \begin{cases} \frac{AE}{BE} = \frac{AD}{CD} \Rightarrow \frac{x}{2x+1} = \frac{x+4}{2x+10} \Rightarrow 2x^2 + 10x = 2x^2 + 9x + 4 \Rightarrow x = 4 \\ \frac{DE}{BC} = \frac{AE}{AB} = \frac{x}{2x+1} = \frac{4}{13} \end{cases}$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۳۱

مطابق شکل، در دوزنقه ABCD طول قاعده بزرگ سه برابر طول قاعده کوچک است. مساحت دوزنقه MNCN چند برابر مساحت دوزنقه ABNM است؟



$$\frac{18}{7} \quad (4)$$

$$\frac{16}{7} \quad (3)$$

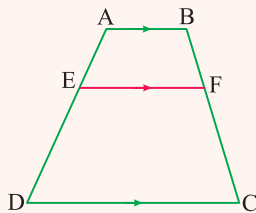
$$\frac{16}{9} \quad (2)$$

$$\frac{5}{2} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره سؤال‌های تالس دوزنقه از پرتکرارترین‌های این فصل هستند، پس رابطه‌های آن را خوب بلد باشید.

درس نامه



اگر مطابق شکل، EF با قاعده‌های دوزنقه موازی باشد، آن‌گاه $\frac{EF - AB}{CD - EF} = \frac{AE}{ED}$ (حواسمان هست که $\frac{BF}{FC}$ با $\frac{AE}{ED}$ برابر است).

پاسخ تشریحی

گام اول (محاسبه MN بر حسب x): طبق رابطه درس نامه داریم:

$$\frac{MN - AB}{CD - MN} = \frac{BN}{CN} \Rightarrow \frac{MN - x}{3x - MN} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow 3MN - 3x = 6x - 2MN \Rightarrow 5MN = 9x \Rightarrow MN = \frac{9}{5}x$$

گام دوم (محاسبه نسبت ارتفاع‌ها در دو دوزنقه): با توجه به شکل و استفاده از قضیه تالس در مثلث BCH'، داریم:

$$MN \parallel CD \Rightarrow \frac{BH}{HH'} = \frac{BN}{NC} = \frac{2}{3} \Rightarrow BH = 2h, HH' = 3h$$

$$\frac{S_{MDCN}}{S_{AMNB}} = \frac{\frac{1}{2}(MN + CD) \cdot HH'}{\frac{1}{2}(AB + MN) \cdot BH} = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{24}{5}x \times 3h}{\frac{1}{2} \times \frac{14}{5}x \times 2h} = \frac{24 \times 3}{14 \times 2} = \frac{18}{7}$$

گام سوم (محاسبه خواسته سؤال):

تست و پاسخ ۳۲

با توجه به شکل، حاصل $\frac{y}{x}$ کدام است؟

$$3 \quad (1)$$

$$3/25 \quad (3)$$

$$3/5 \quad (2)$$

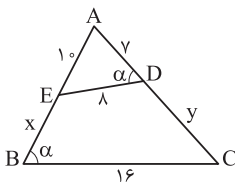
$$3/75 \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۳

درس نامه

اگر بدانیم که دو زاویه از مثلثی با دو زاویه از مثلث دیگری برابرند (که طبیعتاً زاویه‌های سوم هم برابر می‌شوند)، ثابت می‌شود که این دو مثلث با هم متشابه‌اند.

پاسخ تشریحی



$$\begin{cases} \hat{A}BC = \hat{A}DE = \alpha \\ \hat{B}AC = \hat{D}AE \end{cases} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle ADE$$

دو مثلث ABC و ADE متشابه‌اند، زیرا:

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC} \Rightarrow \frac{y}{x+10} = \frac{10}{y+16} = \frac{8}{16}$$

نسبت‌های تشابه را می‌نویسیم:

$$\begin{cases} \frac{y}{x+10} = \frac{1}{2} \Rightarrow x+10=16 \Rightarrow x=6 \\ \frac{10}{y+16} = \frac{1}{2} \Rightarrow y+16=20 \Rightarrow y=4 \end{cases}$$

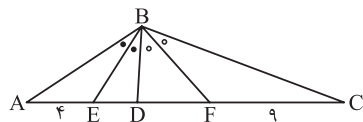
$$\frac{y}{x} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} = 3/25 \quad \text{بنابراین:}$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

تست و پاسخ ۳۳



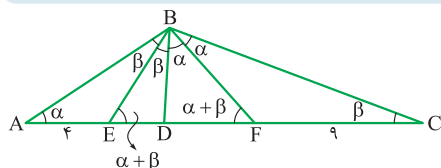
در مثلث ABC ، نقطه D روی ضلع AC چنان است که $\hat{C}BD = \hat{A} = 2\hat{A}$ و $\hat{A}BD = 2\hat{C}$. اگر BE و BF به ترتیب نیمساز زاویه‌های $\hat{A}BD$ و $\hat{C}BD$ باشند، به طوری که $AE = 4$ و $CF = 9$ ، آن‌گاه طول پاره خط EF کدام است؟

- ۸ (۴) ۶ (۳) ۷ (۲) ۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره با مشخص کردن زاویه‌های مفروض روی شکل، سعی کنید دو مثلث متشابه پیدا کنید.

پاسخ تشریحی با توجه به فرض سؤال شکل به صورت مقابل است:

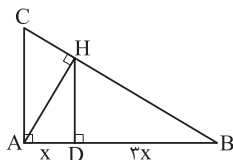


$$\begin{cases} \triangle BCF & \hat{BFE} = \hat{FBC} + \hat{C} = \alpha + \beta \\ \triangle ABE & \hat{BEF} = \hat{ABE} + \hat{A} = \beta + \alpha \end{cases} \xrightarrow{\hat{EBF} = \alpha + \beta} \hat{EBF} = \hat{BFE} = \hat{BEF}$$

بنابراین مثلث BEF متساوی‌الاضلاع است. از طرفی چون $\hat{A}BE = \hat{C}$ و $\hat{A} = \hat{FBC}$ ، پس $\triangle ABE \sim \triangle BCF$ و در نتیجه:

$$\frac{BE}{CF} = \frac{AE}{BF} \xrightarrow{BE=BF=EF} \frac{EF}{9} = \frac{4}{EF} \Rightarrow EF^2 = 36 \Rightarrow EF = 6$$

تست و پاسخ ۳۴



اگر مساحت مثلث قائم‌الزاویه ABC برابر $8\sqrt{3}$ باشد، طول ضلع AC کدام است؟

- ۴ (۱) ۳ (۲) ۶ (۴) ۲ (۳)

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره گاهی روابط طولی مثلث قائم‌الزاویه با تالس ترکیب می‌شود.

خودت حل کنی بهتره ابتدا با نوشتن رابطه تالس و پس از آن با استفاده از روابط طولی مثلث قائم‌الزاویه، طول AC را برحسب x به دست بیاور

و در فرمول مساحت مثلث قرار بده.

پاسخ تشریحی گام اول (استفاده از قضیه تالس در مثلث ABC): ابتدا رابطه تالس جزء به جزء را در مثلث ABC می‌نویسیم. چون در مرحله

بعدی می‌خواهیم از روابط طولی مثلث استفاده کنیم، احتمالاً این مدل از رابطه تالس که CH و BH هر دو هستند بیشتر به کارمان بیاید.

$$DH \parallel AC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AD}{DB} = \frac{CH}{BH} = \frac{1}{3}$$

گام دوم (استفاده از روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه ABC):

می‌خواهیم طول AC را برحسب x به دست بیاوریم، پس از این رابطه‌ها استفاده می‌کنیم:

$$\begin{cases} AC^2 = CH \cdot BC \\ AB^2 = BH \cdot BC \end{cases} \Rightarrow \frac{AC^2}{AB^2} = \frac{CH}{BH} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{AC}{AB} = \frac{1}{\sqrt{3}} \xrightarrow{AB=4x} AC = \frac{4x}{\sqrt{3}}$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = 8\sqrt{3} \Rightarrow \frac{1}{2} (4x) \left(\frac{4x}{\sqrt{3}} \right) = 8\sqrt{3} \Rightarrow x = \sqrt{3} \Rightarrow AC = 4$$

گام سوم (محاسبه خواسته سؤال):

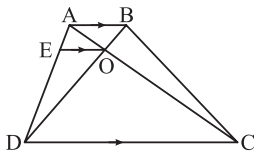
پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۳۵

در دوزنقه ABCD، مطابق شکل مساحت مثلث AOE نصف مساحت مثلث DOE است. مساحت مثلث AOB

چه کسری از مساحت دوزنقه ABCD است؟



$$\frac{4}{27} \quad (4)$$

$$\frac{3}{16} \quad (3)$$

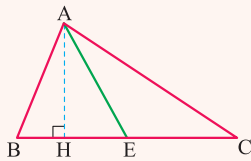
$$\frac{1}{8} \quad (2)$$

$$\frac{1}{9} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۱

درس نامه •• نسبت مساحت‌های دو مثلث هم‌ارتفاع

در شکل مقابل، E نقطه‌ای دلخواه روی BC است. با توجه به این که ارتفاع AH در مثلث‌های ABE، ACE و ABC مشترک است، داریم:



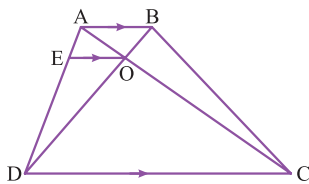
$$\frac{S_{ABE}}{S_{ACE}} = \frac{\cancel{AH} \times BE}{\cancel{AH} \times CE} = \frac{BE}{CE} \quad \text{یا} \quad \frac{S_{ABE}}{S_{ABC}} = \frac{BE}{BC} \quad \text{یا} \quad \frac{S_{AEC}}{S_{ABC}} = \frac{EC}{BC}$$

به طور کلی اگر ارتفاع‌های دو مثلث با هم برابر باشند، نسبت مساحت‌هایشان برابر است با نسبت قاعده‌هایشان.

پاسخ تشریحی

گام اول (محاسبه $\frac{S_{AOB}}{S_{ABD}}$): می‌دانیم برای دو مثلث هم‌ارتفاع، نسبت مساحت‌ها با نسبت قاعده‌های

نظیر ارتفاع یکسان در هر دو مثلث، برابر است، پس داریم:



$$\frac{S_{AOE}}{S_{DOE}} = \frac{AE}{ED} = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} AE = x \\ DE = 2x \end{cases}$$

$$EO \parallel AB \Rightarrow \frac{DE}{DA} = \frac{DO}{DB} \Rightarrow \frac{2x}{3x} = \frac{DO}{DB} = \frac{2}{3}$$

طبق تعمیم قضیه تالس در $\triangle ABD$ داریم:

$$\frac{S_{AOB}}{S_{ABD}} = \frac{OB}{DB} = \frac{1}{3} \quad (1) \quad \text{و چون دو مثلث AOB و ABD هم‌ارتفاع هستند، نسبت مساحت‌هایشان با نسبت قاعده‌ها برابر است و داریم:}$$

گام دوم (محاسبه $\frac{S_{ABD}}{S_{BDC}}$): به دلیل موازی بودن AB و CD، دو مثلث AOB و DOC متشابه‌اند و نسبت تشابه به صورت زیر است:

$$\frac{AB}{DC} = \frac{OB}{OD} = \frac{AO}{OC} = \frac{1}{2}$$

و چون $\triangle ABD$ و $\triangle BDC$ هم‌ارتفاع هستند، داریم:

$$\frac{S_{ABD}}{S_{BDC}} = \frac{AB}{DC} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{S_{ABD}}{S_{ABD} + S_{BDC}} = \frac{S_{ABD}}{S_{ABCD}} = \frac{1}{2+1} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{S_{ABD}}{S_{ABCD}} = \frac{1}{3} \quad (2)$$

$$\frac{S_{AOB}}{S_{ABD}} \times \frac{S_{ABD}}{S_{ABCD}} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{S_{AOB}}{S_{ABCD}} = \frac{1}{9} \quad \text{گام سوم (محاسبه خواسته سؤال): طرفین معادله‌های (1) و (2) را در هم ضرب می‌کنیم:}$$

هندسه دوازدهم

تست و پاسخ ۳۶

اگر $A = \begin{bmatrix} a & 2 & 5 \\ b & -4 & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 2 & 2 \\ -a & -1 \end{bmatrix}$ یک ماتریس قطری باشد، ماتریس $A + \frac{b}{a}I$ کدام است؟

$$\begin{bmatrix} 9 & 0 \\ 0 & -5 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & -9 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} 6 & 0 \\ 0 & -8 \end{bmatrix} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۴



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

مشاوره تمرینی مشابه این سؤال در کتاب درسی موجود است و در سؤال‌های امتحان نهایی نیز پرتکرار بوده است. همچنین در کنکور خارج از کشور ۹۸، سؤال مشابهی طراحی شده است.

درس نامه

(۱) ماتریس مربعی A قطری است، هرگاه تمام درایه‌های غیرواقعی بر قطر اصلی آن صفر باشد.
 (۲) برای دو ماتریس $A_{m \times n}$ و $B_{p \times r}$ ، در صورتی حاصل ضرب AB تعریف می‌شود که $n = p$ باشد. در این صورت ماتریس AB از مرتبه $m \times r$ است. دقت کنید که درایه سطر i ام و ستون j ام ماتریس AB برابر است با حاصل ضرب سطر i ام ماتریس A در ستون j ام ماتریس B .

پاسخ تشریحی گام اول (محاسبه ماتریس A): ماتریس A را محاسبه می‌کنیم:

$$A = \begin{bmatrix} a & 2 & 5 \\ b & -4 & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 3 & 2 \\ -a & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & a-1 \\ 5b-12-ab & -8 \end{bmatrix}$$

گام دوم (اعمال شرط قطری بودن ماتریس A): در ماتریس قطری A ، درایه‌های غیرواقعی بر قطر اصلی همگی صفر هستند؛ پس داریم:

$$a-1=0 \Rightarrow a=1$$

$$5b-12-ab=0 \xrightarrow{a=1} 4b=12 \Rightarrow b=3$$

گام سوم (محاسبه خواسته سؤال): ماتریس خواسته شده در صورت سؤال را به دست می‌آوریم.

$$A + \frac{b}{a}I = A + 3I = \begin{bmatrix} 6 & 0 \\ 0 & -8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 0 \\ 0 & -5 \end{bmatrix}$$

تست و پاسخ ۳۷

اگر $\begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix} \times A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ 5 & 6 & 7 \\ d & e & f \end{bmatrix}$ ، آن‌گاه حاصل $\frac{a+b+c}{d+e+f}$ کدام است؟

$$\frac{1}{2} \quad (4)$$

$$4 \quad (3)$$

$$\frac{1}{3} \quad (2)$$

$$2 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۱

خودت حل کنی بهتره با توجه به مرتبه ماتریس‌ها، ماتریس A را بنویسید و نگران پیدا کردن درایه‌های ماتریس A نباشید.

درس نامه اگر B ماتریسی $m \times n$ ، C ماتریسی $m \times p$ و $BA = C$ باشد، آن‌گاه ماتریس A حتماً از مرتبه $n \times p$ است.

پاسخ تشریحی گام اول (در نظر گرفتن ماتریس مناسب برای A): با توجه به مرتبه ماتریس‌ها، مشخص است که A ماتریسی از مرتبه 1×3 است، پس با فرض $A = [x \ y \ z]$ داریم:

$$\begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix} [x \ y \ z] = \begin{bmatrix} a & b & c \\ 5 & 6 & 7 \\ d & e & f \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 4x & 4y & 4z \\ 3x & 3y & 3z \\ 2x & 2y & 2z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b & c \\ 5 & 6 & 7 \\ d & e & f \end{bmatrix}$$

گام دوم (محاسبه خواسته سؤال): درایه‌های دو ماتریس را نظیر به نظیر برابر هم قرار داده و حاصل عبارت خواسته شده را محاسبه می‌کنیم.

$$\frac{a+b+c}{d+e+f} = \frac{4x+4y+4z}{2x+2y+2z} = \frac{4(x+y+z)}{2(x+y+z)} = 2$$

تست و پاسخ ۳۸

اگر $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ و k باقی‌مانده تقسیم $i+j$ بر ۳ باشد، به طوری که $\begin{cases} i-2j, k=0 \\ 2i+j, k=1 \\ 2i-j, k=2 \end{cases}$ ، آن‌گاه مجموع درایه‌های ستون دوم ماتریس A^2 کدام است؟

$$38 \quad (4)$$

$$34 \quad (3)$$

$$30 \quad (2)$$

$$26 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



مشاوره سؤال‌های ترکیبی ماتریس با مباحث دیگر ریاضی (مانند نظریه اعداد یا لگاریتم) می‌تواند از سؤال‌های مورد توجه در کنکور باشد.

خودت حل کنی بهتره با توجه به تعریف ارائه شده برای a_{ij} ، درایه‌های ماتریس A را می‌نویسیم.

درس نامه ...

(۱) ماتریس A × سطر i ام ماتریس A = سطر i ام ماتریس A^2

(۲) ستون j ام ماتریس A × ماتریس A = ستون j ام ماتریس A^2

پاسخ تشریحی گام اول (محاسبه ماتریس A): ابتدا با توجه به تعریف a_{ij} ، ماتریس A را با درایه‌هایش می‌نویسیم:

$$A = \begin{bmatrix} 2(1)-1 & 1-2(2) & 2(1)+3 \\ 2-2(1) & 2(2)+2 & 2(2)-3 \\ 2(3)+1 & 2(3)-2 & 3-2(3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 5 \\ 0 & 6 & 1 \\ 7 & 4 & -3 \end{bmatrix}$$

گام دوم (محاسبه ستون دوم A^2): با توجه به قسمت (۲) درس نامه، ستون دوم ماتریس A^2 را به دست می‌آوریم:

$$A^2 \text{ ستون دوم} = A \times A \text{ ستون دوم} = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 5 \\ 0 & 6 & 1 \\ 7 & 4 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3 \\ 6 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 40 \\ -9 \end{bmatrix}$$

گام سوم (محاسبه خواسته سؤال): مجموع درایه‌های ستون دوم ماتریس A^2 برابر است با:

$$-1 + 40 - 9 = 30$$

تست و پاسخ ۳۹

A و B دو ماتریس تعویض پذیر هستند، به طوری که $A^2 = A$ و $B^2 = B$. حاصل $(A+B-AB)^2$ کدام است؟

(۲) I

(۱) $A+B$

(۴) \bar{O}

(۳) $A+B-AB$

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره مفهوم تعویض پذیری دو ماتریس و حالت‌های خاص آن در کتاب درسی امتحان نهایی و به خصوص آزمون‌های تستی مورد

تأکید فراوانی بوده است.

خودت حل کنی بهتره A و B دو ماتریس تعویض پذیر نامیده می‌شوند، هرگاه $AB = BA$ باشد.

درس نامه ...

(۱) اگر دو ماتریس A و B تعویض پذیر باشند، آن‌گاه $(AB)^n = A^n B^n$ است.

(۲) اگر A و B دو ماتریس تعویض پذیر باشند، ماتریس‌های AB و BA نیز نسبت به A و B تعویض پذیر هستند.

(۳) اتحادهای جبری فقط زمانی برای ماتریس‌ها برقرار است که ماتریس‌ها تعویض پذیر باشند.

پاسخ تشریحی گام اول: چون ماتریس‌های A و B تعویض پذیر هستند، با استفاده از اتحاد مربع سه جمله‌ای، حاصل عبارت $(A+B-AB)^2$

را به دست می‌آوریم:

$$(A+B-AB)^2 = A^2 + B^2 + (AB)^2 + 2AB - 2A(AB) - 2B(AB)$$

گام دوم: می‌دانیم $A^2 = A$ ، $B^2 = B$ و $AB = BA$ است، ضمن آن‌که در درس نامه گفتیم $(AB)^2 = A^2 B^2$ است و در نتیجه با جای گذاری

این موارد داریم:

$$(A+B-AB)^2 = A^2 + B^2 + A^2 B^2 + 2AB - 2A^2 B - 2AB^2 = A + B + AB + 2AB - 2AB - 2AB = A + B - AB$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

تست و پاسخ ۴۰

اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ باشد، آن گاه مجموع درایه‌های ماتریس $A^5 + A^6 + A^7$ کدام است؟

- (۱) -۴
(۲) -۲
(۳) ۲
(۴) ۴

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره محاسبه توان‌های بزرگ ماتریس‌ها و پیدا کردن روند مناسب و ارتباط آن‌ها با توان‌های کوچک‌تر از سؤال‌های مهم امتحان نهایی است و از سؤال‌های احتمالی کنکور خواهد بود.

خودت حل کنی بهتره توان‌های ماتریس را ادامه دهید تا به ماتریس I یا مضربی از آن دست پیدا کنید.

درس نامه ••• توان‌های بزرگ ماتریس‌های مربعی مرتبه ۲ معمولاً به یکی از روش‌های زیر محاسبه می‌شوند:

(۱) با استفاده از استدلال استقرایی می‌توان از روی ماتریس‌های A^2, A^3, A^4, \dots ماتریس A^n را حدس زد.

مثال:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^3 = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

از روی این ماتریس‌ها می‌توان حدس زد $A^n = \begin{bmatrix} 1 & n \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ است.

(۲) توانی از ماتریس برابر ماتریس I یا مضربی از آن می‌شود.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I \Rightarrow A^n = \begin{cases} A: (\text{فرد } n) \\ I: (\text{زوج } n) \end{cases}$$

پاسخ تشریحی

گام اول: ماتریس‌های A^2, A^3, A^4, \dots را تا جایی محاسبه می‌کنیم تا به یک روند مشخص دست پیدا کنیم.

$$A^2 = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$A^3 = A^2 \times A = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = -I$$

گام دوم: حال به کمک ماتریس A^3 می‌توانیم توان‌های بزرگ‌تر ماتریس A را محاسبه کنیم:

$$A^5 = A^3 \times A^2 = -I \times A^2 = -A^2$$

$$A^6 = (A^3)^2 = (-I)^2 = I$$

$$A^7 = A^6 \times A = I \times A = A$$

گام سوم: ماتریس مورد نظر در صورت سؤال را می‌نویسیم:

$$A^5 + A^6 + A^7 = -A^2 + I + A = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

بنابراین مجموع درایه‌های این ماتریس برابر ۴ است.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



فیزیک دهم

تست و پاسخ ۴۱

یک جسم مکعب مستطیل شکل چوبی توپر، به ابعاد a ، $2a$ و $4a$ را از وجه‌های مختلف آن روی سطحی افقی قرار می‌دهیم. اگر اختلاف بیشینه و کمینه فشار ناشی از جسم بر سطح 1200 Pa باشد، حجم جسم چند سانتی‌متر مکعب است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$ و چگالی چوب 0.8 g/cm^3 است).

۸۰۰۰ (۴)

۱۰۰۰ (۳)

۸۰۰ (۲)

۱۲۵ (۱)

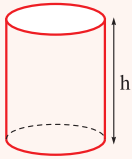
پاسخ: گزینه ۳

خودت حل کنی بهتره به کمک رابطه $P = \rho gh$ فشار بیشینه و کمینه مکعب مستطیل یعنی، P_{\max} و P_{\min} را بر حسب a بنویسید و اختلاف آن‌ها را برابر با 1200 Pa قرار دهید تا a به دست آید. سپس حجم مکعب مستطیل را حساب کنید.


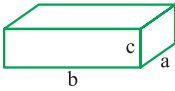
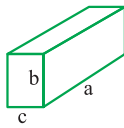
درس نامه

اگر سطح مقطع جسم جامدی در طول ارتفاع تغییر نکند (بوشون متوازی‌السطوح هم می‌گیریم) و چگالی آن ρ باشد، در این صورت فشار آن از رابطه $P = \rho gh$ به دست می‌آید.

مثلاً در استوانه شکل مقابل به ارتفاع h ، فشاری که استوانه به سطح افقی وارد می‌کند، از رابطه $P = \rho gh$ به دست می‌آید.



برای یک مکعب مستطیل داریم:

		
$P = \rho ga$	$P = \rho gc$	$P = \rho gb$

می‌توانیم نتیجه بگیریم، زمانی که یک مکعب مستطیل طوری بر روی سطح افقی قرار گیرد که بیشترین ارتفاع (کم‌ترین سطح تماس) را داشته باشد، فشار بیشتری به سطح وارد می‌شود.

پاسخ تشریحی گام اول: بیشینه فشار وارد بر سطح از طرف جسم برابر $\rho g(4a)$ و کمینه فشار ناشی از جسم به سطح برابر $\rho g(a)$ است؛ بنابراین داریم:

$$P_{\max} - P_{\min} = \rho g(4a) - \rho g(a) = \rho g(3a) = 1200 \Rightarrow 0.8 \times 10^3 \times 10 \times 3 \times a = 1200 \Rightarrow a = \frac{1}{10} \text{ m} = 10 \text{ cm}$$

$$V = a \times 2a \times 4a = 8a^3 = 8(10)^3 = 8000 \text{ cm}^3$$

گام دوم: حجم مکعب مستطیل را به دست می‌آوریم:

تست و پاسخ ۴۲

شناگری در عمق ۵ متری از سطح آب دریاچه‌ای شنا می‌کند. اگر مساحت پرده گوش شناگر 8 cm^2 باشد، اندازه نیرویی که به سطح خارجی

پرده گوش شناگر وارد می‌شود، چند نیوتون است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$ ، $\rho_{\text{آب}} = 1 \text{ g/cm}^3$ و $P_0 = 1 \text{ bar}$)

۱۲ (۴)

۴ (۳)

۱/۲ (۲)

۰/۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

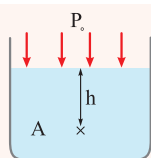
خودت حل کنی بهتره به کمک رابطه $P = \rho gh + P_0$ ، فشار در عمق ۵ متری از سطح آب را به دست آورید و در نهایت نیروی وارد بر پرده گوش را با استفاده از رابطه $F = PA$ حساب کنید.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

درس نامه



برای محاسبه فشار در عمق h از سطح مایعی که چگالی آن ρ است از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$P_A = P_0 + \rho gh$$

برای محاسبه نیروی وارد بر یک جسم که فشار وارد بر آن را می‌دانیم، از رابطه $F = PA$ استفاده می‌کنیم. (دقت کنید که فشار بر حسب پاسکال و سطح مقطع آن بر حسب مترمربع باشد.)

پاسخ تشریحی گام اول: فشار وارد بر گوش شناگر در عمق $h = 5 \text{ m}$ از آب را به دست می‌آوریم:

$$P = \rho_{\text{آب}} gh + P_0 = 1 \times 10^3 \times 10 \times 5 + 10^5 = 1/5 \times 10^5 \text{ Pa}$$

تبدیل kg/m^3 به g/cm^3

توجه کنید که هر bar معادل 10^5 Pa است.

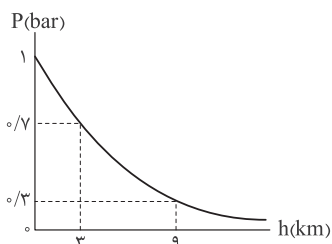
گام دوم: با توجه به این که مساحت پرده گوش شناگر 0.8 cm^2 است، نیروی وارد بر سطح خارجی پرده گوش او را از رابطه $F = PA$ به دست می‌آوریم:

$$F = PA = 1/5 \times 10^5 \times 0.8 \times 10^{-4} = 1/2 \times 10^1 = 12 \text{ N}$$

تبدیل cm^2 به m^2

تست و پاسخ ۴۳

نمودار فشار هوا بر حسب ارتفاع از سطح زمین به شکل زیر است. چگالی متوسط هوا از سطح زمین تا ارتفاع ۳ کیلومتری آن، چند برابر چگالی متوسط هوا از فاصله ۳ تا ۹ کیلومتری سطح زمین است؟



$$\frac{7}{3} \quad (1)$$

$$\frac{8}{3} \quad (2)$$

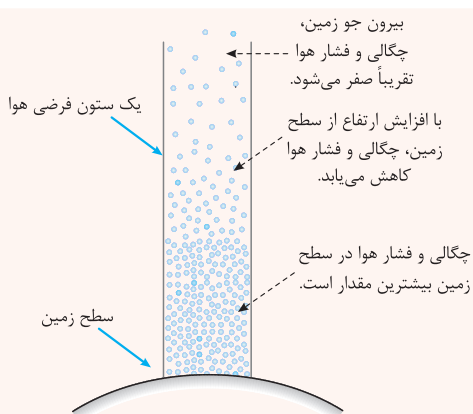
$$\frac{10}{7} \quad (3)$$

$$\frac{3}{2} \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره این سؤال برگرفته از یک نمودار و تصویر مهم در فصل دوم از فیزیک دهم است. نمودارها و شکل‌ها را به دقت تحلیل کنید.

خود حل کنی بهتره اختلاف فشار هوا بین سطح زمین و در ارتفاع ۳ km از سطح زمین را با توجه به نمودار به دست آورید. سپس به کمک رابطه $\Delta P = \rho_{\text{av}} g \Delta h$ چگالی متوسط هوا را حساب کنید و این روند را مجدداً برای ارتفاع ۳ km تا ارتفاع ۹ km انجام دهید و در نهایت نسبت آن‌ها را به دست آورید.

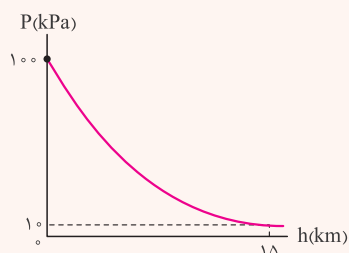


درس نامه

برای محاسبه اختلاف فشار بین دو نقطه از هوا که اختلاف ارتفاع زیادی دارند، دیگر نمی‌توانیم از رابطه $P_2 = P_1 + \rho gh$ استفاده کنیم.

علت این محدودیت این است که با افزایش ارتفاع، چگالی هوا کاهش می‌یابد در واقع به دلیل نیروی جاذبه زمین، لایه‌های زیرین هوا متراکم‌تر از لایه‌های بالایی هستند، شکل مقابل، این اختلاف چگالی و فشار را نمایش می‌دهد.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



شکل مقابل نمودار فشار هوا بر حسب ارتفاع از سطح زمین (سطح دریای آزاد) را نشان می‌دهد.

این نمودار به صورت خطی نیست به همین دلیل برای محاسبه تغییر فشار در یک فاصله معین، از چگالی متوسط استفاده می‌کنیم. بنابراین رابطه به صورت $\Delta P = \rho_{av} g \Delta h$ خواهد شد.

پاسخ تشریحی گام اول: چگالی متوسط هوا از سطح زمین ($h=0$) تا ارتفاع $h=3$ km از سطح زمین را از رابطه $\Delta P = \rho_{av} g \Delta h$ به دست می‌آوریم:

$$\Delta P = \rho_{av} g \Delta h \Rightarrow P_{h=0} - P_{h=3 \text{ km}} = \rho_{av1} g (3 \times 10^3 - 0)$$

$$\Rightarrow 10^5 - 0 / 7 \times 10^5 = \rho_{av1} \times g \times 3 \times 10^3 \Rightarrow \rho_{av1} = \frac{0 / 3 \times 10^5}{3 g \times 10^3} = \frac{10}{g}$$

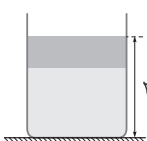
گام دوم: چگالی متوسط هوا در فاصله 3 km تا 9 km از سطح زمین را با استفاده از رابطه $\Delta P = \rho_{av} g \Delta h$ به دست می‌آوریم:

$$\Delta P = \rho_{av} g \Delta h \Rightarrow P_{h=3 \text{ km}} - P_{h=9 \text{ km}} = \rho_{av2} \times g \times (9 \text{ km} - 3 \text{ km})$$

$$\Rightarrow 0 / 7 \times 10^5 - 0 / 3 \times 10^5 = \rho_{av2} \times g \times 6 \times 10^3 \Rightarrow \rho_{av2} = \frac{0 / 4 \times 10^5}{6 g \times 10^3} = \frac{20}{3 g}$$

گام سوم: نسبت چگالی متوسط هوا در گام اول (ρ_{av1}) به چگالی متوسط هوا در گام دوم (ρ_{av2}) را حساب می‌کنیم:

$$\frac{\rho_{av1}}{\rho_{av2}} = \frac{\frac{10}{g}}{\frac{20}{3g}} = \frac{30g}{20g} = \frac{3}{2}$$



در ظرف استوانه‌ای شکل مقابل، آب و روغن ریخته شده است. اگر فشار هوا برابر 70 cmHg و جرم آب 3 برابر جرم روغن باشد، فشار در کف ظرف چند کیلوپاسکال است؟ (چگالی جیوه، آب و روغن در SI، $g = 10 \text{ N/kg}$)
به ترتیب 1000، 13600، 800 و 1000 است.

$$98 / 60 (4)$$

$$97 / 92 (3)$$

$$97 / 24 (2)$$

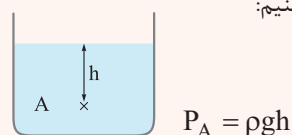
$$95 / 88 (1)$$

پاسخ: گزینه 3

خودت حل کنی بهتره جرم آب 3 برابر جرم روغن است، به کمک رابطه $m = \rho(Ah)$ ، نسبت ارتفاع‌ها را به دست آورید، سپس با توجه به این که مجموع ارتفاع دو مایع $28/9 \text{ cm}$ است، ارتفاع هر مایع را به دست آورید. در نهایت فشار ناشی از آب، روغن و 70 cm جیوه که ناشی از هواست را با رابطه $P = \rho gh$ محاسبه و با هم جمع کنید تا فشار کل در کف ظرف به دست آید.

درس نامه

• برای محاسبه فشار ناشی از مایعی به چگالی ρ و در عمق h از سطح آزاد آن، از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:



• برای تبدیل فشار از cmHg یا mmHg به پاسکال از رابطه $P = \rho gh$ در SI استفاده می‌کنیم و به جای ρ چگالی جیوه، به جای g ثابت گرانش و به جای h ارتفاع جیوه را بر حسب متر قرار می‌دهیم.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

پاسخ تشریحی گام اول: با توجه به این که جرم آب ۳ برابر جرم روغن است و مجموع ارتفاع آب و روغن $28/9 \text{ cm}$ است، ارتفاع هر کدام از مایع‌ها را به دست می‌آوریم:

$$m_{\text{آب}} = 3m_{\text{روغن}} \Rightarrow \rho_{\text{آب}} V_{\text{آب}} = 3\rho_{\text{روغن}} V_{\text{روغن}} \Rightarrow \rho_{\text{آب}} \times A \times h_{\text{آب}} = 3\rho_{\text{روغن}} \times A \times h_{\text{روغن}}$$

$$\Rightarrow 1000 \times h_{\text{آب}} = 3 \times 800 \times h_{\text{روغن}} \Rightarrow h_{\text{آب}} = 2/4 h_{\text{روغن}}$$

از آن جا که $h_{\text{آب}} + h_{\text{روغن}} = 28/9 \text{ cm}$ است، داریم:

$$h_{\text{آب}} + h_{\text{روغن}} = 28/9 \text{ cm} \xrightarrow{h_{\text{آب}} = 2/4 h_{\text{روغن}}} 2/4 h_{\text{روغن}} + h_{\text{روغن}} = 28/9 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow 3/4 h_{\text{روغن}} = 28/9 \text{ cm} \Rightarrow h_{\text{روغن}} = 8/5 \text{ cm} \Rightarrow h_{\text{آب}} = 28/9 - 8/5 = 20/4 \text{ cm}$$

گام دوم: فشار ناشی از $20/4 \text{ cm}$ آب و $8/5 \text{ cm}$ روغن را به کمک رابطه $P = \rho gh$ برحسب پاسکال به دست می‌آوریم:

$$P_{\text{آب}} = \rho_{\text{آب}} gh_{\text{آب}} = 10^3 \times 10 \times 20/4 \times 10^{-2} = 2040 \text{ Pa}$$

$$P_{\text{روغن}} = \rho_{\text{روغن}} gh_{\text{روغن}} = 800 \times 10 \times 8/5 \times 10^{-2} = 680 \text{ Pa}$$

گام سوم: فشار هوا 70 cmHg است، به کمک رابطه $P = \rho gh$ فشار هوا را برحسب پاسکال به دست می‌آوریم:

$$P_{\text{هوا}} = \rho_{\text{جیوه}} \times g \times h_{\text{جیوه}} = 13600 \times 10 \times 70 \times 10^{-2} = 95200 \text{ Pa}$$

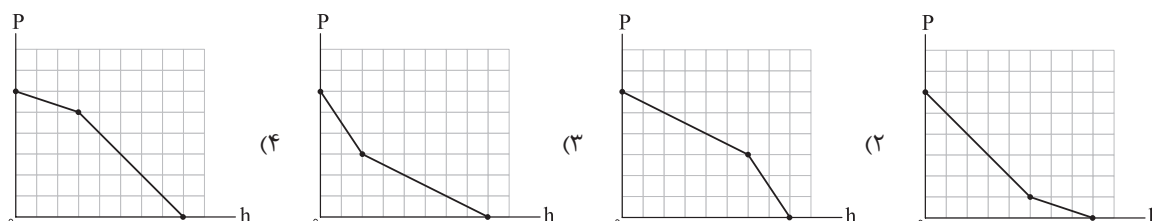
گام چهارم: فشار کل وارد بر کف ظرف ناشی از هوا، روغن و آب را به دست می‌آوریم:

$$P_{\text{کل وارد بر کف ظرف}} = P_{\text{آب}} + P_{\text{روغن}} + P_{\text{هوا}} = 95200 + 680 + 2040 = 97920 \text{ Pa} \Rightarrow P_{\text{کل وارد بر کف ظرف}} = 97/92 \text{ kPa}$$

تست و پاسخ ۴۵

در ظرفی استوانه‌ای که روی سطح افقی قرار دارد، جرم یکسانی از دو مایع مخلوط‌نشده ریخته شده است. نمودار فشار پیمانه‌ای (P) برحسب

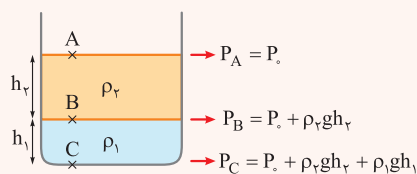
فاصله از کف ظرف (h)، به صورت کدام شکل می‌تواند باشد؟



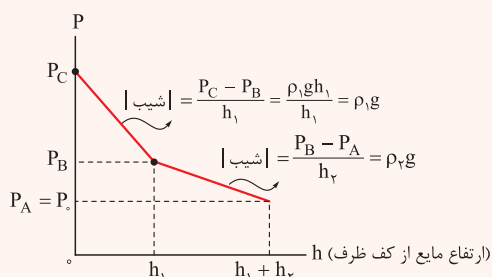
پاسخ: گزینه ۳

خودت حل کنی بهتره به کمک برابری جرم دو مایع، ارتفاع دو مایع را مقایسه کنید، سپس شیب مربوط به نمودار دو مایع را نسبت به هم بسنجید.

درس نامه

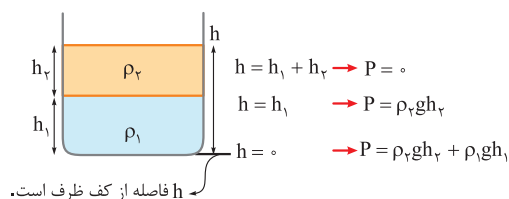


شکل مقابل دو مایع با چگالی‌های متفاوت را در یک ظرف نشان می‌دهد. اگر نمودار فشار برحسب ارتفاع مایع از کف ظرف را رسم کنیم، نمودار به صورت زیر خواهد بود.



در این نمودار اندازه شیب خط برابر با ρg خواهد بود.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



پاسخ تشریحی گام اول: شکل مقابل، وضعیت قرارگیری دو مایع (۱) و (۲) را در ظرف استوانه‌ای نشان می‌دهد. فشار ناشی از مایع (فشار پیمانه‌ای) را در ارتفاع به دست می‌آوریم:

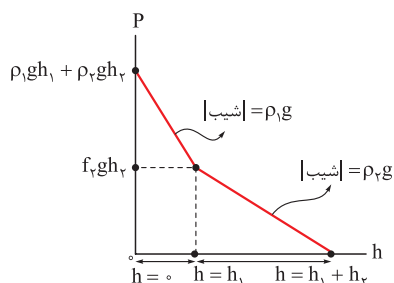
گام دوم: جرم دو مایع با هم برابر است؛ بنابراین داریم:

$$m_1 = m_2 \Rightarrow \rho_1(Ah_1) = \rho_2(Ah_2) \Rightarrow \rho_1h_1 = \rho_2h_2 \Rightarrow \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{h_2}{h_1} \xrightarrow{\rho_1 > \rho_2} h_2 > h_1$$

رد (۱) و (۲)

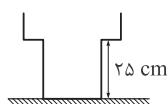
گام سوم: نمودار فشار پیمانه‌ای (P) بر حسب فاصله از کف ظرف (h) باید طوری باشد

که شیب در ناحیه دوم که بیانگر ρg است، کم‌تر و ارتفاع مایع بیشتر باشد. بنابراین (۳) درست است. در حالی که (۴) برعکس این مورد را نشان می‌دهد و نادرست است.



تست و پاسخ ۴۶

در شکل زیر، ظرفی که از دو بخش استوانه‌ای به سطح مقطع‌های ۲۰ cm² و ۳۰ cm² تشکیل شده، روی سطح افقی قرار دارد. در ظرف، ابتدا ۸۰۰ g از مایعی به چگالی ۲ g/cm³ و سپس ۴۰۰ g از مایعی به چگالی ۱ g/cm³ می‌ریزیم. به ترتیب از راست به چپ، اندازه نیرویی که مایع به کف ظرف وارد می‌کند و اندازه نیرویی که ظرف به سطح افقی وارد می‌کند، چند نیوتون است؟ (g = ۱۰ N/kg)، دو مایع مخلوط نمی‌شوند و جرم ظرف ناچیز است.)



۱۲،۱۱ (۲)

۱۲،۱۰/۵ (۱)

۱۱،۱۱ (۴)

۱۱،۱۰/۵ (۳)

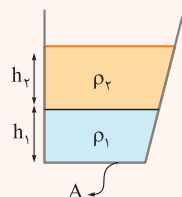
پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره ابتدا حجم دو مایع را به دست آورید و با توجه به حجم مایع‌ها، نحوه قرارگیری مایع‌ها را داخل ظرف مشخص کنید. برای محاسبه نیروی وارد بر کف ظرف از طرف مایع‌ها، فشار وارد بر کف ظرف از طرف مایع‌ها را در سطح مقطعی که با زمین در تماس است، ضرب کنید. (F = PA)

برای محاسبه نیرویی که کف ظرف به سطح وارد می‌کند، مجموع نیروی وزن دو مایع را به دست آورید.

درس نامه

در شکل زیر دو مایع با چگالی‌های ρ_۱ و ρ_۲ درون ظرف قرار دارند. برای محاسبه نیرویی که دو مایع به کف ظرف وارد می‌کنند، کافی است ابتدا فشار ناشی از دو مایع را به دست آوریم و در نهایت در مساحت کف ظرف ضرب کنیم.



$$F_{\text{وآرد بر کف ظرف ناشی از مایع‌ها}} = P \times A = (\rho_1gh_1 + \rho_2gh_2)A$$

نیرویی که کف ظرف به سطح وارد می‌کند، همان نیروی واکنش سطح است که برابر مجموع نیروی‌های وزن مایع‌ها و ظرف است.

$$F_{\text{کف ظرف به سطح}} = (m_1 + m_2 + m_{\text{ظرف}})g$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

گام اول: ابتدا حجم دو مایع و وضعیت قرارگیری مایع‌ها را در ظرف مشخص می‌کنیم:

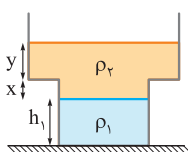
$$m_1 = \rho_1 V_1 \Rightarrow 800 = 2 \times V_1 \Rightarrow V_1 = 400 \text{ cm}^3$$

$$m_2 = \rho_2 V_2 \Rightarrow 400 = 1 \times V_2 \Rightarrow V_2 = 400 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{پایین}} = A_{\text{پایین}} \times h_{\text{پایین}} = 25 \times 20 = 500 \text{ cm}^3$$

حجم قسمت پایینی ظرف برابر است با:

با توجه به این که حجم مایع سنگین‌تر (مایع با چگالی 2 g/cm^3)، 400 cm^3 است، وضعیت مایع‌ها را در ظرف مشخص می‌کنیم:



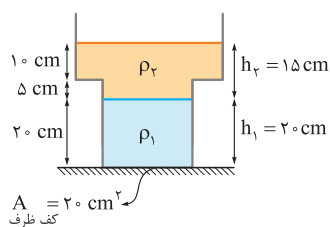
$$V_1 = A_{\text{پایین}} \times h_1 \Rightarrow 400 = 20 \times h_1 \Rightarrow h_1 = 20 \text{ cm}$$

$$x = 25 - 20 = 5 \text{ cm}$$

$$V_2 = A_{\text{پایین}} \times x + A_{\text{بالا}} \times y$$

$$\Rightarrow 400 = 20 \times 5 + 30 \times y \Rightarrow y = 10 \text{ cm}$$

گام دوم: با توجه به شکل زیر که وضعیت مایع‌ها را در ظرف نشان می‌دهد، به کمک رابطه $P_{\text{کف ظرف}} = P_{\text{کف ظرف}} + F_{\text{نیروی وارد بر کف ظرف}}$ را به دست می‌آوریم:



$$P_{\text{کف ظرف ناشی از مایع}} = \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2$$

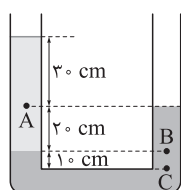
$$= 2 \times 10^3 \times 10 \times 10 / 2 + 1 \times 10^3 \times 15 \times 10 / 15$$

$$= 40000 + 15000 = 55000 \text{ Pa}$$

$$F_{\text{کف ظرف}} = P_{\text{کف ظرف ناشی از مایع}} \times A_{\text{کف ظرف}} = 55000 \times 20 \times 10^{-4} = 110 \text{ N}$$

گام سوم: نیرویی که کف ظرف به سطح وارد می‌کند، ناشی از نیروی وزن مایع‌ها و وزن ظرف است.

$$F_{\text{کف ظرف به سطح}} = (m_1 + m_2 + m_{\text{ظرف}}) g \xrightarrow{\text{جرم ظرف ناچیز است.}} F_{\text{کف ظرف به سطح}} = (0.8 + 0.4) \times 10 = 12 \text{ N}$$



تست و پاسخ ۴۷ در شکل مقابل، دو مایع مخلوط‌نشده در لوله U شکل در تعادل هستند. اختلاف فشار دو نقطه A و B چند برابر اختلاف فشار دو نقطه C و B است؟

۵ (۴)

۵/۴ (۳)

۱/۵ (۲)

۴/۵ (۱)

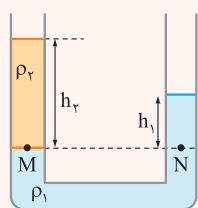
پاسخ: گزینه ۱

مشاوره در حل سؤال‌های مربوط به لوله U شکل، مانومتر و بارومتر، معمولاً اولین قدم، برابر قرار دادن فشار در دو نقطه هم‌تراز در یک مایع است.

خودت حل کنی بهتره ابتدا دو نقطه هم‌تراز بین مرز دو مایع و مایع چگال‌تر را انتخاب کنید و با برابر قرار دادن فشار این دو نقطه، اختلاف فشار بین دو نقطه A و B را به دست آورید و سپس اختلاف فشار بین دو نقطه B و C را به سادگی با رابطه $\Delta P = \rho g \Delta h$ به دست آورید و در نهایت رابطه بین چگالی دو مایع را هم با برابری فشار نقطه B و نقطه هم‌ترازش مشخص کنید.

درس نامه

برای حل سؤالات در لوله U شکل، دو نقطه هم‌تراز را در یک مایع انتخاب می‌کنیم و با برابر قرار دادن فشار این دو نقطه، به راحتی سؤال را حل می‌کنیم. دو حالت را در شکل‌های زیر بررسی می‌کنیم:



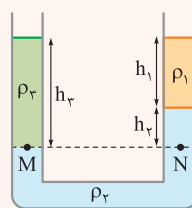
$$P_M = P_N$$

$$\rho_2 g h_2 + P_0 = \rho_1 g h_1 + P_0$$

$$\rho_2 g h_2 = \rho_1 g h_1$$

$$\rho_2 h_2 = \rho_1 h_1$$

حالت ۲:



$$P_M = P_N$$

$$\rho_2 g h_2 + P_0 = \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2 + P_0$$

$$\rho_2 g h_2 = \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2$$

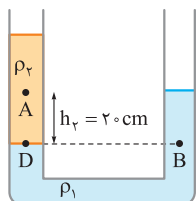
$$\rho_2 h_2 = \rho_1 h_1 + \rho_2 h_2$$

حالت ۱:

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

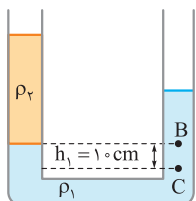


گام اول: در شکل زیر فشار در نقاط B و D که در یک مایع قرار دارند و هم تراز هستند، برابر است؛ بنابراین داریم:



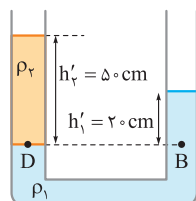
$$\begin{aligned} P_D &= P_B \\ \Rightarrow \rho_2 g h_2 + P_A &= P_B \\ \Rightarrow \rho_2 g h_2 &= P_B - P_A \\ \Rightarrow \rho_2 \times g \times 20 &= P_B - P_A \end{aligned}$$

گام دوم: در شکل زیر دو نقطه B و C در یک مایع قرار دارند و برای محاسبه اختلاف فشار آنها از رابطه $\Delta P = \rho g \Delta h$ استفاده می‌کنیم.



$$\begin{aligned} \Delta P_{BC} &= \rho_1 g h_1 \\ \Rightarrow P_C - P_B &= \rho_1 g (10) \end{aligned}$$

گام سوم: اکنون می‌خواهیم رابطه‌ای بین چگالی‌های ρ_2 و ρ_1 پیدا کنیم. همان‌طور که در گام اول دیدیم، فشار در نقاط B و D با هم برابر است؛ بنابراین داریم:



$$\begin{aligned} P_D &= P_B \\ \Rightarrow \rho_2 g h'_2 + P_0 &= \rho_1 g h'_1 + P_0 \\ \Rightarrow \rho_2 h'_2 &= \rho_1 h'_1 \\ \Rightarrow \rho_2 \times 50 &= \rho_1 \times 20 \Rightarrow 2/5 \rho_2 = \rho_1 \end{aligned}$$

گام چهارم: حالا به راحتی نسبت « $P_B - P_A$ » به « $P_C - P_B$ » را به دست می‌آوریم:

$$\frac{P_B - P_A}{P_C - P_B} = \frac{20 \rho_2 g}{10 \rho_1 g} = 2 \times \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{2 \rho_2}{2/5 \rho_2} = \frac{2}{2/5} = \frac{4}{5}$$

تست و پاسخ ۲۸

در یک لوله U شکل با سطح مقطع 5 cm^2 ، مقداری جیوه قرار دارد. اگر در شاخه سمت راست لوله 170 g آب بریزیم، اختلاف ارتفاع جیوه در دو شاخه به چند سانتی‌متر می‌رسد؟ ($\rho_{\text{جیوه}} = 13.6 \text{ g/cm}^3$)

۲۵ (۴)

۱۲/۵ (۳)

۲/۵ (۲)

۱/۲۵ (۱)

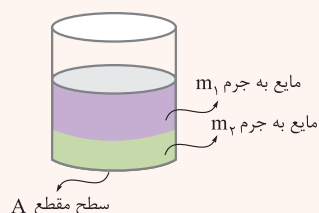
پاسخ: گزینه ۲

مشاوره در حل سؤال‌هایی که یک مایع به لوله U شکل اضافه می‌شود، لوله U شکل را در دو حالت رسم کرده و مقایسه کنید.

خودت حل کنی بهتره لوله U شکل را پس از اضافه کردن آب به جیوه، رسم کنید و نقطه هم‌تراز با مرز مشترک دو مایع را مشخص کنید و با برابر قراردادن فشار در این دو نقطه، اختلاف ارتفاع سطح جیوه را به دست آورید.

درس نامه

اگر یک یا چند مایع به جرم‌های m_1 ، m_2 و ... را درون یک ظرف متوازی‌السطوح (سطح آن در طول ارتفاع تغییر نکند، مانند استوانه و مکعب) بریزیم، برای محاسبه فشار پیمانه‌ای در کف ظرف می‌توانیم از رابطه زیر استفاده کنیم:



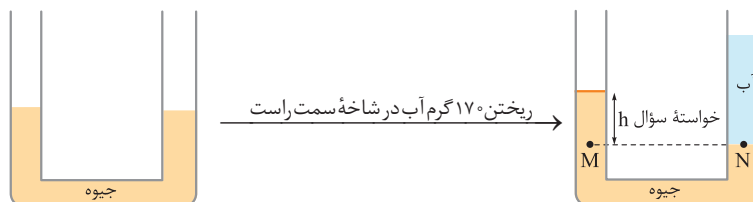
$$P = \frac{(m_1 + m_2)g}{A}$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

پاسخ تشریحی شکل‌های زیر، وضعیت مایع‌ها را قبل و بعد از ریختن آب، نشان می‌دهند:



$$P_M = P_N \Rightarrow P_0 + \rho_{\text{جیوه}} gh = P_0 + \frac{m_{\text{آب}} g}{A}$$

فشار در نقاط M و N با هم برابر است؛ بنابراین داریم:

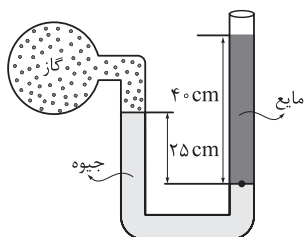
$$\Rightarrow \rho_{\text{جیوه}} gh = \frac{m_{\text{آب}} g}{A} \Rightarrow \rho_{\text{جیوه}} h = \frac{m_{\text{آب}}}{A} \Rightarrow 13/6 \times 10^3 \times h = \frac{170 \times 10^{-3}}{5 \times 10^{-4}} \rightarrow \text{تبدیل گرم به کیلوگرم}$$

$$\rightarrow \text{تبدیل cm}^2 \text{ به m}^2$$

$$\Rightarrow h = \frac{170 \times 10^{-3}}{13/6 \times 10^3 \times 5 \times 10^{-4}} = 2/5 \times 10^{-2} \text{ m} = 2/5 \text{ cm}$$

تست و پاسخ ۴۹

در شکل مقابل، درون لوله U شکلی که به یک مخزن محتوی گاز وصل شده است، جیوه و مایعی دیگر به چگالی ρ وجود دارد. اگر فشار پیمانه‌ای درون مخزن گاز 25 kPa باشد، ρ بر حسب گرم بر سانتی‌متر مکعب کدام است؟ ($\rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \text{ g/cm}^3$ و $g = 10 \text{ N/kg}$)



$$1/8 \quad (2)$$

$$1/5 \quad (1)$$

$$2/4 \quad (4)$$

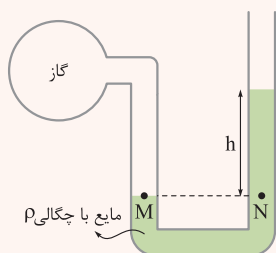
$$2/25 \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۳

خودت حل کنی بهتره فشار نقطه مرز مشترک بین دو مایع و نقطه هم‌ترازش در جیوه را، برابر قرار دهید. سپس فشار پیمانه‌ای گاز ($P_{\text{گاز}} - P_0$) را به دست آورید.

درس نامه

مانومتر (فشارسنج شاره‌ها) وسیله‌ای است برای اندازه‌گیری فشار شاره محصور و به صورت لوله U شکل است. در شکل‌های زیر، دو حالت مختلف را برای یک مانومتر بررسی می‌کنیم.

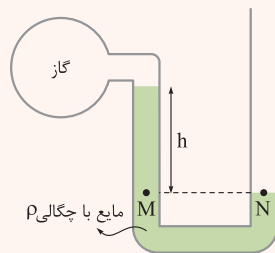


$$P_M = P_N$$

$$P_{\text{گاز}} = \rho gh + P_0$$

$$P_{\text{گاز}} - P_0 = \rho gh$$

فشار پیمانه‌ای گاز



$$P_M = P_N$$

$$P_{\text{گاز}} + \rho gh = P_0$$

$$P_{\text{گاز}} - P_0 = -\rho gh$$

فشار پیمانه‌ای گاز

پاسخ تشریحی مطابق شکل، فشار در نقاط M و N با هم برابر است؛ بنابراین داریم:

$$P_M = P_N$$

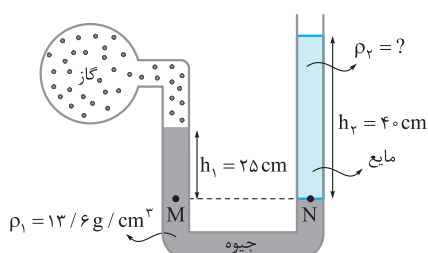
$$\Rightarrow P_{\text{گاز}} + \rho_1 gh_1 = P_0 + \rho_2 gh_2 \Rightarrow P_{\text{گاز}} - P_0 = \rho_2 gh_2 - \rho_1 gh_1$$

فشار پیمانه‌ای گاز

$$\Rightarrow -25 \times 10^3 = \rho_2 \times 10 \times 0/4 - 13/6 \times 10^3 \times 10 \times 0/25$$

$$\Rightarrow -25 \times 10^3 + 13/6 \times 2/5 \times 10^3 = 4\rho_2$$

$$\Rightarrow 9000 = 4\rho_2 \Rightarrow \rho_2 = 2250 \text{ kg/m}^3 = 2/25 \text{ g/cm}^3$$

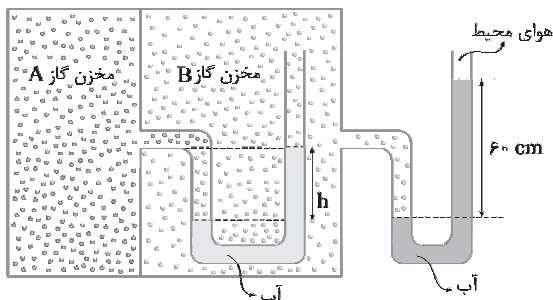


$$\rho_1 = 13/6 \text{ g/cm}^3$$



تست و پاسخ ۵۰

در شکل مقابل، اگر فشار مخزن گاز A از فشار مخزن گاز B، ۵ درصد بیشتر باشد، h چند سانتی‌متر است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$ ، چگالی آب 1 g/cm^3 و فشار هوای محیط ۸۴ kPa است.)



(۱) ۳۵

(۲) ۳۶

(۳) ۴۲

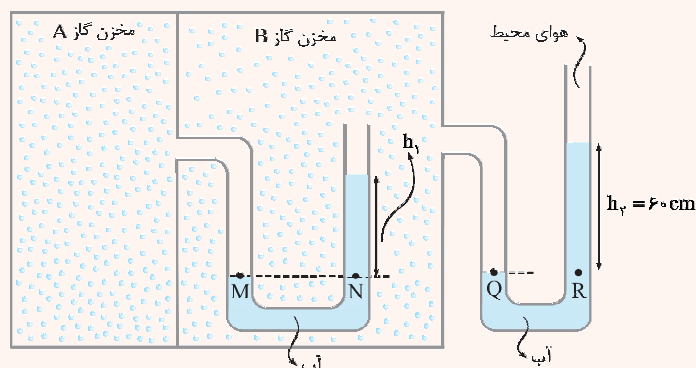
(۴) ۴۵

پاسخ: گزینه ۴

خودت حل کنی بهتره به کمک مساوی قراردادن فشار دو نقطه هم‌تراز در لوله سمت راست، فشار مخزن گاز B را به دست آورید، سپس همین فرایند را برای لوله U شکل سمت چپ انجام دهید تا ارتفاع آب بالا رفته را محاسبه کنید.

درس نامه

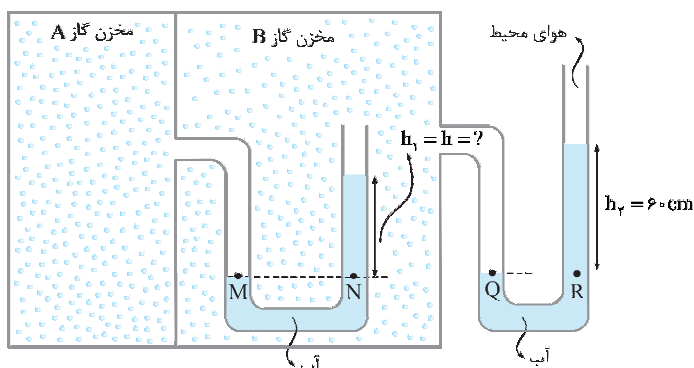
در شکل زیر، فشار مخزن گاز A از مخزن گاز B بیشتر است و مایع (۱) را به اندازه h_1 بالا برده است. هم‌چنین فشار مخزن گاز B از فشار هوا بیشتر است و مایع (۲) را به اندازه h_2 بالا برده است در این صورت داریم:



$$\left. \begin{array}{l} P_{\text{gas A}} - P_{\text{gas B}} = \rho_1 g h_1 \\ P_{\text{gas B}} - P_0 = \rho_2 g h_2 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{دو طرف را با هم جمع می‌کنیم.}} P_{\text{gas A}} - P_0 = \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2$$

به عبارتی، می‌توانیم بگوییم فشار مخزن A نسبت به هوا به اندازه $\rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2$ بیشتر است.

پاسخ تشریحی گام اول: مطابق شکل زیر، فشار در نقاط M و N در لوله سمت چپ و فشار در نقاط Q و R در لوله سمت راست با هم برابر است.



$$P_M = P_N \Rightarrow P_{\text{gas A}} = \rho_{\text{آب}} g h_1 + P_{\text{gas B}} \quad (\text{I})$$

$$P_Q = P_R \Rightarrow P_{\text{gas B}} = \rho_{\text{آب}} g h_2 + P_0 \quad (\text{II})$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

گام دوم: به کمک رابطه (II) در گام اول، P_{gasB} را به دست می‌آوریم:

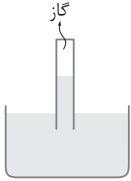
$$P_{\text{gasB}} = \rho_{\text{آب}} g h_2 + P_0 \Rightarrow P_{\text{gasB}} = 10^3 \times 10 \times 0.6 + 1.01 \times 10^5 = 9.06 \times 10^4 \text{ Pa}$$

گام سوم: با توجه به این که می‌دانیم فشار گاز مخزن B برابر $9.06 \times 10^4 \text{ Pa}$ است، به کمک رابطه (I)، ارتفاع h را به دست می‌آوریم.

$$P_{\text{gasA}} = \rho_{\text{آب}} g h_1 + P_{\text{gasB}} \xrightarrow{P_{\text{gasA}} = 1/5 P_{\text{gasB}}} 1/5 P_{\text{gasB}} = \rho_{\text{آب}} g h_1 + P_{\text{gasB}}$$

$$\Rightarrow 0.2 P_{\text{gasB}} = \rho_{\text{آب}} g h_1 \Rightarrow 0.2 \times 9.06 \times 10^4 = 10^3 \times 10 \times h_1 \Rightarrow h_1 = 0.1818 \text{ m} = 18.18 \text{ cm}$$

تست و پاسخ (۵۱)



در شکل مقابل، لوله‌ای به سطح مقطع 10 cm^2 ، به طور وارون در ظرف حاوی مایعی به چگالی $1/7 \text{ g/cm}^3$ فرو رفته و فشار گاز حبس شده در انتهای لوله 70 cmHg است. اگر سطح مقطع ظرف 40 cm^2 باشد، با خارج کردن کامل لوله از مایع، سطح آزاد مایع در ظرف چند سانتی‌متر جابه‌جا می‌شود؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$ ، چگالی جیوه $13/6 \text{ g/cm}^3$ و فشار هوای محیط 102 kPa است).

۱۲ (۴)

۱۰ (۳)

۱/۵ (۲)

۱/۲۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره با مساوی قرار دادن فشار در دو نقطه هم‌تراز، ارتفاع مایع بالا رفته در لوله را به دست آورید، سپس حجم مایعی که

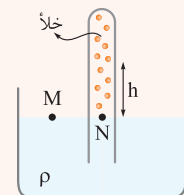
در لوله بالا رفته را با تغییر حجم مایع درون ظرف، برابر قرار دهید تا ارتفاع مایع بالا رفته در ظرف را به دست آورید.

درس نامه

فشارسنج هوا (بارومتر) وسیله‌ای برای اندازه‌گیری فشار جو است. در حل سؤالات مربوط به بارومتر کافی است مطابق شکل دو نقطه هم‌تراز

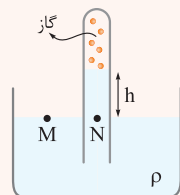
M و N را انتخاب کنیم و فشار در این نقاط را برابر قرار دهیم.

در شکل‌های زیر حالت‌های مختلف بارومتر را بررسی می‌کنیم.



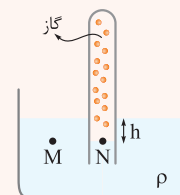
$$P_M = P_N$$

$$P_0 = \rho g h$$



$$P_M = P_N$$

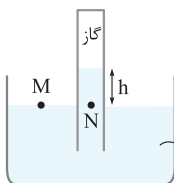
$$P_0 = \rho g h + P_{\text{گاز}}$$



$$P_M = P_N$$

$$P_0 + \rho g h = P_{\text{گاز}}$$

پاسخ تشریحی گام اول: مطابق شکل مقابل فشار در دو نقطه M و N با هم برابر است.



مایع با چگالی $1/7 \text{ g/cm}^3$

$$P_M = P_N \Rightarrow P_0 = \rho_{\text{مایع}} g h + P_{\text{گاز}} \Rightarrow 102 \times 10^3 = 1/7 \times 10^3 \times 10 \times h + P_{\text{گاز}}$$

برای تبدیل یکای فشار گاز از cmHg به Pa داریم:

$$P_{\text{گاز}} = \rho_{\text{جیوه}} g h (\text{mHg}) \Rightarrow P_{\text{گاز}} = 13/6 \times 10^3 \times 10 \times 0.7 = 95/2 \times 10^3 \text{ Pa}$$

$$\downarrow$$

$$70 \text{ cmHg} = 0.7 \text{ mHg}$$

$$102 \times 10^3 = 17h \times 10^3 + 95/2 \times 10^3 \xrightarrow{\div 10^3} 102 = 17h + 95/2 \Rightarrow 6/8 = 17h \Rightarrow h = 0.4 \text{ m} = 40 \text{ cm}$$

بنابراین داریم: گام دوم: با خارج کردن لوله، حجم مایعی که در لوله بالا رفته بود (همون 40 cm که حساب کردیم) به حجم مایع درون ظرف اضافه می‌شود؛

بنابراین حجم مایع بالا رفته درون لوله (V_1) را با حجم اضافه شده به مایع درون ظرف (V_2)، برابر قرار می‌دهیم.

$$V_1 = V_2 \Rightarrow A_{\text{لوله}} \times h_{\text{لوله}} = A_{\text{ظرف}} \times h_{\text{اضافه شده به ظرف}} \Rightarrow 10 \times 40 = 40 \times h_{\text{اضافه شده به ظرف}} \Rightarrow h_{\text{اضافه شده به ظرف}} = 10 \text{ cm}$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۵۲

جسم A بر سطح مایعی شناور و جسم B در این مایع غوطه‌ور است. اگر جسم C را در داخل این مایع رها کنیم، شروع به پایین رفتن می‌کند. در صورتی که جرم سه جسم A، B و C برابر باشند، کدام مورد درباره مقایسه اندازه نیروی شناوری وارد بر آن‌ها (F) درست است؟

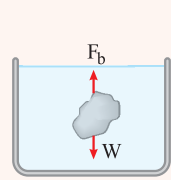
$$F_C > F_B > F_A \quad (۴) \quad F_A > F_B > F_C \quad (۳) \quad F_C > F_A = F_B \quad (۲) \quad F_A = F_B > F_C \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۱

درس نامه

به دلیل اختلاف فشار در بالا و پایین جسمی که در یک شاره قرار دارد، نیرویی به سمت بالا بر آن وارد می‌شود که نیروی شناوری نامیده می‌شود. جسم درون شاره می‌تواند به دو صورت کلی زیر باشد:

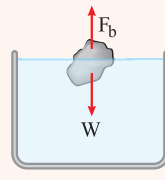
(۱) اگر جسم در یک شاره در حالت تعادل (غوطه‌ور یا شناور) قرار داشته باشد، نیروی شناوری با نیروی وزن برابر است.



$$F_b = W$$

$$\rho_{\text{جسم}} = \rho_{\text{مایع}}$$

جسم غوطه‌ور است.

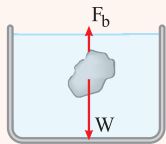


$$F_b = W$$

$$\rho_{\text{جسم}} < \rho_{\text{مایع}}$$

جسم شناور است.

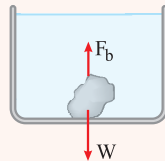
(۲) اگر نیروی شناوری و نیروی وزن برابر نباشند و یکی از سه حالت زیر رخ می‌دهد.



$$W > F_b$$

$$\rho_{\text{جسم}} > \rho_{\text{مایع}}$$

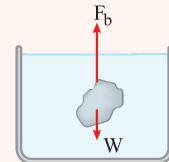
جسم در حال پایین آمدن است.



$$W > F_b$$

$$\rho_{\text{جسم}} > \rho_{\text{مایع}}$$

جسم ته‌نشین شده است.



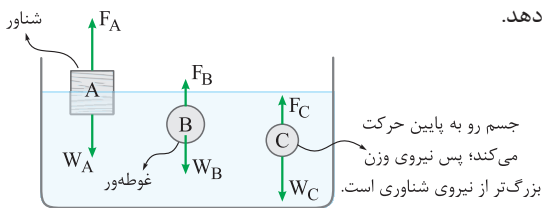
$$F_b > W$$

$$\rho_{\text{جسم}} < \rho_{\text{مایع}}$$

جسم در حال بالا رفتن است.

پاسخ تشریحی

شکل زیر وضعیت سه جسم A، B و C را در مایع نشان می‌دهد.



$$\text{جسم A} \Rightarrow F_A = W_A$$

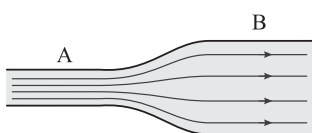
$$\text{جسم B} \Rightarrow F_B = W_B$$

$$\text{جسم C} \Rightarrow F_C < W_C$$

$$\left. \begin{array}{l} m_A = m_B = m_C \\ W_A = W_B = W_C \end{array} \right\} \rightarrow F_A = F_B > F_C$$

تست و پاسخ ۵۳

در شکل زیر، لوله‌ای که از دو بخش A و B تشکیل شده است، توسط آب پر شده و آب درون آن به صورت لایه‌ای در جریان است. اگر قطر مقطع لوله در بخش B، ۲۵ درصد بیشتر از قطر مقطع آن در بخش A باشد، کدام یک از موارد زیر درست است؟



(۴) ب و ت

(۳) ب و پ

(۲) الف و ت

(۱) الف و پ



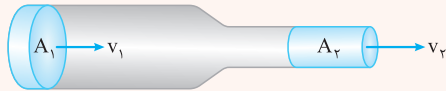
پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

خود حل کنی بهتره ابتدا به کمک معادله پیوستگی ($A_1 v_1 = A_2 v_2$)، نسبت تندی آب در بخش B را به تندی آن در بخش A به دست آورید. سپس به کمک اصل برنولی (فشار با تندی شاره رابطه عکس دارد.) فشار بخش های A و B را با هم مقایسه کنید.

درس نامه

طبق معادله پیوستگی هنگامی که یک شاره تراکم ناپذیر، از دو سطح مقطع متفاوت لوله ای می گذرد، مقدار شاره ای که در مدت Δt از سطح مقطع دلخواه A_1 عبور می کند، با مقدار شاره ای که در همین مدت از سطح مقطع دلخواه دیگر مانند A_2 عبور می کند با هم برابر است. معادله پیوستگی به صورت زیر است:



$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

طبق اصل برنولی، در مسیر حرکت شاره، با افزایش تندی شاره، فشار آن کاهش می یابد.

پاسخ تشریحی گام اول: به کمک معادله پیوستگی ($A_A v_A = A_B v_B$)، تندی شاره در قسمت های A و B را با هم مقایسه می کنیم.

$$A_A v_A = A_B v_B \Rightarrow \frac{\pi}{4} d_A^2 v_A = \frac{\pi}{4} d_B^2 v_B \Rightarrow d_A^2 v_A = d_B^2 v_B$$

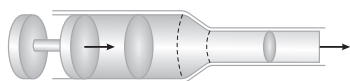
$$\frac{d_B = 1/2 d_A}{d_A^2 v_A = d_B^2 v_B} \Rightarrow d_A^2 \times v_A = (1/2 d_A)^2 \times v_B \Rightarrow \frac{d_A^2}{(1/2 d_A)^2} = \frac{v_B}{v_A} \Rightarrow \frac{v_B}{v_A} = \frac{1}{(\frac{1}{2})^2} = \frac{16}{25} = \frac{64}{100}$$

بنابراین تندی شاره در بخش B، ۳۶٪ کم تر از تندی آن در بخش A است. (گزاره «ب» درست است.)

گام دوم: طبق اصل برنولی، با کاهش تندی در یک جریان لایه ای پایا و افقی، فشار افزایش می یابد؛ بنابراین فشار در بخش B بیشتر از فشار در بخش A است. (گزاره «پ» درست است.)

تست و پاسخ ۵۴

در شکل زیر، روغن به چگالی 0.85 g/cm^3 تمام حجم لوله افقی را پر کرده و قطر پیستون 20 cm و قطر دهانه خروجی لوله 2 cm است. اگر پیستون با تندی 4 cm/s به سمت راست حرکت کند، در هر دقیقه چند کیلوگرم روغن از لوله بیرون می ریزد؟



$$81/6\pi(2)$$

$$20/4\pi(1)$$

$$8/16\pi(4)$$

$$2/04\pi(3)$$

پاسخ: گزینه ۱

خود حل کنی بهتره آهنگ شارش حجمی شاره را با استفاده از رابطه Av به دست آورید، سپس حجم خروجی شاره را در مدت زمان یک دقیقه محاسبه کنید و در نهایت به کمک رابطه $m = \rho V$ جرم مابع خارج شده را در مدت زمان یک دقیقه به دست آورید.

درس نامه

آهنگ شارش حجمی شاره: برای شاره تراکم ناپذیر، اگر در مدت زمان Δt حجم معینی از شاره به اندازه ΔV و با تندی v از یک مقطع لوله به مساحت A عبور کند، داریم:

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = Av$$

پاسخ تشریحی گام اول: طبق معادله پیوستگی، آهنگ شارش حجمی شاره در کل مسیر ثابت است.

$$r_1 = \frac{d_1}{2} = \frac{20}{2} = 10 \text{ cm}$$

$$\text{آهنگ شارش حجمی شاره} = A_1 v_1 = \pi (r_1)^2 \times v_1 = \pi (10)^2 \times 4 = 400\pi \text{ cm}^3 / \text{s}$$

توجه کنید که چون شعاع را بر حسب cm و تندی را بر حسب cm/s در رابطه قرار دادیم، آهنگ شارش حجمی بر حسب cm^3 / s به دست آمده است.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام دوم: حجم خروجی شاره را در مدت زمان یک دقیقه به دست می آوریم:

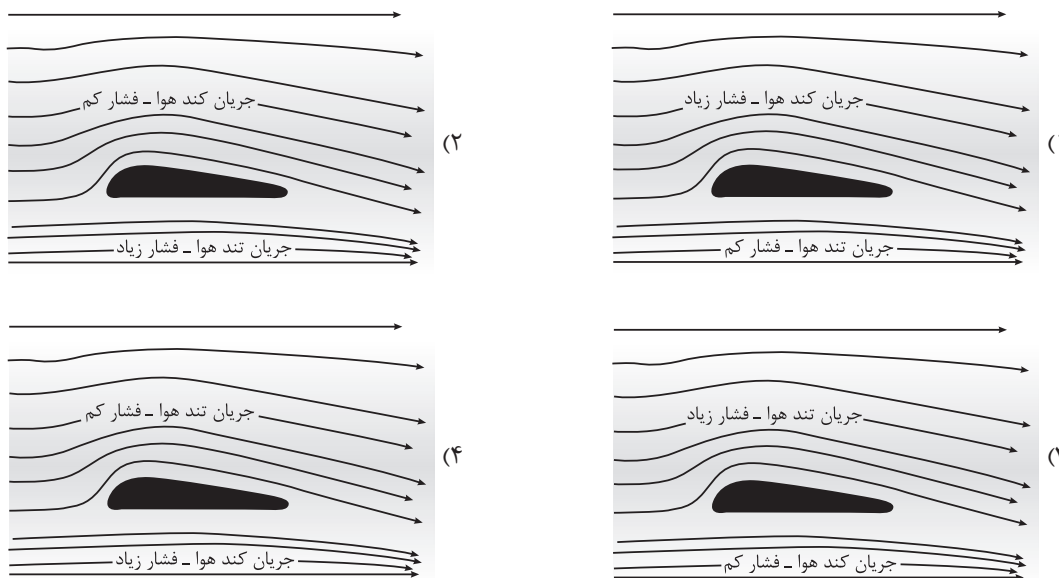
$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = Av \Rightarrow \frac{\Delta V}{60} = 400\pi \Rightarrow \Delta V = 24\pi \times 10^3 \text{ cm}^3$$

گام سوم: جرم خارج شده از لوله را به کمک رابطه $m = \rho V$ محاسبه می کنیم:

$$m = \rho V = 0.85 \times 24\pi \times 10^3 \text{ g} = 20.4\pi \times 10^3 \text{ g} = 20.4\pi \text{ kg}$$

تست و پاسخ ۵۵

کدام یک از شکل های زیر دربارهٔ تنیدی و فشار هوا در بالا و پایین بال یک هواپیمای در حال پرواز، درست است؟



پاسخ: گزینه ۴

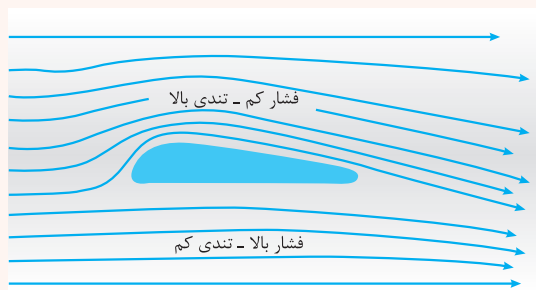
درس نامه

طبق اصل برنولی، برای شاره های که به طور لایه ای و در امتداد افق حرکت می کنند، در مسیر حرکت شاره و با افزایش تنیدی شاره، فشار آن کاهش می یابد.

در مثال زیر یک کاربرد از اصل برنولی را بررسی می کنیم.

شکل مقابل، تصویری از بال هواپیما را نشان می دهد. جهت گیری بال متناسب با جریان هوا سبب افزایش تنیدی و کاهش فشار در بالای بال هواپیما می شود.

از آن جا که فشار هوای بالای بال، کم تر از فشار هوای زیر آن است، نیروی رو به بالای خالصی به بال هواپیما وارد می شود.



گام اول: طبق اصل برنولی با افزایش تنیدی شاره، فشار کاهش می یابد و برعکس؛ بنابراین ۲ و ۳ نادرست هستند.

گام دوم: برای یک هواپیمای در حال پرواز، نیرو باید بالابر باشد؛ بنابراین فشار در قسمت پایین بال باید بیشتر از فشار در قسمت بالای بال باشد

و در ۴ به درستی این وضعیت نمایش داده شده است.



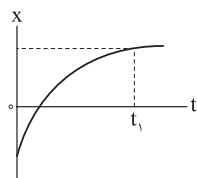
پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

فیزیک دوازدهم

تست و پاسخ ۵۶

نمودار مکان - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل زیر است. کدام یک از موارد زیر درباره حرکت این متحرک در بازه زمانی صفر تا t_1 درست است؟



الف) تندی متحرک در حال افزایش است.

ب) تندی متحرک در حال کاهش است.

پ) جهت حرکت متحرک یک مرتبه تغییر می‌کند.

ت) جهت بردار مکان متحرک یک مرتبه تغییر می‌کند.

۴) ب و ت

۳) ب و پ

۲) الف و ت

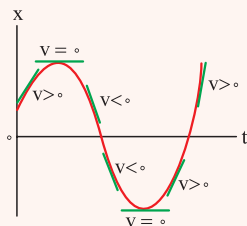
۱) الف و پ

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره این تست بر اساس یکی از پرسش‌های متن کتاب درسی فیزیک ۳ (ریاضی و تجربی) در فصل ۱ مطرح شده است.

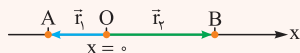
درس نامه

۱) شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان در هر لحظه دلخواه t ، سرعت متحرک در آن لحظه را نشان می‌دهد و بزرگی شیب این خط، بیانگر تندی متحرک در آن لحظه است.



۲) اگر علامت سرعت متحرک، مثبت باشد یعنی متحرک در جهت محور x حرکت می‌کند. در این صورت تندی و سرعت متحرک هم‌علامت‌اند. اما اگر علامت سرعت متحرکی، منفی باشد یعنی متحرک در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند. در این حالت تندی و سرعت متحرک مختلف‌العلامت هستند.

۳) بردار مکان یک جسم، برداری است که مبدأ محور را به مکان جسم در هر لحظه وصل می‌کند. هرگاه متحرک از مبدأ محور ($x = 0$) عبور کند، بردار مکان آن، تغییر جهت می‌دهد. در شکل مقابل، نقطه O به عنوان مبدأ مکان یا مبدأ محور است.



\vec{r}_1 : بردار مکان در نقطه A

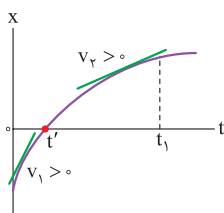
\vec{r}_2 : بردار مکان در نقطه B

پاسخ تشریحی گام اول: با توجه به نکته (۱) درس‌نامه، در بازه زمانی 0 تا t_1 بزرگی شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان، به تدریج

کاهش می‌یابد. یعنی تندی متحرک در حال کاهش است. (رد مورد «الف» و درستی مورد «ب»).

گام دوم: براساس نکته (۲) درس‌نامه، سرعت این متحرک همواره مثبت است؛ یعنی متحرک در بازه زمانی 0 تا t_1 همواره در جهت مثبت محور x حرکت می‌کند. (رد مورد «پ»).

گام سوم: در بازه زمانی 0 تا t_1 متحرک یک بار در لحظه t' از مبدأ محور ($x = 0$) عبور کرده و در این لحظه، جهت بردار مکان آن تغییر کرده است. (درستی مورد «ت»).

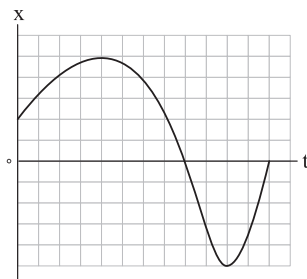


پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۵۷

نمودار مکان - زمان متحرکی که در راستای محور X حرکت می‌کند، به شکل زیر است. تندی متوسط متحرک در بازه‌ای که بردار مکان آن در خلاف جهت محور X است، چند برابر اندازه سرعت متوسط آن در بازه‌ای است که در خلاف جهت محور X حرکت می‌کند؟



۱ (۱)

۵/۲ (۲)

۲/۳ (۳)

۲۵/۶ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره تفاوت تندی متوسط و سرعت متوسط همواره مورد توجه طراحان سؤال‌های کنکور بوده و هست. به ویژه آن‌که مانند این تست با یک مفهوم فیزیکی دیگر مانند بردار مکان هم ترکیب شده باشد.

درس نامه در حرکت روی محور X تندی متوسط و سرعت متوسط از روابط زیر به دست می‌آیند:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

s_{av} : تندی متوسط ($\frac{m}{s}$)

l : مسافت (m)

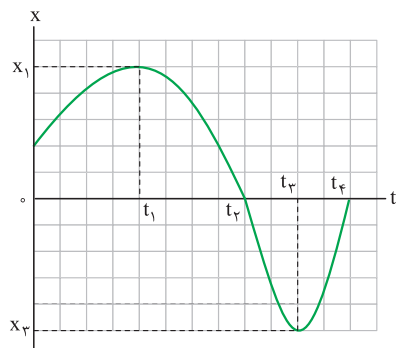
Δt : بازه زمانی (s)

v_{av} : سرعت متوسط ($\frac{m}{s}$)

Δx : جابه‌جایی (m)

پاسخ تشریحی گام اول: بردار مکان متحرک در بازه زمانی t_1 تا t_4 در خلاف جهت محور X است. هر واحد طول روی محور X ها را با L

و هر واحد زمان روی محور t را با T نشان می‌دهیم و تندی متوسط در این بازه زمانی را به دست می‌آوریم:



$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{5L + 5L}{t_4 - t_1} = \frac{10L}{4T} \Rightarrow s_{av} = \frac{5}{2} \times \frac{L}{T}$$

گام دوم: متحرک در بازه زمانی t_1 تا t_3 در خلاف جهت محور X حرکت می‌کند. اندازه سرعت متوسط در این بازه زمانی را محاسبه می‌کنیم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_3 - x_1}{t_3 - t_1} = \frac{-5L - 5L}{6T} = -\frac{10L}{6T} \Rightarrow |v_{av}| = \frac{5}{3} \times \frac{L}{T}$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

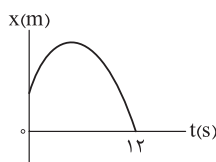
فیزیک

گام سوم: نسبت تندی متوسط متحرک در بازه زمانی t_1 تا t_2 به اندازه سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی t_1 تا t_2 را به دست می آوریم:

$$\frac{s_{av}}{|v_{av}|} = \frac{\frac{5}{2} \times \frac{L}{T}}{\frac{5}{3} \times \frac{L}{T}} = \frac{3}{2}$$

تست و پاسخ ۵۸

نمودار مکان - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می کند، به شکل زیر است. اگر در بازه زمانی $t_1 = 0$ تا $t_2 = 12$ س، تندی متوسط متحرک $\frac{5}{3} \frac{m}{s}$ و اندازه سرعت متوسط آن $2 \frac{m}{s}$ باشد، بیشترین فاصله متحرک از مبدأ مکان چند متر است؟



۳۶ (۱)

۴۲ (۲)

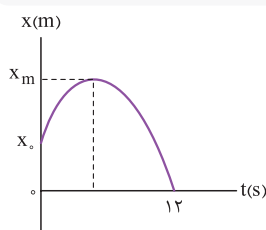
۴۵ (۳)

۴۸ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره در این تست مانند کنکور تجربی تیرماه ۱۴۰۲، تندی متوسط متحرک و بیشترین فاصله آن از مبدأ مکان مورد بررسی قرار می گیرد.

پاسخ تشریحی



گام اول: با معلوم بودن اندازه سرعت متوسط متحرک در ۱۲ ثانیه اول حرکت، مکان اولیه متحرک (x_0) را به دست می آوریم. توجه کنید که علامت سرعت متوسط در این بازه زمانی، منفی است.

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow{v_{av} = -2 \frac{m}{s}} \xrightarrow{\Delta t = 12 - 0 = 12s} -2 = \frac{0 - x_0}{12} \Rightarrow x_0 = 24 \text{ m}$$

گام دوم: با استفاده از تندی متوسط متحرک در ۱۲ ثانیه اول حرکت، مسافت پیموده شده را به دست می آوریم:

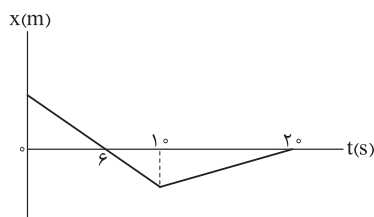
$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} \xrightarrow{s_{av} = 5 \frac{m}{s}} \xrightarrow{\Delta t = 12 - 0 = 12s} 5 = \frac{l}{12} \Rightarrow l = 60 \text{ m}$$

گام سوم: با معلوم بودن مسافت پیموده شده، بیشترین فاصله متحرک از مبدأ مکان (x_m) را پیدا می کنیم:

$$l = (x_m - 24) + |(0 - x_m)| \xrightarrow{l = 60 \text{ m}} 60 = x_m - 24 + x_m \Rightarrow 84 = 2x_m \Rightarrow x_m = 42 \text{ m}$$

تست و پاسخ ۵۹

نمودار مکان - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می کند، به شکل زیر است. اگر تندی متحرک در لحظه $t_1 = 2$ س برابر $3 \frac{m}{s}$ باشد، بزرگی سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی $t_1 = 12$ س تا $t_2 = 2$ س چند متر بر ثانیه است؟



۲/۴ (۱)

۲/۱۶ (۲)

۰/۲۴ (۳)

۰/۲۱۶ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

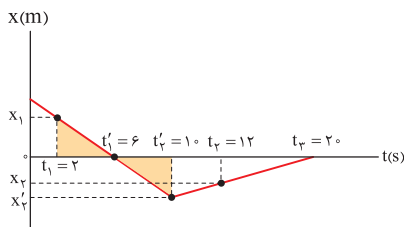


مشاوره اگر در سؤال‌های حرکت‌شناسی، نموداری داده شده باشد، اولین چیزی که باید به آن دقت کنید، محور عمودی نمودار است؛ چون هر یک از نمودارهای مکان - زمان، سرعت - زمان و شتاب - زمان ویژگی‌های خاص خودشان را دارند. مثلاً نموداری که برای این سؤال داده شده، با همین اعداد، در کنکور تجربی تیرماه ۱۴۰۲ با محور عمودی سرعت (v) مطرح شده بود.

خودت حل کنی بهتره مکان متحرک را به ترتیب در لحظه‌های ۲s، ۱۰s و ۱۲s به دست آورید و روی نمودار نشان دهید. سپس از رابطه $|v_{av}| = \frac{|\Delta x|}{\Delta t}$ ، بزرگی سرعت متوسط را پیدا کنید.

درس نامه وقتی در یک بازه زمانی، نمودار مکان - زمان به صورت خط راست باشد، حرکت در این بازه زمانی با سرعت ثابت است. در این بازه زمانی، تندی متوسط و لحظه‌ای با هم برابرند.

پاسخ تشریحی گام اول: تندی متحرک در لحظه $t_1 = 2s$ با بزرگی سرعت متوسط در بازه زمانی ۲s تا ۱۰s برابر است. بنابراین سرعت متوسط متحرک در این بازه برابر با $3 \frac{m}{s}$ است. (توجه داشته باشید که شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان در این بازه زمانی، منفی است.)



$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{v_{av} = -3 \frac{m}{s}, x'_1 = 0}{\Delta t = t'_1 - t_1 = 6 - 2 = 4s} \rightarrow -3 = \frac{0 - x_1}{4} \Rightarrow x_1 = 12 \text{ m}$$

گام دوم: با توجه به همنهشتی دو مثلث رنگی در نمودار، متحرک در لحظه $t'_1 = 10s$ در مکان $x'_1 = -12m$ است.

گام سوم: سرعت متوسط در بازه زمانی ۱۰s تا ۱۲s با سرعت متوسط در بازه زمانی ۱۰s تا ۲۰s برابر است. بنابراین داریم:

$$\frac{x_2 - x'_1}{t_2 - t'_1} = \frac{x_2 - x'_1}{t_2 - t'_1} \Rightarrow \frac{x_2 - (-12)}{12 - 10} = \frac{0 - (-12)}{20 - 10} \Rightarrow \frac{x_2 + 12}{2} = \frac{12}{10}$$

$$\Rightarrow x_2 + 12 = 2/4 \Rightarrow x_2 = -9/6 \text{ m}$$

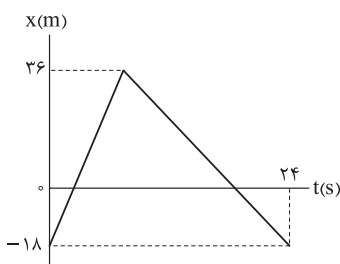
گام چهارم: بزرگی سرعت متوسط در بازه زمانی $t_1 = 2s$ تا $t_2 = 12s$ را به دست می‌آوریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow v_{av} = \frac{-9/6 - 12}{12 - 2} = \frac{-21/6}{10} = -2/16 \frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow |v_{av}| = 2/16 \frac{m}{s}$$

تست و پاسخ ۶۰

نمودار مکان - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل زیر است. در این حرکت، بردار مکان متحرک چند ثانیه در جهت محور x است؟



۱۲ (۱)

۱۵ (۲)

۱۶ (۳)

۱۸ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره در حل تست‌هایی که نمودار آن‌ها به صورت خطی است، نکته‌های ریاضی مربوط به تشابه مثلث‌ها کاربرد فراوانی دارند. نمونه آن را در این تست می‌بینید.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

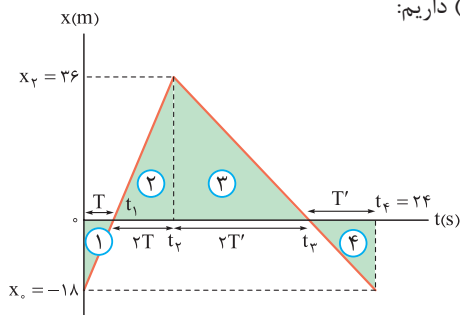
فیزیک

خود حل کنی بهتره لحظه‌هایی که نمودار مکان - زمان، محور t را قطع می‌کند، روی نمودار مشخص کنید. در بازه زمانی بین این دو لحظه $X > 0$ است و بردار مکان متحرک در جهت محور X قرار می‌گیرد.

درس نامه در حرکت روی محور X وقتی متحرک در سمت مثبت محور مکان قرار دارد یعنی $X > 0$ بوده و بردار مکان متحرک در جهت محور X است. اما وقتی متحرک در سمت منفی محور مکان قرار دارد یعنی $X < 0$ بوده و بردار مکان متحرک در خلاف جهت محور X است.

پاسخ تشریحی

گام اول: اگر بازه زمانی t_1 را با T نشان دهیم، با توجه به تشابه مثلث‌های (۱) و (۲) داریم:



$$\frac{x_2 - 0}{0 - x_0} = \frac{t_2 - t_1}{t_1 - 0} \Rightarrow \frac{36}{-18} = \frac{t_2 - t_1}{T} \Rightarrow t_2 - t_1 = 2T$$

گام دوم: اگر بازه زمانی t_3 تا t_4 را با T' نشان دهیم، با توجه به تشابه مثلث‌های (۳) و (۴) داریم:

$$\frac{x_4 - 0}{0 - x_0} = \frac{t_4 - t_3}{t_3 - t_4} \Rightarrow \frac{36}{-18} = \frac{t_4 - t_3}{T'} \Rightarrow t_4 - t_3 = 2T'$$

گام سوم: با توجه به این که مدت زمان کل حرکت ۲۴s است می‌توان نوشت:

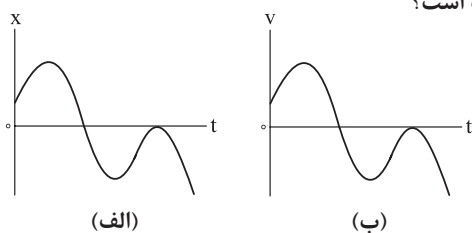
$$T + 2T + 2T' + T' = 24 \Rightarrow 3T + 3T' = 24 \Rightarrow T + T' = 8s$$

گام چهارم: در بازه زمانی t_1 تا t_3 متحرک در سوی مثبت محور X است و بردار مکان آن در جهت محور X قرار می‌گیرد:

$$t_3 - t_1 = 2T + 2T' = 2(T + T') \xrightarrow{T+T'=8s} t_3 - t_1 = 2 \times 8 = 16s$$

تست و پاسخ ۶۱

دو متحرک A و B در راستای محور X حرکت می‌کنند. نمودار مکان - زمان متحرک A، به شکل (الف) و نمودار سرعت - زمان متحرک B به شکل (ب) است. چه تعداد از عبارتهای زیر درباره حرکت این دو متحرک الزاماً درست است؟



(الف) جهت بردار مکان متحرک A، دو مرتبه تغییر می‌کند.

(ب) جهت حرکت متحرک A، سه مرتبه تغییر می‌کند.

(پ) جهت بردار مکان متحرک B، یک مرتبه تغییر می‌کند.

(ت) جهت حرکت متحرک B، سه مرتبه تغییر می‌کند.

۱ (۴)

۲ (۳)

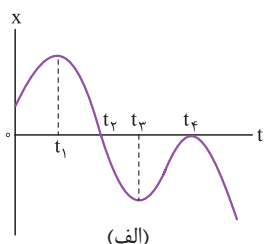
۳ (۲)

۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

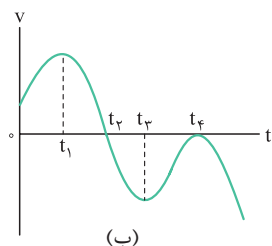
مشاوره توجه کنید که تست‌های مربوط به حرکت‌شناسی، الزاماً محاسباتی نیستند. در کنکور، انتظار چنین تست‌های مفهومی را نیز داشته باشید.

پاسخ تشریحی



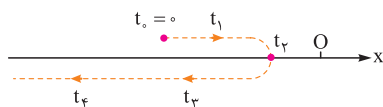
گام اول: می‌دانیم هرگاه متحرک از مبدأ محور ($X = 0$) عبور کند، یعنی X تغییر علامت بدهد، بردار مکان آن تغییر جهت می‌دهد. بنابراین در نمودار «الف»، فقط در لحظه t_3 جهت بردار مکان متحرک A تغییر می‌کند، پس مورد «الف» نادرست است.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

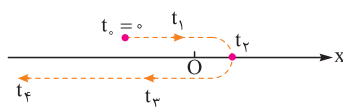


گام دوم: هرگاه جهت حرکت متحرک تغییر کند، علامت سرعت آن عوض می‌شود. در شکل (الف)، علامت سرعت متحرک A در لحظه‌های t_1 و t_3 و t_4 تغییر کرده است. بنابراین مورد «ب» درست است.

گام سوم: مکان اولیه متحرک B معلوم نیست. بنابراین ممکن است متحرک B اصلاً از مبدأ محور نگذرد و جهت بردار مکان آن تغییر نکند.



و یا ممکن است متحرک B، دو بار از مبدأ محور بگذرد. یعنی جهت بردار مکان آن دو بار تغییر کند؛ بنابراین مورد «پ» نادرست است.



گام چهارم: در شکل (ب) علامت سرعت متحرک B فقط در لحظه t_4 تغییر کرده است. بر این اساس جهت حرکت متحرک B فقط یک بار تغییر کرده است؛ یعنی مورد «ت» نادرست است.

تست و پاسخ ۶۲

کدام یک از عبارتهای زیر نادرست است؟

- (۱) اگر در طی حرکتی، شتاب متحرک پیوسته برابر صفر باشد، سرعت متحرک در این حرکت ثابت است.
- (۲) اگر در طی حرکتی، شتاب متحرک پیوسته برابر صفر باشد، تندی متحرک در این حرکت ثابت است.
- (۳) اگر در طی حرکتی، سرعت متحرکی ثابت باشد، شتاب آن در این حرکت پیوسته برابر صفر است.
- (۴) اگر در طی حرکتی، تندی متحرک ثابت باشد، شتاب آن در این حرکت، پیوسته برابر صفر است.

پاسخ: گزینه ۴

درس نامه

شتاب متوسط، برابر تغییرات سرعت در واحد زمان است.

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

$$a_{av} : \text{شتاب متوسط } \left(\frac{m}{s^2}\right)$$

$$\Delta v : \text{تغییر سرعت } \left(\frac{m}{s}\right)$$

$$\Delta t : \text{بازه زمانی (s)}$$

$$v_1 : \text{سرعت متحرک در لحظه } t_1 \left(\frac{m}{s}\right)$$

$$v_2 : \text{سرعت متحرک در لحظه } t_2 \left(\frac{m}{s}\right)$$

شتاب حرکت در هر لحظه از زمان را شتاب لحظه‌ای و یا برای سادگی، شتاب می‌گویند. اگر شتاب متوسط در بازه‌های زمانی مختلف، یکسان باشد، شتاب لحظه‌ای با شتاب متوسط برابر می‌شود.

نکته شتاب ممکن است به علت تغییر در اندازه سرعت (تندی) و یا تغییر در جهت سرعت و یا هر دوی آن‌ها به وجود آید. بنابراین در حالی که تندی یک متحرک ثابت است، اگر جهت حرکت آن تغییر کند، سرعت آن تغییر می‌کند و این موضوع سبب ایجاد شتاب می‌شود. مثلاً جسمی که با تندی ثابت روی مسیر دایره‌ای می‌چرخد و یا خودرویی که با تندی ثابت در یک جاده مارپیچ حرکت می‌کند. شتاب غیرصفر دارند.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

پاسخ تشریحی گام اول: وقتی شتاب متحرک پیوسته برابر صفر است، یعنی شتاب لحظه‌ای با شتاب متوسط برابر است و داریم:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \xrightarrow{a=0} \Delta v = 0 \Rightarrow v_1 = v_2$$

یعنی سرعت متحرک ثابت است و (۱) و (۳) درست هستند.

گام دوم: تندی، بزرگی سرعت متحرک است. بنابراین وقتی سرعت ثابت است، تندی نیز ثابت است. یعنی (۲) درست است.

گام سوم: با توجه به نکته درس‌نامه، ممکن است در طی حرکتی، تندی متحرک ثابت باشد، اما شتاب آن در این حرکت پیوسته برابر صفر نباشد؛ یعنی (۴) نادرست است.

تست و پاسخ ۶۳

در جدول زیر، مکان و سرعت متحرکی که روی محور X حرکت می‌کند، در دو لحظه مشخص شده است. اگر در بازه زمانی t_1 تا t_2 ، سرعت متوسط متحرک \vec{v} $(\frac{2}{4} \frac{m}{s}) \vec{i}$ و شتاب متوسط آن \vec{a} $(-\frac{1}{5} \frac{m}{s^2}) \vec{i}$ باشد، در SI کدام است؟

سرعت $(\frac{m}{s})$	مکان (m)	زمان (s)
$5 \vec{i}$	$-9 \vec{i}$	t_1
\vec{v}_2	$15 \vec{i}$	t_2

(۱) $10 \vec{i}$

(۲) $-10 \vec{i}$

(۳) $20 \vec{i}$

(۴) $-20 \vec{i}$

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره ابتدا با استفاده از سرعت متوسط متحرک، بازه زمانی $t_2 - t_1$ را به دست آورید. سپس با داشتن شتاب متوسط

در همین بازه زمانی، \vec{v}_2 را پیدا کنید.

پاسخ تشریحی گام اول: جابه‌جایی متحرک بین دو لحظه t_1 و t_2 را حساب می‌کنیم و به کمک رابطه سرعت متوسط، بازه زمانی $t_2 - t_1$

را به دست می‌آوریم:

$$\Delta \vec{x} = \vec{x}_2 - \vec{x}_1 = 15 \vec{i} - (-9 \vec{i}) = (24 \text{ m}) \vec{i}$$

$$\vec{v}_{av} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} \xrightarrow{\vec{v}_{av} = (\frac{2}{4} \frac{m}{s}) \vec{i}, \Delta \vec{x} = (24 \text{ m}) \vec{i}} (\frac{2}{4} \frac{m}{s}) \vec{i} = \frac{(24 \text{ m}) \vec{i}}{\Delta t}$$

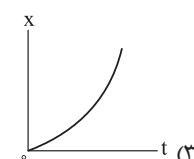
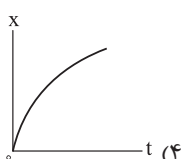
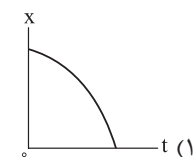
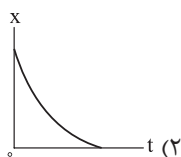
$$\Rightarrow \Delta t = t_2 - t_1 = 10 \text{ s}$$

گام دوم: رابطه شتاب متوسط را بین دو لحظه t_1 و t_2 می‌نویسیم و از آنجا \vec{v}_2 را حساب می‌کنیم:

$$\vec{a}_{av} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta \vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1, \Delta t = 10 \text{ s}, \vec{v}_1 = (5 \frac{m}{s}) \vec{i}} (-\frac{1}{5}) \vec{i} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{10} \Rightarrow -15 \vec{i} = \vec{v}_2 - 5 \vec{i} \Rightarrow \vec{v}_2 = -(10 \frac{m}{s}) \vec{i}$$

تست و پاسخ ۶۴

در کدام یک از نمودارهای مکان - زمان زیر، سرعت متحرک در مبدأ زمان و شتاب آن در تمام لحظه‌ها، در خلاف جهت محور X است؟



پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



درس نامه

- (۱) شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان در لحظه $t = 0$ سرعت متحرک در مبدأ زمان (v_0) را نشان می‌دهد.
 (۲) اگر گودی نمودار مکان - زمان، رو به بالا باشد، شتاب حرکت مثبت است و اگر گودی این نمودار، رو به پایین باشد، شتاب حرکت منفی است.



پاسخ تشریحی

گزینه‌ای صحیح است که در آن، سرعت متحرک در لحظه $t = 0$ و شتاب متحرک در تمام لحظه‌ها، هر دو منفی باشند، یعنی $v_0 < 0$ و $a < 0$. اکنون گزینه‌ها را به ترتیب بررسی می‌کنیم:



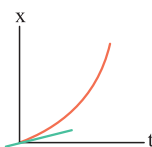
$$\begin{cases} v_0 < 0 \\ a < 0 \end{cases}$$

①



$$\begin{cases} v_0 < 0 \\ a > 0 \end{cases}$$

②



$$\begin{cases} v_0 > 0 \\ a > 0 \end{cases}$$

③



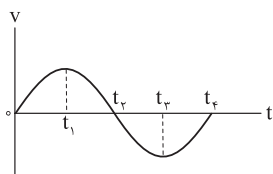
$$\begin{cases} v_0 > 0 \\ a < 0 \end{cases}$$

④

بنابراین ① درست است.

تست و پاسخ ۶۵

نمودار سرعت - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل زیر است. چه تعداد از عبارات‌های زیر درباره حرکت این متحرک درست است؟



۴ (۴)

الف) در بازه زمانی t_1 تا t_2 ، اندازه شتاب متحرک در حال کاهش است.ب) در بازه زمانی t_2 تا t_3 ، تندی متحرک در حال افزایش است.پ) در بازه زمانی صفر تا t_3 ، شتاب متوسط متحرک در خلاف جهت محور x است.ت) در بازه زمانی t_2 تا t_4 ، تندی متوسط متحرک با اندازه سرعت متوسط آن برابر است.

۳ (۳)

۲ (۲)

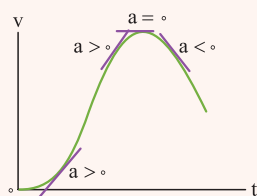
۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره این تست بر اساس یکی از پرسش‌های دوره‌ای آخر فصل کتاب درسی فیزیک ۳ طرح شده است. این پرسش‌ها را اجدی بگیرید.

درس نامه

(۱) شتاب در هر لحظه دلخواه t برابر شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان، در آن لحظه است.

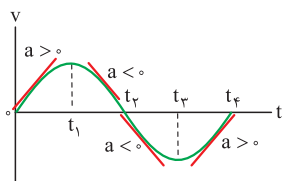


(۲) وقتی متحرک روی محور x و بدون تغییر جهت حرکت کند، تندی متوسط و اندازه سرعت متوسط آن برابرند.



پاسخ تشریحی با استفاده از شیب خط مماس بر نمودار $v-t$ شتاب حرکت در بازه‌های زمانی مختلف را روی شکل نشان می‌دهیم و

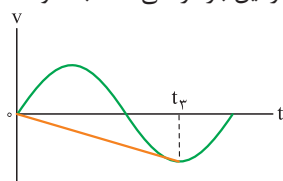
گزینه‌ها را به ترتیب بررسی می‌کنیم:



الف) نادرست؛ در بازه زمانی t_1 تا t_2 گرچه شتاب حرکت منفی است، اما اندازه آن در حال افزایش است.

ب) درست؛ در بازه زمانی t_2 تا t_3 سرعت متحرک منفی است، اما تندی متحرک که اندازه سرعت آن است مثبت بوده و در حال افزایش است.

پ) درست؛ شیب خطی که دو نقطه از نمودار را در لحظه‌های 0 و t_3 به هم وصل می‌کند منفی است. یعنی در این بازه زمانی، شتاب متوسط متحرک در خلاف جهت محور x است.



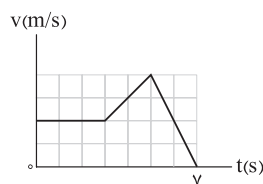
ت) درست است؛ سرعت در بازه زمانی t_3 تا t_4 منفی است، یعنی متحرک در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند و هیچ تغییر جهتی ندارد.

بنابراین تندی متوسط متحرک با اندازه متوسط آن برابر است.

تست و پاسخ ۶۶

نمودار سرعت-زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل زیر است. اندازه شتاب متحرک در لحظه $t_1' = 6s$ چند برابر اندازه

شتاب متوسط متحرک در بازه زمانی $t_1 = 2s$ تا $t_2 = 7s$ است؟



۴ (۲)

۵ (۱)

$\frac{1}{5}$ (۴)

$\frac{1}{4}$ (۳)

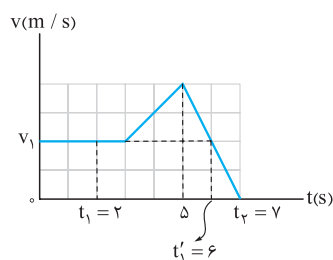
پاسخ: گزینه ۱

مشاوره این تست بر اساس یکی از تمرین‌های متن کتاب درسی فیزیک ۳ در فصل ۱ طرح شده است. تمرین‌ها، پرسش‌ها و مثال‌های

متن کتاب درسی را جدی بگیرید.

پاسخ تشریحی گام اول: در بازه زمانی $5s$ تا $7s$ شتاب متحرک ثابت است؛ بنابراین شتاب در لحظه $t_1' = 6s$ همان شتاب متوسط در بازه

زمانی $5s$ تا $7s$ یا هر بخشی از آن است. اگر هر واحد سرعت روی محور عمودی را با v نشان دهیم، در بازه زمانی $6s$ تا $7s$ داریم:



$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a_1 = \frac{v_2 - v_1'}{t_2 - t_1'} \xrightarrow[v_1' = v_1 = 2v]{v_2 = 0} a_1 = \frac{0 - 2v}{7 - 6} = -2v \Rightarrow |a_1| = 2v$$

گام دوم: اندازه شتاب متوسط متحرک در بازه زمانی $t_1 = 2s$ تا $t_2 = 7s$ را نیز به دست می‌آوریم:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a_2 = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \xrightarrow[t_2 = 7s, t_1 = 2s]{v_2 = 0, v_1 = 2v} a_2 = \frac{0 - 2v}{7 - 2} = -\frac{2}{5}v \Rightarrow |a_2| = \frac{2}{5}v$$

$$\frac{|a_1|}{|a_2|} = \frac{2v}{\frac{2}{5}v} = 5$$

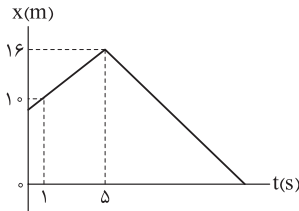
گام سوم: اکنون نسبت $\frac{|a_1|}{|a_2|}$ را به دست می‌آوریم:

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۶۷

نمودار مکان - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل زیر است. اگر تندی متوسط متحرک در بازه زمانی $1s$ تا $11s$ ، برابر $1/8 \frac{m}{s}$ باشد، شتاب متوسط آن در این بازه زمانی، در SI، کدام است؟



$$0/35 \vec{i} \quad (2)$$

$$0/05 \vec{i} \quad (1)$$

$$-0/35 \vec{i} \quad (4)$$

$$-0/05 \vec{i} \quad (3)$$

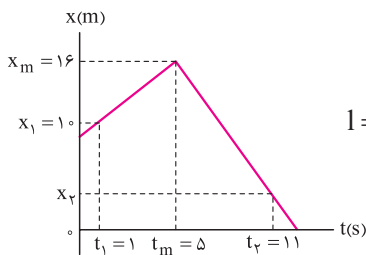
پاسخ: گزینه ۴

خودت حل کنی بهتره ابتدا مسافت طی شده در بازه زمانی $1s$ تا $11s$ و مکان متحرک در لحظه $t=11s$ را حساب کنید. سپس سرعت متحرک در لحظه‌های $t_1=1s$ و $t_2=11s$ را به دست آورید و با استفاده از آن‌ها، شتاب متوسط در این بازه زمانی را پیدا کنید.

پاسخ تشریحی گام اول: با استفاده از تندی متوسط، مسافت طی شده در بازه زمانی $1s$ تا $11s$ را به دست می‌آوریم:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} \quad \frac{s_{av}=1/8 \frac{m}{s}}{\Delta t=11-1=10s} \rightarrow 1/8 = \frac{l}{10} \Rightarrow l=10m$$

اکنون مکان متحرک در لحظه $t_2=11s$ را حساب می‌کنیم.



$$l=16-10+(16-x_p) \xrightarrow{l=10m} 10=6+16-x_p \Rightarrow x_p=4m$$

گام دوم: سرعت متحرک در لحظه $t_1=1s$ همان سرعت متوسط در بازه $1s$ تا $5s$ است. همچنین سرعت متحرک در لحظه $t_2=11s$ همان سرعت متوسط در بازه $5s$ تا $11s$ است.

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_1 = \frac{x_m - x_1}{t_m - t_1} = \frac{16 - 10}{5 - 1} = \frac{6}{4} = 1/5 \frac{m}{s}$$

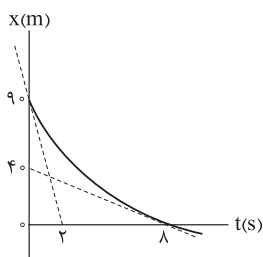
$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_2 = \frac{x_2 - x_m}{t_2 - t_m} = \frac{4 - 16}{11 - 5} = \frac{-12}{6} = -2 \frac{m}{s}$$

گام سوم: شتاب متوسط در بازه زمانی t_1 تا t_2 را به دست می‌آوریم:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow a_{av} = \frac{-2 - 1/5}{11 - 1} = \frac{-3/5}{10} = -0/35 \frac{m}{s^2} \Rightarrow \vec{a}_{av} = (-0/35 \frac{m}{s^2}) \vec{i}$$

تست و پاسخ ۶۸

نمودار مکان - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل زیر است. شتاب متوسط متحرک از مبدأ زمان تا لحظه‌ای که جهت بردار مکان آن تغییر می‌کند، در SI کدام است؟ (خط چین‌های رسم شده در دو لحظه $t_1=8s$ و $t_2=2s$ بر نمودار مماس هستند).



$$5 \vec{i} \quad (1)$$

$$-5 \vec{i} \quad (2)$$

$$6/25 \vec{i} \quad (3)$$

$$-6/25 \vec{i} \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۱



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

مشاوره حرکت‌شناسی یکی از مباحث فیزیک دبیرستان است که دامنه سؤال‌های آن بسیار وسیع و متنوع است. مثلاً شتاب متوسط فقط از روی نمودار سرعت-زمان به دست نمی‌آید، بلکه اگر به این سؤال و سؤال قبل دقت کنید، می‌بینید که با استفاده از اطلاعات روی نمودار مکان-زمان هم می‌توانید به شتاب متوسط برسید.

پاسخ تشریحی

گام اول: در لحظه $t = 8s$ که متحرک از مبدأ محور ($x = 0$) عبور می‌کند و علامت x عوض می‌شود، جهت بردار مکان آن تغییر می‌کند.
گام دوم: شیب خط مماس بر نمودار مکان-زمان در هر لحظه، سرعت متحرک را در آن لحظه نشان می‌دهد. بنابراین می‌توانیم سرعت متحرک در لحظه‌های $t = 0$ و $t = 8s$ را به دست آوریم:

$$v_1 = \frac{\Delta x_1}{\Delta t_1} = \frac{0 - 90}{2 - 0} = -\frac{90}{2} = -45 \frac{m}{s}$$

$$v_2 = \frac{\Delta x_2}{\Delta t_2} = \frac{0 - 40}{8 - 0} = -\frac{40}{8} = -5 \frac{m}{s}$$

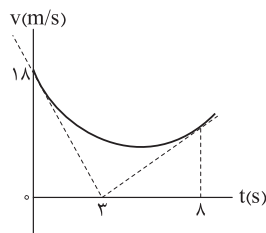
گام سوم: شتاب متوسط متحرک را در بازه زمانی 0 تا $8s$ حساب می‌کنیم:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow a_{av} = \frac{-5 - (-45)}{8 - 0} = \frac{40}{8} = 5 \frac{m}{s^2} \Rightarrow \vec{a}_{av} = (5 \frac{m}{s^2}) \vec{i}$$

تکنیک از آن‌جا که گودی نمودار مکان-زمان رو به بالاست، از ابتدا معلوم بود که شتاب متحرک مثبت است و (2) و (4) رد می‌شوند.

تست و پاسخ ۶۹

نمودار سرعت-زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل زیر است. اگر اندازه شتاب متحرک در مبدأ زمان، 3 برابر اندازه شتاب آن در لحظه $t = 8s$ باشد، شتاب متوسط متحرک در 8 ثانیه اول، بر حسب متر بر مربع ثانیه کدام است؟ (دو خط چین رسم شده در مبدأ زمان و لحظه $t = 8s$ بر نمودار مماس هستند).

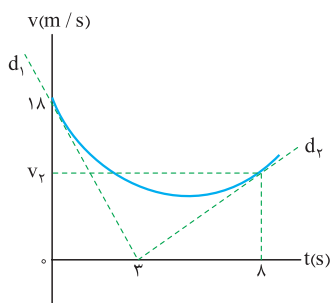


- (۱) \vec{i}
- (۲) $-\vec{i}$
- (۳) $0.25\vec{i}$
- (۴) $-0.25\vec{i}$

پاسخ: گزینه ۲

خود حل کنی بهتره ابتدا شتاب و سپس سرعت متحرک را در لحظه $t = 8s$ به دست آورید. در مرحله بعد، شتاب متوسط را در 8 ثانیه اول پیدا کنید.

پاسخ تشریحی گام اول: می‌دانیم که شیب خط مماس بر نمودار سرعت-زمان، شتاب لحظه‌ای را نشان می‌دهد. بر این اساس، نسبت اندازه شتاب در مبدأ زمان به اندازه شتاب در لحظه $t = 8s$ را برابر با 3 قرار می‌دهیم و از آن‌جا سرعت متحرک در لحظه $t = 8s$ (v_2) را پیدا می‌کنیم.



$$a_1 = d_1 \text{ شیب خط} = \frac{0 - 18}{3 - 0} = -6 \frac{m}{s^2}$$

$$a_2 = d_2 \text{ شیب خط} = \frac{v_2 - 0}{8 - 3} = \frac{v_2}{5} \frac{m}{s^2}$$

$$\frac{|a_1|}{|a_2|} = 3 \Rightarrow \frac{|-6|}{\left|\frac{v_2}{5}\right|} = 3 \Rightarrow \frac{6}{\frac{v_2}{5}} = 3 \Rightarrow \frac{6}{5} = 3 \Rightarrow \frac{v_2}{5} = 2 \Rightarrow v_2 = 10 \frac{m}{s}$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



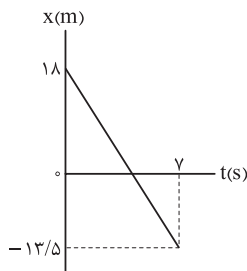
گام دوم: اکنون شتاب متوسط متحرک در ۸ ثانیه اول حرکت را محاسبه می‌کنیم:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{10 - 18}{8 - 0} = -1 \frac{m}{s^2}$$

$$\Rightarrow \vec{a}_{av} = (-1 \frac{m}{s^2}) \vec{i}$$

تست و پاسخ ۷۰

نمودار مکان - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل زیر است. بردار جابه‌جایی متحرک در بازه زمانی ۳s تا ۵s و نیز بردار سرعت آن در لحظه t = ۲s به ترتیب از راست به چپ در SI کدام است؟



(۱) $-9\vec{i}$ و $-4/5\vec{i}$

(۲) صفر و $-4/5\vec{i}$

(۳) صفر و $9\vec{i}$

(۴) $9\vec{i}$ و $-9\vec{i}$

پاسخ: گزینه ۱

درس نامه

- (۱) در حرکت یکنواخت روی خط راست (سرعت ثابت)، اندازه و جهت سرعت متحرک در طول مسیر ثابت است. یعنی سرعت متوسط متحرک در هر بازه زمانی دلخواه، برابر سرعت لحظه‌ای آن است. ($v = v_{av}$)
- (۲) معادله مکان - زمان در حرکت با سرعت ثابت به صورت زیر است:

$$x = vt + x_0$$

x: مکان متحرک در لحظه t (m)

x_0 : مکان اولیه یا مبدأ حرکت یعنی مکان متحرک در لحظه t = 0 (m)

v: سرعت متحرک ($\frac{m}{s}$)

t: زمان (s)

- (۳) در حرکت با سرعت ثابت، نمودار مکان - زمان به صورت یک خط شیب‌دار است و شیب آن، سرعت متحرک را نشان می‌دهد.

پاسخ تشریحی گام اول: سرعت متحرک را به دست می‌آوریم. با توجه به این که نمودار مکان - زمان، خط راست است، سرعت ثابت بوده و سرعت لحظه‌ای با سرعت متوسط برابر است.

$$v = v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x - x_0}{t - t_0} \Rightarrow v = \frac{-12/5 - 18}{7 - 0} = \frac{-31/5}{7} = -4/5 \frac{m}{s}$$

$$\vec{v} = (-4/5 \frac{m}{s}) \vec{i}$$

از آن جا که سرعت ثابت است، در لحظه t = ۲s نیز بردار سرعت برابر است با:

گام دوم: معادله مکان - زمان متحرک را می‌نویسیم و با استفاده از آن، مکان متحرک را در دو لحظه t_۱ = ۳s و t_۲ = ۵s به دست می‌آوریم.

$$x = vt + x_0 \xrightarrow[x_0 = 18m]{v = -4/5 \frac{m}{s}} x = -4/5 t + 18$$

$$t_1 = 3s \Rightarrow x_1 = -4/5 \times 3 + 18 = 4/5 m$$

$$t_2 = 5s \Rightarrow x_2 = -4/5 \times 5 + 18 = -4/5 m$$

گام سوم: بردار جابه‌جایی متحرک در بازه زمانی t_۱ = ۳s تا t_۲ = ۵s را حساب می‌کنیم:

$$\Delta \vec{x} = \vec{x}_2 - \vec{x}_1 = (-4/5 m) \vec{i} - (4/5 m) \vec{i} = (-9m) \vec{i}$$

بنابراین ۱ درست است.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیالی سبز

فیزیک

تست و پاسخ ۷۱

معادله مکان - زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $x = -4t + 12$ است. کدام یک از عبارات‌های زیر درباره حرکت این متحرک درست است؟

الف) متحرک در لحظه $t = 3s$ تغییر جهت می‌دهد.

ب) متحرک همواره در یک جهت حرکت می‌کند و اندازه بردار مکان آن پیوسته در حال افزایش است.

پ) فاصله متحرک تا مبدأ در لحظه‌های $t_1 = 0/5s$ و $t_2 = 3/5s$ یکسان است.

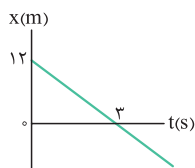
ت) سرعت متوسط در ۲ ثانیه سوم برابر سرعت متحرک در لحظه $t = 4s$ است.

(۱) الف و پ و ت (۲) الف و پ (۳) ب و ت (۴) ت

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره در مسیر آماده‌شدن برای کنکور، همیشه دنبال سؤال‌های پیچیده و عجیب و غریب نباشید، بسیاری از تست‌هایی که در کنکور مطرح می‌شوند، ساده یا متوسط هستند. مثلاً همین معادله مکان - زمان در حرکت با سرعت ثابت در کنکور تجربی اردیبهشت ۱۴۰۳ مطرح شده بود.

پاسخ تشریحی گام اول: با استفاده از معادله مکان - زمان متحرک، نمودار مکان - زمان آن را رسم می‌کنیم:



$$\begin{cases} x = vt + x_0 \\ x = -4t + 12 \end{cases} \Rightarrow v = -4 \frac{m}{s}, x_0 = 12m$$

$$x = 0 \Rightarrow 0 = -4t + 12 \Rightarrow t = 3s$$

گام دوم: موارد «الف» تا «ت» را به ترتیب بررسی می‌کنیم:

الف) نادرست؛ با توجه به این که معادله مکان متحرک از درجه اول بوده و حرکت آن با سرعت ثابت است، در طول مسیر، تغییر جهت نمی‌دهد.

ب) نادرست؛ متحرک همواره در یک جهت حرکت می‌کند اما از لحظه صفر تا لحظه $t = 3s$ که متحرک به مبدأ محور نزدیک می‌شود، اندازه بردار مکان آن، در حال کاهش است.

پ) نادرست؛ مکان متحرک در لحظه‌های $t_1 = 0/5s$ و $t_2 = 3/5s$ را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} t_1 = 0/5s \Rightarrow x_1 = -4(0/5) + 12 = 10m \\ t_2 = 3/5s \Rightarrow x_2 = -4(3/5) + 12 = -2m \end{cases} \Rightarrow |x_1| \neq |x_2|$$

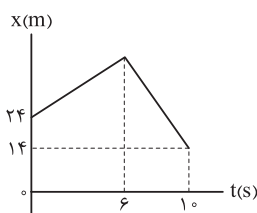
بنابراین فاصله متحرک تا مبدأ، در دو لحظه فوق، یکسان نیست.

ت) درست؛ با توجه به این که سرعت متحرک ثابت است، سرعت متوسط آن در هر بازه زمانی، با سرعت آن در هر لحظه دلخواه برابر است.

تست و پاسخ ۷۲

نمودار مکان - زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر تندی متحرک در لحظه $t_1 = 2s$ ، $5 \frac{m}{s}$ کم‌تر از تندی

آن در لحظه $t_2 = 8s$ باشد، بزرگی سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی $3s$ تا $9s$ چند متر بر ثانیه است؟



(۱) ۲

(۲) ۲/۵

(۳) ۴

(۴) ۱/۵

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



درس نامه در هر بازه زمانی از حرکت که سرعت ثابت است، می‌توانیم سرعت در هر لحظه دلخواه را با سرعت متوسط در آن بازه زمانی، برابر قرار دهیم. همچنین در این بازه زمانی، اندازه سرعت متحرک با تندی آن برابر است.

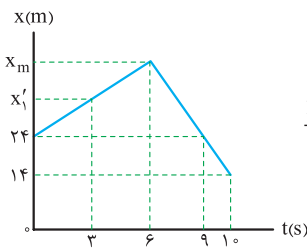
پاسخ تشریحی

گام اول: تندی متحرک در لحظه $t_1 = 2s$ با سرعت متوسط در 6 ثانیه اول حرکت (v_1) برابر است. همچنین تندی متحرک در لحظه $t_2 = 8s$ با اندازه سرعت متوسط در بازه زمانی 6s تا 10s، $|v_2|$ برابر است. با توجه به این مطلب، می‌توانیم بیشترین فاصله متحرک از مبدأ مکان (x_m) را به دست آوریم:

$$|v_2| - v_1 = 5 \Rightarrow \left| \frac{14 - x_m}{10 - 6} \right| - \frac{x_m - 24}{6 - 0} = 5 \Rightarrow \frac{x_m - 14}{4} - \frac{x_m - 24}{6} = 5 \Rightarrow \frac{3x_m - 42}{12} - \frac{2x_m - 48}{12} = 5$$

$$\Rightarrow x_m + 6 = 60 \Rightarrow x_m = 54m$$

گام دوم: با توجه به شکل و نوشتن نسبت تشابه، مکان متحرک در لحظه $t'_1 = 3s$ را به دست می‌آوریم:



$$\frac{x'_1 - 24}{3 - 0} = \frac{x_m - 24}{6 - 0} \xrightarrow{x_m = 54m} \frac{x'_1 - 24}{3} = \frac{54 - 24}{6} \Rightarrow x'_1 - 24 = 15 \Rightarrow x'_1 = 39m$$

به همین ترتیب، مکان متحرک در لحظه $t'_2 = 9s$ را نیز به دست می‌آوریم:

$$\frac{x'_2 - 14}{10 - 9} = \frac{x_m - 14}{10 - 6} \xrightarrow{x_m = 54m} \frac{x'_2 - 14}{1} = \frac{54 - 14}{4} \Rightarrow x'_2 - 14 = 10 \Rightarrow x'_2 = 24m$$

گام سوم: بزرگی سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی $t'_1 = 3s$ تا $t'_2 = 9s$ را حساب می‌کنیم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow{x'_2 = 24m, x'_1 = 39m, t'_2 = 9s, t'_1 = 3s} v_{av} = \frac{24 - 39}{9 - 3} = -2/5 \frac{m}{s} \Rightarrow |v_{av}| = 2/5 \frac{m}{s}$$

تست و پاسخ ۷۳

دو جسم A و B با سرعت‌های ثابت بر روی محور x در حرکت‌اند و هر دو هم‌زمان در یک لحظه در مبدأ از کنار هم عبور می‌کنند. اگر معادله مکان - زمان A در SI، $x_A = 3t - 4$ باشد و متحرک B در لحظه $t_1 = 5s$ از مکان $x_1 = -22m$ عبور کند، معادله مکان - زمان متحرک B در SI کدام است؟

$$x_B = -9t + 23 \quad (2)$$

$$x_B = 9t - 23 \quad (1)$$

$$x_B = -6t + 8 \quad (4)$$

$$x_B = 6t - 8 \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۴

درس نامه وقتی دو متحرک در لحظه‌ای به هم برسند یا از کنار هم بگذرند، می‌توان در آن لحظه، معادله مکان آن‌ها را مساوی با هم قرار داد و مجهول مورد نظر را به دست آورد.

گام اول: لحظه‌ای را که متحرک A از مبدأ مکان عبور می‌کند به دست می‌آوریم؛ در این لحظه $x_A = 0$ است.

$$x_A = 3t - 4 \xrightarrow{x_A = 0} 0 = 3t - 4 \Rightarrow t = \frac{4}{3}s$$

گام دوم: متحرک B نیز در لحظه $t = \frac{4}{3}s$ از مبدأ مکان عبور می‌کند و داریم:

$$t = \frac{4}{3}s \Rightarrow x_B = 0$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

اکنون می‌توانیم سرعت متحرک B را به دست آوریم:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_B = \frac{x_1 - x_B}{t_1 - t} \xrightarrow[t = \frac{4}{3} \text{ s}, t_1 = 5 \text{ s}]{x_B = 0, x_1 = -22 \text{ m}} v_B = \frac{(-22) - 0}{5 - \frac{4}{3}} = \frac{-22}{\frac{11}{3}} = -6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

با توجه به معادله مکان - زمان متحرک B ($x_B = v_B t + x_{0B}$) فقط (۴) می‌تواند درست باشد.

البته می‌توانیم x_{0B} را به صورت زیر، محاسبه کنیم:

$$x_B = v_B t + x_{0B} \xrightarrow{v_B = -6 \frac{\text{m}}{\text{s}}} x_B = -6t + x_{0B}$$

$$\xrightarrow[t = \frac{4}{3} \text{ s}]{x_B = 0} 0 = -6 \times \frac{4}{3} + x_{0B} \Rightarrow x_{0B} = 8 \text{ m}$$

حواستون باشه می‌توانیم لحظه $t_1 = 5 \text{ s}$ را در گزینه‌ها جای‌گذاری کنیم و ببینیم در کدام گزینه، $x_B = -22 \text{ m}$ به دست می‌آید. در این

صورت، همان ابتدا (۱) و (۲) حذف می‌شوند.

تست و پاسخ ۷۴

در شکل زیر دو متحرک هم‌زمان از نقطه‌های A و B با سرعت‌های ثابت به سمت یکدیگر حرکت می‌کند و در نقطه O از کنار هم می‌گذرند. در ادامه ۴ s طول می‌کشد تا متحرک اول از O به B و ۹ s طول می‌کشد تا دومی از O به A برسد. اگر تندی متحرک اول $12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ باشد، چند ثانیه طول می‌کشد تا متحرک دوم از B به A برسد؟



۱۵ (۲)

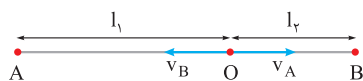
۱۰ (۱)

۱۸ (۴)

۱۶ (۳)

پاسخ: گزینه (۲)

پاسخ تشریحی گام اول: رابطه مسافت طی شده برای هر دو متحرک را از ابتدا تا لحظه عبور از نقطه O می‌نویسیم:



$$\begin{cases} l_1 = v_A \Delta t \\ l_2 = v_B \Delta t \end{cases} \Rightarrow \frac{l_1}{l_2} = \frac{v_A}{v_B}$$

گام دوم: رابطه مسافت طی شده برای دو متحرک را بعد از عبور از نقطه O تا لحظه رسیدن به نقاط A و B می‌نویسیم:



$$\begin{cases} l_1 = v_B \Delta t_B \xrightarrow{\Delta t_B = 9 \text{ s}} l_1 = v_B \times 9 \\ l_2 = v_A \Delta t_A \xrightarrow{\Delta t_A = 4 \text{ s}} l_2 = v_A \times 4 \end{cases} \Rightarrow \frac{l_1}{l_2} = \frac{v_B}{v_A} \times \frac{9}{4}$$

گام سوم: از مقایسه نتایج به دست آمده در گام‌های اول و دوم داریم:

$$\frac{v_A}{v_B} = \frac{v_B}{v_A} \times \frac{9}{4} \Rightarrow \left(\frac{v_A}{v_B}\right)^2 = \frac{9}{4} \xrightarrow{\text{جذر می‌گیریم}} \frac{v_A}{v_B} = \frac{3}{2} \xrightarrow{v_A = 12 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \frac{12}{v_B} = \frac{3}{2} \Rightarrow v_B = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

گام چهارم: کل مسیر پیموده شده توسط متحرک B و کل زمان حرکت آن وقتی از A به B می‌رسد را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} l_1 = v_B \Delta t_B = 8 \times 9 = 72 \text{ m} \\ l_2 = v_A \Delta t_A = 12 \times 4 = 48 \text{ m} \end{cases} \Rightarrow l_1 + l_2 = 72 + 48 = 120 \text{ m}$$

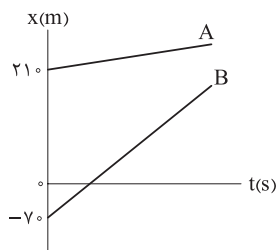
$$(l_1 + l_2) = v_B \times \Delta t_{BA} \xrightarrow{v_B = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}} 120 = 8 \Delta t_{BA} \Rightarrow \Delta t_{BA} = \frac{120}{8} = 15 \text{ s}$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۷۵

شکل زیر، نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B را نشان می‌دهد. اگر تندی متحرک B، $14 \frac{m}{s}$ بیشتر از تندی متحرک A و فاصله دو متحرک از یکدیگر در لحظه تغییر جهت بردار مکان متحرک B، $252 m$ باشد، در چه لحظه‌ای برای بار دوم فاصله دو متحرک از هم $252m$ می‌شود؟



۲۰ (۱)

۲۲ (۲)

۳۶ (۳)

۳۸ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

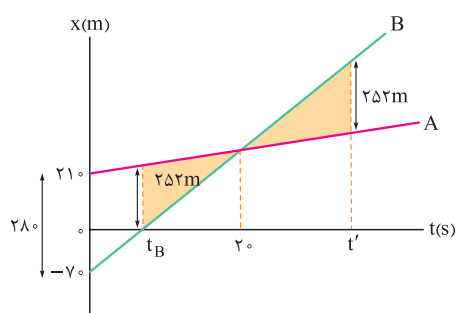
گام اول: معادله مکان دو متحرک را نوشته و مساوی با هم قرار می‌دهیم تا لحظه به هم رسیدن آن‌ها را به دست آوریم:

$$x_A = x_B \xrightarrow{x=vt+x_0} v_A t + x_{0A} = v_B t + x_{0B} \xrightarrow{\substack{x_{0A}=21\text{ m} \\ x_{0B}=-7\text{ m}}} v_A t + 21 = v_B t - 7$$

$$\Rightarrow 28 = (v_B - v_A)t \xrightarrow{v_B - v_A = 14 \frac{m}{s}} 28 = 14t \Rightarrow t = \frac{28}{14} = 2\text{ s}$$

توجه کنید که چون سرعت هر دو متحرک، مثبت است؛ تندی و سرعت برای هر کدام از آن‌ها یکسان است.

گام دوم: لحظه‌ای که بردار مکان متحرک B تغییر جهت می‌دهد (t_B) همان لحظه‌ای است که متحرک B از مبدأ محور ($x=0$) می‌گذرد. در این لحظه داریم:



$$x_A - x_B = 252\text{ m} \xrightarrow{x_B=0} x_A = 252\text{ m}$$

گام سوم: رابطه جابه‌جایی دو متحرک A و B را نسبت به هم می‌نویسیم تا t_B را به دست آوریم:

$$\Delta x = v \times \Delta t \Rightarrow 28 - 252 = (v_B - v_A)(t_B - 0) \xrightarrow{v_B - v_A = 14 \frac{m}{s}} 28 = 14 \times t_B \Rightarrow t_B = 2\text{ s}$$

گام چهارم: با توجه به هم‌نهستی دو مثلث رنگ‌شده در نمودار، t' یعنی لحظه‌ای که برای بار دوم، فاصله دو متحرک از هم $252m$ می‌شود را پیدا می‌کنیم:

$$t' - 20 = 20 - t_B \xrightarrow{t_B=2\text{ s}} t' - 20 = 20 - 2 \Rightarrow t' = 38\text{ s}$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

شیمی دهم

تست و پاسخ ۷۶

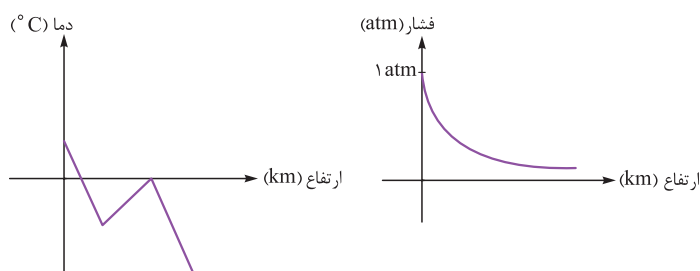
کدام مطلب درست است؟

- ۱) همه گازها نامرئی هستند به طوری که ما هوا را نمی‌توانیم ببینیم و به طور معمول وجود آن را در پیرامون خود حس نمی‌کنیم.
- ۲) در لایه‌های بالای هواکره با برخورد پرتوهای الکترومغناطیسی، تنها کاتیون‌های تک‌اتمی مشاهده می‌شود.
- ۳) بخار آب تنها در نزدیک‌ترین لایه به سطح زمین وجود دارد و به همین دلیل، تغییرات آب‌وهوا تنها در این لایه بررسی می‌شود.
- ۴) با افزایش ارتفاع از سطح زمین، روند تغییر دما و فشار، عکس یکدیگر عمل می‌کنند.

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی بررسی گزینه‌های نادرست:

- ۱) اغلب گازها نامرئی هستند، نه همه آن‌ها! مثلاً NO_2 گازی قهوه‌ای‌رنگ و گاز کلر زردرنگ است.
- ۲) کاتیون‌های دو‌اتمی O_2^+ و N_2^+ نیز مشاهده می‌شود!
- ۳) عکس هم نیستند! روند تغییر دما نامنظم بوده و روند تغییر فشار، به طور منظم کاهش می‌یابد. نمودارهای تقریبی زیر، این روندها را نشان می‌دهند:



تست و پاسخ ۷۷

چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- حدود ۷۵ درصد از حجم هواکره، در نزدیک‌ترین لایه به زمین، یعنی لایه تروپوسفر، قرار دارد و پس از آن، هواکره رقیق و رقیق‌تر می‌شود.
- بیش از ۹۹ درصد از حجم هوای پاک و خشک، تنها از دو گاز تشکیل شده است.
- فراوان‌ترین گاز نجیب موجود در هوا، چهارمین گاز نجیب جدول دوره‌ای عنصرها است.
- در فرایند کلی جداسازی اجزای هوا، سومین ماده جدا شده، به عنوان محیط بی‌اثر در جوشکاری به کار می‌رود.

- | | |
|-------|-------|
| ۲ (۲) | ۱ (۱) |
| ۴ (۴) | ۳ (۳) |

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی تنها عبارت دوم درست است.

بررسی عبارت‌ها:

- حدود ۷۵ درصد از جرم هواکره در تروپوسفر قرار دارد، نه ۷۵ درصد از حجم آن!
- مجموع درصد حجمی گازهای نیتروژن ($79/078$) و اکسیژن ($20/952$) در هوای پاک و خشک، بیش از $99/031$ خواهد بود.
- فراوان‌ترین گاز نجیب هواکره، گاز آرگون ($18Ar$)، سومین گاز نجیب جدول تناوبی (در دوره سوم) است.
- در فرایند کلی جداسازی اجزای هوا، ترتیب جدا شدن اجزاء به صورت ۱) $\text{H}_2\text{O}(s)$ ۲) $\text{CO}_2(s)$ ۳) $\text{N}_2(g)$ ۴) $\text{Ar}(g)$ ۵) $\text{O}_2(l)$ است. دقت کنید که گاز آرگون (Ar) به عنوان محیط بی‌اثر در جوشکاری به کار می‌رود.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۷۸

کدام مطلب درست است؟

- (۱) بوکسیت و سیلیس، دو نمونه از ترکیب‌های عنصرها با اکسیژن هستند که در طبیعت به طور خالص یافت می‌شوند.
 (۲) سنگ معدن آهن، دارای دو نوع اکسید آهن است که نسبت آنیون به کاتیون در یکی از آن‌ها، $۱/۵$ برابر دیگری است.
 (۳) در فرمول شیمیایی ترکیب‌های دی‌کلر پنتااکسید، نیتروژن دی‌اکسید، اکسیژن دی‌فلوئورید و لیتیم اکسید، شمار اتم‌های اکسیژن از عنصر دیگر بیشتر است.
 (۴) در مولکول NO_2Cl ، اتم نیتروژن اتم مرکزی بوده و دارای یک جفت‌الکترون ناپیوندی است.

پاسخ: گزینه ۲

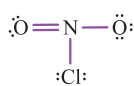
پاسخ تشریحی نسبت آنیون به کاتیون در Fe_2O_3 ، برابر $۱/۵ = \frac{۳}{۶}$ و این نسبت در FeO ، برابر ۱ است.

بررسی گزینه‌های نادرست:

(۱) بوکسیت همان Al_2O_3 به همراه ناخالصی است.

تذکر در فصل سوم شیمی دوازدهم خواهید خواند که سیلیس (SiO_2) به دو صورت خالص (کوارتز) و ناخالص (ماسه) وجود دارد.

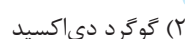
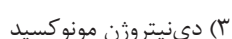
(۳) فرمول ترکیب‌های داده شده به صورت: $Li_2O, OF_2, NO_2, Cl_2O_5$ است. در دو ترکیب OF_2 و Li_2O ، شمار اتم‌های دیگر از اکسیژن بیشتر است.



(۴) نیتروژن جفت‌الکترون ناپیوندی ندارد. ساختار لوویس NO_2Cl به صورت روبه‌رو است:

تست و پاسخ ۷۹

نسبت شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی به ناپیوندی در کدام یک از مولکول‌های زیر، برابر با نسبت شمار کاتیون‌ها به آنیون‌ها در ترکیب مس (II) کلرید است؟



پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی ابتدا نسبت شمار کاتیون‌ها به آنیون‌ها در مس (II) کلرید را حساب می‌کنیم:

$$CuCl_2 \Rightarrow \frac{\text{شمار کاتیون‌ها}}{\text{شمار آنیون‌ها}} = \frac{۱}{۲}$$

هالا، ساختار لوویس ۴ ترکیب داده شده را رسم کرده و نسبت شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی به ناپیوندی را حساب می‌کنیم:

$$HCN \Rightarrow H-C \equiv N: \Rightarrow \frac{\text{شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی}}{\text{شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی}} = \frac{۴}{۱} = ۴$$

$$SO_2 \Rightarrow \begin{array}{c} \text{:}\ddot{O} \\ \diagup \quad \diagdown \\ \text{S} \\ \diagdown \quad \diagup \\ \text{:}\ddot{O}: \end{array} \Rightarrow \frac{\text{شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی}}{\text{شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی}} = \frac{۳}{۶} = \frac{۱}{۲}$$

$$NO_2 \Rightarrow :N \equiv N - \ddot{O}: \Rightarrow \frac{\text{شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی}}{\text{شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی}} = \frac{۴}{۴} = ۱$$

$$SOCl_2 \Rightarrow \begin{array}{c} \text{:}\ddot{O}: \\ | \\ \text{S} \\ | \\ \text{:Cl:} \end{array} \Rightarrow \frac{\text{شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی}}{\text{شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی}} = \frac{۳}{۱} = ۳$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

تست و پاسخ ۸۰

کدام موارد از مطالب زیر، نادرست است؟

(الف) در اثر سوختن زغال سنگ در حضور اکسیژن، اکسیدهایی تولید می‌شود که نسبت تعداد اتم‌های اکسیژن به کل اتم‌ها در مولکول‌های آن‌ها، برابر است.

(ب) اتصال محصول حاصل از سوختن کامل سوخت فسیلی به هموگلوبین، از رسیدن اکسیژن به بافت‌های بدن جلوگیری کرده و باعث مسمومیت می‌شود.

(پ) مرجان‌ها، گروهی از کیسه‌تنان با اسکلت آهکی هستند که در صورت افزایش مقدار کلسیم در آب، از بین می‌روند.

(ت) از واکنش همهٔ اکسیدهای فلزی و نافلزی با آب، به ترتیب باز و اسید تولید می‌شود.

(۱) الف - ب

(۲) پ - ت

(۳) الف - پ

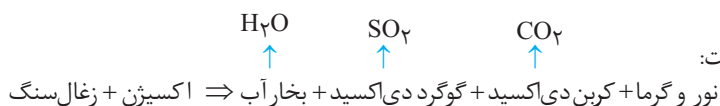
(۴) الف - ب - پ - ت

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی همهٔ موارد نادرست هستند.

بررسی موارد:

(الف) معادلهٔ واکنش سوختن زغال سنگ به صورت مقابل است:



نسبت تعداد اتم‌های اکسیژن به کل اتم‌ها در اکسیدهای SO_2 ، CO_2 و H_2O برابر نیست!

(ب) کربن مونوکسید (CO) به هموگلوبین متصل می‌شود که حاصل سوختن ناقص سوخت فسیلی است، نه کامل!

(پ) با افزایش کربن دی‌اکسید (CO_2) در آب، مرجان‌ها از بین می‌روند.

(ت) از واکنش اغلب آن‌ها با آب، به ترتیب باز و اسید تولید می‌شود، نه همهٔ آن‌ها!

تست و پاسخ ۸۱

چه تعداد از مطالب زیر، درست است؟

- طبق قانون بقای جرم، مجموع جرم واکنش‌دهنده‌ها و مجموع جرم فراورده‌ها ثابت است.
- توجیه برخی از فرایندهای شیمیایی مانند زنگ‌زدن آهن در هوای مرطوب، با قانون پایستگی جرم امکان‌پذیر است.
- مطابق قانون پایستگی جرم، مولکولی از بین نمی‌رود و مولکولی هم به وجود نمی‌آید.
- شرط موازنه بودن یک معادله این است که مجموع شمار اتم‌ها در دو سمت معادله، برابر باشد.

(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) ۳

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی هیچ‌کدام از مطالب، درست نیستند.

بررسی عبارت‌ها:

• از جرم واکنش‌دهنده‌ها کم شده و به جرم فراورده‌ها اضافه می‌شود. در واقع مجموع این دو با هم برابر هستند، نه ثابت!

• میخ آهنی در هوای مرطوب زنگ می‌زند و به جرم آن اضافه می‌شود.

• اتمی از بین نمی‌رود و به وجود نمی‌آید، نه مولکولی! مثلاً در واکنش $2\text{H}_2 + \text{O}_2 \rightarrow 2\text{H}_2\text{O}$ ، مولکول‌های H_2 و O_2 از بین رفته و مولکول H_2O

به وجود می‌آید.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



• شرط موازنه این است که تعداد اتم‌های هر عنصر در دو طرف معادله واکنش یکسان باشد، نه مجموع شمار اتم‌ها! مثلاً در معادله $N_2 + H_2 \rightarrow NH_3$ ، مجموع شمار اتم‌ها در دو سمت واکنش برابر با ۴ است، در حالی که معادله آن موازنه نشده و تعداد اتم‌های هر عنصر در دو سمت برابر نیست!

تست و پاسخ ۸۲

تفاوت مجموع ضرایب استوکیومتری مواد در واکنش‌های a و b، پس از موازنه معادله آن‌ها، کدام است؟



۲ (۲)

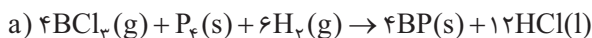
۱ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی معادله‌های موازنه شده به صورت زیر هستند:



$$\left\{ \begin{array}{l} \text{مجموع ضرایب مواد a} = 4 + 1 + 6 + 4 + 12 = 27 \\ \text{مجموع ضرایب مواد b} = 1 + 6 + 6 + 2 + 1 + 3 + 6 = 25 \end{array} \right\} \Rightarrow 27 - 25 = 2$$

تست و پاسخ ۸۳

شکل زیر، نمایی از گرمای جذب و بازتاب شده به وسیله زمین را نشان می‌دهد. چه تعداد از توصیف‌های زیر در رابطه با موارد «الف» تا «ت» مشخص شده در شکل، درست است؟



مورد «الف» در شکل: زمین بخش قابل توجهی از گرمای جذب شده را به صورت تابش فروسرخ از دست می‌دهد.

مورد «ب» در شکل: بخش عمده‌ای از این پرتوها به وسیله زمین جذب می‌شود. مورد «پ» در شکل: بخش کوچکی از پرتوهای خورشیدی به وسیله هواکره جذب می‌شوند.

مورد «ت» در شکل: گازهای گلخانه‌ای مانع از خروج کامل گرمای آزاد شده می‌شود.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی با توجه به شکل کامل شده زیر، موارد «الف» و «ب»، درست هستند.





پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

بررسی موارد نادرست:

موارد «پ» و «ت» به صورت جابه‌جا معرفی شده‌اند. مورد «پ» مربوط به نقش گازهای گلخانه‌ای در ممانعت از خروج کامل گرمای آزاد شده و مورد «ت» به جذب بخش کوچکی از پرتوهای خورشیدی به وسیله هواکره اشاره دارد.

تست و پاسخ ۸۴

کدام مطلب درباره اکسیژن و اوزون، درست است؟ ($O = 16 : g \cdot mol^{-1}$)

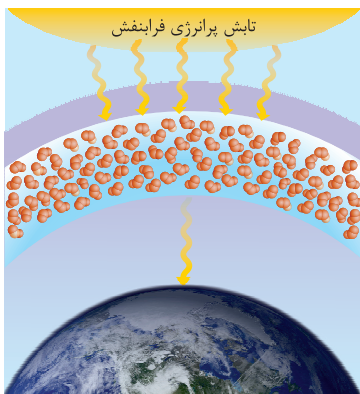
- (۱) اوزون، گازی با مولکول‌های سه‌اتمی در بالاترین لایه هواکره، مانند پوششی کره زمین را احاطه کرده، هرچند که مقدار آن در هواکره ناچیز است.
- (۲) مولکول‌های اوزون، مانع ورود بیش از ۹۰ درصد از تابش فرابنفش خورشید به سطح زمین می‌شوند تا موجودات زنده از آثار زیانبار این تابش در امان بمانند.
- (۳) تفاوت نقطه جوش دگرشکل‌های عنصر اکسیژن برحسب درجه سلسیوس، بیشتر از تفاوت جرم مولی آن‌ها برحسب گرم بر مول است.
- (۴) تابش پرتوزی فرابنفش، دو پیوند اشتراکی را بین دو اتم اکسیژن در اوزون می‌شکند و مولکول اوزون به یک اتم اکسیژن و یک مولکول اکسیژن تبدیل می‌شود.

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی

تفاوت نقطه جوش O_3 و O_2 برابر $71^\circ C - (-112^\circ C) - (-183^\circ C)$ بوده و تفاوت جرم مولی آن‌ها $16 g \cdot mol^{-1}$ است.

بررسی گزینه‌های نادرست:



۱) در دومین لایه هواکره (استراتوسفر)، نه بالاترین لایه!

۲) مانع ورود بخش عمده‌ای از تابش فرابنفش می‌شود. طبق شکل کتاب درسی، از هر پنج پرتو، یک

پرتو عبور کرده است؛ یعنی جلوی ورود حدود ۸۰٪ پرتوها را گرفته است. (شکل روبه‌رو)

۴) یک پیوند اشتراکی را می‌شکند نه دو پیوند را!

تست و پاسخ ۸۵

اگر حجم گاز در ظرف A، دو برابر حجم گاز در ظرف B باشد، چه تعداد از مطالب زیر در مورد این دو گاز به یقین درست است؟

• فشار گاز در ظرف B، دو برابر فشار گاز در ظرف A است.

• دمای گاز در ظرف A، برحسب کلوین، دو برابر دمای گاز در ظرف B است.

• شمار اتم‌ها در ظرف A، دو برابر شمار اتم‌ها در ظرف B است.

• حاصل کسر $\frac{P \times V}{T}$ برای گازهای A و B، با یکدیگر برابر است.

۲ (۲)

۱ (۱)

صفر (۴)

۳ (۳)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



پاسخ تشریحی همه عبارت‌های داده شده، نادرست‌اند.

نکته حجم یک نمونه گاز به مقدار، دما و فشار آن وابسته است.

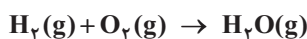
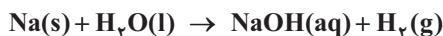
$$V \propto \frac{nT}{P} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{n_2}{n_1} \times \frac{T_2}{T_1} \times \frac{P_1}{P_2}$$

پاسخ تشریحی بررسی عبارت‌ها:

- با توجه به این که از مقدار و دمای گازها در این دو ظرف بی‌اطلاعیم، نمی‌توانیم فشار آن‌ها را با هم مقایسه کنیم. فقط اگر تعداد مول گازها و دمای آن‌ها برابر باشد، می‌توان گفت حجم با فشار رابطه وارونه دارد.
- مانند عبارت اول، بدون اطلاع از مقدار و فشار گازها، نمی‌توانیم دمای آن‌ها را با هم مقایسه کنیم.
- فرمول شیمیایی گازها مشخص نیست و نمی‌توان شماره اتم‌های آن‌ها را مقایسه کرد.
- حاصل کسر $\frac{PV}{nT}$ برای گازها با هم برابر است.

تست و پاسخ ۸۶

۱۰ گرم سدیم را در ۵۰ گرم آب می‌اندازیم. اگر هیدروژن تولید شده با ۱۶۸۰ میلی‌لیتر گاز اکسیژن در شرایط STP به طور کامل بسوزد، جرم مخلوط اولیه به چند گرم می‌رسد؟ (واکنش‌های موازنه نشده به صورت زیر است و $\text{Na} = 23, \text{O} = 16, \text{H} = 1: \text{g.mol}^{-1}$)



$$57/9 (2)$$

$$57/2 (1)$$

$$59/85 (4)$$

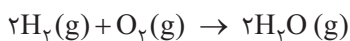
$$59/7 (3)$$

پاسخ: گزینه ۳

خودت حل کنی بهتره کاهش جرم مخلوط اولیه ($10 \text{ g Na} + 50 \text{ g H}_2\text{O} = 60 \text{ g}$) به دلیل تولید گاز هیدروژن است؛ پس، کافیه که

به کمک حجم O_2 در واکنش دوم، جرم H_2 را به دست بیاری و از جرم اولیه مخلوط کم کنی!

پاسخ تشریحی ابتدا باید حساب کنیم که به ازای مصرف ۱۶۸۰ میلی‌لیتر گاز اکسیژن در واکنش دوم، چند گرم هیدروژن مصرف می‌شود:



$$1680 \text{ mL O}_2 \times \frac{1 \text{ mol O}_2}{22400 \text{ mL O}_2} \times \frac{2 \text{ mol H}_2}{1 \text{ mol O}_2} \times \frac{2 \text{ g H}_2}{1 \text{ mol H}_2} = \frac{168 \times 4}{224 \times 10} = 0.3 \text{ g H}_2$$

این مقدار گاز هیدروژن، در واکنش اول تولید شده و از ظرف واکنش خارج شده است:

جرم گاز هیدروژن تولید شده - جرم اولیه مخلوط = جرم نهایی مخلوط

$$= (10 + 50) - 0.3 = 59.7 \text{ g}$$

\downarrow \downarrow
 Na H₂O



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

تست و پاسخ ۸۷

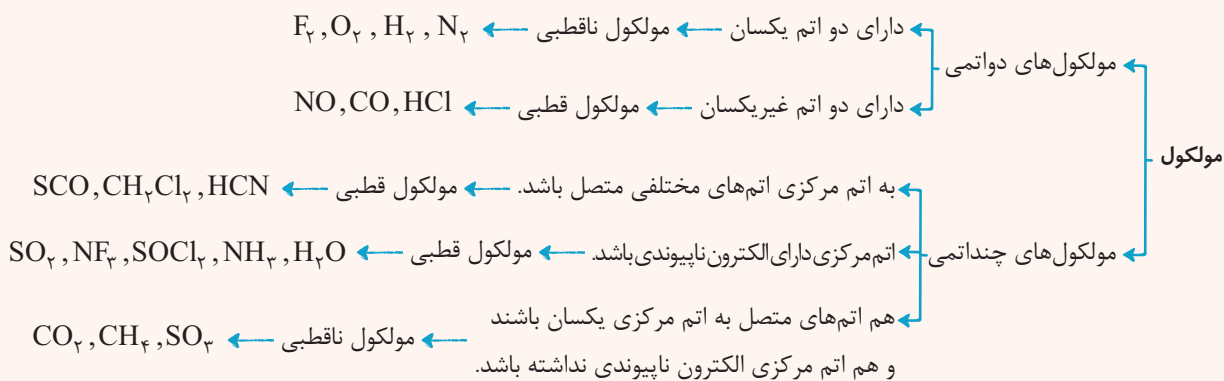
مواد موجود در کدام گزینه همگی ناقطبی هستند؟

- (۱) $\text{CO}_2, \text{NO}, \text{CH}_4$
 (۲) $\text{SiH}_4, \text{NCl}_3, \text{SO}_4^{2-}$
 (۳) $\text{SO}_2, \text{CCl}_4, \text{N}_2$
 (۴) $\text{CH}_2\text{Cl}_2, \text{NH}_4^+, \text{CS}_2$

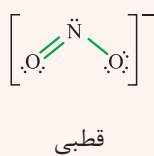
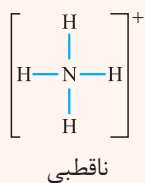
پاسخ: گزینه ۳

درس نامه • نحوه تشخیص گونه‌های قطبی و ناقطبی

برای تشخیص سریع مولکول‌های دو تا پنج‌اتمی قطبی و ناقطبی، می‌توانید از نمودار زیر استفاده کنید.



توجه: از این قواعد می‌توانید برای تعیین قطبی یا ناقطبی بودن یون‌های چنداتمی هم استفاده کنید؛ مثلاً NH_4^+ ناقطبی و NO_2^- قطبی است.



پاسخ تشریحی بررسی گزینه‌ها:

- ۱) CH_4 و CO_2 ناقطبی و NO قطبی است.
 ۲) SiH_4 و SO_4^{2-} ناقطبی‌اند، اما NCl_3 که اتم مرکزی آن، جفت‌الکترون ناپیوندی دارد (••)••، قطبی است.
 ۳) هر سه مولکول N_2 ، CCl_4 و SO_2 ناقطبی‌اند.
 ۴) NH_4^+ و CS_2 ناقطبی‌اند، اما CH_2Cl_2 قطبی است؛ زیرا به اتم مرکزی آن، اتم‌های مختلفی متصل است.

تست و پاسخ ۸۸

چه تعداد از مقایسه‌های زیر، در ارتباط با قدرت نیروهای بین مولکولی ماده‌های داده‌شده، درست است؟

- $\text{I}_2 > \text{H}_2\text{O} > \text{C}_6\text{H}_6$ •
 اتانول > استون •
 CH_3COCH_3 ←
 $\text{C}_6\text{H}_5\text{OH}$ ←
 $\text{I}_2 > \text{Br}_2 > \text{Cl}_2 > \text{F}_2$ •
 $\text{CO} > \text{N}_2$ •

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



درس نامه •• مقایسه نقطه جوش و قدرت نیروهای بین مولکولی

(۱) در مقایسه نقطه جوش و قدرت نیروهای بین مولکولی، ارجحیت با حالت فیزیکی است. اگر حالت فیزیکی دو ماده را بدانیم، خواهیم داشت:
گاز > مایع > جامد: نقطه جوش

مثال: نقطه جوش $I_2(s) > Br_2(l) > Cl_2(g)$

(۲) در مواد مولکولی با جرم مولی نزدیک به هم، ماده با مولکول‌های قطبی، نقطه جوش بالاتری دارد:

نقطه جوش $HCl > F_2$
ناقطبی قطبی

(۳) در بین مولکول‌های ناقطبی، با افزایش جرم و حجم مولکول، نقطه جوش افزایش می‌یابد.

مثال: نقطه جوش $I_2 > Br_2 > Cl_2 > F_2$

توجه هیدروکربن‌ها، ترکیب‌هایی هستند که از دو عنصر هیدروژن و کربن تشکیل شده‌اند. گشتاور دوقطبی اغلب هیدروکربن‌ها ناچیز و در حدود صفر است؛ یعنی اغلب هیدروکربن‌ها ناقطبی‌اند.

نقطه جوش $C_3H_8 > C_4H_6 > CH_4$

(۴) با در نظر گرفتن مورد (۱)، به طور کلی مولکولی که می‌تواند پیوند هیدروژنی تشکیل دهد، نقطه جوش بالاتری نسبت به مولکول‌های مشابه دارد.

مثال: نقطه جوش $H_2O > H_2S$ و $HF > HCl$

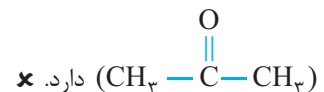
پاسخ تشریحی مقایسه‌های اول، سوم و چهارم درست هستند.

بررسی موارد:

• با توجه به حالت فیزیکی مواد، داریم:

✓ $I_2 > H_2O > C_4H_{10}$.
بین مولکولی جامد مایع گاز

• اتانول (C_2H_5OH) به دلیل داشتن پیوند $O-H$ و توانایی برقراری پیوند هیدروژنی، نیروهای بین مولکولی قوی‌تری نسبت به استون



• مولکول‌های دواتمی حاصل از عنصرهای گروه ۱۷ (X_2) ناقطبی‌اند و با افزایش جرم مولی، قدرت نیروهای بین مولکولی آن‌ها نیز افزایش می‌یابد. ✓

قدرت نیروهای بین مولکولی $I_2 > Br_2 > Cl_2 > F_2$
افزایش جرم مولی

• CO مولکولی قطبی و N_2 ، مولکولی ناقطبی است. با توجه به برابری جرم مولی CO و N_2 ، می‌توان گفت که نیروهای بین مولکولی CO که قطبی است، قوی‌تر از N_2 ناقطبی خواهد بود. ✓

تست و پاسخ ۸۹

دلیل کدامیک از اتفاقات زیر را نمی‌توان با پیوند هیدروژنی مرتبط دانست؟

(۱) فاسدشدن گوشتی که یخ آن باز شده باشد، در اثر قراردادن مجدد آن در فریزر

(۲) بیشتربودن نقطه جوش اتانول نسبت به استون

(۳) منفجرشدن نوشابه شیشه‌ای در اثر قراردادن آن در فریزر

(۴) توانایی آب برای حل کردن اغلب مواد

پاسخ: گزینه ۴



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

پاسخ تشریحی آب علاوه بر موادی مانند متانول و اتانول که به دلیل تشکیل پیوند هیدروژنی در آن حل می‌شوند، مواد دیگری را نیز در خود حل می‌کند که توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی با آب را ندارند؛ مثلاً ترکیب‌های یونی محلول در آب، با برقراری جاذبه یون - دوقطبی در آب حل می‌شوند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) با قراردادن مجدد گوشت در فریزر، آب یخ می‌زند و به دلیل تشکیل پیوندهای هیدروژنی و افزایش حجم، دیواره یاخته‌ها در بافت گوشت، تخریب می‌شود.

۲) دلیل بالاتر بودن نقطه جوش اتانول (C_2H_5OH) نسبت به استون ($CH_3-C(=O)-CH_3$)، وجود پیوند $O-H$ در اتانول و توانایی برقراری پیوند هیدروژنی مولکول‌های آن است.

۳) مانند ۱)، افزایش حجم آب هنگام یخ‌زدن (به دلیل توانایی تشکیل پیوندهای هیدروژنی)، سبب فشار به دیواره شیشه‌ای نوشابه و شکستن آن می‌شود.

تست و پاسخ ۹۰

اگر مولکول‌های حلال را با A و ذره‌های حل‌شونده را با B نمایش دهیم، در کدام مورد زیر، رابطه $(A...A) + (B...B) > 2(A...B)$ برقرار نیست؟

۱) استون در اتانول ۲) باریم کلرید در آب ۳) ید در بنزین ۴) باریم سولفات در هگزان

پاسخ: گزینه ۴

نکته به طور کلی، فرایند انحلال هنگامی منجر به تشکیل محلول می‌شود که میزان جاذبه بین حل‌شونده و حلال در محلول، بیشتر از میانگین جاذبه‌ها در حلال خالص و حل‌شونده خالص باشد:

میانگین جاذبه‌ها در حلال خالص و حل‌شونده خالص $>$ جاذبه‌های حل‌شونده با حلال در محلول \rightarrow شرط تشکیل محلول

اگر مولکول‌های حلال را با A و ذره‌های حل‌شونده را با B نمایش دهیم، می‌توان نیروهای جاذبه در حالت خالص آن‌ها را با $A...A$ و $B...B$ نشان داد. هم‌چنین نیروهای جاذبه میان ذره‌های حل‌شونده و حلال در مخلوط را می‌توان با $A...B$ نمایش داد:

$(A...A) + (B...B) < 2(A...B)$ یا $(A...A) + (B...B) > \frac{(A...A) + (B...B)}{2}$: شرط تشکیل محلول

واضحه که اگر $(A...B) < \frac{(A...A) + (B...B)}{2}$ باشد، حل‌شونده B در حلال A حل نشده و محلول تشکیل نمی‌شود.

پاسخ تشریحی برقرار نبودن رابطه $(A...A) + (B...B) > \frac{(A...A) + (B...B)}{2}$ ، به معنی این است که A در B حل نمی‌شود. باریم سولفات

($BaSO_4$) یک ترکیب یونی است و در هگزان (C_6H_{14}) که ناقطبی است، حل نمی‌شود. (حتی تو آب هم نامحلوله!).

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) استون ($CH_3-C(=O)-CH_3$) و اتانول (CH_3-CH_2-OH)، هر دو دارای مولکول‌های قطبی بوده و به خوبی در یکدیگر حل می‌شوند.

۲) باریم کلرید یک ترکیب یونی است که می‌تواند با برقراری جاذبه‌های یون - دوقطبی در آب حل شود.

نکته برخی از ترکیب‌های یونی در آب رسوب تشکیل داده و نامحلول در آب محسوب می‌شوند. مانند:

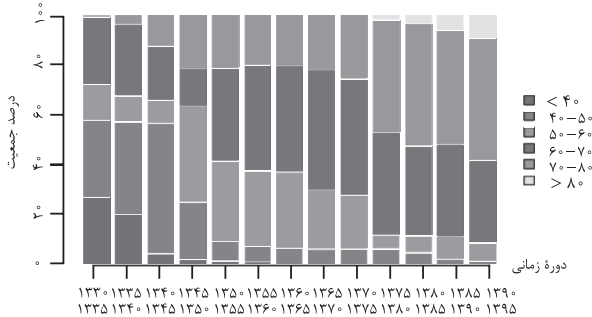
$Ca(RCOO)_2$ ، $CaCO_3$ ، Fe_2O_3 ، $Fe(OH)_3$ ، $Fe(OH)_2$ ، $Ca_3(PO_4)_2$ ، $BaSO_4$ ، $AgCl$ ، $Mg(OH)_2$ ، $Mg(RCOO)_2$

۳) ید (I_2) و بنزین (C_6H_6)، هر دو دارای مولکول‌های ناقطبی هستند و از آن‌جا که «شبيه در شبيه حل می‌شود»، این دو می‌توانند با یکدیگر محلول تشکیل دهند.



شیمی دوازدهم

تست و پاسخ ۹۱



نمودار مقابل توزیع جمعیت جهان را براساس امید به زندگی آن‌ها در دوره‌های زمانی گوناگون نشان می‌دهد. با توجه به این نمودار، کدام مطلب نادرست است؟

۱) از سال ۱۳۶۰ تا ۱۳۸۰، درصد جمعیتی که امید به زندگی ۴۰ تا ۵۰ سال داشته‌اند، به تقریب ثابت بوده است.

۲) اگر جمعیت جهان در سال ۱۳۹۳، ۸ میلیارد نفر بوده باشد، حدود ۴ میلیارد نفر از آن‌ها، امید به زندگی بین ۷۰ تا ۸۰ سال داشته‌اند.

۳) از سال ۱۳۶۰، درصد جمعیتی که امید به زندگی زیر ۴۰ سال دارند، به صفر رسیده است و از حدود ۱۰ سال بعد، امید به زندگی بالای ۸۰ سال در جمعیت ظاهر شده است.

۴) با گذشت زمان، میزان امید به زندگی در سطح جهان افزایش یافته است؛ چون استفاده از صابون و توجه به نظافت و بهداشت در جوامع رو به گسترش است.

پاسخ: گزینه ۳

درس نامه •• شاخص امید به زندگی

- شاخصی است که نشان می‌دهد با توجه به خطراتی که انسان‌ها در طول زندگی با آن مواجه هستند، به طور میانگین، چند سال در یک منطقه معین و یا در کل جهان زندگی (عمر) می‌کنند.
- با گذشت زمان، به طور کلی شاخص امید به زندگی در جهان افزایش یافته است.
- امروزه، امید به زندگی بیشتر مردم دنیا در حدود ۸۰ - ۷۰ سال است.
- امید به زندگی شاخصی است که در کشورهای گوناگون و حتی در شهرهای یک کشور نیز با هم تفاوت دارد، زیرا این شاخص به عوامل گوناگونی بستگی دارد.
- این شاخص به عوامل مختلفی مثل سطح آگاهی مردم، سلامت جامعه، سلامت محیط زیست، نوع تغذیه، توجه به نظافت و بهداشت و ... بستگی دارد.
- میزان امید به زندگی در مناطق توسعه‌یافته و برخوردار در مقایسه با مناطق کم‌برخوردار، بیشتر است.
- مقایسه امید به زندگی در یک سال معین: نواحی توسعه‌یافته (برخوردار) < میانگین جهانی < نواحی کم‌تر توسعه‌یافته (کم‌برخوردار)
- شیب نمودار امید به زندگی نواحی کم‌برخوردار از شیب نمودار نواحی برخوردار، بیشتر است و این یعنی در یک بازه زمانی معین، رشد امید به زندگی در نواحی کم‌برخوردار بیشتر از رشد امید به زندگی در نواحی برخوردار است.

پاسخ تشریحی با توجه به نمودار، از سال ۱۳۶۰ و بعد از آن، درصد جمعیتی که امید به زندگی زیر ۴۰ سال دارند، برابر صفر است، اما تازه

از سال ۱۳۷۵ (یعنی حدود ۱۵ سال بعد)، امید به زندگی بالای ۸۰ سال در جمعیت ظاهر شده است، نه ۱۰ سال بعد! بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱) با توجه به نمودار، درصد مردمی که امید به زندگی آن‌ها بین ۴۰ تا ۵۰ سال است، از سال ۱۳۶۰ تا ۱۳۸۰ تقریباً ثابت است.
- ۲) با توجه به نمودار، در دوره زمانی ۱۳۹۵ - ۱۳۹۰، حدود نیمی از درصد جمعیت جهان، امید به زندگی بین ۷۰ تا ۸۰ سال داشته‌اند؛ به عبارت دیگر اگر جمعیت کل جهان را در سال ۱۳۹۳، ۸ میلیارد در نظر بگیریم، تقریباً ۴ میلیارد نفر یا نیمی از این جمعیت، امید به زندگی ۷۰ - ۸۰ سال داشته‌اند.
- ۴) با گذشت زمان و نیز با گسترش استفاده از صابون و توجه به نظافت و بهداشت، آلودگی‌ها و عوامل بیماری‌زا در محیط کاهش و با افزایش سطح تندرستی و بهداشت فردی و همگانی، شاخص امید به زندگی در جهان افزایش یافته است.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

تست و پاسخ ۹۲



چه تعداد از عبارات‌های زیر در رابطه با دو ماده اتیلن گلیکول و اوره، درست است؟

- این دو ترکیب به خوبی در یکدیگر حل می‌شوند.
- مولکول‌های اتیلن گلیکول و اوره می‌توانند با یکدیگر پیوند هیدروژنی تشکیل دهند.
- نسبت شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی به ناپیوندی در مولکول اوره، برابر همین نسبت در مولکول اتیلن گلیکول است.
- شمار گروه‌های عاملی در مولکول اوره و اتیلن گلیکول با یکدیگر برابر است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی عبارت‌های اول، دوم و چهارم درست‌اند.

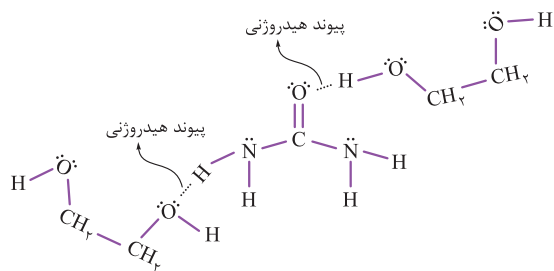
بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: اوره $(\text{CO}(\text{NH}_2)_2)$ و اتیلن گلیکول $(\text{CH}_2\text{OHCH}_2\text{OH})$ به خوبی در یکدیگر حل می‌شوند؛ زیرا هر دو قطبی هستند و هم‌چنین هر دو توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی را دارند.

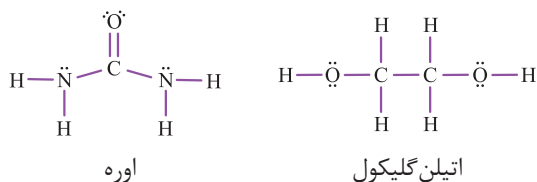
نکته توجه داشته باشید که مواد دارای پیوند هیدروژنی در حلال‌های دارای پیوند هیدروژنی به خوبی حل می‌شوند.

عبارت دوم: گفتیم که هر دو مولکول اوره و اتیلن گلیکول، توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی را دارند؛ زیرا در ساختار خود به ترتیب دارای پیوندهای $\text{O}-\text{H}$ و $\text{N}-\text{H}$ هستند؛ بنابراین می‌توانند با هم پیوند هیدروژنی تشکیل دهند. نمایش تعدادی از پیوندهای هیدروژنی بین اوره و

اتیلن گلیکول به صورت مقابل است:



عبارت سوم: در ساختار مولکول اوره، ۸ جفت الکترون پیوندی و ۴ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد که نسبت اولی به دومی برابر ۲ است، اما در ساختار مولکول اتیلن گلیکول، ۹ جفت الکترون پیوندی و ۴ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد که نسبت اولی به دومی برابر ۲/۲۵ است:



عبارت چهارم: در ساختار مولکول اوره، دو گروه عاملی آمیدی $(-\text{C}(=\text{O})-\text{N}-)$ و در ساختار مولکول اتیلن گلیکول، دو گروه عاملی هیدروکسیل $(-\text{OH})$ وجود دارد.

تست و پاسخ ۹۳

کدام مطلب نادرست است؟

(۱) در فرایند انحلال، اگر ذره‌های سازنده حل‌شونده با مولکول‌های حلال جاذبه قوی برقرار نکنند، حل‌شونده در حلال پخش می‌شود.

(۲) حالت فیزیکی آلاینده، تأثیر بسزایی در انتخاب یک پاک‌کننده مناسب دارد.



(۳) حلالیت روغن زیتون در اوره به مراتب کم‌تر از حلالیت آن در هگزان است.



(۴) سدیم کلرید با تشکیل جاذبه‌های یون - دوقطبی در حلال قطبی آب حل شده، ولی نقره کلرید در حلال ناقطبی هگزان حل نمی‌شود.

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



پاسخ تشریحی در فرایند انحلال، اگر ذره‌های سازنده حل‌شونده با مولکول‌های حلال جاذبه مناسبی برقرار کنند، حل‌شونده در حلال حل می‌شود. در غیر این صورت، ذره‌های حل‌شونده کنار هم باقی می‌مانند و در حلال پخش نمی‌شوند.

نکته یادتوون که نرفته؟! به طور کلی فرایند انحلال هنگامی منجر به تشکیل محلول می‌شود که میزان جاذبه بین ذرات حل‌شونده و حلال در محلول، بیشتر از میانگین جاذبه‌ها در حلال خالص و حل‌شونده خالص باشد:

میانگین جاذبه‌ها در حلال خالص و حل‌شونده خالص > جاذبه‌های حل‌شونده با حلال در محلول → شرط تشکیل محلول

اگر مولکول‌های حلال را با A و ذره‌های حل‌شونده را با B نشان دهیم، برای محلول B در A، رابطه زیر برقرار است:

$$A...B > \frac{(A...A) + (B...B)}{2} \quad (\dots \text{ نشان‌دهنده جاذبه بین ذرات است.})$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲) با توجه به این که حالت فیزیکی یک ماده ناشی از ساختار، رفتار و نیروی بین مولکولی آن ماده است، بنابراین برای زدودن آلاینده‌ها، بررسی ساختار و رفتار ذره‌های سازنده آلاینده‌ها و مواد شوینده و نیز نیروی بین مولکولی آن‌ها ضروری است؛ مثلاً برای از بین بردن لکه شربت (مایع) بر روی لباس، کافی است از آب (مایع) استفاده شود، اما برای زدودن گل و لای (خاک رس: جامد) موجود در آب، می‌توان از کاغذ صافی (جامد) یا دستگاه تصفیه آب استفاده کرد.

۳) روغن زیتون ($C_{57}H_{104}O_6$) یک مولکول ناقطبی می‌باشد. این مولکول در اوره ($CO(NH_2)_2$) که یک مولکول قطبی است، حل نمی‌شود، اما در حلال‌های ناقطبی مانند هگزان (C_6H_{14}) به خوبی حل می‌شود.

۴) اغلب ترکیبات یونی در آب حل می‌شوند. یکی از اونها سدیم کلرید (NaCl) است که به محض ورود به آب، یون‌های تفکیک شده توسط مولکول‌های آب، آبیوشیده شده و جاذبه یون - دوقطبی تشکیل می‌دهند؛ اما توجه داشته باشید که نقره کلرید (AgCl) با وجود این که یک ترکیب یونی است، در آب و هگزان که به ترتیب حلال‌های قطبی و ناقطبی هستند، نامحلول است.

تست و پاسخ ۹۴

اگر یک اسید چرب با زنجیر هیدروکربنی سیر شده، دارای ۱۴ گروه CH_2 باشد، کدام یک از عبارتهای زیر در مورد آن، نادرست است؟

$$(O = 16, C = 12, H = 1 : g.mol^{-1})$$

الف) از واکنش آن با پتاسیم هیدروکسید، یک پاک‌کننده با حالت فیزیکی مایع تولید می‌شود.

ب) ۱۲/۵ درصد از جرم آن را عنصر اکسیژن تشکیل می‌دهد.

پ) بخش ناقطبی آن بر بخش قطبی غلبه داشته و به همین دلیل به طور خودبه‌خودی می‌تواند در آب پخش شود.

ت) محصول واکنش این ترکیب با سدیم هیدروکسید، هم در آب و هم در چربی حل می‌شود.

الف - پ (۱) ب - پ (۲) ب - ت (۳) فقط «پ» (۴)

پاسخ: گزینه ۴

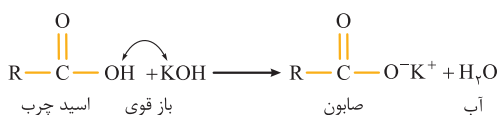
پاسخ تشریحی فقط عبارت «پ» نادرست است.

اگر اسید چرب (RCOOH) مورد نظر دارای ۱۴ گروه CH_2 باشد، فرمول مولکولی آن به صورت $CH_2(CH_2)_{14}COOH$ یا $C_{16}H_{34}O_2$ خواهد بود.

بررسی عبارت‌ها:

الف) از واکنش کامل هر مول اسید چرب با یک مول باز قوی پتاسیم هیدروکسید (KOH)، یک مول صابون مایع و یک مول آب به دست می‌آید:

۱ مول آب + ۱ مول صابون مایع → ۱ مول باز قوی KOH + ۱ مول اسید چرب





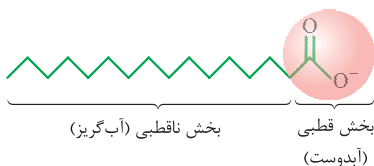
پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

(ب) درصد جرمی اکسیژن در این اسید چرب برابر است با: $C_{16}H_{32}O_2$ مولی جرم $= 16(12) + 32 + 2(16) = 256 \text{ g.mol}^{-1}$

$$C_{16}H_{32}O_2 \text{ در } O \text{ درصد جرمی} = \frac{32}{256} \times 100 = 12.5\%$$

(پ) اسیدهای چرب ناقطبی اند و در آب که یک حلال قطبی است، پخش نمی‌شوند. توجه کنید که این اسیدها هم دارای بخش قطبی (گروه کربوکسیل) و هم دارای بخش ناقطبی (زنجیر هیدروکربنی) هستند، اما به دلیل غلبه بخش ناقطبی بر بخش قطبی، مولکول در مجموع ناقطبی به حساب می‌آید. محصول واکنش اسیدهای چرب با سدیم هیدروکسید، صابون است که هم در چربی و هم در آب حل می‌شود؛ به طوری که بخش ناقطبی صابون با چربی جاذبه برقرار می‌کند و بخش قطبی آن که دارای بار منفی است، با مولکول‌های آب جاذبه یون - دوقطبی برقرار می‌کند.



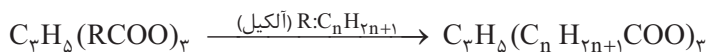
تست و پاسخ ۹۵

اگر شمار اتم‌های کربن در یک استر سه‌عاملی با زنجیر هیدروکربنی سیر شده، $1/5$ برابر شمار اتم‌های هیدروژن در یک اسید چرب با زنجیر هیدروکربنی سیر شده بوده و جرم اتم‌های کربن در هر مول از این اسید چرب 112 گرم بیشتر از جرم اتم‌های هیدروژن در هر مول از این استر سه‌عاملی باشد، استر مورد نظر را از واکنش یک الکل سه‌عاملی با کدام یک از اسیدهای زیر می‌توان تهیه کرد؟ ($C = 12, H = 1; \text{g.mol}^{-1}$)



پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی: ابتدا باید فرمول عمومی استر سه‌عاملی با زنجیر سیر شده و اسید چرب با زنجیر هیدروکربنی سیر شده را بنویسیم. با توجه به این که اسیدهای چرب سازنده استر مورد نظر یکسان است، برای پیدا کردن فرمول عمومی آن، می‌توان به صورت زیر عمل کرد:



فرمول عمومی استرهای سه‌عاملی با اسیدهای چرب سازنده یکسان

$$\Rightarrow C_{3n+6}H_{6n+8}O_6 \xrightarrow{2n+6=x} 6n+8 = 6\left(\frac{x-6}{3}\right) + 8 = 2x - 12 + 8 = 2x - 4$$

$$\text{فرمول عمومی استرهای سیر شده} = C_xH_{2x-4}O_6$$

$$\text{فرمول عمومی اسیدهای چرب با زنجیر هیدروکربنی سیر شده} = C_yH_{2y}O_2$$

با توجه به این که شمار اتم‌های کربن در استر مورد نظر، $1/5$ برابر شمار اتم‌های هیدروژن در اسید چرب فرض شده است، خواهیم داشت:

$$x = 1/5(2y) \Rightarrow x = 2y/5$$

هم‌چنین جرم اتم‌های کربن در هر مول از اسید چرب مورد نظر، 112 گرم بیشتر از جرم اتم‌های هیدروژن در هر مول از استر است:

$$12y = (2x - 4) + 112 \xrightarrow{x=2y/5} 12y = 6y + 108 \Rightarrow 6y = 108 \Rightarrow y = 18$$

$$x = 2y/5 \Rightarrow x = 3(18) = 54$$

بنابراین فرمول مولکولی استر مورد نظر به صورت $C_{54}H_{104}O_6$ است.

نکته: اگر اسیدهای چرب سازنده یک استر بلند زنجیر، یکسان باشند، برای پیدا کردن فرمول این اسیدهای چرب می‌توان از رابطه زیر استفاده کرد:

$$C_3H_5 - \text{فرمول مولکولی استر سنگین} = \text{فرمول اسید چرب سازنده استر سنگین}$$

در نتیجه برای تعیین فرمول اسید چرب سازنده استر مورد نظر، می‌توان به روش زیر عمل کرد:

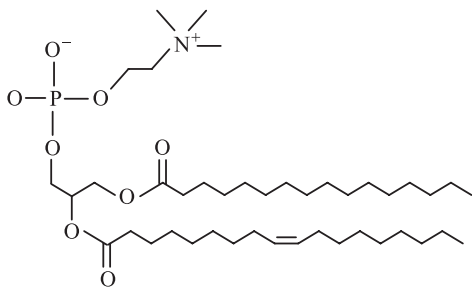
$$\text{فرمول اسید چرب} = \frac{C_{54}H_{104}O_6 - C_3H_5}{3} = \frac{C_{54}H_{104}O_6 - C_3H_5}{3} = C_{17}H_{34}O_2$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز




تست و پاسخ ۹۶

شکل مقابل ساختار فسفاتیدیل کولین را نشان می‌دهد که به عنوان فسفولیپید غالب در غشای بیشتر سلول‌های پستانداران وجود دارد. با توجه به آن، کدام مطلب نادرست است؟

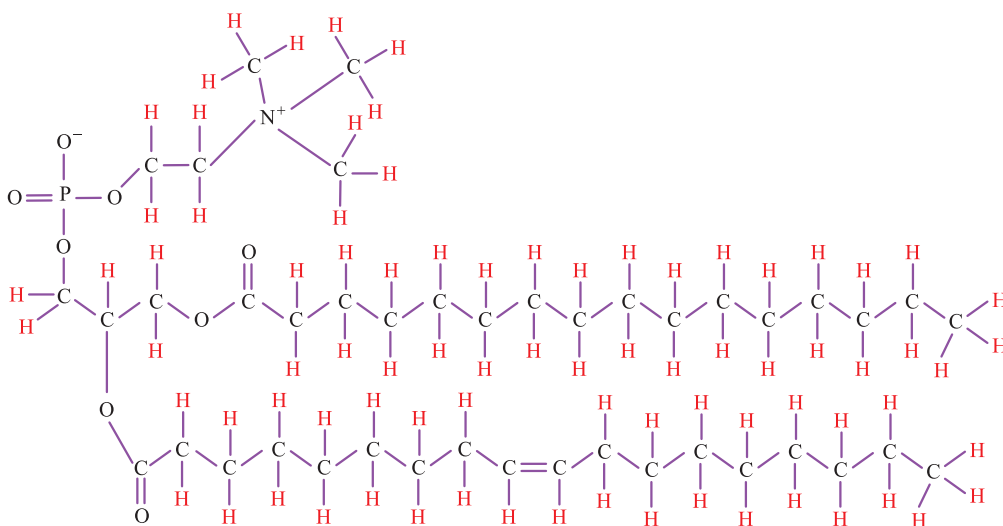


- (۱) زنجیره‌های هیدروکربنی، بخش آب‌گریز و بخش‌های شامل عنصرهای O، N و P، بخش‌های آبدوست این ساختار را تشکیل می‌دهند.
 (۲) نیروی بین مولکولی غالب در آن، همانند اسید چرب، از نوع وان‌دروالسی است.
 (۳) فرمول شیمیایی این ترکیب به صورت $C_{42}H_{81}NO_8P$ است.

(۴) الگوی کلی این فسفولیپیدها را می‌توان به صورت  نمایش داد.

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی این ترکیب در ساختار خود دارای ۴۲ اتم کربن (C)، یک اتم نیتروژن (N)، یک اتم فسفر (P) و ۸ اتم اکسیژن (O) است. برای پیدا کردن تعداد هیدروژن‌ها بهتره از روی ساختار بشماریم؛



این ترکیب دارای ۸۲ اتم هیدروژن و در نتیجه فرمول مولکولی آن به صورت $C_{42}H_{82}NO_8P$ است.

هواستون باشه که آگه از فرمول زیر استفاده می‌کردین، ۸۰ اتم هیدروژن به دست می‌آید! زیرا در این ترکیب، اتم‌های N و P حالت عادی خود که تنها سه پیوند اشتراکی تشکیل می‌دهند را نداشته و مهبوریم که از روی ساختار، دونه‌دونه اتم‌های هیدروژن را بشماریم:

= تعداد اتم‌های هیدروژن در ترکیب آلی با n اتم کربن

$$(1 \times 15) + (\text{تعداد پیوندهای سه‌گانه} \times 4) - (\text{تعداد پیوندهای دوگانه و حلقه} \times 2) - (2n + 2)$$

$$= [(2 \times 42) + 2] - \underbrace{(2 \times 4)}_{\text{پیوندهای دوگانه}} + \underbrace{(1 \times 2)}_{\text{اتم N و P}} = 80$$

اما به هر حال، چه از روی ساختار بشماریم و چه از فرمول استفاده کنیم، در هر دو صورت با تعداد اتم‌های هیدروژن موجود در ۳ متفاوت به دست می‌آید و این گزینه نادرست است. 😊

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) زنجیره‌های هیدروکربنی ترکیب داده‌شده، ناقصی بوده و آب‌گریز (چربی‌دوست) محسوب می‌شوند و بخش‌هایی که دارای اتم‌های N، O و P هستند، به دلیل تمایل به جذب جفت‌الکترون پیوندی بیشتر، بخش قطبی مولکول به حساب می‌آیند.

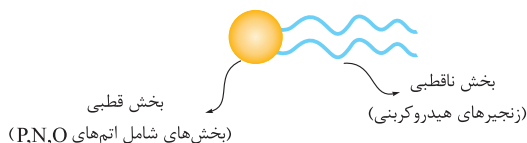


پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

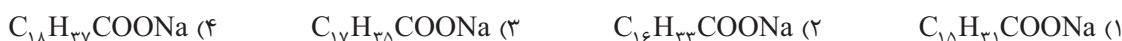
۲ با توجه به این که بخش بزرگی از مولکول را بخش ناقطبی آن تشکیل داده است؛ بنابراین این مولکول همانند اسیدهای چرب ناقطبی بوده و نیروی بین مولکولی غالب در آن از نوع وان دروالسی است.

۴ ترکیب مورد نظر دارای دو زنجیر هیدروکربنی (ناقطبی) و یک سر قطبی می باشد؛ بنابراین الگوی آن را می توان به صورت زیر نمایش داد:



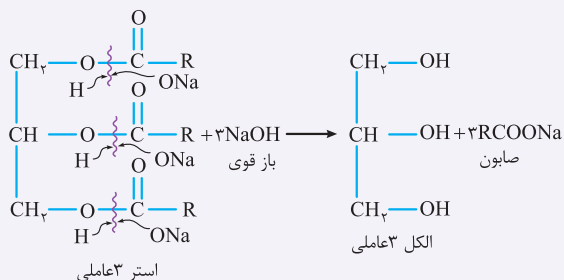
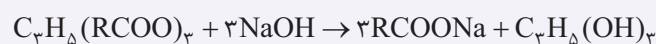
تست و پاسخ ۹۷

اگر ۸ گرم سدیم هیدروکسید ۹۰ درصد خالص با ۴۸/۳۶ گرم از یک استر سه عاملی با زنجیرهای هیدروکربنی سیر شده و یکسان، به طور کامل واکنش دهد، فرمول صابون تولید شده کدام است؟ ($\text{Na} = ۲۳, \text{O} = ۱۶, \text{C} = ۱۲, \text{H} = ۱: \text{g.mol}^{-1}$)

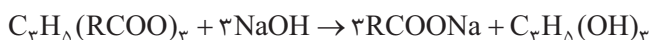


پاسخ: گزینه ۱

نکته از واکنش کامل هر مول استر سه عاملی با سه مول باز قوی سدیم هیدروکسید (NaOH)، سه مول صابون جامد و یک مول الکل سه عاملی به دست می آید:



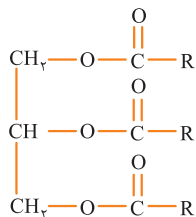
پاسخ تشریحی گام اول: معادله واکنش انجام شده را نوشته و موازنه می کنیم:



گام دوم: به کمک جرم سدیم هیدروکسید (NaOH) و جرم استر، جرم مولی استر را حساب می کنیم:

$$\frac{\text{درصد خلوص} \times \text{جرم ناخالص}}{۱۰۰} = \frac{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{۲ \times ۹\%}{۳ \times ۶\%} = \frac{۴۸/۳۶}{۱ \times M} \Rightarrow M = \frac{۴۸۳۶}{۶} = ۸۰۶ \text{ g.mol}^{-1} \text{ (جرم مولی استر)}$$

گام سوم: به کمک جرم مولی استر، جرم مولی گروه R را به دست می آوریم:



$$\Rightarrow \text{جرم مولی} = ۶(۱۲) + ۵(۱) + ۶(۱۶) + ۳R = ۱۷۳ + ۳R$$

$$۱۷۳ + ۳R = ۸۰۶ \Rightarrow ۳R = ۶۳۳ \Rightarrow R = ۲۱۱ \text{ g.mol}^{-1}$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام چهارم: با توجه به این که R، گروه آلکیل است، شمار اتم‌های کربن R را محاسبه می‌کنیم:

$$C_n H_{2n+1} \text{ جرم مولی} = 12n + 2n + 1 = 14n + 1$$

$$14n + 1 = 211 \Rightarrow 14n = 210 \Rightarrow n = 15$$

بنابراین زنجیر هیدروکربنی (R) استر بلندزنجیر، شامل ۱۵ اتم کربن است؛ در نتیجه فرمول صابون ایجاد شده $(C_{15}H_{(2n+1)}COONa)$ ، به صورت $C_{15}H_{31}COONa$ خواهد بود.

تست و پاسخ ۹۸

کدام مطلب نادرست است؟

- (۱) اگر مقداری صابون را به مخلوط آب و روغن اضافه کنیم و آن را به هم بزنیم، یک مخلوط پایدار ایجاد می‌شود که به ظاهر همگن است.
- (۲) رنگ پوششی، نمونه‌ای از یک کلوئید است که نور را از خود عبور می‌دهد.
- (۳) ذره‌های سازنده کلوئیدها و سوسپانسیون‌ها، به ترتیب توده‌های مولکولی با اندازه‌های متفاوت و ذره‌های ریز ماده هستند.
- (۴) در بین محلول‌ها، کلوئیدها و سوسپانسیون‌ها، ویژگی ته‌نشین شدن تنها مربوط به سوسپانسیون‌ها است.

پاسخ: گزینه ۲

درس نامه •• ویژگی‌های برخی از انواع مخلوط‌ها

محلول	کلوئید	سوسپانسیون	نوع مخلوط ویژگی
نور را عبور می‌دهند	نور را پخش می‌کنند	نور را پخش می‌کنند	رفتار در برابر نور
همگن	ناهمگن	ناهمگن	همگن بودن
پایدار است / ته‌نشین نمی‌شود	پایدار است / ته‌نشین نمی‌شود	ناپایدار است / ته‌نشین می‌شود	پایداری
یون‌ها یا مولکول‌ها	توده‌های مولکولی با اندازه‌های متفاوت	ذره‌های ریز ماده	ذره‌های سازنده
محلول سدیم کلرید (نمک) در آب، آب دریا، هوا، آب‌قند، ید در هگزان	رنگ‌های پوششی، چسب‌ها، شیر، ژله، سس مایونز، مخلوط آب، صابون و روغن	شربت معده، دوغ، شربت خاکشیر و آب گل‌آلود	نمونه‌های مهم

پاسخ تشریحی ذره‌های سازنده کلوئیدها، توده‌های مولکولی با اندازه‌های متفاوت‌اند و این ذرات آن‌قدر بزرگ هستند که باعث پخش شدن نور (نه عبور آن!) می‌شوند.

بنابراین هنگام عبور نور از یک کلوئید مثل رنگ پوششی، مسیر عبور نور قابل تشخیص است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) مخلوط صابون، روغن و آب، کلوئید است. کلوئیدها ناهمگن هستند، اما ظاهری همگن دارند.



۳) ذره‌های سازنده کلوئیدها، توده‌های مولکولی با اندازه‌های متفاوت و ذره‌های سازنده سوسپانسیون‌ها، ذره‌های ریز ماده (ذره‌هایی که با چشم دیده می‌شوند!) هستند.

۴) در بین این سه نوع مخلوط، تنها سوسپانسیون‌ها مخلوط‌هایی ناپایدار هستند و ذره‌های معلق موجود در آن‌ها به مرور زمان ته‌نشین می‌شوند.

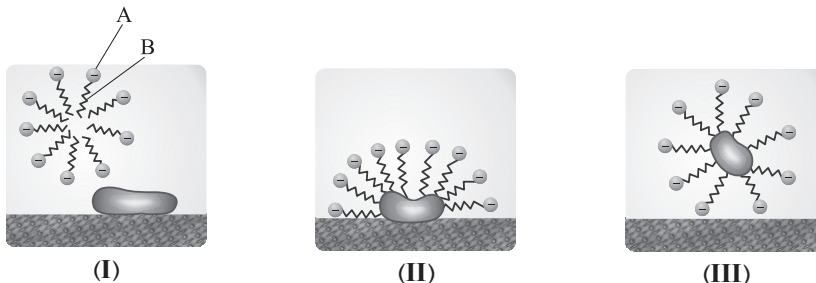


پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

تست و پاسخ ۹۹

شکل های زیر، مراحل پاک شدن یک لکه روغن از روی پارچه با صابون را نشان می دهند. با توجه به آن، چه تعداد از مطالب زیر درست است؟



- بخش های A و B به ترتیب بخش های آبدوست و چربی دوست را در مولکول صابون نشان می دهند.
- مولکول های صابون پس از برقراری جاذبه با مولکول های روغن، به کمک بخش آبدوست خود در آب حل می شوند.
- مولکول های صابون مانند پلی بین مولکول های آب و روغن قرار گرفته و ذره های روغن را در آب پخش می کنند.
- شکل های (I) و (III)، به ترتیب حل شدن صابون در آب به کمک بخش قطبی آن و پخش شدن روغن در آب به کمک صابون را نشان می دهند.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی همه عبارت های داده شده، درست اند.

بررسی عبارت ها:

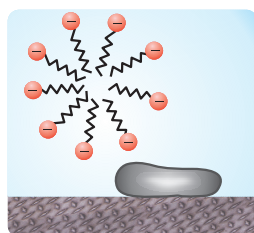
عبارت اول:

هنگامی که صابون وارد آب می شود، به کمک سر آبدوست خود در آن حل می شود. به محض حل شدن صابون در آب، بخش کاتیونی (مثل Na^+) از بخش آنیونی آن ($\text{R}-\text{C}=\text{O}^-$) جدا شده و مولکول های صابون یک توده مولکولی (کلوئید) در آب تشکیل می دهند:

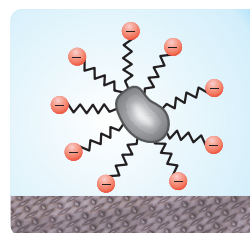
عبارت های دوم و سوم:

بخش آب گریز یا ناقصی جزء آنیونی صابون، با مولکول های چربی جاذبه وان درواسی برقرار می کند و بخش قطبی یا آبدوست آن هم با مولکول های آب، تشکیل جاذبه می دهد (یون - دوقطبی)، گویی مولکول های صابون همانند پلی بین مولکول های آب و چربی قرار می گیرند. در نهایت لکه چربی از پارچه جدا شده و در آب پخش می شود.

عبارت چهارم: شکل (I)، مربوط به لحظه ورود صابون به آب و تشکیل کلوئید می شود و شکل (II)، مربوط به مرحله آخر پاک شدن لکه چربی از روی پارچه و پخش شدن آن در آب توسط مولکول های صابون است:



ورود صابون به آب



زدودن لکه چربی از سطح پارچه

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۱۰۰

مقدار کافی صابون جامد با فرمول $C_{17}H_{35}COONa$ را در 150 میلی لیتر از محلول کلسیم کلرید با غلظت 0.2 مولار ریخته و هم می زنیم. اگر بعد از 30 دقیقه، $4/04$ گرم رسوب جدا شود، با فرض ثابت بودن سرعت تولید و جدا شدن رسوب در طول انجام واکنش، چند دقیقه دیگر زمان لازم است تا همه کلسیم موجود در محلول به صورت کامل رسوب کند؟ ($Ca = 40, Na = 23, O = 16, C = 12, H = 1: g.mol^{-1}$)

۱۵۵ (۴)

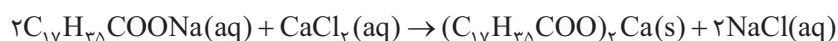
۱۳۵ (۳)

۱۰۵ (۲)

۸۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا معادله واکنش انجام شده را نوشته و موازنه می کنیم:



گام دوم: مول کلسیم کلرید موجود در محلول را حساب می کنیم:

$$CaCl_2 \text{ مول} = \frac{\text{مول حل شونده}}{\text{حجم محلول}} = \frac{0.2 \times 0.15}{0.15} = 0.03 \text{ mol}$$

اگر همه کلسیم موجود در کلسیم کلرید اولیه، مصرف شود و رسوب تولید کند، خواهیم داشت:

مقدار رسوب تولیدی با مصرف همه کلسیم موجود در محلول $CaCl_2$ اولیه

$$= 0.03 \text{ mol } CaCl_2 \times \frac{1 \text{ mol } Ca^{2+}}{1 \text{ mol } CaCl_2} \times \frac{1 \text{ mol } (C_{17}H_{35}COO)_2Ca}{1 \text{ mol } Ca^{2+}} \times \frac{606 \text{ g } (C_{17}H_{35}COO)_2Ca}{1 \text{ mol } (C_{17}H_{35}COO)_2Ca} = 18/18 \text{ g}$$

از $18/18$ گرم رسوب تولیدی در پایان واکنش، $4/04$ گرم آن طی 30 دقیقه اول تولید شده است؛ بنابراین زمان لازم برای جدا شدن $18/18 - 4/04 = 14/14$ گرم رسوب باقی مانده با توجه به ثابت بودن سرعت تولید و جدا شدن رسوب، برابر خواهد بود با:

$$14/14 \text{ g رسوب} \times \frac{30 \text{ دقیقه}}{4/04 \text{ g رسوب}} = 105 \text{ دقیقه}$$

تست و پاسخ ۱۰۱

چه تعداد از موارد زیر درباره مدل فضاپرکن نشان داده شده، درست است؟

• فرمول شیمیایی این ترکیب را می توان به صورت $C_{18}H_{29}SO_3Na$ نمایش داد.

• این ماده را می توان از بنزن و دیگر مواد اولیه در صنایع پتروشیمی، طی واکنش های پیچیده تولید کرد.

• این ترکیب می تواند در محیط های گوناگون مانند سفرهای دریایی و صنایع وابسته به آب شور، پاسخ گوی نیاز انسان باشد.

• یک نوع پاک کننده صابونی بوده که بخش آنیونی آن شامل یک بخش ناقطبی بزرگ و یک بخش قطبی کوچک تر است.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

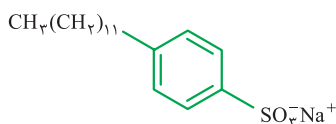
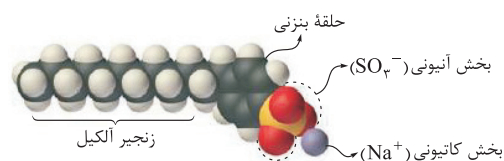
۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی عبارت های اول، دوم و سوم درست اند.

بررسی عبارت ها:

• با توجه به مدل فضاپرکن داده شده، فرمول شیمیایی ترکیب داده شده به صورت $C_{18}H_{29}SO_3Na$ است:



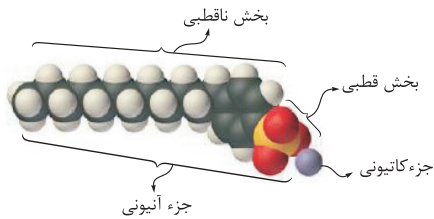
• این ترکیب، یک پاک کننده غیر صابونی است. این پاک کننده ها را می توان از بنزن و دیگر مواد اولیه در صنایع پتروشیمی، طی واکنش های پیچیده در صنعت تولید کرد.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

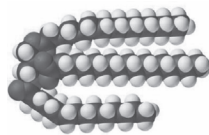
● پاک کننده‌های غیرصابونی در آب سخت نیز خاصیت پاک‌کنندگی خود را حفظ می‌کنند، زیرا با یون‌های موجود در این آب‌ها رسوب نمی‌دهند؛ بنابراین از این پاک‌کننده‌ها می‌توان در محیط‌های گوناگون مانند سفرهای دریایی و صنایع وابسته به آب شور (که حاوی مقادیر چشمگیری از یون‌های Ca^{2+} و Mg^{2+} هستند) نیز استفاده کرد.



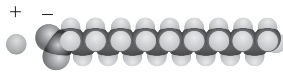
● گفتم که این ترکیب مربوط به یک پاک‌کننده غیرصابونی است. این پاک‌کننده از دو جزء کاتیونی و آنیونی تشکیل شده که جزء آنیونی آن دارای دو بخش قطبی (آبدوست) و بخش ناقطبی (آب‌گریز) می‌باشد.

تست و پاسخ ۱۰۲

با توجه به مدل فضاپرکن ترکیب‌های داده‌شده، کدام گزینه درست است؟



(a)



(b)



(c)

- (۱) با افزایش جمعیت جهان، برای تولید صابون در مقیاس انبوه، به مقدار زیادی از ترکیب b نیاز است.
- (۲) قدرت پاک‌کنندگی ترکیب c بیشتر از ترکیب b است، چون شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی بیشتری در آن وجود دارد.
- (۳) این شکل‌ها مدل فضاپرکن سه پاک‌کننده را نشان می‌دهند که قدرت‌های پاک‌کنندگی متفاوتی دارند.
- (۴) با استفاده از ترکیب a و مواد لازم دیگر، می‌توان ترکیب b را تولید کرد که قدرت پاک‌کنندگی کم‌تری از ترکیب c دارد.

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی: مدل‌های فضاپرکن داده‌شده، هر یک مربوط به مواد زیر هستند:

a → استر سنگین

b → صابون

c → پاک‌کننده غیرصابونی

صابون‌ها (b) را می‌توان از واکنش اسیدهای چرب و یا استرهای سنگین (a) با مواد دیگری مثل بازهای قوی به دست آورد. صابون‌ها (b) قدرت پاک‌کنندگی کم‌تری نسبت به پاک‌کننده‌های غیرصابونی (c) دارند و برخلاف پاک‌کننده‌های غیرصابونی، در آب‌های سخت رسوب تشکیل می‌دهند. بررسی گزینه‌های نادرست:

① برای تولید صابون (b) در مقیاس انبوه، به مقدار بسیار زیادی چربی نیاز است.

② قدرت پاک‌کنندگی پاک‌کننده‌های غیرصابونی (c) بیشتر از صابون (b) است؛ زیرا این پاک‌کننده‌ها با یون‌های موجود در آب سخت رسوب تشکیل نمی‌دهند. ربطی به *جفت‌الکترون ناپیوندی ندارد!*

③ ترکیب (a) استر سنگین است و پاک‌کننده نیست!

تست و پاسخ ۱۰۳

کدام یک از توصیف‌های داده‌شده با ماده مورد نظر هم‌خوانی ندارد؟

(الف) صابون گوگرددار: ضدعفونی‌کننده و مناسب برای از بین بردن میکروب

(ب) صابون مراغه: مناسب برای موهای چرب به دلیل داشتن خاصیت بازی مناسب

(پ) صابون با ماده شیمیایی کلردار: مناسب برای از بین بردن جوش صورت و قارچ‌های پوستی

(ت) مواد شوینده با نمک‌های فسفات: مناسب برای افزایش قدرت پاک‌کنندگی شوینده‌ها

(۴) پ - ت

(۳) ب - ت

(۲) الف - پ

(۱) الف - ب

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

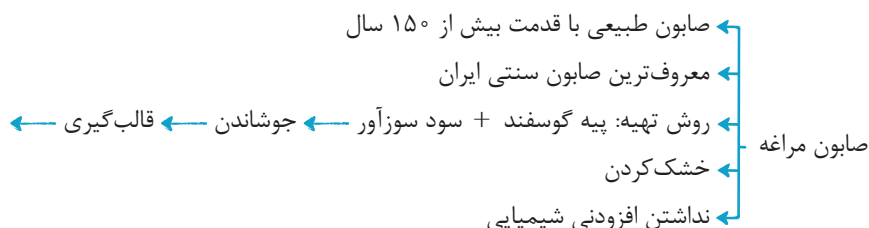


پاسخ تشریحی

عبارت‌های «الف» و «پ» همخوانی ندارند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) صابون گوگردار، برای از بین بردن جوش صورت و همچنین قارچ‌های پوستی استفاده می‌شود.
ب) صابون مراغه، یک صابون طبیعی است که افزودنی شیمیایی نداشته و قدمتی بیش از ۱۵۰ سال دارد. این صابون به دلیل خاصیت بازی مناسب برای موهای چرب استفاده می‌شود:



داشتن خاصیت بازی مناسب ← استفاده برای موهای چرب

پ) صابون با ماده شیمیایی کلردار، خاصیت ضدعفونی‌کنندگی و میکروب‌کشی دارد.

ت) برای افزایش قدرت پاک‌کنندگی مواد شوینده، به آن‌ها نمک‌های فسفات اضافه می‌کنند؛ زیرا این نمک‌ها با یون‌های Ca^{2+} و Mg^{2+} در آب‌های سخت واکنش داده و از تشکیل رسوب و ایجاد لکه جلوگیری می‌کنند.

جمع‌بندی:

ویژگی صابون	نوع افزودنی به صابون
از بین بردن جوش صورت و قارچ‌های پوستی	ترکیب‌های گوگردار
خاصیت ضدعفونی‌کنندگی و میکروب‌کشی بیشتر	مواد شیمیایی کلردار
جلوگیری از تشکیل رسوب و ایجاد لکه (به دلیل واکنش این نمک‌ها با یون‌های کلسیم و منیزیم موجود در آب سخت)	نمک‌های فسفات
افزایش قدرت پاک‌کنندگی چربی‌ها (به دلیل خاصیت بازی جوش شیرین و در نتیجه واکنش آن با چربی و تولید صابون)	جوش شیرین (NaHCO_3)

تست و پاسخ ۱۰۴

کدام مطلب نادرست است؟

- ۱) پاک‌کننده غیرصابونی با آلاینده‌ها تنها برهم‌کنش فیزیکی داشته، ولی پاک‌کننده خورنده، علاوه بر برهم‌کنش با آلاینده‌ها، با آن‌ها واکنش نیز می‌دهد.
- ۲) جوهرنمک، سود سوزآور و سفیدکننده‌ها از نظر شیمیایی فعال‌اند و خاصیت خورندگی دارند.
- ۳) صابون و محلول جوهر نمک، دو پاک‌کننده هستند که خاصیت اسیدی داشته و باعث تغییر رنگ کاغذ pH می‌شوند.
- ۴) پاک‌کننده‌های خورنده، با انجام واکنش شیمیایی، لکه‌ها و رسوب‌ها را به موادی تبدیل می‌کنند که در آب حل یا پخش می‌شوند.

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی

صابون، خاصیت بازی و جوهرنمک (هیدروکلریک اسید)، خاصیت اسیدی دارد. رنگ کاغذ pH در محلول‌های بازی، آبی و در محلول‌های اسیدی، سرخ است.

کاغذ pH: آبی = بازی



صابون

کاغذ pH: سرخ = اسیدی



محلول جوهرنمک



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) پاک‌کننده‌های صابونی و غیرصابونی، تنها براساس برهم‌کنش بین ذره‌ها عمل می‌کنند، اما پاک‌کننده‌های خورنده علاوه بر این برهم‌کنش‌ها، با آلاینده‌ها واکنش هم می‌دهند.

عملکرد صابونی و غیرصابونی ← تنها برهم‌کنش بین ذره‌ها

پاک‌کننده‌ها ← خورنده ← برهم‌کنش بین ذره‌ها و هم‌چنین واکنش با آلاینده‌ها

۲) پاک‌کننده‌های خورنده مثل هیدروکلریک اسید (جوهرنمک)، سدیم هیدروکسید (سود سوزآور) و سفیدکننده‌ها از نظر شیمیایی فعال‌اند و خاصیت خوردگی دارند؛ به همین دلیل نباید با پوست تماس داشته باشند.

۳) پاک‌کننده‌های خورنده با لکه‌ها و رسوب‌هایی که به سطح می‌چسبند، واکنش شیمیایی داده و آن‌ها را به فرآورده‌هایی تبدیل می‌کنند که با آب شسته می‌شوند.

تست و پاسخ ۱۰۵

نوعی پاک‌کننده که برای بازکردن مجاری مسدودشده در برخی وسایل و دستگاه‌های صنعتی استفاده می‌شود، به شکل پودر عرضه شده و شامل مخلوط سدیم هیدروکسید و پودر آلومینیم است. کدام یک از موارد زیر، هنگام استفاده از این پاک‌کننده رخ می‌دهد؟

الف) انجام واکنش شیمیایی بین سدیم هیدروکسید و چربی و تولید صابون

ب) وارد شدن ضربه مکانیکی به رسوب‌ها به دلیل تولید گاز اکسیژن

پ) ذوب شدن چربی‌ها به دلیل انجام واکنش گرماگیر

ت) افزایش سرعت پاک‌کنندگی با استفاده از پاک‌کننده به صورت پودر

۴) ب - ت

۳) ب - پ

۲) الف - ت

۱) الف - پ

پاسخ: گزینه ۲

عبارت‌های «الف» و «ت» درست‌اند.

پاسخ تشریحی: معادله نوشتاری واکنش این مخلوط با آب، به صورت زیر است:



بررسی عبارت‌ها:

الف) سدیم هیدروکسید موجود در این مخلوط می‌تواند با چربی‌ها واکنش داده و صابون تولید کند که باعث از بین رفتن بیشتر چربی‌ها می‌شود.

ب) تولید گاز هیدروژن (نه اکسیژن!) در این واکنش، قدرت پاک‌کنندگی مخلوط را افزایش می‌دهد؛ زیرا با ایجاد فشار و ضربه به رسوب‌ها، باعث باز شدن آسان‌تر لوله‌های گرفته‌شده می‌گردد.

پ) این واکنش گرماده است (نه گرماگیر!) و گرمای آزادشده می‌تواند قدرت پاک‌کنندگی را افزایش دهد و باعث نرم یا ذوب شدن چربی‌ها و در نتیجه آسان‌تر باز شدن لوله‌ها شود.

ت) این پاک‌کننده به شکل پودر عرضه می‌شود. می‌دانیم که هر چه سطح تماس بیشتر باشد، سرعت انجام واکنش نیز بیشتر خواهد بود.